МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра управления качеством, метрологии и сертификации

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
_____________ О.Г. Локтионова
«_4_» _02_ 2018 г.

ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ РИСКА

Методические указания к выполнению практической работы по курсу «Системный анализ проблем качества» по направлению подготовки 27.06.01 Управление в технических системах, профиль «Стандартизация и управление качеством продукции»

Курск 2018

Составители: В.В. Куц, Н.А. Масалов

УДК 519.6

Рецензент
Доктор технических наук, профессор Е.В. Агеев

Принятие решений в условиях риска : методические указания к выполнению практической работы по курсу «Системный анализ проблем качества» по направлению подготовки 27.06.01 Управление в технических системах, профиль «Стандартизация и управление качеством продукции» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: В.В. Куц, Н.А. Масалов. - Курск, 2018. - 9 с.: ил. 1, табл. 3.

Содержат методические указания к выполнению практической работы по курсу «Системный анализ проблем качества» у студентов, обучающихся по направлению подготовки 27.06.01 Управление в технических системах, профиль «Стандартизация и управление качеством продукции».

В методических указаниях излагаются цели, задание, теоретические сведения, необходимые для проведения практической работы, а также порядок её выполнения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 4.02.18. Формат 60x84 1/16.
Усл.печ.л. 0,52 .Уч.-изд.л 0,47. Тираж 100 экз. Заказ.402 Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94

1. Учебные вопросы, подлежащие рассмотрению:
- Основные типы неопределенности в задачах принятия решений
- Принятие решений в условиях риска
- Принятие решений в условиях неопределённости
- Принятие решений в конфликтных ситуациях
- Стохастические задачи принятия решений

2. Методические рекомендации по подготовке к занятию.

Перед выполнением задания необходимо изучить теоретические вопросы принятия решений в детерминированных задачах, и задачах многокритериальной оптимизации, основанные на принципе Парето. Разобраться в содержании методов преодоления неопределённостей при выборе решений из Парето – оптимального множества решений.

3. Принятие решения в условиях неопределённости и риска

В детерминированных однокритериальных задачах принятия решения выбор и оценка решения осуществляются однозначно в соответствии с заданной целевой функцией. Однако, уже в многокритериальных задачах возникает неопределённость из за необходимости согласованного выбора по множеству критериев, среди которых могут быть и противоречивые. Для устранения этой неопределённости применяют различные формальные (построение обобщённого критерия) и неформальные (определение Парето оптимального множества решений) процедуры.

Задачи принятия решений в условиях неопределённости возникают при необходимости действовать в не полностью определённой ситуации (состоянии среды) в самых разных областях человеческой деятельности: технике, экономике, биологии, экологии и т. д. Основная сложность этой задачи в том, что последствия принимаемого решения зависят от неизвестной ситуации. Величину опасности (неприемлемости) последствий измеряют в условных единицах – потерях, которые может понести ЛПР, и тогда выбирается то решение, при котором потери наименьшие. Потери, которые несёт ЛПР, принимая решение в условиях неопределённости, называют риском

Так как в условиях неопределённости ЛПР неизвестно фактическое состояние среды, то возникает необходимость такого преобразования задачи, когда потери зависят только от принимаемого решения. Для этого ЛПР с помощью формальных или неформальных процедур формулирует гипотезы о потерях при реализации каждой стратегии. Такие гипотезы называют критериями выбора решения в условиях неопределённости, они полностью определяется ЛПР. В результате потери, сопутствующие каждой стратегии, как бы обобщаются относительно некоторого гипотетического состояния среды, и выбор наиболее полезной стратегии осуществляется на основании потерь, соответствующих этому гипотетическому состоянию среды.

Применимость различных критериев выбора зависит от типа неопределённости ситуации. В настоящее время наиболее изучены два типа неопределённостей: неопределённость состояния внешней среды (неопределённость природы) и неопределённость целенаправленного противодействия.

Неопределенность состояния внешней среды (природы) имеет две версии реализации:

1) известно распределение вероятности реализации возможных состояний внешней среды;

2) известно только множество Y состояний внешней среды, из которого оно может быть выбрано.

Первую из этих задач называют задачей принятия решения в условиях риска, вторую – задачей принятия решений в условиях неопределённости, а задачи принятия решения в условиях целенаправленного противодействия – играми.

3.1. Принятие решения в условиях риска

Принятие решения в условия риска – это способ устранения неопределённости, который характеризуется возможностью определить ожидаемые потери и вероятность их возникновения в зависимости от состояния среды.

Вероятность состояния среды, представляется вектором $p = (p_1, p_2, \ldots p_m)$, где p_i – вероятность наступления состояния среды с номером i. Такие задачи называют игрой с природой. В этом случае платёжная матрица имеет вид (таблица 1).

Таблица 1. Платёжная матрица с известными функциями распределения вероятности возможных

	Состояние среды				
	1	….	j	…	m
Вероятность состояния	p_1	…	p_j	…	p_m
альтернатива					
1	$a_{1,1}$	…	$a_{1,j}$	…	$a_{1,m}$
…					
i	$a_{i,1}$	…	$a_{i,j}$	…	$a_{i,m}$
…					
n	$a_{n,1}$	…	$a_{n,j}$	…	$a_{n,m}$

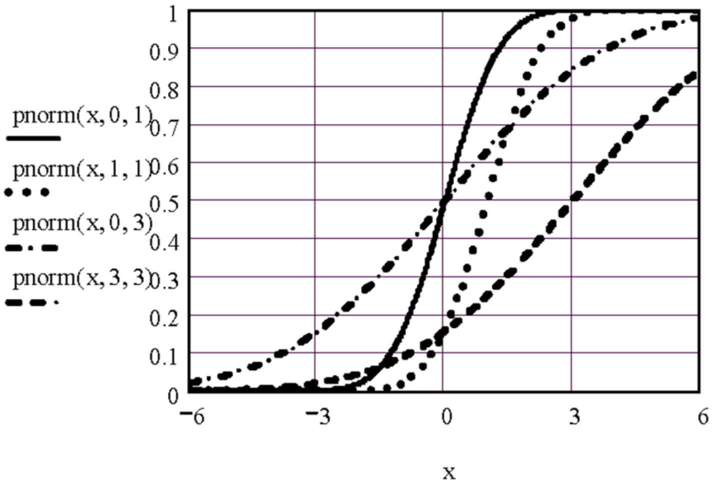
Если выбрать альтернативу с номером i, то ожидаемые потери будут представлены случайной величиной

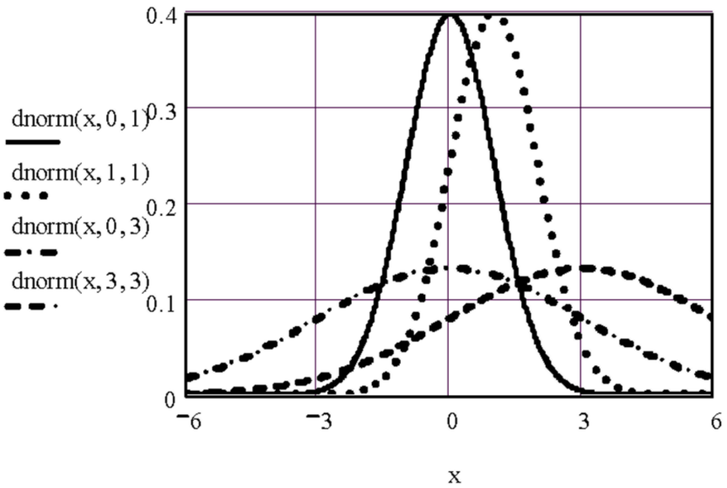
$$\xi_i = \begin{Bmatrix} a_{i,1}, \ldots, a_{i,m} \\ p_1, \ldots, p_m \end{Bmatrix}$$

с функцией распределения $F(\xi,\Theta)$, где Θ – вектор параметров функции распределения, и сравнение двух альтернатив эквивалентно сравнению функций распределения соответствующих случайных величин.

Функции распределения альтернатив зависят только от значений параметров распределения и не зависят от состояния среды.

Как известно, функция распределения случайной величины позволяет оценивать вероятность попадания случайной величины в заданный интервал, или вероятность того, что её значение не превзойдёт некоторого заданного значения, или значение случайной величины, которого она не превзойдёт при известном значении вероятности этого значения случайной величины и некоторые другие характеристики случайной величины. Ниже на рисунке приведены в качестве примера графики функций распределения и плотности распределения четырёх альтернатив, из которых требуется сделать выбор. Предполагается, что последствия выбора альтернативы распределены нормально. Параметрами нормального распределения служат математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение случайной величины.





Анализ этих графиков показывает, что при равных средних квадратических отклонениях функция распределения с большим математическим ожиданием *M* доминирует функцию с меньшим математическим ожиданием и для выбора достаточно сравнить математические ожидания распределений альтернатив и выбрать альтернативу, соответствующую целевой функции. При сравнении альтернатив с разными средними квадратическими отклонениями σ графики функций распределения пересекаются, и до пересечения графиков доминирует одна альтернатива, а после пересечения – другая. Выбор альтернативы только по величине математического ожидания не учитывает этого обстоятельства (характер рассеивания случайной величины), вследствие чего возникает риск выбора не самого лучшего решения.

Пусть, например, в некоторой системе возможно использование двух технологий a_1, a_2, среда может принимать одно из трёх состояний - b_1, b_2, b_3. Известно, что состояние среды b_1 реализуется с вероятностью 0.375, состояние b_2 – с вероятностью 0.5, состояние b_3 – с вероятностью 0.125. Последствия выбора альтернативы для каждого состояния среды оцениваются величинами, приведёнными в таблице 2.

Таблица 2 Матрица оценки последствий выбора технологии.

Вероятность состояния среды	*0.375*	*0.5*	*0.125*	*Математическое ожидание ущерба M_{ai}*
	b1	*b2*	*b3*	
a1	*16*	*18*	*14*	*17.5*
a2	*8*	*15*	*40*	*15.5*

Спрашивается, какую технологию следует выбрать, чтобы минимизировать ущерб от последствий выбора?

В качестве критерия сравнения альтернатив примем математическое ожидание «ущерба» от аварийной ситуации, значение которой приведено в последней колонке платёжной матрицы. Очевидно, что оптимальной альтернативой (ущерб наименьший) является альтернатива a_2.

Однако критерий математического ожидания ущерба предполагает, что имеется возможность многократной реализации рассматриваемой ситуации. В действительности эта возможность отсутствует, и решение принимается при однократной реализации. Поэтому при выборе альтернативы a_2 мы получим не значение M_{a2}, а одно из практически возможных значений 8, 15 или 40 единиц ущерба. Потери, связанные с выбором конкретной альтернативы, оцениваются для каждой альтернативы разностями между конкретными значениями ущерба и его математическим ожиданием. Вычислим эти потери и составим таблицу 3.

Таблица 3. Отклонения реального ущерба от математического ожидания

	b1	*b2*	*b3*	*M_{ai}*
	0.375	*0.5*	*0.125*	
a_1	1.5	- 0.5	3.5	17.5
a_2	8	1	-24	15.5

Приведённые в этой таблице результаты, показывают, что, имея близкие значения M_{ai}, альтернативы по-разному характеризуются возможными потерями: для альтернативы a_1 колебания величины потерь невелико, а для альтернативы a_2 более существенно. Поэтому критерий выбора, основанный на величине математического ожидания (ожидаемого выигрыша), необходимо дополнить характеристикой отклонений случайной величины от её математического ожидания. В теории вероятностей мерой такого отклонения служит дисперсия D. Для рассматриваемого примера $\sigma_{a1} = 1.4$, $\sigma_{a2} = 9.8$. Использование значения σ удобнее, так как оно имеет размерность одинаковую с размерностью математического ожидания.

Таким образом, в условиях риска выбор альтернативы характеризуется двумя показателями: математическим ожиданием выигрыша и его среднеквадратическим отклонением σ. Тогда фактически получается задача двухкритериальной оптимизации с частными критериями M и σ и её решение основывается или на определении Парето оптимального множества решений или на построении обобщённого критерия.

Варианты к заданию **«Принятие решений в условиях риска»**

Номер варианта	Задание	Номер варианта	Задание
1	$U = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \\ 0 & 3 & 3 & 0 & 3 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 4 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$	11	$U = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 4 & 6 & 5 & 2 \\ 5 & 6 & 6 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 0 & 2 & 0 & 5 & 1 \\ 6 & 1 & 5 & 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$
2	$U = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 6 & 5 & 5 \\ 3 & 3 & 1 & 4 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 0 & 2 \\ 4 & 0 & 6 & 5 & 0 & 5 \end{pmatrix}.$	12	$U = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 0 & 0 & 3 & 1 \\ 5 & 4 & 1 & 7 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 1 & 3 & 2 & 1 \\ 5 & 5 & 7 & 4 & 5 & 7 \end{pmatrix}.$
3	$U = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 3 & 2 & 7 & 1 \\ 5 & 7 & 6 & 3 & 2 & 3 \\ 2 & 7 & 5 & 6 & 2 & 7 \\ 3 & 2 & 5 & 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$	13	$U = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 4 & 3 & 2 & 2 \\ 5 & 5 & 2 & 3 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 6 & 4 & 2 & 6 \\ 5 & 6 & 3 & 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$
4	$U = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 7 & 0 & 2 & 1 \\ 4 & 8 & 1 & 6 & 4 & 6 \\ 4 & 1 & 3 & 8 & 2 & 5 \\ 0 & 8 & 0 & 8 & 5 & 0 \end{pmatrix}.$	14	$U = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 6 & 6 & 1 & 7 \\ 7 & 6 & 1 & 3 & 6 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 7 & 0 & 7 \\ 5 & 7 & 5 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$
5	$U = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 3 & 7 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 4 & 3 & 3 & 3 \\ 7 & 6 & 6 & 5 & 7 & 6 \\ 4 & 6 & 3 & 5 & 4 & 6 \end{pmatrix}.$	15	$U = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 7 & 0 & 4 & 2 \\ 6 & 0 & 0 & 5 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & 7 & 3 & 2 & 4 \\ 2 & 7 & 6 & 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}.$
6	$U = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 & 4 & 6 & 3 \\ 5 & 2 & 1 & 6 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 6 & 6 & 7 \\ 1 & 2 & 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$	16	$U = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 & 2 & 3 & 4 \\ 6 & 4 & 0 & 5 & 5 & 4 \\ 0 & 4 & 0 & 2 & 6 & 7 \\ 5 & 1 & 5 & 5 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$
7	$U = \begin{pmatrix} 0 & 6 & 6 & 3 & 3 & 0 \\ 3 & 3 & 1 & 3 & 1 & 6 \\ 6 & 2 & 6 & 3 & 4 & 3 \\ 4 & 4 & 6 & 5 & 3 & 3 \end{pmatrix}.$	17	$U = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 0 & 8 & 7 & 5 \\ 3 & 4 & 2 & 7 & 3 & 8 \\ 1 & 7 & 4 & 1 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 5 & 8 & 5 \end{pmatrix}.$
8	$U = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 4 \\ 2 & 5 & 3 & 5 & 4 & 1 \\ 5 & 2 & 6 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 4 & 6 \end{pmatrix}.$	18	$U = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 2 & 0 & 7 & 5 \\ 5 & 2 & 3 & 1 & 7 & 5 \\ 6 & 6 & 1 & 3 & 3 & 4 \\ 1 & 5 & 3 & 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}.$
9	$U = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 6 & 4 & 5 & 0 \\ 6 & 2 & 4 & 6 & 0 & 5 \\ 3 & 6 & 2 & 0 & 2 & 2 \\ 2 & 5 & 6 & 6 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$	19	$U = \begin{pmatrix} 7 & 6 & 5 & 3 & 5 & 3 \\ 3 & 7 & 2 & 5 & 3 & 3 \\ 5 & 2 & 4 & 5 & 6 & 5 \\ 1 & 5 & 4 & 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$
10	$U = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 1 & 5 & 2 & 6 \\ 4 & 5 & 1 & 1 & 4 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 4 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 2 & 4 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$	20	$U = \begin{pmatrix} 0 & 6 & 5 & 5 & 2 & 0 \\ 7 & 3 & 6 & 4 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 5 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 5 & 6 & 5 & 3 \end{pmatrix}.$

Вектор вероятностей состояний среды для всех вариантов

p = (**0.1 0.2 0.2 0.1 0.15 0.25**)