Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна
Должность: проректор по учебной работе
Дата подписания: 19.01.2021 17:21:35
Уникальный программный ключ:
0b817ca911e6668abb13a5d426d39e5f1c11eabbf73e943df4a4851fda56d089

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра вычислительной техники

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
_____ О.Г. Локтионова
«_25_» _____ 2020 г.

# ОСНОВЫ ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ

Методические указания по выполнению лабораторных работ
для студентов направления подготовки 09.03.01

Курск 2020

УДК 681.51.01

Составители: Т.А. Ширабакина, Д.В. Титов

Рецензент
Доктор технических наук, профессор *И.Е.Чернецкая*

**Основы теории управления**: методические указания по выполнению лабораторных работ / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Т.А. Ширабакина, Д.В. Титов.- Курск, 2020.- с.37: ил.14, табл.5.- Библиогр.: 37 с.

Методические указания по выполнению лабораторных работ являются дополнением к конспекту лекций «Основы теории управления» и содержат сведения, необходимые для выполнения работ.

Методические указания соответствуют рабочей программе дисциплины и Федеральному государственному образовательному стандарту направления подготовки 09.03.01 Информатика и вычислительная техника.

Предназначены для студентов направления подготовки 09.03.01 очной и заочной форм обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 25.07.20 Формат 60x84 1/16
Усл.печ.л. 1,7 . Уч.-изд.л. 1,6 . Тираж 50 экз. Заказ 204 Бесплатно
Юго-Западный государственный университет.
305040, г.Курск, ул 50 лет Октября, 94

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение 4
1 Моделирование частотных характеристик типовых линейных звеньев 5
2 Исследование устойчивости систем критерием Рауса 7
3 Исследование устойчивости систем критерием Гурвица 10
4 Исследование устойчивости систем частотным критерием Михайлова 12
5 Изучение нелинейных элементов и их соединений 15
6. Исследование нелинейных систем методом фазовой плоскости 27
Заключение 36
Библиографический список 37

## ВВЕДЕНИЕ

Методические указания по выполнению лабораторных работ предназначены для изучения дисциплины «Основы теории управления» и являются дополнением к конспекту лекций «Основы теории управления».

Указания включают в себя методические рекомендации по выполнению лабораторных работ, посвященных изучению типовых элементов систем управления, анализу устойчивости систем управления, исследованию нелинейных систем. Приводятся основные теоретические положения, задания и контрольные вопросы.

# 1 МОДЕЛИРОВАНИЕ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ТИПОВЫХ ЛИНЕЙНЫХ ЗВЕНЬЕВ

Элементы АС, рассматриваемые с точки зрения их поведения в статическом и динамическом режимах, называются *звеньями*.

Типовое звено - это элемент, обладающий определенными динамическими свойствами, определяемыми формой переходного процесса $Y$ при подаче на вход скачкообразного воздействия $x(t)$ [1,2].

В зависимости от формы переходного процесса $Y(t)$ при подаче на вход скачкообразного воздействия $x(t)$ или от вида передаточной функции различают следующие типы динамических звеньев: идеальное усилительное звено (пропорциональное, безинерционное); апериодическое звено первого порядка (инерционное); интегрирующее звено (идеальное, реальное); дифференцирующее звено (идеальное, реальное) и др. [1,3].

Целью работы является изучение влияния параметров инерционных типовых линейных звеньев (апериодического, реального интегрирующего, реального дифференцирующего звеньев) на вид их частотных характеристик.

Частотная передаточная функция апериодического звена первого порядка равна

$$W(j\omega) = \frac{k}{Tj\omega + 1}.$$

Следовательно, вещественные и мнимые частотные характеристики, амплитудная и фазовая частотные характеристики звена соответственно равны

$$U(\omega) = \frac{k}{T^2\omega^2 + 1}; \qquad V(\omega) = -\frac{kT\omega}{T^2\omega^2 + 1};$$

$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{T^2\omega^2 + 1}}; \qquad \varphi(\omega) = -\mathrm{arctg}(T\omega).$$

Частотная передаточная функция реального интегрирующего звена равна

$$W(j\omega) = \frac{k}{j\omega(Tj\omega + 1)}.$$

Вещественная и мнимая частотные характеристики звена равны:

$$U(\omega) = -\frac{kT}{T^2\omega^2 + 1}; \qquad V(\omega) = -\frac{k}{\omega\left(T^2\omega^2 + 1\right)}.$$

В соответствии с этим амплитудная частотная характеристика, фазовая частотная характеристика записываются в следующем виде

$$A(\omega)=\frac{k}{\omega\sqrt{T^2\omega^2+1}} \quad . \qquad \varphi(\omega)=\begin{cases}-90^0-\mathrm{arctg}(T\omega) & \text{при} \quad \omega>0\\ 90^0-\mathrm{arctg}(T\omega) & \text{при} \quad \omega<0\end{cases}$$

Амплитудно-фазовая частотная характеристика реального дифференцирующего звена равна

$$W(j\omega)=\frac{k\cdot j\omega}{T\cdot j\omega+1} \quad .$$

Мнимая и вещественная частотные характеристики звена описываются выражениями:

$$U(\omega)=\frac{k\cdot T\omega^2}{T^2\omega^2+1}; \qquad V(\omega)=\frac{k\omega}{T^2\omega^2+1}.$$

Отсюда амплитудная и фазовая частотные характеристики

$$A(\omega)=\frac{k\omega}{\sqrt{T^2\omega^2+1}} \quad .$$

$$\varphi(\omega)=\mathrm{arctg}\frac{1}{T\omega} \quad .$$

**Задание.** Исследовать влияние параметров на вид ЧХ:

1) влияние постоянной времени. Для этого получить графики ЧХ при пяти значениях постоянных времени из заданного диапазона (таблица 1) и одном и том же значении коэффициента усиления;
2) влияние коэффициента усиления. Для этого получить графики ЧХ при пяти значениях коэффициента усиления и одном и том же значении постоянной времени;
3) нарисовать асимптотическую ЛАЧХ: при двух значениях постоянных времени и одном и том же значении коэффициента усиления; при двух значениях коэффициента усиления и одном и том же значении постоянной времени.

Таблица 1- Исходные данные

| № варианта | Диапазон изменения параметров звеньев | |
|---|---|---|
| | Коэффициент k | Постоянная времени T |
| 1 | 2 | 3 |
| 1 | 0,5…2,5 | 2…10 |
| 2 | 2,7…5,7 | 1…10 |
| 3 | 4,8…8,8 | 3,1…10 |
| 4 | 0,9…2,9 | 3,2…10 |
| 1 | 2 | 3 |
| 5 | 0,1…3,0 | 4…10 |
| 6 | 0,2…2,1 | 4,5…10 |
| 7 | 0,3…2,2 | 5…10 |

| № варианта | Диапазон изменения параметров звеньев | |
|---|---|---|
| | Коэффициент k | Постоянная времени T |
| 8 | 0,4…2,3 | 5,5…10 |
| 9 | 0,5…2,4 | 6…10 |
| 10 | 0,6…2,5 | 4,3…10 |
| 11 | 0,7…2,6 | 3…10 |
| 12 | 0,8…2,7 | 2…10 |
| 13 | 0,9…2,8 | 2,5…10 |
| 14 | 1…2,9 | 4,4…10 |
| 15 | 1,1…3,5 | 3,2…10 |

**Контрольные вопросы**

1. Приведите определение частотной передаточной характеристики, амплитудно-частотной характеристики, фазовой частотной характеристики типового звена.
2. Запишите формулы амплитудно-частотной характеристики, фазовой частотной характеристики апериодического звена первого порядка.
3. Приведите формулы амплитудно-частотной характеристики, фазовой частотной характеристики реального интегрирующего звена.
4. Запишите формулы амплитудно-частотной характеристики, фазовой частотной характеристики реального дифференцирующего звена.
5. Дайте определение логарифмической амплитудно-частотной характеристики. Запишите формулу.
6. Поясните построение асимптотической логарифмической амплитудно-частотной характеристики.

## 2 ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМ КРИТЕРИЕМ РАУСА

*Устойчивость* – это способность системы, выведенной из состояния равновесия под влиянием управляющих и возмущающих воздействий, с течением времени прийти в равновесное состояние. Устойчивость системы – это свойство, которым должна обладать любая автоматическая система. Поэтому так важен анализ системы на устойчивость. Исследование устойчивости системы может быть выполнено с помощью алгебраических и частотных критериев [1,2].

Критерий устойчивости Рауса формулируется следующим образом: *для того чтобы система была устойчивой, необходимо и достаточно, чтобы коэффициенты характеристического уравнения и первого столбца таблицы Рауса были положительны.*

Таблица Рауса составляется следующим образом (таблица 2): в первую строку записываются в порядке возрастания индекса коэффициенты характеристического уравнения, имеющие четный индекс; во вторую строку – коэффициенты с нечетным индексом.

Таблица 2 - Таблица Рауса

| Номер строки | Номер столбца | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | $C_{11} = a_0$ | $C_{21} = a_2$ | $C_{31} = a_4$ | $C_{41} = a_6$ | $C_{51} = a_8$ |
| 2 | $C_{12} = a_1$ | $C_{22} = a_3$ | $C_{32} = a_5$ | $C_{42} = a_7$ | $C_{52} = a_9$ |
| 3 | $C_{13}$ | $C_{23}$ | $C_{33}$ | $C_{43}$ | $C_{53}$ |
| 4 | $C_{14}$ | $C_{24}$ | $C_{34}$ | $C_{44}$ | $C_{54}$ |
| 5 | $C_{15}$ | $C_{25}$ | $C_{35}$ | $C_{45}$ | $C_{55}$ |

Любой другой коэффициент определяется в соответствии с формулой

$$C_{k,i} = C_{k+1,i-2} - Z_i C_{k+1,i-1},\ Z_i = \frac{C_{1,i-2}}{C_{1,i-1}},$$

где $k$ – номер столбца, $i$ – номер строки.

Например, для третьей строки $Z_3 = -a_0 / a_1$; для четвертой строки $Z_4 = -a_1 / a_{13}$ и т. д. Тогда

$$C_{13} = a_2 - Z_3 a_3;\ C_{23} = a_4 - Z_3 a_5;$$

$$C_{14} = a_3 - Z_4 a_{23};\ C_{24} = a_5 - Z_4 a_{34} \text{ и т. д.}$$

Число строк таблицы равно степени характеристического уравнения плюс 1 ($n$+1); число столбцов таблицы Рауса равно целому числу от ($n$/2 + 1), где $n$ – степень характеристического уравнения.

Условие устойчивости: $C_{11}, C_{12}, C_{13}$ ... *должны быть положительны*. Если не все коэффициенты первого столбца больше 0, то система неустойчива. Число правых корней равно числу перемен знака в первом столбце таблицы.

**Задание.** Определить устойчивость по критерию Рауса замкнутой системы автоматического регулирования электроприводом (рисунок 1), которая включает объект регулирования с постоянной времени $T_0$ и коэффициентом передачи $K_0$; источник питания, имеющий параметры $T_п$ и $K_п$; регулятор ($T_{рег}$, $K_{рег}$); канал обратной связи ($T_{о.с}$, $K_{о.с}$) и канал возмущения ($K_в$). Объект описывается типовым интегрирующим звеном, остальные элементы – апериодическими.

Следует отметить, что на входе регулятора последовательно с ним целесообразно включать корректирующее устройство; его передаточная функция соответствует номеру варианта. Исходные данные для выполнения работы приведены в таблице 3.

**Порядок выполнения**

1. Найти передаточную функцию системы для задающего и возмущающего воздействия.
2. Определить характеристическое уравнение замкнутой системы.
3. Составить таблицу Рауса.
4. Сделать вывод об устойчивости системы.

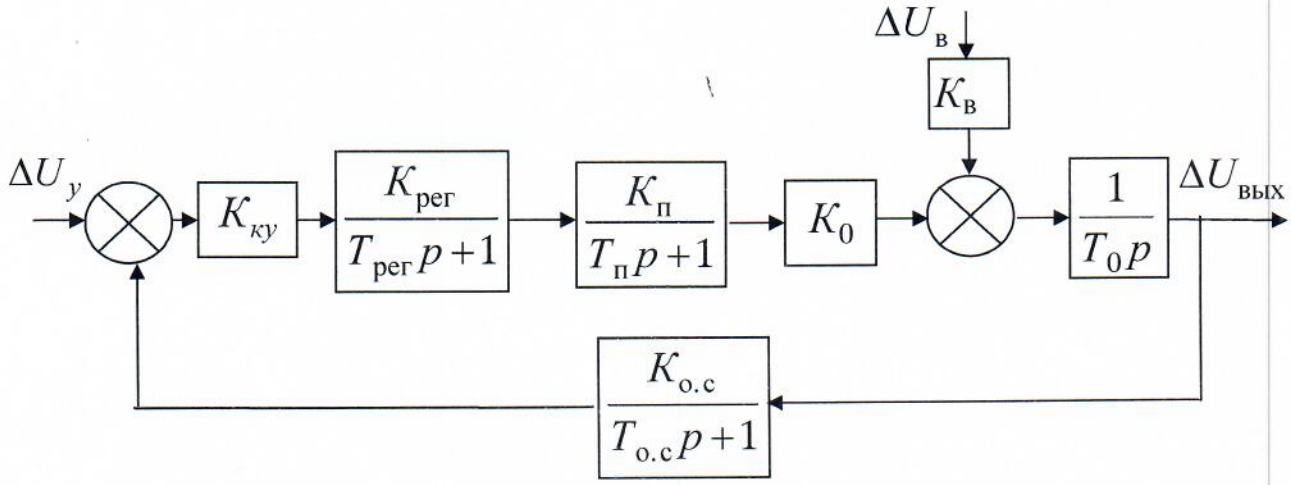



Рисунок 1 - Структурная схема системы

Таблица 3- Исходные данные

| Вариант | $K_{рег}$ | $T_{рег}$ | $K_{п}$ | $T_{п}$ | $K_0$ | $T_0$ | $K_{о.с}$ | $T_{о.с}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 11 | 0,15 | 0,1 | 0,01 | 0,25 | 0,01 | 6 | 0,01 |
| 2 | 12 | 0,2 | 0,2 | 0,02 | 0,03 | 0,02 | 7 | 0,02 |
| 3 | 13 | 0,3 | 0,1 | 0,03 | 0,2 | 0,01 | 8 | 0,03 |
| 4 | 14 | 0,4 | 0,2 | 0,01 | 0,3 | 0,02 | 9 | 0,04 |
| 5 | 15 | 0,1 | 0,1 | 0,02 | 0,4 | 0,01 | 6 | 0,05 |
| 6 | 10 | 0,2 | 0,2 | 0,03 | 0,2 | 0,03 | 5 | 0,06 |
| 7 | 11 | 0,1 | 0,3 | 0,01 | 0,15 | 0,02 | 4 | 0,07 |
| 8 | 12 | 0,2 | 0,3 | 0,04 | 0,1 | 0,01 | 3 | 0,08 |
| 9 | 13 | 0,3 | 0,3 | 0,05 | 0,1 | 0,02 | 4 | 0,07 |
| 10 | 14 | 0,4 | 0,4 | 0,01 | 0,1 | 0,03 | 5 | 0,06 |
| 11 | 15 | 0,5 | 0,1 | 0,02 | 0,05 | 0,05 | 6 | 0,05 |
| 12 | 16 | 0,15 | 0,2 | 0,03 | 0,05 | 0,01 | 7 | 0,04 |
| 13 | 12 | 0,4 | 0,1 | 0,01 | 0,2 | 0,02 | 8 | 0,03 |
| 14 | 13 | 0,1 | 0,2 | 0,02 | 0,3 | 0,04 | 7 | 0,02 |
| 15 | 10 | 0,4 | 0,3 | 0,03 | 0,2 | 0,01 | 6 | 0,09 |
| 16 | 7 | 0,2 | 0,4 | 0,01 | 0,2 | 0,02 | 5 | 0,07 |
| 17 | 8 | 0,3 | 0,3 | 0,04 | 0,3 | 0,03 | 4 | 0,05 |
| 18 | 9 | 0,2 | 0,2 | 0,05 | 0,15 | 0,04 | 3 | 0,03 |
| 19 | 10 | 0,3 | 0,1 | 0,01 | 0,12 | 0,05 | 2 | 0,04 |
| 20 | 11 | 0,4 | 0,4 | 0,02 | 0,1 | 0,01 | 8 | 0,02 |
| 21 | 12 | 0,3 | 0,3 | 0,03 | 0,05 | 0,02 | 9 | 0,06 |
| 22 | 14 | 0,15 | 0,2 | 0,01 | 0,05 | 0,03 | 1 | 0,07 |
| 23 | 15 | 0,1 | 0,1 | 0,04 | 0,1 | 0,04 | 3 | 0,08 |
| 24 | 16 | 0,2 | 0,3 | 0,05 | 0,2 | 0,05 | 5 | 0,09 |
| 25 | 17 | 0,3 | 0,5 | 0,03 | 0,15 | 0,01 | 7 | 0,06 |

**Контрольные вопросы**

1. Приведите определение устойчивости системы.
2. Дайте определение критерия устойчивости системы.
3. Определите понятие алгебраического критерия устойчивости.
4. Приведите правила заполнения таблицы Рауса.
5. Сформулируйте критерий Рауса.

## 3 ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМ КРИТЕРИЕМ ГУРВИЦА

Для определения устойчивости САУ используется характеристическое уравнение системы:

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + a_3 p^{n-3} + \ldots + a_n = 0.$$

Из коэффициентов характеристического уравнения составляется главный определитель Гурвица:

$$H = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \ldots & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & \ldots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & \ldots & 0 \\ . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & a_n \end{vmatrix},$$

где по главной диагонали располагаются коэффициенты $a_1, a_2, \ldots, a_n$; над диагональю располагаются коэффициенты с возрастающими индексами, под диагональю – коэффициенты с убывающими индексами. Под $a_0$ и над $a_n$ располагаются 0.

Критерий Гурвица формулируется следующим образом: *для устойчивости системы необходимо и достаточно, чтобы были положительны все коэффициенты характеристического уравнения и все n определителей Гурвица.*

Определители Гурвица получаются из матрицы путем отделения $k$ строк и $k$ столбцов, начиная с левого угла ($k$=1, 2, …, n):

$$\Delta_1 = | a_1 | = a_1 > 0;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0;$$

. . . . . .

$$\Delta_n > 0.$$

**Задание 1.** Передаточная функция разомкнутой системы равна

$$W_p(p) = \frac{K_p(1+0{,}1p)}{T_n p} \frac{10}{(1+p)(1+2p)}.$$

Определить, при каких значениях $K_p$ и $T_n$ система устойчива в замкнутом состоянии.

**Задание 2.** Оценить, при каких значениях $k$ замкнутая система устойчива, если передаточная функция системы в разомкнутом виде

$$W_p(p) = \frac{k}{p(1+2p)(1+4p)(1+8p)}.$$

**Задание 3.** Определить устойчивость системы по критерию Гурвица, используя значение передаточной функции, полученной при выполнении практической работы №2.

**Контрольные вопросы**

1. Приведите определение устойчивости системы.
2. Дайте определение характеристического уравнения.
3. Определите понятие критерия устойчивости системы.
4. Приведите определение алгебраического критерия устойчивости.
5. Приведите правила составления главного определителя Гурвица.
6. Сформулируйте критерий Гурвица.

# 4. ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМ ЧАСТОТНЫМ КРИТЕРИЕМ МИХАЙЛОВА

Для определения устойчивости системы частотными критериями используется характеристическое уравнение системы:

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + a_3 p^{n-3} + ... + a_n = 0.$$

Критерий Михайлова формулируется следующим образом: *линейная система n порядка устойчива, если годограф Михайлова, начинаясь в точке* $(a_n, j0)$ *на вещественной положительной полуоси, последовательно против часовой стрелки обходит n квадрантов, нигде не обращаясь в 0.*

Для построения годографа Михайлова в характеристическое уравнение подставляется $p = j\omega$. Затем выделяется действительная и мнимая часть:

$$U = a_n - \omega^2 a_2 + \omega^4 a_4 - ...;$$

$$V = \omega(a_1 - a_3\omega^2 + a_5\omega^4 - ...).$$

Годограф Михайлова начинается при $\omega = 0$ и уходит в бесконечность при $\omega = \infty$.

**Задание**. Определить устойчивость системы, приведенной на рисунке 2. Значения параметров исследуемой САУ приведены в таблице 4.

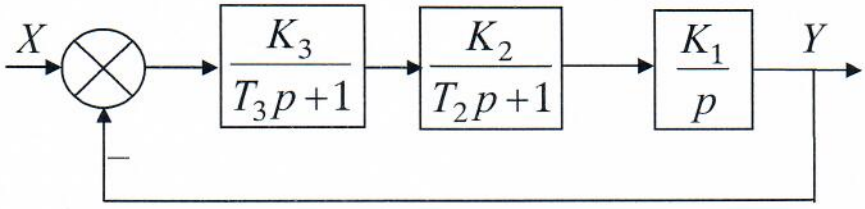



Рисунок 2 - Структурная схема системы

Таблица 4 - Параметры звеньев системы

| Вариант | $T_2$, с | $T_3$, с | $K_1$ | $K_2$ | $K_3$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,01 | 0,02 | 2 | 10 | 21 |
| 2 | 0,02 | 0,01 | 2 | 10 | 22 |
| 3 | 0,03 | 0,04 | 5 | 10 | 23 |
| 4 | 0,04 | 0,03 | 5 | 10 | 24 |
| 5 | 0,05 | 0,06 | 3 | 10 | 23 |
| 6 | 0,06 | 0,05 | 3 | 5 | 25 |
| 7 | 0,07 | 0,08 | 2 | 5 | 26 |
| 8 | 0,08 | 0,07 | 2 | 5 | 27 |
| 9 | 0,09 | 0,09 | 4 | 5 | 28 |

| Вариант | $T_2$, с | $T_3$, с | $K_1$ | $K_2$ | $K_3$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 10 | 0,1 | 0,9 | 4 | 5 | 29 |
| 11 | 0,15 | 0,8 | 1 | 3 | 20 |
| 12 | 0,2 | 0,7 | 1 | 3 | 20 |
| 13 | 0,25 | 0,6 | 2 | 3 | 19 |
| 14 | 0,3 | 0,5 | 2 | 3 | 18 |
| 15 | 0,35 | 0,4 | 4 | 3 | 15 |
| 16 | 0,4 | 0,3 | 4 | 7 | 15 |
| 17 | 0,45 | 0,2 | 5 | 7 | 14 |
| 18 | 0,5 | 0,1 | 5 | 7 | 12 |
| 19 | 0,55 | 0,15 | 6 | 7 | 10 |
| 20 | 0,6 | 0,25 | 6 | 7 | 10 |
| 21 | 0,65 | 0,35 | 7 | 3 | 6 |
| 22 | 0,7 | 0,45 | 7 | 3 | 8 |
| 23 | 0,75 | 0,55 | 8 | 3 | 4 |
| 24 | 0,8 | 0,65 | 9 | 3 | 2 |
| 25 | 0,85 | 0,75 | 9 | 3 | 10 |

**Порядок выполнения задания**

1. Составить характеристическое уравнение САУ
2. Построить годограф Михайлова.
3. Определить устойчивость САУ.

**Контрольные вопросы**

1. Приведите определение устойчивости системы.
2. Дайте определение характеристического уравнения.
3. Определите частотные критерии устойчивости.
4. Сформулируйте критерий Михайлова.

# 5 ИЗУЧЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ И ИХ СОЕДИНЕНИЙ

Целью работы является изучение нелинейных элементов, моделирование нелинейных характеристик элементов при последовательном, параллельном соединении нелинейных функциональных преобразователей и отрицательной и положительной обратной связи.

## 5.1 Формирование нелинейных характеристик

Вооружившись приемами формирования изображений и измерений, можно перейти к более детальному изучению формирования нелинейных характеристик. Эти приемы опираются на использование последовательного и параллельного соединений нелинейных функциональных преобразователей, а также отрицательной и положительной обратной связи. В таблице 5 представлены структурные модели для соответствующих соединений пары преобразователей, математическая трактовка в общем случае и для линеаризованных преобразователей, а также схемы графоаналитических расчетов.

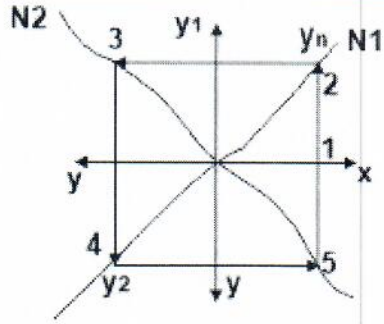
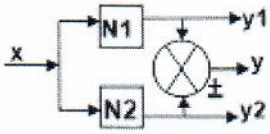
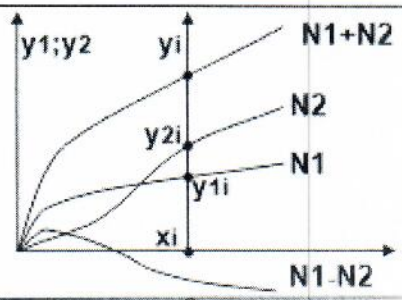
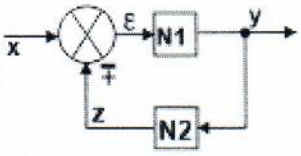
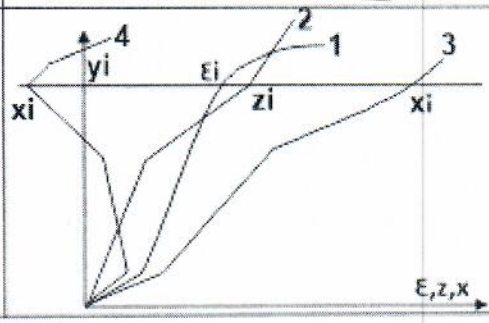
Последовательное соединение структурно представляет формирование сложной функции $y=N_2[N_1(x)]$ как функции $y=N_2(y_1)$ от функций $y_1=N_1(x)$. При линеаризации нелинейные преобразователи заменяют линейными с коэффициентами:

$$k_1 = \frac{dN_1}{dx}|x = x_0 \text{ для } N_1 \text{ и } k_2 = \frac{dN_2}{dy_1}|y_1 = y_{10} \text{ для } N_2 .$$

В этом случае $y=k_2 y_1=k_1k_2=kx$, и поэтому последовательное соединение эквивалентно одному преобразователю с коэффициентом, равным произведению коэффициентов усиления отдельных преобразователей, $k=k_1k_2$.

При графоаналитическом расчете график первой нелинейности $y_1=N_1(x)$ располагают в первом квадранте, график $y=N_2(y_1)$ — во втором, повернув его на 90° против часовой стрелки так, чтобы ось $y_1$ была общей для обоих графиков. Задавшись некоторым значением $x_i$, находят соответствующее ему значение $y_{1i}=N_1(x_i)$ (стрелка 1—2), а по этому значению $y_{1i}$ находят значение $y_1=N_2(y_{1i})$ (стрелка 2—3). При помощи вспомогательной прямом, проведенной под углом **45°** в третьем квадранте, «отражают» найденное значение y, (стрелка 3 - 4**)** и проводят горизонтальную прямую 4—5 до пересечения с вертикальной прямой 1—5. Точка пересечения 5 соответствует одной из точек искомого графика $y=N(x)$. Этот цикл повторяют для других значений x до тех пор, пока найденные точки не позволят провести через них достаточно точный график $y=N(x)$. Если последовательно включены три преобразователя, то характеристику третьего располагают в третьем квадранте вместо вспомогательной прямой.

Таблица 5 – Типовые соединения нелинейных преобразователей

| Соединение нелинейностей | Математический эквивалент | Схема расчёта |
|---|---|---|
| Последовательное: | Сложная функция: $y = N2\,[N1(x)]$; $y = k1\,k2\,x$ |   |
| Параллельное:   | Сумма функций: $y = N1(x) \pm N2(x)$; $y = (k1 \pm k2)x$ |   |
| Обратная связь:   | Обратная связь: $y=N1[x \pm N2(y)]$; $y = \frac{k1}{1 \pm k1k2}$ |   |

Параллельное соединение преобразователей представляет сумму функций $y=N_1(x)+N_2(x)$. При линеаризации $y=k_1x+k_2x=(k_1+k_2)x=kx$, что эквивалентно одному преобразователю с коэффициентом k, равным сумме коэффициентов преобразователей. Графоаналитический расчет состоит в совмещении осей координат графиков $N_1$ и $N_2$ и в алгебраическом суммировании их ординат $y_{1i}$ и $y_{2i}$ для определенных значений x. Уравнения связи и уравнение замыкания можно представить в виде

$$y = N_1(\varepsilon),$$
$$z = N_2(y),$$
$$\varepsilon = x \pm z.$$

Для пары преобразователей, охваченных обратной связью (ОС) (знак «-» соответствует отрицательной, «+» — положительной ОС), система уравнений приводится к соотношению $y=N_1\,[x \pm N_2\,(y)]$, откуда нельзя в явном

виде выразить зависимость выходной переменной от входной ОС. Если зависимости $y=N_1(\varepsilon)$ можно поставить в соответствие обратную зависимость $\varepsilon=N_1^{обр}(y)$, то систему уравнений связи можно переписать в виде:

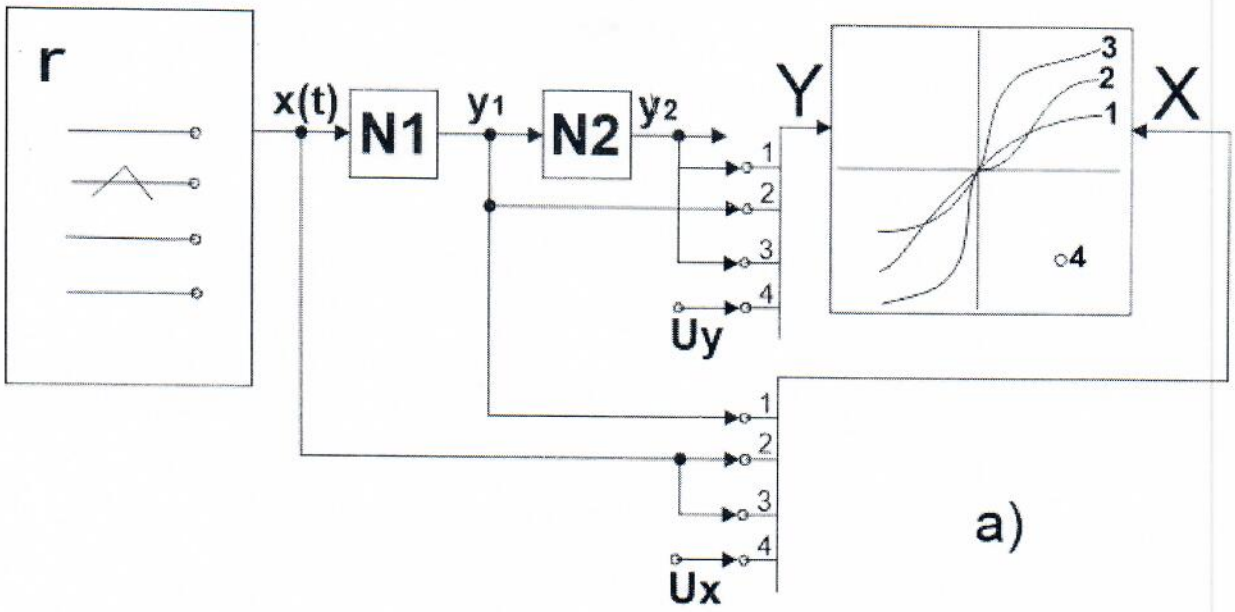
$$\varepsilon = N_1^{обр}(y),$$

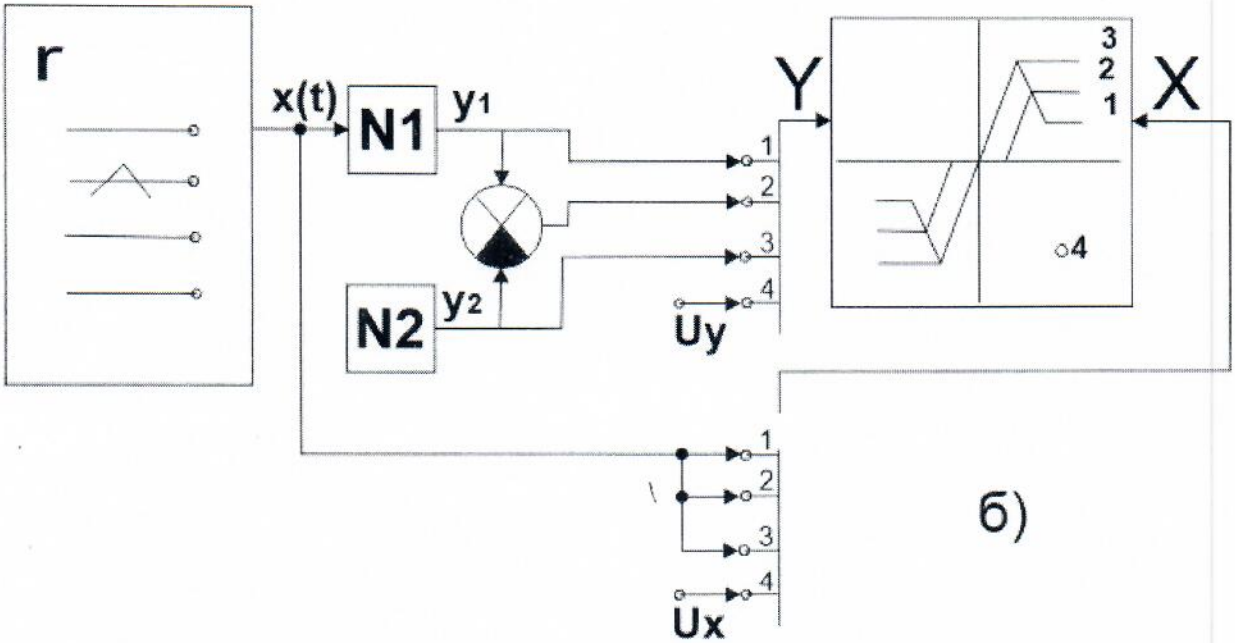
$$z = N_1(y)$$

и действовать в обратном направлении — рассчитывать входную переменную x как алгебраическую сумму $x=\varepsilon \pm z$ двух функций от переменной y, $x=N_1^{обр} \pm N_2(y)$ аналогично построениям для параллельного соединения, где знак «+» соответствует отрицательной, «-» — положительной ОС. Поскольку график 1 $y=N_1(\varepsilon)$ уже построен в привычном виде, удобнее перестроить в тех же осях второй график $z=N_2(y)$, используя ось $\varepsilon$ одновременно в качестве оси z. Получившийся график 2 представит зависимость $y=N_1^{обр}(z)$. Далее, задавая значения $y_i$, проводят горизонтальные прямые $y=y_i$ находят соответствующие значения $\varepsilon_i(y_i)$ и $Z+(y_i,)$ и значения $x_i = \varepsilon_i+z_i$, для отрицательной ОС (график 3) или $x_i = \varepsilon_i-z_i$ для положительной ОС (график 4).

Освоение принципов графоаналитического расчета характеристик дает ключ к анализу конкретных случаев, пониманию на этой основе общих закономерностей формирования нелинейных характеристик и к освоению практических приемов синтеза. Однако расчеты вручную требуют большой кропотливой рутинной работы, в процессе которой за частными задачами легко потерять из виду главную цель. Использование АВК-6 превращает эту работу в достаточно увлекательную «игру для взрослых», напрямую ведущую к пониманию основных принципов.

На рисунке 3 показаны схемы для изучения характеристик последовательного (а), параллельного (б) и обратно-связанного (в) соединений пары нелинейных преобразователей. В качестве преобразователей $N_1$ и $N_2$ можно использовать как отдельные компоненты сменного блока «нелинейность», так и пару или больше таких блоков. Коммутатор позволяет совместить характеристики отдельных нелинейностей с общей характеристикой нелинейной системы и с контрольной точкой; цифры на графиках соответствуют тактам коммутатора, коммутации.


r
x(t)
N1
y1
N2
y2
Y
X
3
2
1
4
Uy
Ux
а)


r
x(t)
N1
y1
N2
y2
Y
X
3
2
1
4
Uy
Ux
б)

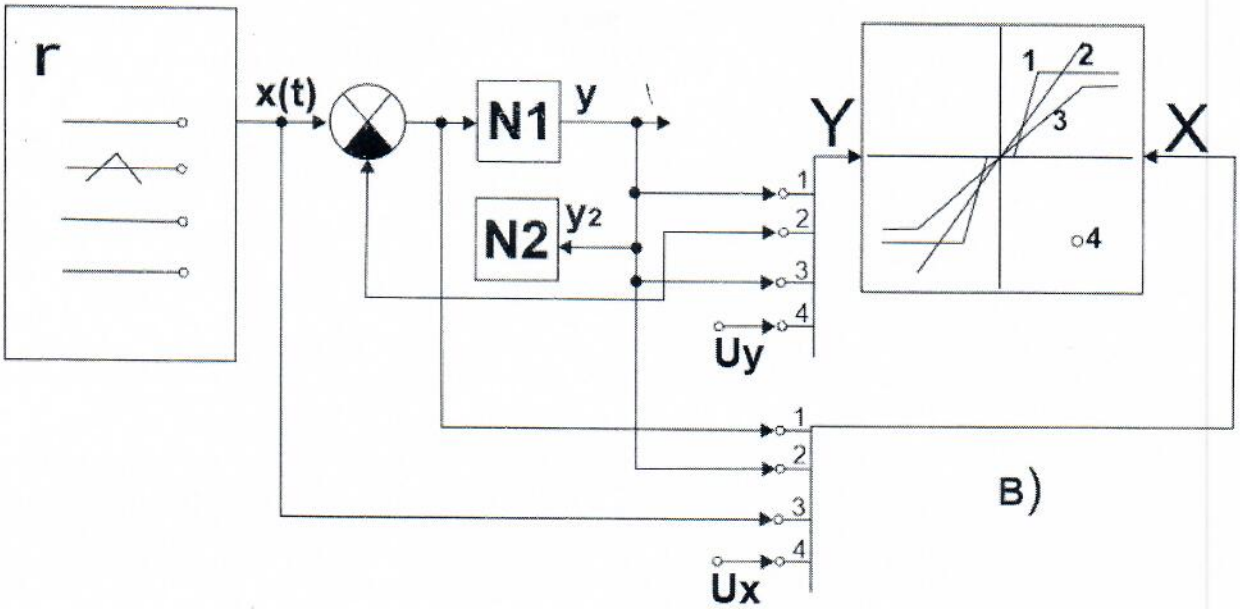



Рисунок 3 - Схема изучения характеристик соединений нелинейных преобразователей, где а) - последовательное, б) - параллельное, в) -обратно-связанное соединения

### 5.2 Изучение нелинейных характеристик

Схемы с использованием блока «Нелинейность» для изучения нелинейных статических характеристик приведены на рисунке 4.

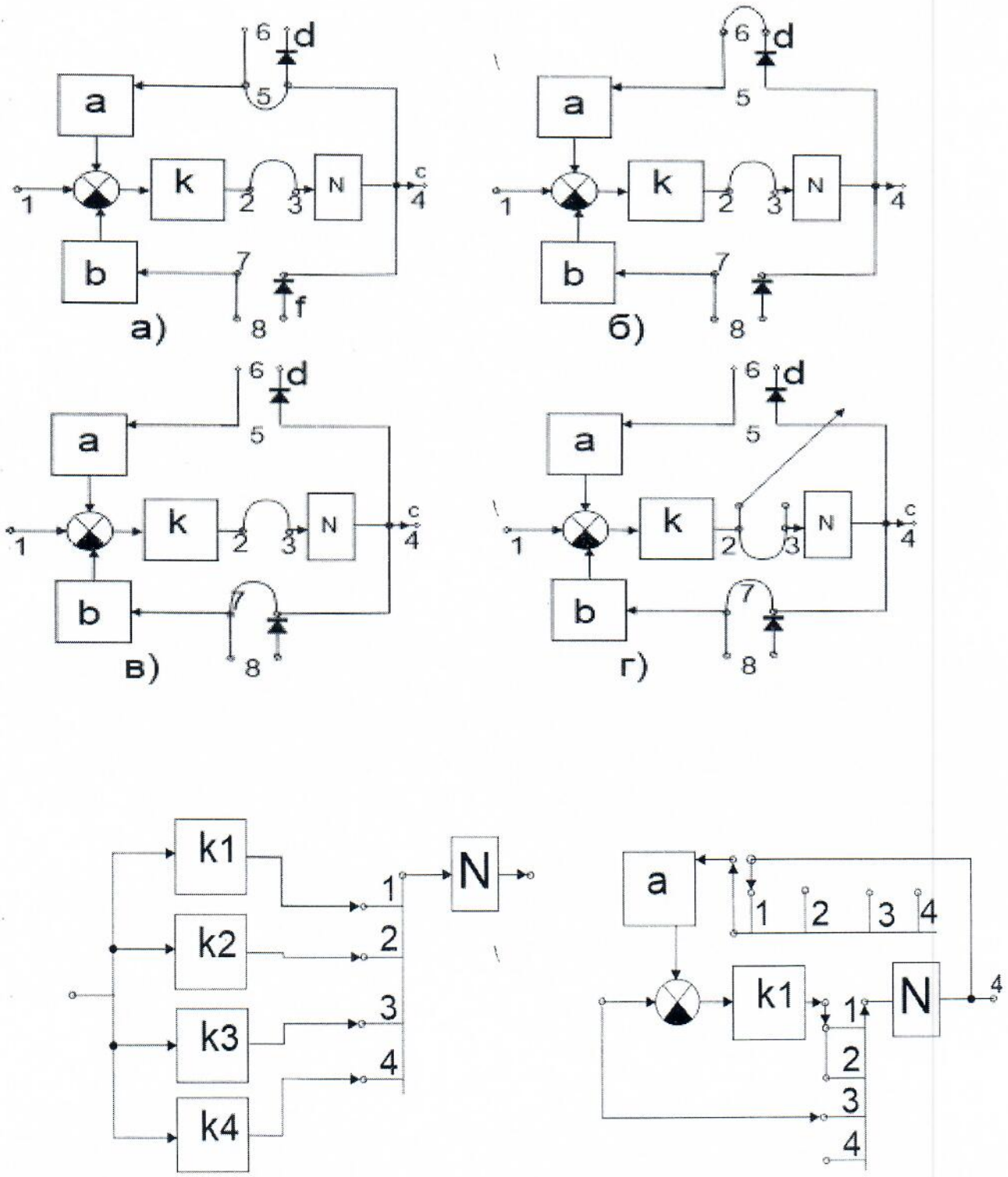



Рисунок 4 - Схемы формирования статических характеристик на нелинейном блоке с помощью: а – отрицательной двухполярной ОС; б – положительной однополярной ОС; в – отрицательной ОС; г – включением нелинейности в обратную связь; д – варьированием коэффициента усиления; е – изменением структуры связей

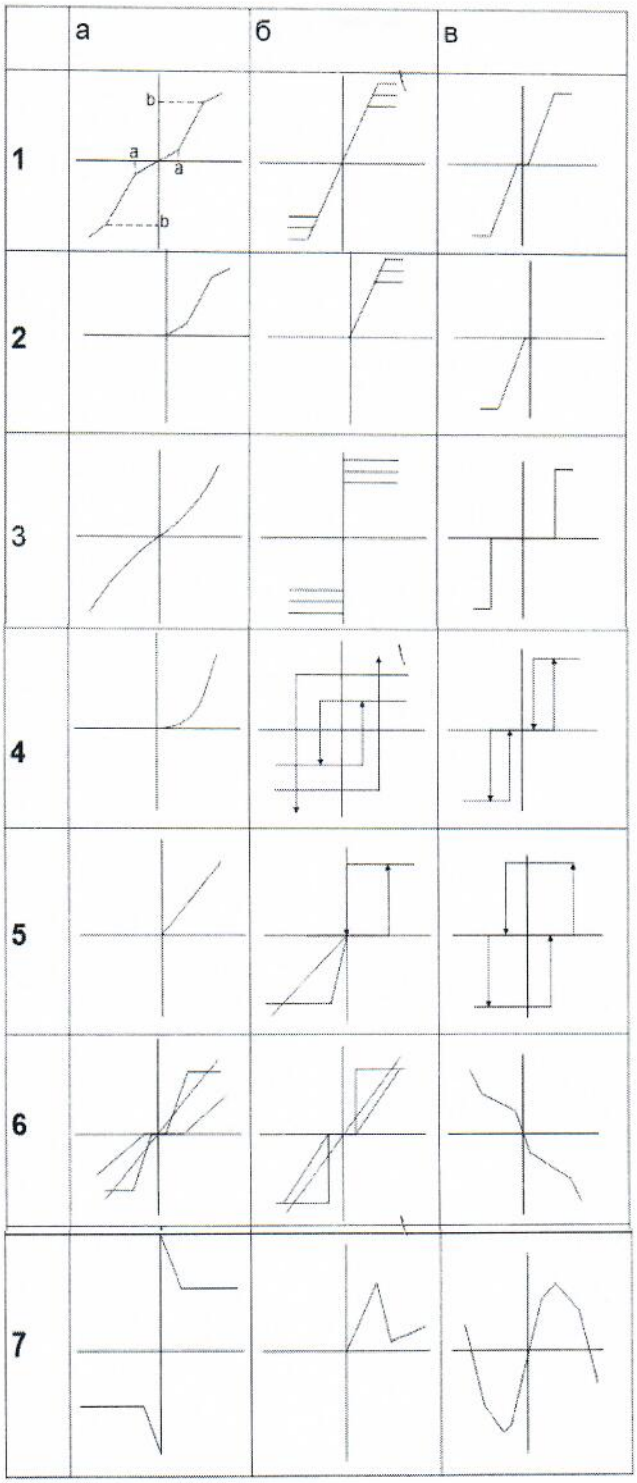



Рисунок 5 - Характеристики, формируемые при использовании одного блока «Нелинейность»

Блок «Нелинейность» удобно использовать для изучения характеристик последовательного соединения линейного усилителя с нелинейным преобразователем без ОС и при охвате их положительной и отрицательной ОС. Варьируя коэффициент усиления k, легко убедиться, что при его увеличении график обшей нелинейной зависимости сжимается, а при уменьшении — растягивается по оси x . Для замыкания (рисунок 4,а) устанавливают пере-

мычку между гнездами 5, коэффициент ОС регулируют потенциометром а. Для отрицательной ОС перемычку переставляют в гнезда 7, а коэффициент ОС регулируют потенциометром b (рисунок 4,в).

На рисунке 5 приведены типовые нелинейные характеристики. Исходную характеристику блока (1,а) легко трансформировать в характеристики типа «усилитель с насыщением» (1,б) и «зона нечувствительности» (1.в), из которых при помощи диодов блока можно выбрать соответствующие ветви (2,а)—(2,в). Настройкой элементов можно приблизить характеристику к виду y=x|x| (3,а) типа «вязкое трение» квадратичного (4,а) или линейного (5,а) детекторов.

Охват положительной ОС позволяет трансформировать характеристику (1,б) к виду «идеальное поляризованное реле» (3,б) и «поляризованное реле с гистерезисом» (4.б), а характеристику (1, в)— к виду «идеальное трехпозиционное реле» (3,в) и «трехпозиционное реле с гистерезисом» (4,в) и (3,в).

Некоторые характеристики, полученные на одном нелинейном блоке по схемам на рисунке 4, можно получить, замыкая ОС только для одной полярности выходного сигнала (рисунок 4,б). При этом график в первом квадранте представит результат расчета общей характеристики по характеристике прямой связи в системе без ОС (позиция 5,б на рисунке 5), изображенной в третьем квадранте. Для отрицательной ОС при b = 1 удобно наблюдать, как увеличение коэффициента «спрямляет» нелинейность в цепи прямой связи. На графиках 6,а и 6,б показаны характеристики y=N(x) системы без ОС (7) и с ОС (2) и прямой y=x(3) для двух разных значений коэффициента усиления k. Варьируя коэффициент b при максимальном k, легко убедиться, что при большом общем усилении в контуре ОС характеристика системы с ОС стремится к виду $y = 1/b\,x$. График 6в, иллюстрирует формирование характеристики, обратной включенной в цепь ОС (рисунок 4,г). Этот график обнаруживает, что на самом деле каждый из активных элементов блока «усилитель k» и «нелинейность N» в отдельности инвертирует сигнал, в то время как при их последовательном соединении двойная инверсия обеспечивает формирование «прямой» нелинейной характеристики в соответствии с обозначениями на фальшпанели. Схемы на рисунке 4,д,е иллюстрируют дополнительные возможности коммутатора при изучении механизмов формирования нелинейных характеристик. В первом случае коммутатор использован для формирования семейства характеристик при вариациях коэффициента усиления, во втором - для варьирования структуры системы. Каналы коммутатора используются в качестве перемычек, замыкающих в определенные такты соединения между элементами системы в цепях прямой и образной связи. В первом такте замкнуты обе связи, и поэтому можно наблюдать характеристику системы с ОС. Во втором замкнута прямая связь, а обратная разомкнута - можно сформировать характеристику канала прямой передачи сигнала. В третьем такте обе связи разомкнуты, а на вход нелинейности подан тот же сигнал, что и на вход 7 блока — можно наблюдать характеристику функционального преобразователя N. В четвертом такте все связи разомкнуты, и поэтому можно сформировать характеристику цепи ОС или какое- либо вспо-

могательное изображение. Для окончательного оформления набора графиков на экране индикатора используют третий канал коммутатора, который на рисунке 4,е не показан.

В нижнем ряду на рисунке 5 показаны нелинейные характеристики, аппроксимирующие «сухое трение» (7,а), ампервольтную характеристику туннельного диода или тиристора (7,б) и синусоиду (7 в). Их удобно формировать посредством параллельного соединения нелинейностей, реализуемых на нескольких сменных блоках с использованием эталонов, делителей и сумматоров служебного и сменных блоков.

Схема на рисунке 6 иллюстрирует формирование асимметричных характеристик, например, вида $y=-x^2$ или $y=-|x|$. Чтобы получать такие характеристики без инверсии, выход диода 6 надо соединить с нижним входным гнездом 7 или 8, а выход диода 8 - с верхним входным гнездом 5 или 6.

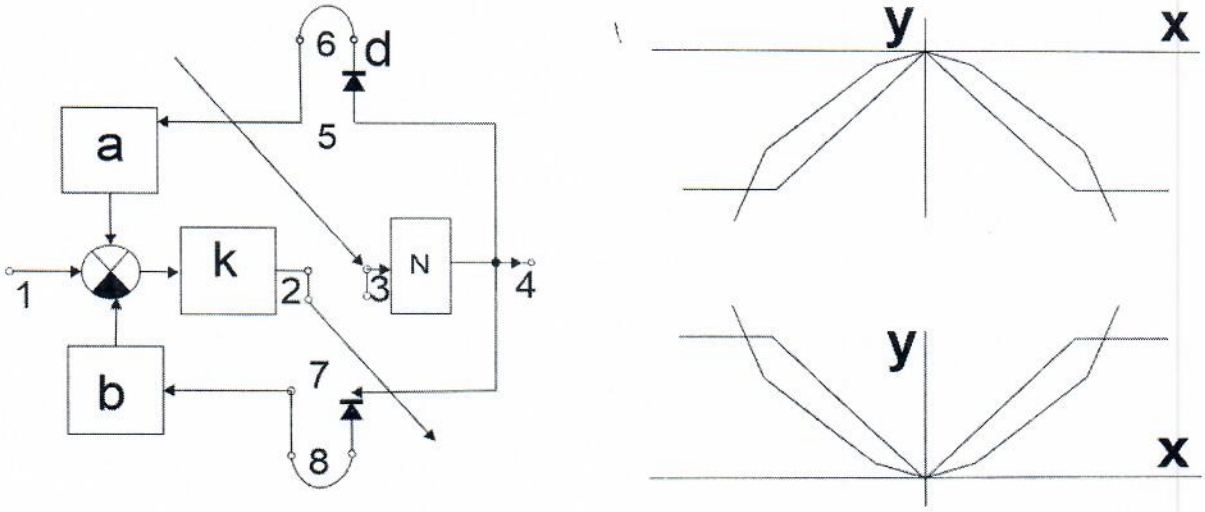



Рисунок 6 - Формирование осесимметричных характеристик

Нелинейность типа «люфт» формируют при помощи нелинейности типа «поляризованное реле с зоной нечувствительности» и интегратора, охваченных отрицательной ОС (рисунок 7 а, б). Использование в той же схеме нелинейности типа «поляризованное реле с зоной нечувствительности и гистерезисом» дает ступенчатую нелинейность типа характеристики АЦП (рисунок 7 в, г).

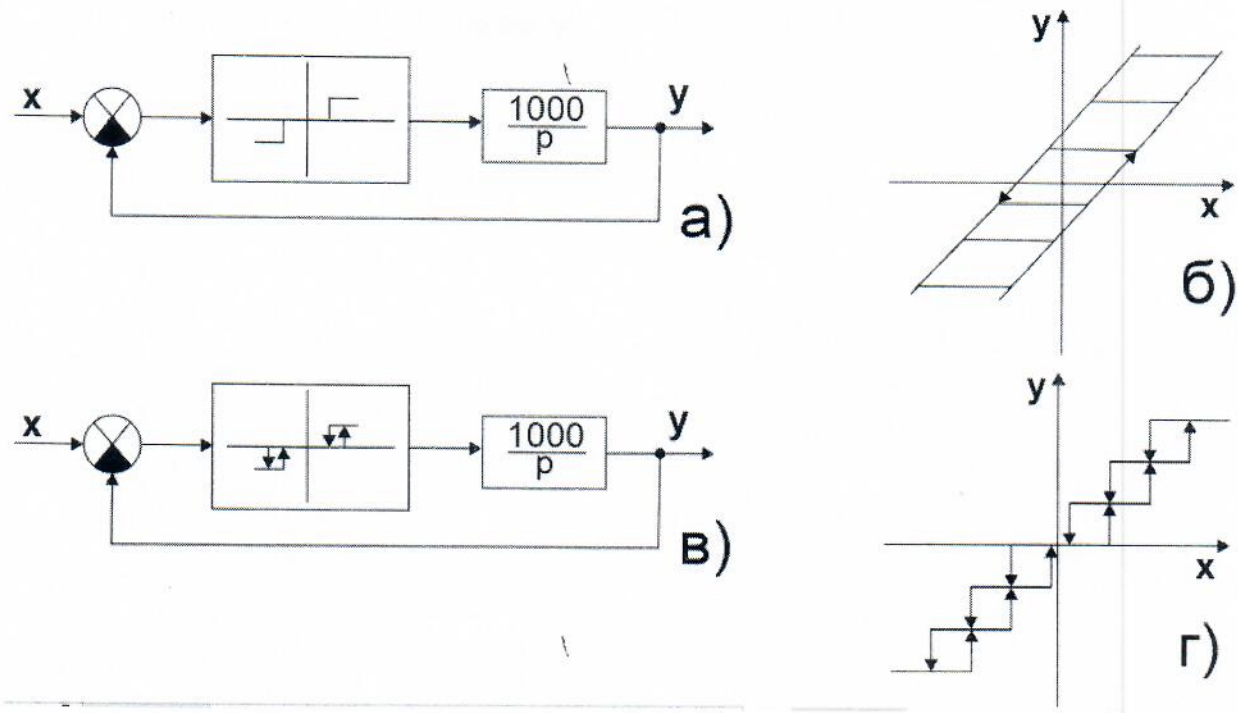



Рисунок 7 - Формирование неоднозначных характеристик типа «люфт» (а, б) и ступенчатой характеристики АЦП (в, г)

**Порядок выполнения работы и содержание отчета**

1. Подготовить АВК-6 к работе, внимательно изучив указания.
2. Изучить блок «Нелинейность», рассмотрев влияние коэффициентов усиления и обратно связи на характеристику блока.
3. Сформировать характеристики нелинейных элементов типа «элемент с зоной нечувствительности», «идеальное поляризованное реле», «поляризованное реле с гистерезисом», «люфт». Получить семейство характеристик, изменяя коэффициент усиления. Построить изображение. Изучить осесимметричные характеристики элементов.
4. Собрать схему последовательного соединения блоков «Нелинейность», описать таблицы коммутаций. Построить изображение.
5. Собрать схему параллельного соединения блоков «Нелинейность», описать таблицы коммутаций. Построить изображение.
6. Собрать схему соединений блоков «Нелинейность» с обратной связью, описать таблицы коммутаций. Изучить влияние коэффициента обратной связи. Построить изображение.

**Контрольные вопросы**

1. Приведите определение статической характеристики элемента системы.
2. Дайте определение нелинейного элемента.

3. Нарисуйте и запишите статическую характеристику типа «усилитель с насыщением».
4. Нарисуйте и запишите статическую характеристику типа «зона насыщения».
5. Нарисуйте и запишите статическую характеристику типа «двухпозиционное реле».
6. Нарисуйте и запишите статическую характеристику типа «идеальное трехпозиционное реле».
7. Приведите результирующую статическую характеристику последовательно соединенных нелинейностей.
8. Приведите результирующую статическую характеристику параллельно соединенных нелинейностей.
9. Приведите результирующую статическую характеристику обратного соединения нелинейностей.

# 6 ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ МЕТОДОМ ФАЗОВОЙ ПЛОСКОСТИ

Целью лабораторной работы является изучение метода фазовой плоскости применительно к анализу движения материальной точки при помощи аналогового вычислительного комплекса АВК-6.

## 5.1 Исследование переходных процессов

Знакомство с приемами исследования переходных процессов удобно начать, используя в качестве объекта исследования сменный блок «интегратор». Мнемосхема его передней панели показана на рисунке 8.

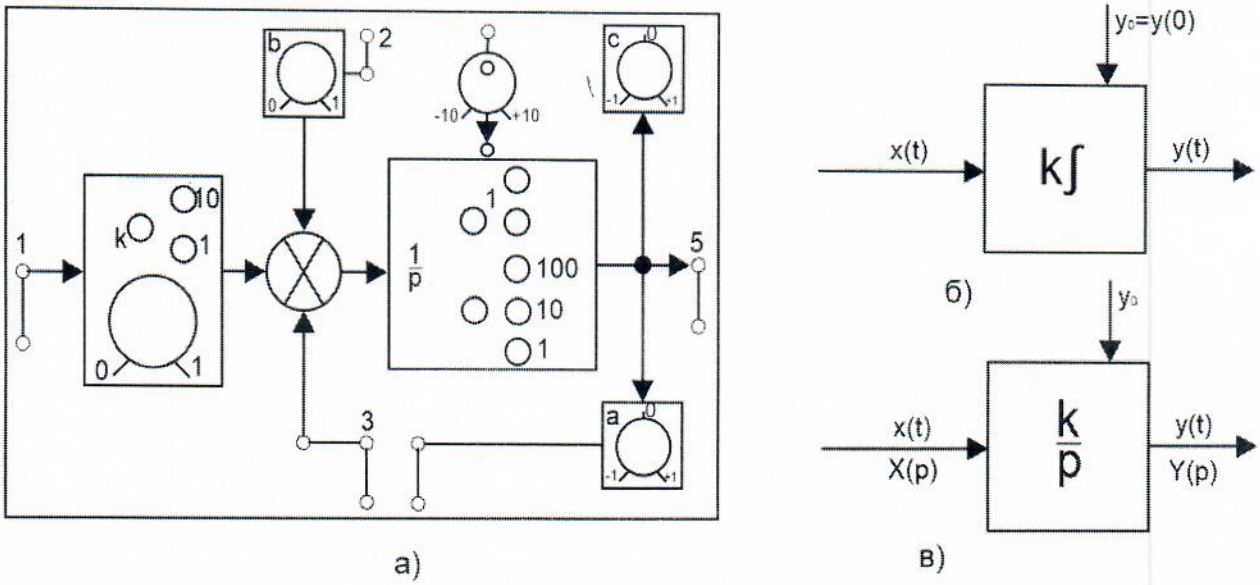



Рисунок 8 - Сменный блок “интегратор”: его передняя панель (а) и варианты обозначения преобразователя интегрирования (б, в)

Блок k позволяет регулировать коэффициент передачи сигнала от 0 до 1 или от 0 до 10 в зависимости от установки перемычки между левым и одним из двух правых гнезд 7 или 10. выходной сигнал блока k можно суммировать с сигналами, подаваемыми на входы 2 и 3. Коэффициент b можно плавно регулировать от 0 до 1. Выход сумматора соединен со входом преобразователя «интегратор».

Преобразователь «интегратор» обозначен символом ∫ или соответствующим ему оператором Лапласа 1/p. Установка перемычки между гнездами 1 превращает этот блок в повторитель сигнала. Установка же перемычки между нижним левым гнездом и одним из трех правых 100, 10 или 7 задает временной масштаб интегратора $k_и$. Верхнее гнездо соединяют перемычкой с выходом задатчика начального условия. Выход интегратора соединен с гнез-

дами 5 и входами коэффициентов а и с, каждый из которых можно плавно рейдировать от -1 до +1. Выходные гнезда 4 коэффициента **а** расположены так, чтобы их удобно было соединять стандартной перемычкой с входными гнездами 3 сумматора.

Расстояния между гнездами не позволяют соединять их неправильно стандартными перемычками, не деформируя последние «грубой силой».

Варианты упрощенного обозначения преобразователей одного входного сигнала x(t) в один выходной y(t), реализуемых на сменном блоке «интегратор», показаны ни рисунке 8 б,в. Если надо показать суммирование двух входных сигналов, ОС, замыкаемую перемычкой 3 - 4, или «ветвление» с применением коэффициентов о и с для масштабирования или инвертирования сигналов, используют более подробные схемы.

Схема (рисунок 9) для исследования переходных характеристик дополнена на рисунке 9,а коммутатором; объектом исследования является сменный блок «интегратор». На его вход поданы прямоугольные импульсы, развертка по горизонтали осуществляется треугольным сигналом. В первом такте на экране представлен выходной сигнал интегратора 1, во втором — горизонтальная линейка 2, в третьем — сигнал 3 на входе интегратора. В четвертом такте чуть позже можно сформировать измерительную линейку y=x(4).

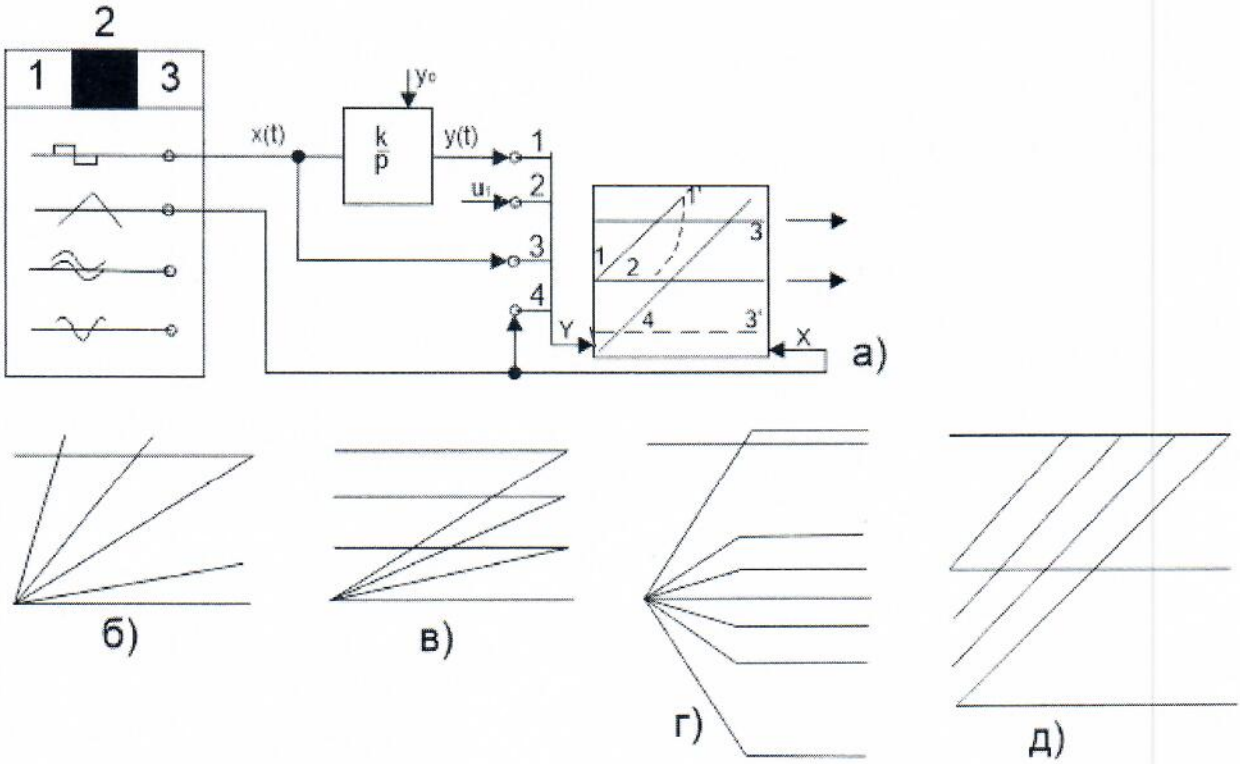



Рисунок 9 - Исследование блока “интегратор": а - режим интегрирования; б - варьирование k и T; в - изменение входного сигнала; г - изменение коэффициентов а и с; д - варьирование начальных условий

Переходные характеристики исследуют в режиме периодического интегрирования - нажата клавиша 2 переключателя режимов в ГСС. При этом в

течение положительной полуволны прямоугольных импульсов происходит интегрирование, а во время второго полупериода - ввод начальных условий. Если гнездо для ввода начального условия в блоке 1/р свободно, то вводите Уо=0. Штриховой линией на графиках рисунка 4а показаны участки осциллограмм для второго полупериода - отрицательный полупериод прямоугольников 3 и процесс установки начального условия 1. Их гасят установкой перемычки между левым и центральным Z гнездами блока «индикатор» в служебном модуле.

Интегратор преобразует «входной сигнал x(t) в выходной y(t) в соответствии с соотношением:

$$y(t) = y_0 + \int x(r)dr$$

Если x(t)=k$u_m$l|t|,то $y(t) = y_0 + \int_0 ku_m dr = y_0 + ku_m t$ , на экране появится наклонный отрезок. При $y_0$=0 он начинается из начала координат (1=0, y=0). Наклон зависит от амплитуды входной ступеньки **и т,** коэффициента k и скорости развертки по горизонтали.

В конце такта интегрирования при t = $t_k$=T/2, где T — период колебаний ГСС, y($t_k$)=к$u_m$T/2. Рисунок 9,б иллюстрирует деформации графика при $u_m$=const и вариациях k и T. Скорость интегрирования имеет смысл выбрать максимальной, установив в блоке 1/р масштаб k=100. Тогда для «ступеньки» на входе $X_т$=10 В (1 отн. ед.) в конце такта интегрирования y($t_к$)=10 В (1 отн. ед.) при $t_k$= 1/100 с, что соответствует частоте ГСС f=1/T=50 Гц, поскольку T=2$t_k$. При такой частоте изображение на экране не мелькает и, варьируя коэффициент k, удобно наблюдать, как зависит от k (левый блок на рисунок 8,а) наклон переходной характеристики h(c) интегратора (рисунок 8,b), Совместив правый конец отрезка y ($t_k$) с концом графика +$u_m$ и варьируя величину $u_m$, удобно наблюдать деформацию графика y(t) а зависимости от $u_m$, (рисунок 8,в). Выставив максимальные значения k и $u_m$ , следует познакомиться с возможностями коэффициентов а и с (рисунк 8,г). Горизонтальные участки графиков $y_a$(t)=ay(t) и $y_c$(t)=cy(t) соответствует насыщению ОУ интегратора, о чем можно судить также по свечению светодиодов.

Перемычка между выходным гнездом задатчика начального условия и верхним гнездом в блоке 1/р позволит варьировать начальное условие $y_0 = y(0)$ (рисунок 8,д). Сформировав в четвертом такте график н=х, можно использовать его для измерения коэффициента k. При помощи начального условия начало осциллограммы y(t) совмещают с левым концом отрезка y=X, а затем совмещают оба эти отрезка, варьируя частоту ГСС. Если амплитуды треугольников и входной ступеньки составляют 10 В, то k = 1/$t_k$, где $t_k$=T/2 - показания измерителя длительности, мс.

Освоившись с интегрированием ступеньки, интересно проинтегрировать синусоиду, косинусоиду и треугольники, проверяя в каждом случае экспериментальный график аналитическим расчетом. Вернувшись к ступеньке на входе, полезно изучить, как деформируют переходную характеристику интегратора с ОС вариации коэффициента а, и убедиться аналитически, что вращение этой ручки перемещает корень характеристического уравнения λ+a=0

или полюс передаточной функции $W(p)=l/(p+a)$ по отрезку (-1; +1) действительной оси комплексной плоскости ($\sigma$, $j\omega$).

Механическим аналогом может быть одномерное движение материальной точки массы $T=1/k$ под действием сил тяги $f(t)=и(t)$ и трения $f_{тр}(t)=av(t)$, причем трение может быть как «обычным» ($-1 \leq a \leq o$), так и «отрицательным» ($0 \leq a \leq 1$).

Далее к выходу первого интегратора надо подключить второй и подготовиться к одновременному наблюдению осциллограмм их выходных сигналов (рисунок 10,а).

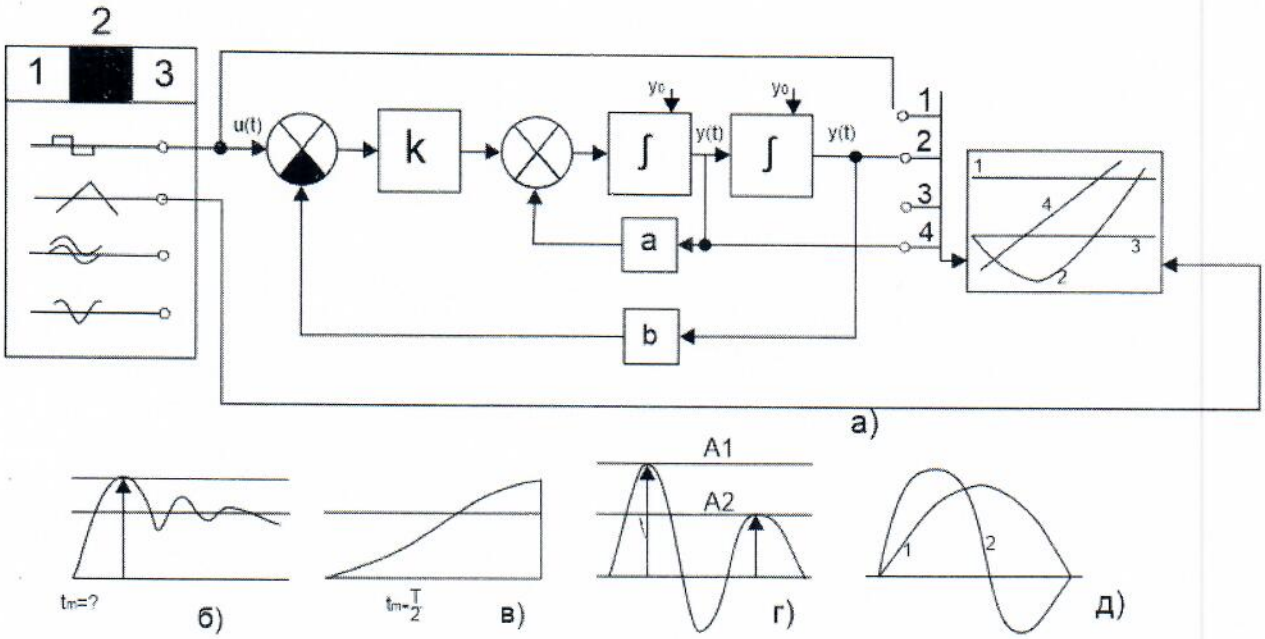



Рисунок 10 - Исследование системы второго порядка: а – система исследования; б - измерение амплитуды второго выброса; в - измерение времени; г - измерение затухания; д - “растяжка" осциллограммы

В первом такте на экране индикатора представлена сила u(t), действующая на точку массой т и создающая ускорение w(t)=ku (t)= (1/m)u(t), во втором — положение точки:

$$y(t) = y_0 + \int_0^t y(r)dr\,,$$

в четвертом - ее скорость:

$$\vartheta(t) = y(t) = y_0 \int_0^t w(r)dr.$$

Третий такт использован для формирования оси X=t или горизонтальной измерительной линейки y=$E_{ч}$. Осциллограммы соответствуют равноускоренному движению точки (a=0 и b=0) при отрицательной начальной скорости $\vartheta(0) = y(0) < 0$ и начальному положению s(0)=y(0)=0. Варьируя a при b=0 и наблюдая деформации осциллограмм, полезно сопоставлять их с понятными особенностями движения при наличии трения.

Если два интегратора охватить общей ОС (b≠0), то получится модель маятника. При отрицательной ОС модель представляет обычный маятник, при положительной - перевернутый. Эти наглядные аналоги удобно использовать для интерпретации осциллограмм, наблюдаемых на экране индикатора.

Для измерения амплитуды колебаний используют горизонтальную линейку (рисунок 10,б). Чтобы измерить поточнее время максимума $t_m$, осциллограмму полезно «растянуть» изменением частоты ГСС, как показано на рис.5,в. Более точно можно измерить затухание и период колебаний, пользуясь осциллограммой скорости (рисунок 10,г). Выбором частоты ГСС эту осциллограмму можно растягивать, как показано на рисунок 10,г. Для осциллограммы 1 измеритель

длительности покажет время $t_m$, для осциллограммы 2 - период колебаний $T_к$. Точность измерений позволяет обнаружить отличие собственной частоты колебаний в переходном процессе

$w_i = w_0\sqrt{1-2\varepsilon^2}$ от частоты $w_m = w_0\sqrt{2\varepsilon^2}$ максимума амплитудно-частотной характеристики, где $\varepsilon = \frac{b}{\omega_0}, \beta = \frac{1}{T_k}\ln\frac{A_1}{A_2} = \frac{a}{2}$.

Режим 2 периодического интегрирования с заданием начальных условий обеспечивает тождественность модельного математического эксперимента аналитическому расчету. Вместо прямоугольных импульсов можно использовать в качестве входного сигнала постоянное напряжение или любые другие сигналы, сформировав их средствами АВК-6.

В режиме непрерывного интегрирования (нажата кнопка 1 ГСС) на экране индикатора видна реакция модели на последовательность прямоугольных импульсов. При движении луча индикатора слева направо развертывается реакция на положительный перепад входного сигнала, при движении луча справа налево - на отрицательный. Пример изображения на экране индикатора показан на рисунок 11,а. Если представляет интерес лишь одна из половин осциллограммы, то вторую часть можно погасить, установив перемычку между Z-входом индикатора и одним из гнезд (рисунок 11,б,в).

Режим 1 моделирует ситуацию, возникающую при исследовании средствами ИИС АВК-6 реальных объектов и систем. Они «сами» «списывают себя» дифференциальными уравнениями и «сами» их «решают» в режиме «непрерывного интегрирования». Поэтому, используя АВК-6 для уподобления реальному объекту его теоретической модели, последнюю надо ставить в те же условия, которые свойственны самому объекту.

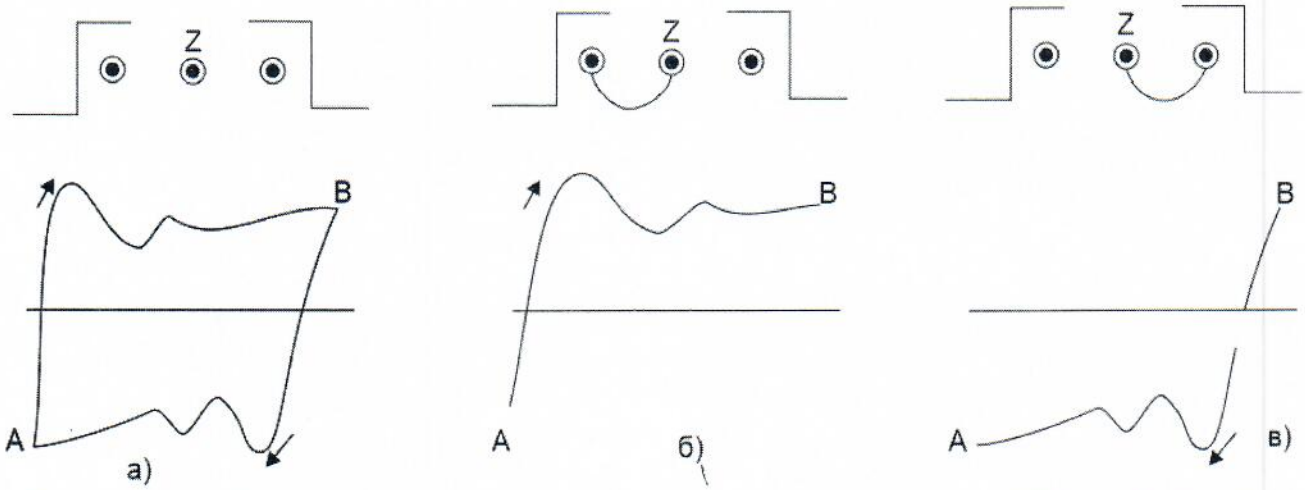



Рисунок 11 -Управление яркостью луча: а - гашение отсутствует, б - погашен обратный ход луча; в - погашен прямой ход луча

## 5.2 Исследование фазовых траекторий

Чтобы получить на экране индикатора фазовую траекторию, выходной сигнал объекта или модели надо подать на вход X индикатора, а его производную - на вход Y. На рисунке 12,а показана схема для изучения метода фазовой плоскости применительно к анализу движения материальной точки. Выходная переменная y(t) - положение точки; $y(t) = u(t)$ - ее скорость. Чтобы иметь возможность задавать произвольные начальные условия y(0)= $y_0$ и y(0)=Уо, используют режим периодического интегрирования - нажата кнопка 2 ГСС. При отсутствии трения a=0. Коэффициент k=l/m представляет закон Ньютона, описывающий преобразование силы u(t) в ускорение точки $У(t)$= (1/m)u(t).

Изучение фазовых траекторий удобно начать с полезных практических случаев, когда сила может принимать только значения $u(t)=+u_m$; $u(t)=-u_m$ и u(t)=0. Значение $+U_m$ можно задавать прямоугольными импульсами ГСС, как показано на рис.6. Удобно также просто поочередно подавать на вход модели соответствующие сигналы от эталонов.

Для $U(t)=+U_m$ ускорение $y(t) = ku_m$ скорость:

$$y_0(t) = y_0 + \int y(r)dr = y_0 + ku_m t$$

перемещение (положение):

$$y(t) = y_0 + \int_0^1 y(r)dr = y_0 + y_0 t + ku_m \frac{t^2}{2}.$$

Соотношения для $У'(t)$и y(t) задают на плоскости (y,y'), кривую У'=f(y) - параметрически, через параметр t . Для этого случая легко исключить параметр t и получить аналитическое выражение для фазовой траектории. Это полезно делать, рассматривая осциллограммы фазовых координат y' (t) и y(t) при помощи схемы на рисунке 10,а и «сворачивая» их в фазовые траектории при помощи схемы на рисунке 12,а. Для получения устойчивых изображений используют ускоренный временной масштаб ($к_и$= 100). Чтобы при этом наблюдать, как развертывается фазовая траектория во времени, варьируют частоту периодизации, задаваемую ГСС. На графиках в обозначении индикатора на рисунке 12,а направления движения изображающей точки по фазовой траектории показаны стрелками.

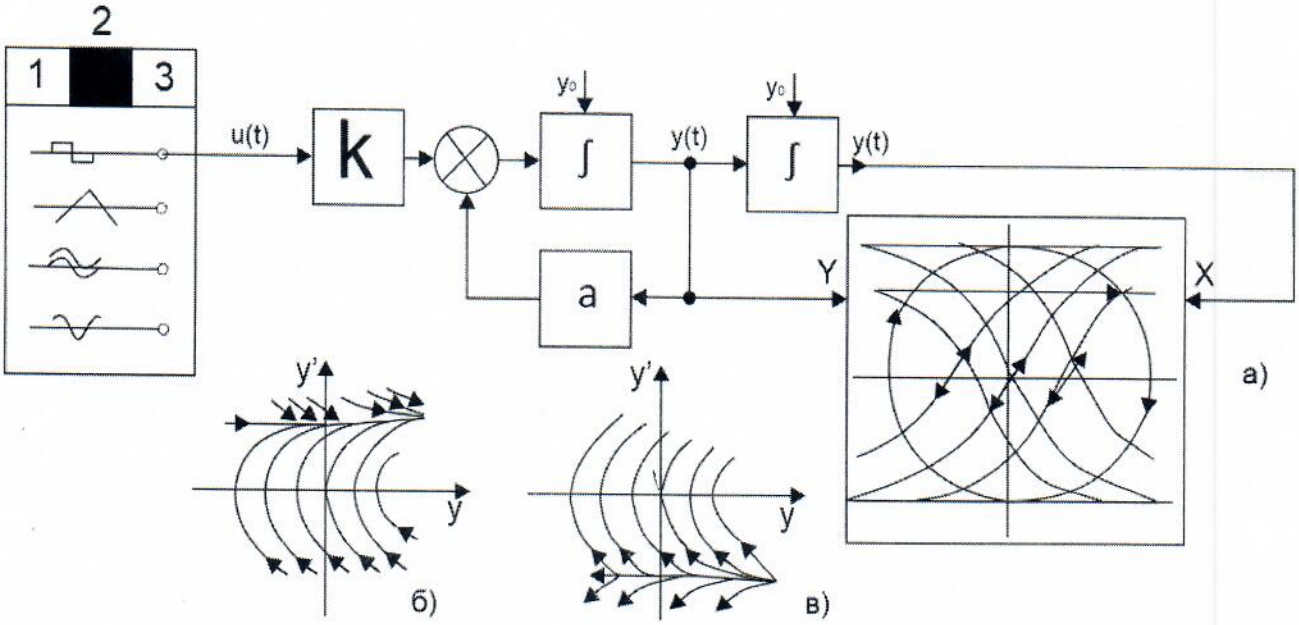



Рисунок 12 - Исследование фазовых траекторий: схема исследования (а), примеры фазовых траекторий для a<0 (б) и a>0 (в)

Варьируя коэффициент a, интересно наблюдать, как изменяются фазовые траектории в зависимости от характера трения («нормального» или «отрицательного») и от коэффициента трения. ~~Траектории~~ для u(t)=$u_m$, при a <0 показаны на рисунке 12,б, при a>0 - на рисунке 12,в.

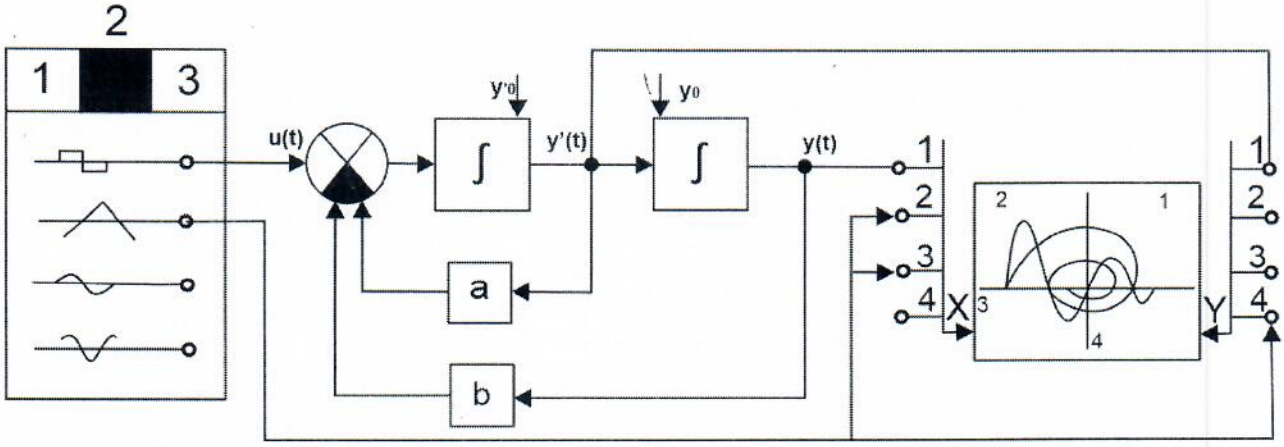



Рисунок 13 - Использование коммутатора для совмещения изображений фазовых и временных траекторий

В схеме на рисунке 13 коммутатор использован для совмещения изображений фазовой траектории 1 с осциллограммой одной из фазовых координат 2 и осями координат 3 и 4, которые при подаче напряжений Ex и Ey на соответствующие входы можно использовать в качестве вертикальной и горизонтальной измерительных линеек. Объектом исследования является модель системы второго порядка в общем случае. Варьируя коэффициенты a и b и начальные условия, можно полюбоваться фазовыми траекториями для всех типов особых

точек для свободного и вынужденного движения. Особенно интересно наблюдать переходы фазовых траекторий одного типа в другой при плавном изменении знака коэффициентов a и b.

На рисунке 14,а показан вид фазовой траектории для особой точки типа «устойчивый фокус». Рисунок 14,б иллюстрирует измерения координат точки А (Ха, Уа) этой фазовой траектории.

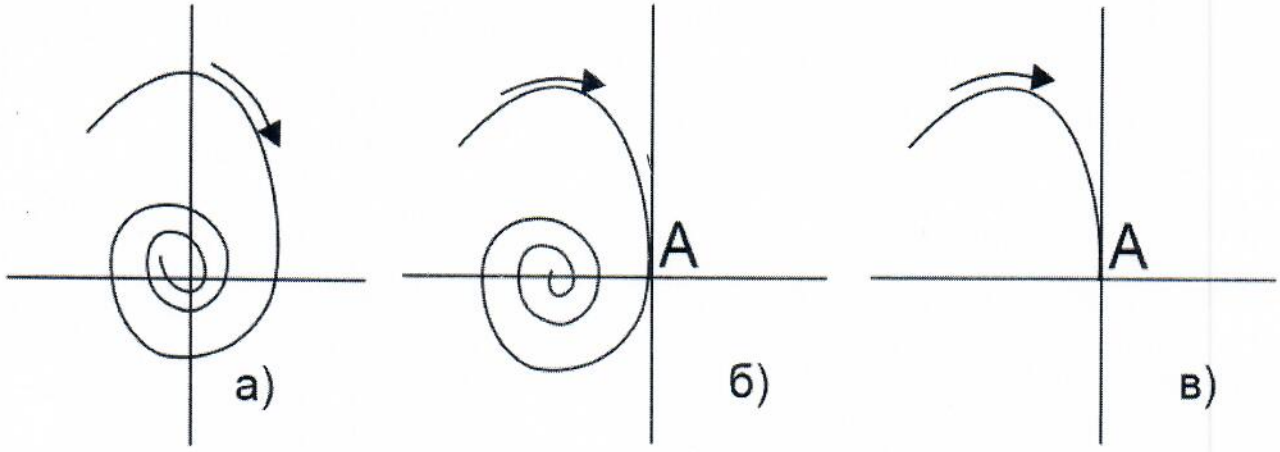



Рисунок 14 - Исследование особой точки типа “устойчивый фокус”: а - фазовая траектория; б - измерение координат точки А; в - измерение времени

Чтобы измерить еще и время $t_A$ от начала движения до точка А, нужно, не меняя настроек Ех и Еу, уменьшать время решения (увеличивать частоту ГСС) до тех пор, пока фазовая траектория не будет оканчиваться точно в точке А (рисунок 14,в). В этом случае измеритель длительности покажет время $t_A$.

**Порядок выполнения работы и содержание отчета**

1. Исследовать блок «Интегратор», собрав для этого схему, приведенную на рисунке 9.
2. Собрать схему системы второго порядка, приведенной на рисунке 10. Измерить амплитуду колебаний и время максимума.
3. Собрать схему исследования фазовых траекторий (рисунок 12). Изучить влияние характера трения и коэффициента трения.
4. В отчете привести схему и фазовые траектории для вынужденного и свободного движения, указав направление движения изображающей точки.

5. Собрать схему исследований (рисунок 13). Изучить фазовые траектории для всех типов особых точек свободного и вынужденного движения. Привести их в отчете.

**Контрольные вопросы**

1. Какие блоки используются для изучения переходных процессов?
2. Дайте определение переходного процесса.
3. Что такое время переходного процесса?
4. Приведите определение фазовой траектории.
5. Что такое «устойчивый фокус»?
6. Как по фазовой траектории построить переходный процесс?
7. Построить переходный процесс при замкнутой фазовой траектории.
8. Если фазовая траектория в виде сходящейся к началу координат кривой, то каким будет переходный процесс?
9. Если переходный процесс является расходящимся, то как выглядит фазовая траектория?
10. Какая фазовая траектория соответствует монотонно затухающему переходному процессу?

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящее время интенсивно развиваются иерархические многоуровневые системы управления технологическими процессами и объектами, сложные автоматизированные системы, в которых существенную роль играет информация и компьютеризация процессов ее обработки, поскольку любая система выполняет свою задачу при помощи сбора, передачи, обработки и использования информации на основе принципа обратной связи.

Выполнение лабораторных работ позволяют студенту освоить эффективные и достаточно простые методы исследования и методики анализа и синтеза автоматических систем, предназначенных для решения конкретной задачи.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК


1. Коновалов Б.И. Теория автоматического управления: Учебник для вузов. СПб.:Лань, 2010.-224 с
2. Ширабакина Т.А., Титов Д.В. Основы управления техническими системами: учеб. пособие /Юго-Зап. гос. ун-т. Курск,2015.- 202 с.
3. Федосенков, Б. А. Теория автоматического управления: классические и современные разделы [Электронный ресурс] : учебное пособие / Б. А. Федосенков ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Кемеровский государственный университет». – Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2018. – 322 с. - Режим доступа: biblioclub.ru