

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна

Должность: проректор по учебной работе

Дата подписания: 26.01.2021 18:31:04

Уникальный программный ключ:

0b817ca911e6668abb13a5d426d39e5f1c11eabbf73e943df4a4851fda56d089

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра вычислительной техники



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

О.Г. Локтионова

2017 г.

**АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В
ЦИФРОВЫХ АВТОМАТАХ МЕТОДАМИ
БЕСКОНЕЧНОЗНАЧНОЙ ЛОГИКИ**

Методические указания
по выполнению лабораторной работы по дисциплине
«Основы комплексной автоматизации
проектирования ЭВМ»
для студентов направления подготовки 09.03.01
Информатика и вычислительная техника

Курск 2017 г.

УДК 004.02

Составители: А.И. Катыхин, Е.Н. Иванова

Рецензент

Профессор кафедры биомедицинской инженерии,
доктор технических наук

С.А. Филист

Анализ динамических процессов в цифровых автоматах методами бесконечнозначной логики: методические указания по выполнению лабораторной работы / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: А.И. Катыхин, Е.Н. Иванова. — Курск, 2017. — 31 с.: ил. 4. — Библиограф.: с. 31.

Рассматривается методика анализа динамических процессов в цифровых автоматах с памятью путем применения математического аппарата бесконечнозначной логики и предлагаются задачи для решения на занятии.

Методические указания соответствуют требованиям программы, утвержденной учебно-методическим объединением по направлению Информатика и вычислительная техника.

Предназначены для студентов направления 09.03.01 Информатика и вычислительная техника дневной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать . Формат 60x84 1/16.

Усл.печ.л. . Уч.-изд.л. . Тираж 20 экз. Заказ . Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.

305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

1. Цель

Изучение современных методов анализа динамических процессов в цифровых автоматах на этапе функционально-логического проектирования средств вычислительной техники, а также получение практических навыков применения математического аппарата бесконечнозначной логики для решения задач анализа.

2. Проектирование цифровых автоматов с памятью

Важными задачами функционально-логического проектирования, решаемыми в САПР, являются задачи анализа. В процессе анализа проводится проверка правильности функционирования синтезированной схемы. Разработанные в рамках теории цифровых автоматов методы анализа автоматов с памятью большей степенью базируются на качественных оценках временного поведения исследуемых схем. При этом для целей анализа строятся двузначные и многозначные модели с привлечением математического аппарата k -значной логики. В таких моделях переменные могут принимать только дискретные значения из заданного конечного множества.

Так как реальные задержки элементов в исследуемых схемах не дискретны по своей природе, получение точных количественных оценок динамических процессов в цифровых автоматах традиционными методами анализа наталкивается на серьезные трудности. Например, при асинхронном моделировании реальные задержки элементов учитываются в виде относительных задержек, равных округленным до целых чисел отношениям их величины к длительности такта, что вносит дополнительную погрешность в получаемые результаты.

Интенсивно разрабатываемый в последние годы математический аппарат, основанный на бесконечнозначной логике, дает возможность построения достаточно точных методов количественного и качественного анализа переходных процессов в цифровых автоматах с непрерывным временем. К основным задачам, решаемым с помощью данного математического аппарата при анализе цифровых автоматов с памятью, относятся:

- а) определение динамических переходных процессов, возникающих после переключения входов устройства из-за наличия в нем задержек;
- б) нахождение распределения и статистических характеристик отдельных моментов изменения выходного сигнала и длительности переходного процесса при случайных воздействиях и временных параметрах устройства.

Успешное решение этих задач дает возможность выявления резервов повышения надежности и быстродействия устройств, в том числе позволяет обнаружить критические состязания сигналов, выбрать оптимальные соотношения между временными параметрами схемы автомата, количественно оценить влияние разброса случайных временных параметров на вероятностные характеристики переходных процессов.

3. Математические методы бесконечнозначной логики

3.1. Методы решения уравнений и неравенств

Основным методом решения уравнений и неравенств в бесконечнозначной логике (БЗЛ) является последовательное расчленение их правых и левых частей, позволяющее заменять исходное уравнение или неравенство на эквивалентное объединение систем, состоящих из более простых уравнений

и неравенств. Процесс последовательного расчленения исходного уравнения может продолжаться либо до получения нерасчленяемых уравнений и неравенств, либо до получения типовых уравнений и неравенств, решения которых известны заранее. Окончательное решение системы уравнений и неравенств получается как пересечение решений входящих в нее уравнений и неравенств.

Если F и L – заданные функции БЗЛ, a – вектор известных параметров, x – вектор неизвестных аргументов, лежащих в заданном замкнутом и ограниченном интервале $[A, B]$ множества всех вещественных чисел, то решаемое уравнение $F(a, x) = L(a, x)$ всегда можно представить в одной из двух следующих форм:

$$F_1(a, x) \vee F_2(a, x) = L(a, x); \quad (1)$$

$$F_1(a, x) \wedge F_2(a, x) = L(a, x); \quad (2)$$

По определению дизъюнкции в БЗЛ уравнение (1) заменяется эквивалентным объединением двух систем уравнений-неравенств:

$$\left(\begin{cases} F_1(a, x) \geq F_2(a, x) \\ F_1(a, x) = L(a, x) \end{cases} \right) \cup \left(\begin{cases} F_1(a, x) < F_2(a, x) \\ F_2(a, x) = L(a, x) \end{cases} \right) \quad (3)$$

а по определению конъюнкции уравнение (2) заменяется на:

$$\left(\begin{cases} F_1(a, x) \geq F_2(a, x) \\ F_2(a, x) = L(a, x) \end{cases} \right) \cup \left(\begin{cases} F_1(a, x) < F_2(a, x) \\ F_1(a, x) = L(a, x) \end{cases} \right) \quad (4)$$

Если в системах (3) и (4) в каких-либо уравнениях или неравенствах можно выделить отдельные части в виде (1) или (2), процесс расчленения будет продолжен. Например, если в уравнении (2)

$$L(a, x) = L_1(a, x) \wedge L_2(a, x),$$

то каждое из двух уравнений в (4) можно заменить эквивалентным объединением двух систем уравнений аналогично замене (2) на (4). При этом получим:

$$\begin{aligned} & \left(\begin{array}{l} F_1(a, x) \geq F_2(a, x) \\ L_1(a, x) \geq L_2(a, x) \\ F_2(a, x) = L_2(a, x) \end{array} \right) \cup \left(\begin{array}{l} F_1(a, x) \geq F_2(a, x) \\ L_1(a, x) < L_2(a, x) \\ F_2(a, x) = L_1(a, x) \end{array} \right) \cup \\ & \cup \left(\begin{array}{l} F_1(a, x) < F_2(a, x) \\ L_1(a, x) \geq L_2(a, x) \\ F_1(a, x) = L_2(a, x) \end{array} \right) \cup \left(\begin{array}{l} F_1(a, x) < F_2(a, x) \\ L_1(a, x) < L_2(a, x) \\ F_1(a, x) = L_1(a, x) \end{array} \right) \end{aligned}$$

и продолжаем процесс, если какое-либо из полученных уравнений можно представить в виде (1) или (2). Заметим, что получаемые системы уравнений и неравенств не должны быть противоречивыми. В противном случае их сразу можно исключить из рассмотрения.

Пример. Пусть дано уравнение $ax = dx$. Используя вышеизложенную методику, решим его методом расчленения.

Применяя формулу (2), получаем:

$$\left(\begin{array}{l} a \geq x \\ x = dx \end{array} \right) \cup \left(\begin{array}{l} a < x \\ a = dx \end{array} \right).$$

Повторно применяя формулу (2), получаем:

$$\left(\begin{array}{l} a \geq x \\ d \geq x \\ x = x \end{array} \right) \cup \left(\begin{array}{l} a \geq x \\ d < x \\ d = x \end{array} \right) \cup \left(\begin{array}{l} a < x \\ d \geq x \\ x = a \end{array} \right) \cup \left(\begin{array}{l} a < x \\ d < x \\ a = d \end{array} \right).$$

Очевидно, что вторая и третья системы здесь внутренне противоречивы. Например, во второй системе условие $d < x$ противоречит условию $d = x$. Поэтому указанные системы исключаем из рассмотрения. Окончательно получим, что при $a = d$ значение x может быть любым в пределах $[A, B]$: в четвертой системе есть условие $a = d$, а первая система справедлива при любых соотношениях между a и d , поэтому допустимо как $x < a$, так и $x \geq a$, как $x < d$, так и $x \geq d$, то есть x может быть любым. Если же $a \neq d$, то из первой системы следует $x \leq ad$. Таким образом,

$$x = \begin{cases} \in [A, B], & a = d; \\ \leq ad, & a \neq d. \end{cases}$$

Аналогично уравнениям, решаемые неравенства также можно заменить эквивалентным объединением систем неравенств. Так, если

$$F_1(a, x) \vee F_2(a, x) > L(a, x) \quad (5)$$

то

$$\left(\begin{cases} F_1(a, x) \geq F_2(a, x) \\ F_1(a, x) > L(a, x) \end{cases} \right) \cup \left(\begin{cases} F_1(a, x) < F_2(a, x) \\ F_2(a, x) > L(a, x) \end{cases} \right). \quad (6)$$

Неравенство

$$F_1(a, x) \wedge F_2(a, x) > L(a, x) \quad (7)$$

заменяется на

$$\left(\begin{cases} F_1(a, x) \geq F_2(a, x) \\ F_2(a, x) > L(a, x) \end{cases} \right) \cup \left(\begin{cases} F_1(a, x) < F_2(a, x) \\ F_1(a, x) > L(a, x) \end{cases} \right). \quad (8)$$

Справедлива также замена (9) на (10) и (11) на (12):

$$F_1(a, x) \vee F_2(a, x) < L(a, x), \quad (9)$$

$$\left(\begin{cases} F_1(a, x) \geq F_2(a, x) \\ F_1(a, x) < L(a, x) \end{cases} \right) \cup \left(\begin{cases} F_1(a, x) < F_2(a, x) \\ F_2(a, x) < L(a, x) \end{cases} \right). \quad (10)$$

$$F_1(a, x) \wedge F_2(a, x) < L(a, x), \quad (11)$$

$$\left(\begin{cases} F_1(a, x) \geq F_2(a, x) \\ F_2(a, x) < L(a, x) \end{cases} \right) \cup \left(\begin{cases} F_1(a, x) < F_2(a, x) \\ F_1(a, x) < L(a, x) \end{cases} \right). \quad (12)$$

В процессе исследования динамических процессов в цифровых автоматах с памятью учет внутренних задержек элементов приводит к необходимости решения уравнений и неравенств с отклоняющимися аргументами. Общий вид такого уравнения

$$F(a, x + p) = L(a, x + p) \quad (13)$$

где p – вектор отклонений. Данное уравнение после замены переменных (например, $z_i = x_i + p_i$) можно решать по выше-указанной методике. Если же отклонения p_i добавляются не к аргументам x_i , а к функции этих аргументов, то с помощью эквивалентных логико-алгебраических преобразований в БЗЛ операцию сложения с p_i можно перенести с функции на аргументы, а уже затем произвести замену переменных.

3.2. Методы раскрытия логических определителей

Если имеется некоторое множество $A_q = Q_1 \cup Q_2 \cup \dots \cup Q_q$, состоящее из конечного число q непересекающихся подмножеств $Q_i = \{a_{i1}, \dots, a_{im_i}\}$, $i = \overline{1, q}$ с числовыми элементами $a_{ij} \in [A, B]$, упорядоченными по условию $a_{i1} \leq a_{i2} \leq \dots \leq a_{im_i}$, то множество A_q можно представить в виде квазиматрицы q -го порядка:

$$\overline{A}_q = \left\| \begin{array}{ccc} a_{11} & \dots & a_{1m_1} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{q1} & \dots & a_{qm_q} \end{array} \right\| = \|a_{ij}\|, \quad i = \overline{1, q}, \quad j = \overline{1, m_i}.$$

Отметим, что строки квазиматрицы не обязательно будут иметь одинаковое количество элементов.

Логическим определителем r -го ранга от квазиматрицы \overline{A}_q называется функция от a_{ij} , значение которой для каждого набора значений аргументов a_{ij} равно r -му по величине элементу множества A_q :

$$A_q^r = \left| \begin{array}{ccc} a_{11} & \dots & a_{1m_1} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{q1} & \dots & a_{qm_q} \end{array} \right| = |a_{ij}|^{(r)}, \quad r = \overline{1, n}, \quad n = \sum_{i=1}^q m_i.$$

Так как в большинстве случаев при анализе динамических процессов в цифровых автоматах находят применение

логические определители второго порядка ($q = 2$), ограничимся рассмотрением методов раскрытия только таких конечных определителей. Раскрытие логического определителя означает указание функции, выражающей его величину через величины элементов. Логический определитель может выражаться как дизъюнктивной, так и конъюнктивной нормальными формами.

В дизъюнктивной нормальной форме логический определитель второго порядка раскрывается по формуле:

$$A_2^r = \left| \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1m_1} \\ a_{21} & \cdots & a_{2m_2} \end{pmatrix} \right|^{(r)} = \bigvee_{i+j=r+1} a_{1i}^{m_1} a_{2j}^{m_2}, \quad (14)$$

где запись $a_{1i}^{m_1}$ и $a_{2j}^{m_2}$ означает, что элементы a_{1i} и a_{2j} не входят в те конъюнкции, для которых из условия на сумму вторых индексов формально получается $i > m_1$ и $j > m_2$.

В конъюнктивной нормальной форме общий конечный определитель второго порядка раскрывается по формуле:

$$A_2^r = \left| \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1m_1} \\ a_{21} & \cdots & a_{2m_2} \end{pmatrix} \right|^{(r)} = \bigwedge_{\substack{i+j=r \\ 0 \leq i, j \leq r \\ i \leq m_1, j \leq m_2}} (a_{1i} \vee a_{2j}), \quad (15)$$

где a_{10} и a_{20} при записи можно опустить.

На практике для вычислений по формуле (14) удобно добавить справа в первую и вторую строку A_2^r по одному фиктивному элементу с индексами соответственно a_{1, m_1+1}^ϕ и a_{2, m_2+1}^ϕ , а для вычислений по формуле (15) добавить слева фиктивные элементы a_{10}^ϕ и a_{20}^ϕ . В процессе раскрытия определителя эти фиктивные элементы участвуют только в вычислении условий не индексы, но в правых частях (14) и (15) не записываются.

Пример. Пусть при всевозможных значениях ранга требуется раскрыть логический определитель

$$A_2^r = \left| \begin{array}{ccc} a_{11} & & \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{array} \right|^{(r)}.$$

Тогда по формуле (14), дополняя строки фиктивными элементами, получим

$$A_2^r = \left| \begin{array}{ccc} a_{11} & & \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{array} \right|^{(r)} = \begin{cases} a_{11}a_{21}, & r = 1; \\ a_{11}a_{22} \vee a_{12}^\phi a_{21} = a_{11}a_{22} \vee a_{21}, & r = 2; \\ a_{11}a_{23} \vee a_{12}^\phi a_{22} = a_{11}a_{23} \vee a_{22}, & r = 3; \\ a_{11}a_{24}^\phi \vee a_{12}^\phi a_{23} = a_{11} \vee a_{23}, & r = 4. \end{cases}$$

3.3. Методы вероятностной бесконечнозначной логики

Задачи вероятностной БЗЛ заключаются в отыскании вероятностных распределений и моментов функций БЗЛ, аргументами которых являются случайные величины, распределенные по заданным законам.

3.3.1. Распределение логических функций при независимых аргументах

Аргументы функции БЗЛ можно считать независимыми случайными величинами, если не оговорено обратное или не задана функция совместной плотности вероятности и в функции БЗЛ, представленной в дизъюнктивной нормальной форме, в различных конъюнкциях нет одинаковых аргументов.

Если функция БЗЛ задана в виде конъюнкции $a^{(1)} = \bigwedge_{i=1}^n a_i$ и аргументы a_i , $i = \overline{1, n}$ – независимые случайные величины в функциями распределения $F_{a_i}(x) = P(a_i < x)$ и плотностями вероятности $f_{a_i}(x) = F'_{a_i}(x)$, то величина $a^{(1)}$ также случайна и имеет функцию распределения $F_1(x)$ и плотность вероятности $f_1(x)$, где

$$F_1(x) = 1 - \prod_{i=1}^n [1 - F_{a_i}(x)], \quad (16)$$

$$f_1(x) = \sum_{j=1}^n f_{a_j}(x) \prod_{\substack{i=1 \\ j \neq i}}^n [1 - F_{a_i}(x)]. \quad (17)$$

Если функция БЗЛ задана в виде дизъюнкции $a^{(1)} = \bigvee_{i=1}^n a_i$, то справедливы следующие формулы:

$$F_1(x) = \prod_{i=1}^n F_{a_i}(x), \quad (18)$$

$$f_1(x) = \sum_{j=1}^n f_{a_j}(x) \prod_{\substack{i=1 \\ j \neq i}}^n F_{a_i}(x). \quad (19)$$

Для сложных функций, заданных в дизъюнктивной нормальной форме, сначала по формулам (16), (17) находят распределения всех конъюнкций, а затем по формулам (18) и (19) распределение дизъюнкций этих конъюнкций.

3.3.2. Распределение логических функций при зависимых аргументах и известной совместной плотности вероятности

Пусть задана функция $y = y(a_1, \dots, a_n)$, где аргументы a_i , $i = \overline{1, n}$ являются случайными зависимыми величинами с известной совместной плотностью вероятности $f(x_1, \dots, x_n)$. Требуется найти распределение величины функции y .

Общий метод решения данной задачи заключается в следующем:

а) событие $y < x$, вероятность которого мы ищем, путем последовательного расчленения функции y представляется в виде объединения расчленения функции y представляется в виде объединения простых непересекающихся между

собой событий, где каждое простое событие есть некоторый набор неравенств между отдельными величинами (a_1, \dots, a_n) ;

- б) вероятность каждого простого события выражается через заданную совместную плотность вероятности $f(x_1, \dots, x_n)$;
 в) искомая вероятность $P(y < x)$ определяется как сумма вероятностей всех простых событий.

Пусть $a^{(1)} = \bigwedge_{i=1}^n a_i$. Найдем $F_1(x) = P(a^{(1)} < x)$ путем применения рассмотренной методики. Расчленим событие $(a^{(1)} < x)$ на непересекающиеся простые события, полагая, что равенство $a_i = a_j$ является невозможным событием. По определению конъюнкции $a^{(1)}$ будет меньше x , если минимальная величина из всех a_i будет меньше x . Тогда $(a^{(1)} < x) = (\bigwedge_{i=1}^n a_i < x) = (a_1 < a_2, \dots, a_n; a_1 < x) \cup (a_2 < a_1, a_3, \dots; a_n, a_2 < x) \cup \dots \cup (a_n < a_1, a_2, \dots, a_n; a_n < x)$. Переходя к вероятностям и выражая их через совместную плотность вероятности, получим

$$P(a^{(1)} < x) = \sum_{i=1}^n P(a_i < a_j; j = \overline{1, n}, j \neq i; a_i < x), \quad (20)$$

$$F_1(x) = \sum_{i=1}^n \int_{-\infty}^x dx_i \int_{x_i}^{\infty} dx_n \dots \int_{x_i}^{\infty} dx_{i+1} \int_{x_i}^{\infty} dx_{i-1} \dots \int_{x_i}^{\infty} f(x_1, \dots, x_n) dx_1.$$

Дифференцируя последнее выражение по x , получим функцию плотности вероятности:

$$f_1(x) = \sum_{i=1}^n \int_x^{\infty} dx_n \dots \int_x^{\infty} dx_{i+1} \int_x^{\infty} dx_{i-1} \dots \int_x^{\infty} f(x_1, \dots, x_{i-1}, x, x_{i+1}, \dots, x_n) dx_1. \quad (21)$$

Действуя аналогичным образом для функции дизъюнкции $a^{(n)} = \bigvee_{i=1}^n a_i$, получаем

$$F_n(x) = \sum_{i=1}^n \int_{-\infty}^x dx_i \int_{-\infty}^{x_i} dx_n \dots \int_{-\infty}^{x_i} dx_{i+1} \int_{-\infty}^{x_i} dx_{i-1} \dots \int_{x_i}^{\infty} f(x_1, \dots, x_n) dx_1. \quad (22)$$

$$f_n(x) = \sum_{i=1}^n \int_{-\infty}^x dx_n \dots \int_{-\infty}^x dx_{i+1} \int_{-\infty}^x dx_{i-1} \dots \int_{-\infty}^x f(x_1, \dots, x_{i-1}, x, x_{i+1}, \dots, x_n) dx_1. \quad (23)$$

Для функций, заданных в конъюнктивной или дизъюнктивной нормальной формах, задача нахождения функции распределения решается в каждом конкретном случае не с помощью выведенных формул, а согласно методике общего метода решения.

Пример. Пусть $D = a_1 a_2 \vee a_2 a_3 \vee a_1 a_3$ и аргументы D распределены с плотностью $f(x_1, x_2, x_3)$. Найдем $F_D(x)$. Для этого расчлняем событие $(D < x)$:

$$\begin{aligned} (D < x) &= (a_1 < a_2 < a_3, a_2 < x) \cup (a_1 < a_3 < a_2, a_3 < x) \cup (a_3 < a_1 < a_2, a_1 < x) \cup (a_2 < a_1 < a_3, a_1 < x) \cup (a_2 < a_3 < a_1, a_3 < x) \cup (a_3 < a_2 < a_1, a_2 < x) \\ &= (a_1 < a_2 < x < a_3) \cup (a_1 < a_2 < a_3 < x) \cup (a_1 < a_3 < x < a_2) \cup (a_1 < a_3 < a_2 < x) \cup (a_3 < a_1 < x < a_2) \cup (a_3 < a_1 < a_2 < x) \\ &\cup (a_2 < a_1 < x < a_3) \cup (a_2 < a_1 < a_3 < x) \cup (a_2 < a_3 < x < a_1) \cup (a_2 < a_3 < a_1 < x) \cup (a_3 < a_2 < x < a_1) \cup (a_3 < a_2 < a_1 < x). \end{aligned}$$

Отсюда

$$\begin{aligned}
 F_D(x) = P(D < x) = & \int_x^\infty dx_3 \int_{-\infty}^x dx_2 \int_{-\infty}^{x_2} f dx_1 + \int_{-\infty}^x dx_3 \int_{-\infty}^{x_3} dx_2 \int_{-\infty}^{x_2} f dx_1 + \\
 & \int_x^\infty dx_2 \int_{-\infty}^x dx_3 \int_{-\infty}^{x_3} f dx_1 + \int_{-\infty}^x dx_1 \int_{-\infty}^x dx_2 \int_{-\infty}^{x_1} f dx_3 + \int_{-\infty}^x dx_2 \int_{-\infty}^x dx_1 \int_{-\infty}^{x_1} f dx_3 + \\
 & \int_x^\infty dx_3 \int_{-\infty}^x dx_1 \int_{-\infty}^{x_1} f dx_2 + \int_{-\infty}^x dx_3 \int_{-\infty}^{x_3} dx_1 \int_{-\infty}^{x_1} f dx_2 + \int_x^\infty dx_1 \int_{-\infty}^x dx_3 \int_{-\infty}^{x_3} f dx_2 + \\
 & \int_{-\infty}^x dx_1 \int_{-\infty}^x dx_3 \int_{-\infty}^{x_3} f dx_2 + \int_x^\infty dx_1 \int_{-\infty}^x dx_2 \int_{-\infty}^{x_2} f dx_3 + \int_{-\infty}^x dx_1 \int_{-\infty}^x dx_2 \int_{-\infty}^{x_2} f dx_3.
 \end{aligned}$$

3.3.3. Распределение логических функций при зависимых аргументах и известных плотностях вероятности каждого аргумента

Пусть задана функция $y = y(a_1, a_2, \dots, a_n)$, где аргументы a_i , $i = \overline{1, n}$ являются статистически независимыми с соответствующими плотностями вероятности $f_{a_1}(x), \dots, f_{a_n}(x)$. Если в конъюнкциях и дизъюнкциях функции y отсутствуют одинаковые аргументы, то для определения вероятностных характеристик можно использовать методику п.3.3.1. В противном случае существует статистическая зависимость аргументов и используется изложенный в п.3.3.2 общий метод решения задачи, где вместо функции совместной плотности вероятности под знаки n -кратного интеграла вводятся функции плотности вероятности соответствующих аргументов.

Например, для события $(a \geq b + c)$, если для плотности вероятности $f_a(v), f_b(v), f_c(v)$ известны, имеем:

$$P(a \geq b + c) = \int_{-\infty}^{\infty} f_c(z) dz \int_{-\infty}^{\infty} f_b(y) dy \int_{z+y}^{\infty} f_a(u) du.$$

Для определения плотности вероятности суммы двух случайных величин a и b соответствующими плотностями $f_a(v)$, $f_b(v)$ часть применяется формула:

$$f(x) = \int_0^x f_b(x-z)f_a(z)dz = \frac{d}{dx} \left[\int_{z+v \leq x} f_b(v)f_a(z)dv dz \right]. \quad (24)$$

4. Методы исследования переключательных процессов в цифровых автоматах

4.1. Понятие о переключательных процессах

Воздействия на входах автомата и реакция на выходах являются переключательными процессами. Каждый переключательный процесс математически представляет собой определенную двоичную функцию непрерывного времени.

Введем обозначения:

1 – постоянный сигнал «1»;

0 – постоянный сигнал «0»;

1' – изменение сигнала вида 0 → 1;

0' – изменение сигнала вида 1 → 0;

1'_a – изменение сигнала вида 1' в момент времени a ;

0'_a – изменение сигнала вида 0' в момент времени a ;

$1(a, b) = 1'_a 0'_b = \begin{cases} 1, & a \leq b; \\ 0, & t < a, t \geq b \end{cases}$ – импульс;

$0(a, b) = 0'_a 1'_b = \begin{cases} 0, & a \leq b; \\ 1, & t < a, t \geq b \end{cases}$ – пауза.

При $a = b$ имеем $1(a, a) \equiv 0$, $0(a, b) \equiv 1$. Любой переключательный процесс может быть записан в виде последовательности чередующихся импульсов и пауз. Число изменений сигнала в заданном переключательном процессе называется длиной процесса. Изменение сигнала считается мгновенным. Два переключательных процесса называются равными, если их моменты изменений сигнала, а также сами эти изменения совпадают. Реакции на выходах автомата при заданных воздействиях на его входах называются динамическим процессом. Рассмотрим основные методы отыскания динамических процессов в цифровых автоматах.

4.2. Прямой метод

Данный метод заключается в переборе всех возможных случаев взаимного расположения моментов изменений сигналов на различных входах и выписывании с помощью БЗЛ общего для всех этих случаев выражения процесса на выходе. При увеличении длины входных процессов трудоемкость прямого метода стремительно нарастает, поэтому его применение ограничено простыми схемам с малой длиной входных процессов.

Пример. Пусть на входы двухвходового конъюнктора подаются сигналы $x_1(t) = 1'_a$, $x_2(t) = 0'_b$. Определим реакцию $y(t) = x_1(t) \wedge x_2(t)$ на выходе элемента прямым методом. Все возможные случаи взаимного расположения моментов времени a и b рассмотрены на рис.1.

Из рис.1 видим, что реакция $y(t)$ равна или одиночному импульсу $1(a, b)$, или 0 в зависимости от $a <> b$. Если рассматривать 0 как единичный импульс с совмещенным началом и концом, то искомая реакция:

$$y(t) = 1'_a \wedge 0'_b = \begin{cases} 1(a, b), & b \geq a; \\ 1(a, a), & b < a \end{cases}$$

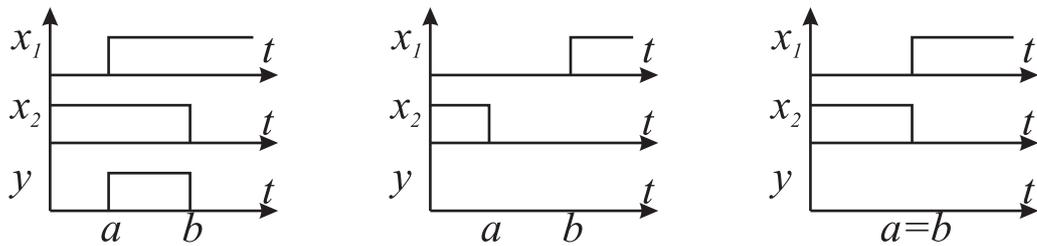


Рисунок 1 – Варианты реакции

или с помощью операции дизъюнкции БЗЛ $y(t) = 1(a, a \vee b)$.

4.3. Метод декомпозиции

Данный метод используется для входных процессов большой длины. При исследовании двухвходовых элементов один из двух входных процессов $x(t)$ или $y(t)$ разбивается на два последовательных подпроцесса, например, на $x_1(t)$ и $x_2(t)$. Затем находятся частичные реакции $z_1(t)$ и $z_2(t)$ на выходе элемента на две составляющие входного воздействия $\{x_1(t), y(t)\}$ и $\{x_2(t), y(t)\}$.

Если $z_1(t)$ устанавливается к моменту начала $z_2(t)$ (так, что $z_1(t)$ и $z_2(t)$ не пересекаются во времени), то реакция элемента $z(t)$ на первоначальное воздействие $\{x(t), y(t)\}$ равна последовательности частичных реакций $z_1(t)$ и $z_2(t)$. Для того, чтобы требуемое непересечение действительно выполнялось, достаточно разбить процесс $x(t)$ в определенной точке, зависящей от типа исследуемого элемента: для дизъюнктора такой точкой должна быть точка $1'_a$, а для конъюнктора – точка $0'_a$. Заметим, что разбиение осуществляется после $1'_a$ и $0'_a$, соответственно. Результирующая реакция означает простое соединение двух частичных реакций, причем более ранняя частичная реакция записывается левее. Очевидно, что в пределах каждого процесса $x(t)$ и $y(t)$ моменты переключения, записываемые правее, находятся правее и на временной оси.

Пример. Пусть $z(t) = x(t) \wedge y(t)$, где $x(t) = 0(b, c) = 0'_b 1'_c$, $y(t) = 0'_a$. Разобьем процесс $x(t)$ на два подпроцесса (после точки $0'_b$): $x_1(t) = 0'_b$, $x_2(t) = 1'_c$. Частичные реакции конъюнктора, определенные прямым методом, имеют вид:

$$\begin{aligned} z_1(t) &= x_1(t) \wedge y(t) = 0'_b 0'_a = 0'_{ab}, \\ z_2(t) &= x_2(t) \wedge y(t) = 1'_c 0'_a = 1(c, c \vee a) = 1'_c 0'_{c \vee a}. \end{aligned}$$

Так как $b < c$, то более ранней является реакция $z_1(t)$, поэтому

$$z(t) = 0'_{ab} 1'_c 0'_{c \vee a} = 0(ab, _c) 1(_, a \vee c).$$

4.4. Метод достройки/усечения

Данный метод можно применять в тех случаях, когда производится свертка двух воздействий, одно из которых представляет однократное изменение сигнала, а другое бесконечно или достаточно велика. Пусть последнее воздействие имеет вид

$$x(t) = u(a_1, a_2) \bar{u}(_, a_3) \dots u^{(-1)^m}(a_{m-1}, a_m),$$

где $u \in \{0, 1\}$, m может быть бесконечным и

$$u^p = \begin{cases} \bar{u}, & p = -1; \\ u, & p = 1. \end{cases}$$

Тогда

$$x(t) \vee 1'_a = \begin{cases} x(ta), & \text{если } u^{(-1)^m} \text{ или } m = \infty; \\ x(ta) 0(a_m a, ca), & \text{если } u^{(-1)^m} = 1 \end{cases} \quad (25)$$

в предположении, что $c > a_m$, $c \geq a$.

$$x(t) \vee 0'_a = \begin{cases} x(t \vee a), & \text{если } u = 0; \\ 0(c \vee a, a_1 \vee a) x(t \vee a), & \text{если } u = 1 \end{cases} \quad (26)$$

в предположении, что $c < a_1$, $c \leq a$.

$$x(t) \wedge 1'_a = \begin{cases} x(t \vee a), & \text{если } u = 1; \\ 1(c \vee a, a_1 \vee a)x(t \vee a), & \text{если } u = 0 \end{cases} \quad (27)$$

в предположении, что $c < a_1$, $c \leq a$.

$$x(t) \wedge 0'_a = \begin{cases} x(ta), & \text{если } u^{(-1)^m} = 1 \text{ или } m = \infty \\ x(ta)1(a_m a, ca), & \text{если } u^{(-1)^m} = 0 \end{cases} \quad (28)$$

в предположении, что $c > a_m$, $c \geq a$.

Таким образом, в данном методе результат преобразования в значительной мере зависит от того, с чего (импульса или паузы) начинается процесс $x(t)$ и чем он заканчивается.

Пример. Пусть $x(t) = 0(a_1, a_2)1(, a_3)0(, a_4)$ тогда

$$x(t) \vee 1'_a = 0(aa_1, aa_2)1(, aa_3)0(, aa_4);$$

$$x(t) \vee 0'_a = 0(a \vee a_1, a \vee a_2)1(, a \vee a_3)0(, a \vee a_4);$$

$$x(t) \wedge 1'_a = 1(a \vee c, a \vee a_1)0(a \vee a_1, a \vee a_2)1(a \vee a_3)0(, a \vee a_4);$$

$$x(t) \wedge 0'_a = 0(aa_1, aa_2)1(, aa_3)0(, aa_4)1(, ac).$$

4.5. Метод логических определителей

Метод логических определителей применяется для свертки двух воздействий произвольной конечной длины: $x_1(t)$ и $x_2(t)$. В зависимости от того, с чего (импульса или паузы) начинается и чем заканчивается каждое воздействие, имеют место следующие формулы.

Пусть

$$x_1(t) = 1(a_{11}, b_{11})0(, -)1(a_{12}, b_{12}) \dots 1(a_{1m}, b_{1m});$$

$$x_2(t) = 1(a_{21}, b_{21})0(, -)1(a_{22}, b_{22}) \dots 1(a_{2p}, b_{2p}).$$

Тогда

$$x_1 \vee x_2 = 1(a^1, b^1 a^2) 0(-, -) 1(a^2, b^2 a^3) \dots 1(a^{m+p-1}, b^{m+p-1} a^{m+p}) 0(-, -) 1(a^{m+p}, b^{m+p}); \quad (29)$$

$$x_1 \wedge x_2 = 1(b^1 a^2, b^1) 0(-, -) 1(b^2 a^3, b^2) \dots 1(b^{m+p-1} a^{m+p}, b^{m+p-1}); \quad (30)$$

где здесь (и в последующих формулах) a^i и b^j являются соответственно значениями

$$a^{(i)} = \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & \dots & a_{2p} \end{vmatrix}^{(i)}$$

и

$$b^{(j)} = \begin{vmatrix} b_{11} & \dots & b_{1m} \\ b_{21} & \dots & b_{2p} \end{vmatrix}^{(j)}$$

логических определителей второго порядка, выраженными через моменты переключения процессов $x_1(t)$ и $x_2(t)$. Запись типа $a^i b^j$ в формулах свертки означает операцию конъюнкции a^i и b^j .

Пусть

$$x_1(t) = 1(a_{11}, b_{11}) 0(-, -) 1(a_{12}, b_{12}) \dots 1(a_{1m}, b_{1m});$$

$$x_2(t) = 1(a_{21}, b_{21}) 0(-, -) 1(a_{22}, b_{22}) \dots 1(a_{2p}, b_{2p}).$$

Тогда

$$x_1 \vee x_2 = 0(a^1, -) 1(a_1, b^2 a^2) \dots 1(a^{m+p-1}, b^{m+p} a^{m+p}) 0(-, -) 1(a^{m+p}, b^{m+p+1}); \quad (31)$$

$$x_1 \wedge x_2 = 1(b^1 a^1, b^1) 0(-, -) 1(b^2 a^2, b^2) \dots 1(b^{m+p} a^{m+p}, b^{m+p}); \quad (32)$$

где

$$b^{(j)} = \begin{vmatrix} b_{11} & \dots & b_{1m} \\ b_{21} & \dots & b_{2p} \end{vmatrix}^{(j)}$$

Пусть

$$\begin{aligned}
x_1(t) &= 1(a_{11}, b_{11})0(-, -)1(a_{12}, b_{12}) \dots 1(a_{1m}, b_{1m}); \\
x_2(t) &= 1(a_{11}, b_{21})0(-, -)1(a_{22}, b_{22}) \dots 1(a_{2p}, b_{2p})0(-, a_{2,p+1}).
\end{aligned}$$

Тогда

$$x_1 \vee x_2 = 1(a_1, b^1 a^2)0(-, -)1(a^2, b^2 a^3) \dots 1(a^{m+p}, b^{m+p} a^{m+p+1})0(-, a^{m+p+1}); \quad (33)$$

$$x_1 \wedge x_2 = 1(b^1 a^2, b^1)0(-, -)1(b^2 a^3, b^2) \dots 1(b^{m+p-1} a^{m+p}, b^{m+p-1})0(-, -)1(b^{m+p} a^{m+p+1}, b^{m+p}). \quad (34)$$

Пусть

$$\begin{aligned}
x_1(t) &= 1(a_{11}, b_{11})0(-, -)1(a_{12}, b_{12}) \dots 1(a_{1m}, b_{1m}); \\
x_2(t) &= 0(a_{20}, -)1(a_{21}, b_{21}) \dots 1(a_{2p}, b_{2p})0(-, a_{2,p+1}).
\end{aligned}$$

Тогда

$$x_1 \vee x_2 = 0(b^1 a_1, a^1)1(a^1, b^2 a^2) \dots 1(a^{m+p}, b^{m+p+1} a^{m+p+1})0(-, a^{m+p+1}); \quad (35)$$

$$x_1 \wedge x_2 = 1(b^1 a^1, b^1)0(-, -)1(b^2 a^2, b^2) \dots 1(b^{m+p+1} a^{m+p+1}, b^{m+p+1}). \quad (36)$$

Пусть

$$\begin{aligned}
x_1(t) &= 0(b_{10}, -)1(a_{11}, b_{11}) \dots 1(a_{1m}, b_{1m}); \\
x_2(t) &= 0(a_{20}, -)1(a_{21}, b_{21}) \dots 1(a_{2p}, b_{2p}).
\end{aligned}$$

Тогда

$$x_1 \vee x_2 = 0(b^2 a_1, a^1)1(a^1, b^3 a^2) \dots 1(a^{m+p-1}, b^{m+p+1} a^{m+p})0(-, -)1(a^{m+p}, b^{m+p+2}); \quad (37)$$

$$x_1 \wedge x_2 = 0(b^1, b^2 a^1)1(b^2 a^1, b^2) \dots 1(b^{m+p+1} a^{m+p}, b^{m+p+1}). \quad (38)$$

Пусть

$$\begin{aligned}
x_1(t) &= 0(b_{10}, -)1(a_{11}, b_{11}) \dots 1(a_{1m}, b_{1m}); \\
x_2(t) &= 0(a_{21}, b_2)1 \dots 1(a_{2p}, b_{2p})0(-, a_{2,p+1}).
\end{aligned}$$

Тогда

$$x_1 \vee x_2 = 0(b^1 a_1, _) 1(a^1, b^2 a^2) \dots 1(a^{m+p}, b^{m+p+1} a^{m+p}) 0(_, a^{m+p+1}); \quad (39)$$

$$x_1 \wedge x_2 = 1(b^1 a^1, b^1) 0(_, _) 1(b^2 a^2, b^2) \dots 1(b^{m+p} a^{m+p}, b^{m+p}) 0(_, a^{m+p+1}). \quad (40)$$

Пусть

$$x_1(t) = 0(b_{10}, _) 1(a_{11}, b_{11}) \dots 1(a_{1m}, b_{1m});$$

$$x_2(t) = 0(a_{20}, _) 1(a_{21}, b_{21}) \dots 1(a_{2p}, b_{2p}) 0(_, a_{2,p+1}).$$

Тогда

$$x_1 \vee x_2 = 0(b^2 a_1, _) 1(a^1, b^3 a^2) \dots 1(a^{m+p}, b^{m+p+2} a^{m+p+1}) 0(_, a^{m+p+1}); \quad (41)$$

$$x_1 \wedge x_2 = 0(b^1, _) 1(b^2 a^1, b^2) \dots 1(b^{m+p+1} a^{m+p}, b^{m+p+1}) 0(_, _) 1(b^{m+p+2} a^{m+p+1}, b^{m+p+2}). \quad (42)$$

Пусть

$$x_1(t) = 1(a_{11}, b_{11}) \dots 1(a_{1m}, b_{1m}) 0(_, a_{1,m+1});$$

$$x_2(t) = 1(a_{21}, b_{21}) \dots 1(a_{2p}, b_{2p}) 0(_, a_{2,p+1}).$$

Тогда

$$x_1 \vee x_2 = 1(a^1, b^1 a^2) 0(_, _) 1(a^2, b^2 a^3) \dots 1(a^{m+p}, b^{m+p} a^{m+p+1}) 0(_, a^{m+p+1}); \quad (43)$$

$$x_1 \wedge x_2 = 1(b^1 a^2, b^1) 0(_, _) 1(b^2 a^3, b^2) \dots 1(b^{m+p} a^{m+p+1}, b^{m+p}) 0(_, a^{m+p+2}). \quad (44)$$

Пусть

$$x_1(t) = 1(a_{11}, b_{11}) \dots 1(a_{1m}, b_{1m}) 0(_, a_{1,m+1});$$

$$x_2(t) = 0(b_{20}, _) 1(a_{21}, b_{21}) \dots 1(a_{2p}, b_{2p}) 0(_, a_{2,p+1}).$$

Тогда

$$x_1 \vee x_2 = 0(b^1 a^1, a^1) 1(a^1, b^2 a^2) \dots 1(a^{m+p}, b^{m+p+1} a^{m+p+1}) 0(_, a^{m+p+1}); \quad (45)$$

$$x_1 \wedge x_2 = 1(b^1 a^1, b^1) 0(_, _) 1(b^2 a^2, b^2) \dots 1(b^{m+p+1} a^{m+p+1}, b^{m+p+1}) 0(_, a^{m+p+2}). \quad (46)$$

Пусть

$$x_1(t) = 0(b_{10}, _) 1(a_{11}, b_{11}) \dots 1(a_{1m}, b_{1m}) 0(_, a_{1,m+1});$$

$$x_2(t) = 0(b_{20}, _) 1(a_{21}, b_{21}) \dots 1(a_{2p}, b_{2p}) 0(_, a_{2,p+1}).$$

Тогда

$$x_1 \vee x_2 = 0(b^2 a^1, a^1) 1(a^1, b^3 a^2) \dots 1(a^{m+p}, b^{m+p+2} a^{m+p+1}) 0(_, a^{m+p+1}); \quad (47)$$

$$x_1 \wedge x_2 = 0(b^1, _) 1(b^2 a^1, b^2) \dots 1(b^{m+p+2} a^{m+p+1}, b^{m+p+2}) 0(_, a^{m+p+2}). \quad (48)$$

Пример. Пусть требуется найти $y(t) = x_1(t) \vee x_2(t)$, где $x_1(t) = 1(c, d) 0(_, e)$; $x_2(t) = 0(a, b)$.

Так как процесс $x_1(t)$ начинается с импульса и заканчивается паузой, а процесс $x_2(t)$ можно считать начинающимся и заканчивающимся паузой, то для получения $y(t)$ пригодна формула (45). Согласно (45) $y(t)$ должен начинаться и заканчиваться паузой. Записывая $x_1(t) = 1(a_{11}, b_{11}) 0(_, a_{12})$ и $x_2(t) = 0(b_{20}, a_{21})$, определяем, что $m+1=2$ и $m=1$, а также $p+1=1$ и $p=0$. Тогда момент последнего переключения в $y(t)$ равен $a^{m+p+1} = a^2$. Отсюда процесс $y(t)$ в общем виде: $y(t) = 0(b^1 a^1, a^1) 1(_, b^2 a^2) 0(_, a^2)$. Сопоставляя общие выражения логических определителей:

$$a^{(r)} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & \end{vmatrix}^{(r)}, b^{(r)} = \begin{vmatrix} b_{11} \\ b_{20} \end{vmatrix}^{(r)}$$

Для вычисления их значений проводим перенумерацию элементов и добавляем фиктивные элементы. Пусть $a_{11} = A_{11}$; $a_{12} = A_{12}$; $a_{21} = A_{21}$; $b_{11} = B_{11}$; $b_{20} = B_{21}$, тогда

$$a^r = a^{(r)} = \begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13}^\phi \\ A_{21} & A_{22}^\phi & \end{vmatrix}^{(r)}; b^r = b^{(r)} = \begin{vmatrix} B_{11} & B_{12}^\phi \\ B_{21} & B_{22}^\phi \end{vmatrix}^{(r)}$$

Вычисляем необходимые для получения $y(t)$ определители:

$$a^1 = A_{11}A_{21} = a_{11}a_{21} = cb;$$

$$a^2 = A_{11}A_{22}^\phi \vee A_{12}A_{21} = A_{11} \vee A_{12}A_{21} = a_{11} \vee a_{12}a_{21} = c \vee eb;$$

$$b^1 = B_{11}B_{21} = b_{11}b_{20} = da;$$

$$b^2 = B_{11}B_{22}^\phi \vee B_{21}B_{12}^\phi = B_{11} \vee B_{21} = b_{11} \vee b_{20}a_{21} = d \vee a;$$

Отсюда искомый результат имеет вид

$$y(t) = 0(dacb, cb)1(-, (d \vee a)(c \vee eb)(-, c \vee eb)).$$

5. Методика анализа динамических процессов

В настоящей работе будем рассматривать методику анализа динамических процессов только для цифровых автоматов с памятью и одним контуром обратной связи. Структурная схема автомата, приведенная на рис. 2, состоит из комбинационной схемы и элемента памяти, изображаемого элементом задержки τ .

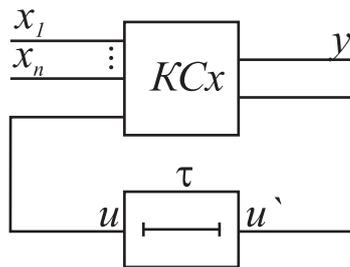


Рисунок 2 – Структурная схема автомата

Состоянием элемента памяти в момент времени t считается его выходной сигнал $u(t)$. Входными сигналами автомата являются сигналы $x_i(t)$, $i = \overline{1, n}$, а выходным сигналом – сигнал $y(t)$. $u'(t)$ является следующим внутренним состоянием элемента памяти и в частном случае $u'(t) = y(t)$.

Далее ограничимся рассмотрением только указанного частного случая.

Состояние автомата с памятью в момент t называется устойчивым, если все его элементы задержки и логические элементы находятся в этот момент в устойчивом состоянии, причем устойчивое состояние задержки определяется равенством ее входного и выходного сигналов, а устойчивое состояние логического элемента определяется устойчивым состоянием его задержки.

При изменении входных сигналов $x_i(t)$ в цифровом автомате устойчивое состояние может установиться сразу (с некоторой задержкой) или же после конечного числа смен состояний. В первом случае имеет место I-ая форма переходного процесса, при которой обеспечивается наибольшее быстродействие схемы, а во втором случае количество k смен состояний автомата задает k -ую форму переходного процесса. Например, если автомат находился в состоянии $u(0) = 0$ и под действием входных сигналов переходит в устойчивое состояние $u(t) = 1$, то переходный процесс имеет вид: в I-ой форме $u(t) = 1'_z$, во II-ой форме $u(t) = 1(z_1, z_2)0(_, z_3)$. В III-ой форме $u(t) = 1(z_1, z_2)0(_, z_3)1(_, z_4)0(_, z_5)$ и т.д., где моменты переключения z_i зависят от структуры автомата, значений задержек и подлежат отысканию в процессе анализа.

При изменении входных сигналов $x_i(t)$ в цифровом автомате устойчивое состояние может и не установиться, порождая бесконечный процесс перехода из одного неустойчивого состояния в другое. Такой процесс называется процессом генерации. Если автомат находился в устойчивом состоянии $u(o) = 0$, то процесс генерации будет иметь вид $u(t) = 1(z_1, z_2)0(_, z_3)1(_, z_4) \dots$, а если $u(o) = 1$, то $u(t) = 0(z_1, z_2)1(_, z_3)0(_, z_4) \dots$

Таким образом, задача анализа цифрового автомата с памятью и одним контуром обратной связи состоит в том,

чтобы по заданным внешним воздействиям $x_i(t)$ и начальному условию $u(0)$ найти динамический процесс в контуре $u(t)$ и указать условия, при которых этот процесс оканчивается устойчивым состоянием или возникает генерация. В случае детерминированных временных параметров схемы динамический процесс $u(t)$ также носит детерминированный характер. Вероятностный анализ требуется только при случайных временных параметрах автомата.

Методика детерминированного анализа автомата состоит из реализации последовательности следующих шагов.

1. С учетом задержек τ_i в логических элементах схемы составляется основное уравнение относительно неизвестного переходного процесса $u(t)$ в контуре

$$u(t) = F(x_i(t), u(t)). \quad (49)$$

2. По заданному начальному состоянию схемы $u(0)$ определяются возможные конечные устойчивые состояния и рассматриваются все переходы в них из состояния $u(0)$. Пусть N – количество таких переходов.
3. Для каждого из возможных переходов определяются M форм переходного процесса, где величина M задается или выбирается в зависимости от целей анализа.
4. $n := 1$.
5. $m := 1$.
6. Для n -го возможного перехода выбирается $u(t)$ в m -ой форме и конкретизируется и упрощается основное уравнение 49 путем подстановки в него $u(t)$ в выбранной форме и заданных $x_i(t)$. Для упрощения правой части 49 применимы любые методы, рассмотренные в разделе 4 методических указаний.
7. Решается уравнение 49, полученное в п.6 и определяется одно из решений $u_{nm}(t)$.
 - а) Если решение отсутствует, контур вообще не переходит в устойчивое состояние.

б) Если решение имеет место без дополнительных условий на временные параметры схемы, то контур всегда переходит в данное устойчивое состояние.

в) Если решение существует только при определенном соотношении временных параметров контура, эти соотношения образуют условие I_{nm} .

8. $m := m + 1$, и если $m \leq M$, то переходим к п.6.

9. $n := n + 1$, и если $n \leq N$, то переходим к п.5.

10. С учетом $u(0)$ выбирается $u(t)$ в форме генерации и конкретизируется и упрощается основное уравнение 49

11. Решается уравнение 49, полученное в п.10, и определяются временные параметры и условия генерации.

Методика вероятностного анализа автомата состоит из выполнения последовательности следующих шагов.

1. По результатам детерминированного анализа определения наличие решений $u_{nm}(t)$. Если такие решения имеют место, переходим к следующему шагу, в противном случае проведение вероятностного анализ не имеет смысла.

2. Для каждого из процессов $u_{nm}(t)$, если это возможно, определяется его случайная длительность как разность между конечным и начальным моментами переключения. Процессы $u_{nm}(t)$ могут также характеризоваться случайными моментами отдельных изменений сигнала.

3. С помощью методов, рассмотренных в параграфе 3.3, определяются условные функции плотности вероятности $f_0(t)$ случайных величин.

4. Вычисляются вероятности $P(I_{nm})$ выполнения условий I_{nm} . (Замечание. По п.7.2 $P(I_{nm}) = 1$).

5. По формуле

$$f(t) = P(I_{nm})f_0(t) \quad (50)$$

определяются безусловные функции плотности вероятности случайных величин.

6. По найденным $f(t)$ рассчитываются требуемые вероят-

ностные характеристики случайных величин, например, математическое ожидание, дисперсия и т.д.

6. Порядок выполнения работы

Порядок выполнения работы в основном следует методике, изложенной в разделе 5.

Этап 1. Подготовка.

1. Исходная схема цифрового автомата преобразуется путем включения постоянных задержек на выходе каждого логического элемента кроме последнего элемента, формирующего выходной сигнал $y(t)$. Будем считать, что задержка этого элемента уже учтена в задержке τ цепи обратной связи. Таким образом, в преобразованной схеме все логические элементы становятся безынерционными.
2. Произвольным образом указывается длительность введенных задержек. С целью упрощения процедур анализа считать, что однотипные элементы имеют одинаковые задержки.
3. В виде 49 составляется основное уравнение схемы, в котором с помощью нижних индексов указываются соответствующие задержки.
4. Для заданных входных воздействий $x_i(t)$ определяются их значения $x_i(0)$, установившееся к моменту времени $t = 0$.
5. Путем подстановки известных $x_i(0)$ и неизвестного $u(0)$ в уравнение 49 получается уравнение относительно $u(0)$. На данном шаге задержки можно проигнорировать, так как рассматривается установившееся состояние.
6. Решается уравнение, полученное на предыдущем шаге, и определяется значение $u(0)$. Если получается тождество $u(0) = u(0)$, далее рассматривать оба возможных случая: $u(0) = 0$, $u(0) = 1$. Если уравнение не имеет решения $u(0) = \bar{u}(0)$, уточнить задание у преподавателя.

Этап 2. Детерминированный анализ.

Рассматривая для каждого из вариантов перехода только две первые формы переходного процесса ($M = 2$), выполнить п.2 – п.11 алгоритма детерминированного анализа, приведенного в разделе 5.

Этап 3. Вероятностный анализ.

Выполнить п.1 – п.6 алгоритма вероятностного анализа, приведенного в разделе 5, считая, что в п.6 требуемыми характеристиками являются только математическое ожидание и дисперсия.

7. Задания для самостоятельного выполнения

- Исходная схема цифрового автомата представлена на рисунке 3. Известно, что $x_1(t) = 1'_a$, $x_1(t) = 0'_b$. Моменты времени a и b и величина задержки τ носят случайный характер и имеют соответствующие плотности распределения:

$$f_a(v) = \begin{cases} \frac{1}{3}, & 0 < v < 3; \\ 0, & v \leq 0, v \geq 3; \end{cases}$$

$$f_b(v) = \begin{cases} \frac{1}{4}, & 0 < v < 4; \\ 0, & v \leq 0, v \geq 4; \end{cases}$$

$$f_\tau(v) = \begin{cases} \frac{1}{5}, & 0 < v < 5; \\ 0, & v \leq 0, v \geq 5; \end{cases}$$

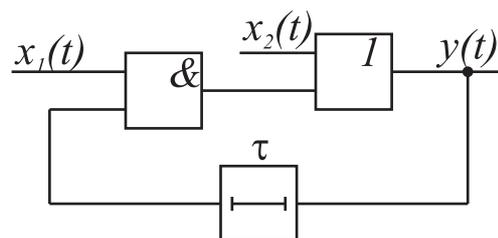


Рисунок 3 – Структурная схема цифрового автомата

2. Исходная схема цифрового автомата представлена на рисунке 4. Известно, что $x_1(t) = 0'_a$, $x_1(t) = 0'_b$. Моменты времени a и b и величина задержки τ носят случайный характер и имеют соответствующие плотности распределения:

$$f_a(v) = \begin{cases} \frac{1}{5}, & 0 < v < 5; \\ 0, & v \leq 0, v \geq 5; \end{cases}$$

$$f_b(v) = \begin{cases} \frac{1}{3}, & 0 < v < 3; \\ 0, & v \leq 0, v \geq 3; \end{cases}$$

$$f_\tau(v) = \begin{cases} \frac{1}{4}, & 0 < v < 4; \\ 0, & v \leq 0, v \geq 4; \end{cases}$$

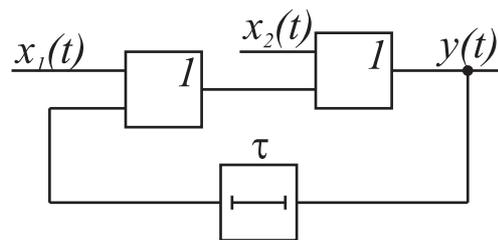


Рисунок 4 – Структурная схема цифрового автомата

8. Содержание отчета

1. Формулировка задания.
2. Определение возможных значений начального состояния системы.
3. Результаты детерминированного анализа: определение возможных переходов, вычисление условий перехода в устойчивое состояние.
4. Результаты вероятностного анализа.

9. Литература

1. Карпенко, А.С. Развитие многозначной логики [Текст] / А.С. Карпенко. — М.: Издательство ЛКИ, 2010. — 448 с.
2. Поляков, В.И., Скорубский, В.И. Использование многозначной логики при проектировании функциональных схем [Текст] // Известия вузов. Приборостроение. СПб.: Издательство СПбГУ ИТМО. 2014. Т.57. №4. С. 57 – 60.