

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна

Должность: проректор по учебной работе

Дата подписания: 11.08.2023 14:04:11

Уникальный программный ключ:

0b817ca911e6668abb13a5d426d39e5f1c11eabbf754943df4a4851fda56d089

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра космического приборостроения и систем связи

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
О.Г. Локтионова
« 8 » 08 2023 г.

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЗИСТИВНЫХ СХЕМНЫХ СОЕДИНЕНИЙ В ЦЕПЯХ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Методические указания
по выполнению лабораторной работы
для студентов, обучающихся по специальности
10.05.02 «Информационная безопасность
телекоммуникационных систем»
по дисциплине «Теория электросвязи»

Курск 2023

УДК 621.391

Составители: Д.С. Коптев

Рецензент

Доктор технических наук, старший научный сотрудник,
заведующий кафедрой космического приборостроения и систем связи

В. Г. Андронов

Исследование резистивных схемных соединений в цепях постоянного тока: методические указания по выполнению лабораторной работы / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Д.С. Коптев. – Курск, 2023. – 22 с.

Методические указания по выполнению лабораторной работы содержат краткие теоретические сведения о характеристиках резистивного элемента электрической цепи и об основных способах исследования резистивных цепей в системе компьютерного моделирования Multisim. Указывается порядок выполнения лабораторной работы.

Методические указания соответствуют учебному плану по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем», а также рабочей программе дисциплины «Теория электросвязи».

Предназначены для студентов, обучающихся по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем», очной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 08.08.2023. Формат 60x84/16.
Усл. печ. л. 1,28. Уч.-изд. л. 1,16. Тираж 100 экз. Заказ 739. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

Содержание

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ.....	4
2. ПОДГОТОВКИ К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ	4
3. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ.....	4
3. 1. Создание схемы	4
3. 2. Измерения с использованием индикаторов.....	8
3. 3. Измерения с использованием мультиметра	11
3. 4. Измерения с использованием ваттметра.....	13
3. 5. Анализ рабочей точки.....	14
3. 6. Проведение анализа с помощью функции DC-Sweep.....	15
3. 7. Настройка вида графика	17
3. 8. Использование программы Postprocessor	18
4. ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ НА ЛАБОРАТОРНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ.....	20
5. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА.....	22
6. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА.....	22

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

1. Изучение процессов в схемах с резисторами на постоянном токе с помощью системы компьютерного моделирования и анализа схем Multisim:

- определение значений токов и напряжений в схеме с постоянными сигналами с использованием индикаторов;
- измерение рассеиваемой мощности с применением ваттметра;
- определение значений токов и напряжений в схеме с применением функции анализа рабочей точки.

2. Изучение процессов моделирования в схемах с резисторами на постоянном токе при изменяющихся параметрах компонентов схем.

3. Построение графиков зависимости напряжений и токов в схеме от напряжения источника.

2. ПОДГОТОВКА К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

При подготовке к выполнению лабораторной работы необходимо:

- изучить теоретический материал, содержащийся в соответствующих разделах конспекте лекций;
- ознакомиться с содержанием и порядком выполнения лабораторной работы.

При подготовке к защите лабораторной работы необходимо:

- оформить отчет в соответствии с разделом 5;
- ознакомиться с рекомендованной литературой;
- устно подготовить ответы на контрольные вопросы.

3. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

3.1. Создание схемы

Для создания схемы необходимо следовать алгоритму:

- ✓ **Запустить программу Multisim из меню Пуск.**
- ✓ **Проверить настройки схемы.**

Для этого в меню Options (Опции) выберем пункт Sheet Properties (Свойства страницы). Откроем вкладку Circuit (Схема). Верхняя панель окна показывает, какая информация должна отображаться около каждого компонента схемы (см. рисунок 1).

Большая часть информация на данном этапе проектирования не представляет интереса, а лишь загромождает схему. Поэтому отключим ненужные опции, оставив лишь название компонента и его значение. (Найдите эти опции самостоятельно!)

На вкладке Workspace (см. рисунок 2) отметим опцию Show grid (Показать сетку), которая будет нам полезна при размещении компонентов.

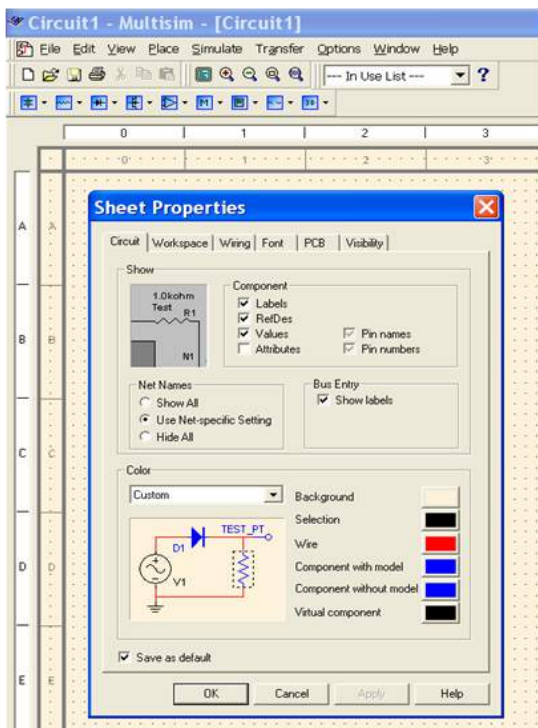


Рисунок 1

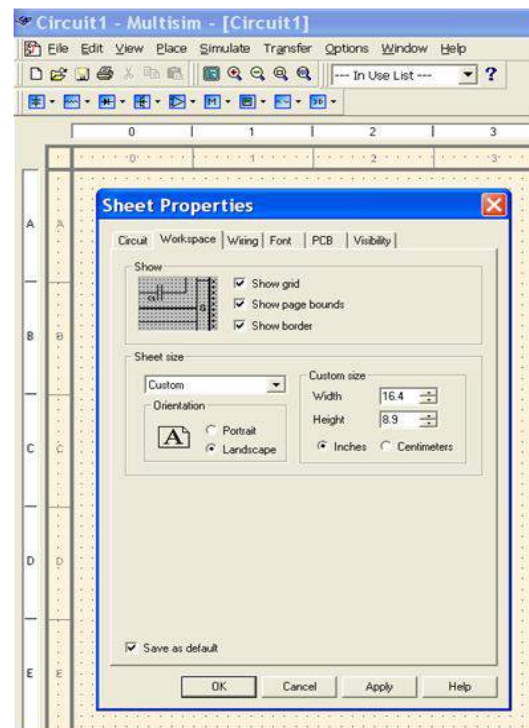


Рисунок 2

Наконец в пункте Preferences (Параметры) на вкладке Parts отметим опцию Place Single component (Поместить один компонент), благодаря которой можно размещать компоненты без опасения добавить два одинаковых компонента по ошибке (см. рисунок 3).

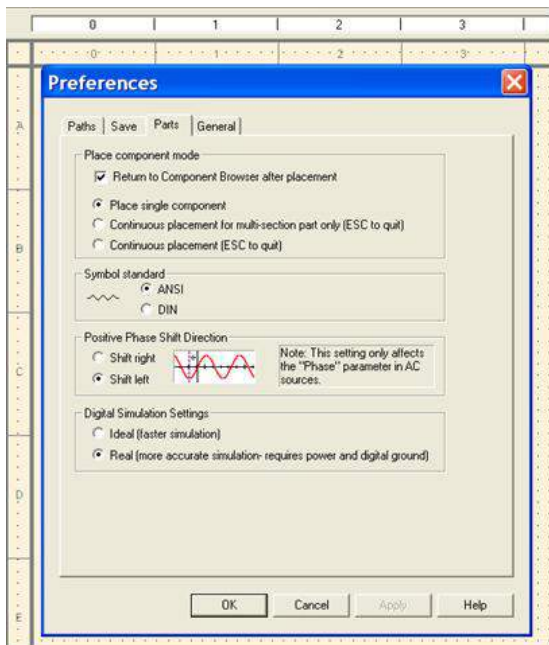


Рисунок 3

Также на этой вкладке можно выбрать стандарт для изображения компонентов (ANSI или DIN), а на вкладке Save интервалы времени для автосохранения созданных документов.

- ✓ **Собрать схему** (см. рисунок 4), установив заданные названия и значения компонентов.

Поскольку используемый по умолчанию в программе Multisim стандарт компонентов ANSI нами изменен не был, изображение некоторых компонентов могут быть отличны от используемых Вами ранее.

Для перехода к привычным изображениям необходимо выбрать стандарт DIN.

Примечание 1. В программе Multisim существуют несколько

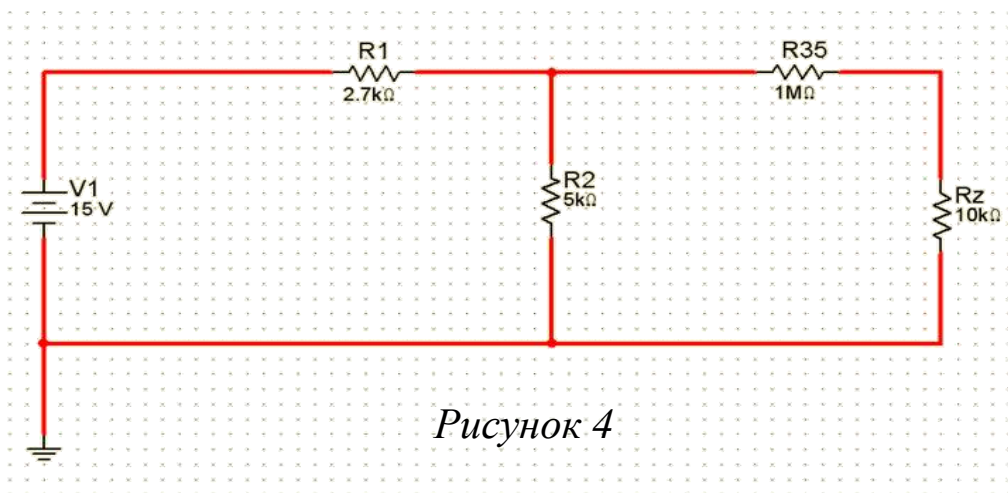


Рисунок 4

способов выбора компонентов. Поскольку в данной работе нам будут необходимы только виртуальные компоненты, удобнее всего воспользоваться панелью Virtual (View ► Toolbars ► Virtual).

При наведении курсора на любую пиктограмму высвечивается название семейства компонентов. При нажатии на стрелку, расположенную рядом с каждой пиктограммой, (см. рисунок 5), открывается выпадающий список компонентов семейства.

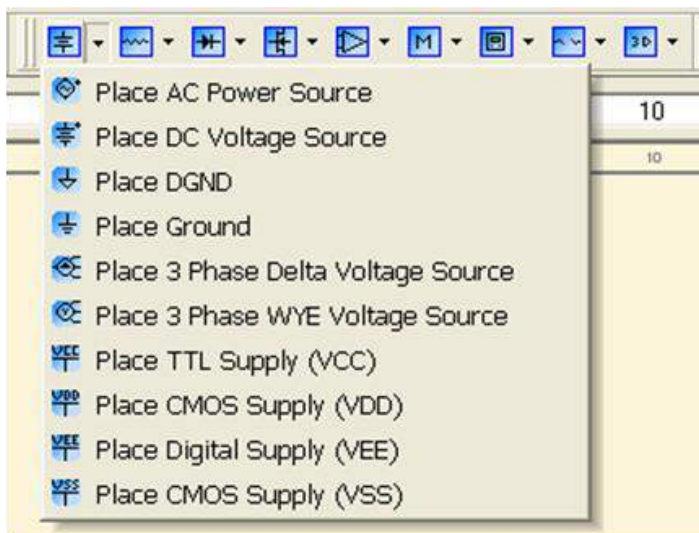


Рисунок 5

Виртуальный источник постоянного напряжения V1 (DC voltage Source) относится к семейству Power Source (крайняя левая пиктограмма), виртуальный резистор (Virtual resistor) – к семейству Basic (вторая слева пиктограмма).

Примечание 2. Виртуальные компоненты (в отличие от стандартных) позволяют произвольным

образом изменять свои параметры.

Для изменения параметров любого виртуального компонента необходимо дважды щелкнуть левой кнопкой мыши на этом компоненте. Откроются соответствующие диалоговые окна (диалоговое окно для изменения параметров резисторов показано на рисунке 6, источников напряжения – на рисунке 7).

На вкладке Value можно изменить значения компонентов, на вкладке Label – названия.

Примечание 3. Для подключения компонентов (соединения их проводами) поместим курсор мыши на нужный вывод компонента. При приближении к выводу стрелка курсора заменяется на символ в виде перекрестья. Это значит, что все готово для добавления провода.

Щелкнем левой кнопкой мыши и переместим курсор. При перемещении за курсором потянется черная линия. Для создания ломаной кривой с более чем одним изломом на месте требующихся изломов необходимо щелкать левой кнопкой мыши.

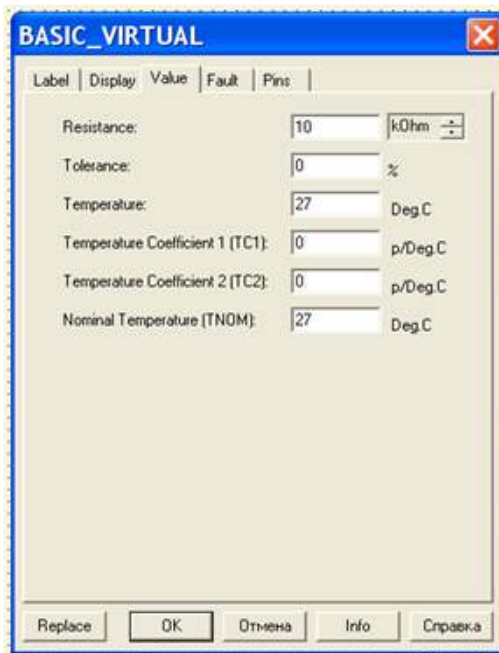


Рисунок 6

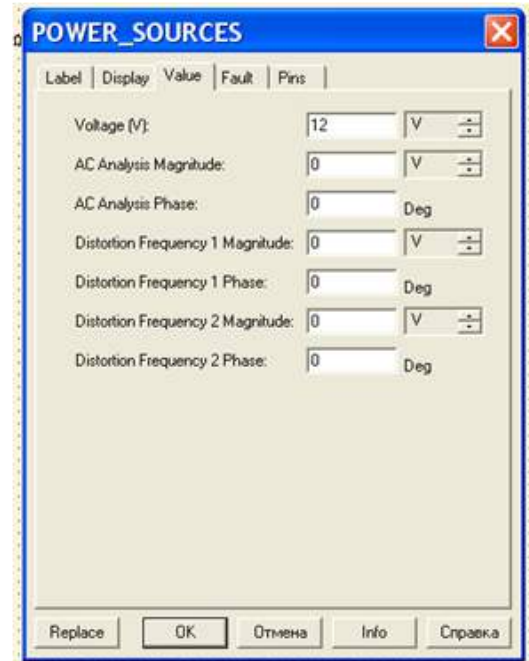


Рисунок 7

Приблизим линию к конечному пункту (выводу подключаемого элемента) и щелкнем левой кнопкой. Черная линия станет красной, а это означает, что соединение успешно добавлено.

Примечание 4. Для моделирования схемы в программе Multisim необходимо подключение к ней хотя бы одного заземления. Поскольку схема не содержит цифровых компонентов, добавим обычное (нецифровое) заземление Ground. Оно доступно в семействе Power Source (крайняя левая пиктограмма на панели Virtual).

3. 2. Измерения с использованием индикаторов

✓ Подключение индикатора тока.

Для определения ток источника воспользуемся индикатором тока (Ammeter (Horizontal) – амперметр с горизонтальными выводами), расположенном на панели Virtual (Measurement Family – семейство измерительных инструментов).

Амперметр располагается последовательно с компонентом, ток через который будет измеряться. Включим его в схему так, как показано на рисунке 8 (компонент U1).

Символы «+» и «-» на амперметре обозначают следующее: если ток входит в «+плюс» и выходит из «минуса» на экране отображается положительное значение. В противном случае – отрицательное.

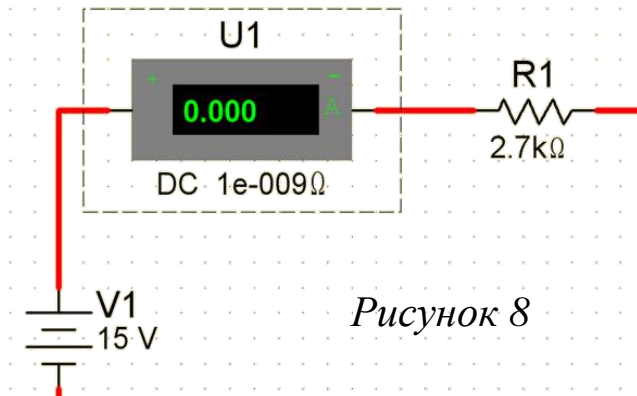


Рисунок 8

Примечание 5. Окно настройки параметров амперметра (открывающееся при двойном щелчке левой кнопкой мыши по символу компонента) содержит два важных параметра (см. рисунок 9).

Первый – Mode (режим) – настроен на режим измерения постоянного тока DC. Оставим его без изменения.

Второй – Resistance (R) – соответствует последовательному сопротивлению амперметра. Поскольку индикатор тока соединяется с другими элементами ветви последовательно, то его сопротивление (по умолчанию 1нОм) будет добавляться к общему сопротивлению ветви.

Заданное по умолчанию значение последовательного сопротивления амперметра мало по сравнению с общим сопротивлением схемы, поэтому менять его тоже не имеет смысла.

✓ Подключение индикатора напряжения

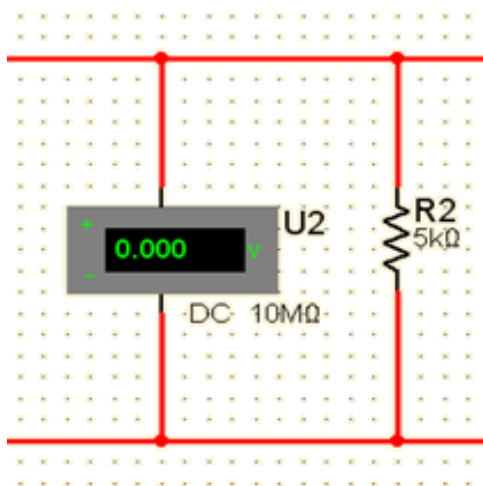


Рисунок 9

Индикаторы напряжения также расположены на панели Virtual (в семействе Measurement Family). Выберем Voltmeter Vertical (вольтметр с вертикальными выводами) и подключим его в схему параллельно участку цепи, падение напряжения на котором измеряется. Подключение для измерения падения напряжения на резисторе R35 показано на рисунке 9.

Как и при работе с индикаторами тока, индикаторы напряжения также можно настроить на измерение переменного и постоянного тока. В окне настройки параметров сохраним значение DC.

Другой важный параметр – это параллельного сопротивления вольтметра (см. рисунок 10). Значение, заданное по умолчанию



Рисунок 10

(10МОм), казалось бы, велико, но, поскольку сопротивление резистора R35 составляет 1МОм параметр Resistance (R) придется увеличить. Увеличим параллельное сопротивление вольтметра до 1ГОм, чтобы минимизировать его воздействие на схему.

Аналогично подключим виртуальный вольтметр с сопротивлением 1ГОм для измерения падения напряжения на резисторе R_x.

Теперь все подготовлено для проведения моделирования.

✓ Проведение моделирования

Выберем в меню Simulate (Моделировать) пункт Run (выполнить), или нажмем клавишу F5, или поставим переключатель «0/1» в положение «1». Индикаторы отобразят соответствующие значения (см. рисунок 11).

Примечание 6: Проведите аналитический расчет силы тока и паданий напряжений в соответствующих ветвях и сравните с результатом моделирования. Объясните, с чем связаны расхождения.

Измените сопротивления приборов. Проведите моделирование повторно. Как связаны отклонения расчетных и модельных результатов со значениями сопротивлений амперметра и вольтметра.

Примечание 7. Несмотря на то, что идеальным измеритель тока не имеет последовательного сопротивления, слишком низкое значение сопротивления использовать не следует. Задайте сопротивление амперметра равным 1пОм, проведите моделирование и сравните результат измерения силы тока с расчетным.

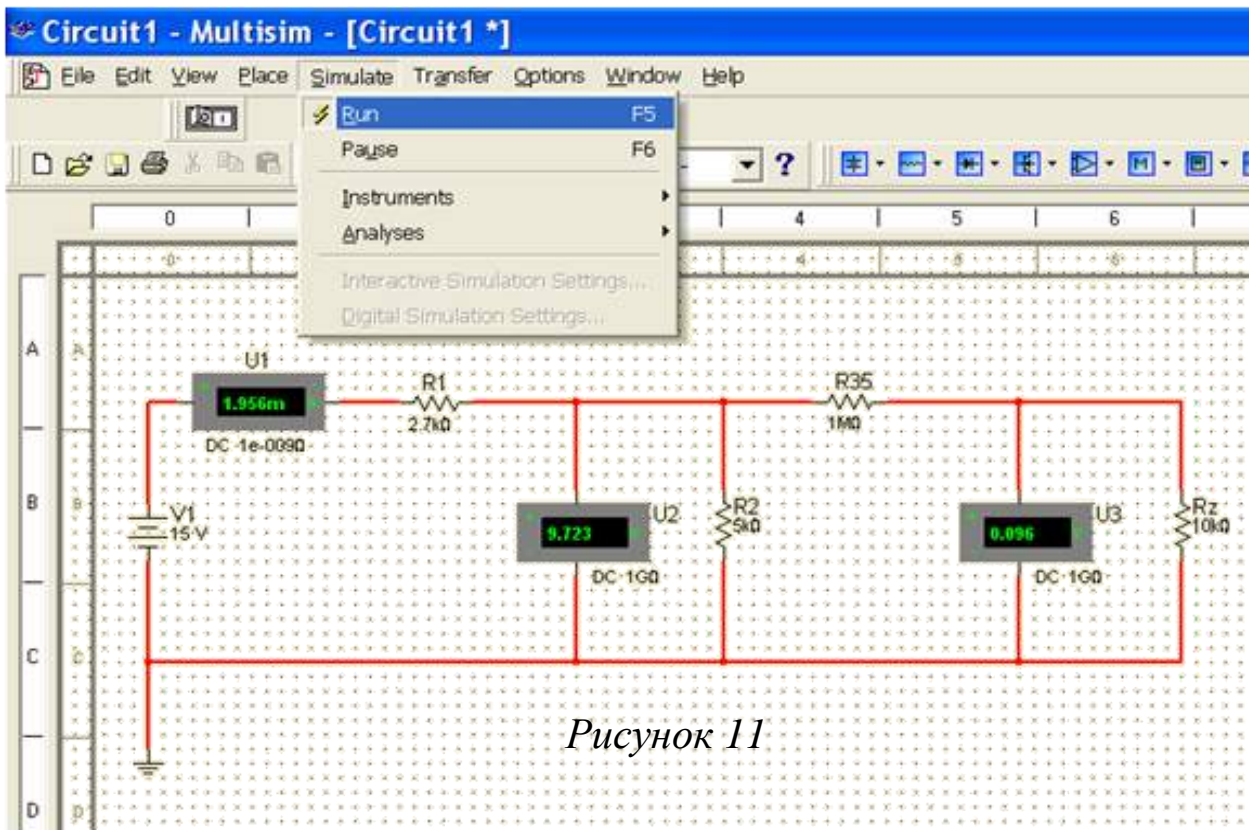


Рисунок 11

3.3. Измерения с использованием мультиметра

Измерения силы тока и падения напряжения можно проводить также с помощью прибора Multimeter.

✓ Подключение мультиметра

Добавить мультиметр в схему можно с помощью панели Instruments. Панель вызывается путем выполнения следующих действий: View – Toolbars – Instruments. Пиктограмма мультиметра показана на рисунке 11 (вверху).



Рисунок 11

Подключим к схеме два мультиметра: ток через резистор R1 будем измерять с помощью прибора ХММ1, падение напряжения на резисторе R2 – с помощью прибора ХММ2.

Для настройки функций устройств откроем диалоговое окно прибора (см. рисунок 12). Как мы видим, с помощью мультиметра можно измерять ток, напряжение, сопротивление

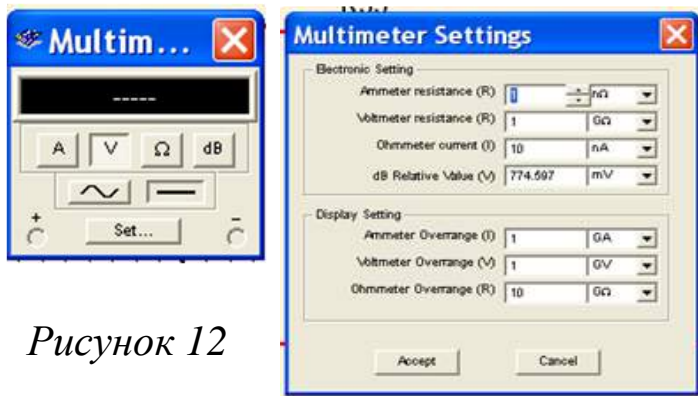


Рисунок 12

ние, а также уровень напряжения в децибелах. Можно выбрать режим измерения АС или DC.

Окно настроек параметров устройства открывается после нажатия кнопки Set.

Компоненты модели аналогичны компонентам индикаторов тока и напряжения. По умолчанию устройство имеет сопротивление 1 нОм при измерении тока, и 1 ГОм – при измерении напряжения.

Для измерения тока включаем мультиметр последовательно компоненту, для измерения напряжения – параллельно (см. рисунок 13).

✓ Проведение моделирования

Перед запуском моделирования вызовем диалоговое окно приборов. Результаты моделирования отобразятся в верхней части окон (рисунок 13).

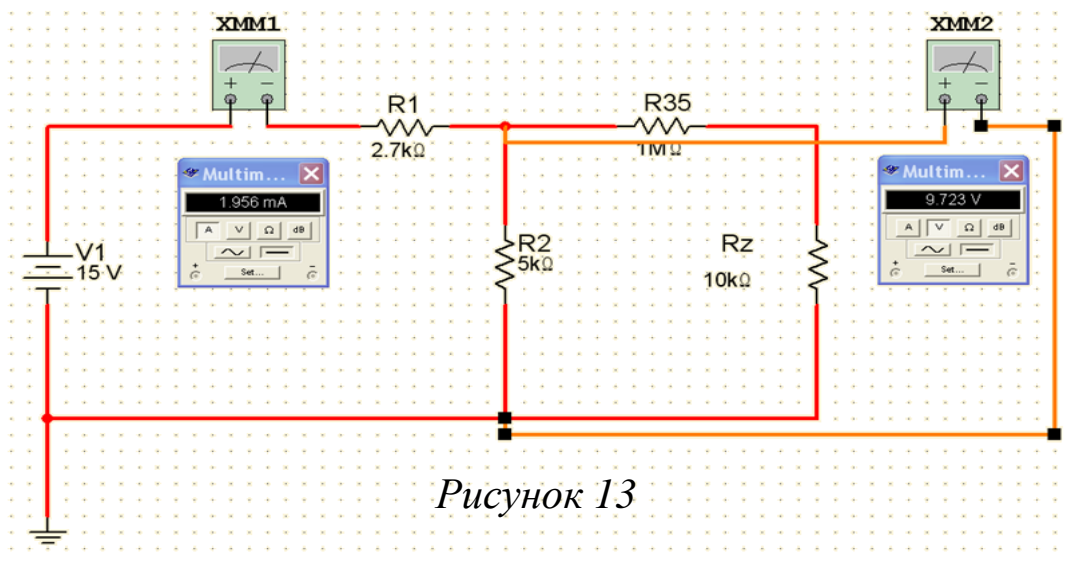


Рисунок 13

Примечание 8. Подключите мультиметр для измерения падения напряжения на резисторе Rx и проведите моделирование.

3. 4. Измерения с использованием ваттметра

Для измерения рассеиваемой в цепи мощности применим ваттметр.

✓ Подключение ваттметра

Добавим ваттметр в схему аналогично мультиметру – с помощью панели Instruments. Пиктограмма мультиметра показана на рисунке 14 (вверху).

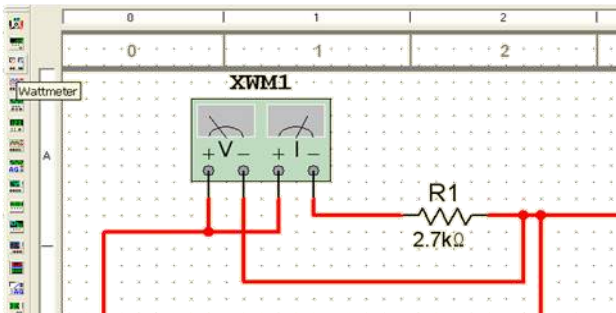


Рисунок 14

На этом же рисунке изображена схема подключения (обратите внимание на подключение токовых зажимов и зажимов напряжения) прибора.

✓ Проведение моделирования

Перед запуском моделирования вызовем диалоговое окно прибора. Проведем моделирование. Результаты моделирования показаны на рисунке 15.

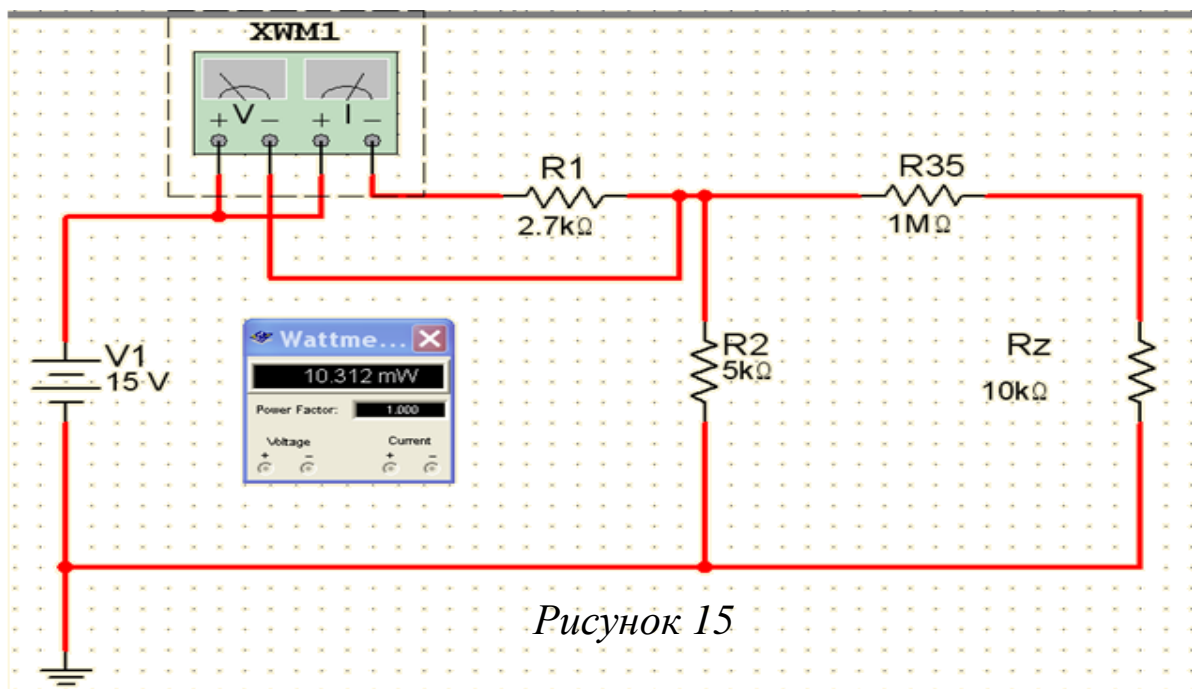


Рисунок 15

Примечание 9. Подключите прибор для измерения мощности, рассеиваемой на резисторе R_x самостоятельно. Проведите моделирование. Сравните все полученные результаты с расчетными.

3.5. Анализ рабочей точки

DC Operating Point Analysis (Анализ рабочей точки) позволяет определить напряжение во всех узлах схемы.

✓ Изменение нумерации узлов.

Выясним, как в нашей схеме пронумерованы узлы. Для этого выделив провод, подходящий к узлу, и дважды щелкнув по нему левой кнопкой мыши, откроем окно Node (см. рисунок 16).

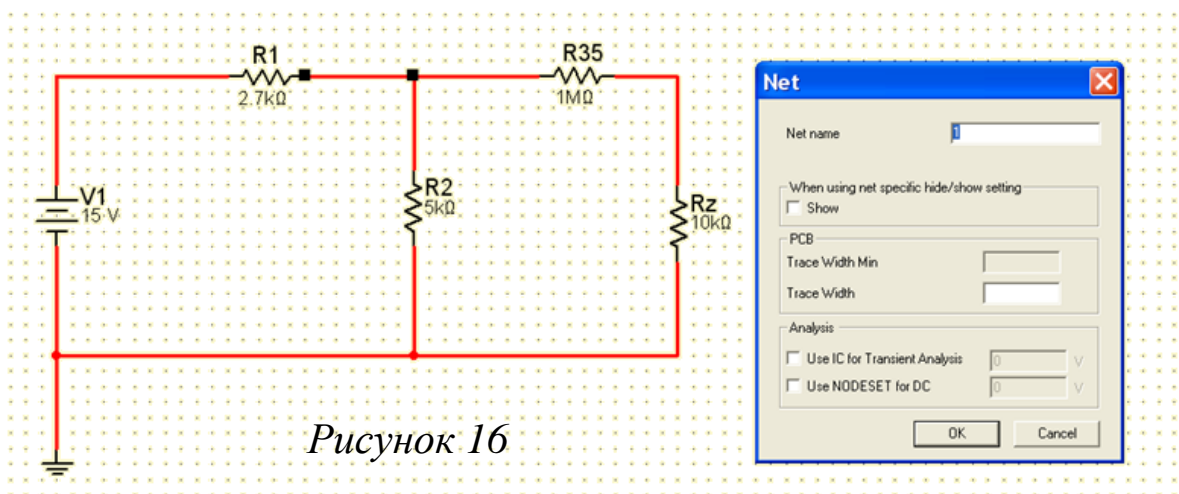


Рисунок 16

Изменим название узла в поле Net name (запишем Vmid) и сохраним изменения. Для того, чтобы отобразить новое название на схеме в меню Options выберем пункт Preferences и на вкладке Circuit выберем опцию Show node names (отображать названия узлов), поставив галочку.

Примечание 10. Переименовать в схеме можно все узлы, кроме узла «0».

✓ Настройка анализа рабочей точки

Зная имя узла, мы сможем выполнить анализ рабочей точки. Выберем в меню пункты Simulate ► Analysis ► DC Operating Point

(Моделировать ► Анализ ► Анализ рабочей точки). В левой части открывшегося окна виден список всех доступных узлов (см. рисунок 17). Перенесем нужные узлы в правую часть окна (выделив название и нажав кнопку Add – добавить). Результат на рисунке 18.

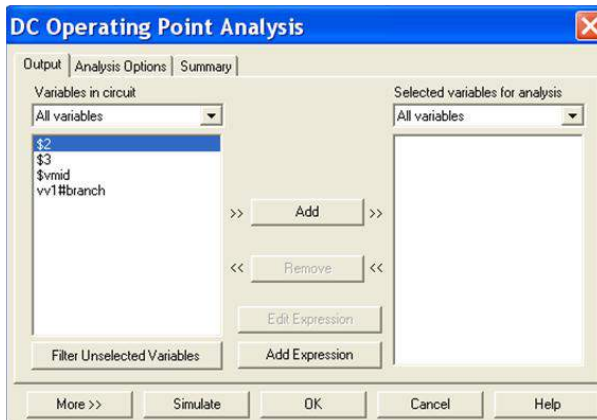


Рисунок 17

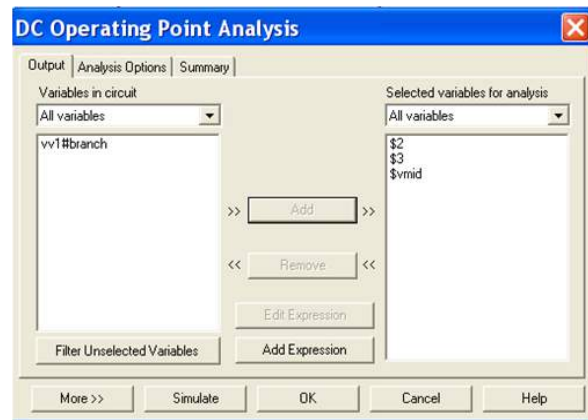


Рисунок 18

✓ Настройка анализа рабочей точки

DC Operating Point	
1	\$3 15.00000
2	\$2 96.27110 m
3	\$vmid 9.72338

Рисунок 19

Нажмем кнопку моделирования Simulate внизу окна DC Operating Point Analysis. Результаты отобразятся в новом окне Grapher View (см. рисунок 19).

Как мы видим, они полностью соответствуют результатам, полученным во время предыдущих измерений.

3. 6. Проведение анализа с помощью функции DC-Sweep

В процессе анализа необходимо выяснить, как будет меняться напряжение в узлах схемы при плавном (проходящем через ряд фиксированных близко расположенных точек) изменении напряжения источника от 0 до 25 В.

✓ **Выберем** в меню пункты **Simulate – Analyses – DC-Sweep** (Моделирование – Анализ – DC-Sweep). Поскольку источник постоянного тока в схеме единственный, программа выбирает его по умолчанию (см. рисунок 20).

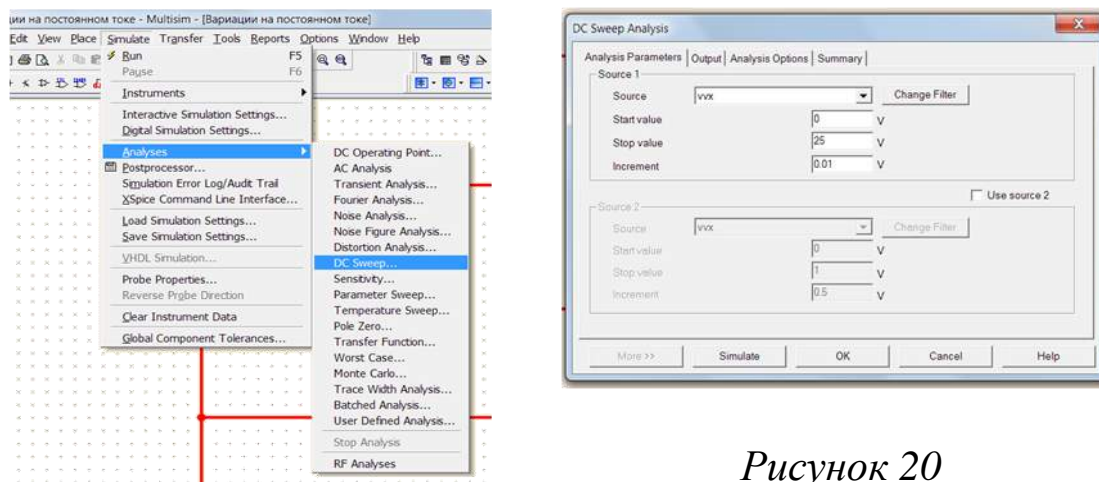


Рисунок 20

Примечание 11. Обратим внимание, что программа автоматически добавила перед «нашим» названием Vx литеру V. Это вызвано тем, что в программе Spice (с которой мы будем работать при построении графиков) все названия источников напряжения должны начинаться с этой литеры. Поэтому соответствующие префиксы добавляются к названиям всех компонентов.

✓ **Введем необходимые входные данные** в окно DC-Sweep Analyses (см. рисунок 20).

Примечание 12. Поскольку в схеме имеется только один источник, нижняя часть окна анализа неактивна. При наличии двух источников мы можем задавать режимы изменения напряжения для обоих (вложенные вариации – nested sweep).

✓ Укажем **требующиеся выходные данные**, вызвав вкладку Output. Выделим переменную \$v0, нажмем кнопку Add. Переменная появится в правой части окна (см. рисунок 21).

Примечание 13. Для начала анализа необходимо выбрать хотя бы одну переменную.

✓ Проведение моделирования

Нажмем кнопку Simulate внизу окна. Откроется окно Analysis Graphs (Графики анализа), в котором отобразится выбранное напряжение (см. рисунок 22).

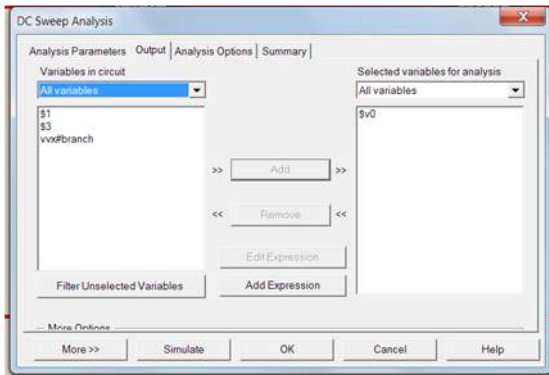


Рисунок 21

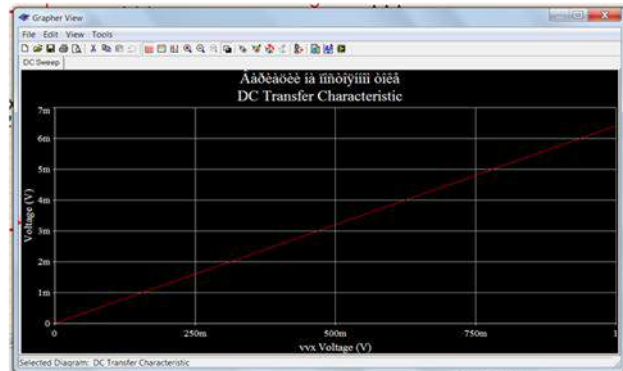



Рисунок 22

3. 7. Настройка вида графика

✓ **Инвертирование цвета.** По умолчанию все графики в программе отображаются на черном фоне. Это неудобно, особенно если ориентироваться на последующую печать изображения. Для изменения настроек выберем в меню Analysis Graphs пункты View – Reverse Color (Вид – Обратить цвета), или нажмем пиктограмму  на верхней панели.

✓ **Редактирование названия графика.** Поскольку программа Spice не работает с кириллическими символами, название графика (а по умолчанию оно совпадает с названием файла) отобразилось некорректно.

Исправим ситуацию. Для этого в меню Edit (Редактирование) выберем пункт Page Properties (Свойства страницы), уберем (или запишем латиницей) название графика (Title).

Окно свойств показано на рисунке 23. Оно позволяет также подкорректировать шрифт, которым набрано название графика (Font), название таблицы (Tab name), а также детальнее настроить цвет подложки (фона) графика (Background color).

Промежуточный вариант отображения графика (после выполнения двух действий) показан на рисунке 24.

✓ **Редактирование осей, сетки, линий.** Поскольку вид графика пока еще не окончательно нас устраивает, проведем дальнейшие корректировки. Откроем окно Graph Properties (Свойства графика) в меню Edit.

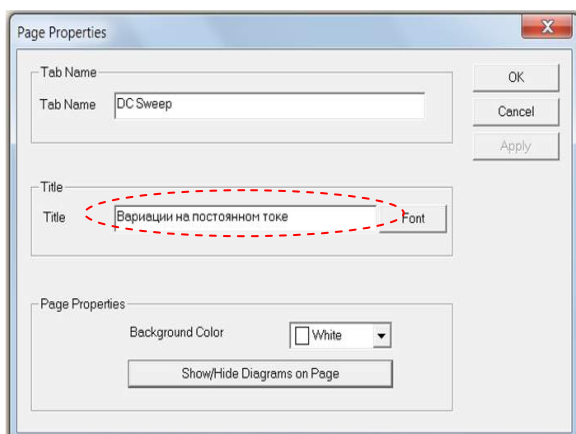


Рисунок 23

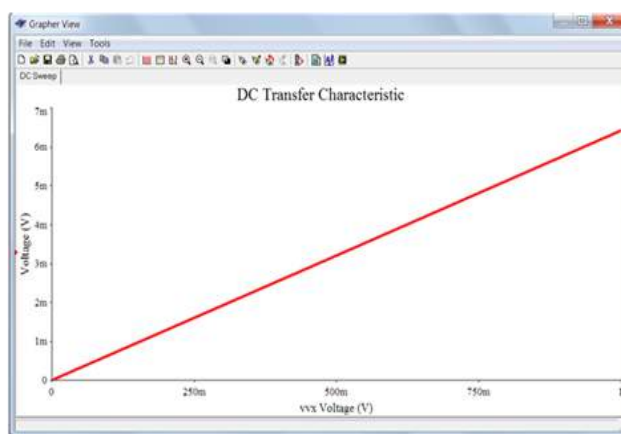


Рисунок 24

Свойства сетки (Grid), а также название графика редактируются на вкладке General (Общие); толщина и цвет линий графика – на вкладке Traces (Линии).

Установить необходимые диапазоны по осям (а также добавить новые оси, активизировав флажок Enable) можно на вкладках Left Axis, Bottom Axis, Right Axis, Top Axis (Левая ось, Нижняя ось, Правая ось, Верхняя ось соответственно).

Также на этих вкладках можно задать названия осей (Label) и масштаб по осям (линейный – Linear, логарифмический – Logarithmic).

Примечание 14: Проведите редактирование свойств графика самостоятельно. Необходимый результат показан на рисунке 25

3. 8. Использование программы Postprocessor

Применим программу Postprocessor для просмотра напряжения на других компонентах схемы.

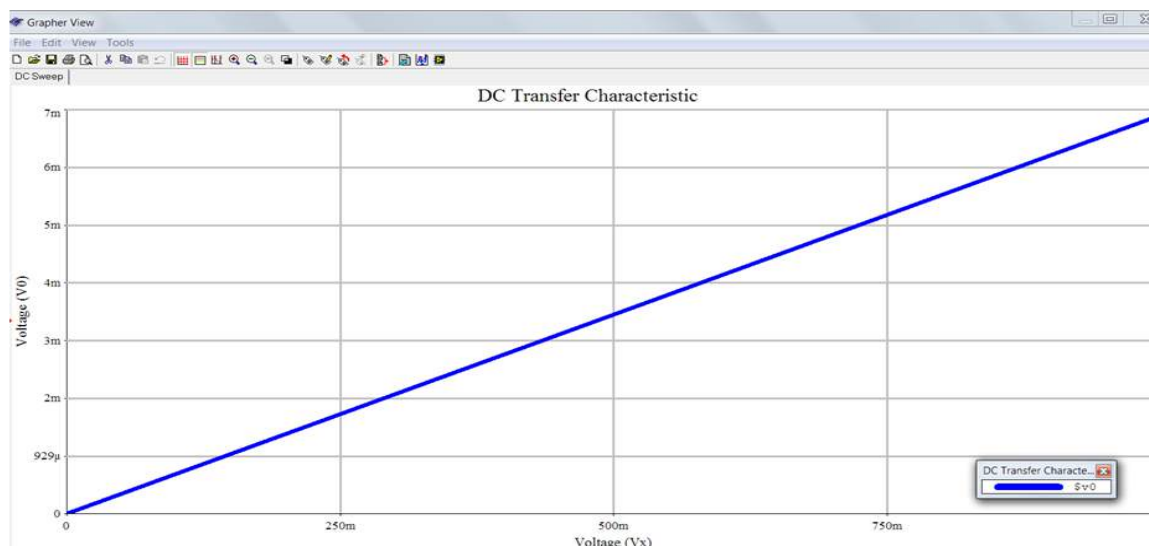


Рисунок 25

Откроем окно программы (см. рисунок 26): Simulate – Post-processor, и щелкнем по Expression (Выражения).

В разделе Select Simulation Rezalt (Выберите результаты моделирования) приведен список доступных результатов (он включает в себя все выполненные сеансы). На данный момент сеанс один; если их много – выбираем последний в списке.

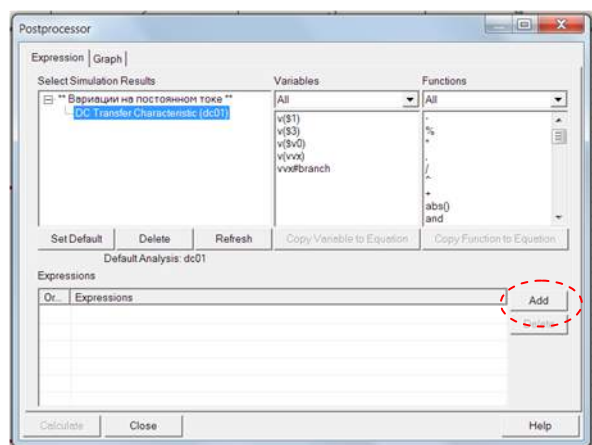


Рисунок 26

✓ **Добавим данные в программу.** Для этого нажмем кнопку Add и создадим выражение для графика.

Примечание 15: В качестве переменных для выражения можно напряжения узлов, приведенные в колонке Variables. Ток показан только один (ток источника напряжения – переменная vvx#branch). Токи через резисторы отсутствуют.

Добавим два значения напряжения (см. рисунок 27), выделив поочередно их в столбце Variables и дважды щелкнув левой кнопкой мыши (или нажав кнопку Add).

✓ **Создадим нужные графики**, щелкнув по вкладке Graph (см. рисунок 27).

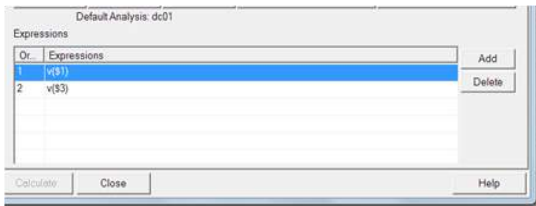


Рисунок 27

В поле `Post_Process_Page_1` изменим это (стандартное) название страницы на более отражающее сущность требуемого графика (Node Voltages).

Добавим график, присвоив ему то же название (Node Voltages).

Теперь, выделяя поочередно и нажимая пиктограмму со стрелкой вправо, перенесем из колонки Expressions Available (доступные выражения) в колонку Expressions Select (выделенные выражения) оба наши выражения.

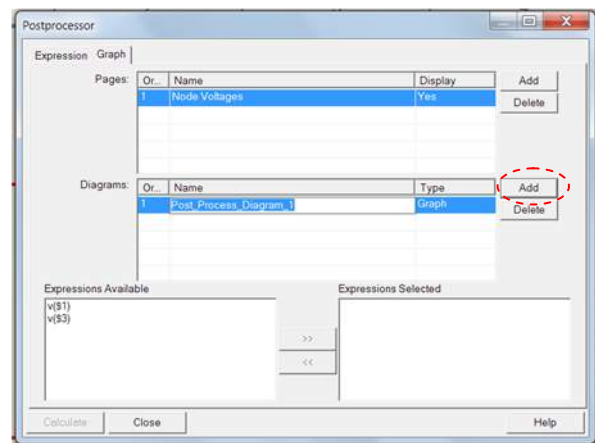


Рисунок 28

После того, как `v($1)` и `v($3)` перенесены в нужную колонку, нажимаем кнопку Calculate (посчитать). На экране отобразятся графики напряжений в узлах (в одной системе координат).

✓ **Отредактируем графики**. Результат приведен на рисунке 29.

4. ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ НА ЛАБОРАТОРНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ

Создайте новый файл и соберите схему, данную преподавателем. Выполните следующие задания:

4.1. Определите токи и падения напряжения в отмеченных участках схемы.

- а) воспользовавшись индикаторами;
- б) воспользовавшись мультиметром;

в) воспользовавшись анализом SPICE DC Operating Point

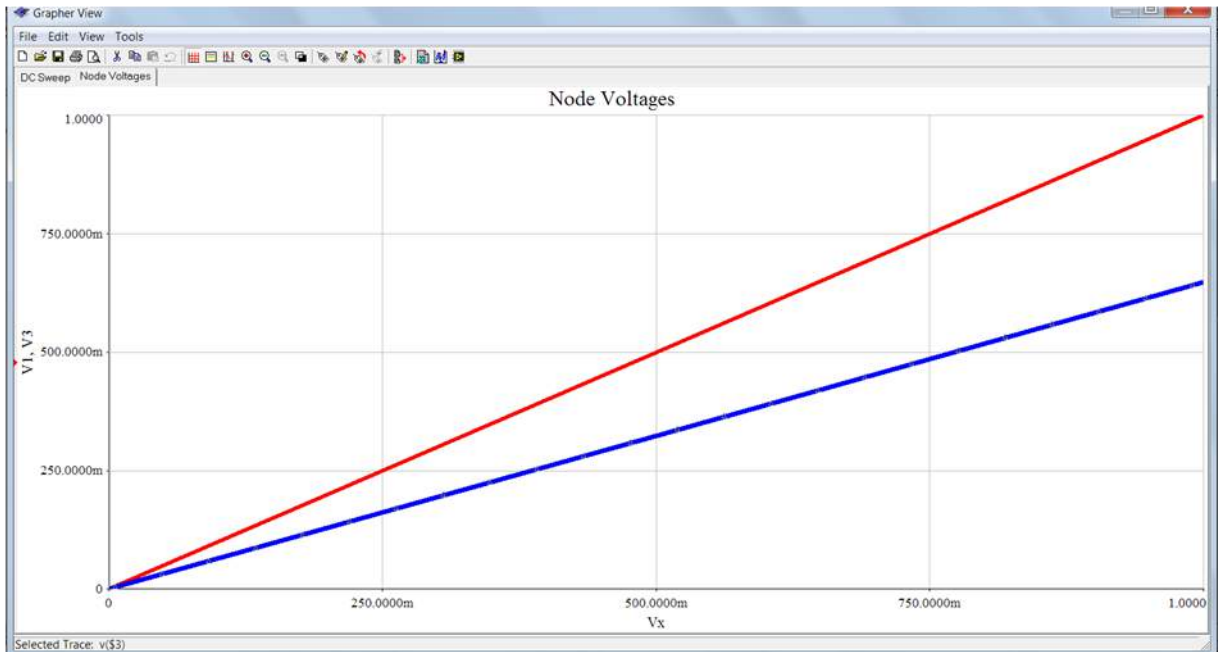


Рисунок 29

4. 2. Покажите, что второй закон Киргхофа выполняется для каких-либо двух контуров схемы;

4. 3. Подтвердите первый закон Киргхофа для двух узлов схемы.

4. 4. Определите мощность, рассеиваемую указанными в задании резисторами, и мощность источника питания, воспользовавшись ваттметрами.

4. 5. Подтвердите полученные в пп. 4. 1 и 4. 4 результаты расчетным путем, рассчитав предварительно общее сопротивление схемы.

4. 6. Воспользовавшись анализом DC-Sweep, постройте и отредактируйте графики изменения напряжения в заданных узлах схемы при плавном изменении напряжения источника (диапазон изменения задается преподавателем).

5. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Цель работы.
2. Скриншоты результатов измерений, Анализа рабочей точки и анализа DC-Sweep.
3. Основные формулы, используемые при расчетах.
4. Подробная запись всех этапов проведенных расчетов и их результаты.
5. Выводы.

6. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Попов, В. П. Основы теории цепей / В. П. Попов. – 3-е изд., испр. – М.: Высш. шк., 2000 – 575 с.

УДК 681.325

Составители: Д.С. Коптев

Рецензент

Доктор технических наук, старший научный сотрудник,
заведующий кафедрой космического приборостроения и систем связи

В. Г. Андронов

Исследование линейных цепей при гармоническом воздействии: методические указания по выполнению лабораторной работы / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Д.С. Коптев. – Курск, 2023. – 31 с.

Методические указания по выполнению лабораторной работы содержат краткие теоретические сведения о алгоритме анализа линейных цепей методом комплексных амплитуд. Показан способ исследования цепей в системе компьютерного моделирования Multisim. Указывается порядок выполнения лабораторной работы.

Методические указания соответствуют учебному плану по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем», а также рабочей программе дисциплины «Теория электросвязи».

Предназначены для студентов, обучающихся по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем», очной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 08.08.2023. Формат 60x84/16.

Усл. печ. л. 1,8. Уч.-изд. л. 1,63. Тираж 100 экз. Заказ 739. Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.

305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

Содержание

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ.....	4
2. ПОДГОТОВКА К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ	4
3. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ.....	4
3. 1. Комплексные числа. Формы представления.....	4
3. 2. Комплексное представление гармонических функций	6
3. 3. Символический метод комплексных амплитуд.....	11
3. 4. Идеальные пассивные элементы при гармоническом воздействии.....	16
3. 5. Примеры расчета простейших последовательных цепей при гармоническом воздействии	21
4. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ	24
4. 1. Анализ последовательной RL-цепи	24
4. 2. Анализ последовательной RC-цепи	28
5. ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ НА ЛАБОРАТОРНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ.....	30
6. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА.....	31
7. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА.....	31

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

1. Изучение символического метода комплексных амплитуд применительно к анализу линейных цепей при гармоническом воздействии:

- построение комплексных схем замещения и векторных диаграмм для простейших линейных цепей;
- расчет комплексных напряжений и токов в цепях.

2. Построение графиков токов и напряжений в линейных цепях в системе компьютерного моделирования Multisim с использованием функции Transient Analysis.

2. ПОДГОТОВКА К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

При подготовке к выполнению лабораторной работы следует:

- изучить теоретический материал, содержащийся в методических указаниях;
- ознакомиться с содержанием и порядком выполнения лабораторной работы.

При подготовке к защите лабораторной работы необходимо:

- оформить отчет в соответствии с разделом 5;
- ознакомиться с соответствующими разделами конспекта лекций и рекомендованной литературой;
- устно подготовить ответы на контрольные вопросы.

3. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

3.1. Комплексные числа. Формы представления

3.1.1. Понятие комплексного числа. Алгебраическая форма записи комплексных чисел. Комплексное число в алгебраической записи – это выражение вида

$$A = A' + jA'', \quad (1)$$

где $A' = \operatorname{Re}[A]$ – действительная составляющая,

$A'' = \operatorname{Im}[A]$ – мнимая составляющая комплексного числа.

$j = \sqrt{-1}$ – мнимая единица.

3. 1. 2. Геометрическое представление комплексных чисел. Наряду с алгебраической формой записи комплексных чисел (1), используют их геометрическое представление на *комплексной плоскости* (см. рис. 1, а), ось абсцисс которой называется вещественной осью, ось ординат – мнимой.

В этом случае комплексное число изображается в виде вектора, проведенного из начала координат в точку A с абсциссой $\text{Re}[A]$ и ординатой $\text{Im}[A]$.

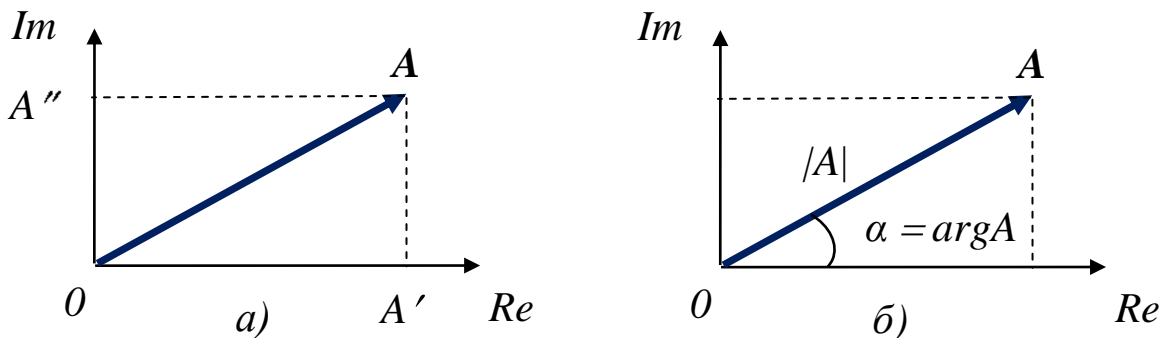


Рисунок 1

Длину изображающего вектора называют *модулем* числа A , угол между этим вектором и положительным направлением вещественной оси – *аргументом* числа A (см. рис. 1, б).

Модуль и аргумент комплексного числа определяются по его действительной и мнимой составляющим следующим образом:

$$\begin{aligned} |A| &= \sqrt{(A')^2 + (A'')^2}; \\ \alpha = \arg A &= \arctg \frac{A''}{A'}. \end{aligned} \quad (2)$$

3. 1. 3. Тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Выражение действительной и мнимой составляющих комплексных чисел через их модуль и аргумент также не представляет сложности:

$$A' = \text{Re}[A] = |A| \cdot \cos \alpha; \quad A'' = \text{Im}[A] = |A| \cdot \sin \alpha. \quad (3)$$

Из (3) следует *тригонометрическая форма записи комплексных чисел*:

$$A = |A| \cdot \cos \alpha + j |A| \cdot \sin \alpha. \quad (4)$$

3. 1. 4. Показательная форма записи комплексных чисел.
Вспомнив *формулу Эйлера*:

$$e^{j\alpha} = \cos\alpha + j \sin\alpha, \quad (5)$$

легко из выражения (4) перейти к *показательной* форме записи комплексного числа:

$$A = |A| \cdot e^{j\alpha}. \quad (6)$$

Именно выражение (6) используется для представления гармонических функций времени.

3. 2. Комплексное представление гармонических функций

3. 2. 1. Понятие гармонической функции. Функция времени называется гармонической, если её значения подчиняются синусоидальному или косинусоидальному закону:

$$a(t) = A_m \sin(\omega t + \psi'), \quad (7)$$

$$a(t) = A_m \cos(\omega t + \psi). \quad (8)$$

В электротехнике принята форма записи (7), в радиотехнике и теории цепей – (8). Обе они эквивалентны при условии

$$\psi' = \frac{\pi}{2} + \psi.$$

В (8) A_m – амплитуда функции (её максимальное значение);

$\theta = \omega t + \psi$ – мгновенная фаза (или просто фаза);

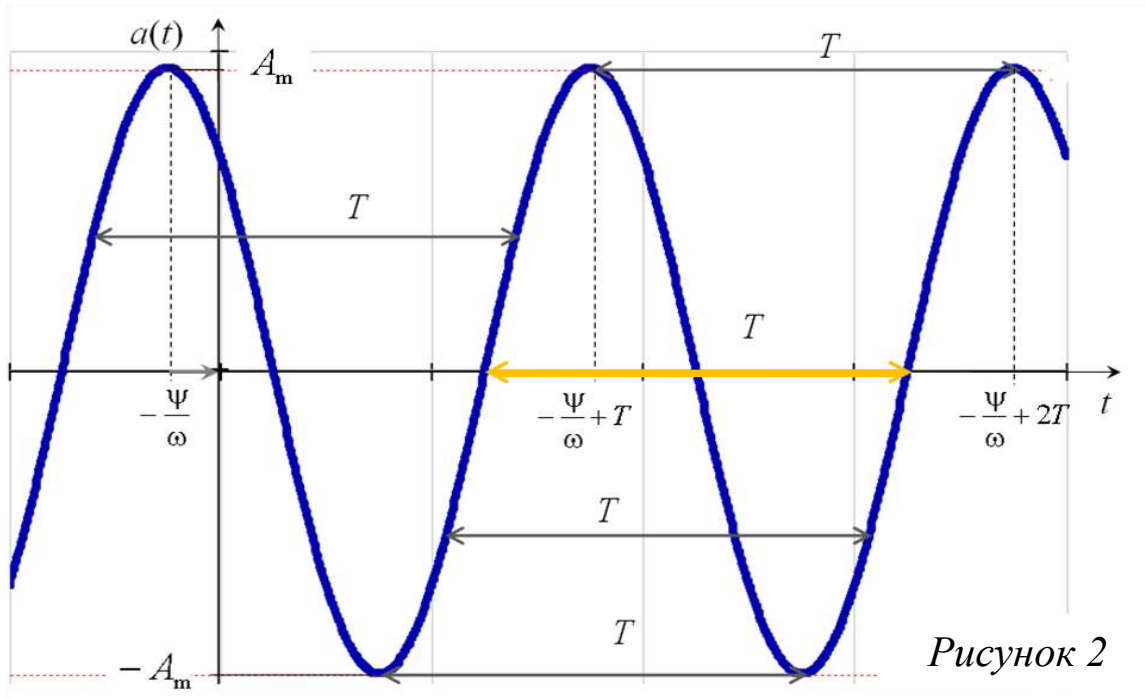
ω – угловая (круговая) частота;

ψ – начальная фаза.

Начальная и мгновенная фазы измеряются в радианах (рад).
Угловая частота – в радианах в секунду (рад/с).

3. 2. 2. Графическое изображение гармонической функции во временной области. График гармонической функции (8) показан на рис. 2. По оси абсцисс отложено время в секундах, по оси ординат – значения функции $a(t)$ в единицах изменяющейся вели-

чины. Амплитуда функции A_m равна по модулю её минимальному значению ($-A_m$).



Как видно из графика, гармонические функции являются периодическими – любые их значения повторяются через некоторые равные промежутки времени T , называемые *периодом функции*:

$$a(t) = a(t+T) = a(t+2T) = \dots = a(t+nT), \quad (9)$$

где n – произвольное целое число.

Частотой периодической функции называется величина, обратная её периоду.

$$f = \frac{1}{T}. \quad (10)$$

Частота f измеряется в герцах (Гц): $1 \text{ Гц} = 1 \text{ с}^{-1}$, и связана с круговой частотой ω следующим соотношением:

$$\omega = 2\pi f. \quad (11)$$

Отсюда следует

$$T = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (12)$$

Если начальная фаза гармонической функции *положительная* ($\psi > 0$), то точка ближайшего максимума смещена относительно начала координат *влево*, если *отрицательная* – то *вправо*. С учетом знака получаем, что абсцисса t_m точки ближайшего максимума будет равна $t_m = -\psi/\omega$ ($\omega t_m + \psi = 0$).

Гармоническая функция, показанная на рис. 2, очевидно имеет положительную начальную фазу. У функции $a_2(t)$ (см. рис. 3) начальная фаза отрицательная.

3. 2. 3. Определение сдвига фаз двух гармонических функций одинаковой частоты. Рассмотрим две гармонические функции $a_1(t)$ и $a_2(t)$, имеющие одинаковую круговую частоты ω , но различные амплитуды A_{m1} и A_{m2} , и начальные фазы ψ_1 и ψ_2 (см. рисунок 3):

$$\begin{aligned} a_1(t) &= A_{m1} \cos(\omega t + \psi_1); \\ a_2(t) &= A_{m2} \cos(\omega t + \psi_2). \end{aligned} \tag{13}$$

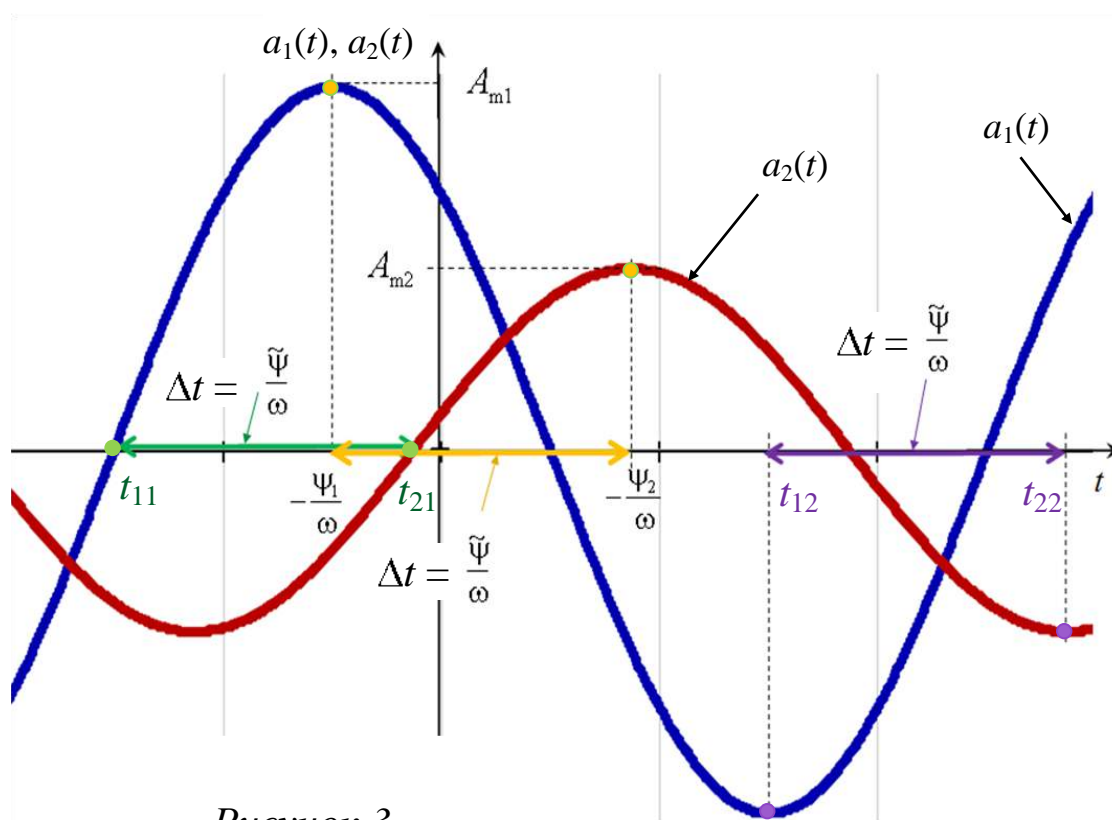


Рисунок 3

Для определения сдвига фаз $\tilde{\psi}$:

$$\tilde{\psi} = (\omega t + \psi_1) - (\omega t + \psi_2) = \psi_1 - \psi_2 \quad (14)$$

двух гармонических функций (8д) необходимо:

1) определить абсциссы *любых* двух точек этих функций, находящихся в одной фазе.

На рис. 1 точки с абсциссами $-\psi_1/\omega$ и $-\psi_2/\omega$ (выделены оранжевым цветом) находятся в нулевой фазе: $A_m \cos 0 = A_m$.

Точки с абсциссами t_{11} и t_{21} (выделены зеленым цветом) находятся в фазе, равной $\pi/2$: $A_m \cos(\pi/2) = 0$.

Точки с абсциссами t_{12} и t_{22} (выделены фиолетовым цветом) находятся в фазе, равной $3\pi/2$: $A_m \cos(3\pi/2) = -A_m$.

2) рассчитать разность между этими абсциссами:

$$\Delta t = t_{21} - t_{11} = t_{22} - t_{12} = -\frac{\psi_1}{\omega} + \frac{\psi_2}{\omega}. \quad (15)$$

3) умножить полученный временной интервал на круговую частоту:

$$\tilde{\psi} = \Delta t \cdot \omega. \quad (16)$$

Очевидно, функция $a_1(t)$ опережает по фазе функцию $a_2(t)$. Поскольку частота этих функций одинакова, разность их фаз постоянна и равна разности начальных фаз.

Две гармонические функции одинаковой частоты *совпадают по фазе* (являются синфазными), если разность их начальных фаз $\tilde{\psi} = 0$ (см. рис. 4, а), и находятся в *противофазе*, если $\tilde{\psi} = \pm\pi$ (см. рис. 4, б).

3.2.2. Мгновенный комплекс гармонической функции. Любой функции, заданной в форме (8), можно поставить в соответствие комплексное число

$$\underline{a} = A_m e^{j(\omega t + \psi)}. \quad (17)$$

Число \underline{a} , называемое *мгновенным (текущим) комплексом* гармонической функции $a(t)$, имеет модуль, равный её амплитуде, и аргумент, равный её фазе.

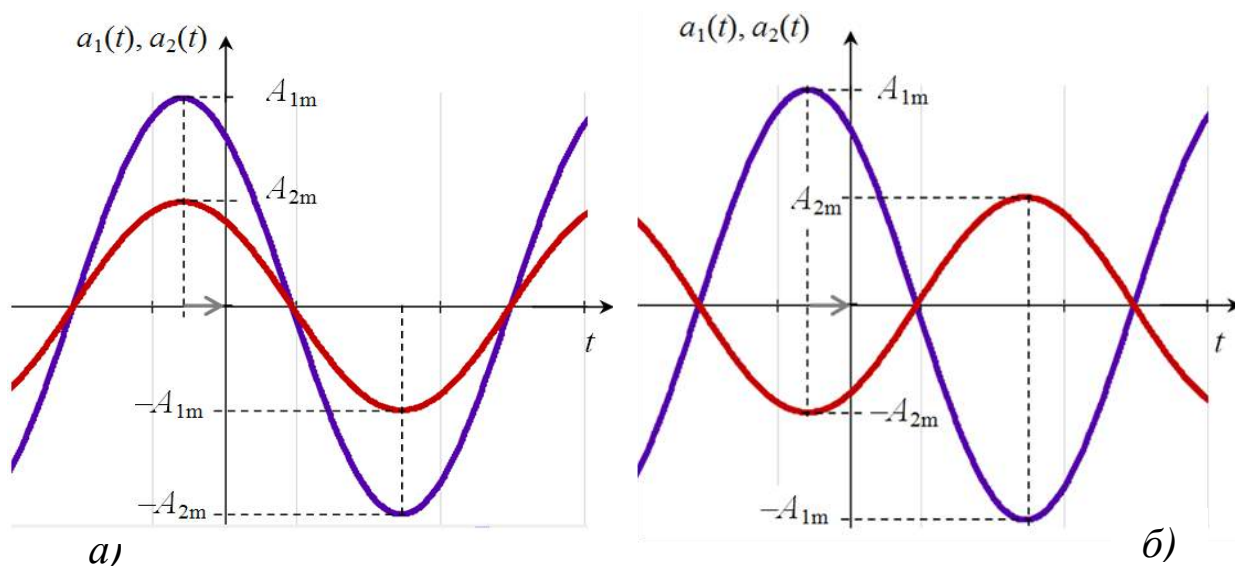


Рисунок 4

Воспользуемся формулой Эйлера (5) и представим мгновенный комплекс (9) в виде:

$$\underline{a} = A_m [\cos(\omega t + \psi) + j \sin(\omega t + \psi)]. \quad (18)$$

Из (18) с очевидностью следует, что действительная составляющая мгновенного комплекса \underline{a} как раз и равна исходной функции $a(t)$:

$$a(t) = A_m \cos(\omega t + \psi) = \operatorname{Re}[\underline{a}]. \quad (19)$$

3. 2. 3. Комплексная амплитуда гармонической функции.

По определению, комплексная амплитуда \dot{A}_m гармонической функции времени (8) – это комплексное число, модуль которого равен амплитуде этой функции, а аргумент – её начальной фазе [1]:

$$\dot{A}_m = \underline{a}|_{t=0} = A_m e^{j\psi}. \quad (20)$$

Геометрическая интерпретация комплексной амплитуды приведена на рис (5, а).

3. 2. 4. Выражение гармонической функции через её комплексную амплитуду. Перепишем мгновенный комплекс (17) в форме:

$$\underline{a} = A_m e^{j(\omega t + \psi)} = A_m e^{j\omega t} e^{j\psi} = \dot{A}_m e^{j\omega t}. \quad (21)$$

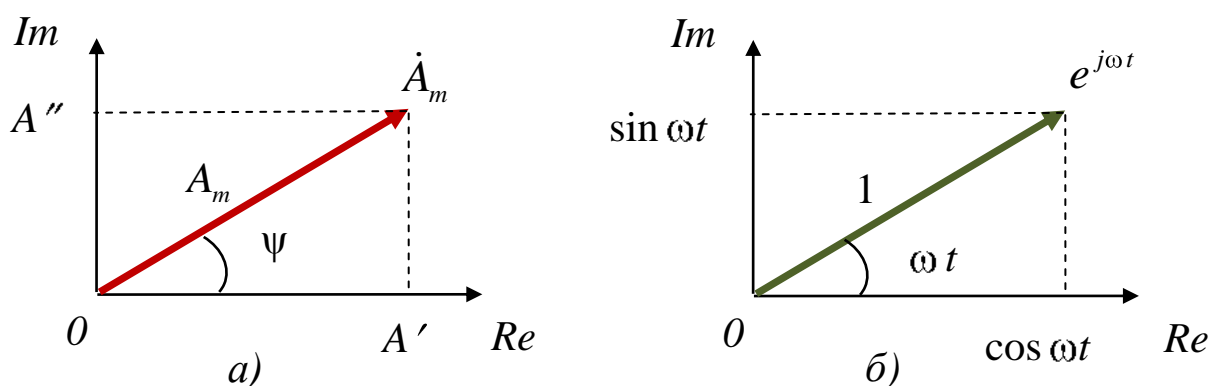


Рисунок 5

Отсюда с учетом (19) следует:

$$a(t) = \operatorname{Re}[\underline{a}] = \operatorname{Re}[\dot{A}_m e^{j\omega t}]. \quad (22)$$

Второй сомножитель в квадратных скобках $e^{j\omega t}$ – *оператор вращения*. Это вектор, имеющий единичную длину и «вращающийся» в комплексной плоскости против часовой стрелки с угловой скоростью ω (см. рис. 5, б).

Комплексную амплитуду \dot{A}_m рассматривают как *изображение гармонической функции* времени $a(t)$ на комплексной плоскости. Сама функция $a(t)$ называется *оригиналом*.

3.3. Символический метод комплексных амплитуд

Символический метод комплексных амплитуд (иногда называемый просто комплексным методом) базируется на представлении гармонических функций времени в символической форме с помощью комплексных чисел [1].

Тем самым исходная функция из временной области (области вещественного аргумента t) смещается в частотную область (область мнимого аргумента $j\omega$).

3.3.1. Математическая модель процессов в электрической цепи. Режим работы, при котором все токи и напряжения электрической цепи являются периодическими функциями времени, называется *установившимся*.

При этом постоянные токи и напряжения, рассматриваются как частный случай периодических функций, с частотой $f=0$ и периодом $T=\infty$.

Режим работы цепи, при котором токи и напряжения не меняются по периодическому закону, называется *неустановившимся*. Частным случаем такого процесса является *переходный процесс* – процесс перехода от одного установившегося режима к другому.

Процессы в реальных цепях можно описать периодическими функциями лишь приближенно, поскольку реальные переходные процессы затухают бесконечно медленно.

Поэтому представление токов и напряжений в виде периодических (в частном случае, гармонических) функций времени является приближенной *математической моделью* (описанием на языке математики) реальных процессов в электрической цепи [1].

3.3.2. Комплексные изображения токов и напряжений.

Токи и напряжения различных ветвей электрической цепи, находящейся под гармоническим воздействием, в установившемся режиме являются функциями гармоническими времени одной частоты и отличаются лишь своими амплитудами.

Следовательно, оператор вращения $e^{j\omega t}$ (см. 22) для комплексных изображений этих функций будет общим, а вся специфическая информация будет содержаться только в их комплексных амплитудах \dot{U}_m и \dot{I}_m :

$$\dot{U}_m = U_m e^{j\psi_U}, \quad \dot{I}_m = I_m e^{j\psi_I}, \quad (23)$$

определяемых по вещественным амплитудам U_m и I_m и начальным фазам ψ_U и ψ_I .

3.3.3. Комплексное сопротивление. Идеализированный пассивный двухполюсник – это участок цепи без источников энергии, имеющий два внешних зажима (см. далее рис. 4, а).

Комплексным сопротивлением Z (комплексным входным сопротивлением) такого участка цепи называется отношение комплексной амплитуды напряжения на зажимах к комплексной амплитуде тока.

Таким образом,

$$Z = \frac{\dot{U}_m}{\dot{I}_m}. \quad (24)$$

Из (24) следует:

$$Z = \frac{U_m e^{j\psi_U}}{I_m e^{j\psi_I}} = \frac{U_m}{I_m} e^{j(\psi_U - \psi_I)}. \quad (25)$$

Поскольку, как и любое комплексное число, комплексное сопротивление можно представить в показательной форме:

$$Z = z \cdot e^{j\varphi}, \quad (26)$$

из (25) получаем:

$$z = |Z| = \frac{U_m}{I_m}, \quad \varphi = \arg Z = \psi_U - \psi_I. \quad (27)$$

Аргумент φ определяет сдвиг фаз между током в цепи и напряжением источника питания (см. п. 3.2.3) и показывает характер сопротивления цепи.

Если φ положителен ($0 < \varphi < \pi/2$), ток отстает по фазе от напряжения и сопротивление цепи имеет *резистивно-индуктивный* характер (при $\varphi = \pi/2$ сопротивление чисто индуктивное).

Если аргумент φ отрицателен ($-\pi/2 < \varphi < 0$), ток опережает по фазе напряжение и сопротивление цепи имеет *резистивно-ёмкостный* характер (при $\varphi = -\pi/2$ сопротивление чисто ёмкостное).

И, наконец, если аргумент $\varphi = 0$ цепь имеет только *активное* (*резистивное*) сопротивление.

Модуль комплексного входного сопротивления участка цепи z носит название *полного входного сопротивления*.

3.3.4. Комплексная проводимость. *Комплексной проводимостью* (комплексной входной проводимостью) участка цепи называется величина, обратная его комплексному входному сопротивлению:

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{\dot{I}_m}{\dot{U}_m}. \quad (28)$$

Комплексная проводимость в показательной форме.

$$Y = y e^{-j\vartheta}. \quad (29)$$

Из определения (28) следует:

$$y = |Y| = \frac{1}{|Z|} = \frac{1}{z} = \frac{I_m}{U_m}, \quad (30)$$

$$\vartheta = \arg Y = -\arg Z = -\varphi. \quad (31)$$

Аналогично полному входному сопротивлению, модуль комплексной входной проводимости y называется *полной входной проводимостью*.

3.3.5. Изображение комплексных сопротивлений и проводимости на комплексной плоскости. Представим комплексные сопротивление и проводимость в алгебраической форме:

$$Z = r + jx, \quad Y = g + jb. \quad (32)$$

Величины r и g представляют собой вещественные (*резистивные*) составляющие, а величины x и b – мнимые (*реактивные*) составляющие комплексного сопротивления и комплексной проводимости.

Изображение Z и Y на комплексной плоскости показано на рис. 6, а и б.

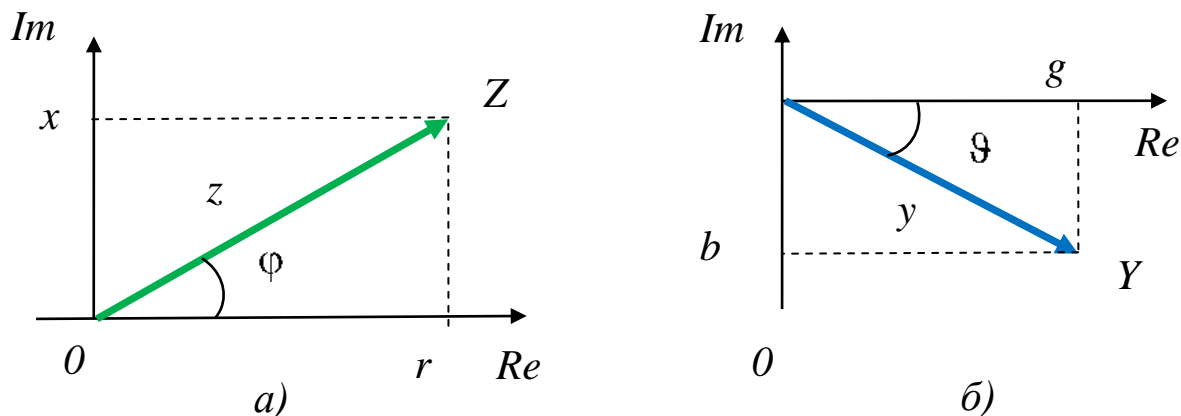


Рисунок 6

3.3.6. Комплексная схема замещения цепи. Любому изолированному пассивному двухполюснику (рис. 7, а) (в том числе и любому идеализированному пассивному элементу – сопротивлению, ёмкости и индуктивности) можно поставить в соответствие комплексную схему замещения.

В этой схеме участок цепи будет представлен комплексным сопротивлением или проводимостью, а токи и напряжения – комплексными амплитудами (см. рис. 7, б).

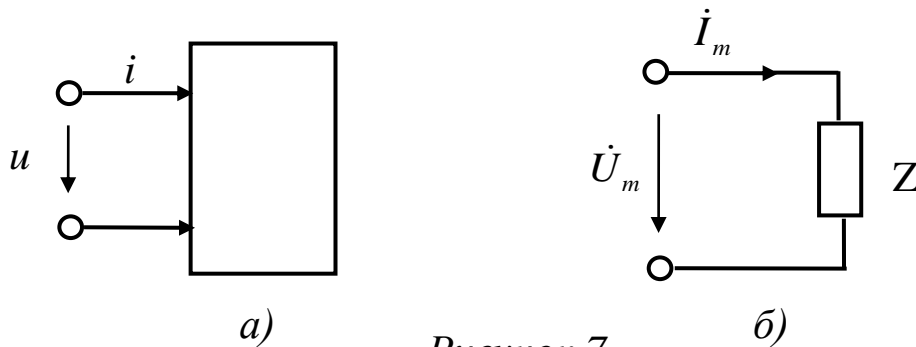


Рисунок 7

3.3.7. Закон Ома в комплексной форме. Зная комплексное сопротивление (или комплексную проводимость) участка цепи, можно по известному току найти приложенное к зажимам напряжение, или по известному напряжению определить ток в цепи:

$$\dot{U}_m = Z \dot{I}_m, \quad \dot{I}_m = Y \dot{U}_m. \quad (33)$$

Зависимости (33) представляют собой запись *закона Ома в комплексной форме*.

Закон Ома в комплексной форме выполняется также и для комплексных действующих значений тока и напряжения.

3.3.8. Законы Кирхгофа в комплексной форме. От законов Кирхгофа, выражающих зависимости между мгновенными значениями токов и напряжений цепи, можно перейти к зависимостям для их изображений, называемым *законами Кирхгофа в комплексной форме*.

Первый закон Кирхгофа: сумма комплексных амплитуд токов всех ветвей, подключенных к каждому из узлов цепи, равна нулю:

$$\sum_k^n \dot{I}_{mk} = 0, \quad (34)$$

где k – номер ветви, n – количество ветвей.

Второй закон Кирхгофа: сумма комплексных амплитуд напряжений всех ветвей, входящих в любой контур рассматриваемой цепи, равна нулю:

$$\sum_l^s \dot{U}_{ml} = 0, \quad (35)$$

где l – номер ветви, s – количество ветвей.

Законы Кирхгофа (также как и закон Ома) выполняются и для комплексных действующих значений напряжений и токов \dot{U} и \dot{I} :

$$\dot{U} = \frac{\dot{U}_m}{\sqrt{2}}; \quad \dot{I} = \frac{\dot{I}_m}{\sqrt{2}}. \quad (36)$$

3.3.9. Алгоритм анализа цепи методом комплексных амплитуд:

- 1) замена всех гармонических токов и напряжений (оригиналов) их комплексными изображениями;
- 2) составление комплексной схемы замещения;
- 3) составление и решение уравнений равновесия цепи в комплексной форме с использованием выражений (33) – (35));
- 4) обратный переход от комплексных изображений к оригиналам.

3.4. Идеальные пассивные элементы при гармоническом воздействии

3.4.1. Резистивный элемент. При гармоническом воздействии ток, протекающий через идеализированный линейный резистор сопротивлением R , совпадает по фазе с напряжением:

$$\psi_I = \psi_U = \psi. \quad (37)$$

Мгновенные значения тока и напряжения выражаются зависимостями (см. рис. 8):

$$u_R = U_{mR} \cos(\omega t + \psi); \quad (38)$$

$$i_R = I_{mR} \cos(\omega t + \psi) = \frac{U_{mR}}{R} \cos(\omega t + \psi).$$

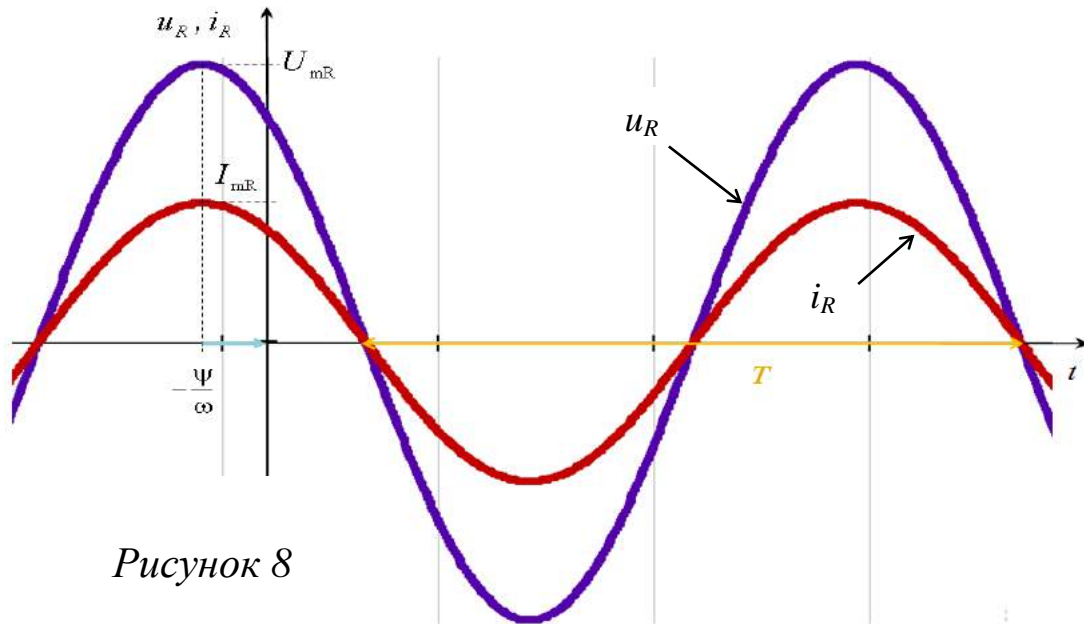


Рисунок 8

Комплексные амплитуды напряжения и тока резистивного элемента имеют одинаковые аргументы и отличающиеся в R раз модули (см. рис. 9, а):

$$\dot{U}_{mR} = U_{mR} e^{j\psi}, \quad \dot{I}_{mR} = I_{mR} e^{j\psi} = \frac{U_{mR}}{R} e^{j\psi}. \quad (39)$$

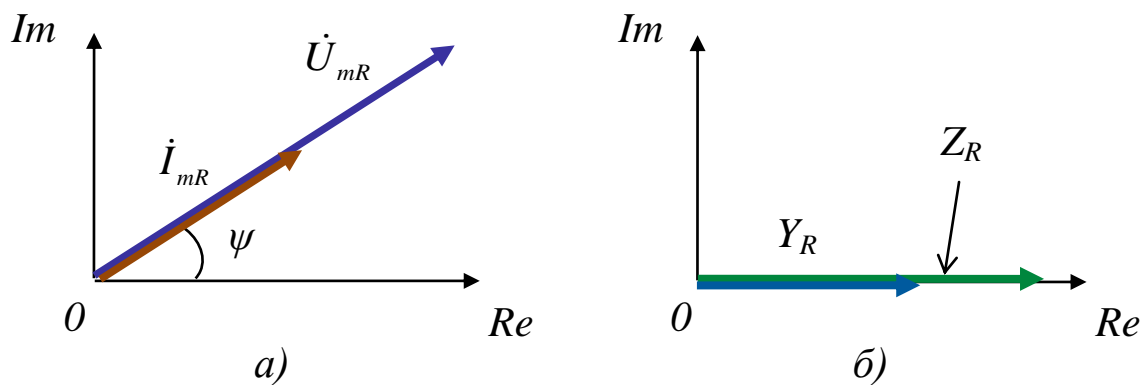


Рисунок 9

Комплексное сопротивление идеального резистора содержит только действительную составляющую R (см. рис. 9, б):

$$Z_R = R, \quad Y_R = \frac{1}{R}. \quad (40)$$

3.4.2. Ёмкостный элемент. При гармоническом воздействии ток идеальной ёмкости *опережает по фазе* напряжение на 90° :

$$\psi_I = \psi_U + \frac{\pi}{2}. \quad (41)$$

Мгновенные значения тока и напряжения выражаются зависимостями (см. рис. 10):

$$u_C = U_{mC} \cos(\omega t + \psi_{UC}); \quad (42)$$

$$i_C = I_{mC} \cos(\omega t + \psi_{IC}) = \omega C U_{mC} \cos(\omega t + \psi_{UC} + \pi/2).$$

Комплексные амплитуды напряжения и тока идеальной ёмкости задаются выражениями (43) (см. также рис. 11, а):

$$\dot{U}_{mC} = U_{mC} e^{j\psi_{UC}},$$

$$\dot{I}_{mC} = I_{mC} e^{j\psi_{IC}} = \omega C U_{mC} e^{j(\psi_{UC} + \pi/2)}. \quad (43)$$

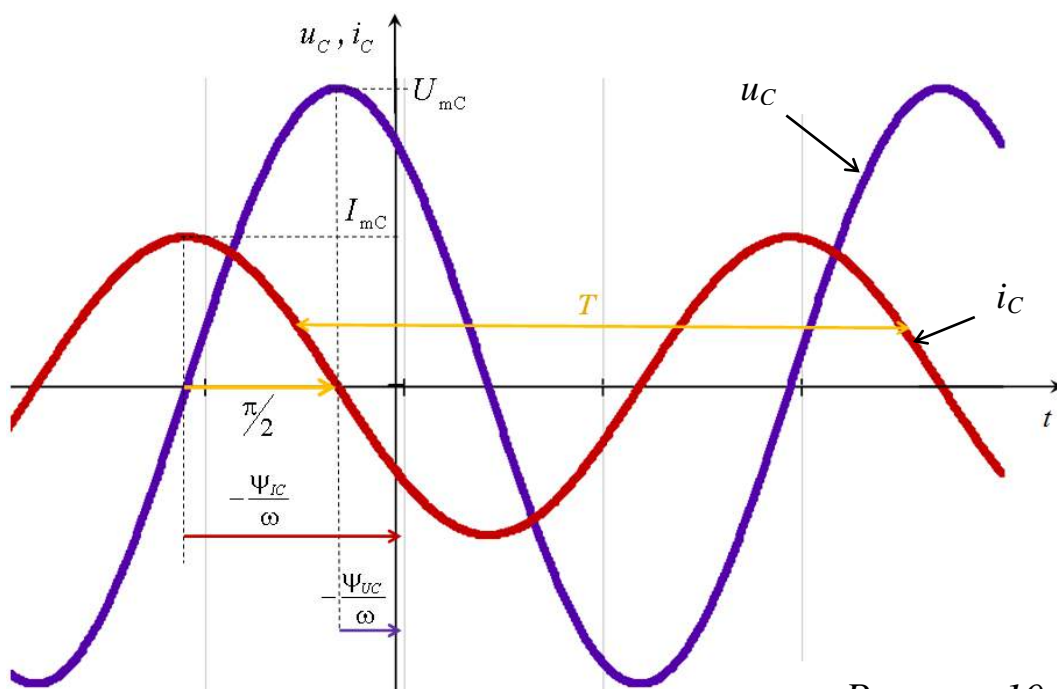


Рисунок 10

Комплексное сопротивление и проводимость емкости, задаваемые выражениями

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = -\frac{j}{\omega C}, \quad Y_C = j\omega C, \quad (44)$$

показаны на комплексной плоскости на рис. 11, б).

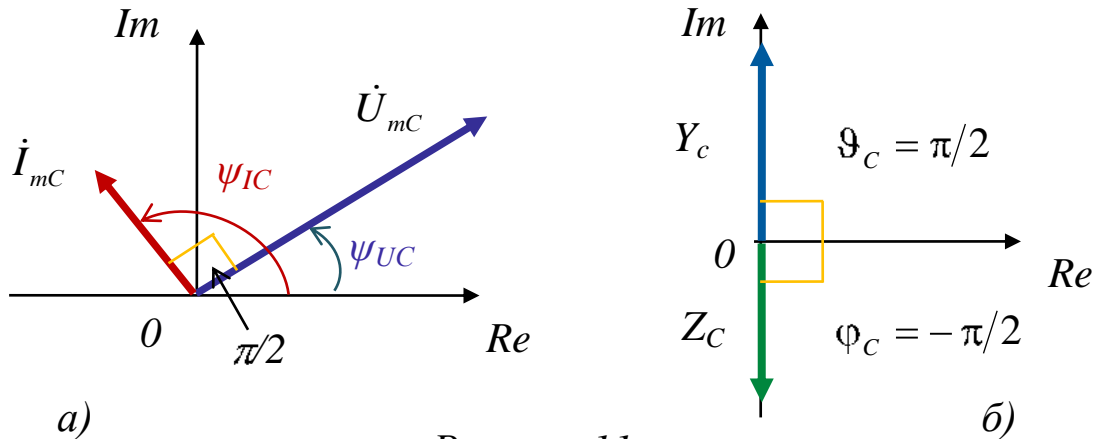


Рисунок 11

3.4.3. Индуктивный элемент. При гармоническом воздействии ток идеальной катушки индуктивности *отстает по фазе* от напряжения на 90° :

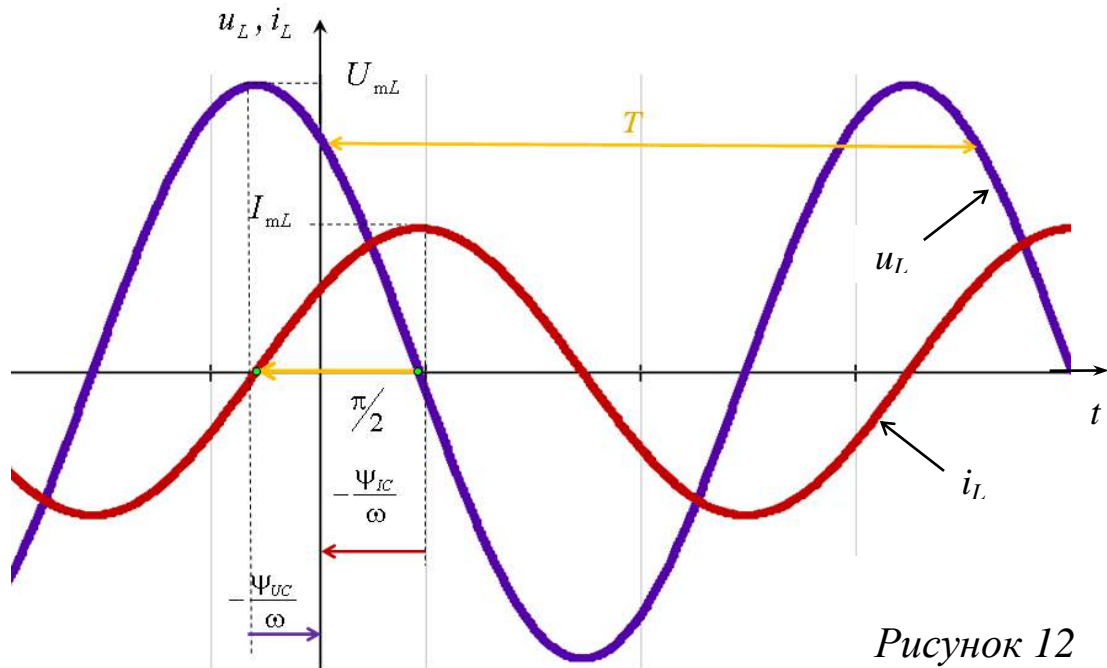
$$\psi_U = \psi_I + \frac{\pi}{2}. \quad (45)$$

Поскольку ёмкость и индуктивность (также как и сопротивление и проводимость) являются попарно дуальными элементами, процессы, происходящие в них при гармонических воздействиях описываются подобными по структуре выражениями. Мгновенные значения тока и напряжения выражаются зависимостями (см. рис. 12):

$$\begin{aligned} i_L &= I_{mL} \cos(\omega t + \psi_{IL}); \\ u_L &= U_{mL} \cos(\omega t + \psi_{UL}) = \omega L I_{mL} \cos(\omega t + \psi_{IL} + \pi/2). \end{aligned} \quad (46)$$

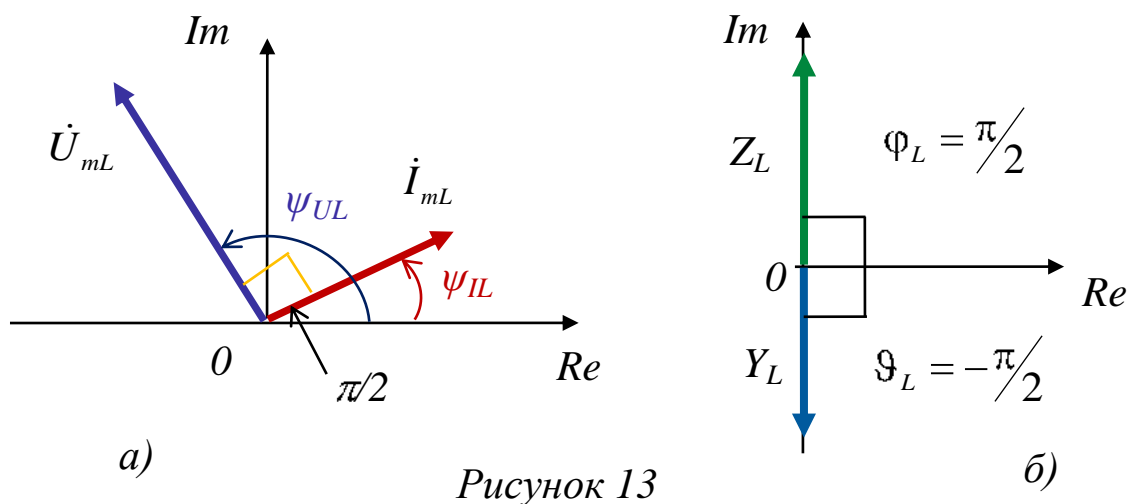
Комплексные амплитуды напряжения и тока идеального конденсатора задаются выражениями (47) (см. также рис. 13, а):

$$\begin{aligned}\dot{U}_{mL} &= U_{mL} e^{j\psi_{UL}}, \\ \dot{I}_{mL} &= I_{mL} e^{j\psi_{IL}} = \frac{U_{mL}}{\omega L} e^{j(\psi_{UL} - \pi/2)}.\end{aligned}\quad (47)$$



Комплексные сопротивление и проводимость индуктивности можно определить следующим образом (см. также рис. 13, б):

$$Z_L = j\omega L, \quad Y_L = \frac{1}{j\omega L} = -\frac{j}{\omega L}.\quad (48)$$



3. 5. Примеры расчета простейших последовательных цепей при гармоническом воздействии

3. 5. 1. Последовательная RL-цепь. Рассмотрим цепь, изображенную на рис. 14, а, представляющую собой последовательное соединение сопротивления и индуктивности.

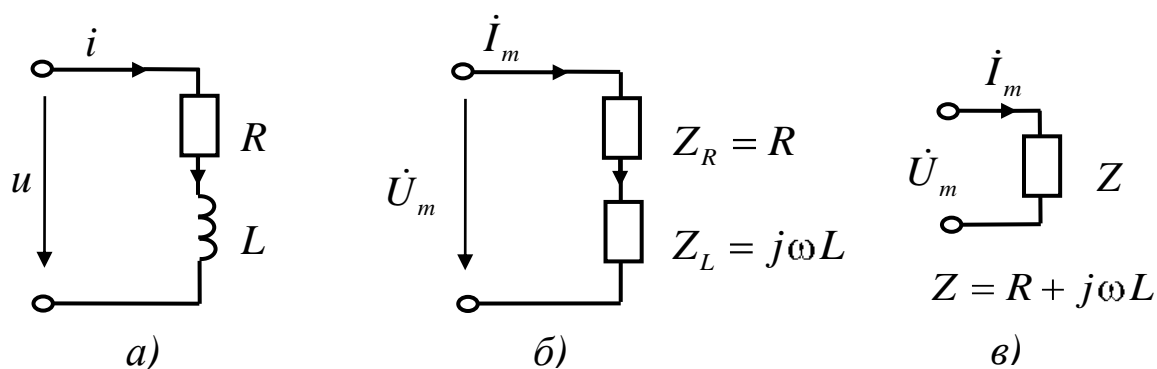


Рисунок 14

Перейдя от мгновенных значений тока и напряжения к их изображениям и представив сопротивление и индуктивность их комплексными схемами замещения, получаем схему, изображенную на рис. 14, б.

Дальнейшее упрощение (с учетом того, что для последовательной цепи комплексное сопротивление равно сумме комплексных сопротивлений компонентов) приводит к рис. 14, в.

Комплексное сопротивление цепи находим с помощью представления вектора Z на комплексной плоскости как суммы векторов Z_R и Z_L (см. рис. 15, а).

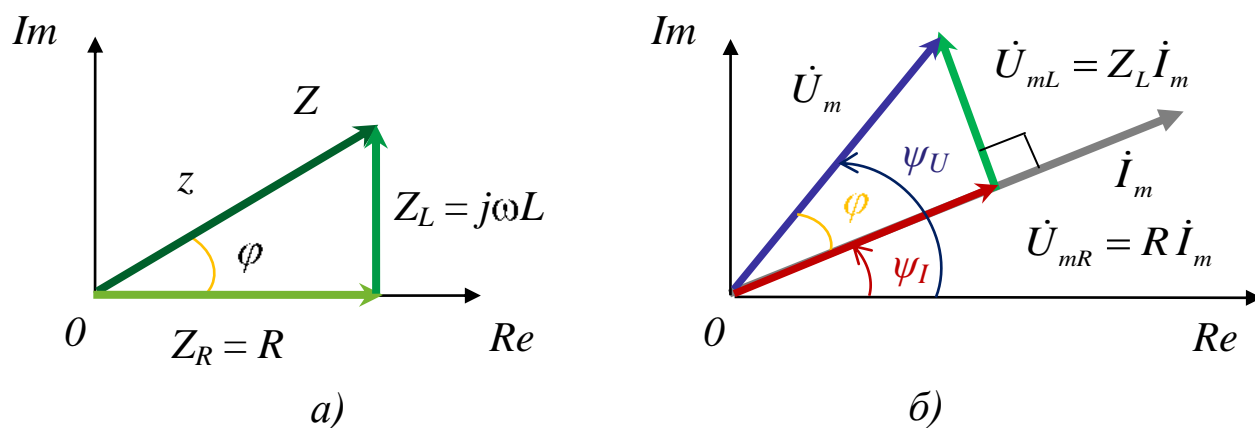


Рисунок 15

Модуль комплексного сопротивления рассчитывается как гипотенуза прямоугольного треугольника сопротивлений с катетами R и ωL :

$$z = |Z| = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}. \quad (49)$$

Аргумент находится из соотношения

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{R}. \quad (50)$$

Тогда

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{\omega L}{R}, \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}. \quad (51)$$

Векторная диаграмма для комплексных амплитуд тока и напряжений на элементах цепи представлена рис. 15, б. Очевидно, что треугольник напряжений \dot{U}_m, \dot{U}_{mR} и \dot{U}_{mL} подобен треугольнику сопротивлений Z, Z_R и Z_L .

Напряжение на резисторе совпадает по фазе с током в цепи, вектор напряжения на катушке индуктивности повернут относительно вектора тока на 90° против часовой стрелки.

Таким образом, получаем, что вектор комплексной амплитуды тока \dot{I}_m повернут относительно вектора комплексной амплитуды напряжения \dot{U}_m на угол $\varphi = \arg Z$ по часовой стрелке (ток отстает от напряжения на угол φ).

Комплексная амплитуда тока

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{U}_m}{Z} = \frac{U_m e^{j\psi_U}}{z e^{j\varphi}} = \frac{U_m}{z} e^{j(\psi_U - \varphi)}. \quad (52)$$

Комплексные амплитуды напряжения на индуктивности и сопротивлении находятся по формулам:

$$\dot{U}_{mL} = Z_L \dot{I}_m = Z_L \dot{I}_m = \omega L e^{j90^\circ} \frac{U_m}{z} e^{j(\psi_U - \varphi)} = \frac{\omega L U_m}{z} e^{j(90^\circ + \psi_U - \varphi)} \quad (53)$$

$$\dot{U}_{mR} = Z_R \dot{I}_m = Z_R \dot{I}_m = R \frac{U_m}{z} e^{j(\psi_U - \varphi)} = \frac{R U_m}{z} e^{j(\psi_U - \varphi)}. \quad (54)$$

Замечание: при выводе (53) была использована вытекающая из формулы Эйлера (5) зависимость:

$$e^{j90^\circ} = \cos 90^\circ + j \sin 90^\circ = 0 + 1 \cdot j = j, \quad (55)$$

а также условия равенства протекающего через все элементы последовательной цепи тока:

$$\dot{I}_{mR} = \dot{I}_{mL} = \dot{I}_m. \quad (56)$$

3.5.2. Последовательная RC-цепь. Схема последовательной RC-цепи и её комплексные схемы замещения показаны на рис. 16.

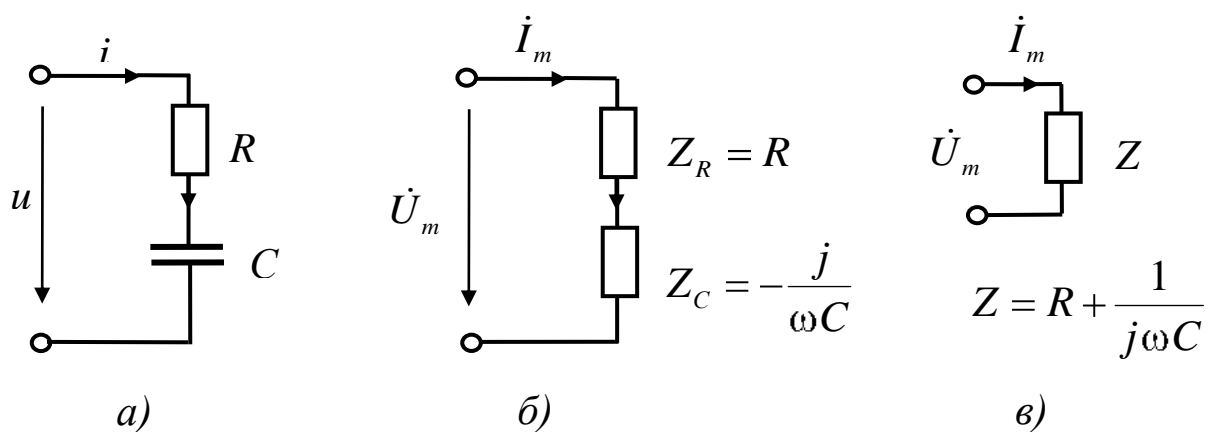


Рисунок 16

Векторные диаграммы для сопротивлений, напряжений и токов представлены на рис. 17.

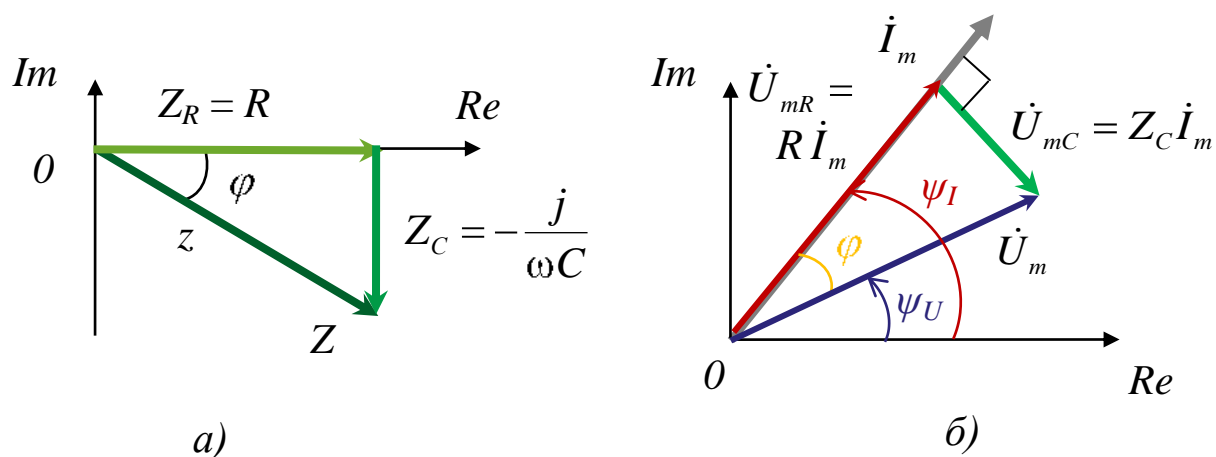


Рисунок 17

Модуль комплексного сопротивления:

$$z = |Z| = \sqrt{R^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}}. \quad (57)$$

Аргумент комплексного сопротивления

$$\varphi = -\operatorname{arctg} \frac{1}{\omega CR}, \quad -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq 0. \quad (58)$$

Комплексная амплитуда тока с учетом (57) и (58) находится по формуле (52). Выражения для комплексной амплитуды напряжения на ёмкости может быть получено аналогично выражениям (53):

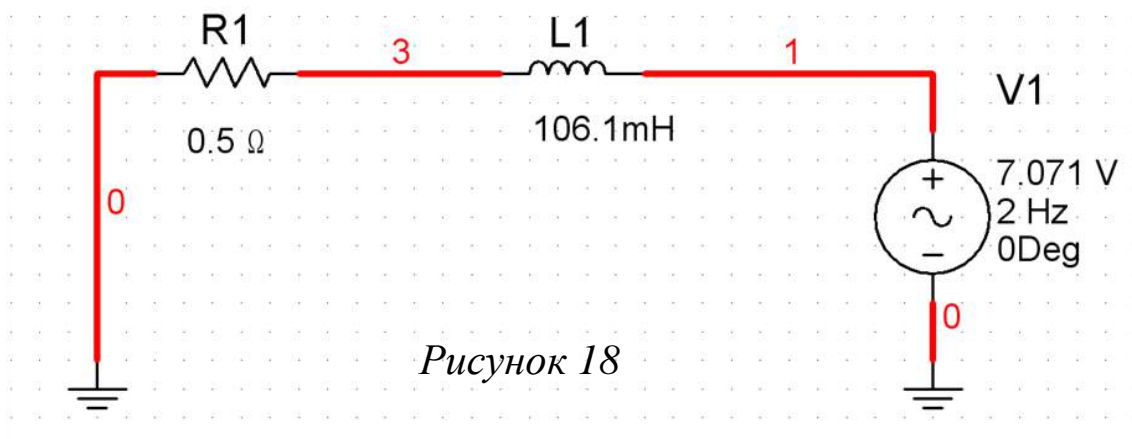
$$\dot{U}_{mC} = Z_C \dot{I}_{mC} = Z_C \dot{I}_m = \frac{U_m}{z \cdot \omega C} e^{j(-90^\circ + \psi_U - \varphi)}. \quad (59)$$

Для определения комплексной амплитуды напряжения на сопротивлении можно использовать формулу (54).

4. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

4.1. Анализ последовательной RL-цепи

Соберите схему последовательной RL-цепи, с параметрами, показанными на рис. 18. Используемый источник переменного напряжения AC Power находится в библиотеке Sources.



Замечание: для источника AC Power Sources в окне редактирования компонента указывается действующее значение напряжения (Voltage RMS).

Для имеющего аналогичное условное обозначение источник сигнала переменного напряжения AC Signal Voltage Sources задается амплитуда напряжения (Voltage Pk).

4. 1. 1. Настройка функции Transient Analysis. Выберем в меню Simulate (Моделирование) вкладки Analysis → Transient Analysis (Анализ → Анализ переходных процессов).

В открывшемся окне Analysis Parameters (Параметры анализа), установим:

- начальное время (Start Time TSTART) – 50 с;
- конечное время (End Time TSTOP) – 51 с;
- максимальный шаг моделирования (maximum time step TMAX) – 0,0001 с.

Моделирование с большим значением начального времени позволит отсечь переходные процессы.

На вкладке Output (выходные переменные) выберем для анализа (см. рис. 19):

- значения тока ($-I1\#branch$);
- напряжение источника \$1;
- напряжение на катушке индуктивности: \$1–\$3;
- напряжение на резисторе \$3.

Замечание: значение тока в ветви программа Multisim считает положительным, если он втекает в положительный полюс источника. В отечественной электротехнике принято противоположное направление тока. Поэтому перед выходной переменной $I1\#branch$ стоит знак « \rightarrow ».

Замечание: для того, чтобы внести в список выходных переменных какое-либо выражение, необходимо воспользоваться кнопкой Add Expression (Добавить выражение).

В появившемся окне Analysis Expression следует выбрать необходимые переменные и необходимые знаки из коллекции Function (Функции) (см. рис. 20).

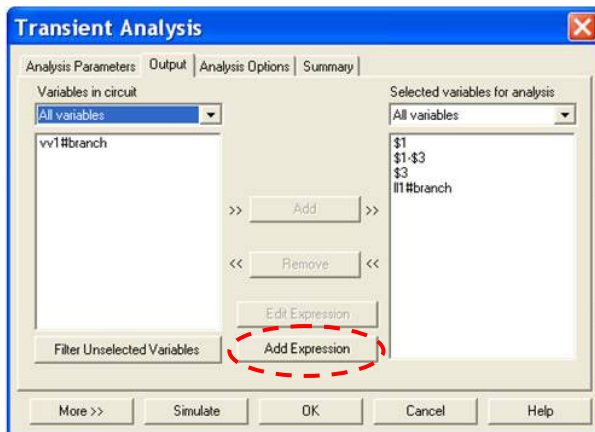


Рисунок 19

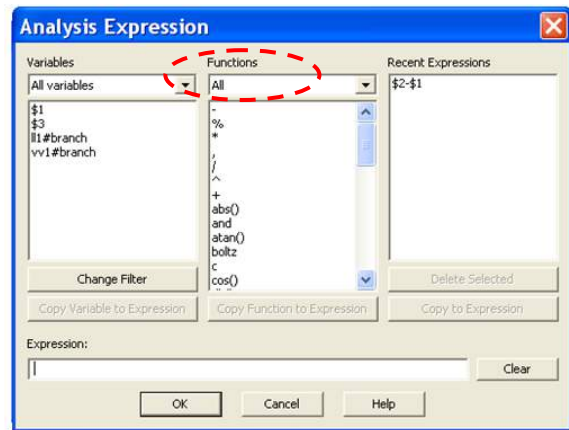


Рисунок 20

Запускаем моделирование, нажав кнопку Simulate (Моделировать).

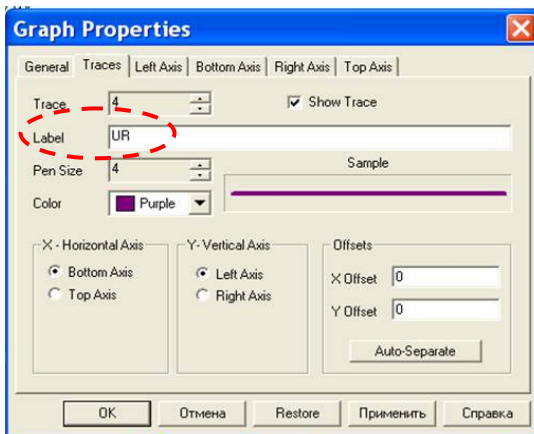


Рисунок 21

4. 1. 2. Редактирование графиков. После окончания процесса моделирования отредактируем открывшиеся графики.

Поскольку в одной системе координат построено четыре графика, для более удобной работы рекомендуется поменять названия линий, данные программой по умолчанию на более информативные (см. рис. 21):

- 1) $-I_{11\#branch}$ → I;
- 2) $\$1$ → Uin;
- 3) $\$1-\3 → UL;
- 4) $\$3$ → UR.

Новые названия будут отображаться в окне курсоров.

Замечание: Multisim не во всех версиях корректно отображает кириллические символы. Поэтому все названия следует записывать латиницей.

Графики тока, входного напряжения и напряжений на компонентах схемы представлены на рис. 22.

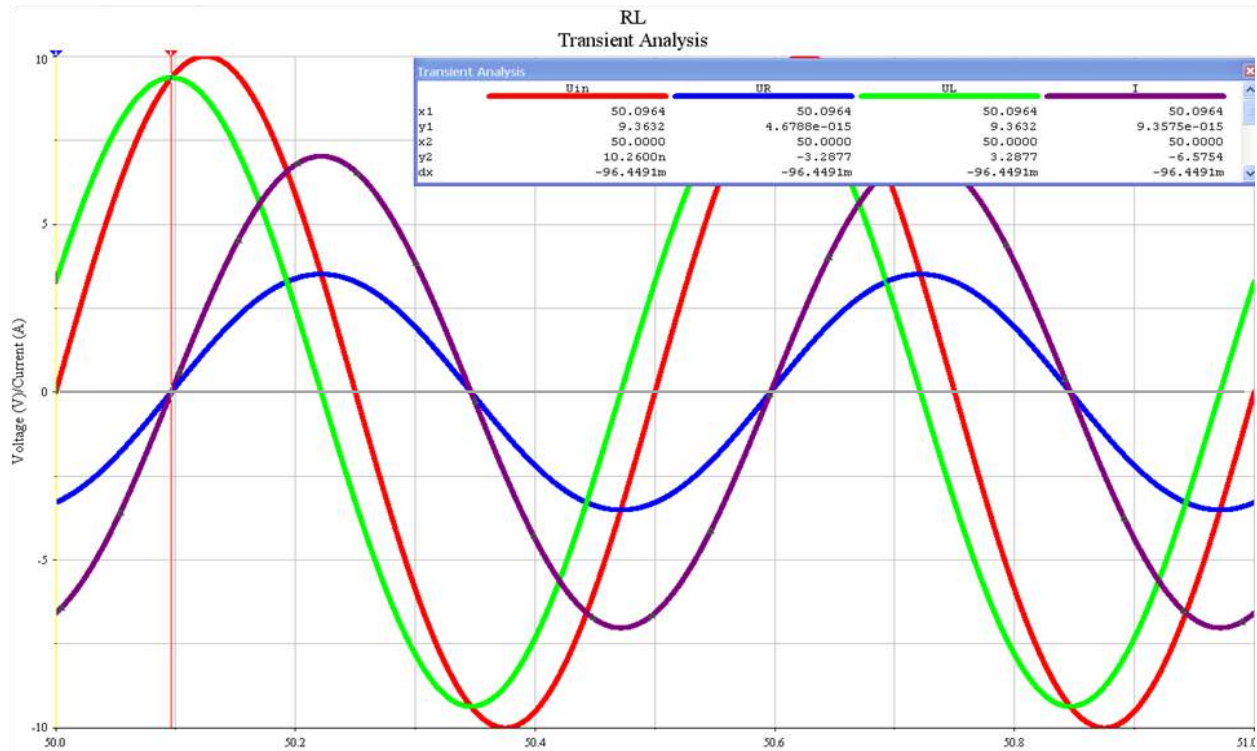


Рисунок 22

4. 1. 3. Анализ полученных графиков. С помощью опций поиска альтернативного меню курсоров определим амплитуды токов и напряжений в цепи и фазовые сдвиги (принимая начальную фазу входного напряжения равной 0).

Ток в цепи. Определим интервал $\Delta t_{U_{in} \rightarrow I}$ между точками на графиках входного напряжения U_{in} и тока I , находящимися в одной фазе: $\Delta t_{U_{in} \rightarrow I} = 0,0964$ с.

Фазовый сдвиг $\tilde{\psi}_{U_{in} \rightarrow I}$ гармонических функций U_{in} и I можно рассчитать по формуле (16), определив предварительно по графику период T этих функций.

Поскольку $T = 0,5$ с (что полностью соответствует частоте входных колебаний $f = 2$ Гц):

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 12,566;$$

и, следовательно,

$$\psi_{U_{in} \rightarrow I} = 1,211 \text{ рад} \quad \text{или} \quad \psi_{U_{in} \rightarrow I} = 69,408^\circ.$$

Замечание: при переводе радианной меры в градусную была использована зависимость

$$1 \text{ рад} = \frac{180}{\pi} = 57,296^\circ.$$

Значение $\tilde{\psi}_{U_{in} \rightarrow I}$ практически совпадает с результатом расчета аргумента комплексного сопротивления φ рассматриваемой цепи, выполненному по формуле (51):

$$\varphi = \text{arctg} \frac{2\pi \cdot 2 \cdot 106,1 \cdot 10^{-3}}{0,5} = 69,443^\circ.$$

Амплитуда тока равна $I_m = 7,0226 \text{ А}$ тоже практически равна расчетному значению (см. (52)).

Напряжение на резисторе UR по фазе совпадает с током в цепи. Амплитуда $UR_m = 3,5313 \text{ В}$, что также подтверждается расчетами (см. (54)).

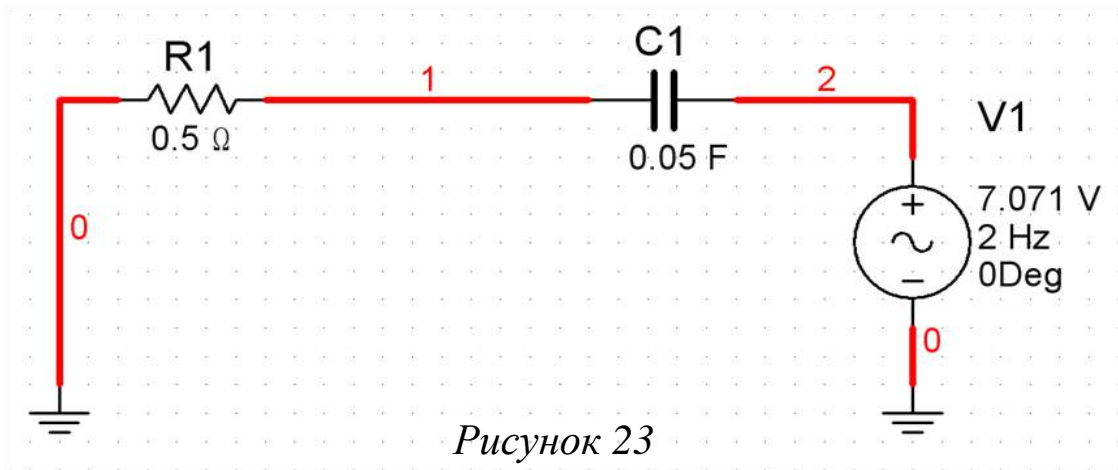
Напряжение на индуктивности. Временной интервал между точками на графиках тока в цепи и напряжения на индуктивности $\Delta t_{I \rightarrow UL} = 0,1251 \text{ с}$, что дает фазовый сдвиг, равный 90° .

Амплитуда напряжения $UL_m = 9,3632 \text{ В}$, что совпадает с расчетным значением (см. (53)).

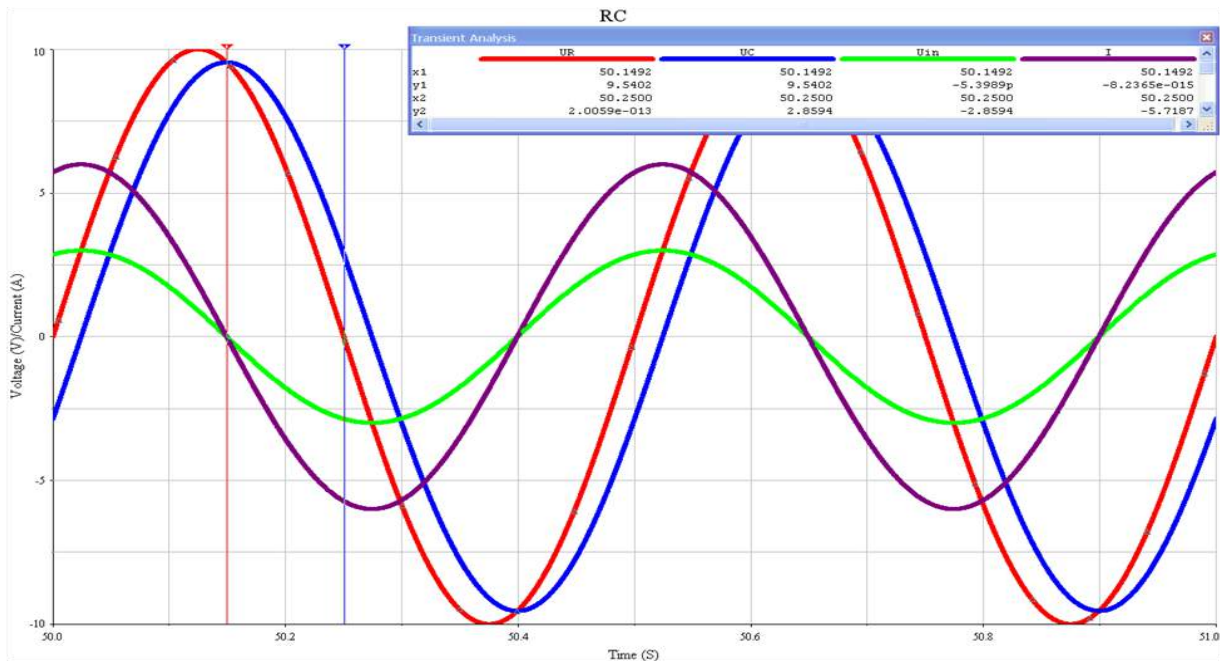
Задание: векторные диаграммы в комплексной плоскости, соответствующие рис. 22, изобразите самостоятельно.

4. 2. Анализ последовательной RC-цепи

Проведем анализ цепи, содержащей последовательное соединение идеальной емкости и сопротивления (см. рис. 23). Настройку Transient Analysis проведем аналогично п. 4. 1.



Полученные по итогам моделирования графики показаны на рис. 18.



Задание: самостоятельно определите комплексные амплитуды всех тока в цепи и напряжений на всех компонентах. Сравните результаты моделирования с расчетными значениями.

5. ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ НА ЛАБОРАТОРНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ

Соберите схемы (см. рис. 18 и 24), сохранив действующее значение напряжения U , частоту f и фазу ψ_0 источника питания:

$$U = 7,071 \text{ В}; \quad f = 2 \text{ Гц}; \quad \psi_0 = 0.$$

Замечание: система Multisim осуществляет моделирование гармонических процессов согласно формуле (7), Фаза источника при этом задается в градусах.

Параметры используемых компонентов указаны в табл. 1. Вариант задания для каждого студента соответствует его номеру в списке подгруппы/группы в журнале преподавателя.

Таблица 1

№ варианта	1	2	3	4	5	6
Ёмкость C , мФ	100	500	700	350	250	650
Индуктивность L , мГн	20	100	50	150	250	20
Сопротивление R , Ом	0,75	2,00	3,00	2,00	4,00	0,50
№ варианта	7	8	9	10	11	12
Ёмкость C , мФ	150	900	100	750	200	800
Индуктивность L , мГн	250	50	75	100	25	110
Сопротивление R , Ом	4,00	0,75	1,50	2,00	1,50	0,50

Выполните анализ последовательных RL- и RC -цепей.

Найдите расчетным путем комплексные изображения тока и напряжений на всех компонентах цепей и соответствующие им оригиналы.

Постройте векторные диаграммы комплексного сопротивления и совмещенные векторные диаграммы для комплексных амплитуд токов и напряжений.

Воспользовавшись результатами Transient Analysis, проверьте соответствие теоретических результатов экспериментальным. (Временные параметры моделирования выбирайте с учетом необходимости отсечения переходных процессов).

6. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Цель работы.
2. Основные формулы, используемые при расчетах.
3. Подробная запись всех этапов проведенных расчетов и их результаты.
4. Скриншоты графиков, полученных в результате проведения Transient Analysis, с открытыми окнами курсоров.
5. Сопоставление расчетных данных с результатами моделирования.
6. Векторные диаграммы в комплексной плоскости, соответствующие графикам токов и напряжений во временной области. Векторные диаграммы для сопротивлений.
7. Выводы.

7. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Попов, В. П. Основы теории цепей / В. П. Попов. – 3-е изд., испр. – М.: Высш. шк., 2000 – 575 с.
2. Исследование свободных колебаний в замкнутом контуре : методические указания по выполнению лабораторной работы по дисциплине «Теория электрических цепей» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Л. А. Большевцева, А. Ф. Рыбочкин. Курск, 2013. 22 с

УДК 681.325

Составители: Д.С. Коптев

Рецензент

Доктор технических наук, старший научный сотрудник,
заведующий кафедрой космического приборостроения и систем связи

В. Г. Андронов

Измерение полного комплексного сопротивления электрической цепи: методические указания по выполнению лабораторной работы / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Д.С. Коптев. – Курск, 2023. – 10 с.

Методические указания по выполнению лабораторной работы содержат краткие теоретические сведения о методике исследования цепей, содержащих резисторы, конденсаторы и катушки индуктивности в системе компьютерного моделирования Multisim с помощью функций AC-Sweep. Указывается порядок выполнения лабораторной работы.

Методические указания соответствуют учебному плану по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем», а также рабочей программе дисциплины «Теория электросвязи».

Предназначены для студентов, обучающихся по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем», очной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 08.08.2023. Формат 60x841/16.

Усл. печ. л. 0,58. Уч.-изд. л. 0,53. Тираж 100 экз. Заказ 810. Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.

305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

Содержание

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ.....	4
2. ЗАДАНИЕ НА ЛАБОРАТОРНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ.....	4
3. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ.....	4
3. 1. Измерение активного сопротивления с помощью мультиметра	4
3. 2. Измерение сопротивления с помощью анализа SPICE.....	5
4. ЗАДАНИЕ НА ЛАБОРАТОРНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ	8
5. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА.....	9
6. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА.....	10

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

1. Измерение полного комплексного сопротивления в RLC-цепях на переменном токе.
2. Построение амплитудно- и фазочастотных характеристик комплексного сопротивления RLC-цепей.

2. ПОДГОТОВКА К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

При подготовке к выполнению лабораторной работы необходимо:

- изучить теоретический материал, содержащийся в методических указаниях;
- ознакомиться с содержанием и порядком выполнения лабораторной работы.

При подготовке к защите лабораторной работы необходимо:

- оформить отчет в соответствии с разделом 5;
- изучить соответствующие разделы конспекта лекций по дисциплине и ознакомиться с рекомендованной литературой;
- устно подготовить ответы на контрольные вопросы.

3. ЗАДАНИЕ НА ЛАБОРАТОРНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ

В процессе лабораторной работы необходимо выявить зависимость амплитуды и фазы полного комплексного сопротивления от частоты.

3. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

3.1. Измерение активного сопротивления с помощью мультиметра

✓ **Соберем** схему, подробный анализ которой был проведен в лабораторной работе 1 (см. рисунок 1), установив заданные названия и значения компонентов.

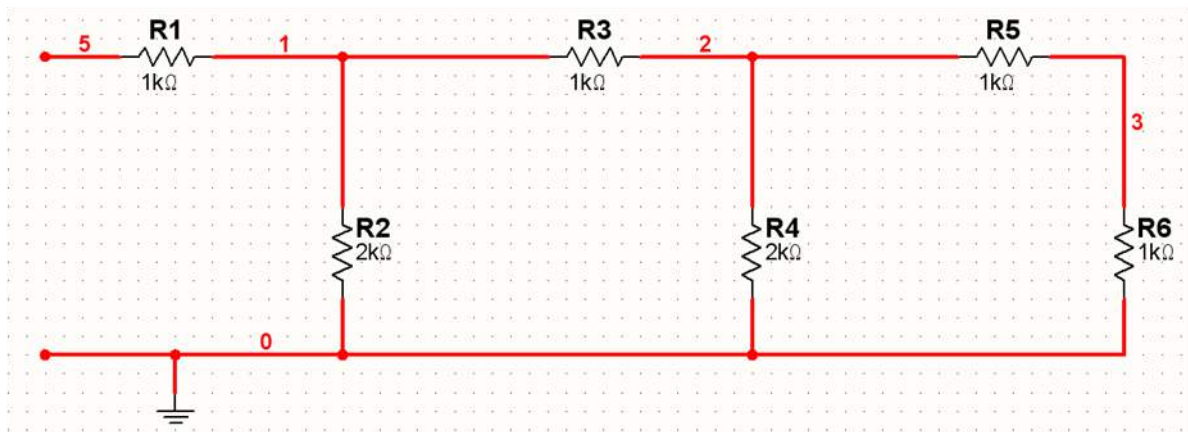


Рисунок 1

Примечание 1. Обратите внимание, что в Multisim все схемы должны быть заземлены.

✓ Добавим в схему **Multimeter**, настроив его на измерение сопротивления.

Примечание 2. По умолчанию мультиметр измеряет напряжение между двумя полюсами.

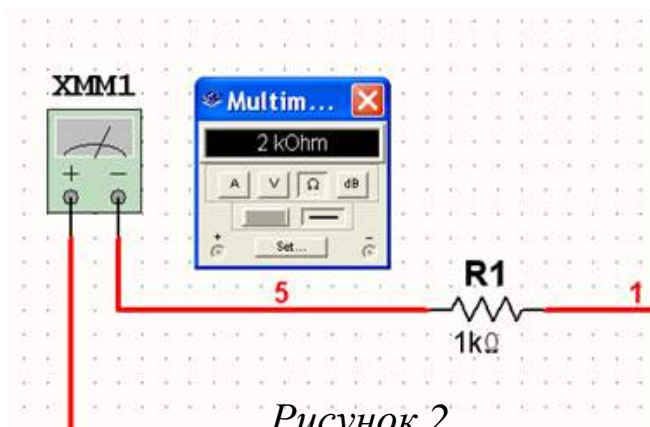


Рисунок 2

✓ Проведем моделирование. Результаты показаны на рисунке 2. Они полностью совпадают с расчетными.

Примечание 3. Измерение сопротивления с помощью мультиметра возможно провести только для резисторных схем (для схем, содержащих только активные сопротивления)!

3. 2. Измерение сопротивления с помощью анализа SPICE

Применим новую методику для измерения сопротивления той же схемы.

✓ **Добавим в схему источник переменного тока AC Current (Place – Component – Sources – Signal Current Sources) – см. рис. 3.**

По умолчанию ток источника равен 1 А. Оставим это значение.

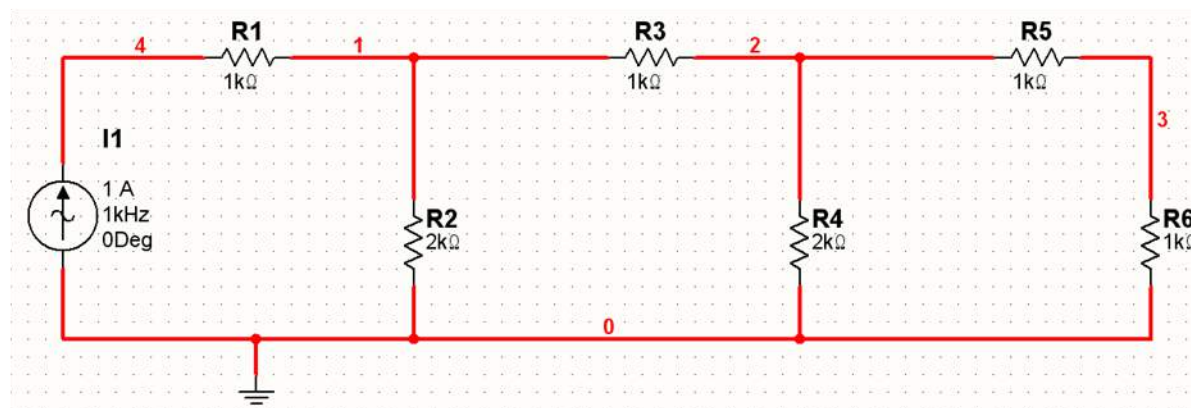


Рисунок 3

✓ **Настроим функцию AC Analysis.**

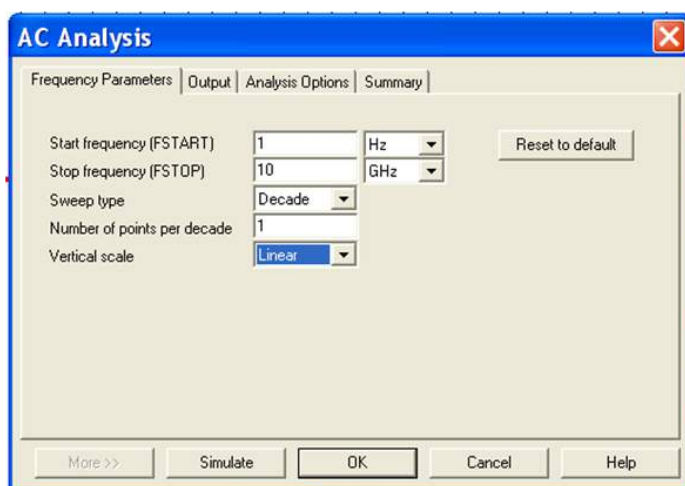


Рисунок 4

Выберем в меню пункты Simulate – Analysis – AC Analysis. Поскольку сопротивление с частотой не изменяется, в появившемся окне изменим единственным параметр: выберем Linear Vertical scale (по умолчанию Logarifmic) – см. рис. 4.

Примечание 4. Сопротивление схемы вычисляется путем деления

напряжения между узлом 4 и заземлением на амплитуду источника тока:

$$Z = \frac{V(4)}{I(I1)} . \quad (1)$$

Поскольку ток источника равен 1 А, это означает, что сопротивление схемы численно равно напряжению на узле 4.

✓ **Выберем выходные переменные для AC Analysis.**

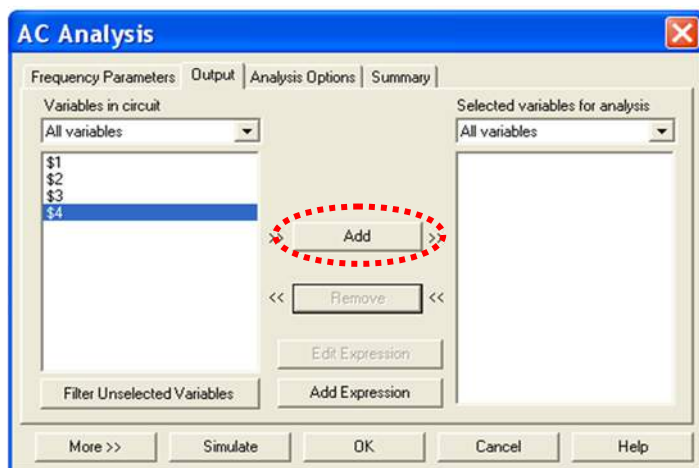


Рисунок 5

На вкладке Output (Output variables) добавим переменную \$4 (напряжение в узле 4) – см. рис. 5.

✓ **Проведем моделирование.** Результаты показаны на рис. 6. Графики позволяют убедиться, что сопротивление схемы от частоты не зависит.

Примечание 5. Для

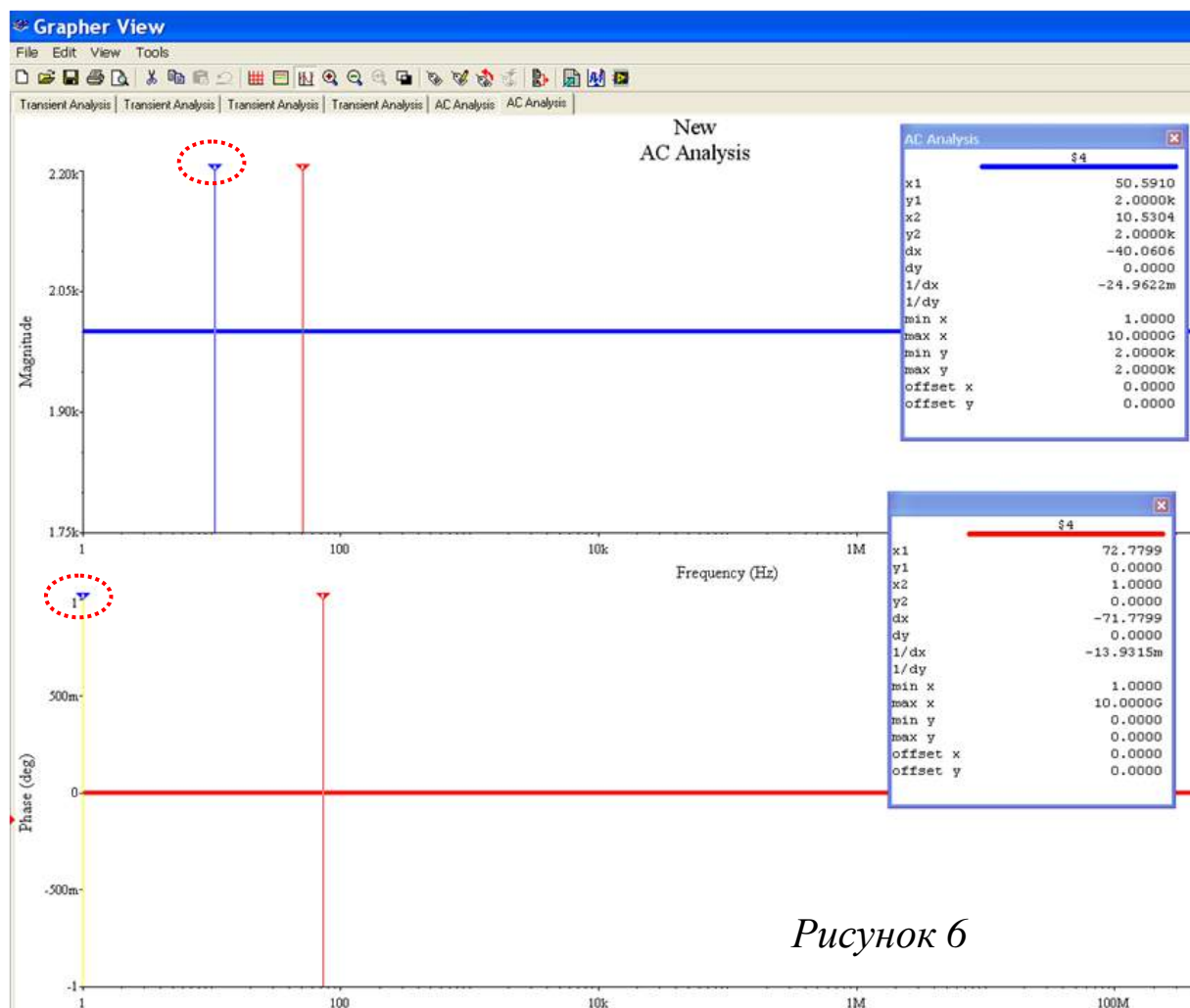


Рисунок 6

уточнения значения сопротивления необходимо *воспользоваться курсорами*, «спрятанными» около оси ординат.

Окно курсоров открывается из меню View – Show/Hide Cursors.

Примечание 6. Настройка вида графика (редактирование название, осей, линий, сетки) проводится аналогично [1], п. 3.4 (см. с. 7).

Примечание 7. Анализ SPICE позволяет провести исследование комплексного сопротивления схемы, содержащей также и реактивные компоненты (катушки, конденсаторы).

4. ЗАДАНИЕ НА ЛАБОРАТОРНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ

4. 1. Постройте с помощью программы SPICE (AC Analysis) амплитудно- и фазочастотные характеристики (АЧХ и ФЧХ) комплексного сопротивления для схем 1-12 рисунка 7 (значения активного сопротивления, емкости и индуктивности задаются преподавателем).

Примечание 8. При редактировании графиков обратите внимание на необходимость задания линейного масштаба по обеим осям.

4. 2. Для схем, в которых наблюдается явление резонанса, рассчитайте частоту резонанса и проверьте соответствие расчетов результатам моделирования.

4. 2. Изобразите для каждой схемы её векторную диаграмму.

4. 3. Выведите формулы для действующего значения сопротивления и фазового сдвига.

4. 4. Покажите, что расчетные зависимости подтверждаются экспериментально (проведите исследование и построение соответствующих графиков в программе Mathcad).

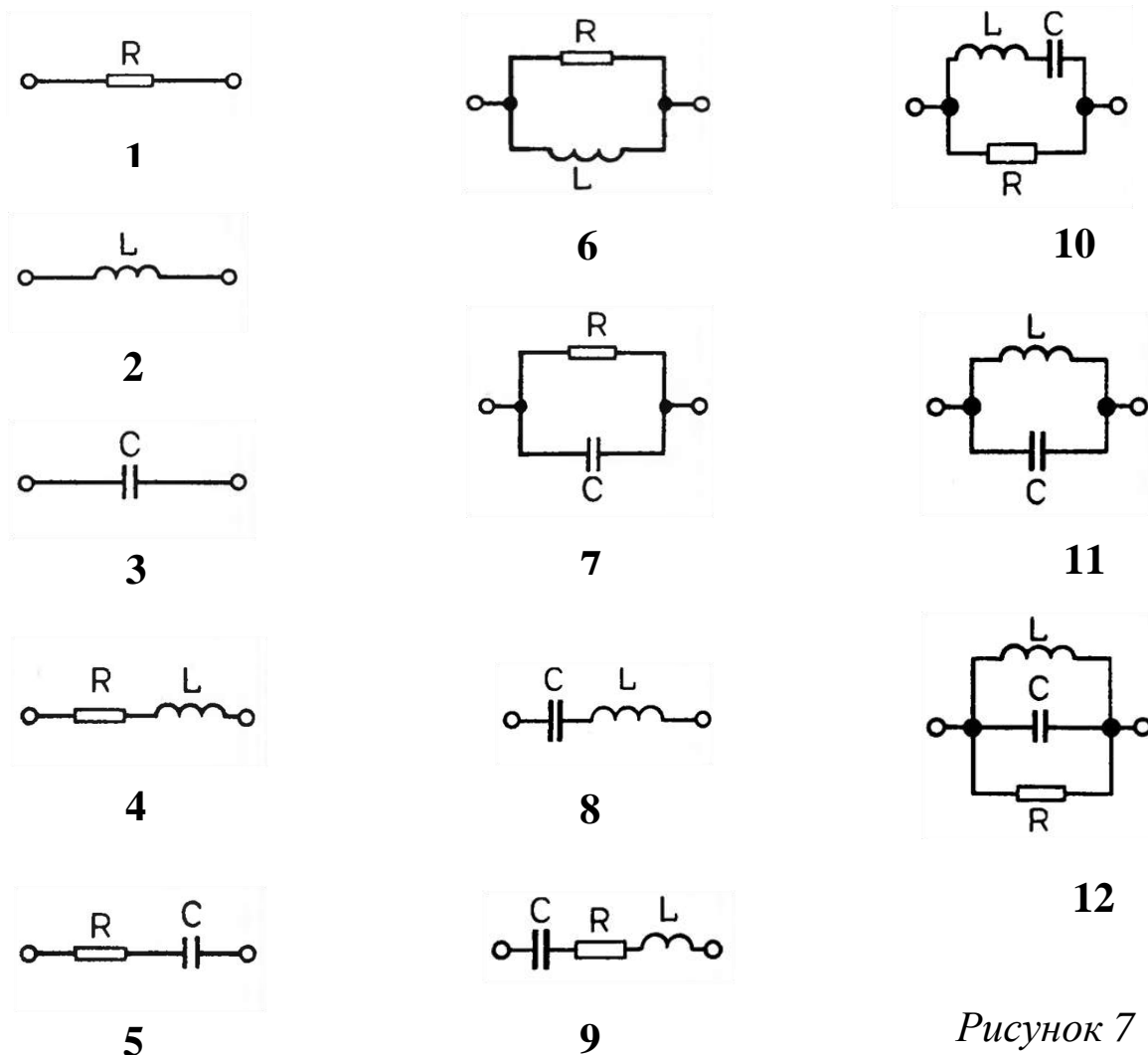


Рисунок 7

5. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Цель работы.
2. Скриншоты схем.
3. Скриншоты графиков АЧХ и ФЧХ.
4. Все необходимые согласно п. 4. 3 расчеты
5. Анализ соответствия теоретических зависимостей экспериментальным результатам.
6. Выводы

6. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Исследование резистивных схемных соединений в цепях постоянного тока : методические указания по выполнению лабораторной работы по дисциплине «Теория электрических цепей» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Л. А. Большевцева, А. Ф. Рыбочкин. Курск, 2013. 22 с

2. Попов, В. П. Основы теории цепей / В. П. Попов. – 3-е изд., испр. – М.: Высш. шк., 2000 – 575 с.

УДК 681.325

Составители: Д.С. Коптев

Рецензент

Доктор технических наук, старший научный сотрудник,
заведующий кафедрой космического приборостроения и систем связи

В. Г. Андронов

Исследование вынужденных колебаний в замкнутом последовательном контуре: методические указания по выполнению лабораторной работы / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Д.С. Коптев. – Курск, 2023. – 15 с.

Методические указания по выполнению лабораторной работы содержат краткие теоретические сведения о методике исследования цепей, содержащих резисторы, конденсаторы и катушки индуктивности в системе компьютерного моделирования Multisim с помощью функций AC-Sweep. Указывается порядок выполнения лабораторной работы.

Методические указания соответствуют учебному плану по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем», а также рабочей программе дисциплины «Теория электросвязи».

Предназначены для студентов, обучающихся по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем», очной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 08.08.2023. Формат 60x84/16.
Усл. печ. л. 0,87. Уч.-изд. л. 0,79. Тираж 100 экз. Заказ 811. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

Содержание

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ.....	4
2. ПОДГОТОВКА К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ	4
3. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ.....	4
3. 1. Вынужденные колебания в колебательном контуре.....	4
3. 2. Условия резонанса в последовательном колебательном контуре	5
3. 3. Зависимость характера сопротивления контура от частоты генератора	6
3. 4. Резонансные кривые	7
3. 5. Полоса пропускания контура.....	9
4. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ	10
4. 1. Создание схемы последовательного колебательного контура	10
4. 2. Анализ колебаний в контуре с помощью функции Transient Analysis	10
4. 3. Анализ колебаний с помощью функции AC-Sweep. Определение полосы пропускания контура.....	13
6. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА.....	15
7. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА.....	15

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

1. Изучение вынужденных колебаний в последовательном колебательном контуре.

2. Построение и анализ графиков токов и напряжений в контуре в системе компьютерного моделирования Multisim с использованием функции Transient Analysis.

3. Построение и анализ АЧХ и ФЧХ контура в системе компьютерного моделирования Multisim с использованием функции AC-Sweep.

2. ПОДГОТОВКА К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

При подготовке к выполнению лабораторной работы необходимо:

- изучить теоретический материал, содержащийся в методических указаниях;
- ознакомиться с содержанием и порядком выполнения лабораторной работы.

При подготовке к защите лабораторной работы необходимо:

- оформить отчет в соответствии с разделом 5;
- ознакомиться с соответствующими разделами конспекта лекций и рекомендованной литературой;
- устно подготовить ответы на контрольные вопросы.

3. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

3.1. Вынужденные колебания в колебательном контуре

Свободные колебания в любом реальном колебательном контуре являются затухающими: наличие активного сопротивления ведет к тому, что энергия контура необратимо расходуется на тепловыделение.

В радиотехнике используются в основном незатухающие колебания, при которых запас энергии контура непрерывно пополняется. Для пополнения энергии контур подключают к источнику переменного напряжения.

Вынужденными колебаниями называют незатухающие колебания в контуре, частота которых определяется частотой генератора, питающего контур.

При включении генератора в разрыв контура колебательный контур называется *последовательным* (см. рис. 1, а), при подключении генератора извне контура – *параллельным* (см. рис. 1, б).

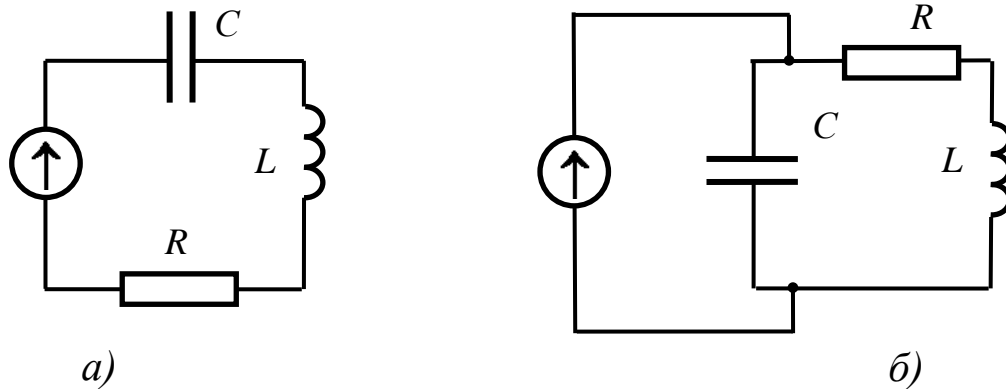


Рисунок 1

3. 2. Условия резонанса в последовательном колебательном контуре

Резонансом напряжений называется режим вынужденных колебаний, возникающий в последовательном контуре при равенстве ёмкостного и индуктивного сопротивлений.

Таким образом, при резонансе напряжений должно выполняться соотношение:

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}, \quad (1)$$

где ω_0 – круговая частота резонанса, связанная с линейной частотой резонанса f_0 зависимостью

$$\omega_0 = 2\pi f_0, \quad (2)$$

L – индуктивность катушки контура;

C – ёмкость конденсатора контура.

Поскольку из (1) и (2) следует, что

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}, \quad (3)$$

очевидно, что резонансная частота вынужденных колебаний контура совпадает с частотой его свободных колебаний (см. [1]).

Потому *условие резонанса* в последовательном контуре часто представляют как условие совпадения частоты питающего генератора с собственной частотой контура.

3.3. Зависимость характера сопротивления контура от частоты генератора

Полное входное сопротивление контура Z_k представляется в виде геометрической суммы активной (R) и реактивной (X) составляющих

$$Z_k = \sqrt{R^2 + X^2}, \quad (4)$$

где реактивная составляющая X равна разности индуктивного X_L и ёмкостного X_C сопротивлений

$$X = X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C}, \quad (5)$$

ω – круговая частота генератора.

Полное сопротивление контура может быть как чисто активным (резистивным), так и резистивно-индуктивным или резистивно-ёмкостным (см. [2]).

Зависимость характера сопротивления контура от частоты (сплошная линия) показана на рис. 2. Пунктирными линиями на отмечены частотно-зависимые сопротивления катушки индуктивности и конденсатора, и постоянное активное сопротивление.

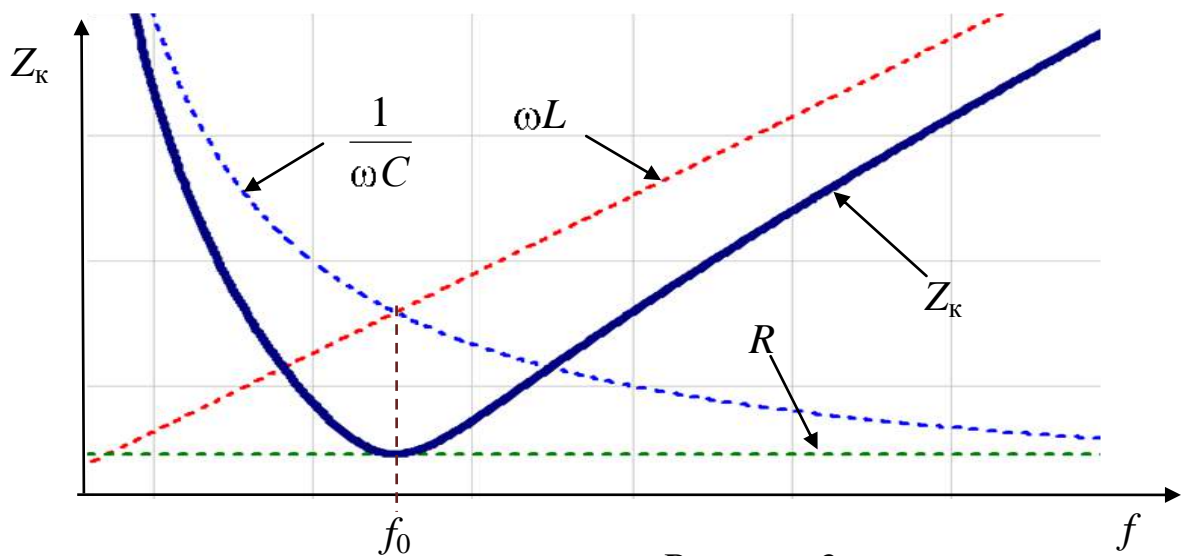


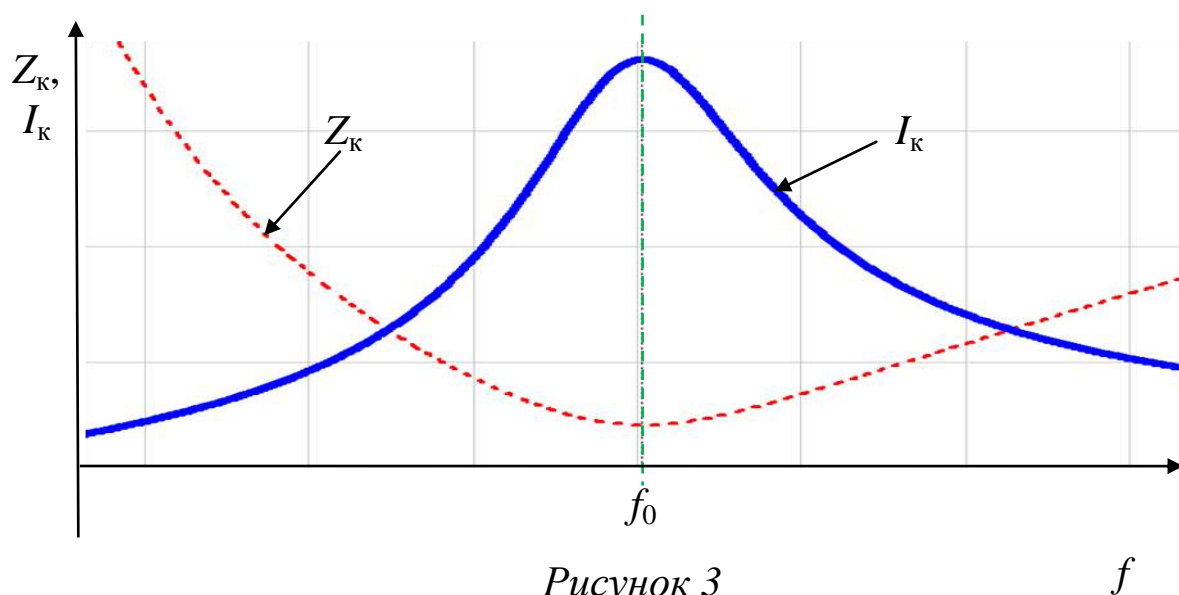
Рисунок 2

Собственная частота контура (частота резонанса) f_0 соответствует минимуму его полного сопротивления. На малых частотах (меньших f_0) сопротивление ёмкости больше сопротивления индуктивности, а потому сопротивление контура резистивно-ёмкостное. На больших (бóльших f_0), напротив, «доминирует» сопротивление индуктивности, а потому сопротивление контура становится резистивно-индуктивным.

На частоте резонанса полное сопротивление контура не содержит реактивной составляющей и является чисто активным. При этом ток в контуре

$$I_{\kappa} = \frac{U_{\text{ген}}}{Z_{\kappa}} \quad (6)$$

при фиксированных напряжении генератора $U_{\text{ген}}$ и параметрах контура достигает своего максимального значения (см. рис. 3).



3. 4. Резонансные кривые

Величина тока в контуре при заданные параметрах R , C и L зависит как от напряжении генератора $U_{\text{ген}}$, так и от его частоты.

Наибольшее значение тока (см. (6)) наблюдается при минимуме полного сопротивления контура на частоте резонанса. И с уменьшением, и с увеличением частоты полное сопротивление возрастает, а, следовательно, ток в контуре падает.

Резонансной кривой называется зависимость тока в контуре от частоты генератора в окрестности частоты резонанса (см. рис. 3).

Формы резонансных кривых контура зависят от его параметров. Чем больше активное сопротивление контура, тем более пологой является вершина резонансной кривой. Чем больше волновое сопротивление контура (см. [1])

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad (7)$$

тем более острый максимум.

Резонансные кривые двух контуров, имеющих одинаковые ёмкости и индуктивности, но различное активное сопротивление ($R_2 < R_1$), показаны на рис. 4, а. Резонансные кривые двух контуров, имеющих одинаковые резонансные частоты и активные сопротивления, но различные волновые сопротивления ($\rho_2 < \rho_1$), показаны на рис. 4, б. Кривые сняты при одинаковом напряжении генератора.

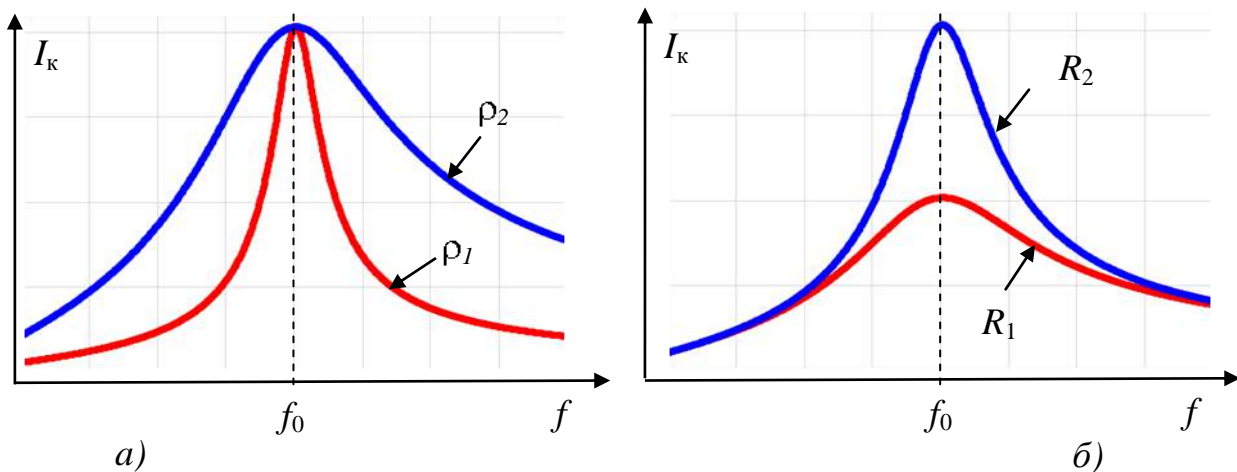


Рисунок 4

Если обратиться к интегральной характеристике контура – добротности, учитывающей соотношение между волновым и активным сопротивлением контура (см. [1]):

$$Q = \frac{\rho}{R}, \quad (8)$$

можно сделать вывод о том, что чем выше добротность контура, тем острее резонансная кривая, и, следовательно, тем точнее настройка контура на частоту резонанса.

3.5. Полоса пропускания контура

Свойства контура можно оценить по форме резонансной кривой или по значению его добротности. Еще одной характеристикой контура является его полоса пропускания.

Полосой пропускания контура называется полоса частот, в пределах которой ток в контуре уменьшается не более, чем в $\sqrt{2}$ раз. Т. е. в диапазоне частот от f_H до f_K , составляющих полосу пропускания, ток контура составляет 70,71 % и более от тока при резонансе (см. рис. 5).

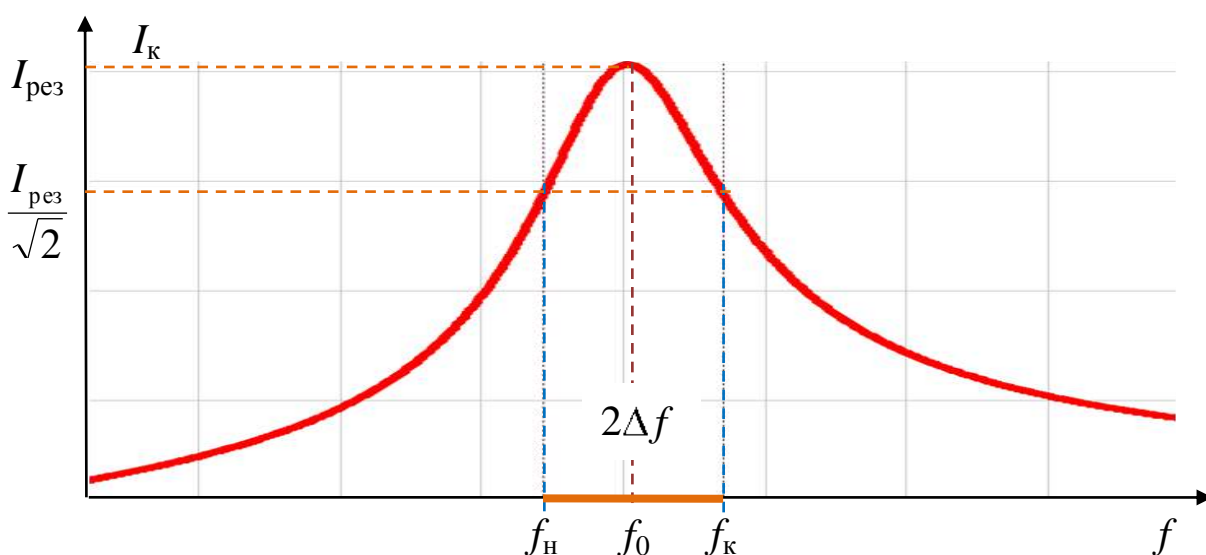


Рисунок 5

Говорят, что частоты от f_H до f_K контур пропускает, а частоты ниже f_H и выше f_K контур не пропускает.

Введем обозначение:

$$\Delta f = \frac{f_K - f_H}{2}. \quad (9)$$

Запишем без вывода приближенную формулу, связывающую ширину полосы пропускания контура с его добротностью:

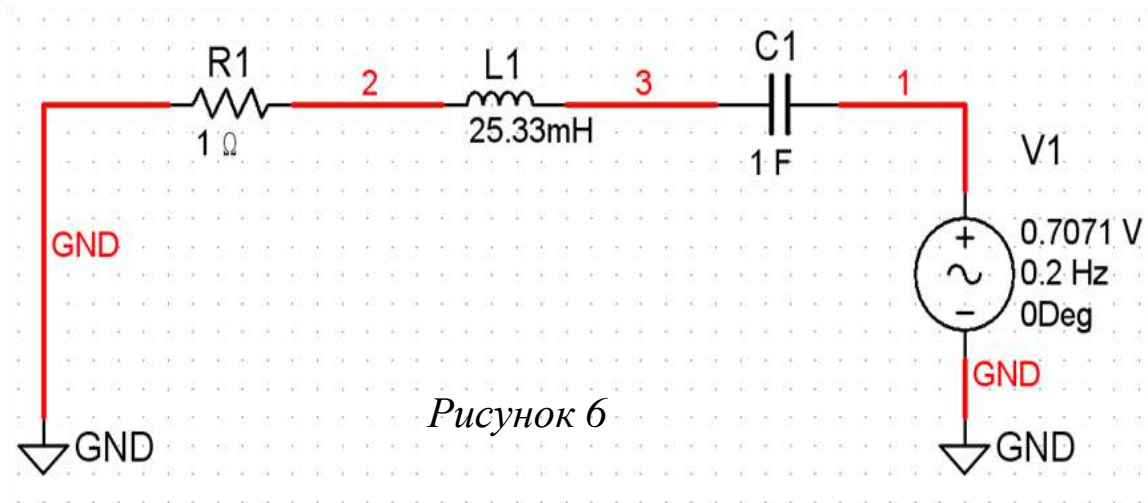
$$2\Delta f = \frac{f_0}{Q}. \quad (10)$$

Очевидно, чем выше добротность контура, тем меньше его полоса пропускания.

4. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

4. 1. Создание схемы последовательного колебательного контура

Соберите схему последовательного колебательного контура, показанную на рис. 6



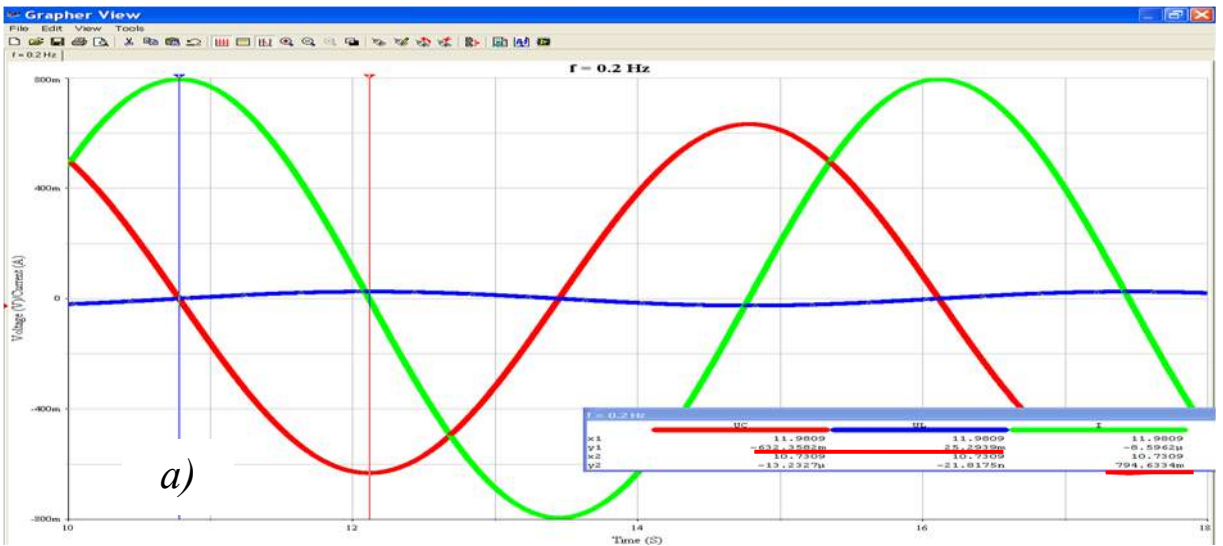
4. 2. Анализ колебаний в контуре с помощью функции Transient Analysis

Проведем моделирование процессов в контуре, поставив в настройках функции Transient Analysis различные времена моделирования для трех различных частот питающего напряжения:

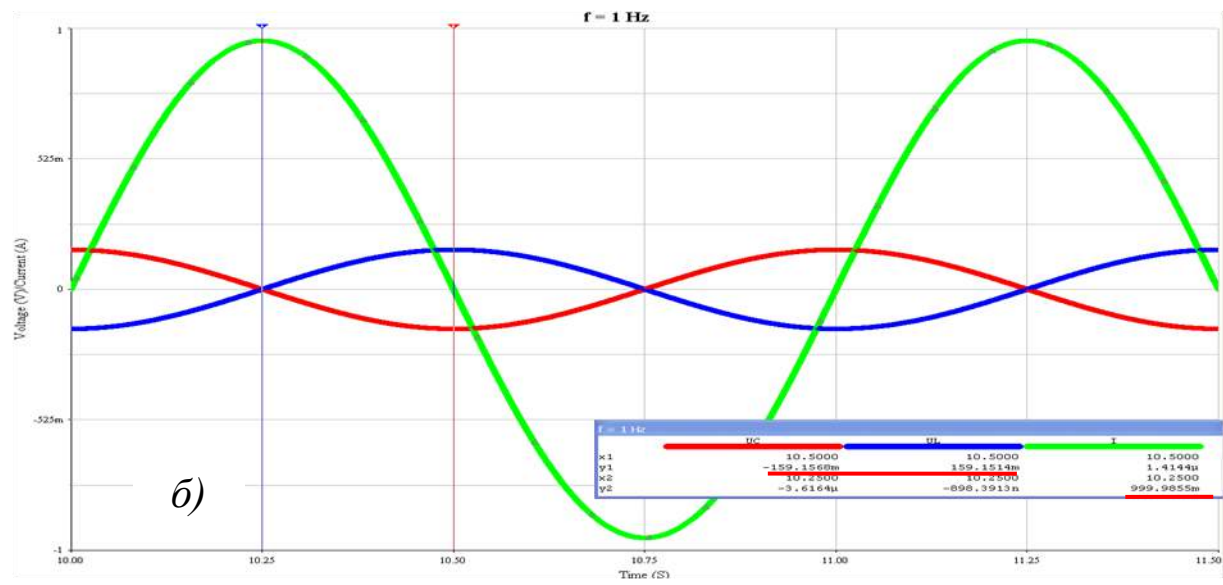
- 1) $f_1 = 0,2$ Гц, TSTART = 10 с, TSTOP = 17,5 с;
- 2) $f_0 = 1,0$ Гц, TSTART = 10 с, TSTOP = 11,5 с;
- 3) $f_2 = 5,0$ Гц, TSTART = 10 с, TSTOP = 10,3 с.

Временные диаграммы тока в контуре, напряжения на катушке индуктивности и конденсаторе, соответствующие частотам f_1 , f_0 , f_2 , полученные после редактирования, показаны на рис. 7 (а, б и в соответственно).

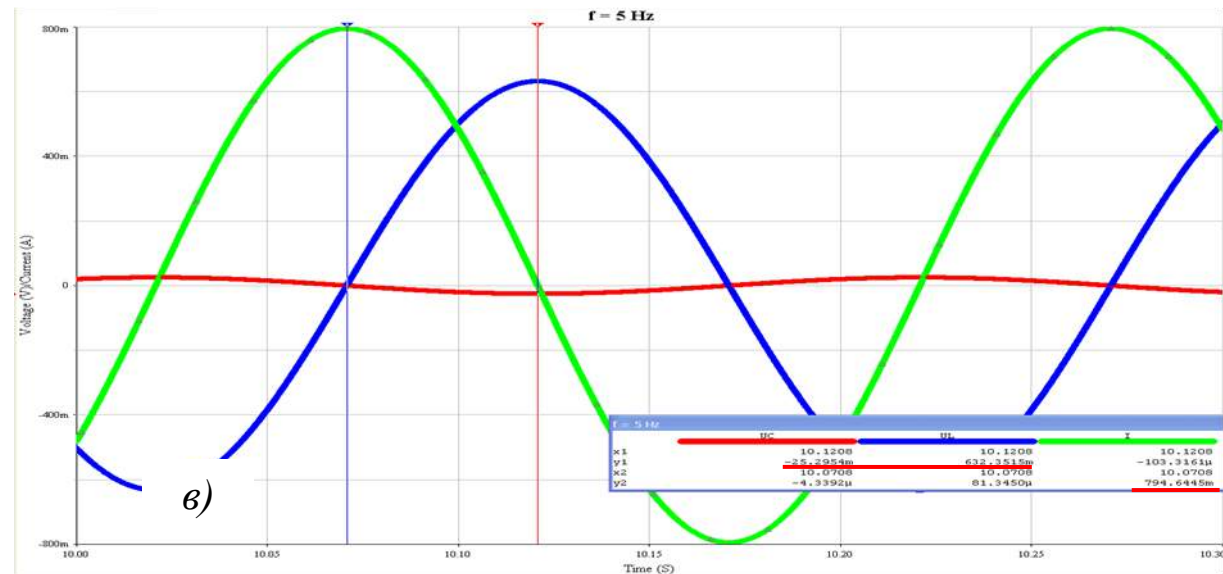
Очевидно, что резонанс в контуре наступает при частоте генератора, равной 1,0 Гц. В этом случае модули ёмкостного и индуктивного сопротивлений контура будут равны, а потому будут равны амплитуды напряжения на катушке индуктивности и конденсаторе (см. рис. 7, б). Сопротивление контура будет резистивным.



a)



б)



в)

Рисунок 7

При частоте питающего генератора, равной 0,2 Гц, сопротивление конденсатора будет больше, нежели сопротивление катушки индуктивности, а потому и амплитуда напряжения на конденсаторе будет выше (см. рис. 7, а). Сопротивление контура будет резистивно-ёмкостным.

При частоте генератора, равной 5 Гц, сопротивление катушки индуктивности будет больше сопротивления конденсатора. Амплитуда напряжения на катушке индуктивности будет выше (см. рис. 7, в). Сопротивление контура в этом случае будет резистивно-индуктивным.

Проверим соответствие экспериментальных значений тока в контуре, напряжения на катушке индуктивности и конденсаторе расчетным значениям.

Пусть $f = f_1 = 0,2$ Гц. Тогда индуктивное и ёмкостное сопротивления контура равны соответственно

$$X_L = \omega L = 2\pi \cdot 0,2 \cdot 25,33 \cdot 10^{-3} = 0,032 \text{ Ом};$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi \cdot 0,2 \cdot 1} = 0,796 \text{ Ом}.$$

Полное сопротивление контура, рассчитанное по формуле (4) равно

$$Z = 1,258 \text{ Ом}.$$

Тогда амплитуда тока, протекающего в цепи, вычисленная по формуле (6) равна

$$I = \frac{1}{1,258} = 0,795 \text{ А}.$$

Амплитуды напряжения на катушке индуктивности U_L и конденсаторе U_C можно рассчитать, пользуясь законом Ома:

$$U_L = I \cdot X_L = 0,795 \cdot 0,032 = 0,025 \text{ В};$$

$$U_C = I \cdot X_C = 0,795 \cdot 0,796 = 0,632 \text{ В}.$$

Значения напряжений U_L , U_C и тока в контуре I отмечены в таблице курсоров на рис. 7, а.

Задание 1: Рассчитать и соотнести с результатами моделирования значения тока и напряжений в цепи для частот генератора f_0 и f_2 .

Амплитуды напряжений и тока для частот генератора f_0 и f_2 отмечены на рис. 7, б, в соответственно.

4.3. Анализ колебаний с помощью функции AC-Sweep. Определение полосы пропускания контура

Программа Multisim позволяет анализировать изменение модуля и фазы гармонических сигналов.

Построим амплитудно-частотную характеристику (резонансную кривую) колебательного контура и его фазо-частотную характеристику, применив функцию AC-Sweep.

Поставим значения начальной частоты $FSTART=0.01$ Гц, конечной частоты $FSTOP=100$ Гц. Ось ординат задаем линейной. В качестве выходной переменной выбираем ток в контуре (с обратным знаком).

АЧХ и ФЧХ колебательного контура показаны на рис. 8 а и б.

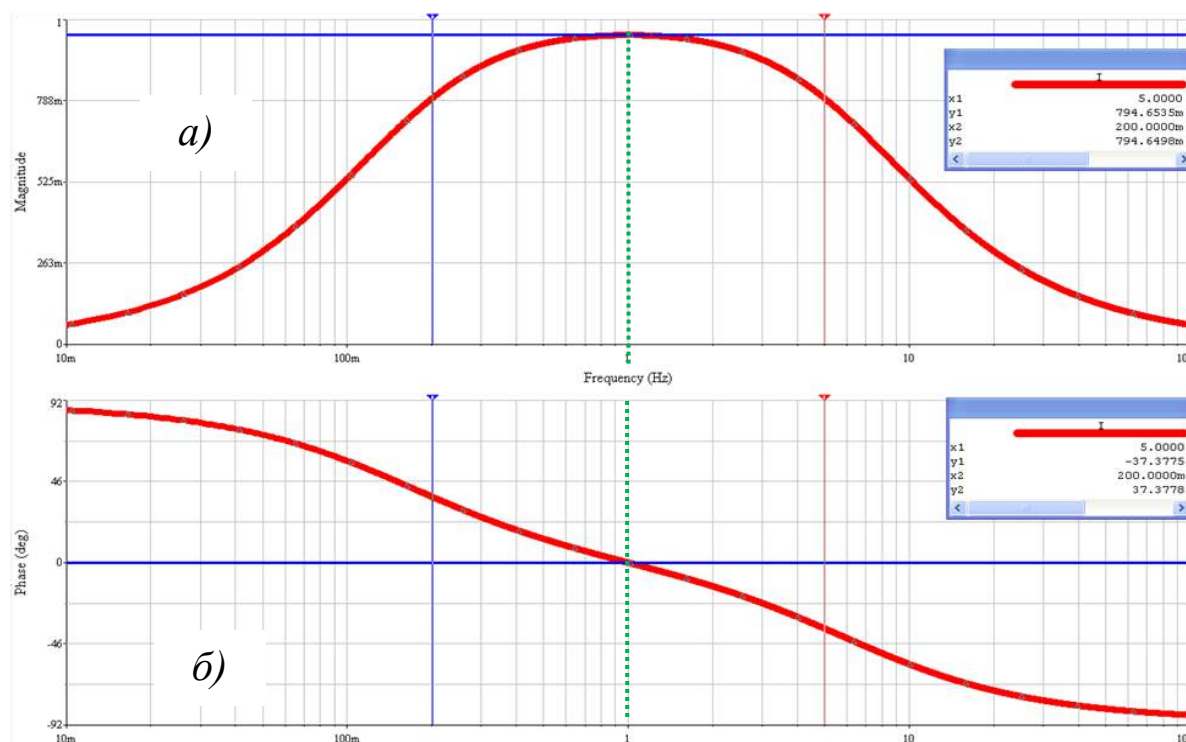


Рисунок 8

Замечание 1. Программа Multisum строит АЧХ приведенную к напряжению генератора, равному 1 В.

Амплитуда и фаза тока для частоты $f_1 = 0,2$ Гц и $f_2 = 5$ Гц показаны на рис. 8 в окне курсоров. Значение амплитуды тока с достаточно точностью соответствует полученному в п. 4.2 с помощью Transient Analysis.

Обратим внимание на то, что полоса пропускания контура должна быть шире, нежели диапазон частот от 0,2 Гц до 5 Гц, поскольку ток в контуре при этих частотах выше, чем 0,7071 тока резонанса.

Определим границы полосы пропускания контура по его резонансной кривой и сопоставим с расчетными значениями.

Моделирование дает результат $f_H = 0,155$ Гц, $f_K = 6,439$ Гц (см. рис. 9). Следовательно,

$$2\Delta f = f_K - f_H = 6,284 \text{ Гц.}$$

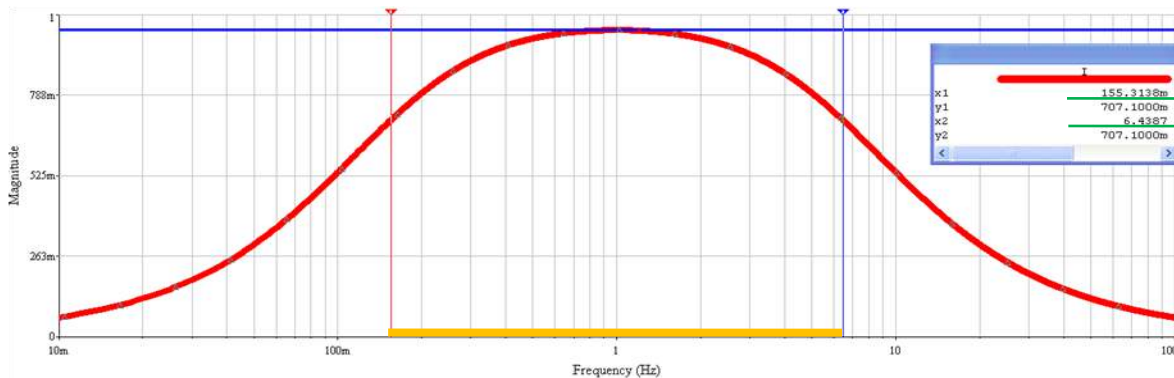


Рисунок 9

Поскольку добротность контура

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = 1 \cdot \sqrt{\frac{25,33 \cdot 10^{-3}}{1}} = 0,159,$$

расчетным путем (см. (10)) получаем хорошо согласующийся с экспериментальным результат

$$2\Delta f = \frac{f_0}{Q} = \frac{1}{0,159} = 6,283 \text{ Гц.}$$

Задание 2: Построить резонансную кривую контура, уменьшив в два раза его активное сопротивление. Определить полосу пропускания контура.

Задание 3: Построить резонансную кривую контура, имеющего ту же частоту резонанса, но в два раза большее волновое сопротивление. Определить полосу пропускания контура.

Задание 4: Включив в число выходных переменных моделирования напряжение питающего генератора (в качестве опорного), проведите повторно Transient Analysis для частот 0,2 Гц, 1 Гц и 5 Гц.

Сопоставьте фазовый сдвиг тока относительно напряжения для этих частот, полученный при проведении Transient Analysis (см. рис. 7) и AC-Sweep (см. рис. 8, б).

6. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Цель работы.
2. Основные формулы, используемые при расчетах требуемых характеристик колебательных контуров.
3. Подробная запись всех этапов проведенных расчетов и их результаты.
4. Скриншоты графиков, полученных в результате проведения Transient Analysis и AC-Sweep, с открытыми окнами курсоров.
5. Сопоставление расчетных данных с результатами моделирования (включая выполнение заданий 1-4).
6. Выводы.

7. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Попов, В. П. Основы теории цепей / В. П. Попов. – 3-е изд., испр. – М.: Высш. шк., 2000 – 575 с.
2. Исследование свободных колебаний в замкнутом контуре : методические указания по выполнению лабораторной работы по дисциплине «Теория электрических цепей» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Л. А. Большевцева, А. Ф. Рыбочкин. Курск, 2013. 18 с.

УДК 681.325

Составители: Д.С. Коптев

Рецензент

Доктор технических наук, старший научный сотрудник,
заведующий кафедрой космического приборостроения и систем связи

В. Г. Андронов

Исследование свободных колебаний в замкнутом контуре:
методические указания по выполнению лабораторной работы / Юго-
Зап. гос. ун-т; сост.: Д.С. Коптев. – Курск, 2023. – 19 с.

Методические указания по выполнению лабораторной работы содержат краткие теоретические сведения о величинах, характеризующих свободные колебания в RLC-контурх, методике их расчета и об основных способах исследования в системе компьютерного моделирования Multisim. Указывается порядок выполнения лабораторной работы.

Методические указания соответствуют учебному плану по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем», а также рабочей программе дисциплины «Теория электросвязи».

Предназначены для студентов, обучающихся по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем», очной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 08.08.2023. Формат 60x841/16.
Усл. печ. л. 1,1. Уч.-изд. л. 1,0. Тираж 100 экз. Заказ 813. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

Содержание

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ.....	4
2. ПОДГОТОВКА К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ	4
3. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ.....	4
3. 1. Понятие колебательного контура.....	4
3. 2. Частота и период свободных колебаний в идеальном контуре.....	5
3. 3. Длина волны в пространстве, соответствующая собственной частоте колебаний идеального контура	6
3. 4. Волновое (характеристическое) сопротивление контура....	7
3. 5. Затухание колебаний в реальном контуре. Декремент затухания и добротность контура.....	8
3. 6. Условие возникновения колебаний в реальном контуре...	10
4. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ	10
4. 1. Создание схемы идеального колебательного контура.....	10
4. 2. Анализ переходных процессов в идеальном контуре с помощью функции Transient Analysis.....	11
4. 3. Создание схемы реального колебательного контура.....	15
4. 4. Анализ затухания колебаний в контуре с помощью функции Transient Analysis	15
5. ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ НА ЛАБОРАТОРНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ.....	17
6. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА.....	18
7. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА.....	18

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

1. Изучение свободных процессов в колебательных контурах:

- расчет основных параметров свободных колебаний в идеальном контуре;
- расчет основных параметров свободных колебаний в контуре с потерями.

2. Построение графиков токов и напряжений в контуре в системе компьютерного моделирования Multisim с использованием функции Transient Analysis.

2. ПОДГОТОВКА К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

При подготовке к выполнению лабораторной работы необходимо:

- изучить теоретический материал, содержащийся в методических указаниях;
- ознакомиться с содержанием и порядком выполнения лабораторной работы.

При подготовке к защите лабораторной работы необходимо:

- оформить отчет в соответствии с разделом 5;
- ознакомиться с соответствующими разделами конспекта лекций и рекомендованной литературой;
- устно подготовить ответы на контрольные вопросы.

3. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

3.1. Понятие колебательного контура

Электромагнитными колебаниями называют процесс непрерывного превращения энергии из электрической в магнитную и из магнитной в электрическую [1].

Идеальный колебательный контур – это электрическая цепь, содержащая емкость C и индуктивность L .

Всякий *реальный колебательный контур* помимо реактивных элементов содержит также активное сопротивление R , обуславливающее потери энергии в схеме.

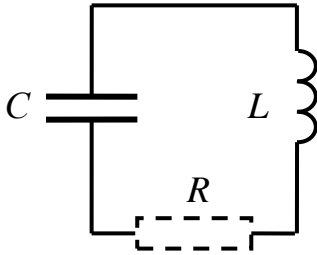


Рисунок 1

Потери энергии складываются из потерь в проводе катушки индуктивности, в рабочем диэлектрике и электродах конденсатора, в соединительных проводах и переходных контактах контура.

Схематически колебательный контур показан на рис. 1.

Колебания, происходящие только за счет первоначального сообщения контуру некоторого запаса энергии (зарядки конденсатора) без последующего её пополнения, называются *свободными* или *собственными*.

Колебательные контуры широко используются в передающих устройствах, задавая длину волны, на которой работает передатчик, и в приемных устройствах, определяя избирательность приемника.

3. 2. Частота и период свободных колебаний в идеальном контуре

Рассмотрим собственные колебания в идеальном контуре. Поскольку активное сопротивление такого контура равно нулю, запасенная энергия в процессе функционирования схемы не расходуется (не превращается в тепло и другие виды энергии).

Поскольку энергия электрического поля полностью превращается в энергию магнитного поля, то максимальные значения энергии конденсатора W_C и катушки W_L равны:

$$W_C = W_L, \quad (1)$$

или

$$\frac{CU_m^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2}. \quad (2)$$

где U_m и I_m – амплитудные значения напряжения на контуре (на катушке индуктивности) и тока в контуре соответственно.

С другой стороны, между этими величинами выполняется соотношение

$$U_m = X_L I_m = \omega_0 L \cdot I_m, \quad (3)$$

где X_L – модуль комплексного сопротивления индуктивности;
 ω_0 – круговая (угловая) частота тока в контуре.

Таким образом, из (2) и (3) с учетом равенства (4)

$$\omega_0 = 2\pi \cdot f_0 \quad (4)$$

следует выражения (5) для частоты f_0 :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{LC}} \quad (5)$$

и (6) для периода T_0 свободных колебаний контура

$$T_0 = \frac{1}{f_0} = 2\pi \cdot \sqrt{LC}. \quad (6)$$

Качественно объяснить формулу (6) можно достаточно просто.

Для создания между обкладками конденсатора с бóльшей ёмкостью той же разности потенциалов требуется бóльшее количество электричества. Следовательно, увеличение ёмкости увеличивает время заряда и разряда конденсатора.

Увеличивая индуктивность контура, мы наращивает её противодействие изменениям тока, а потому ток в контуре с бóльшей индуктивностью будет нарастать и убывать медленнее.

3. 3. Длина волны в пространстве, соответствующая собственной частоте колебаний идеального контура

В передающем устройстве энергия электромагнитных колебаний контура направляется в антенну, излучающую, в свою очередь, эту энергию в виде электромагнитных колебаний в пространство.

Каждой частоте собственных колебаний контура соответствует определенная длина волны в пространстве (λ_0), связанная с ней соотношением

$$\lambda_0 = vT_0 = \frac{v}{f_0}, \quad (7)$$

где v – скорость распространения электромагнитной энергии.

Известно, что в свободном пространстве величина $v = \text{const}$ и совпадает со скоростью света: $v \approx 3 \cdot 10^8$ м/с.

3. 4. Волновое (характеристическое) сопротивление контура

Волновое сопротивление контура ρ определяется отношением амплитуды напряжения на контуре к амплитуде тока в контуре в режиме свободных колебаний. Для его нахождения выразим это отношение из равенства (2):

$$\rho = \frac{U_m}{I_m} = \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (8)$$

Для выяснения *физического смысла волнового сопротивления* рассмотрим два контура, первый из которых образован малой емкостью C_1 и большой индуктивностью L_1 , второй – большой емкостью C_2 и малой индуктивностью L_2 (см. рис. 2).

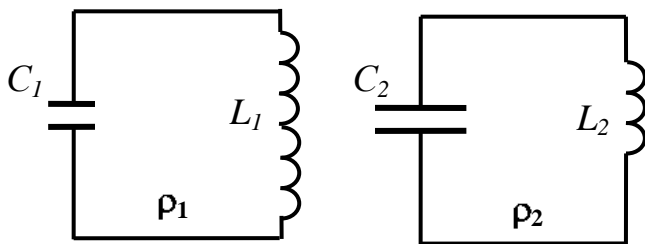


Рисунок 2

Пусть при этом выполняется равенство

$$L_1 C_1 = L_2 C_2, \quad (9)$$

означающее равенство периода и частоты собственных колебаний обоих контуров. При этом очевидно, что волновое сопротивление ρ_1

первого контура много больше волнового сопротивления второго контура ρ_2 :

$$\rho_1 \gg \rho_2. \quad (10)$$

А это означает (см. (8)), что при одинаковом напряжении ток в первом контуре будет много меньше тока во втором контуре:

$$I_{m1} \ll I_{m2}. \quad (11)$$

Таким же соотношением будет связано и количество «колеблющейся» в контурах энергии.

Рассмотрим модули индуктивного сопротивления катушки (X_L) и емкостного сопротивления конденсатора (X_C) на частоте собственных колебаний контура:

$$X_L = \omega_0 L, \quad X_C = \frac{1}{\omega_0 C}. \quad (12)$$

Подставив в эти равенства значение угловой частоты собственных колебаний контура (4), получим следующее:

$$X_L \Big|_{f=f_0} = X_C \Big|_{f=f_0} = \rho. \quad (13)$$

Таким образом, *волновое сопротивление* контура равно модулю индуктивного сопротивления катушки и емкостного сопротивления конденсатора для тока свободных колебаний

3. 5. Затухание колебаний в реальном контуре.

Декремент затухания и добротность контура

В реальных контурах всегда присутствует активное сопротивление, а потому количество «колеблющейся» энергии в контуре постоянно уменьшается, что приводит к затуханию колебаний. В случае малых затуханий амплитуда колебаний (амплитуда напряжения и амплитуда тока) убывает по экспоненциальному закону:

$$U_m(t) = U_m(0) e^{-\frac{\delta t}{T}}; \quad I_m(t) = I_m(0) e^{-\frac{\delta t}{T}}, \quad (14)$$

где δ – безразмерная величина, являющаяся количественной характеристикой скорости затухания.

Величина δ в теории колебательных систем носит название *декремент затухания*. Величина, обратная декременту затухания, равна количеству колебаний, за которые амплитуда колебаний уменьшится в $e \approx 2,71$ раз.

Графически декремент затухания колебаний можно найти, взяв натуральный логарифм отношения любых двух последовательных максимальных (или минимальных) отклонений колеблющейся величины:

$$\delta = \ln \frac{U_{m(j)}}{U_{m(j+1)}} = \ln \frac{I_{m(j)}}{I_{m(j+1)}}. \quad (15)$$

Кроме того, оказывается, именно декремент затухания позволяет определить, какая часть энергии расходуется в контуре на тепловыделение за половину периода

$$\delta = \frac{W_R}{W_L}, \quad (16)$$

где W_R – количество энергии, выделяемой на активном сопротивлении; W_L – полное количество энергии контура.

Известно, что W_L определяется согласно соотношению (2), а

$$W_R = \frac{I_m^2 R}{2} \cdot T. \quad (17)$$

Тогда, с учетом (4), (5) и (8), получим

$$\delta = \frac{R}{2L} \cdot T = \frac{R}{2L} \cdot \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{\pi \cdot R}{\rho}. \quad (18)$$

В реальных контурах значение декремента затухания не превышает нескольких сотых.

Замечание: затухающие колебания не являются периодическими. Однако, если декремент δ мал, можно условно использовать понятие *периода затухающих колебаний*, как временного интервала между двумя последовательными максимумами колеблющейся величины.

Помимо декремента затухания используются понятия «затухание» и «добротность» контура. *Затуханием контура* d называют отношение активного и волнового сопротивлений контура, а *добротностью* Q – величину обратную затуханию:

$$d = \frac{R}{\rho}; \quad Q = \frac{1}{d} = \frac{\rho}{R}. \quad (19)$$

Чем больше волновое сопротивление контура по сравнению с активным, тем «лучше» контур, тем выше его добротность.

3. 6. Условие возникновения колебаний в реальном контуре

Колебательный процесс в реальном контуре может возникнуть лишь тогда, когда есть условия для обмена энергией между реактивными элементами схемы: катушкой индуктивности и конденсатором.

Если активное сопротивление контура велико, то такие условия не возникают, и весь запас электрической энергии, накопленной конденсатором, превращается в тепло еще до начала колебательного процесса.

Расчеты показывают, что колебания в контуре с активным сопротивлением могут происходить только при выполнении соотношения:

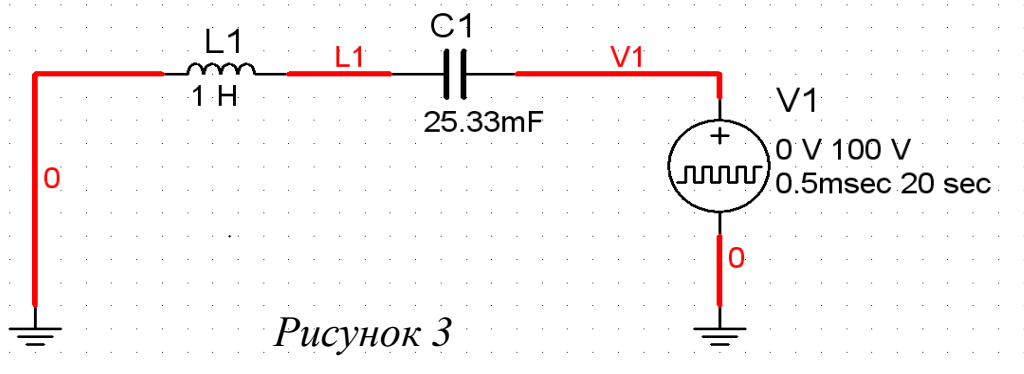
$$R < 2\rho. \quad (20)$$

В том случае, когда удвоенное волновое сопротивление меньше активного, процесс носит *апериодический* (не колебательный) характер. Если имеет место равенство этих величин, процесс называется *критическим*.

4. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

4. 1. Создание схемы идеального колебательного контура

Соберите схему идеального колебательного контура, показанную на рис. 3



Используемый для начальной зарядки конденсатора импульсный источник Pulse Voltage расположен в библиотеке Sources (см. рис. 4). Окно редактирования компонента показано на рис. 5.

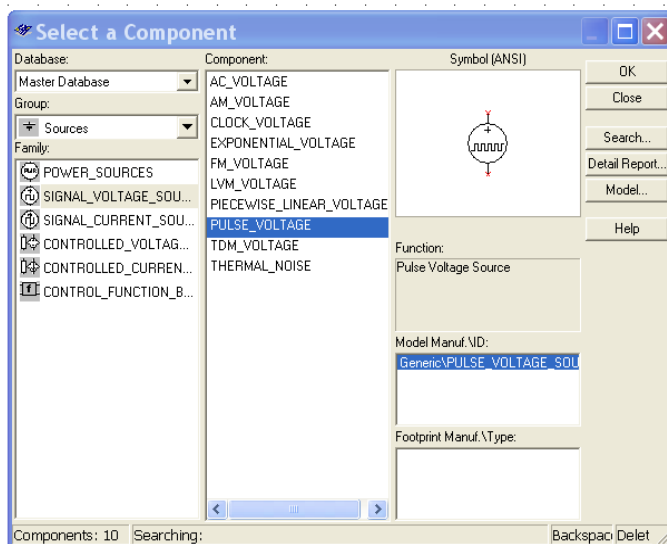


Рисунок 4

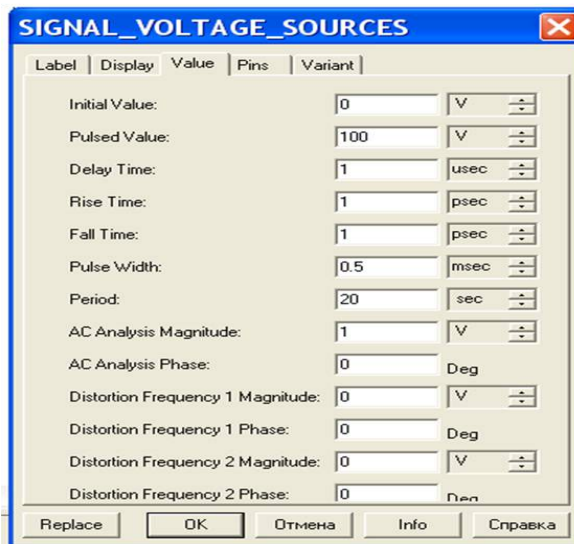


Рисунок 5

Поскольку нам необходимо быстро зарядить конденсатор, а затем полностью прекратить подачу энергии в контур, установим параметры импульсного источника такими, как показано на рис. 5:

- начальное значение (Initial Value) – 0 В;
- амплитуда импульса (Pulsed Value) – 100 В;
- задержка импульсов (Delay Time) – 1 мкс;
- длительность фронта (Rise Time) – 1 пс;
- длительность среза (Fall Time) – 1 пс;
- длительность импульса (Pulse Width) – 0,5 мс;
- период (Period) – 20 с.

Длительность импульса должна быть достаточной для зарядки конденсатора (она определяет максимальное напряжение на контуре), а период – многократно бóльшим, нежели период свободных колебаний контура.

4. 2. Анализ переходных процессов в идеальном контуре с помощью функции Transient Analysis

Проведем анализ процессов, происходящих в колебательном контуре. Выберем в меню пункты: Simulate → Analysis → Transient Analysis (Моделирование → Анализ → Анализ переходных процессов).

Изменим на открывшейся вкладке Analysis Parameters (Параметры анализа), установив показанные на рис. 6:

- начальное время (Start Time TSTART) – 0 с;
- конечное время (End Time TSTOP) – 3 с;
- максимальный шаг моделирования (maximum time step TMAX) – 0,0001 с.

На вкладке Output (выходные переменные) выберем для анализа (добавив в список Selected variables for analysis, находящийся в правой половине окна) ток в контуре с отрицательным знаком I1#branch (см. [3, с. 25], замечание) и напряжение на катушке \$I1. Для этого, выделив их из общего списка, нажмем кнопку Add (Добавить). Знак «←» добавляем с помощью кнопки Add Expression (Добавить выражение) (см. рис. 7).

Запускаем моделирование, нажав кнопку Simulate (Моделировать).

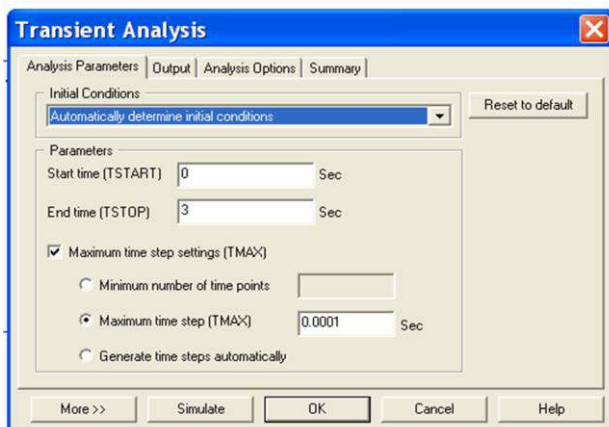


Рисунок 6

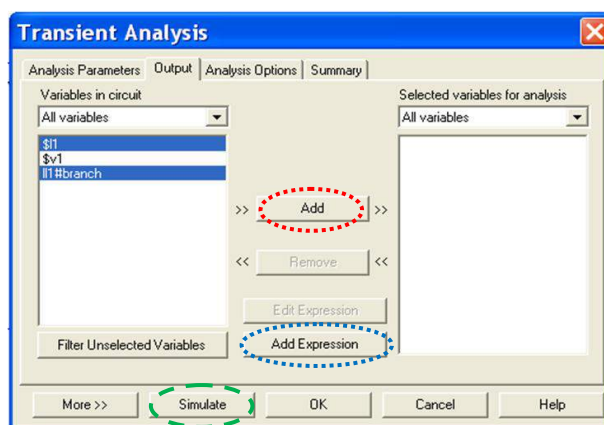


Рисунок 7

После завершения моделирования откроется окно графика (см. рис. 8), который необходимо отредактировать, поскольку неправильный диапазон по оси ординат не дает возможности увидеть действительно происходящий колебательный процесс.

Вызовем окно свойств графика – Graph Properties, выбрав пункты меню Edit → Properties (Правка → Свойства). Поменяем диапазон вертикальной оси (Left Axis), установив на соответствующей вкладке минимальное значение равное –0.4; максимальное равное +0.4 (см. рис. 9); диапазон оси времени (Bottom Axis) оставим без изменения.

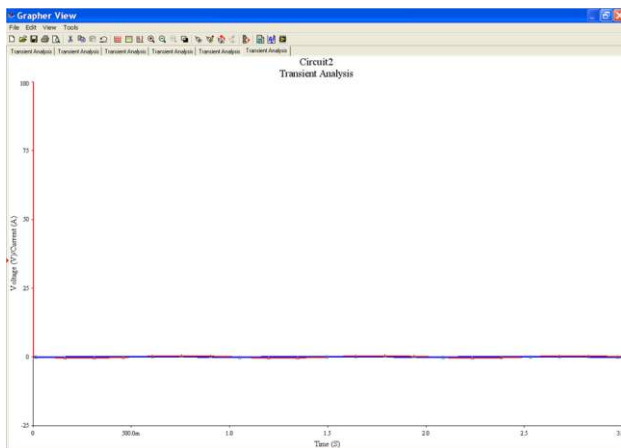


Рисунок 8

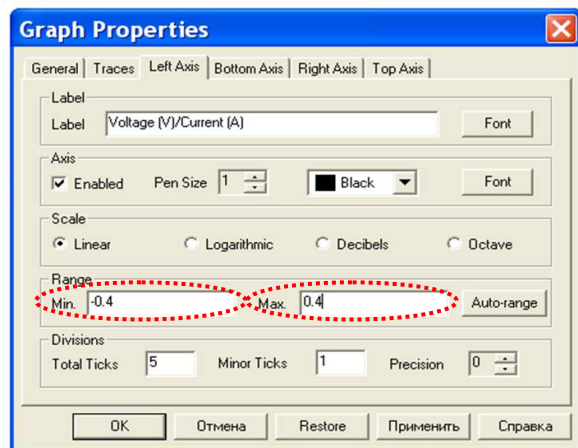


Рисунок 9

На вкладке Traces увеличим толщину обеих линий, поставив равной 6. Полученный график показан на рис. 10.

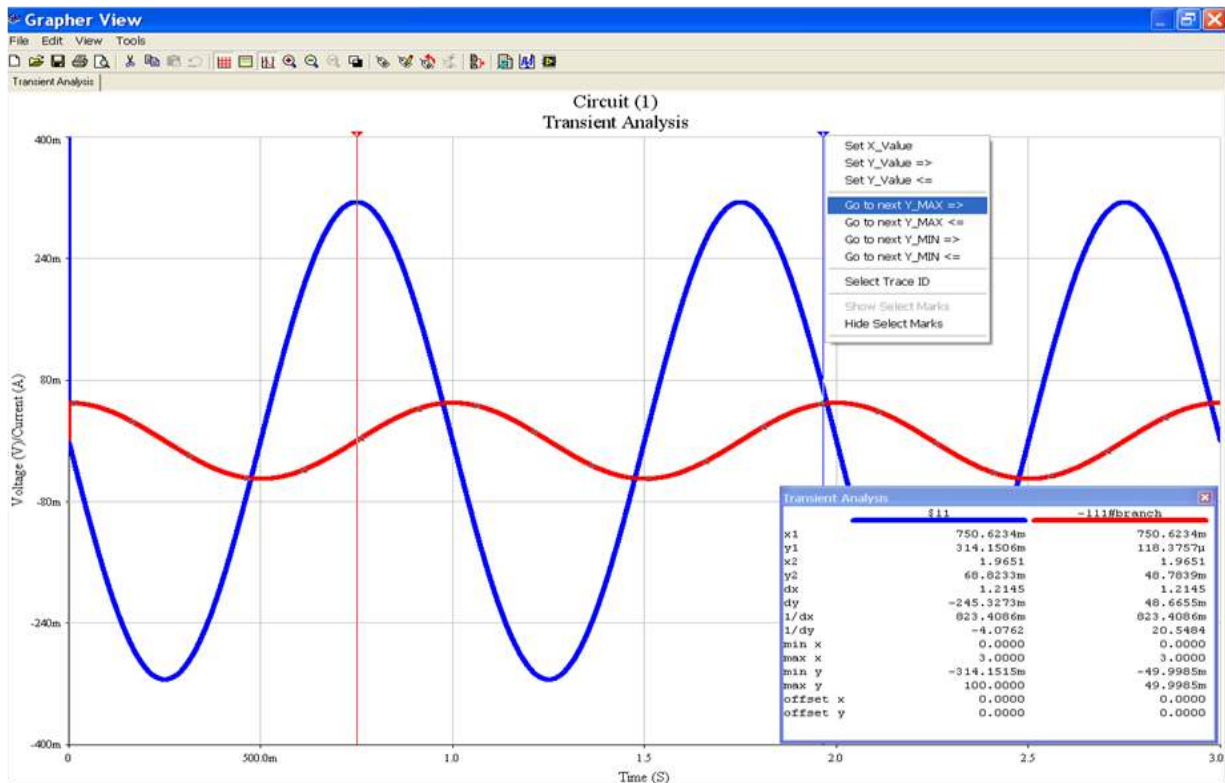


Рисунок 10

Внизу справа открыто окно курсоров, вверху – альтернативное меню правого курсора, вызванное щелчком правой кнопкой мыши по его верхнему треугольнику.

Опции поиска альтернативного меню курсора:

Set X Value (Настроить на значение по оси X) – устанавливает курсор на определенное (задаваемое в открывающемся окне) значение по оси X;

Set X Value => или <= (Настроить значение по оси Y) – устанавливает курсор на определенное значение по оси Y, ближайшее в выбранном направлении;

Go to next Y_MAX => или <= (Перейти к следующему максимальному значению) – устанавливает курсор на точку ближайшего максимума в выбранном направлении;

Go to next Y_MIN => или <= (Перейти к следующему минимальному значению) – устанавливает курсор на точку ближайшего минимума в выбранном направлении.

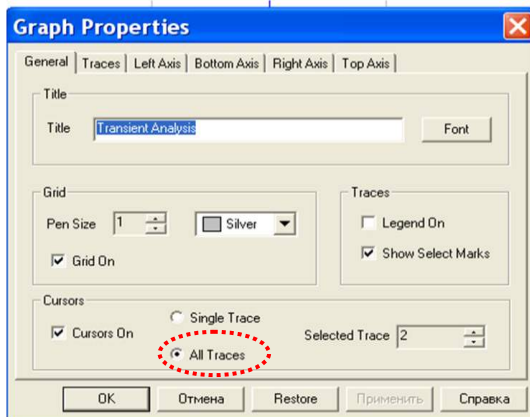


Рисунок 11

и выбрать нужную кривую (см. рис. 11).

Анализ полученных графиков показывает, что период свободных колебаний контура равен 1 с, что полностью соответствует расчетному значению.

Амплитуда тока I_m (max у в окне курсора тока П1#branch) равна 54.350 мА, амплитуда напряжения U_m равна 341.493 мВ. Поскольку максимальное значение напряжения равно 100 В, возьмем значение, противоположное min у в окне курсора напряжения \$11.

Опции поиска незаменимы при определении по результатам моделирования амплитуды тока и напряжения, а также периода колебаний.

На вкладке General окна свойств графика – Graph Properties можно настроить отображение сведений для курсоров об одной (Single Traces) или всех (All Traces) кривых, находящихся на графике, и

Соотношение между амплитудами U_m и I_m равно

$$\frac{U_m}{I_m} = 6.283,$$

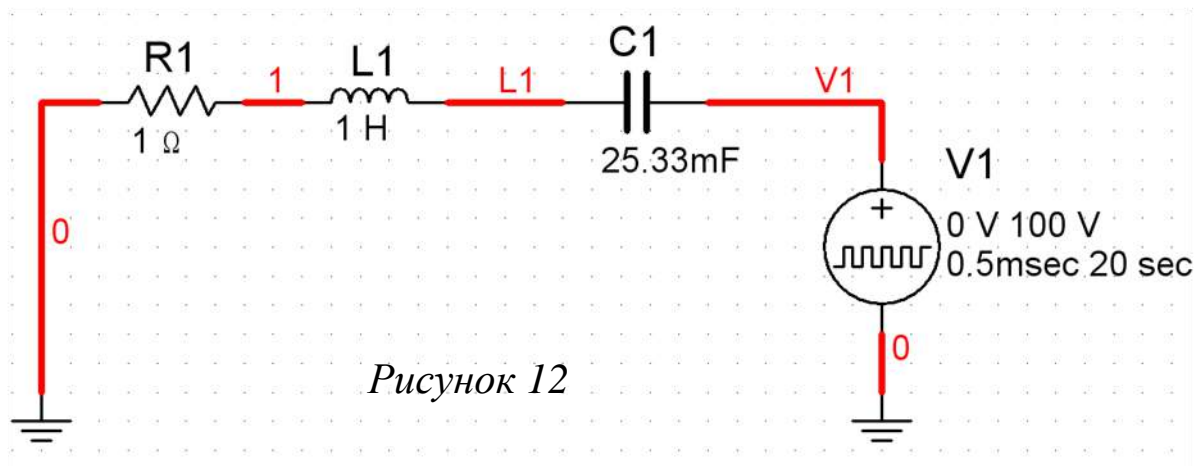
что совпадает с волновым сопротивлением контура ρ , определенным по формуле (8).

Задание 1: увеличьте вдвое длительность импульса (Pulse Width) в параметрах источника напряжения. Проведите моделирование.

Определите по графику период колебаний, а также соотношение между амплитудами U_m и I_m в этом случае.

4. 3. Создание схемы реального колебательного контура

Добавим в схему активное сопротивление $R = 1$ Ом, удовлетворяющее соотношению (20) – см. рис. 12.



4. 4. Анализ затухания колебаний в контуре с помощью функции Transient Analysis

Проведем моделирование процессов в контуре с активным сопротивлением, изменив в настройках функции Transient Analysis (см. п. 4. 2) только время моделирования (см. рис. 6). Для большей наглядности графика увеличим временной интервал анализа, поставив $TSTOP = 5$ с.

После редактирования, аналогичного проведенному в п. 4. 2, получим график, изображенный на рис. 13.

Курсоры на графике отмечают положения двух «первых» максимумов напряжения на контуре:

$$I_{m1} = 217,0318 \text{ мВ}; I_{m2} = 131,4276 \text{ мВ}.$$

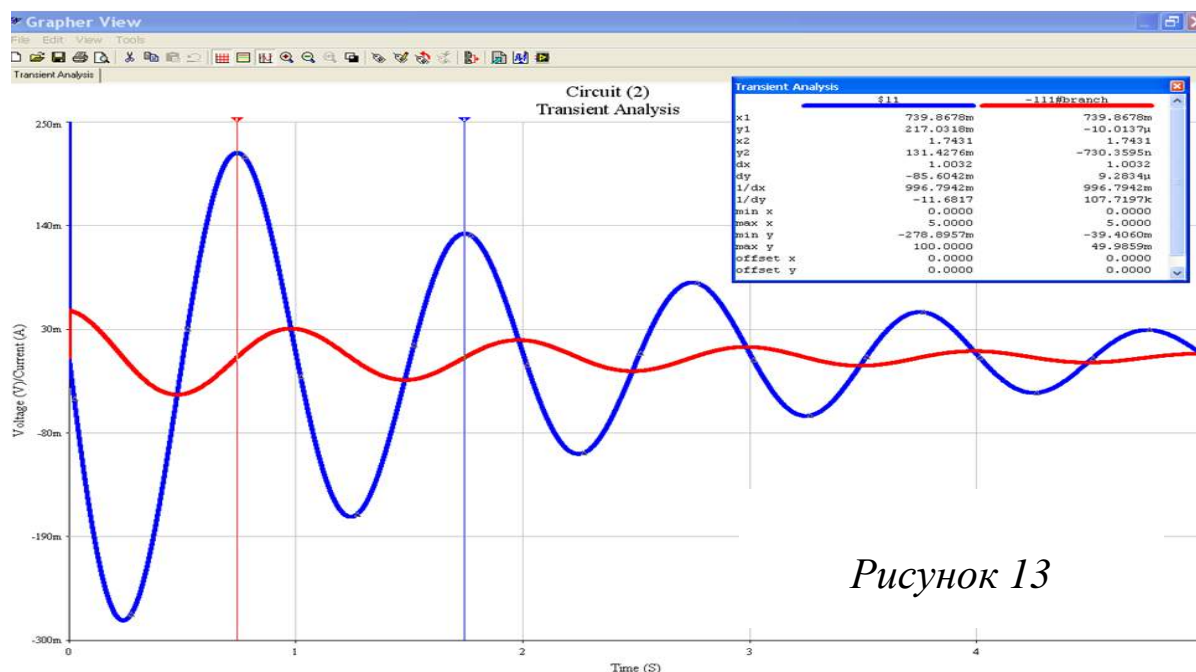


Рисунок 13

Следующие максимумы:

$$U_{m3} = 79,5884 \text{ мВ}; U_{m4} = 48,1962 \text{ мВ}; U_{m5} = 29,1861 \text{ мВ}.$$

Отношение любых двух из последовательных максимумов

$$k = \frac{U_{m1}}{U_{m2}} = \dots = \frac{U_{m4}}{U_{m5}} = 1,6513.$$

Натуральный логарифм коэффициента k

$$\ln k = \ln 1.6513 = 0,5016;$$

с учетом небольшой погрешности вычислений равен декременту затухания, рассчитанному по формуле (18):

$$\delta = \frac{\pi \cdot R}{\rho} = \pi R \sqrt{\frac{C}{L}} \approx 0,5.$$

В e раз колебания контура затухают за два условных периода.

Задание 2: Увеличив активное сопротивление контура в два раза, рассчитайте и определите графически декремент затухания.

5. ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ НА ЛАБОРАТОРНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ

Собрав соответствующие схемы (см. рис. 3 и 12), выполните анализ колебаний идеального контура и контура с активным сопротивлением.

Рассчитайте следующие величины, характеризующие свободные колебания:

- круговая и линейная частоты;
- период;
- длина волны;
- волновое сопротивление контура;
- декремент затухания;
- добротность контура.

Воспользовавшись графиками кривых тока в контуре и напряжения на контуре (полученным с помощью функции Transient Analysis – см., для примера, рис. 10 и рис. 13), проверьте соответствие теоретических результатов экспериментальным.

Параметры используемых компонентов указаны в табл. 1.

Вариант задания для каждого студента соответствует его номеру в списке подгруппы/группы в журнале преподавателя.

Таблица 1

№ варианта	1	2	3	4	5	6
Ёмкость C, мкФ	400	250	100	30	500	650
Индуктивность L, мГн	6,3350	2,5350	4,0530	0,5404	1,2665	3,8970
Сопротивление R, Ом	1,2670	1,0140	5,0662	6,7550	1,0135	1,9485
№ варианта	7	8	9	10	11	12

Ёмкость C, мкФ	150	50	850	70	20	80
Индуктивность L, мГн	4,2217	0,5066	6,7053	0,8142	5,0660	2,8500
Сопротивление R, Ом	3,3760	2,5330	1,1176	3,2570	10,134	7,5996

Замечание: при отсутствии возможности установить значение параметра с требуемой точностью используйте меньшие единицами измерения, переводя, например, миллигенри в микрогенри.

Параметры импульсного источника подберите для обеих схем самостоятельно.

Время моделирования для схемы реального колебательного контура установите, учитывая количества периодов, необходимое для значительного уменьшения амплитуды колебаний.

6. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Цель работы.
2. Основные формулы, используемые при расчетах требуемых характеристик колебательных контуров.
3. Подробная запись всех этапов проведенных расчетов и их результаты.
4. Скриншоты графиков, полученных в результате проведения Transient Analysis, с открытыми окнами курсоров.
5. Сопоставление расчетных данных с результатами моделирования.
6. Выводы.

7. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Попов, В. П. Основы теории цепей / В. П. Попов. – 3-е изд., испр. – М.: Высш. шк., 2000 – 575 с.
2. Исследование резистивных схемных соединений в цепях постоянного тока : методические указания по выполнению лабораторной работы по дисциплине «Теория электрических цепей» /

Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Л. А. Большевцева, А. Ф. Рыбочкин. Курск, 2013. 22 с.

3. Исследование линейных цепей при гармоническом воздействии : методические указания по выполнению лабораторной работы по дисциплине «Теория электрических цепей» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Л. А. Большевцева, А. Ф. Рыбочкин. Курск, 2013. 31 с.: ил. 24, табл. 1. Библиогр.: с. 31.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра космического приборостроения и систем связи



ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ ОСНОВНЫХ ПРИНЦИПОВ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА ПЕРИОДИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

Методические указания
по выполнению лабораторной работы
для студентов, обучающихся по специальности
10.05.02 «Информационная безопасность
телекоммуникационных систем»
по дисциплине «Теория электросвязи»

Курск 2023

УДК 621.391

Составители: Д.С. Коптев

Рецензент

Доктор технических наук, старший научный сотрудник,
заведующий кафедрой космического приборостроения и систем связи
В. Г. Андронов

Практическое применение основных принципов спектрального анализа периодических сигналов: методические указания по выполнению лабораторной работы / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Д.С. Коптев. – Курск, 2023. – 25 с.

Методические указания по выполнению лабораторной работы содержат краткие теоретические сведения о методах спектрального анализа периодических сигналов, а также варианты заданий и примеры их выполнения.

Методические указания соответствуют учебному плану по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем», а также рабочей программе дисциплины «Теория электросвязи».

Предназначены для студентов, обучающихся по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем» очной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 08.08.2023. Формат 60x84/16.
Усл. печ. л. 1,45. Уч.-изд. л. 1,32. Тираж 100 экз. Заказ 733. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

1 Цель работы

1.1 Практическое применение основных принципов спектрального анализа периодических сигналов.

1.2 Формирование умения использовать программу для моделирования электрических и электронных схем Multisim.

1.3 Получение навыков использования программных пакетов компьютерного моделирования для спектрального анализа сигналов.

2 Основные теоретические сведения

2.1 Общие сведения о периодических сигналах

Сигналом называется процесс изменения во времени физического состояния какого-либо объекта, служащий для отображения, регистрации и передачи информации. Математической моделью сигнала может быть функция времени, например $s(t)$.

Типичными для радиотехники сигналами являются напряжение $u(t)$ и ток $i(t)$. Если математическая модель сигнала позволяет предсказать его точное значение в любой момент времени, такой сигнал называется детерминированным.

Периодическим называется любой сигнал, для которого выполняется условие $s(t) = s(t + kT)$, где период T является конечным отрезком, а k - любое целое число.

Простейшие периодические сигналы основаны на функциях косинуса или синуса.

$$s_1(t) = a \cos(\omega t),$$

$$s_2(t) = b \sin(\omega t).$$

где ω – круговая частота, $\omega = 2\pi f$; $f = \frac{1}{T}$.

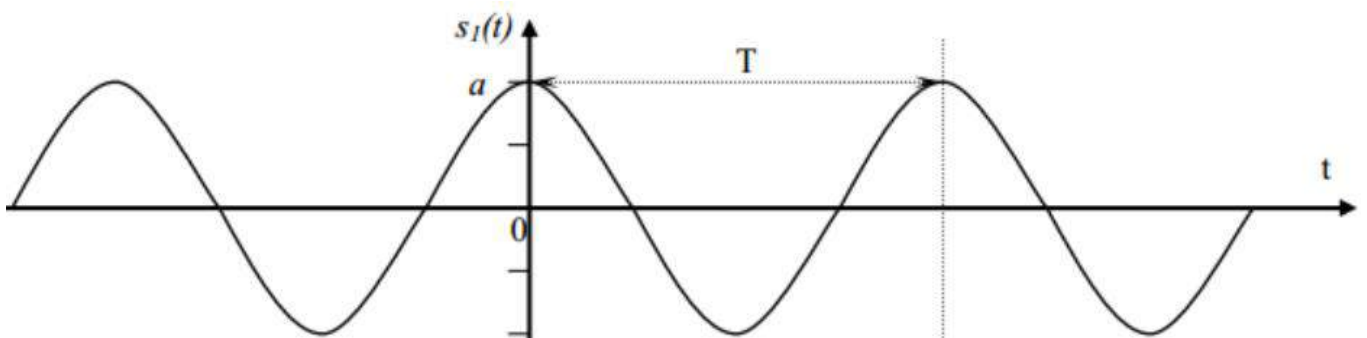


Рисунок 1 – Периодический сигнал $s_1(t) = a \cos(\omega t)$

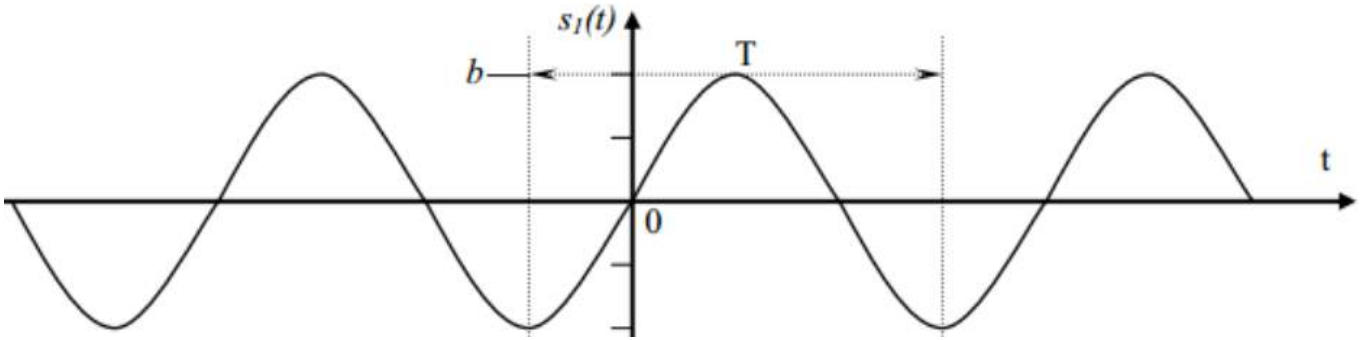


Рисунок 2 – Периодический сигнал $s_2(t) = b \sin(\omega t)$

Одно из простейших гармонических колебаний – это сумма колебаний синуса и косинуса. В данном случае частота одинакова для обоих слагаемых (рисунок 3).

$$s(t) = a \cos(\omega t) + b \sin(\omega t).$$

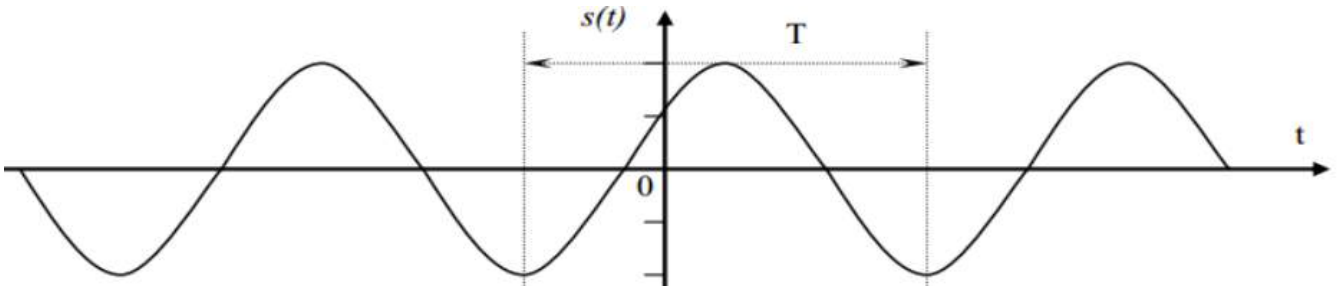


Рисунок 3 – Гармоническое колебание $s(t) = a \cos(\omega t) + b \sin(\omega t)$.

На рисунке 4 показан результат сложения двух сигналов: $f_1 = 600 \text{ Гц}$, $f_2 = 1000 \text{ Гц}$. Сдвиг между фазами $\varphi = 45^\circ$, одно деление (клеточка) = 1 мс.

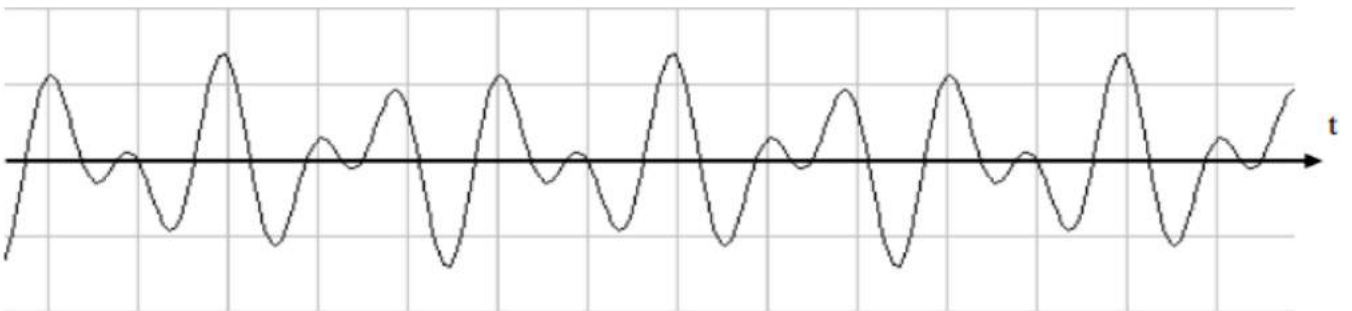


Рисунок 4 – Результат сложения двух сигналов: $f_1 = 600 \text{ Гц}$, $f_2 = 1000 \text{ Гц}$

Рассмотрим вещественный периодический сигнал $s(t)$ с периодом T .

Энергия сигнала вычисляется, на отрезке времени $[t_1, t_2]$, следующим образом:

$$E_s(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} s^2(t) dt$$

2.2 Разложение периодических сигналов в ряд Фурье

В спектральном анализе показано, что периодический сигнал с ограниченной энергией за период T может быть представлен в виде ряда Фурье:

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_1 t + b_n \sin n\omega_1 t)$$

с коэффициентами

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) dt \\ a_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cos(n \omega_1 t) dt \\ b_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \sin(n \omega_1 t) dt \end{aligned} \right\}$$

где $\omega_1 = \frac{2\pi}{T}$ - частота первой (основной) гармоники.

Если сигнал описывается чётной функцией времени ($s(t) = s(-t)$), то тогда все коэффициенты b_n равны нулю и можно записать, что

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_1 t)$$

Если сигнал описывается нечётной функцией времени ($s(t) = -s(-t)$), то тогда все коэффициенты a_n равны нулю и можно записать, что

$$s(t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\omega_1 t$$

Некоторое неудобство синусно – косинусной формы ряда Фурье состоит в том, что для каждого значения индекса суммирования n (то есть для каждой гармоники с частотой $n\omega_1$) в формуле фигурируют два слагаемых – синус и косинус.

Воспользовавшись формулами тригонометрических преобразований, сумму этих двух слагаемых можно трансформировать в косинус той же частоты с иной амплитудой и некоторой начальной фазой:

$$s(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos(n\omega_1 t + \varphi_n)),$$

где A_n , φ_n - амплитуда и фаза n -й гармоники:

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2};$$

$$\varphi_n = -\operatorname{arctg} \frac{b_n}{a_n}.$$

Формулы для нахождения a_n и b_n остаются такими же:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cos(n \omega_1 t) dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \sin(n \omega_1 t) dt$$

Это представление называют **спектральным**, или **частотным**, представлением сигнала. Спектральное представление сигнала – это постоянная составляющая $A_0/2$ и бесконечное число гармонических составляющих (гармонических сигналов). Число n определяет порядковый номер гармоники. Каждая гармоника характеризуется амплитудой A_n , частотой $n\omega_1$ и начальной фазой φ_n . Гармоника, соответствующая $n=1$ - первая (основная) гармоника. Она имеет частоту, равную частоте сигнала.

Совокупность всех амплитуд гармоник A_n определяет амплитудный спектр сигнала, а совокупность всех начальных фаз называется фазовым спектром сигнала (рисунок 5).

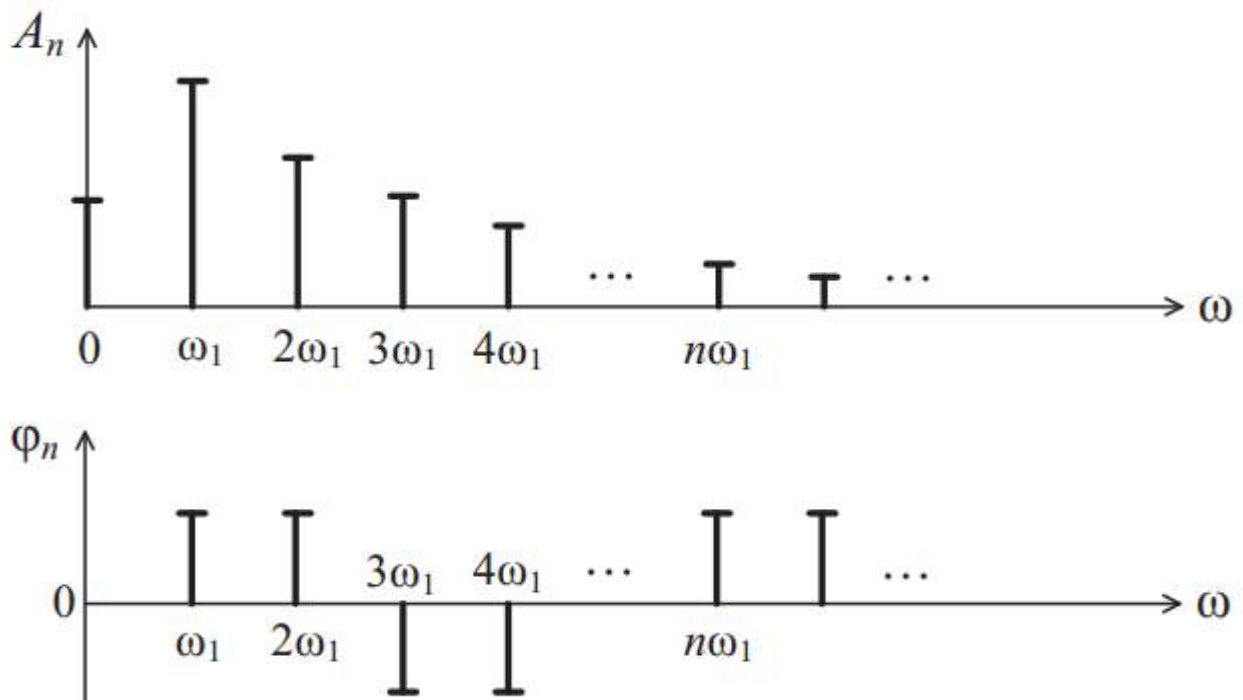


Рисунок 5 – Амплитудный и фазовый спектр периодического сигнала

Особый интерес представляет амплитудная диаграмма, которая позволяет судить о процентном содержании тех или иных гармоник в спектре периодического сигнала.

Графический спектр состоит из отдельных линий, и поэтому он называется линейчатым. Расстояние между гармониками равно основной частоте (часто бывает так, что какая – либо гармоника равна нулю, и кажется, что расстояние между гармониками разное). На самом деле, это не так и гармонику, равную нулю, тоже необходимо считать. ***Спектр периодического сигнала называют также дискретным, поскольку гармоники определены дискретных частотах $\omega_1, 2\omega_1, 3\omega_1, \dots$.***

Теоретически ряд Фурье содержит бесконечное количество слагаемых, поэтому теоретически ширина спектра бесконечна. Поэтому для таких сигналов вводится понятие практической ширины спектра. Если полоса пропускания какого-либо устройства недостаточно широка, чтобы пропустить все гармоники, существенно влияющие на форму сигнала, то сигнал на выходе этого устройства исказится.

Ширина полосы пропускания устройства не должна быть уже ширины спектра сигнала. Существуют несколько критериев для определения практической ширины спектра сигнала.

1. Можно отбрасывать все гармоники с амплитудами меньшими 1 % максимальной амплитуды в спектре. Тогда частота гармоник и определит ширину спектра сигнала $\Delta\omega_c$.

$$\Delta\omega_c = \omega_{\text{ВЕРХ}} - \omega_{\text{НИЖН}}.$$

2. Энергетический критерий. Можно отбрасывать те гармоники, суммарная мощность которых меньше 10 % общей мощности сигнала. В этом случае ширину спектра также определяют оставшиеся в сигнале гармоники. Однако независимо от критерия, по которому определяют ширину спектра сигнала, можно выделить закономерности, общие для всех сигналов:

- чем круче фронт сигнала;
- чем короче импульсы;
- чем больше пауза между импульсами, тем шире спектр сигнала, т. е. тем медленнее убывают амплитуды гармоник с ростом их номера.

В математическом анализе доказано, что преобразование Фурье существует, если функция $s(t)$ удовлетворяют условию Дирихле и условию абсолютной интегрируемости:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |s(t)| dt < \infty$$

Энергия сигнала:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |s(t)|^2 dt < \infty,$$

т.е. энергия должна быть ограничена.

В реальности все сигналы ограничены, т.е. имеют конечную энергию.

2.3 Спектр последовательности прямоугольных импульсов

Первым рассматриваемым сигналом будет последовательность прямоугольных импульсов с амплитудой A , длительностью τ и периодом повторения T . Начало отсчёта времени примем расположенным в середине импульса (рисунок 6).

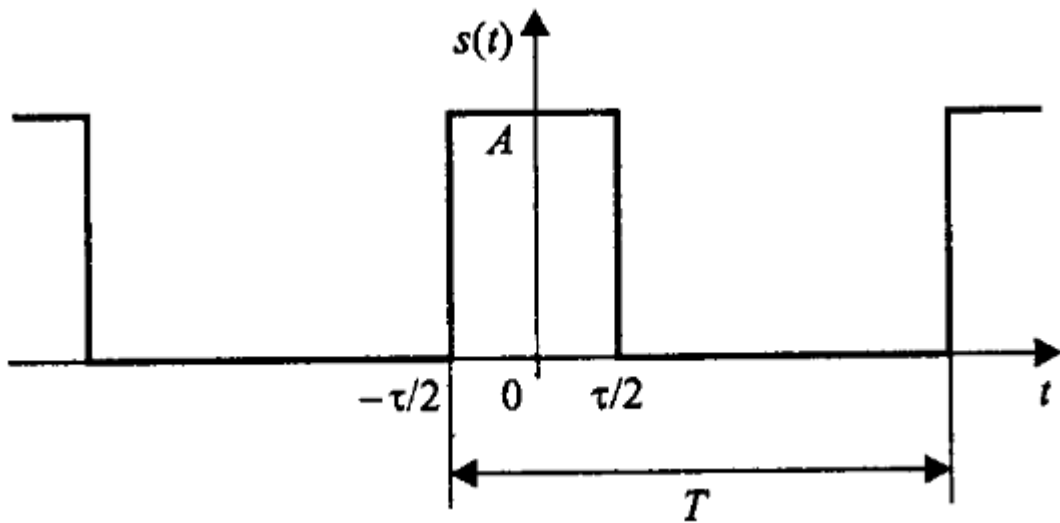


Рисунок 6 – Периодическая последовательность прямоугольных импульсов

Данный сигнал является чётной функцией, поэтому для его представления удобнее использовать синусно – косинусную форму ряда Фурье – в ней будут присутствовать только косинусные слагаемые a_n , равные:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} A \cdot \cos\left(\frac{2\pi n}{T} t\right) dt = \frac{2A}{\pi n} \sin\left(\frac{\pi n \tau}{T}\right).$$

Внимательно рассматривая полученную формулу, можно заметить, что длительность импульсов и период их следования входят в нее не

обособленно, а исключительно в виде отношения. Этот параметр – отношение периода к длительности импульсов – называют скважностью последовательности импульсов и обозначают буквой q :

$$q = T / \tau.$$

Введем этот параметр в полученную формулу для коэффициентов ряда Фурье, а затем приведём формулу к виду $\sin(x)/x$:

$$a_n = \frac{2A}{\pi n} \sin\left(\frac{\pi n}{q}\right) = \frac{2A}{q} \frac{\sin\left(\frac{\pi n}{q}\right)}{\frac{\pi n}{q}}.$$

При такой форме записи становится хорошо видно, чему равно значение постоянного слагаемого ряда: поскольку при $x \rightarrow 0$ $\sin(x)/x \rightarrow 1$, то

$$\frac{a_0}{2} = \frac{A}{q} = \frac{A\tau}{T}.$$

Теперь можно записать и само представление последовательности прямоугольных импульсов в виде ряда Фурье:

$$s(t) = \frac{A}{q} + \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} \frac{2A}{\pi n} \sin\left(\frac{\pi n}{q}\right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi n}{T} t\right)$$

Амплитуды гармонических слагаемых ряда зависят от номера гармоники по закону $\sin(x)/x$ (рисунок 7).

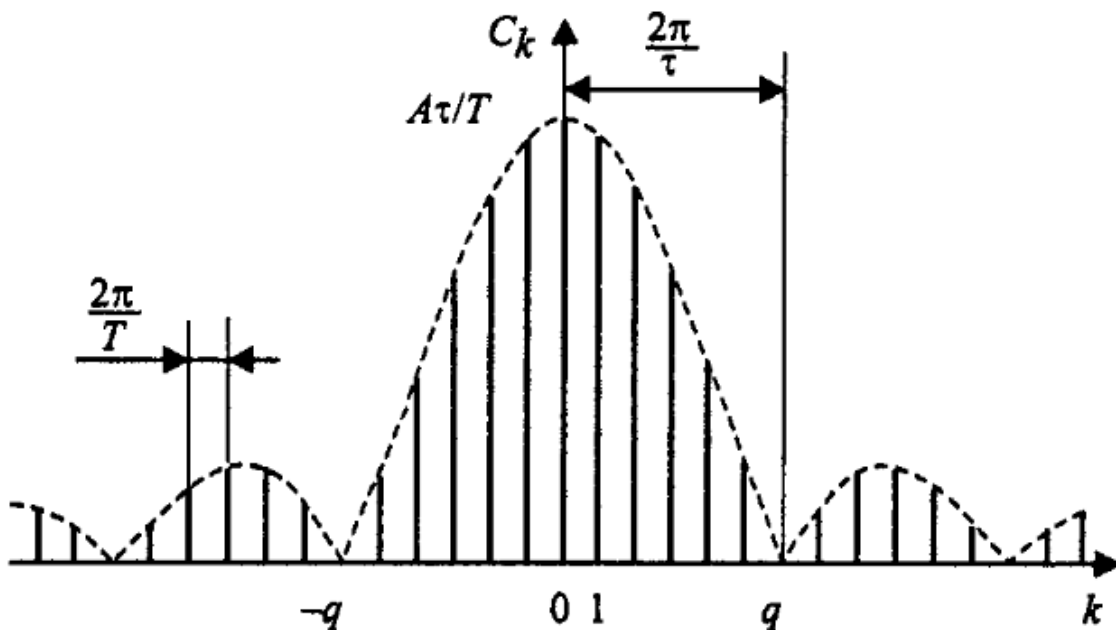


Рисунок 7 – Коэффициенты ряда Фурье для последовательности прямоугольных импульсов

График функции $\sin(x)/x$ имеет лепестковый характер. Говоря о ширине этих лепестков, следует подчеркнуть, что для графиков дискретных спектров периодических сигналов возможны два варианта градуировки горизонтальной оси – в номерах гармоник и в частотах. На рисунке 5 градуировка оси соответствует номерам гармоник, а частотные параметры спектра нанесены на график с помощью размерных линий.

Итак, ширина лепестков, измеренная в количестве гармоник, равна скважности последовательности (при $n = kq$ имеем $\sin(\pi k / q) = 0$, если $k \neq 0$). Отсюда следует важное свойство спектра последовательности прямоугольных импульсов – в нём отсутствуют (имеют нулевые амплитуды) гармоники с номерами, кратными скважности.

Расстояние по частоте между соседними гармониками равно частоте следования импульсов - $2\pi/T$. Ширина лепесткового спектра, измеренная в единицах частоты $2\pi/\tau$, то есть обратна пропорциональна длительности импульсов. Это значит, что, чем протяженнее сигнал во времени, тем уже его спектр, и наоборот, чем короче сигнал, тем шире его спектр.

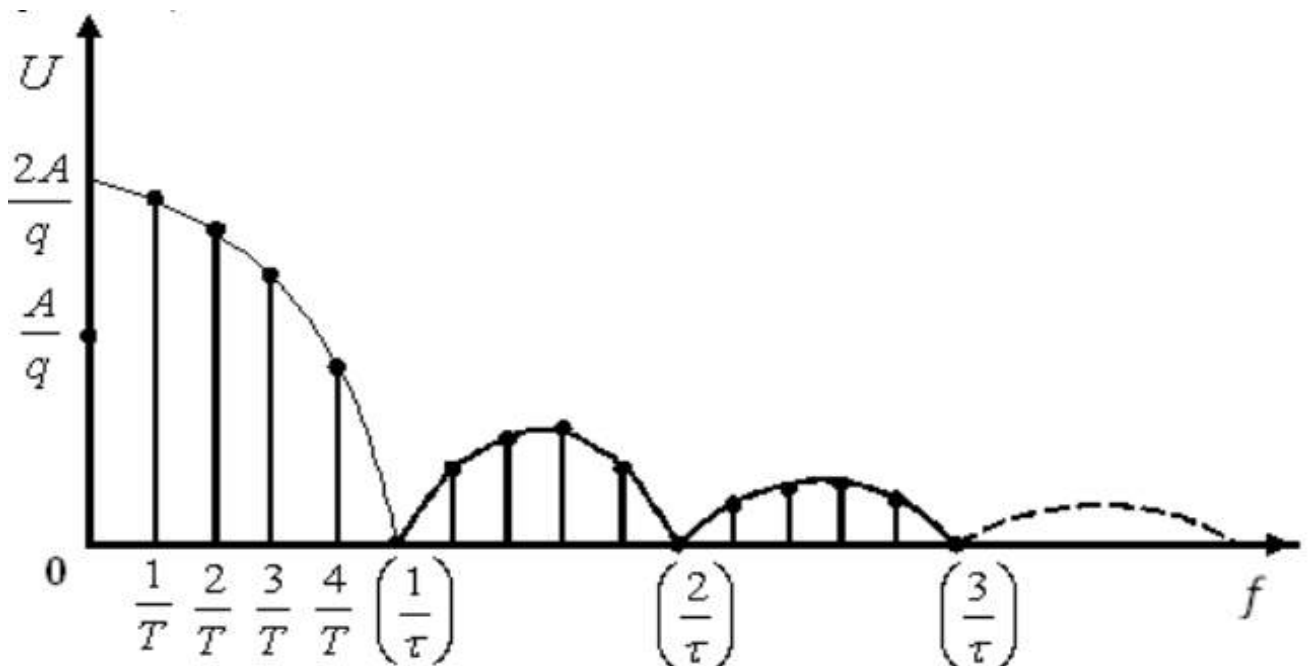


Рисунок 8 – Амплитудный спектр последовательности прямоугольных импульсов

Максимумы лепестков этого спектра находятся в пропорции 1, $2/3\pi$, $2/5\pi$, $2/7\pi$ и т.д. Таким образом, максимум 2-го лепестка составляет 21% от первого, максимум 3-го лепестка – 13%, 4-го – 9% и т.д.

Пусть входной сигнал $s(t)$ представляет собой периодическую последовательность прямоугольных импульсов амплитуды $A = 2$, следующих с периодом $T = 4$ секунды и различной скважностью $q = 5, 2$ и $1,25$. На рисунке 9 показаны временные осциллограммы указанных сигналов, их амплитудные спектры $|S(\omega_n)|$ (синим цветом), а также непрерывные огибающие $S(\omega)$ спектров (красным цветом).

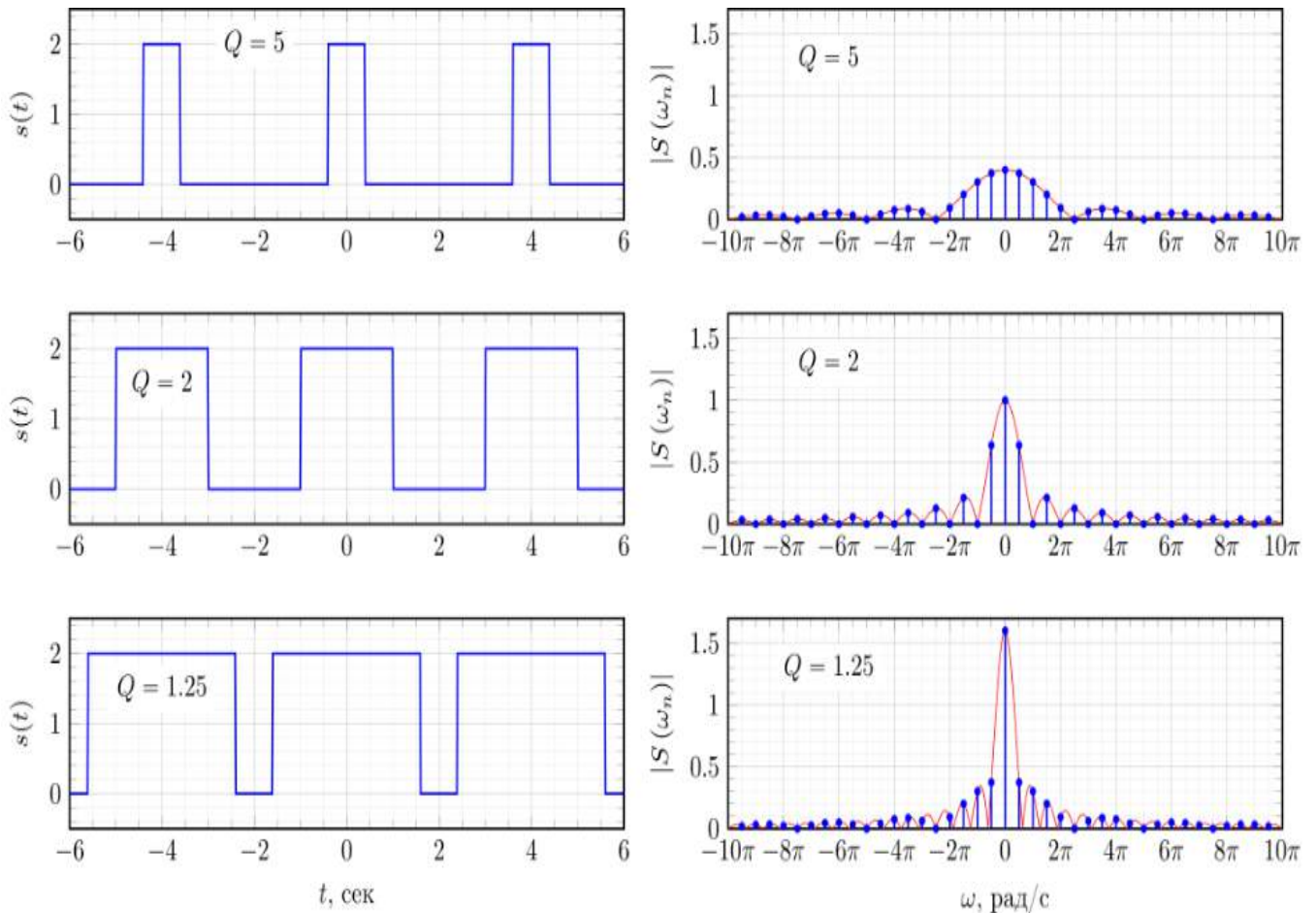


Рисунок 9 – Спектр периодической последовательности прямоугольных импульсов при различном значении скважности

Как можно видеть из рисунка 9, при увеличении скважности сигнала, длительность импульсов $s(t)$ уменьшается, огибающая спектра $S(\omega)$ расширяется и уменьшается по амплитуде (красная кривая). В результате, в пределах главного лепестка увеличивается количество гармоник спектра $|S(\omega_n)|$, показанных синим цветом.

Выше рассмотрен спектр периодической последовательности прямоугольных импульсов для случая, когда исходный сигнал $s(t)$ являлся симметричным относительно $t = 0$. В результате спектр такого сигнала $S(\omega_n)$ является вещественным. Теперь рассмотрим, что произойдет со спектром сигнала $s_{sh}(t)$ если сместить сигнал $s(t)$ во времени так, как это показано на рисунке 10.

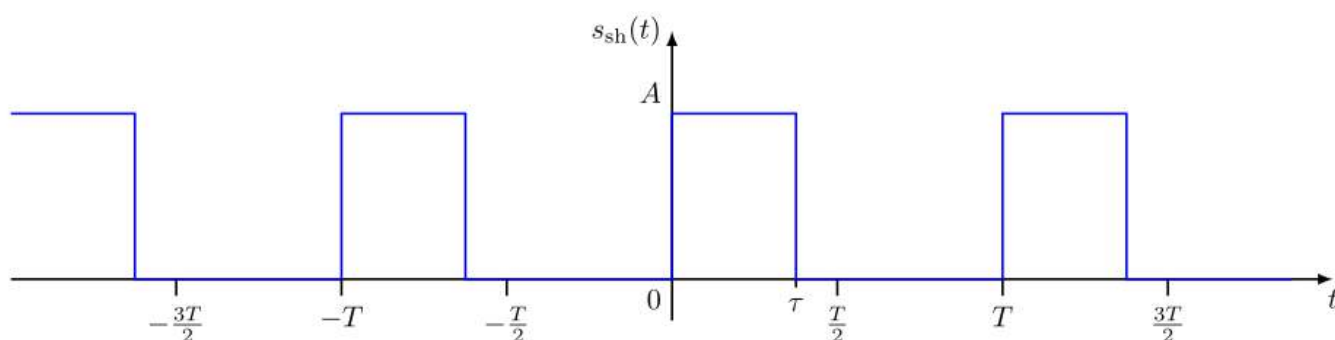


Рисунок 10 – Смещённая во времени периодическая последовательность прямоугольных импульсов

Смещенный сигнал $s_{sh}(t)$ можно представить как сигнал $s(t)$, задержанный на половину длительности импульса $s_{sh}(t) = s\left(t - \frac{\tau}{2}\right)$. Спектр $S_{sh}(\omega_n)$ смещенного сигнала $s_{sh}(t)$ можно представить согласно свойству циклического временного сдвига как:

$$S_{sh}(\omega_n) = S(\omega_n) \exp\left(-j\omega_n \frac{\tau}{2}\right) = A \frac{\sin\left(\omega_n \frac{\tau}{2}\right)}{\omega_n \frac{T}{2}} \exp\left(-j\omega_n \frac{\tau}{2}\right), \quad n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

Таким образом, спектр периодической последовательности прямоугольных импульсов, смещенной относительно нуля, не является чисто вещественной функцией, а приобретает дополнительный фазовый множитель $\exp\left(-j\omega_n \frac{\tau}{2}\right)$. Амплитудный $|S_{sh}(\omega_n)|$ и фазовый $\Phi_{sh}(\omega)$ спектры показаны на рисунке 11.

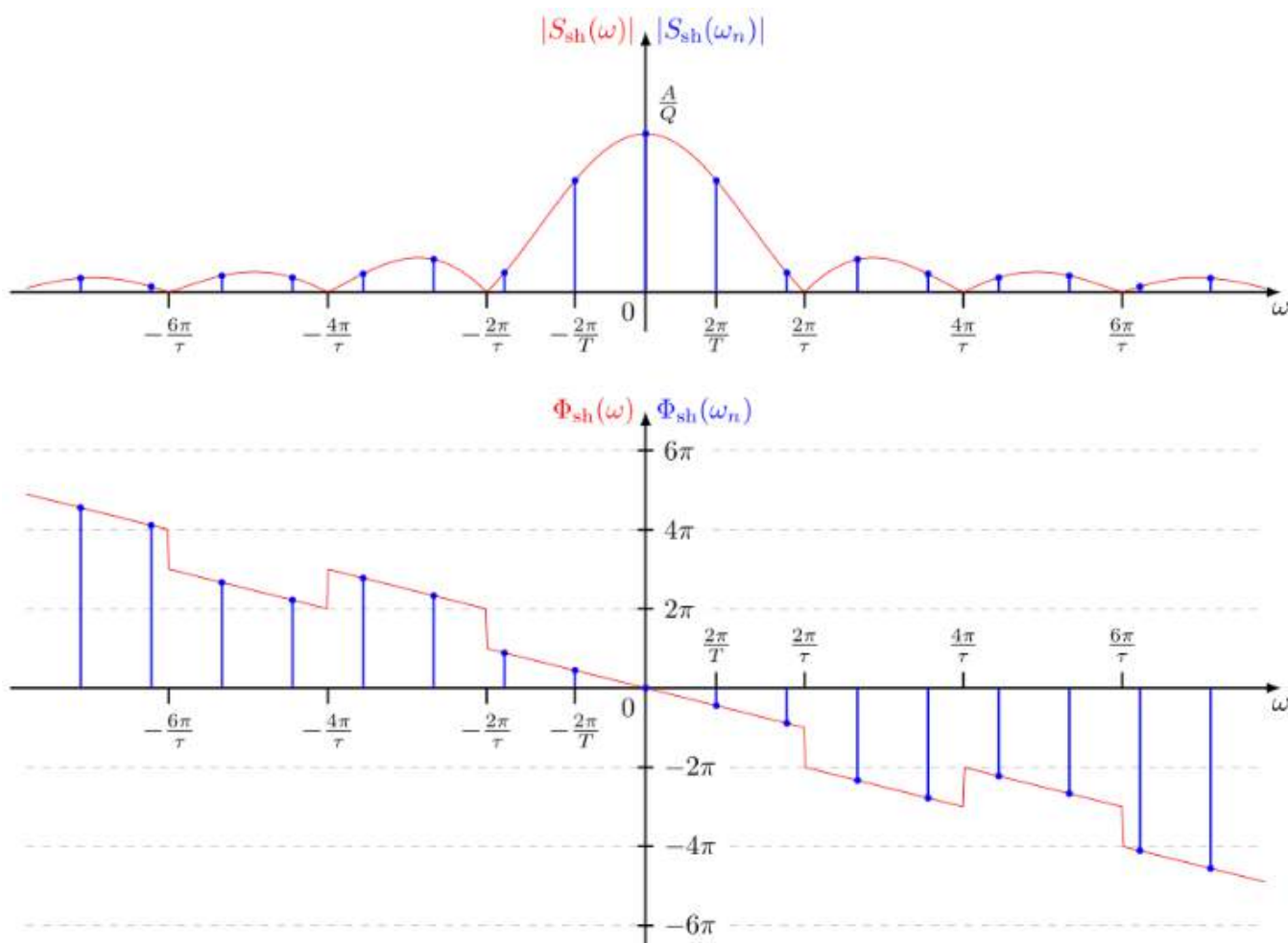


Рисунок 11 – Амплитудный и фазовый спектры смещенной во времени периодической последовательности прямоугольных импульсов

Из рисунка 11 следует, что сдвиг периодического сигнала во времени не изменяет амплитудный спектр сигнала, но добавляет линейную составляющую к фазовому спектру сигнала.

2.3.1 Спектр одиночного прямоугольного импульса

Для того чтобы применить данные о периодическом сигнале к одиночному импульсу представим, что этот импульс повторяется с некоторым периодом T и устремим этот период к бесконечности. Расстояние между соседними гармониками в спектре периодического сигнала равно $1/T$. Следовательно, для T стремящегося к бесконечности расстояние между гармониками стремится к нулю, т. е. они сливаются. Амплитуды этих гармоник, стремятся к нулю, т. к. интеграл берется только в пределах существования импульса (вне импульса $s(t) = 0$).

Итак, отдельных гармоник в спектре одиночного импульса не будет. Этот спектр является сплошным (в него входят все частоты).

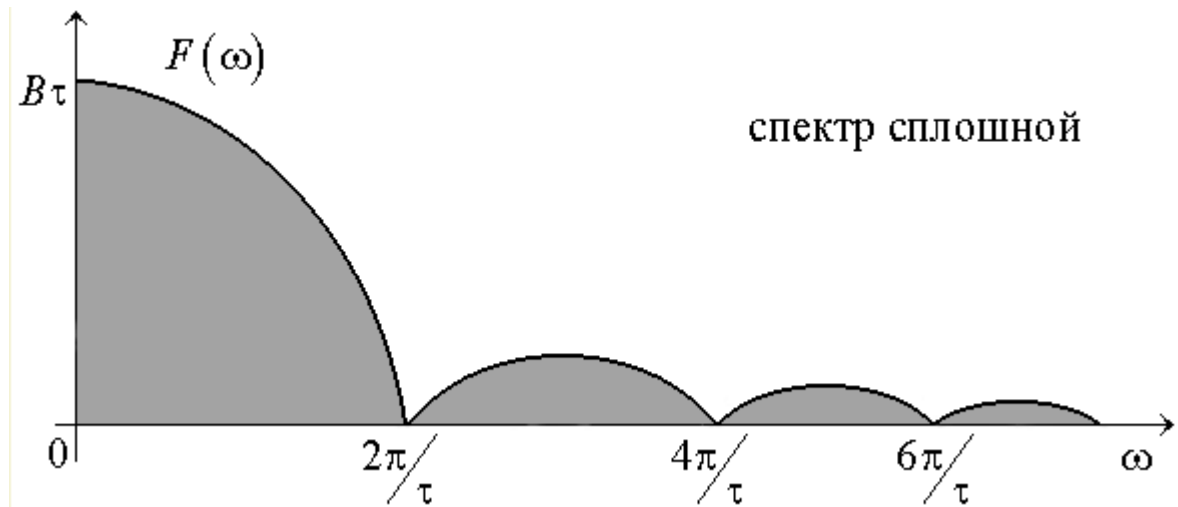


Рисунок 12 – Спектр одиночного прямоугольного импульса

Очевидно, нулевые амплитуды гармоник не могут использоваться для описания спектра.

Для характеристики одиночных импульсов вводят новую характеристику: спектральную плотность $S(f)$. Под спектральной плотностью понимают предел отношения амплитуды гармоник к расстоянию между соседними при T стремящемся к бесконечности.

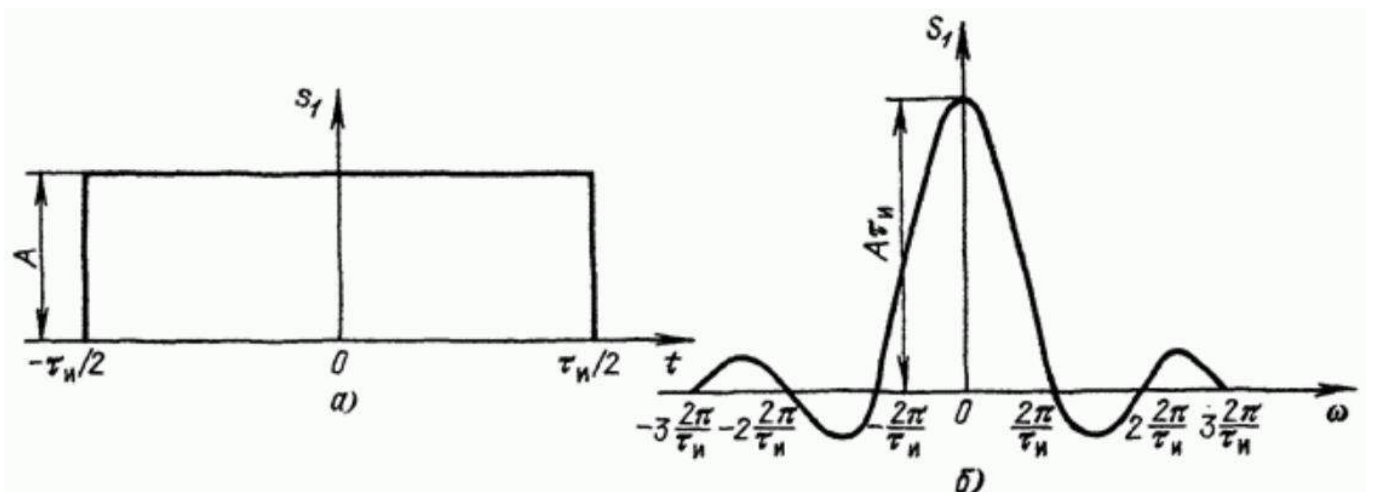


Рисунок 13 – Прямоугольный импульс (а) и его спектральная плотность (б)

Одиночный прямоугольный импульс описывается выражением:

$$s_1(t) = \begin{cases} A & \text{при } -\tau_u/2 \leq t \leq \tau_u/2 \\ 0 & \text{при } t < -\tau_u/2 \text{ и } t > \tau_u/2 \end{cases}$$

Отсюда спектральная плотность будет равна:

$$S_1(\omega) = A \int_{-\tau_u/2}^{\tau_u/2} e^{-i\omega t} dt = \frac{A}{-i\omega} \left(e^{-i\omega_n \frac{\tau_u}{2}} - e^{i\omega_n \frac{\tau_u}{2}} \right) = \frac{2A}{\omega} \sin \frac{\omega \tau_u}{2} = A \tau_u \frac{\sin \left(\omega \frac{\tau_u}{2} \right)}{\omega \frac{\tau_u}{2}}.$$

Заметим, что произведение $A\tau_u$, равное площади импульса, определяет значение спектральной плотности импульса при $\omega = 0$, т.е. $S_1(0) = A\tau_u$.

При удлинении (растягивании) импульса расстояние между нулями функции $S_1(\omega)$ сокращается, что равносильно сужению спектра. Значение $S_1(0)$ при этом возрастает. При укорочении (сжатии) импульса, наоборот, расстояние между нулями функции $S_1(\omega)$ увеличивается (расширение спектра), а значение $S_1(0)$ уменьшается. В пределе при $\tau_u \rightarrow 0$ ($A = \text{const}$) точки $\omega_1 = \pm 2\pi / \tau_u$, соответствующие двум первым нулям функции $S_1(\omega)$, удаляются в бесконечность и спектральная плотность, бесконечно малая по величине, становится равномерной в полосе частот от $-\infty$ до $+\infty$.

2.4 Спектр меандровой последовательности импульсов

Важным частным случаем последовательности прямоугольных импульсов является *меандр – последовательность прямоугольных импульсов со скважностью, равной двум*, когда длительность импульсов и промежутки между ними становятся равными (рисунок 14).

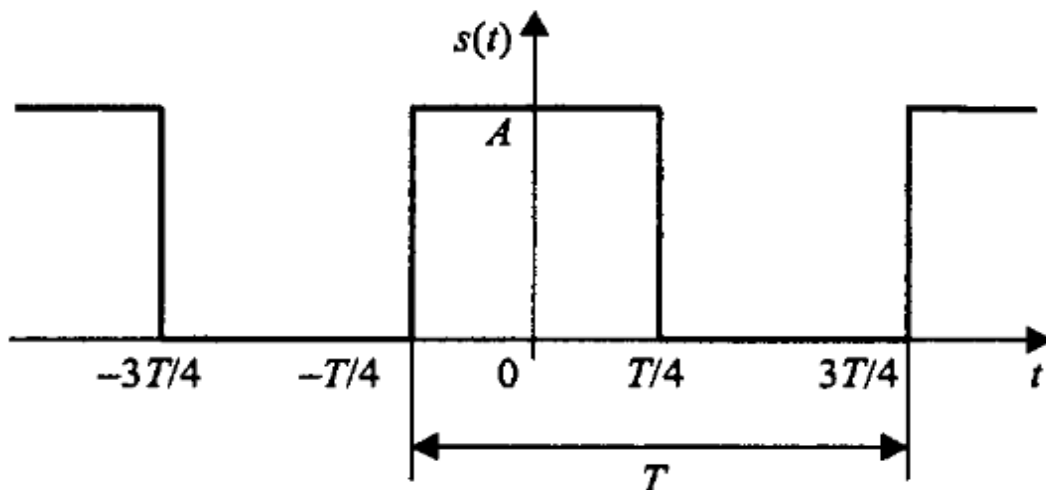


Рисунок 14 – Последовательность прямоугольных импульсов (меандр)

Подставив $q=2$ в формулу для расчёта коэффициентов a_n обычной последовательности прямоугольных импульсов, получим:

$$a_n = A \frac{\sin(\pi n / 2)}{\pi n / 2} = \begin{cases} A, & n = 0, \\ 0, & n = 2m, m \neq 0 \\ \frac{2A}{\pi n}, & n = 4m + 1, \\ -\frac{2A}{\pi n}, & n = 4m - 1. \end{cases}$$

Здесь m - произвольное целое число.

Таким образом в спектре меандра присутствуют только нечётные гармоники. Это согласуется с правилом приведенным выше. Представление меандра в виде ряда Фурье с учётом этого может быть записано следующим образом:

$$s(t) = \frac{A}{2} + \frac{2A}{\pi} \left(\cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) - \frac{1}{3} \cos\left(3\frac{2\pi}{T}t\right) + \frac{1}{5} \cos\left(5\frac{2\pi}{T}t\right) - \frac{1}{7} \cos\left(7\frac{2\pi}{T}t\right) + \dots \right).$$

Гармонические составляющие, из которых складывается меандр, имеют амплитуды, обратно пропорциональные номерам гармоник, и чередующиеся знаки.

2.5 Спектр пилообразного сигнала

Пилообразный сигнал представлен на рисунке 15.

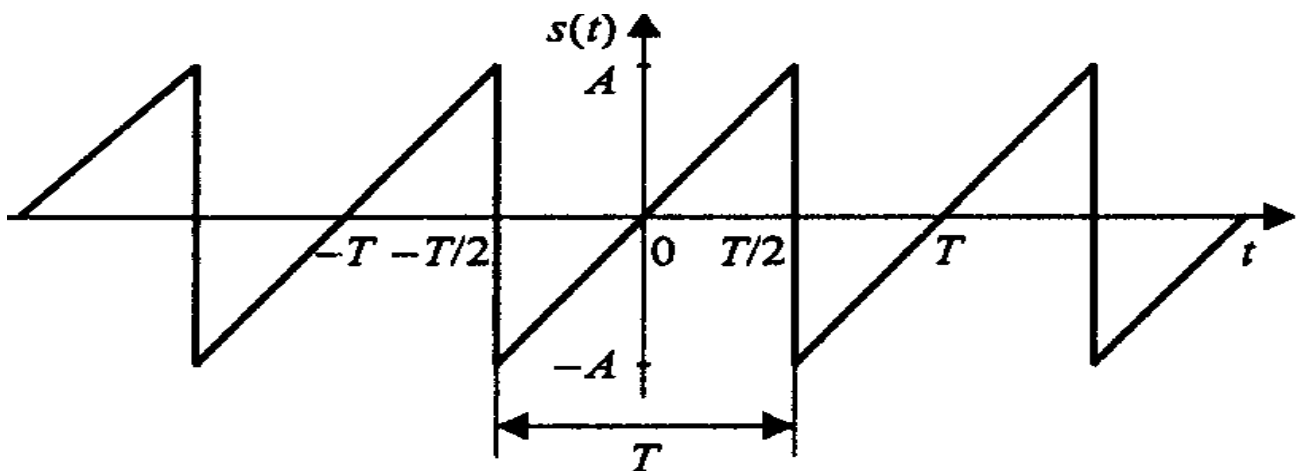


Рисунок 15 – Пилообразный сигнал

В пределах периода он описывается линейной функцией:

$$s(t) = \frac{2A}{T}(t - kT), \quad \left(k - \frac{1}{2}\right)T < t < \left(k + \frac{1}{2}\right)T.$$

Данный сигнал является нечётной функцией, поэтому его ряд Фурье в синусно – косинусной форме будет содержать только синусные слагаемые:

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \frac{2A}{T} t \sin\left(\frac{2\pi n}{T} t\right) dt = -\frac{2A}{\pi n} (-1)^n.$$

Сам ряд Фурье для пилообразного сигнала выглядит следующим образом:

$$s(t) = \frac{2A}{\pi} \left(\sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) - \frac{1}{2} \sin\left(2 \frac{2\pi}{T} t\right) + \frac{1}{3} \sin\left(3 \frac{2\pi}{T} t\right) - \frac{1}{4} \sin\left(4 \frac{2\pi}{T} t\right) + \dots \right).$$

У рассмотренных выше спектров прямоугольного и пилообразного периодических сигналов есть одна общая черта – амплитуды гармоник с ростом их номеров убывают пропорционально n .

2.5 Спектр последовательности треугольных импульсов

В данном случае импульсы имеют не пилообразную, а симметричную форму.

$$s(t) = A \left(1 - 4 \frac{|t - kT|}{T} \right), \quad \left(k - \frac{1}{2}\right)T \leq t \leq \left(k + \frac{1}{2}\right)T.$$

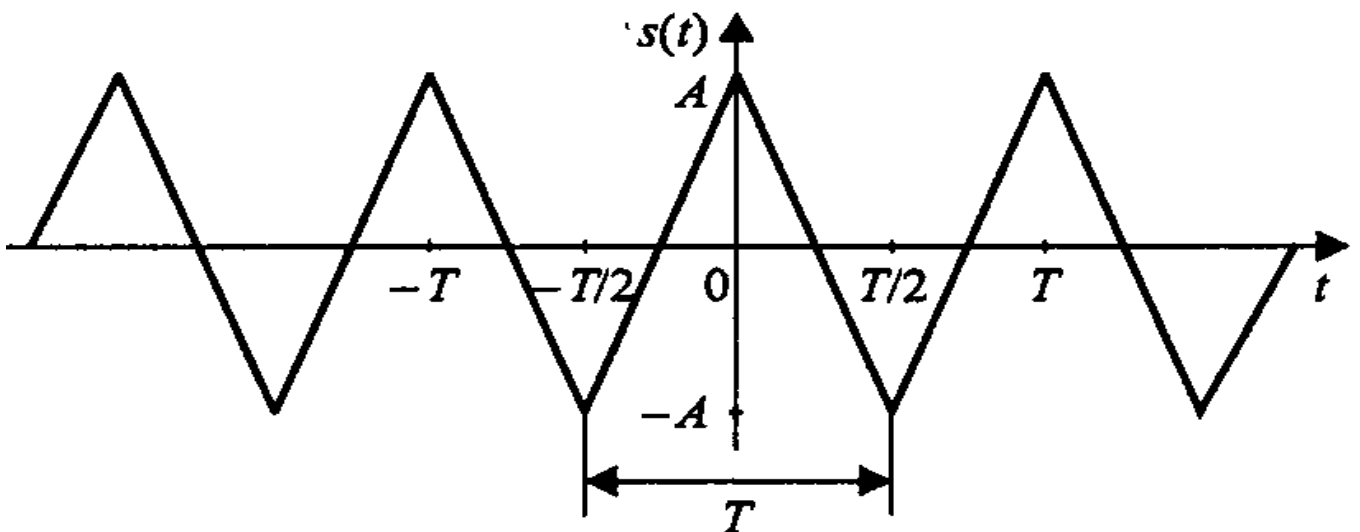


Рисунок 16 – Последовательность треугольных импульсов

Вычислим коэффициенты ряда Фурье (сигнал является чётной функцией, поэтому в синусно – косинусной форме ряда Фурье будут присутствовать только косинусные слагаемые):

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} A \left(1 - 4 \frac{|t|}{T} \right) \cos \left(\frac{2\pi n}{T} t \right) dt = \frac{4A}{(\pi n)^2} (1 - (-1)^n) = \begin{cases} 0, & n = 2m, \\ \frac{8A}{(\pi n)^2}, & n = 2m + 1. \end{cases}$$

Как и в случае меандра, здесь присутствуют только нечётные гармоники. Сам ряд Фурье имеет следующий вид:

$$s(t) = \frac{8A}{\pi^2} \left(\cos \left(\frac{2\pi}{T} t \right) + \frac{1}{3^2} \cos \left(3 \frac{2\pi}{T} t \right) + \frac{1}{5^2} \cos \left(5 \frac{2\pi}{T} t \right) + \frac{1}{7^2} \cos \left(7 \frac{2\pi}{T} t \right) + \dots \right).$$

Как видите, в отличие от последовательностей прямоугольных и пилообразных импульсов, для треугольного периодического сигнала амплитуды гармоник убывают пропорционально второй степени номеров гармоник n . Это проявление общего правила, гласящего, что скорость убывания спектра зависит от степени гладкости сигнала. Прямоугольный и пилообразный сигналы имеют разрывы первого рода (скачки), и в их спектрах присутствует множитель $1/n$. Треугольный сигнал является непрерывной функцией (но ее первая производная содержит разрывы), и амплитуды гармоник его ряда Фурье содержат множитель $1/n$.

Экстраполировав эту зависимость, получим следующее правило: если N – номер последней непрерывной производной сигнала, то спектр этого сигнала будет убывать со скоростью $1/n^{N-2}$. Предельным случаем является гармонический сигнал, дифференцировать который без потери непрерывности можно бесконечно. Согласно общему правилу, это даст бесконечную скорость убывания спектра, что вполне соответствует действительности (ряд Фурье для гармонического сигнала содержит только одну гармонику).

3 Основные сведения о программе моделирования Multisim

Вид окна программы Multisim и название основных его элементов приведены на рисунке 17.

Выбор компонентов может выполняться с помощью панели *Component* (Компонент) с помощью меню *Multisim*, вкладки *Place* и диалогового окна *Component*. Во втором случае выполняется несколько больше действий, но имеется возможность разместить любой необходимый компонент.

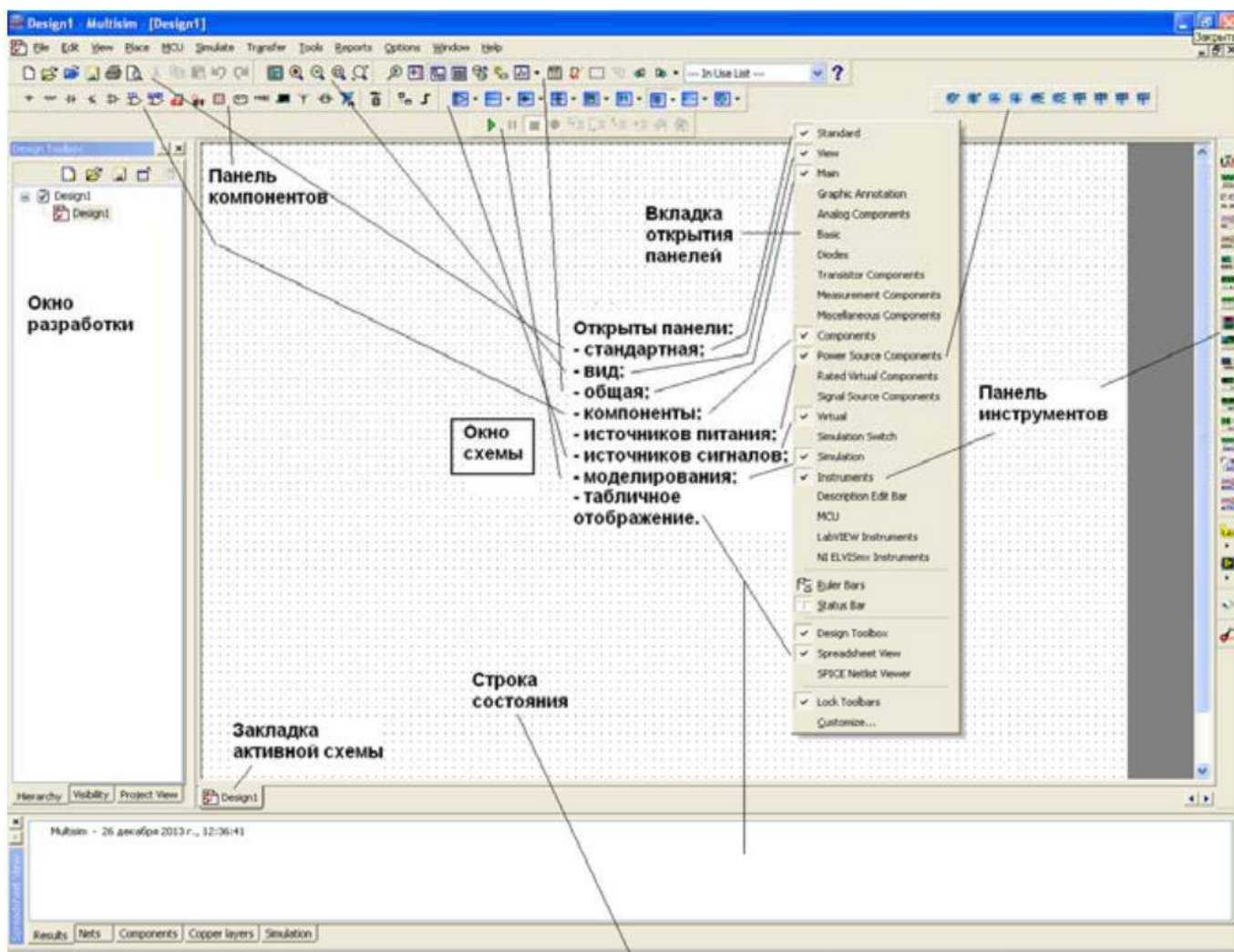


Рисунок 17 – Вид окна программы Multisim

Для быстрого добавления источников переменного тока можно пользоваться панелью инструментов Virtual (Виртуальные).

Виртуальный компонент представляет собой идеальный компонент, такой, например, как диод, резистор, имеющий нестандартное значение, операционный усилитель (ОУ) и так далее. Если нажать одну из кнопок на панели инструментов, появится вложенная панель инструментов (будем называть ее «панель компонентов»). На ней можно быстро выбрать нужный компонент.

Вывод различных панелей в область их расположения обеспечивается установкой флажков перед их названиями в выпадающем меню, появляющемся при установке стрелки курсора в область расположения панелей и щелчке правой кнопкой мышки.

Панель компонентов содержит стандартные компоненты, а именно:

- PowerSources (Источники питания) - одно и трехфазные источники питания, а также источники питания постоянного тока и заземление;

- SignalSources (Источники сигнала) - источники напряжения и тока: источники прямоугольного сигнала, кусочного линейного сигнала и таймеры;
- BasicParts (Базовые компоненты) - базовые компоненты, которые включают резисторы, конденсаторы, катушки и так далее;
- DiodesandZeners (Диоды и стабилитроны);
- TransistorComponents (Транзисторные компоненты) – биполярные транзисторы BJT, мощные полевые транзисторы MOSFET, арсенид галлиевые транзисторы GaAsFET и полевые транзисторы JFET;
- AnalogComponents (Аналоговые компоненты) – операционные усилители (ОУ) и компараторы;
- MiscellaneousComponents (Прочие компоненты) - аналоговые переключатели, предохранители, 7-сегментные дисплеи, двигатели, таймер 555-й серии и так далее;
- RatedComponents (Компоненты с ограничениями) - компоненты, которые имеют физические ограничения и могут выйти из строя при их превышении. Например, резисторы с ограничением по мощности или транзисторы с ограничением по коллекторному току. Если во время моделирования будет превышено предельное значение, компонент в схеме будет показан как вышедший из строя;
- 3D Components (Трехмерные компоненты) - отображаются с использованием элементов трехмерной графики;
- MeasurementsComponents (Измерительные компоненты) - устройства для измерения напряжения и тока, а также пробники логического уровня.

Для соединения компонентов необходимо подвести курсор мыши к контакту компонента. При приближении к контакту курсор мыши будет заменен символом в виде перекрестья. Далее производится щелчок левой кнопкой мыши и перемещение курсора. Вы заметите, что при его перемещении за перекрестьем тянется линия. Если нет необходимости подводить провод к выбранному полюсу, нажмите клавишу ESC, линия исчезнет.

4 Содержание работы и порядок выполнения

Для проведения спектрального анализа в пакете *Multisim* собирается схема, представленная на рисунке 18.

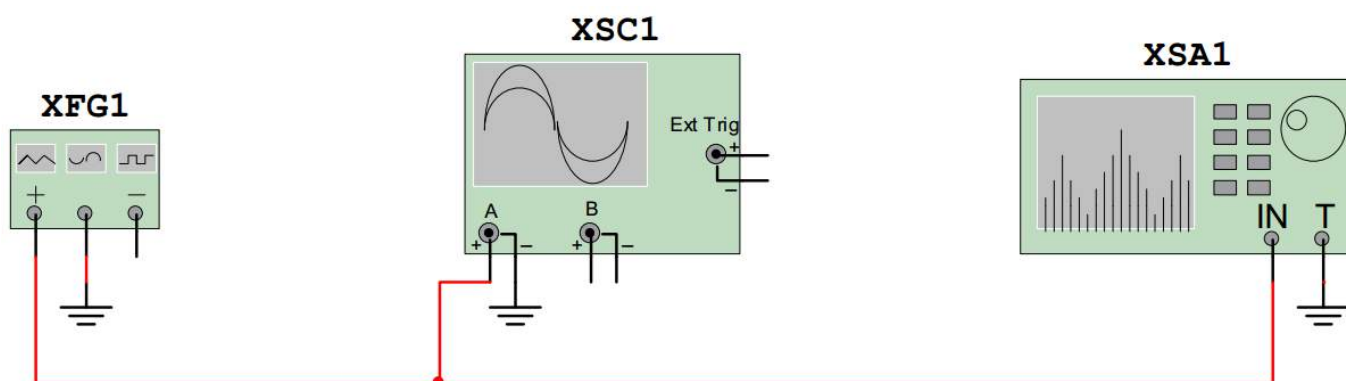


Рисунок 18 – Схема проведения спектрального анализа
XFG1 – генератор сигналов, *XSA1* – анализатор спектра,
XSC1 – осциллограф

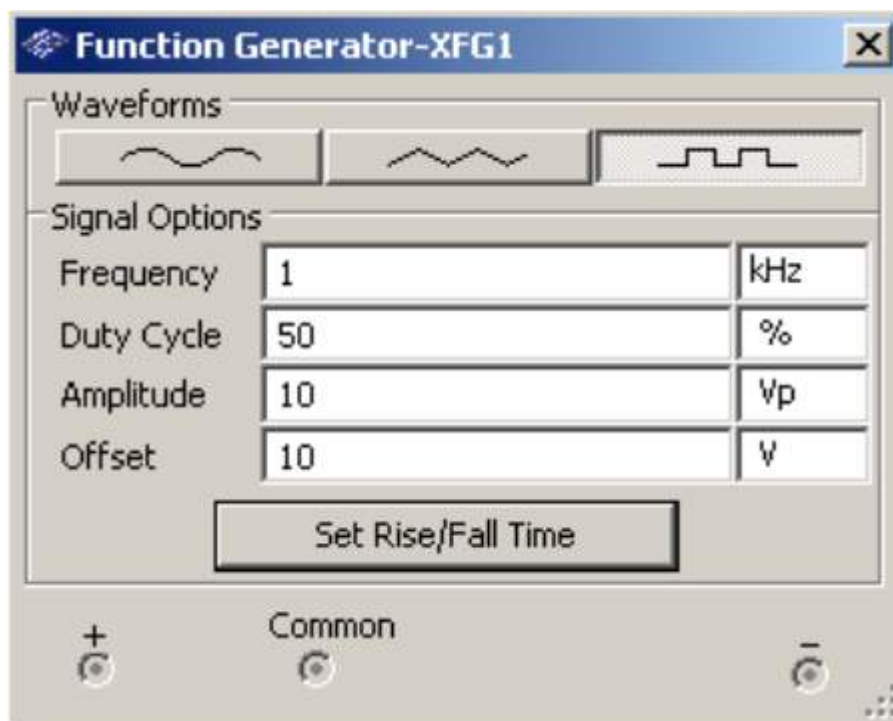


Рисунок 19 – Вид функционального блока генераторов *Waveforms* – форма сигнала, *Frequency* – частота, *DutyCycle* – длительность импульсов (в % от периода сигнала), *Amplitude* – амплитуда сигнала, *Offset* – постоянная составляющая сигнала (a_0)

4.1 Исследование спектра гармонического сигнала

Настройте генератор сигналов для формирования гармонического сигнала с параметрами: амплитуда $U = 10$ В; частота $f = 1$ кГц; смещение $a_0 = 0$ В.

Установите элементы регулировки анализатора спектра в положения:

Полоса: 10 кГц.

Начало: 0 кГц.

Граница: 10 кГц.

Чувствительность: 2 В/дел.

Число точек разложения: 8192.

Разрешение: 20 Гц.

Зафиксируйте форму и спектр сигнала. Проанализируйте полученные результаты и сделайте выводы о параметрах сигнала и его спектра.

4.2 Исследование спектра треугольного сигнала

Настройте генератор сигналов для формирования треугольного сигнала с параметрами: амплитуда $U = 10$ В; частота $f = 1$ кГц; длительность: 50 %; смещение $a_0 = 0$.

Оставьте элементы регулировки анализатора спектра в том же положении, что и в пункте для исследования гармонического сигнала.

Зафиксируйте форму и спектр сигнала.

Проведите теоретический расчет по формулам для треугольного сигнала с нулевой постоянной составляющей: $a_0 = 0$;

Сопоставьте расчётные значения амплитуд гармоник a_n с результатами компьютерного моделирования, заполните таблицу 1.

Таблица 1 – Результаты расчета и эксперимента

№ гармоники n	0	1	2	3	4	5
Расчёт						
Эксперимент						

Проанализируйте полученные результаты и сделайте выводы о параметрах сигнала и его спектра.

4.3 Исследование меандровой последовательности

Настройте генератор сигналов для формирования меандра: амплитуда $U = 10$ В; частота $f = 1$ кГц; длительность: 50 %; смещение $a_0 = 0$.

Оставьте элементы регулировки анализатора спектра в том же положении, что и в пункте для исследования гармонического сигнала.

Зафиксируйте форму и спектр сигнала.

Проведите теоретический расчет по формулам для меандра с нулевой постоянной составляющей: $a_0 = 0$;

Сопоставьте расчётные значения амплитуд гармоник a_n с результатами компьютерного моделирования, заполните таблицу 2.

Таблица 1 – Результаты расчета и эксперимента

№ гармоники n	0	1	2	3	4	5
Расчёт						
Эксперимент						

Проанализируйте полученные результаты и сделайте выводы о параметрах сигнала и его спектра.

4.3 Исследование последовательности прямоугольных импульсов

Настройте генератор сигналов для формирования последовательности прямоугольных импульсов: амплитуда $U = 10$ В; частота $f = 1$ кГц; длительность: 10%; смещение $a_0 = 10$ В.

Это соответствует импульсам с $A = 20$ В и скважностью $q = 10$. Установите элементы регулировки анализатора спектра в положение:

Полоса: 40 кГц.

Начало: 0 кГц.

Граница: 40 кГц.

Чувствительность: 1 В/дел.

Число точек разложения : 8192.

Разрешение : 20 Гц.

Зафиксируйте форму и спектр сигнала.

Рассчитайте значения максимумов первых трёх лепестков и сопоставьте их с результатами компьютерного моделирования, заполните таблицу 3.

Таблица 3 – Результаты расчета и эксперимента

№ лепестка	1	2	3
Расчёт			
Эксперимент			

Измените длительность импульсов: длительность 20%. Зафиксируйте форму и спектр сигнала. Проанализируйте полученные результаты и сделайте выводы о параметрах сигнала и его спектра. Поясните, как изменяется спектр сигнала при изменении длительности импульсов.

Сделайте общие выводы о методах описания и характеристиках сигналов.

5 Требования к оформлению отчёта по выполнению лабораторной работы

Отчёт набирается на компьютере в формате .doc или .rtf и печатается на одной стороне листа белой бумаги формата А4 (210×297).

Размеры полей:

- верхнее поле – 2 см;
- нижнее поле – 2 см;
- левое поле – 3 см;
- правое поле – 1,5 см;
- переплет – 0 см.

Выравнивание текста – по ширине. Шрифт – Times New Roman. Цвет шрифта – чёрный, размер шрифта – 14. Текст работы печатается с абзацного отступа 1,25 см. Междустрочный интервал – 1,5. Дополнительные отступы до и после абзацев не применяются.

Несложные формулы должны быть набраны с использованием команды «Вставка→Символ». Сложные формулы должны быть набраны в редакторе MathType 6.0 Equation.

Отчёт по выполнению лабораторной работы должен содержать:

- название предмета, номер и название лабораторной работы;
- фамилию и инициалы автора, номер группы;
- фамилию и инициалы преподавателя;
- цель работы;
- перечень используемого оборудования;
- последовательность действий при проведении исследований;
- вывод о проделанной работе;
- ответы на контрольные вопросы;
- дату выполнения и личную подпись.

Результаты различных измерений необходимо представить в виде нескольких самостоятельных таблиц и графиков. Каждая таблица и каждый график должны иметь свой заголовок и исходные данные эксперимента.

При выполнении численных расчетов надо записать формулу определяемой величины, сделать соответствующую численную подстановку и произвести вычисления.

6 Контрольные вопросы

1. Дайте определение спектра сигнала.
2. Приведите формулы для нахождения коэффициентов для разложения в ряд Фурье периодического сигнала.
3. Как изменяется спектр сигнала при увеличении длительности сигнала? Почему?
4. Как изменяется спектр сигнала при уменьшении длительности сигнала? Почему?
5. Дайте определение линейчатого спектра сигнала.
6. Дайте определение сплошного спектра сигнала.
7. Одинаковый ли спектр имеет последовательность прямоугольных импульсов и одиночный прямоугольный импульс. Почему?
8. Какими коэффициентами определяется разложение в ряд Фурье чётной функции?
9. Какими коэффициентами определяется разложение в ряд Фурье нечётной функции?
10. Дайте определение фазового спектра сигнала.
11. Дайте определение спектральной плотности.
12. Как изменяются амплитудный и фазовый спектры последовательности прямоугольных импульсов при смещении на $\tau_u / 4$.
13. Изобразите амплитудные спектры треугольного и пилообразного сигналов. В чём их сходство и различие?

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра космического приборостроения и систем связи

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
О.Г. Локтионова
« 8 » 08 2023 г.



ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДА АМПЛИТУДНОЙ МОДУЛЯЦИИ ПРИ ПЕРЕДАЧЕ НЕПРЕРЫВНЫХ СООБЩЕНИЙ

Методические указания
по выполнению лабораторной работы
для студентов, обучающихся по специальности
10.05.02 «Информационная безопасность
телекоммуникационных систем»
по дисциплине «Теория электросвязи»

Курск 2023

УДК 621.391

Составители: Д.С. Коптев

Рецензент

Доктор технических наук, старший научный сотрудник,
заведующий кафедрой космического приборостроения и систем связи

В. Г. Андронов

Исследование метода амплитудной модуляции при передаче непрерывных сообщений: методические указания по выполнению лабораторной работы / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Д.С. Коптев. – Курск, 2023. – 17 с.

Методические указания по выполнению лабораторной работы содержат краткие теоретические сведения о процессах, происходящих с непрерывным сигналом при амплитудной модуляции.

Методические указания соответствуют учебному плану по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем», а также рабочей программе дисциплины «Теория электросвязи».

Предназначены для студентов, обучающихся по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем» очной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 08.08.2023. Формат 60x84/16.

Усл. печ. л. 0,98. Уч.-изд. л. 0,89. Тираж 100 экз. Заказ 734. Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.

305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

1 Цель работы

Изучение методов моделирования электронных устройств с помощью программы Multisim, исследование метода амплитудной модуляции (АМ) при передаче непрерывных сообщений, получение осциллограмм и спектрограмм АМ сигнала с различными коэффициентами и частотами модуляции.

2 Основные теоретические сведения

Для эффективного использования каналов связи широко используется метод частотного разделения каналов, в котором спектры исходных низкочастотных сигналов переносятся в неперекрывающиеся полосы частот. Обычно при этом передаваемый сигнал становится узкополосным, т. е. эффективная ширина спектра намного меньше его центральной частоты:

$$\Delta f \ll f_0.$$

Такой сигнал формируется с помощью модуляции, т. е. формируется несущее колебание (чаще всего гармоническое), и какой-либо из параметров этого колебания изменяется пропорционально исходному модулирующему сигналу. Полученный сигнал называется модулированным сигналом. Обратный процесс – восстановление исходного сигнала – называется демодуляцией.

В общем виде гармонический сигнал можно записать в виде:

$$s(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Любой из трех параметров этого сигнала: амплитуду A , частоту ω_0 , начальную фазу φ_0 можно связать с модулирующим сигналом и получить при этом три основных вида модуляции: амплитудную, частотную и фазовую. Частотную и фазовую модуляцию часто объединяют под общим названием – угловая модуляция.

2.1 Амплитудная модуляция

2.1.1 Однотональная амплитудная модуляция

Рассмотрим простой частный случай *однотональной* амплитудной модуляции. Модулирующий сигнал является гармонической функцией:

$$s_M(t) = A_M \cos(\Omega_0 t + \varphi_0).$$

Модулированный сигнал:

$$s_{AM}(t) = (A_0 + A_M \cos(\Omega t + \varphi_0)) \cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Необходимость в дополнительном слагаемом A_0 вызвана тем обстоятельством, что при простом умножении несущей на знакопеременный модулирующий сигнал, огибающая модулированного сигнала будет соответствовать модулю сигнала, а не его амплитуде. Величина A_0 должна быть всегда больше A_M . Амплитудную модуляцию можно представить как умножение несущей на модулирующий сигнал с добавленной постоянной составляющей.

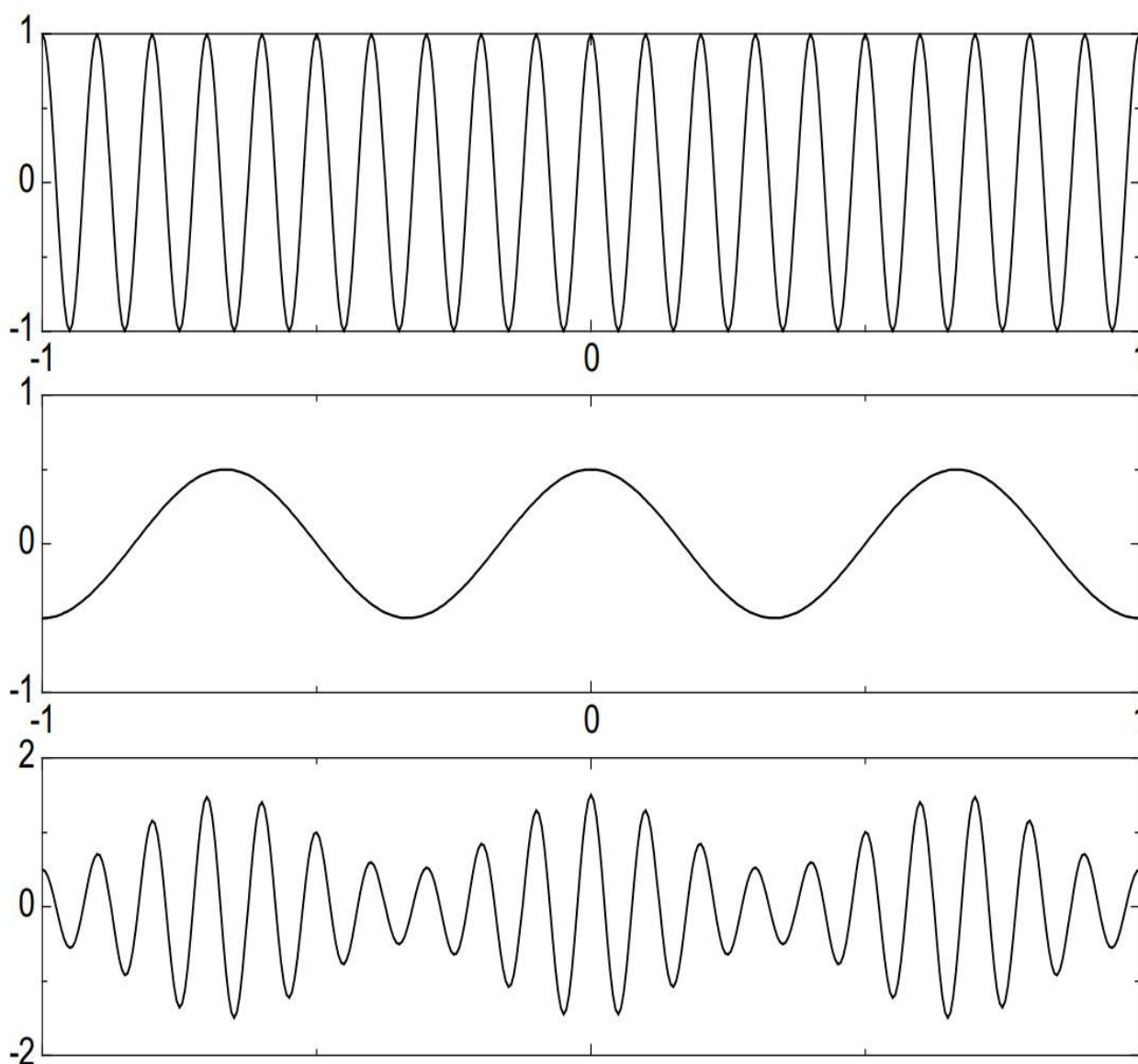


Рисунок 1 – Несущая частота (сверху), модулирующий сигнал (в центре), модулированный сигнал (снизу)

Отношение между амплитудами модулирующего сигнала A_M и несущего колебания A_0 называется **глубиной (коэффициентом) модуляции**:

$$m = \frac{A_M}{A_0}.$$

Максимальное и минимальное значение огибающей однотонового АМ сигнала равны:

$$A_{\max} = A_0(1 + m),$$

$$A_{\min} = A_0(1 - m).$$

Отсюда следует формула, позволяющая по результатам измерений максимальной и минимальной амплитуды сигнала вычислить глубину модуляции:

$$m = \frac{A_{\max} - A_{\min}}{A_{\max} + A_{\min}}.$$

При $m > 1$ имеет место перемодуляция.

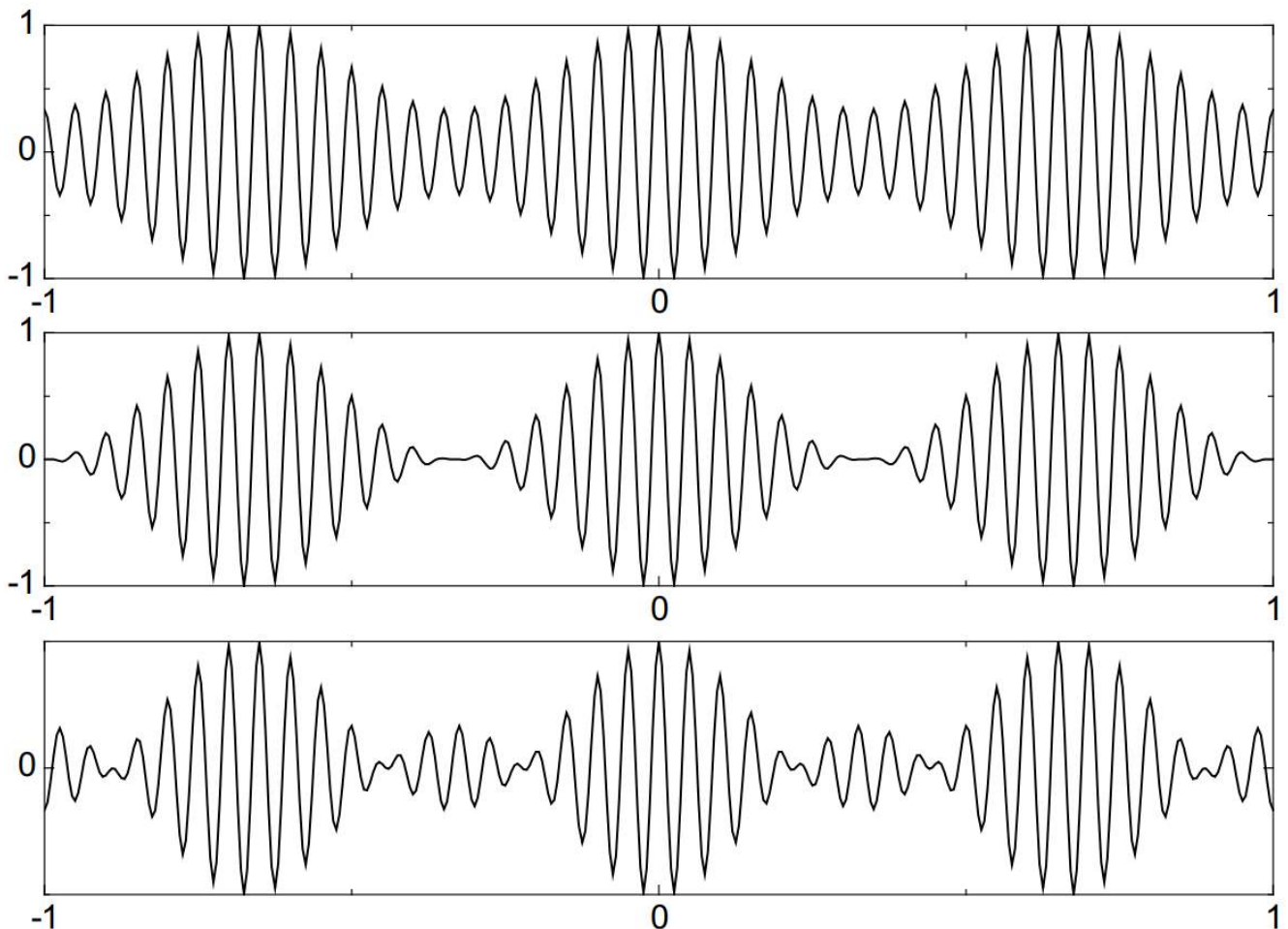


Рисунок 2 – Однотоновый АМ сигнал: $m = 0,5$ (сверху), $m = 1$ (в центре), $m = 2$ (снизу)

Сделав тригонометрические преобразования, можно представить АМ сигнал в виде:

$$s_{AM}(t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + \frac{A_0 m}{2} \cos((\omega_0 + \Omega)t + \varphi_0 + \Phi_0) + \frac{A_0 m}{2} \cos((\omega_0 - \Omega)t + \varphi_0 - \Phi_0).$$

Из этой формулы видно, что спектр однотонового АМ сигнала состоит из трёх компонент. Несущее колебание с частотой ω_0 и амплитудой A_0 не зависит от модулирующего колебания. Две боковые частоты с амплитудой $\frac{A_0 m}{2}$ смещены вверх и вниз на величину Ω . Для верхней боковой частоты начальные фазы несущей и модулирующего сигнала складываются, а для нижней – вычитаются.

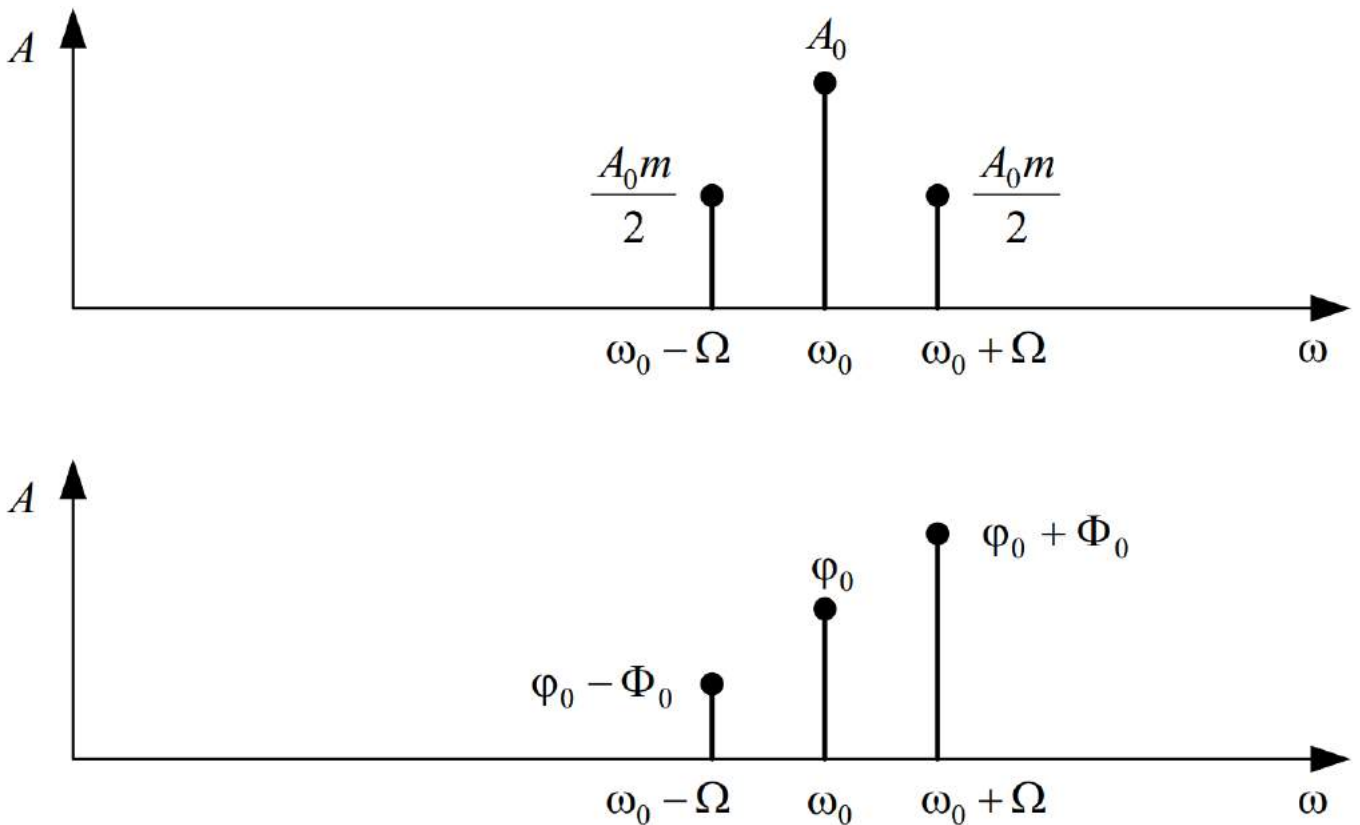


Рисунок 3 – Амплитудный (сверху) и фазовый (снизу) спектры однотонового АМ сигнала

Пиковая мощность ортогонального АМ сигнала составляет:

$$P_{\max} = A_0^2(1 + m)^2.$$

Средняя мощность АМ сигнала вычисляется через предельный переход:

$$P_{cp} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s^2(t) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} (A_0(1 + m \cos(\Omega t + \Phi_0)) \cos(\omega_0 t + \varphi_0))^2 dt = \frac{A_0^2}{2} + \frac{A_0^2 m^2}{4}.$$

Первое слагаемое не зависит от коэффициента модуляции и представляет собой мощность немодулированной несущей. Полезная мощность, заключенная в боковых частотах, представлена вторым слагаемым.

Коэффициент полезного действия (КПД) амплитудной модуляции определяется как отношение мощности боковых частот к общей средней мощности:

$$\eta_{AM} = \frac{\frac{A_0^2 m^2}{4}}{A_0^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{m^2}{4} \right)} = \frac{m^2}{m^2 + 2}.$$

Как видно из этой формулы, даже при максимальном коэффициенте модуляции ($m=1$) КПД составляет лишь 33 %, т. е., две трети мощности тратится на передачу бесполезной в информационном отношении несущей.

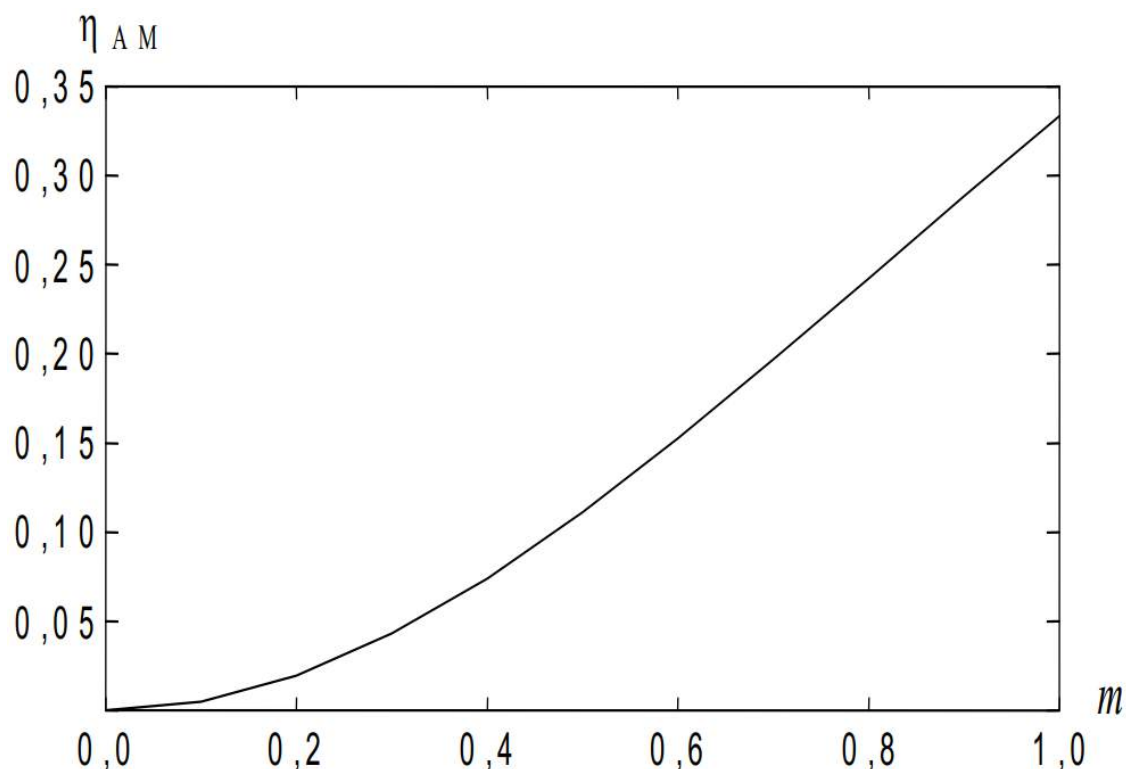


Рисунок 4 – Зависимость КПД от коэффициента амплитудной модуляции

Демодуляция АМ сигнала в простейшем случае осуществляется с помощью **амплитудного детектора**. В случае однополупериодного детектора на выход детектора проходят импульсы одной полярности. В случае двухполупериодного детектора на выходе детектора получается модуль

АМ сигнала. Далее импульсы пропускаются через *фильтр низкой частоты* (ФНЧ) для сглаживания.

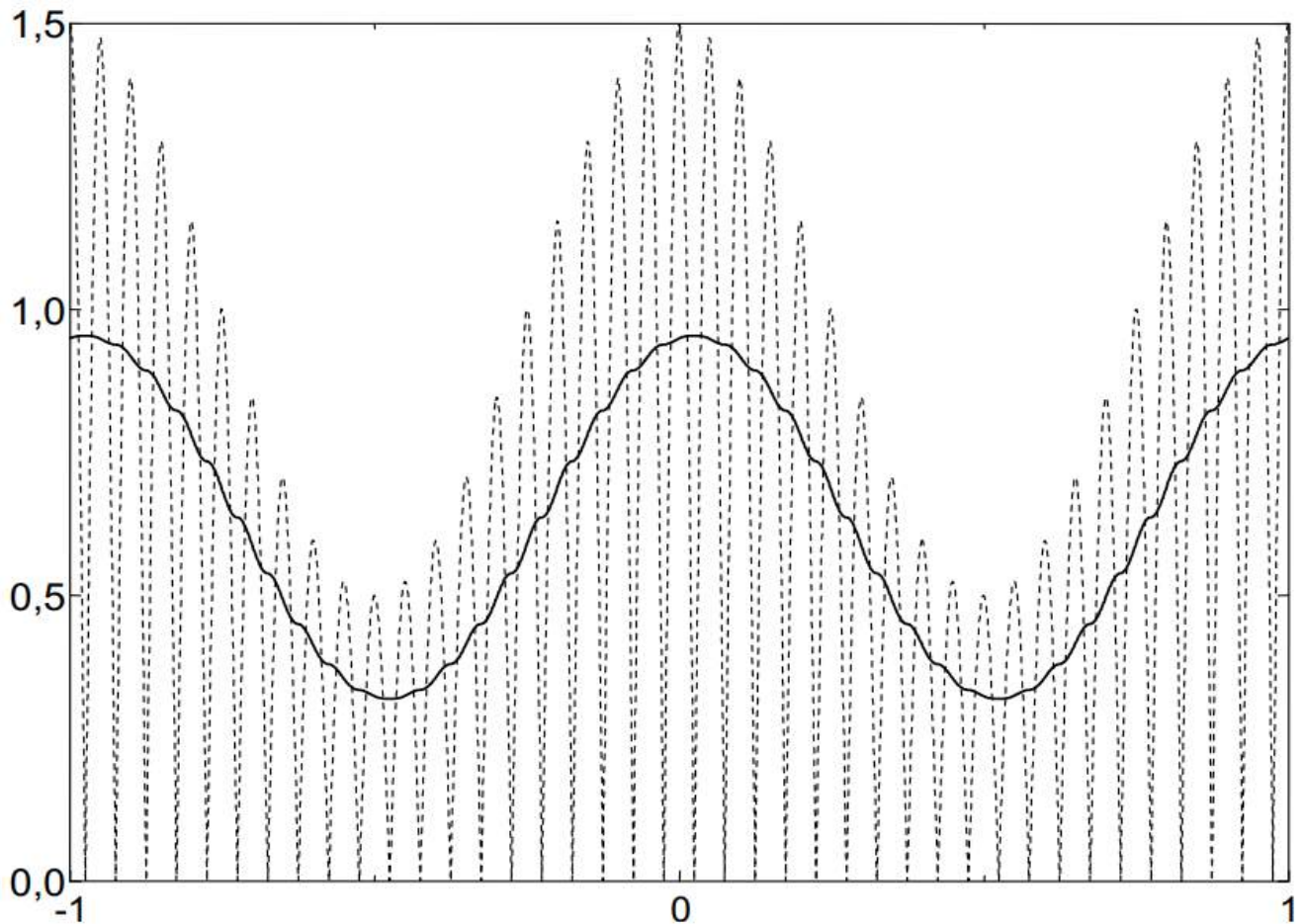


Рисунок 5 – Двухполупериодное детектирование АМ сигнала: модуль сигнала (пунктир), результат после ФНЧ (сплошная линия)

Очевидно, что данный способ детектирования не будет правильно работать в случае перемодуляции. Более совершенный способ – *синхронное детектирование*, суть которого состоит в умножении сигнала на опорное колебание с несущей частотой:

$$y(t) = s_{AM}(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = A(t) \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) = \frac{1}{2} A(t) + \frac{1}{2} \cos(2\omega_0 t + 2\varphi_0).$$

Результат умножения содержит два слагаемых. Первое – это искомая амплитудная функция, второе – АМ сигнал с несущей частотой $2\omega_0$. Этот высокочастотный сигнал удаляется путем пропускания через ФНЧ.

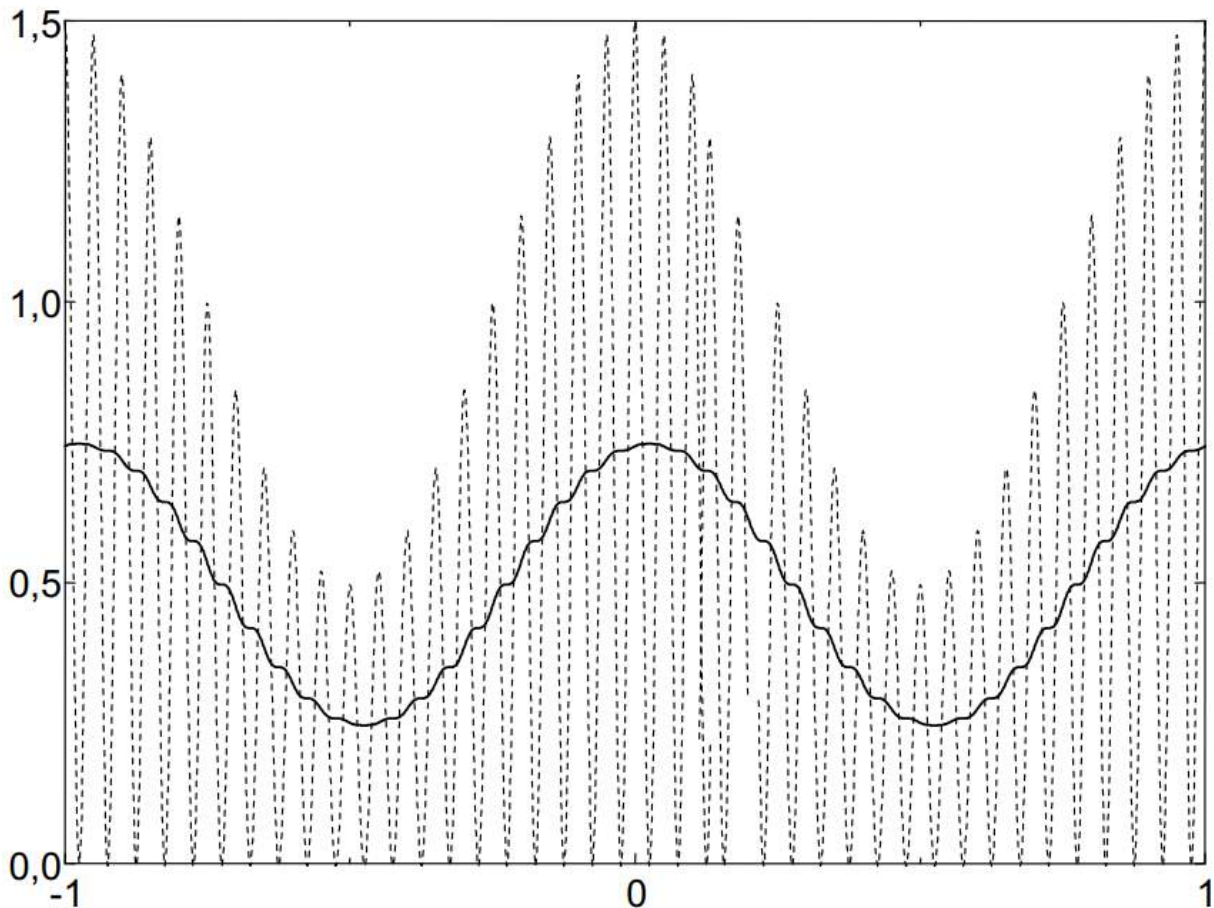


Рисунок 6 – Синхронное детектирование АМ сигнала: умножение на опорное колебание (пунктир), результат после ФНЧ (сплошная линия)

В синхронном детекторе необходимо очень точное совпадение начальных фаз и частот опорного колебания и несущего колебания.

При совпадении частот, но несовпадении начальных фаз выходной низкочастотный сигнал оказывается умноженным на косинус фазовой ошибки:

$$\begin{aligned} y(t) &= s_{AM}(t) \cos(\omega_0 t + \varphi) = A(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \cos(\omega_0 t + \varphi) = \\ &= \frac{1}{2} A(t) \cos(\varphi - \varphi_0) + \frac{1}{2} A(t) \cos(2\omega_0 t + \varphi + \varphi_0) \end{aligned}$$

При наличии фазовой ошибки уровень полезного сигнала на выходе демодулятора падает, а при ошибке равной 90° , становится равным нулю. При наличии частотного сдвига между несущим и опорным колебанием ситуация становится еще хуже – выходной низкочастотный сигнал оказывается умноженным на гармоническое колебание с разностной частотой:

$$\begin{aligned} y(t) &= s_{AM}(t) \cos((\omega_0 + \Delta\omega)t) = A(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \cos((\omega_0 + \Delta\omega)t) = \\ &= \frac{1}{2} A(t) \cos(\Delta\omega t - \varphi_0) + \frac{1}{2} A(t) \cos((2\omega_0 + \Delta\omega)t + \varphi_0). \end{aligned}$$

В результате выходной сигнал будет пульсировать с частотой $\Delta\omega$. Это явление называется биениями, а разность частот $\Delta\omega$ – частотой биений.

Для поддержания частотной и фазовой синхронизации между несущим и опорным колебаниями используют следящие системы фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ).

Достоинством синхронного детектирования является то, что оно позволяет правильно демодулировать сигнал даже в случае перемодуляции.

2.1.2 Амплитудная модуляция с подавленной несущей

Для повышения КПД амплитудной модуляции можно удалить бесполезное несущее колебание. Такой способ называется АМ с подавленной несущей частотой (АМ-ПН):

$$s(t) = s_M(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Энергетический выигрыш очень большой (теоретический КПД равен 100%). Ширина спектра такая же, как и в случае обычной АМ, т.к. подавлена средняя частота, а боковые частоты остались на месте.

Демодуляция АМ с подавленной несущей частотой осуществляется с помощью синхронного детектора. Для облегчения задачи синхронизации частоты и фазы опорного колебания несущую частоту подавляют не полностью.

2.1.3 Однополосная модуляция

АМ с подавленной несущей частотой имеет преимущества по сравнению обычной АМ только в энергетическом смысле. Ширина спектра при этом остается равной удвоенной частоте модулирующего сигнала.

Легко заметить, что спектры боковых полос АМ сигнала являются зеркальным отражением друг друга, т.е. они несут одинаковую информацию. Поэтому одну из боковых полос можно удалить. Получившаяся модуляция называется однополосной (английский термин – single side band, SSB). В зависимости от того, какая полоса передается, различают однополосный сигнал с верхней или нижней боковой полосой.

Модулятор однополосного сигнала гораздо сложнее обычного амплитудного модулятора. Сложность заключается в том, что необходимо сформировать из исходного модулирующего сигнала его квадратурное дополнение. С частотной точки зрения это означает, что каждой компоненте

спектра исходного сигнала соответствует компонента в квадратурном дополнении с такой же амплитудой и сдвигом по фазе на 90° . Иными словами, каждому косинусу в исходном сигнале соответствует синус в квадратурном дополнении.

К сожалению, не существует идеального квадратурного фазовращателя. Многочисленные схемы, описанные в литературе, дают приемлемую точность фазовой характеристики в определенном диапазоне частот.

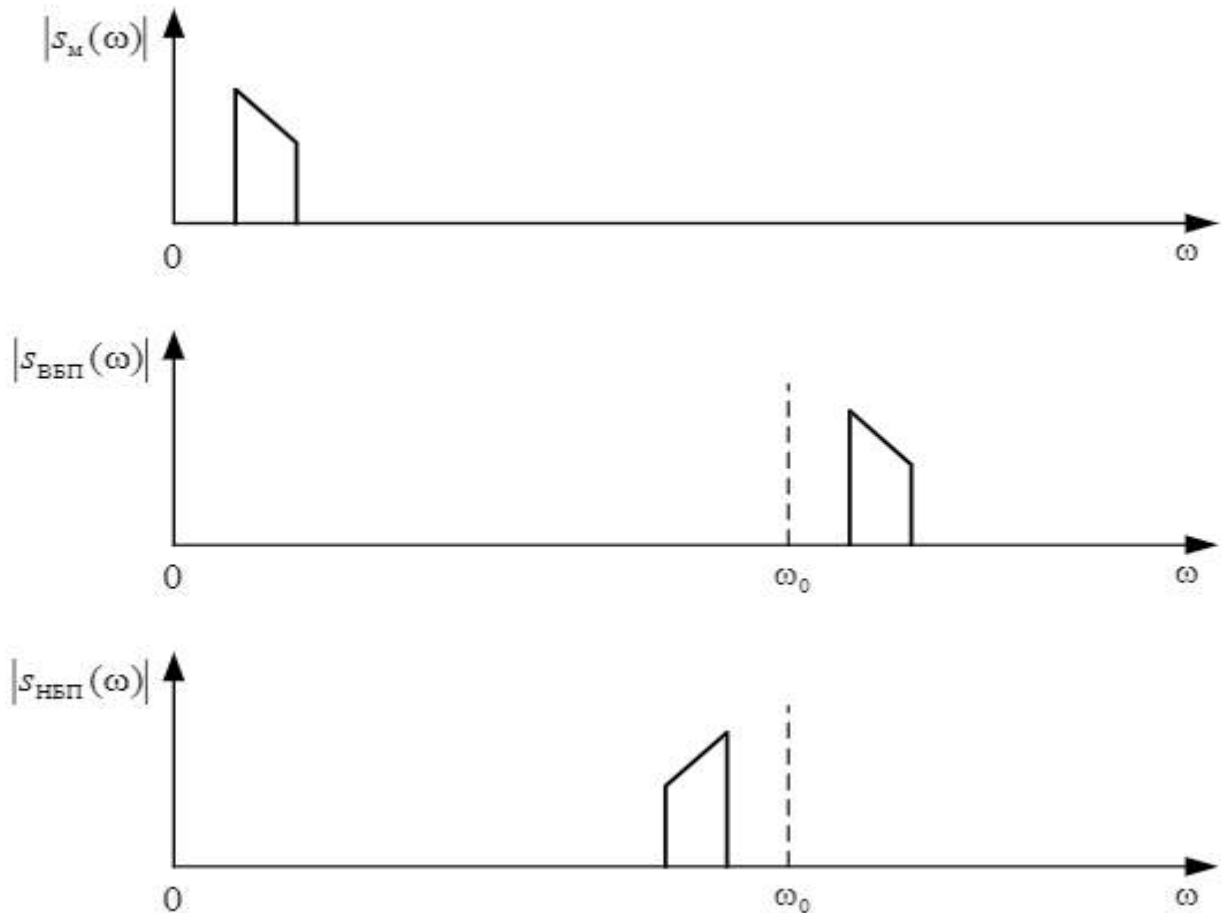


Рисунок 7 – Однополосная модуляция: спектр модулирующего сигнала (сверху), спектр однополосного сигнала с верхней боковой полосой (в центре), спектр однополосного сигнала с нижней боковой полосой (снизу)

Пара квадратурных модулирующих сигналов подается на пару умножителей. На вход несущей частоты первого умножителя подается прямой сигнал, на второй умножитель подается сдвинутый на 90° . В зависимости от того вычитаются или суммируются сигналы с выходов умножителей, получается верхняя или нижняя боковая полоса:

$$s_{\text{ВБП}}(t) = s(t) \cos \omega_0 t - s_{\perp}(t) \sin \omega_0 t = \cos(\omega_0 + \Omega)t$$

$$s_{\text{НБП}}(t) = s(t) \cos \omega_0 t + s_{\perp}(t) \sin \omega_0 t = \cos(\omega_0 - \Omega)t$$

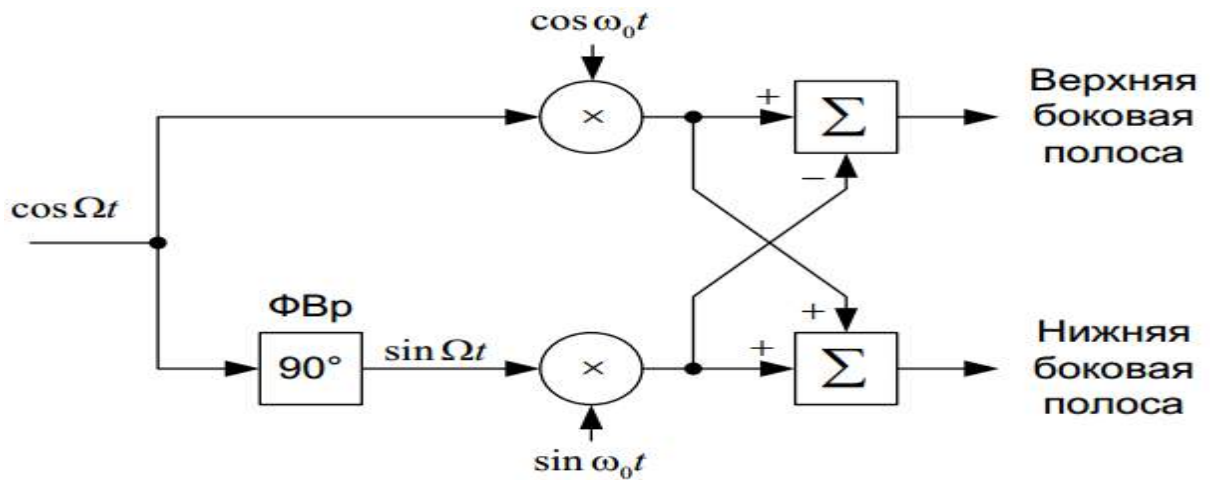


Рисунок 8 – Структурная схема формирователя однополосного сигнала

Амплитудная огибающая однополосного сигнала не похожа на модулирующий низкочастотный сигнал. Для того чтобы убедиться в этом, возьмем в качестве модулирующего сигнала, состоящий из суммы двух гармонических сигналов.

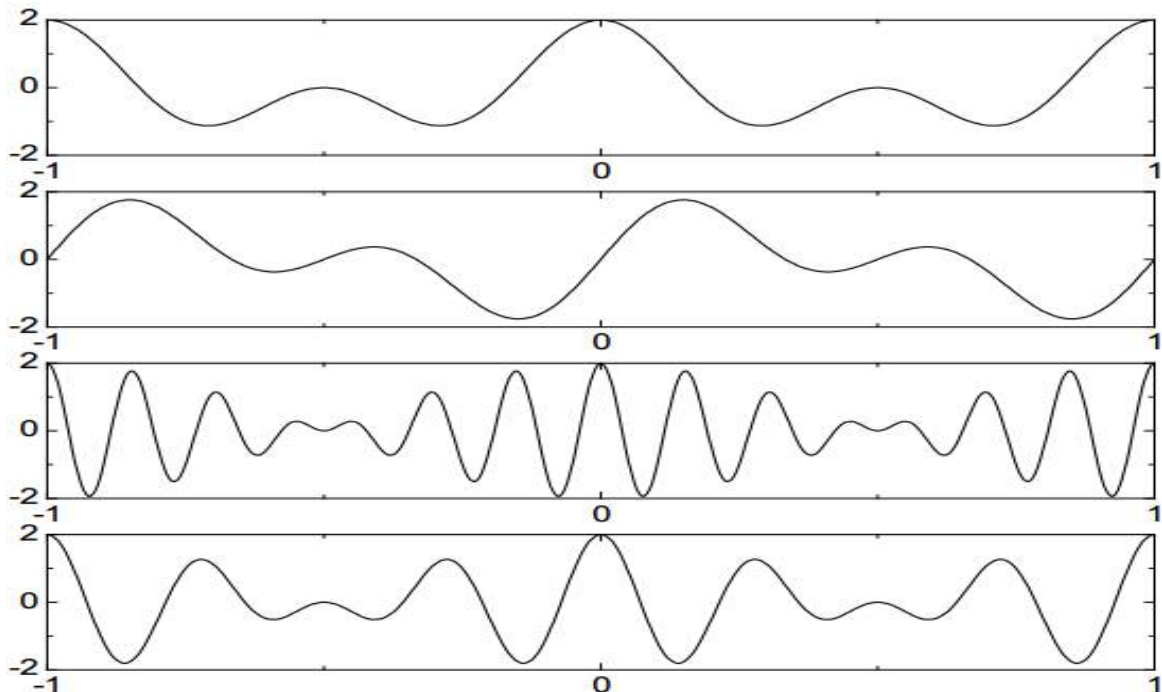


Рисунок 9 – Однополосная модуляция: модулирующий сигнал (первый сверху), квадратурное дополнение модулирующего сигнала (второй сверху), сигнал верхней боковой полосы (третий сверху), сигнал нижней боковой полосы (снизу)

Однополосная модуляция находит широкое применение в технике профессиональной радиосвязи. Демодуляция однополосного сигнала возможна методом синхронного детектирования:

$$\begin{aligned} y(t) &= s_{SSB}(t) \cos \omega_0 t = (x(t) \cos \omega_0 t \pm x_{\perp}(t) \sin \omega_0 t) \cos \omega_0 t = \\ &= \frac{1}{2} x(t) + \frac{1}{2} x(t) \cos 2\omega_0 t \pm \frac{1}{2} x_{\perp}(t) \sin 2\omega_0 t. \end{aligned}$$

Результат умножения содержит два слагаемых. Первое – модулирующий сигнал, второе – однополосный сигнал на удвоенной несущей частоте.

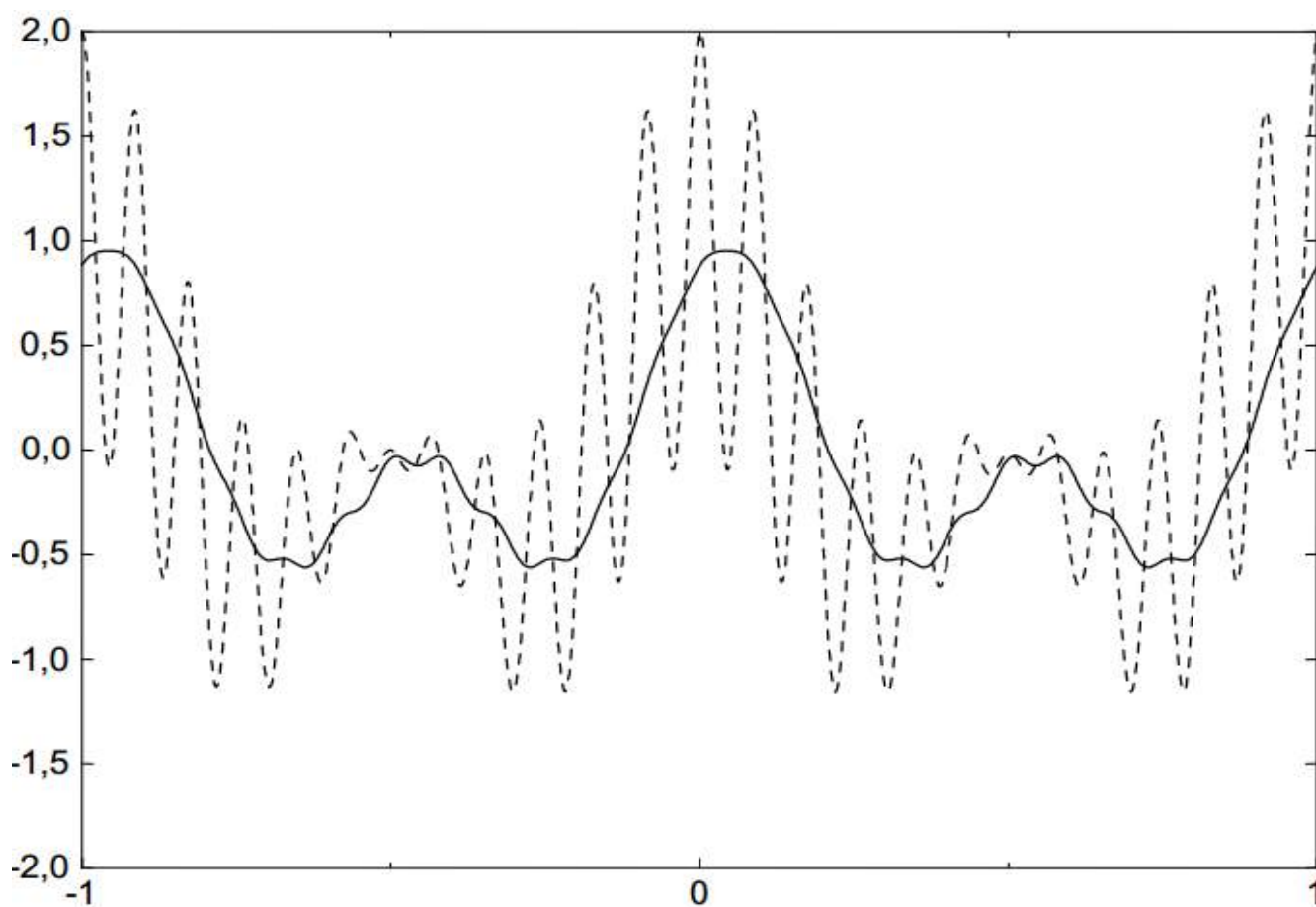


Рисунок 10 – Демодуляция однополосного сигнала: результат умножения на несущее колебание (пунктир), отфильтрованный сигнал (сплошная линия)

Искажения, возникающие при наличии фазового или частотного сдвига опорного колебания, проявляются не так, как в случае демодуляции АМ. В случае фазового сдвига опорного сигнала:

$$\begin{aligned} y(t) &= s_{SSB}(t) \cos(\omega_0 t + \varphi) = (x(t) \cos \omega_0 t \pm x_{\perp}(t) \sin \omega_0 t) \cos(\omega_0 t + \varphi) = \\ &= \frac{1}{2} (x(t) \cos \varphi \pm x_{\perp}(t) \sin \varphi) + \frac{1}{2} (x(t) \cos(2\omega_0 t + \varphi) \pm x_{\perp}(t) \sin(2\omega_0 t + \varphi)). \end{aligned}$$

Низкочастотная составляющая представляет собой линейную комбинацию сигнала и его квадратурного дополнения. Со спектральной точки зрения это означает фазовый сдвиг всех частотных компонент на угол φ .

Форма сигнала при этом, конечно же, искажается. Приемлемы эти искажения или нет, зависит от характера передаваемого сигнала. Например, человеческое ухо не чувствительно к фазовым искажениям, поэтому в речевом сигнале искажения такого рода будут незаметны.

В случае частотного сдвига опорного колебания:

$$y(t) = s_{SSB}(t) \cos(\omega_0 + \Delta\omega)t = \frac{1}{2}(x(t) \cos \Delta\omega t \pm x_{\perp}(t) \sin \Delta\omega t) + \frac{1}{2}(x(t) \cos(2\omega_0 + \Delta\omega)t \pm x_{\perp}(t) \sin(2\omega_0 + \Delta\omega)t).$$

Низкочастотная составляющая представляет собой однополосный сигнал с несущей частотой $\Delta\omega$. С частотной точки зрения это означает сдвиг спектра на $\Delta\omega$. Это более серьезные искажения, которые приводят изменению тембра передаваемой речи. Иногда такие искажения используются преднамеренно, например, когда из мужского голоса нужно сделать детский.

3 Содержание работы и порядок выполнения

Собрать экспериментальную установку для исследования АМ сигналов, изображенную на рисунке 11.



Рисунок 11 – Схема экспериментальной установки
V1 – амплитудный модулятор, XSA1 – анализатор спектра,
XSC1 – осциллограф

Для настройки амплитудного модулятора необходимо произвести двойной щелчок левой кнопкой мыши по функциональному блоку V1. Появляется диалоговое окно AM_VOLTAGE параметров амплитудного модулятора (рисунок 12).

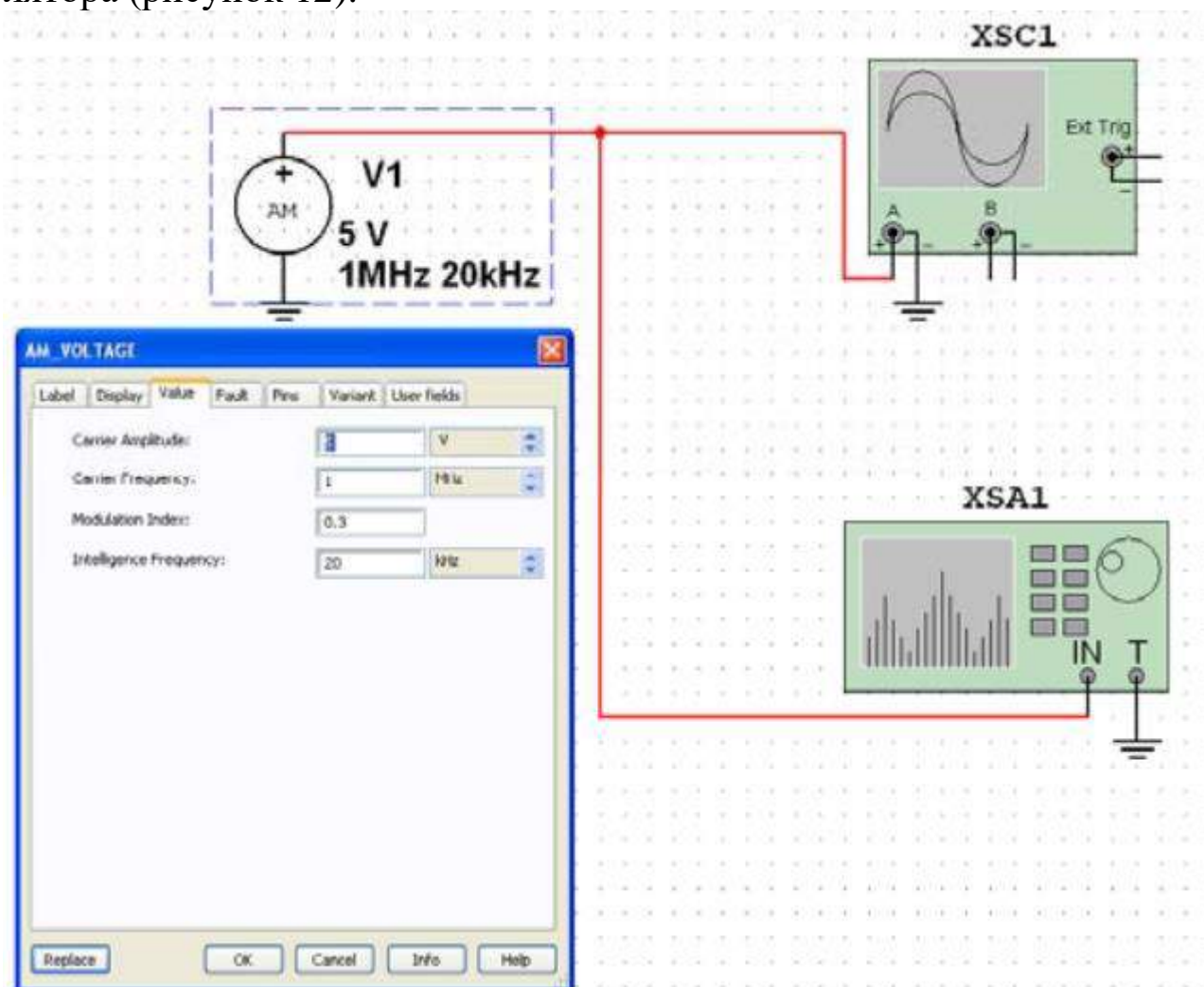


Рисунок 12 – Ввод параметров АМ напряжения

В появившемся окне панели AM_VOLTAGE во вкладке Value (Величина) ввести параметры АМ напряжения:

- амплитуда несущего колебания (CarrierAmplitude) $v_c = 5V$ ($U_0 = 5B$);
- частота несущего колебания (CarrierFrequency) $f_c = 100\text{kHz}$ ($f_0 = 100\text{kHz}$);
- коэффициент модуляции (ModulationIndex) $m = 0,3$;
- частота модуляции (Intelligence Frequency) $F_M = 20\text{kHz}$ ($F_M = 20\text{кГц}$) колебания, имитирующего низкочастотный модулирующий сигнал.

Установите элементы регулировки анализатора спектра в положения (рисунок 13):

Диапазон частот (Span): 80 kHz.

Начало (Start): 960 kHz.

Граница (End): 1,04 MHz.

Чувствительность (Range): 1 V/Div (В/дел).

Разрешение (Resolution freq): 200 Hz.

Вкладка Set: число точек разложения БПФ (FFTpoints): 8192.

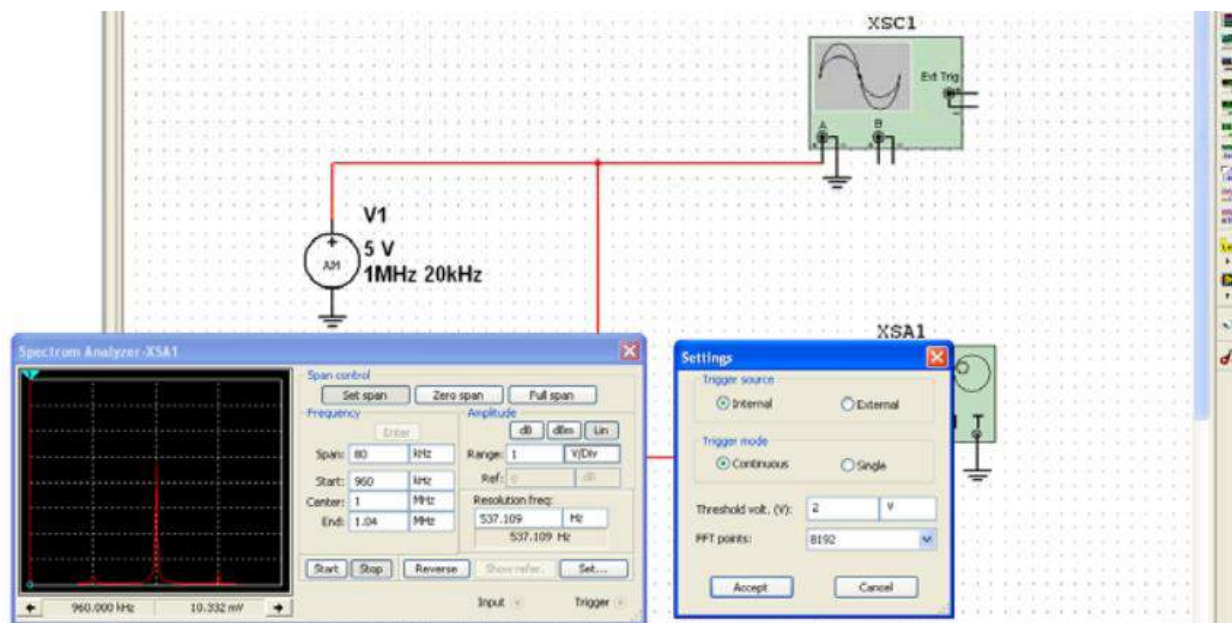


Рисунок 13 – Ввод параметров анализатора спектра

Зафиксируйте форму и спектр сигнала в соответствующем разделе отчета. Сделайте вывод о форме полученного АМ сигнала и его спектре.

Повторите машинный эксперимент при других коэффициентах и частотах модуляции ($m = 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1; 1,2$ и $F_M=40$ кГц; $F_M=70$ кГц). Полученные графики занесите в соответствующий раздел отчета.

Сделайте вывод о форме АМ сигнала и его спектре. Сравните полученные АМ сигналы с аналогичными кривыми, полученными в предварительном расчете.

4 Требования к оформлению отчёта по выполнению лабораторной работы

Отчёт набирается на компьютере в формате .doc или .rtf и печатается на одной стороне листа белой бумаги формата А4 (210×297).

Размеры полей:

- верхнее поле – 2 см;
- нижнее поле – 2 см;
- левое поле – 3 см;

- правое поле – 1,5 см;
- переплет – 0 см.

Выравнивание текста – по ширине. Шрифт – Times New Roman. Цвет шрифта – чёрный, размер шрифта – 14. Текст работы печатается с абзацного отступа 1,25 см. Междустрочный интервал – 1,5. Дополнительные отступы до и после абзацев не применяются.

Несложные формулы должны быть набраны с использованием команды «Вставка→Символ». Сложные формулы должны быть набраны в редакторе MathType 6.0 Equation.

Отчёт по выполнению лабораторной работы должен содержать:

- название предмета, номер и название лабораторной работы;
- фамилию и инициалы автора, номер группы;
- фамилию и инициалы преподавателя;
- цель работы;
- перечень используемого оборудования;
- последовательность действий при проведении исследований;
- вывод о проделанной работе;
- ответы на контрольные вопросы;
- дату выполнения и личную подпись.

Результаты различных измерений необходимо представить в виде нескольких самостоятельных таблиц и графиков. Каждая таблица и каждый график должны иметь свой заголовок и исходные данные эксперимента.

При выполнении численных расчетов надо записать формулу определяемой величины, сделать соответствующую численную подстановку и произвести вычисления.

5 Контрольные вопросы

1. Каков спектральный состав АМ сигнала?
2. Как расположены спектральные компоненты АМ сигнала относительно несущей частоты.
3. Покажите, что процесс модуляции связан с переносом спектра сигнала из области низких в область высоких частот?
4. Поясните связь при амплитудной модуляции огибающей сигнала с мгновенным значением низкочастотного модулирующего колебания?
5. Каков принцип работы радиопередатчика с АМ?

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра космического приборостроения и систем связи



ЧАСТОТНАЯ МОДУЛЯЦИЯ НЕПРЕРЫВНЫХ СИГНАЛОВ

Методические указания
по выполнению лабораторной работы
для студентов, обучающихся по специальности
10.05.02 «Информационная безопасность
телекоммуникационных систем»
по дисциплине «Теория электросвязи»

УДК 621.391

Составители: Д.С. Коптев

Рецензент

Доктор технических наук, старший научный сотрудник,
заведующий кафедрой космического приборостроения и систем связи
В. Г. Андронов

Частотная модуляция непрерывных сигналов: методические указания по выполнению лабораторной работы / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Д.С. Коптев. – Курск, 2023. – 17 с.

Методические указания по выполнению лабораторной работы содержат краткие теоретические сведения о частотной модуляции непрерывных сигналов, а также варианты заданий и примеры их выполнения.

Методические указания соответствуют учебному плану по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем», а также рабочей программе дисциплины «Теория электросвязи».

Предназначены для студентов, обучающихся по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем» очной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 08.08.2023. Формат 60x841/16.
Усл. печ. л. 0,98. Уч.-изд. л. 0,89. Тираж 100 экз. Заказ 749. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

1 Цель работы

Изучение методов моделирования электронных устройств с помощью программы Multisim, исследование метода частотной модуляции (ЧМ) при передаче непрерывных сообщений, получение осциллограмм и спектрограмм ЧМ сигнала с различными коэффициентами и частотами модуляции.

2 Основные теоретические сведения

Для описания модулированных колебаний удобно использовать квазигармоническую форму:

$$u(t) = U_0(t) \cos \Phi(t), \quad (1)$$

где $\Phi(t) = \omega_0 t + \Delta\varphi(t) + \varphi_0$ – текущая фаза; $\Delta\varphi(t)$ – девиация (отклонение) фазы; φ_0 – начальная фаза.

При угловой модуляции (УМ) огибающая $U_0(t)$ не изменяется $U_0(t) = \text{const}$, а изменению подвергается либо фаза, либо её производная.

Фазовая модуляция (ФМ) – вид модуляции, при которой девиация фазы пропорциональна модулирующему сигналу $u_c(t)$:

$$\Delta\varphi(t) = K_{\text{ФМ}} u_c(t), \quad (2)$$

где $K_{\text{ФМ}}$ – константа, характеризующая работу модулятора.

Для частного случая – тональной ФМ, когда в качестве модулирующего сигнала используется гармонический сигнал низкой частоты ($\Omega \ll \omega_0$):

$$u_c(t) = U_c \cos \Omega t,$$

девиация фазы согласно (2) равна:

$$\Delta\varphi(t) = K_{\text{ФМ}} U_c \cos \Omega t = M_{\text{ФМ}} \cos \Omega t, \quad (3)$$

где $M_{\text{ФМ}} = K_{\text{ФМ}} U_c = \Delta\varphi_{\text{max}}$ – индекс фазовой модуляции, имеющий смысл максимальной девиации фазы. Подставив (3) в (1), получим выражение для тональной ФМ:

$$u_{\text{ФМ}}(t) = U_0 \cos[\omega_0 t + M_{\text{ФМ}} \cos \Omega t],$$

(в этом выражении и далее полагается $\varphi_0 = 0$).

Частотная модуляция (ЧМ) – вид модуляции, при котором девиация частоты пропорциональна модулирующему сигналу:

$$\Delta\omega(t) = K_{\text{ЧМ}} u_c(t),$$

где $K_{\text{ЧМ}}$ – константа, характеризующая работу модулятора.

Производная от текущей фазы равна мгновенной частоте сигнала $\omega(t)$:

$$\omega(t) = \frac{d}{dt} \Phi(t) = \omega_0 + \frac{d}{dt} [\Delta\varphi(t)] = \omega_0 + \Delta\omega(t),$$

равной сумме несущей частоты ω_0 и девиации частоты $\Delta\omega(t)$, изменяющейся под управлением модулирующего сигнала. В каждый момент времени мгновенная частота сигнала имеет только одно значение, в то время как спектр сигнала может состоять из большого числа частотных составляющих.

В частном случае тональной ЧМ:

$$u_c(t) = U_c \cos \Omega t, \quad \Delta\omega(t) = K_{\text{ЧМ}} U_c \cos \Omega t = \Delta\omega_{\text{max}} \cos \Omega t,$$

мгновенная частота равна:

$$\omega(t) = \omega_0 + \Delta\omega(t) = \omega_0 + \Delta\omega_{\text{max}} \cos \Omega t,$$

а полная фаза:

$$\begin{aligned} \Phi(t) &= \int_0^t \omega(\tau) d\tau = \int_0^t \omega_0 d\tau + \int_0^t \Delta\omega_{\text{max}} \cos \Omega \tau d\tau = \\ &= \omega_0 t + \frac{\Delta\omega_{\text{max}}}{\Omega} \sin \Omega t = \omega_0 t + M_{\text{ЧМ}} \sin \Omega t. \end{aligned}$$

Здесь $M_{\text{ЧМ}} = \Delta\omega_{\text{max}}/\Omega$ – индекс ЧМ, имеющий смысл максимальной девиации частоты. Подставив последнее выражение в (1), получим:

$$u_{\text{ЧМ}}(t) = U_0 \cos[\omega_0 t + M_{\text{ЧМ}} \sin \Omega t].$$

Из сопоставления выражений для тональных ФМ и ЧМ следует, что они отличаются только начальной фазой, что даёт основание рассматривать их как одно общее колебание с УМ:

$$u_{\text{УМ}}(t) = U_0 \cos[\omega_0 t + M_{\text{УМ}} \sin \Omega t].$$

Представим это выражение в комплексной форме (аналитический сигнал):

$$\dot{u}_{\text{УМ}}(t) = U_0 e^{j[\omega_0 t + M_{\text{УМ}} \sin \Omega t]} = U_0 e^{j\omega_0 t} \cdot e^{jM_{\text{УМ}} \sin \Omega t}. \quad (4)$$

Последний сомножитель в этом выражении является периодической функцией времени. Разложим его в ряд Фурье:

$$e^{jM \sin \Omega t} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(M) e^{jk\Omega t}. \quad (5)$$

Коэффициентами разложения являются функции Бесселя первого рода k -го порядка от индекса модуляции M (рисунок 2).

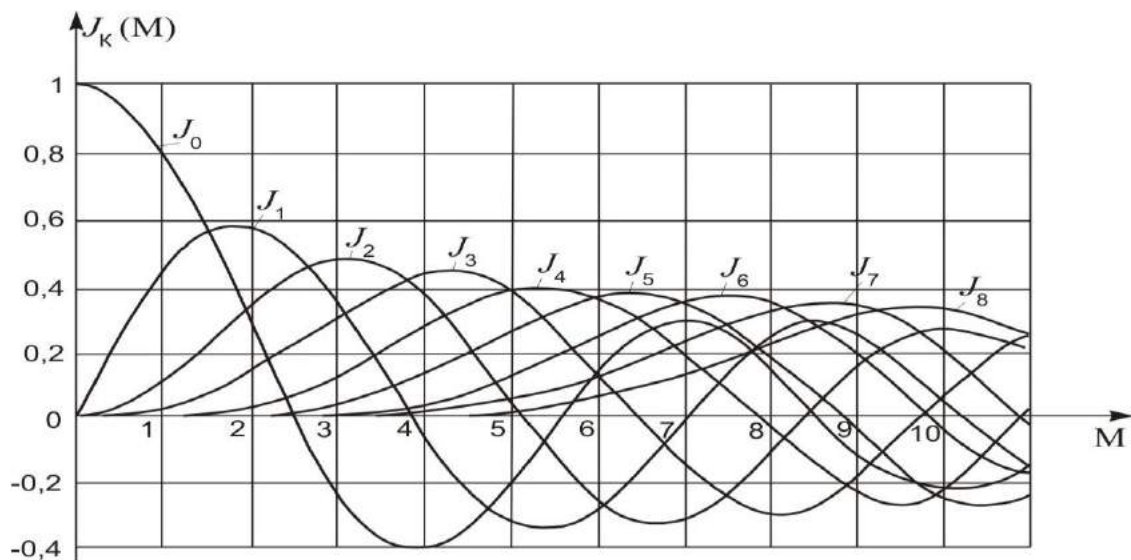


Рисунок 2 – Функция Бесселя для $M \geq 0$.

Подставив (5) в (4), получим:

$$\dot{u}_{\text{УМ}}(t) = U_0 \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(M_{\text{УМ}}) e^{j[\omega_0 + k\Omega]t}.$$

Взяв вещественную часть от этого выражения, перейдем от комплексной записи к канонической форме квазигармонического колебания:

$$u_{\text{УМ}}(t) = U_0 \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(M_{\text{УМ}}) \cos(\omega_0 + k\Omega)t.$$

Из этого выражения видно, что спектр амплитуд модулированного колебания состоит из бесконечного числа спектральных линий, расположенных на частотной оси с равномерным шагом Ω . Амплитуды спектральных линий определяются произведением амплитуды модулированного колебания U_0 на соответствующие значения функции Бесселя – $U_0 J_k(M)$. Но

так как максимальное значение функции Бесселя равно единице (J_0 при $M=0$), то значения $J_k(M)$ могут рассматриваться как относительные амплитуды спектральных составляющих.

Практическая ширина спектра сигнала с УМ ограничивается составляющими с относительной амплитудой более 0,1 (относительная мощность больше 1%). Номер такой составляющей ($k_{гр}$) находится из выражения:

$$J_{k_{гр}}(k_{гр} - 1) > 0,1.$$

Аргументом функции Бесселя является индекс модуляции M , следовательно $k_{гр} - 1 = M$, откуда:

$$k_{гр} = M + 1.$$

Составляющая спектра с номером $k_{гр} + 1$ имеет относительную амплитуду менее 0,1, т.е. окажется за пределами практической ширины спектра.

Последнее выражение позволяет по индексу модуляции M оценить число спектральных линий в практической ширине спектра. Так, например, при $M=3,2$ граничное значение $k_{гр}=4$ (ближайшее целое число). Следовательно, в спектре такого сигнала должны быть несущая и четыре пары боковых частот. Эти результаты легко проверить по графикам бесселевых функций (рис. 2). Действительно, четвертая пара боковых имеет относительную амплитуду $J_4(3,2)=0,16$, т.е. находится в пределах практической ширины спектра, а следующая пятая пара боковых имеет относительную амплитуду $J_5(3,2)=0,04$, т.е. находится за пределами этой полосы. Из рисунка 3 следует, что практическая ширина спектра $2\Delta\omega^* = 2\Omega(M+1)$.

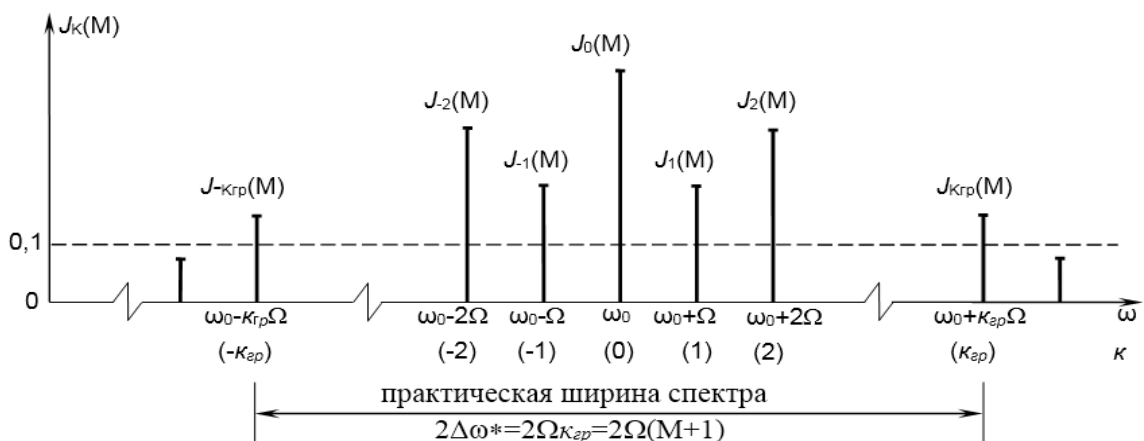


Рисунок 3 – К определению практической ширины спектра при угловой модуляции

Здесь отложены относительные амплитуды $J_k(M)$; для построения амплитудного спектра все составляющие следует умножить на $U_0 = \text{const}$.

Для ФММ= $M_{\text{ФМ}}$. Индекс ФМ $M_{\text{ФМ}} = \Delta\omega_{\text{max}}$ и зависит от амплитуды модулирующего сигнала U_c . Поэтому практическая ширина спектра при ФМ равна:

$$2\Delta\omega^*_{\text{ФМ}} = 2\Omega(M_{\text{ФМ}} + 1)$$

и зависит как от частоты, так и от амплитуды модулирующего сигнала.

Для ЧММ = $M_{\text{ЧМ}} = \Delta\omega_{\text{max}}/\Omega$, где $\Delta\omega_{\text{max}}$ пропорциональна амплитуде модулирующего сигнала U_c :

$$2\Delta\omega^*_{\text{ЧМ}} = 2\Omega\left(\frac{\Delta\omega_{\text{max}}}{\Omega} + 1\right) = 2\Delta\omega_{\text{max}} + 2\Omega.$$

Обычно $\Delta\omega_{\text{max}} \gg \Omega$ и $2\Delta\omega^*_{\text{ЧМ}} \cong 2\Delta\omega_{\text{max}}$, т.е. при ЧМ практическая ширина спектра зависит от амплитуды и почти не зависит от частоты модулирующего сигнала Ω . Следовательно, практическая ширина спектра ЧМ сигнала значительно меньше, чем для ФМ сигнала при тех же параметрах модуляции, что и определило широкое использование ЧМ в радиовещании и связи.

Выходная мощность передатчика с УМ на некоторой нагрузке R_H может быть найдена как сумма мощностей, отдельных составляющих спектра:

$$\begin{aligned} P_{\text{вых}} &= P(\omega_0) + P(\omega_0 + \Omega) + P(\omega_0 - \Omega) + P(\omega_0 + 2\Omega) + \dots = \\ &= \frac{U_0^2}{2R_H} [J_0^2(M) + J_1^2(M) + J_{-1}^2(M) + J_2^2(M) + \dots] = P_0. \end{aligned}$$

Здесь $U_0^2/2R_H = P_0$ – мощность гармонического (немодулированного) сигнала, а сумма в квадратных скобках, согласно свойству 4 бесселевых функций, равна единице. Следовательно, мощность передатчика с угловой модуляцией остается постоянной независимо от параметров модуляции. В этом отношении ЧМ и ФМ выгодно отличаются от АМ, для которой выходная мощность передатчика меняется в больших пределах (например, при максимальной глубине модуляции $M_{\text{АМ}}=1$, мощность передатчика АМ меняется от нуля до $4P_0$).

В спектрах ЧМ сигналов нет низкочастотной составляющей, соответствующей исходному моделирующему сигналу. Для того чтобы восстановить сигнал сообщения необходимо осуществить детектирование – про-

цесс, обратный модуляции. Детектирование, как и модуляция, – нелинейное преобразование сигнала. Нелинейный элемент обогащает спектр выходного сигнала новыми спектральными компонентами, а фильтр выделяет низкочастотные компоненты. В качестве нелинейных элементов при детектировании можно использовать транзисторы и полупроводниковые диоды. Чаще всего используются полупроводниковые диоды, причём применяются только точечные диоды, так как плоскостные диоды имеют большую входную ёмкость.

При детектировании ЧМ сигнала напряжение на выходе частотного детектора (ЧД) должно воспроизводить закон изменения мгновенной частоты входного сигнала. Поэтому для идеального ЧД

$U_{\text{вых}}(t) = S_{\text{чд}}(t)\Delta f(t)$, где $S_{\text{чд}}$ – крутизна характеристики ЧД. При этом предполагается, что $\Delta f(t)$ и $U_{\text{вых}}(t)$ являются «медленными» функциями времени. В отличие от амплитудного детектора, для образования частот сообщения (низкочастотной компоненты) одного лишь нелинейного элемента недостаточно: нелинейность диода проявляется при изменении действующего на него напряжения, а не при изменении частоты. Поэтому для осуществления ЧМ детектирования требуются дополнительные преобразования.

Существует два класса ЧД: в одних детекторах ЧМ сигналы с помощью колебательного контура преобразуются в АМ сигналы, а потом детектируются, в других (дискриминатор, детектор отношений) – при детектировании ЧМ сигналов используется зависимость от частоты в колебательном контуре разности фаз между током и напряжением.

Основными характеристиками и параметрами ЧД являются:

- 1) семейство детекторных характеристик: $\Delta U = F(f)$ при $U_0 = \text{const}$;
- 2) крутизна детекторной характеристики: $S_{\text{чд}} = \Delta U / \Delta f$;
- 3) диапазон частот $\Delta f_{\text{лин}}$, в котором детекторная характеристика достаточно линейна;
- 4) входное сопротивление: $R_{\text{вх}} = U_0 / I_0$;
- 5) минимальное $U_{0\text{min}}$ и максимальное $U_{0\text{max}}$ значения амплитуды входного сигнала, при которых гарантируются основные качественные показатели;
- 6) выходное сопротивление: $R_{\text{вых}} = U_{\Omega} / I_{\Omega}$, определяемое свойствами АД;
- 7) нелинейные искажения выходного сигнала:

$$\gamma = \sqrt{\frac{P_{2\Omega} + P_{3\Omega} + P_{4\Omega} + \dots}{P_{\Omega}}}.$$

Рассмотрим процесс детектирования высокочастотных ЧМ сигналов на примере некоторых схем ЧД первого типа. В этих детекторах используются:

- амплитудный ограничитель (АО) ЧМ сигнала;
- избирательная линейная цепь, преобразующая частотную модуляцию в амплитудную;
- амплитудный детектор.

АО ЧМ сигнала позволяет устранять нежелательные изменения амплитуды высокочастотного колебания, возникающие вследствие воздействия помех на радиосигнал при передаче ЧМ сигналов через избирательные цепи, при относительном изменении положения передатчика и приёмника ЧМ сигнала и т. д., и представляет собой сочетание нелинейного элемента и избирательной нагрузки. В качестве линейной цепи можно использовать любую электрическую цепь, обладающую неравномерной частотной характеристикой: RL-, RC- фильтры, колебательные контуры и т. д. Наибольшее применение получили колебательные цепи.

Самой простой является схема, в которой ЧМ сигнал с несущей f_0 подаётся на колебательный контур с частотой резонанса $f_p = f_0$ (рисунок 4, а). Добротность контура выбирается таким образом, чтобы при удвоенной девиации частоты рабочий участок амплитудно-частотной характеристики был линейным. В этом случае при изменении частоты ЧМ сигнала амплитуда напряжения на контуре $U_k(t)$ будет изменяться во времени в соответствии с законом модуляции $f(t)$ (рисунок 5).

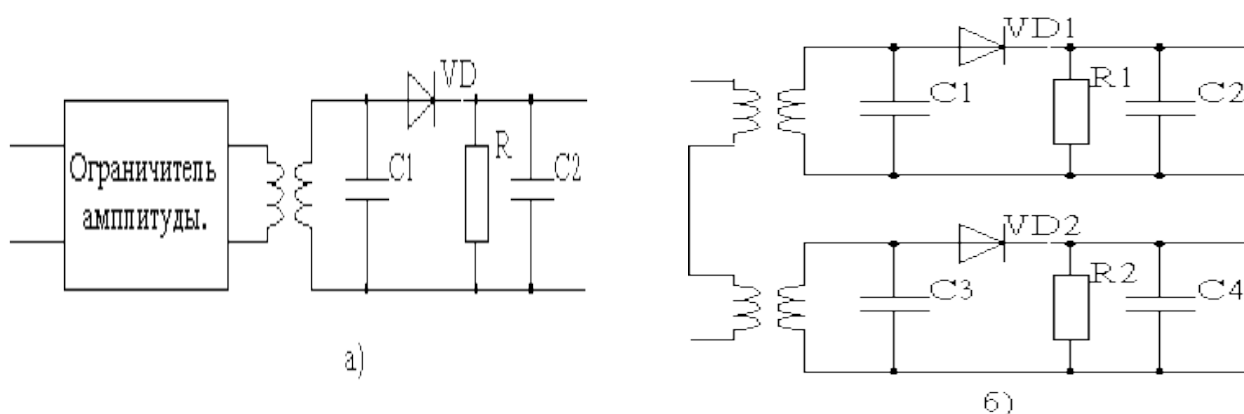


Рисунок 4 – Схемы простейшего (а) и дифференциального (б) ЧД

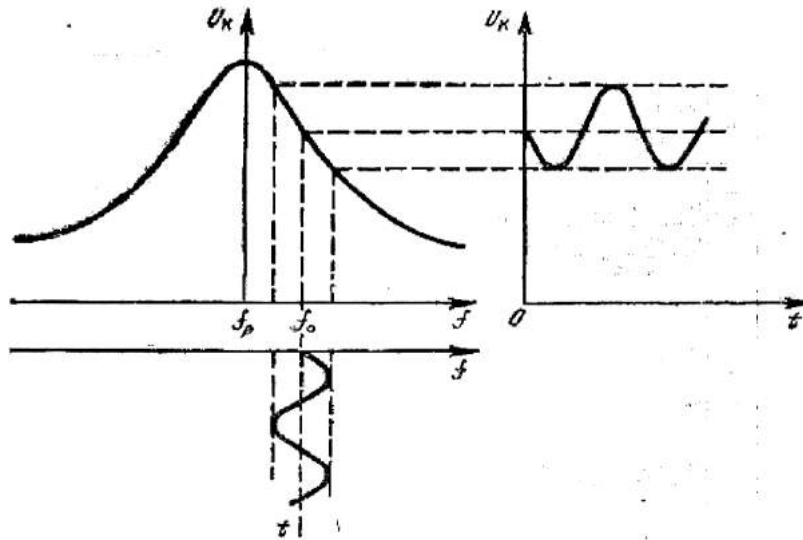


Рисунок 5 – К объяснению работы простейшего ЧД

Получившийся сигнал с изменяющейся амплитудой детектируется амплитудным детектором с RC-фильтром. Недостатком этой схемы является необходимость настройки контура на частоту, отличную от несущей ЧМ сигнала. Кроме того, резонансная кривая одиночного контура имеет небольшой линейный участок на скате характеристики. Из-за нелинейности склона резонансной кривой такие детекторы имеют большие нелинейные искажения.

В некоторой степени устранить этот недостаток позволяет схема дифференциального ЧД (рисунок 4, б). ЧМ сигнал подаётся одновременно на два контура: резонансные частоты $f_{p1} \neq f_{p2}$ выбираются таким образом, чтобы несущая частота f_0 располагалась на середине линейного участка характеристики. Сигналы АД противофазны и вычитаются (отсюда и название схемы), что позволяет уменьшить нелинейные искажения.

Недостатком рассмотренных схем (рисунок 4) является зависимость выходного сигнала от уровня высокочастотного ЧМ сигнала (рисунок б). Для устранения этого влияния применяют амплитудные ограничители.

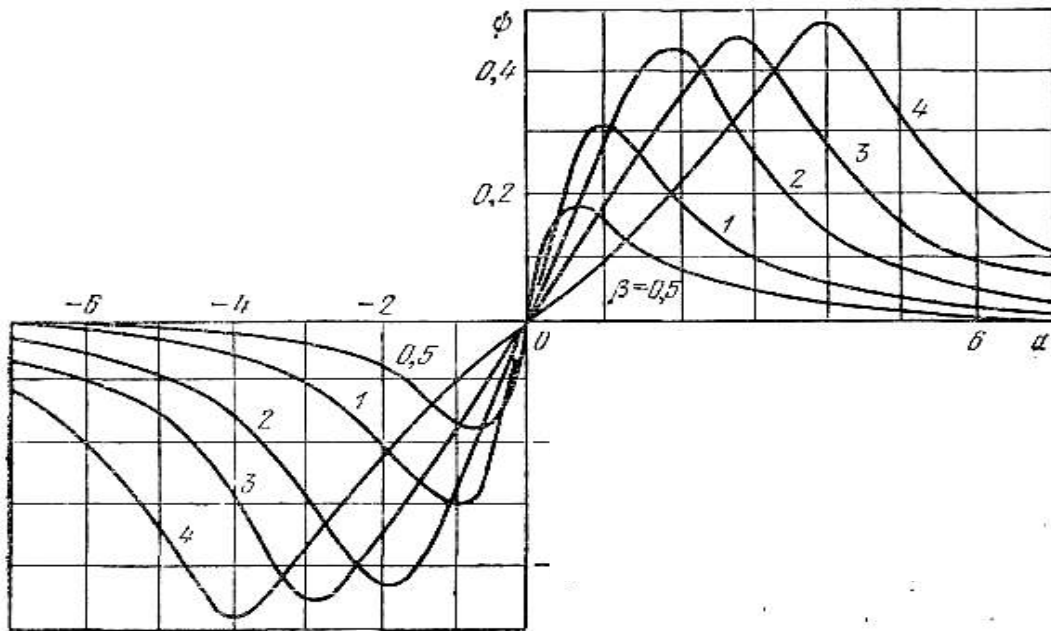


Рисунок 6 – Семейство характеристик двухконтурного ЧД

$\alpha = \frac{2\Delta f}{f_0} Q$ – относительная частота, Q – добротность контура, $\psi = \frac{U_{\Omega}}{N}$ – относительная амплитуда напряжения на выходе ЧД,

N – постоянный коэффициент, β – коэффициент связи контуров

Схемы ЧМ детекторов второго класса весьма слабо реагируют на изменение амплитуды сигнала и поэтому не содержат ограничителя. Эти схемы довольно широко применяются в приёмниках ЧМ сигналов, в устройствах автоматической подстройки частоты генераторов и др.

В этих схемах:

- 1) девиация частоты входного ЧМ колебания преобразуется в девиацию фазы другого напряжения;
- 2) девиация фазы преобразуется в амплитудную модуляцию напряжений, приложенных к диодам;
- 3) осуществляется амплитудное детектирование.

На рисунке 7 приведены схема фазочастотного дискриминатора и график зависимости выходного напряжения от частоты.

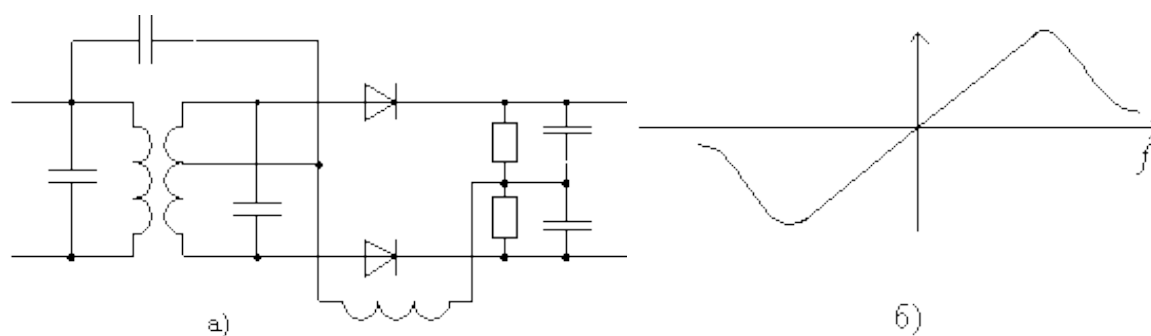


Рисунок 7 – Схема фазочастотного дискриминатора (а) и зависимость выходного напряжения от частоты (б)

4 Содержание работы и порядок выполнения

Собрать экспериментальную установку для исследования ЧМ сигналов, изображенную на рисунке 8.

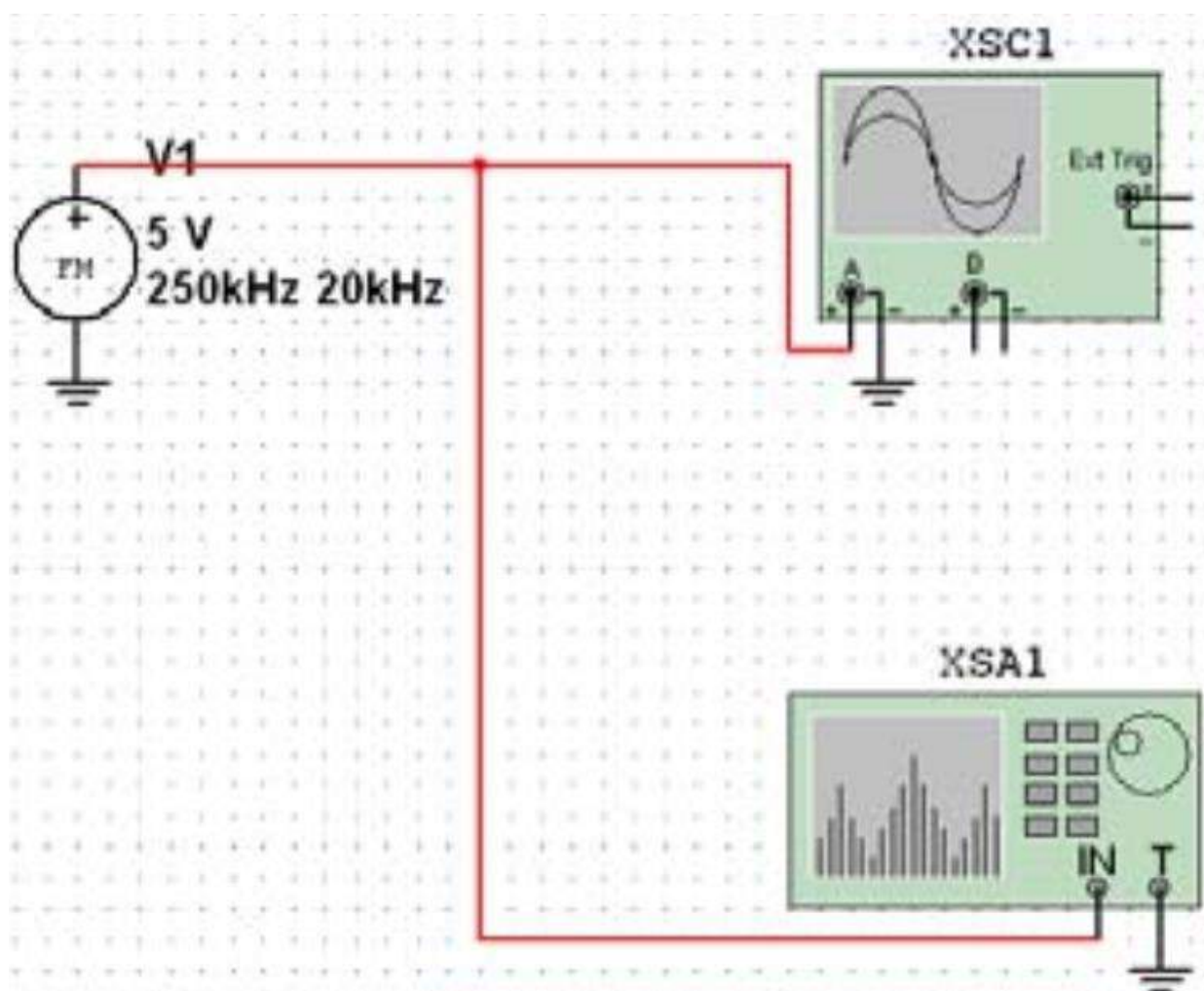


Рисунок 8 – Схема экспериментальной установки
V1 – частотный модулятор, XSA1 – анализатор спектра,
XSC1 – осциллограф

Для настройки амплитудного модулятора необходимо произвести двойной щелчок левой кнопкой мыши по функциональному блоку V1. Появляется диалоговое окно FM_VOLTAGE параметров амплитудного модулятора (рисунок 9).

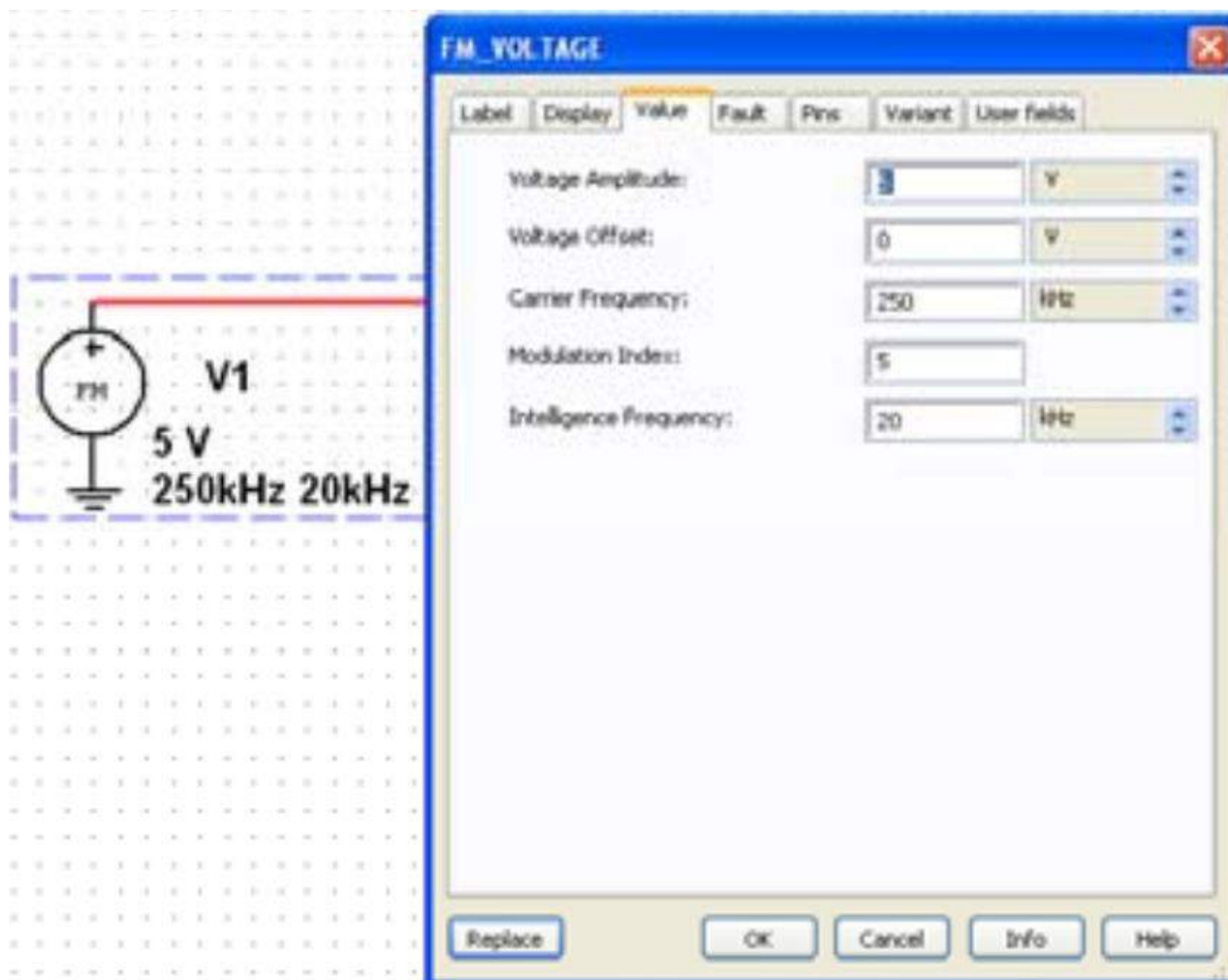


Рисунок 9 – Ввод параметров ЧМ напряжения

В появившемся окне панели AM_VOLTAGE во вкладке Value (Величина) ввести параметры АМ напряжения:

- амплитуда несущего колебания (CarrierAmplitude) $v_c = 5V$ ($U_0 = 5B$);
- частота несущего колебания (CarrierFrequency) $f_c = 250kHz$ ($f_0 = 250kHz$);
- индекс модуляции (ModulationIndex) $m=5$;
- частота модуляции (Intelligence Frequency) $F_M = 20 kHz$ ($F_M = 20 кГц$) колебания, имитирующего низкочастотный модулирующий сигнал.

Установите элементы регулировки анализатора спектра в положения (рисунок 10):

Диапазон частот (Span): 400 kHz.

Начало (Start): 50 kHz.

Граница (End): 250 kHz.

Чувствительность (Range): 0,3 V/Div (В/дел).

Разрешение (Resolution freq): 200 Hz.

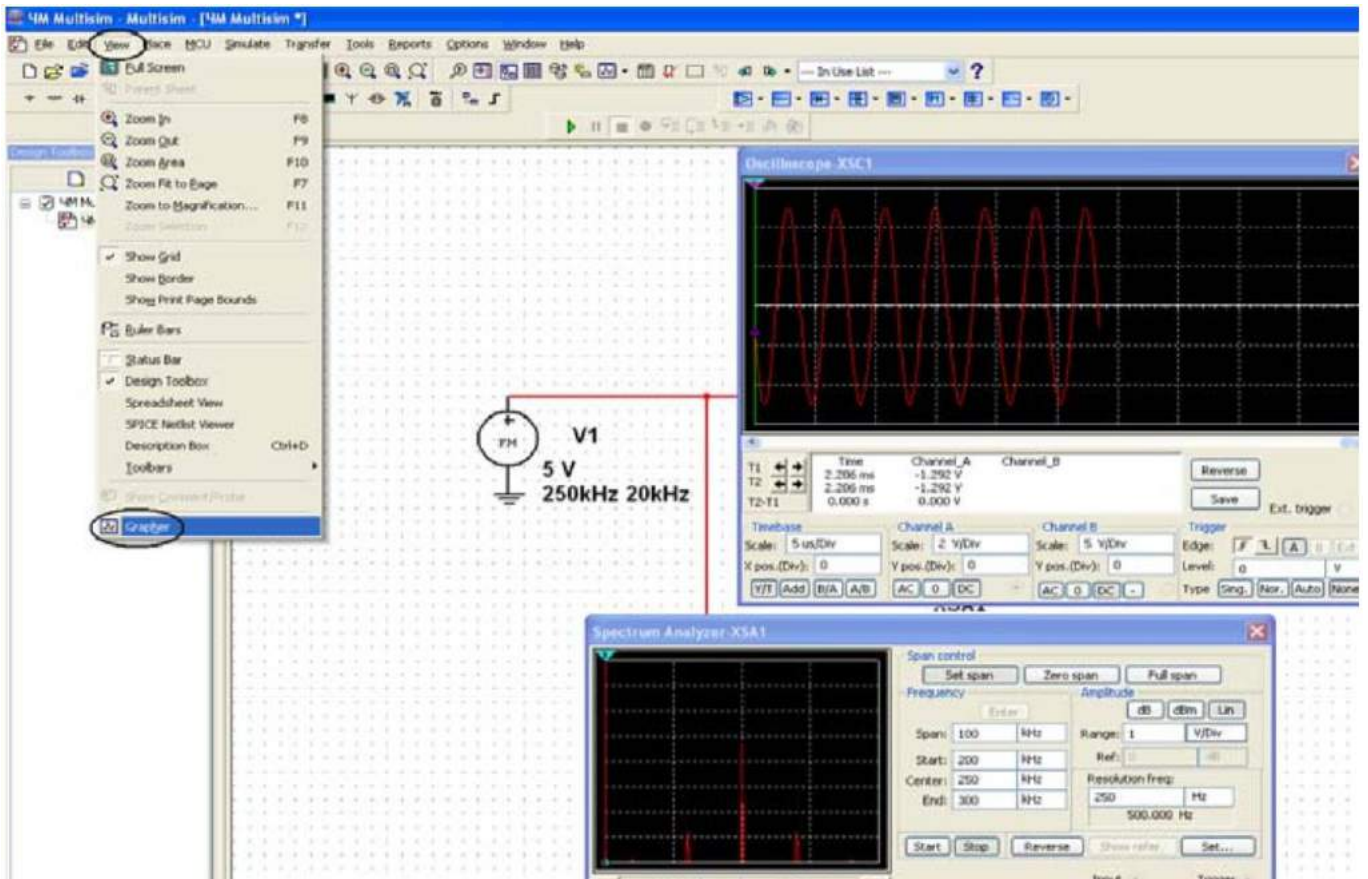
Вкладка Set: число точек разложения БПФ (FFTpoints): 8192.

Для запуска эксперимента необходимо щелкнуть левой кнопкой мыши по зеленому треугольнику Run панели Simulation или во вкладке Simulate. Зафиксируйте форму и спектр сигнала в соответствующем разделе отчета. Сделайте вывод о форме полученного ЧМ сигнала и его спектре.

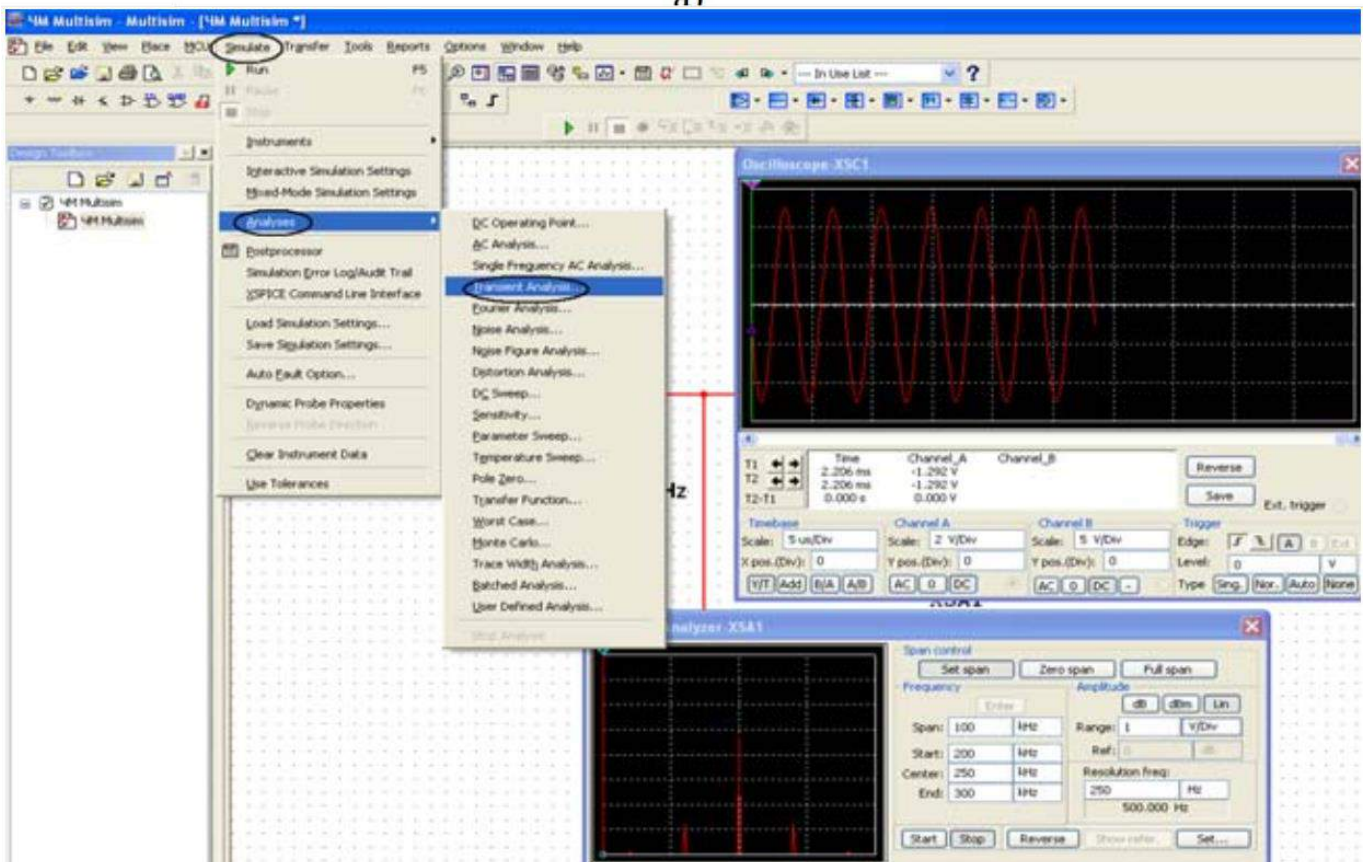
Повторите эксперимент при других коэффициентах и частотах модуляции ($m_{\text{ЧМ}} = 0,5; 2; 5; 10; F_{\text{М}} = 50$ кГц). При изменении параметров ЧМ сигнала положения элементов регулировки осциллографа и анализатора спектра необходимо изменять с учетом ожидаемых ширины спектра и уровней спектральных составляющих сигнала.

До сих пор контроль временных частотных характеристик исследуемых сигналов осуществлялся их наблюдением на экранах используемых виртуальных приборов (показанных на рисунке 10) после их открытия двойным щелчком левой кнопки мыши по пиктограмме выбранного прибора.

Возможен и весьма полезен вывод и накопление получаемых результатов с помощью самописца, включаемого выбором позиции Grapher выпадающего меню View (рисунок 10, а) или пункта Analises и подпункта TransientAnalises ... (Анализ переходных процессов) в меню Simulate (рисунок 10, б). При каждом запуске эксперимента кнопкой Run и его останове кнопкой Stop simulation в самописце формируются вкладки с результатами.



a)



б)

Рисунок 10 – Выбор видов вывода характеристик ЧМ напряжения

Для детального рассмотрения полученных результатов при нажатой левой кнопке мыши можно выделить интересующий фрагмент полученной характеристики, который будет показан более подробно в новом масштабе.

Полученные графики занесите в соответствующий раздел отчета.

Сделайте вывод о форме ЧМ сигнала и его спектре. Сравните полученные ЧМ сигналы с аналогичными кривыми, полученными в предварительном расчете.

5 Требования к оформлению отчёта по выполнению лабораторной работы

Отчёт набирается на компьютере в формате .doc или .rtf и печатается на одной стороне листа белой бумаги формата А4 (210×297).

Размеры полей:

- верхнее поле – 2 см;
- нижнее поле – 2 см;
- левое поле – 3 см;
- правое поле – 1,5 см;
- переплет – 0 см.

Выравнивание текста – по ширине. Шрифт – Times New Roman. Цвет шрифта – чёрный, размер шрифта – 14. Текст работы печатается с абзацного отступа 1,25 см. Междустрочный интервал – 1,5. Дополнительные отступы до и после абзацев не применяются.

Несложные формулы должны быть набраны с использованием команды «Вставка→Символ». Сложные формулы должны быть набраны в редакторе MathType 6.0 Equation.

Отчёт по выполнению лабораторной работы должен содержать:

- название предмета, номер и название лабораторной работы;
- фамилию и инициалы автора, номер группы;
- фамилию и инициалы преподавателя;
- цель работы;
- перечень используемого оборудования;
- последовательность действий при проведении исследований;
- вывод о проделанной работе;
- ответы на контрольные вопросы;
- дату выполнения и личную подпись.

Результаты различных измерений необходимо представить в виде нескольких самостоятельных таблиц и графиков. Каждая таблица и каждый график должны иметь свой заголовок и исходные данные эксперимента.

При выполнении численных расчетов надо записать формулу определяемой величины, сделать соответствующую численную подстановку и произвести вычисления.

6 Контрольные вопросы

1. Что такое индекс модуляции?
2. Как зависит спектральный состав однотонового ЧМ сигнала от индекса модуляции?
3. Как расположены спектральные компоненты однотонового ЧМ сигнала относительно несущей частоты?
4. Как связаны ширина спектра ЧМ сигнала и индекс модуляции?
5. Поясните различие амплитудной и частотной модуляций?
6. Каков принцип радиосвязи с использованием ЧМ?

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра космического приборостроения и систем связи



ИЗУЧЕНИЕ ПРИНЦИПОВ ВРЕМЕННОЙ ДИСКРЕТИЗАЦИИ АНАЛОГОВЫХ СИГНАЛОВ

Методические указания
по выполнению лабораторной работы
для студентов, обучающихся по специальности
10.05.02 «Информационная безопасность
телекоммуникационных систем»
по дисциплине «Теория электросвязи»

Курс 2023

УДК 621.391

Составители: Д.С. Коптев

Рецензент

Доктор технических наук, старший научный сотрудник,
заведующий кафедрой космического приборостроения и систем связи
В. Г. Андронов

Изучение принципов временной дискретизации аналоговых сигналов: методические указания по выполнению лабораторной работы / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Д.С. Коптев. – Курск, 2023. – 14 с.

Методические указания по выполнению лабораторной работы содержат краткие теоретические сведения о принципах временной дискретизации аналоговых сигналов, а также варианты заданий и примеры их выполнения.

Методические указания соответствуют учебному плану по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем», а также рабочей программе дисциплины «Теория электросвязи».

Предназначены для студентов, обучающихся по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем» очной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 08.08.2023. Формат 60x84/16.
Усл. печ. л. 0,81. Уч.-изд. л. 0,74. Тираж 100 экз. Заказ 742. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

1 Цель работы

Изучение методов дискретизации различных аналоговых сигналов и их моделирование с помощью программы NI Multisim, получение навыков использования данной программы для анализа временной дискретизации аналоговых сигналов.

2 Основные теоретические сведения

Процесс замены аналогового сигнала его дискретными отсчетами обычно через равные промежутки времени называется дискретизацией сигнала по времени.

Отсчеты дискретного сигнала определены для дискретных значений независимой переменной времени и представляются последовательностью чисел. Такую последовательность чисел можно записать в следующем виде:

$$u(k) = \{u(k)\} = \{ \dots, u(-2), u(-1), u(0), u(1), u(2), \dots \}, \quad -\infty < k < \infty.$$

Дискретный сигнал обычно изображают в виде графика, аналогичного приведенному на рисунке 1, а. Дискретный сигнал $u(k)$ определен только для целых значений k .

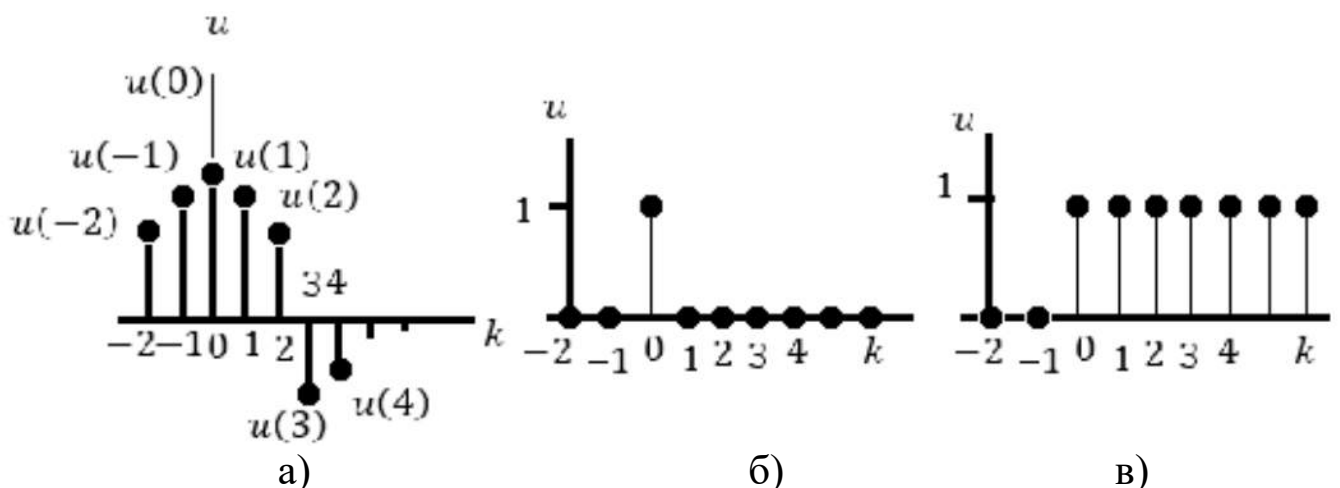


Рисунок 1 – Дискретный сигнал (а), дискретный единичный импульс (б), дискретная единичная импульсная функция (в)

Например, дискретный единичный импульс (рисунок 1, б) определяется следующей формулой:

$$\delta(k) = \begin{cases} 1, k = 0; \\ 0, k \neq 0. \end{cases}$$

Дискретная единичная ступенчатая функция (рисунок 1, в) определяется следующим образом:

$$1(k) = \begin{cases} 1, k \geq 0; \\ 0, k < 0. \end{cases}$$

Интервал времени T_d , через который берутся отсчеты аналогового сигнала, называется периодом дискретизации. Величина $F_d = 1/T_d$ называется частотой дискретизации. Значения дискретного сигнала в тактовые моменты называются отсчетами или выборками.

Для правильного выбора частоты или периода дискретизации следует использовать теорему Котельникова: аналоговый сигнал, не содержащий частот выше F_{max} , полностью определяется последовательностью своих значений в моменты времени, отстоящие друг от друга на

$$T_d \leq 1/(2F_{max}).$$

Если частота дискретизации достаточно большая и превышает частоту аналогового сигнала, то дискретные отсчеты позволят правильно восстановить аналоговый сигнал (рисунок 2, а).

Если частота дискретизации небольшая по сравнению с частотой аналогового сигнала, то в этом случае дискретные отсчеты могут не позволить правильно восстановить аналоговый сигнал (рисунок 2, б).

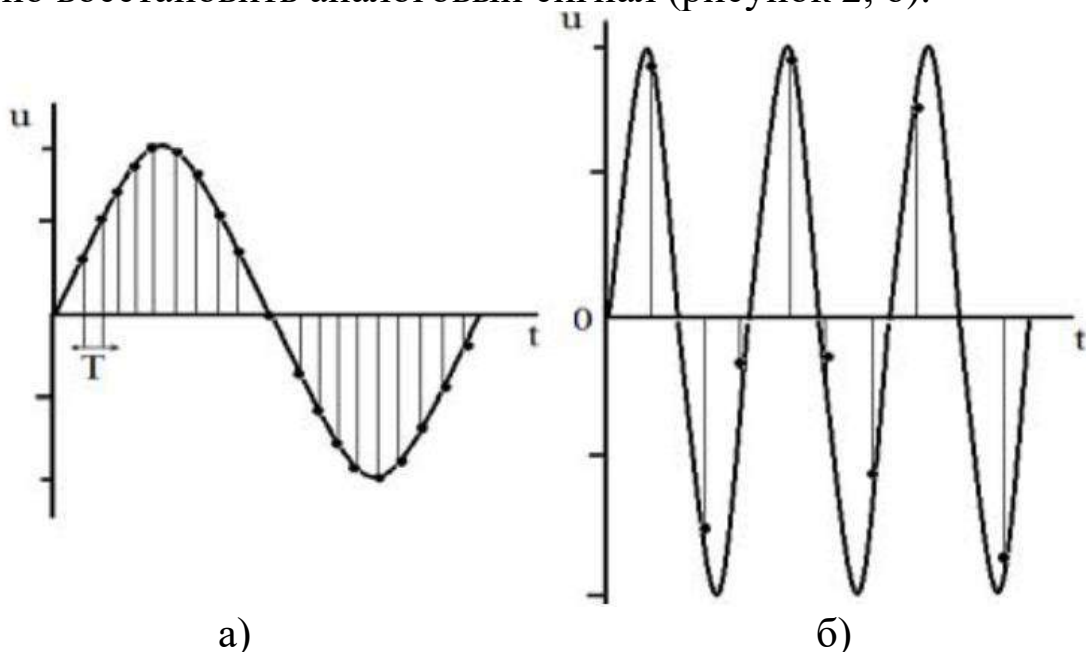


Рисунок 2 – Правильная (а) и неправильная (б) дискретизация сигнала

Если частота аналогового сигнала значительно больше частоты дискретизации, то наблюдается эффект ложной частоты (рисунок 3).

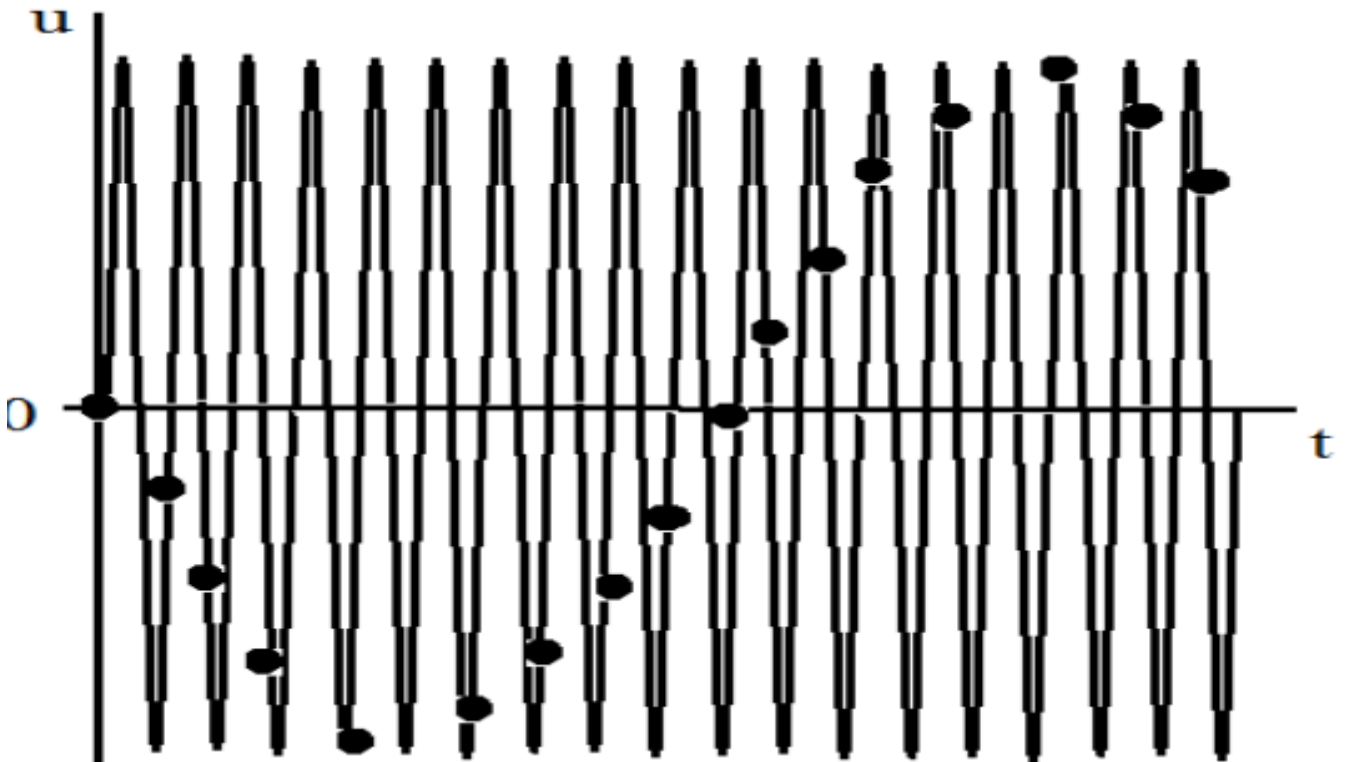


Рисунок 3 – Эффект ложной частоты

Как видно из этих графиков, неправильный выбор частоты дискретизации аналоговых сигналов может привести к потере информации, поскольку дискретный сигнал не учитывает поведения аналогового сигнала в промежутках между отсчетами. Так, в современных цифровых аудиосистемах частоту дискретизации выбирают с запасом по отношению к теоретическому пределу слышимости в 20 кГц равной 44,1 или 48 кГц. В студийной аппаратуре обычно используют частоты дискретизации 56, 96 или 192 кГц. Это делается для того, чтобы сохранить высокочастотные гармоники звукового сигнала, не воспринимаемые человеческим ухом, которые вносят заметный вклад в формирование общей звуковой картины. Частоту дискретизации для телефонных сигналов выбирают равной 8 кГц.

Получить дискретный сигнал из аналогового сигнала можно, применив принцип амплитудно-импульсной модуляции (АИМ). Импульсный модулятор можно представить как умножитель с двумя входами и одним выходом. На первый вход импульсного модулятора подается аналоговый сигнал, подлежащий дискретизации, на второй вход - последовательность коротких синхронизирующих импульсов, следующих во времени через

равные промежутки времени T_d (интервал дискретизации). На выходе образуется дискретный сигнал, величина выборок которого будет пропорциональна величине аналогового сигнала в точках отсчета (рисунок 4).

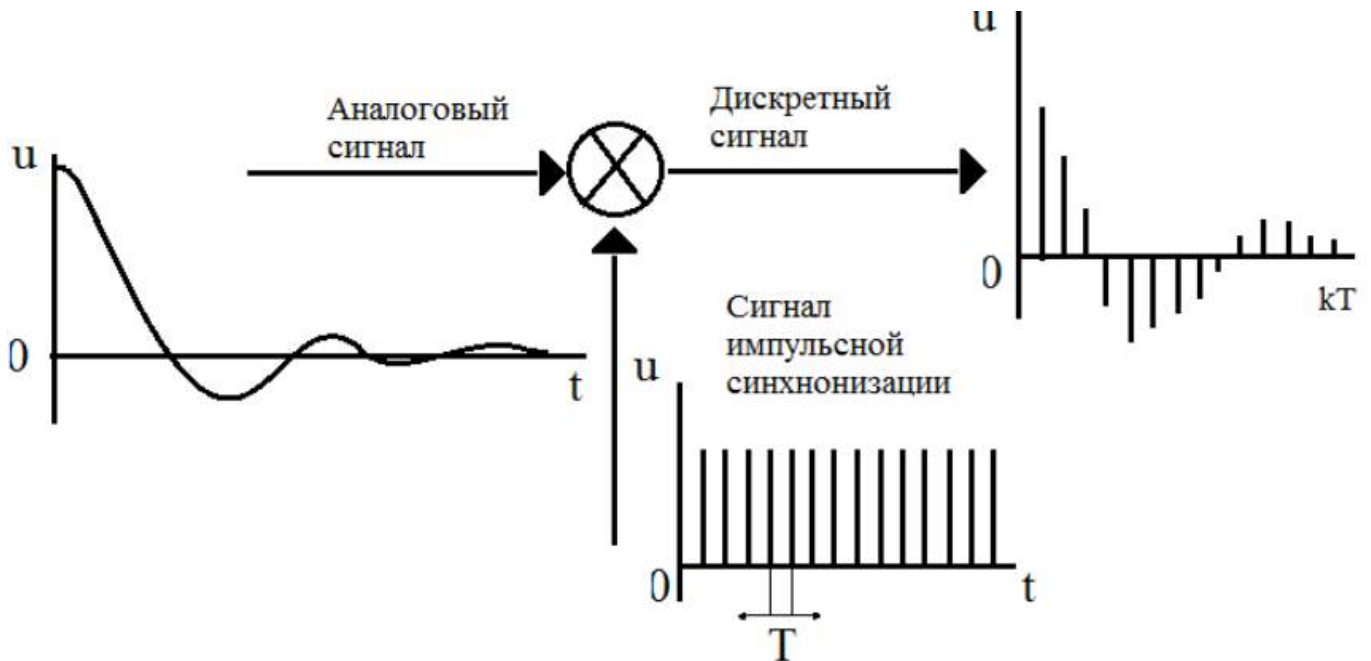


Рисунок 4 – Формирование дискретного сигнала из аналогового

Математическая модель дискретного сигнала может быть записана в следующем виде:

$$u(kT) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} u(nT)\delta(kT - nT),$$

где $T = T_d$; $\delta(kT - nT) = \begin{cases} 1, k = n; \\ 0, k \neq n. \end{cases}$

Заметим, что все члены данной суммы при $n \neq k$ равны нулю. Для изучения последовательности формирования дискретных сигналов проведем предварительный расчет процесса дискретизации аналоговых сигналов и моделирование процесса дискретизации с помощью ЭВМ.

3 Задание на лабораторную работу

Выполнить дискретизацию аналоговых сигналов (рисунок 5 – 9) на отрезке $t = [0; 1]$ мс, при $k = 0, 1, 2, \dots, 10$, где k – номера отсчетов и при

одинаковых интервалах между моментами времени. Результаты занести в таблицу 1.

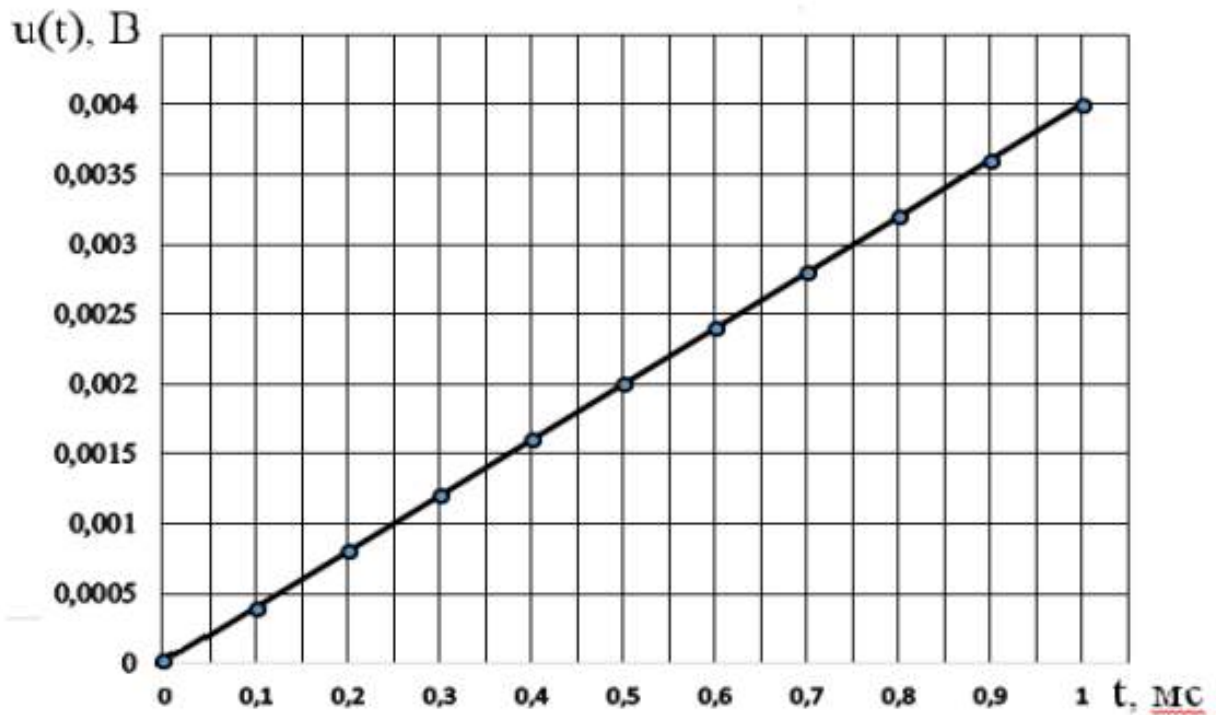


Рисунок 5 – Линейно – изменяющееся напряжение $u_1(t) = 4t$ [В]

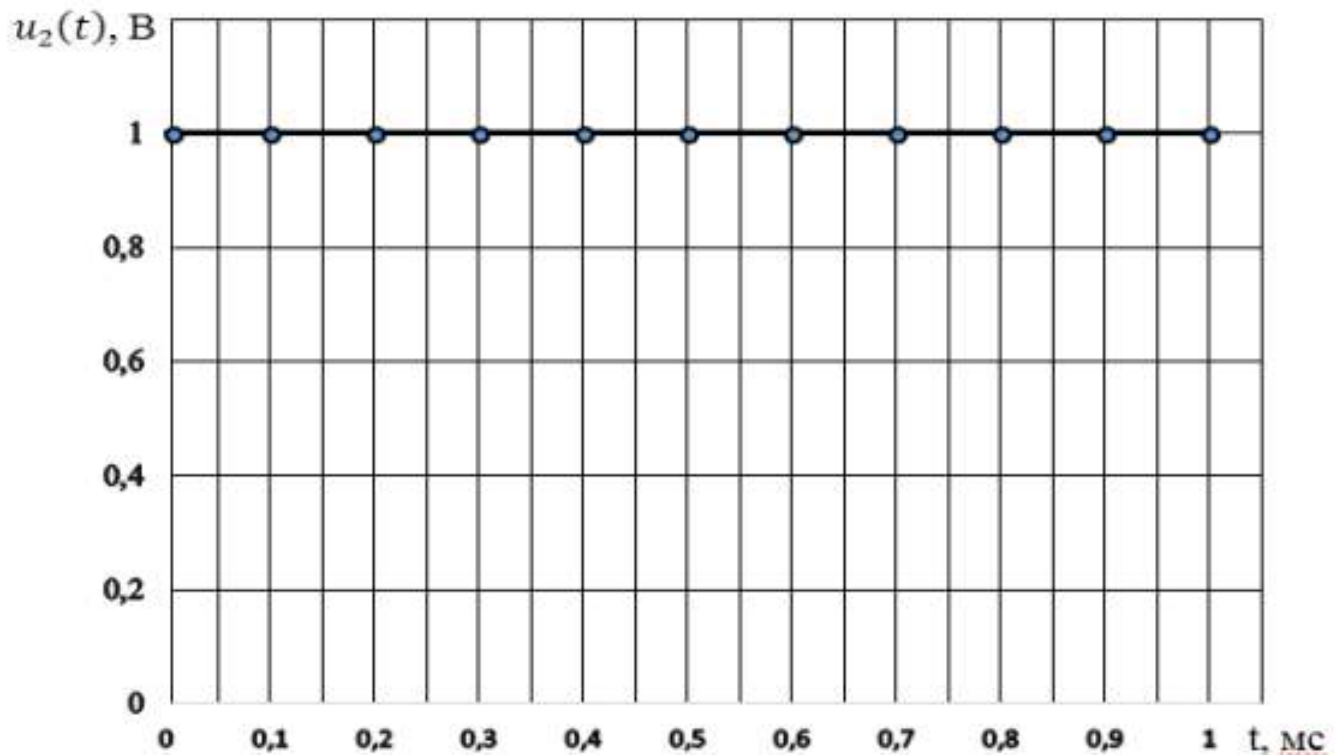


Рисунок 6 – Единичный сигнал $u_2(t) = 1$ В

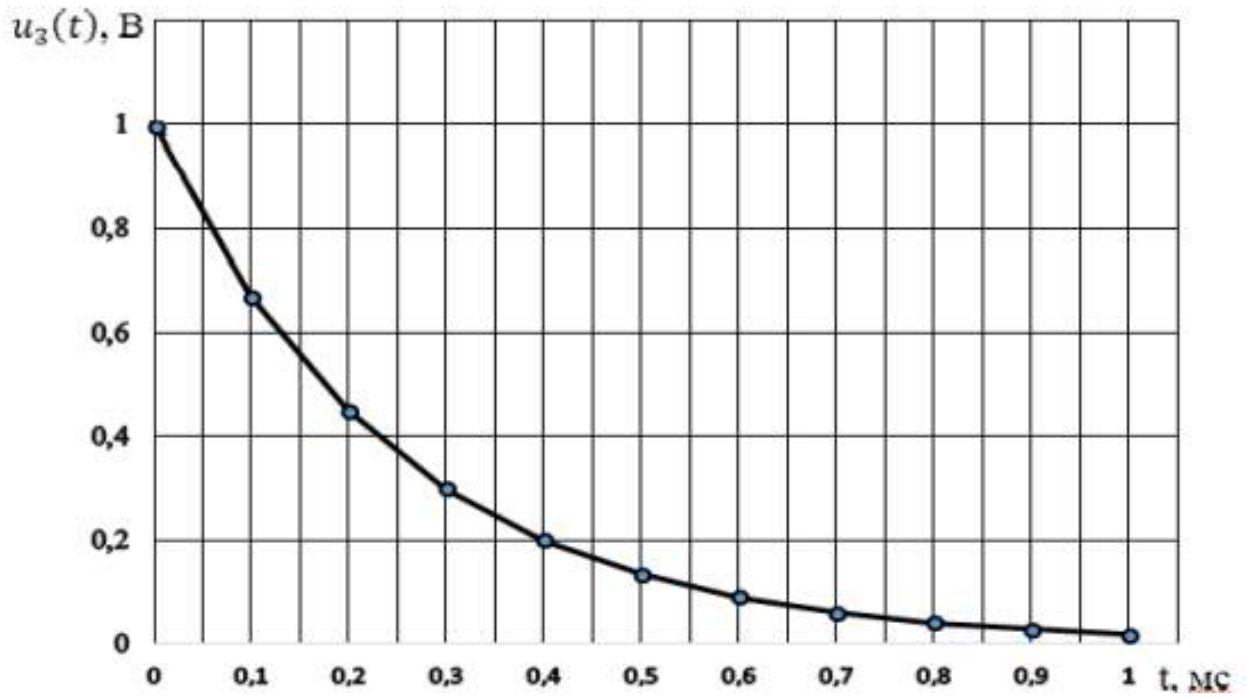


Рисунок 7 – Экспоненциальный сигнал $u_3(t) = \exp(-4 \cdot 10^3 t)$ В

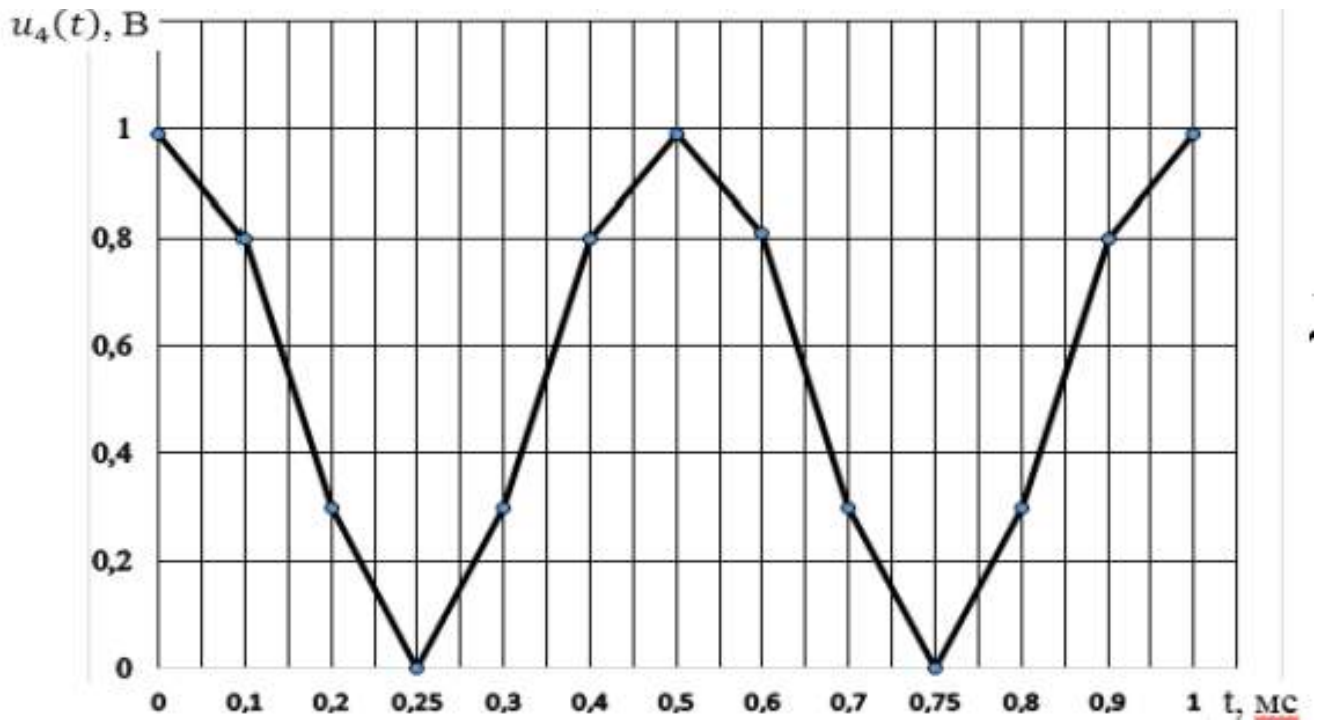


Рисунок 8 – Двухполупериодный сигнал $u_4(t) = |\cos(2\pi ft)|$ В

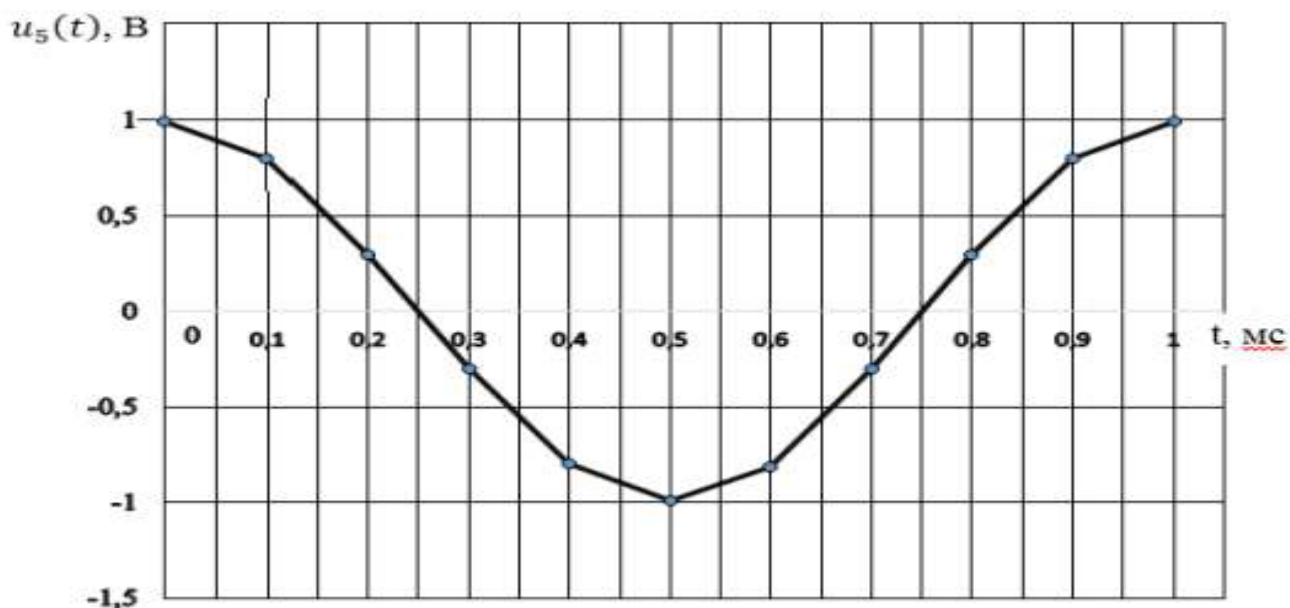


Рисунок 9 – Косинусоидальный сигнал $u_5(t) = \cos(2\pi ft)$ В

Таблица 1 – Результаты расчётов

По предварительному расчету						
k	t	$u_1(t)$	$u_2(t)$	$u_3(t)$	$u_4(t)$	$u_5(t)$
0						
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						

Дискретизация различных аналоговых сигналов осуществляется амплитудным импульсным модулятором (АИМ) (рисунок 10), реализованным в программе NI Multisim.

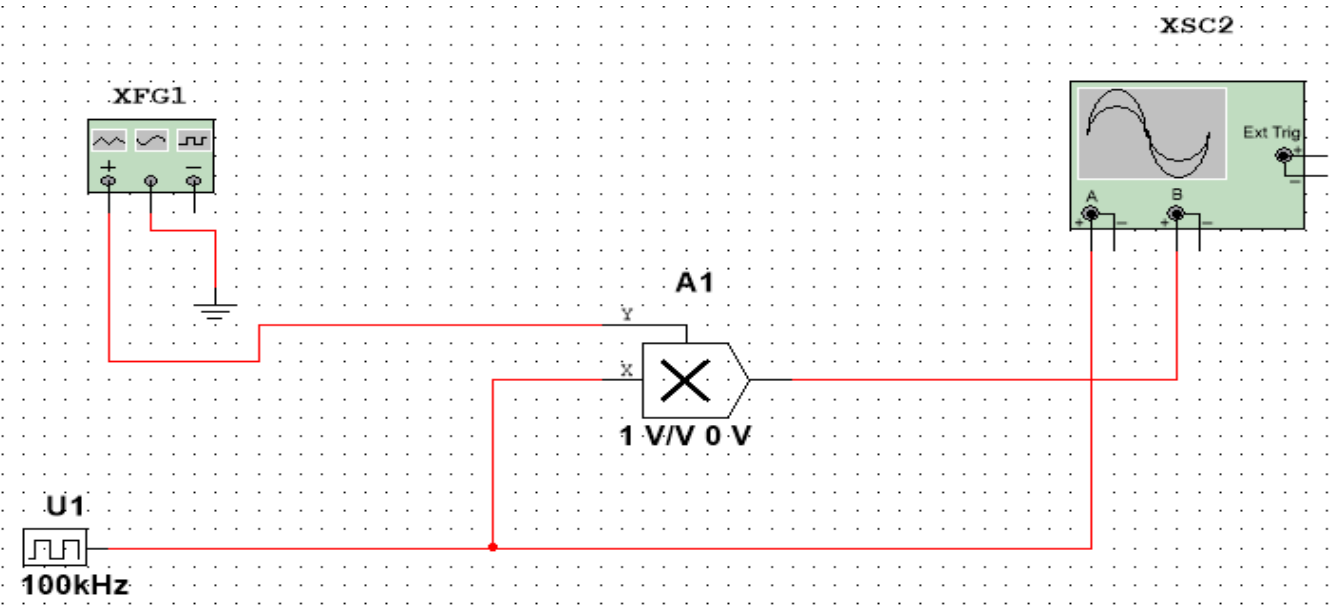


Рисунок 10 – Функциональная схема амплитудно – импульсного модулятора: XFG1 – функциональный генератор (источник аналогового сигнала); U1 – источник синхроимпульсов; A1 – двухвходовый умножитель; XSC1 – осциллограф

Параметры функционального генератора и источника синхроимпульсов настраиваются после щелчка правой кнопкой мыши по их условному обозначению (рисунок 11).

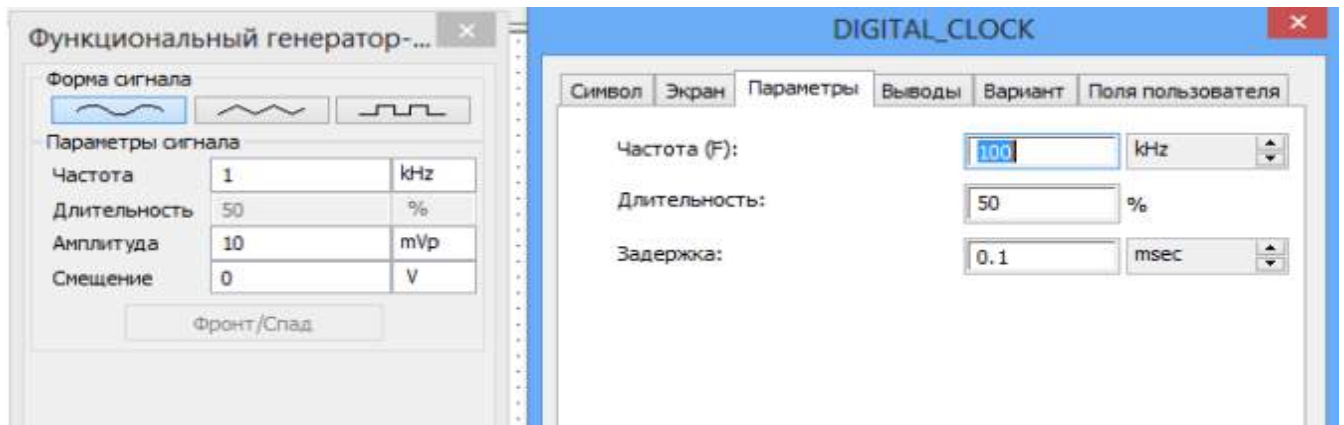


Рисунок 11 – Настройка параметров функционального генератора и источника синхроимпульсов

Запустив режим моделирования, с помощью осциллографа наблюдаем последовательность синхроимпульсов и дискретизированный аналоговый синусоидальный сигнал (рисунок 12). Аналогичным образом можно исследовать процесс дискретизации кусочно-линейно-изменяющегося

напряжения (ЛИН) – треугольного сигнала и кусочно-единичного сигнала, получаемых от функционального генератора.

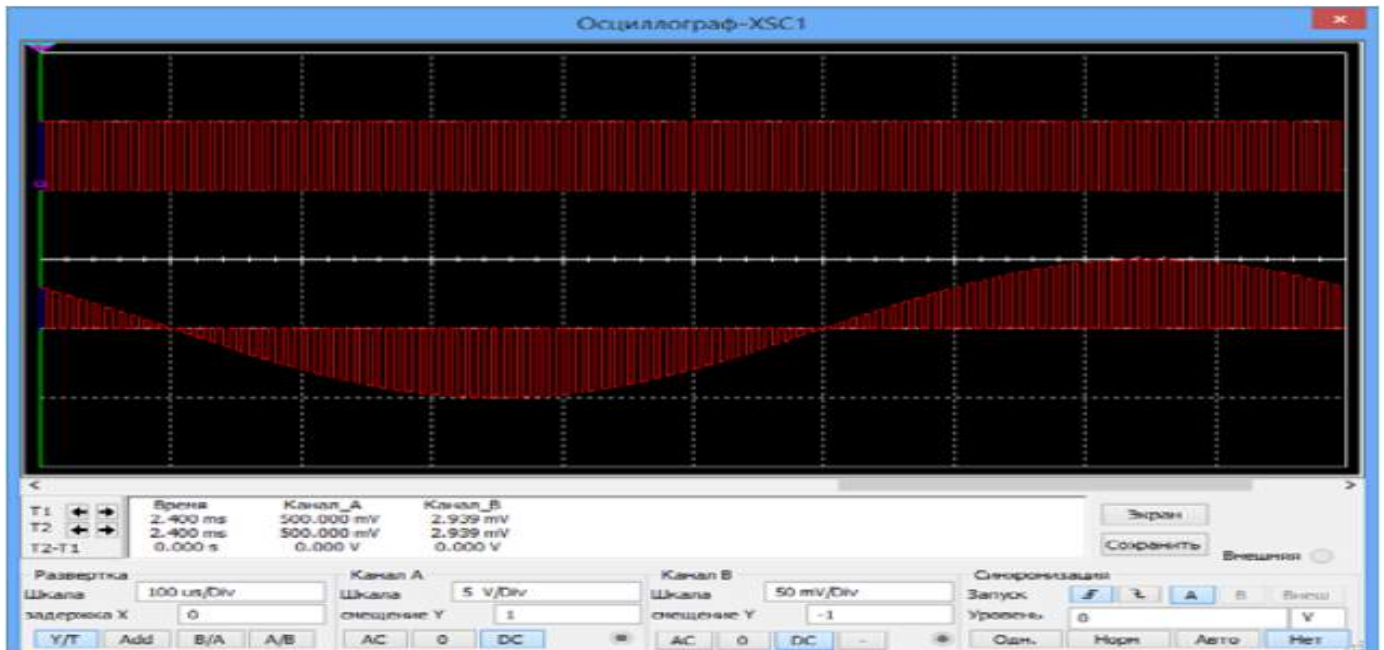


Рисунок 12 – Дискретизация аналогового синусоидального сигнала

Проявление эффекта ложной частоты исследуется с помощью той же схемы (рисунок 10) при увеличении частоты синусоидального сигнала до 30 кГц и 95 кГц (рисунок 13).

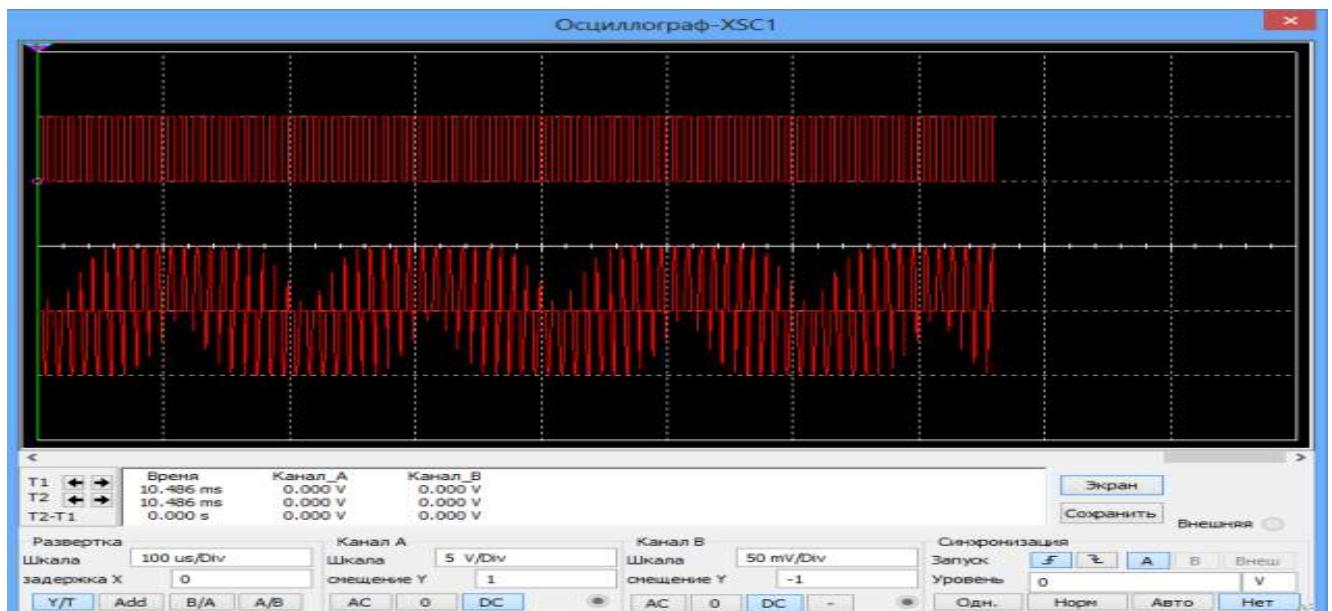


Рисунок 13 – Эффект ложной частоты

Скриншоты занесите в отчет и сделайте вывод о возможности восстановления данного аналогового сигнала. Для исследования дискретизации

аналоговых двухполупериодного и экспоненциального сигналов необходимо собрать вспомогательные схемы двухполупериодного выпрямителя (рисунок 14) и формирователя экспоненциального сигнала (рисунок 15).

Двухполупериодный выпрямитель состоит из трансформатора T1, двух диодов D1, D5 и резистора R3.

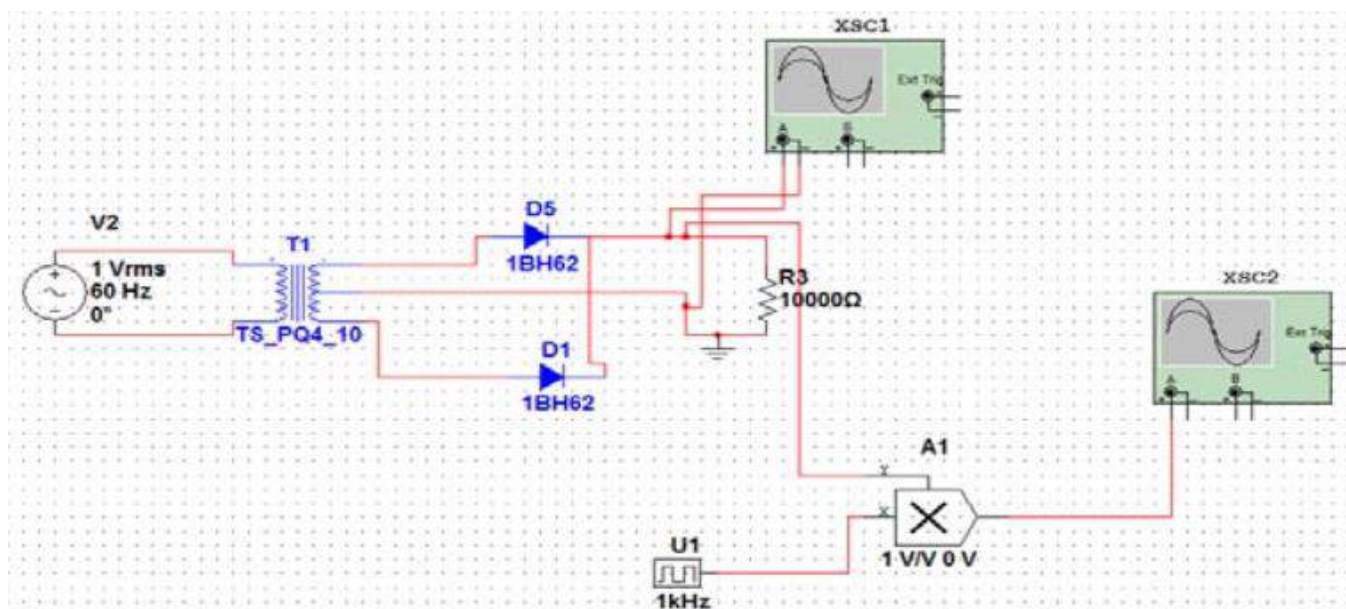


Рисунок 14 – Дискретизация двухполупериодного сигнала

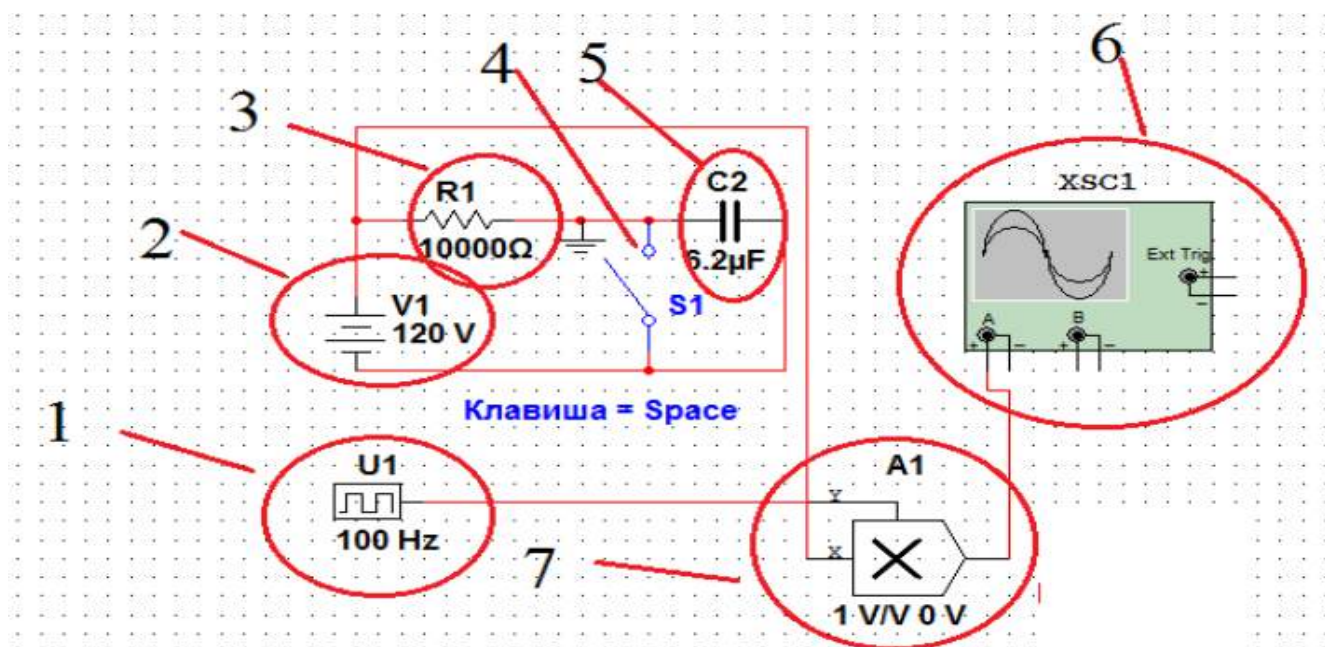


Рисунок 15 – Дискретизация экспоненциального сигнала:

- 1 – U1, источник синхроимпульсов;
- 2 – источника питания;
- 3 – резистор на $R1 = 10 \text{ кОм}$;
- 4 – ключ S1;
- 5 – конденсатор $C2 = 6,2 \text{ мкФ}$;
- 6 – XSC1, осциллограф;
- 7 – A1, двухвходовый умножитель

Полученные графики дискретизации двухполупериодного и экспоненциального сигналов в виде скриншотов занесите в отчет. Сделайте выводы о качестве дискретизации аналоговых сигналов и оцените правильность выбора частоты и периода дискретизации.

4 Требования к оформлению отчёта по выполнению лабораторной работы

Отчёт набирается на компьютере в формате .doc или .rtf и печатается на одной стороне листа белой бумаги формата А4 (210×297).

Размеры полей:

- верхнее поле – 2 см;
- нижнее поле – 2 см;
- левое поле – 3 см;
- правое поле – 1,5 см;
- переплет – 0 см.

Выравнивание текста – по ширине. Шрифт – Times New Roman. Цвет шрифта – чёрный, размер шрифта – 14. Текст работы печатается с абзацного отступа 1,25 см. Междустрочный интервал – 1,5. Дополнительные отступы до и после абзацев не применяются.

Несложные формулы должны быть набраны с использованием команды «Вставка→Символ». Сложные формулы должны быть набраны в редакторе MathType 6.0 Equation.

Отчёт по выполнению лабораторной работы должен содержать:

- название предмета, номер и название лабораторной работы;
- фамилию и инициалы автора, номер группы;
- фамилию и инициалы преподавателя;
- цель работы;
- перечень используемого оборудования;
- последовательность действий при проведении исследований;
- вывод о проделанной работе;
- ответы на контрольные вопросы;
- дату выполнения и личную подпись.

Результаты различных измерений необходимо представить в виде нескольких самостоятельных таблиц и графиков. Каждая таблица и каждый график должны иметь свой заголовок и исходные данные эксперимента.

При выполнении численных расчетов надо записать формулу определяемой величины, сделать соответствующую численную подстановку и произвести вычисления.

5 Контрольные вопросы

1. Какие системы называются дискретными?
2. Как происходит преобразование аналоговых сигналов в дискретные?
3. Что называют отсчетами аналоговых сигналов?
4. Как выбирается величина частоты (периода) дискретизации?
5. Почему частоту дискретизации нельзя выбрать произвольно?

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра космического приборостроения и систем связи



ИЗУЧЕНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

Методические указания
по выполнению лабораторной работы
для студентов, обучающихся по специальности
10.05.02 «Информационная безопасность
телекоммуникационных систем»
по дисциплине «Теория электросвязи»

Курс 2023

УДК 621.391

Составители: Д.С. Коптев

Рецензент

Доктор технических наук, старший научный сотрудник,
заведующий кафедрой космического приборостроения и систем связи

В. Г. Андронов

Изучение особенностей цифровой обработки сигналов: методические указания по выполнению лабораторной работы / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Д.С. Коптев. – Курск, 2023. – 9 с.

Методические указания по выполнению лабораторной работы содержат краткие теоретические сведения о методах цифровой обработки аналоговых непрерывных сигналов, а также варианты заданий и примеры их выполнения.

Методические указания соответствуют учебному плану по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем», а также рабочей программе дисциплины «Теория электросвязи».

Предназначены для студентов, обучающихся по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем» очной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 08.08.2023. Формат 60x84/16.
Усл. печ. л. 0,52. Уч.-изд. л. 0,47. Тираж 100 экз. Заказ 729. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

1 Цель работы

Изучение эффектов, возникающих при преобразовании аналогового сигнала в цифровую форму.

2 Средства, используемые при выполнении лабораторной работы

Лабораторная работа выполняется на персональном компьютере в среде «MATLAB» и «SIMULINK».

3 Порядок выполнения лабораторной работы

Лабораторная работа состоит из четырех частей. В первой части изучаются эффекты, возникающие при дискретизации аналогового сигнала. Во второй части рассматриваются случаи дискретизации импульсных сигналов. В третьей и четвертой частях изучаются шумы квантования, возникающие при аналого-цифровом и цифро-аналоговом преобразовании для различных методов квантования с усечением и округлением.

3.1 Изучение эффектов наложения возникающих при дискретизации

Для проведения эксперимента, необходимо собрать схему из типовых элементов, используя при этом браузер библиотеки Simulink, рисунок 1. Схема, используется для изучения эффектов наложения спектра возникающих при дискретизации аналогового сигнала на примере гармонических колебаний имеющих разные частоты, рисунок 2.

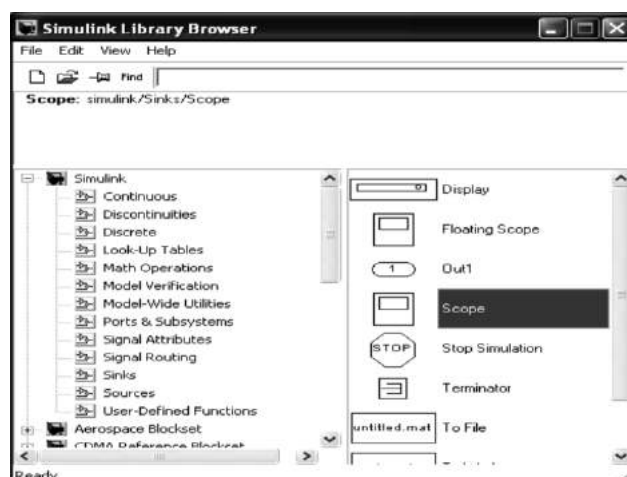


Рисунок 1 – Окно браузера библиотеки Simulink

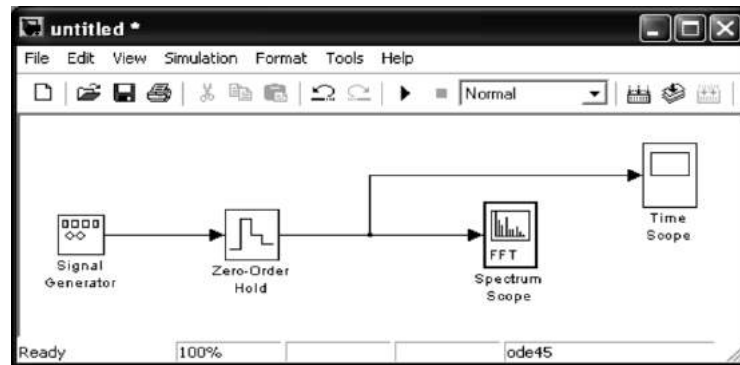


Рисунок 2 – Схема для изучения эффектов наложения при дискретизации аналогового сигнала

Провести настройку генератора сигналов, выбрав вид сигнала SIN, амплитуду выходного сигнала 1 вольт и частоту 1 кГц. Настроить экстраполятор нулевого порядка (Zero-Order Hold) на частоту дискретизации 48 кГц, рисунок 3.



Рисунок 3 – Окно настройки параметров экстраполятора нулевого порядка

Далее необходимо настроить осциллограф, рисунок 4, причем во вкладке "история данных" ("Data history") необходимо убрать галочку ограничения объема отображаемых точек.

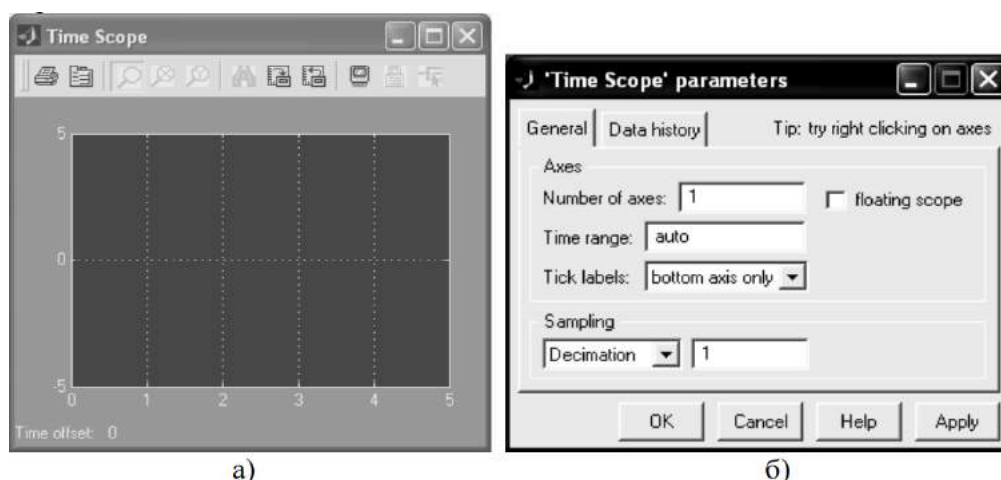


Рисунок 4 – Окна осциллографа: а) – основное окно; б) – окно настройки

Анализатор спектра необходимо настроить, как показано на рисунке 5, выбрав размер входного буфера (Buffer size) 4096, перекрытие буферов (Buffer overlap) 64 и длину БПФ (FFT Length) 4096.

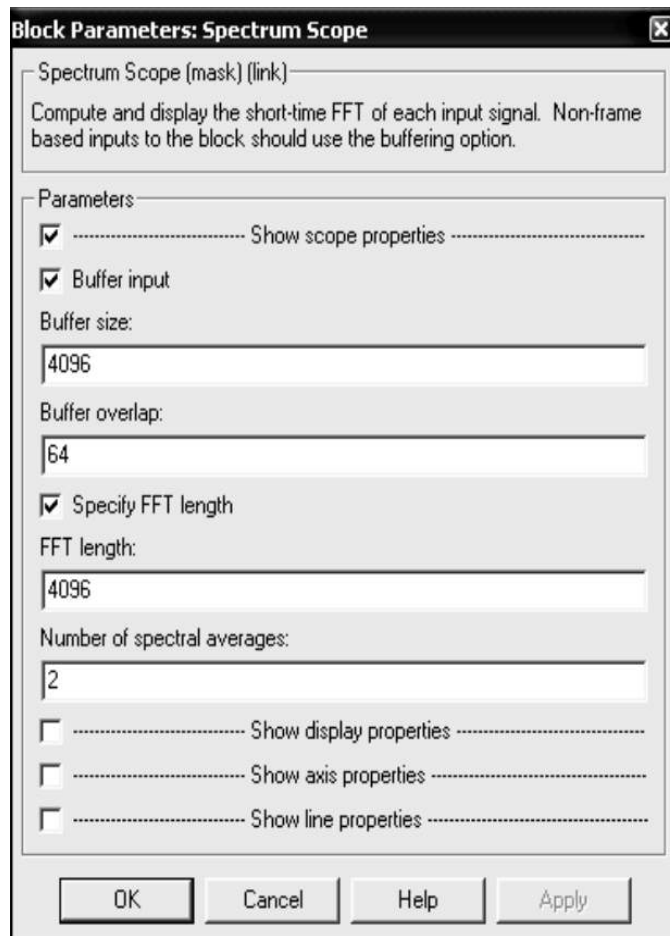


Рисунок 5 – Окно настройки спектроанализатора

Запустив схему на выполнение необходимо посмотреть сигнал, получаемый в окнах Time Scope и Spectrum Scope. После чего требуется провести эксперимент для частот в диапазоне от 1 кГц до 96 кГц, с шагом 20 кГц. Отобразить получаемые результаты с объяснениями в отчете.

3.2 Изучение влияния ограничения спектра аналогового сигнала при дискретизации

Собрать схему, изображённую на рисунке 6. Провести настройку генератора импульсных сигналов (Pulse Generator) выбрав амплитуду импульсов 1 вольт частоту следования 1КГц и длительность импульса 20%.

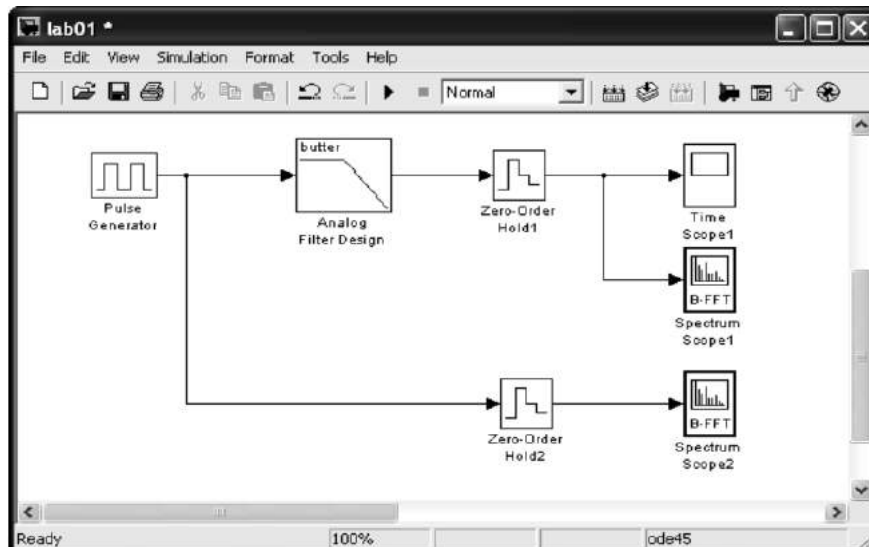


Рисунок 6 – Схема для изучения влияния ограничения спектра аналогового сигнала при дискретизации

Настроить аналоговый противомаскировочный фильтр (Analog Filter Design) рисунок 7 выбрав в качестве характеристики фильтра характеристику Батерворта, порядок 16 частоту среза 10 кГц.

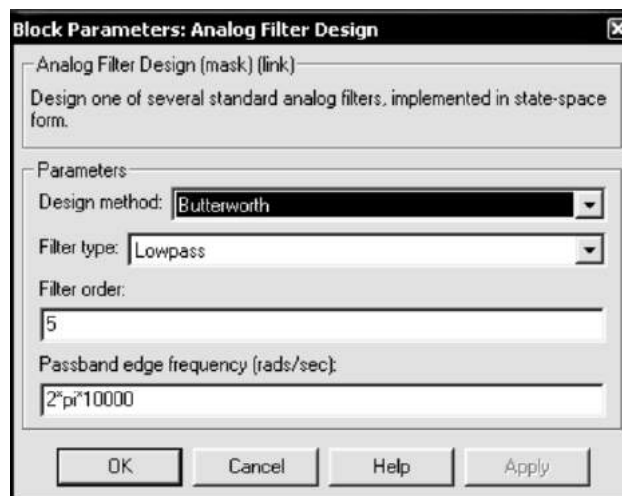


Рисунок 7 – Окно настройки аналогового фильтра

Запустить схему. Сравнить спектры, получаемые до аналогового фильтра и после него. Сделать эксперимент для различных частот среза фильтра, его характеристики и порядка. В качестве частот среза выбрать значения 2, 5 и 10 кГц. Эксперимент провести для фильтров с характеристиками Чебышева и Эллиптической. Порядок фильтра выбрать равным: 16, 8 и 2. Полученные результаты с объяснениями отразить в отчете. Привести теоретический спектр сигнала, используемый в эксперименте. Привести формулу, по которой производится расчет его гармоник.

3.3 Изучение квантования методом усечения

Собрать схему 3, приведенную на рисунке 8. Провести настройку генератора сигналов, выбрав вид сигнала SIN, амплитуду выходного сигнала 1 вольт и частоту 10Гц.

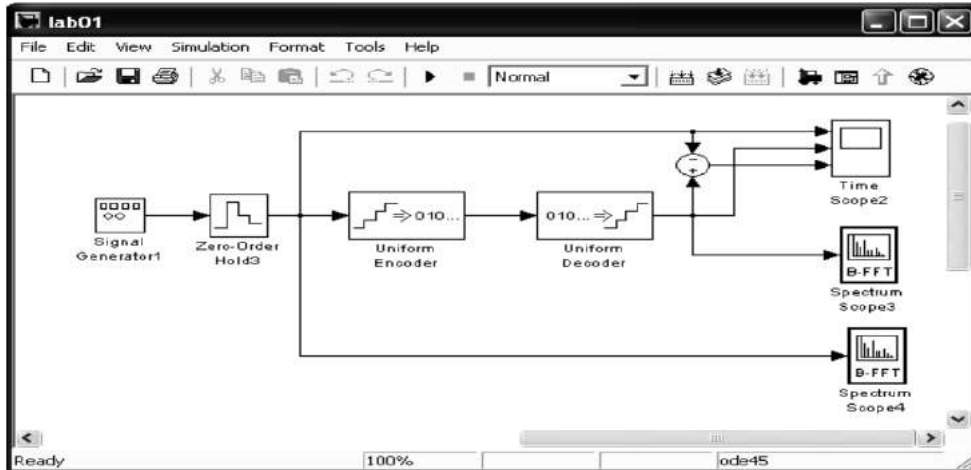
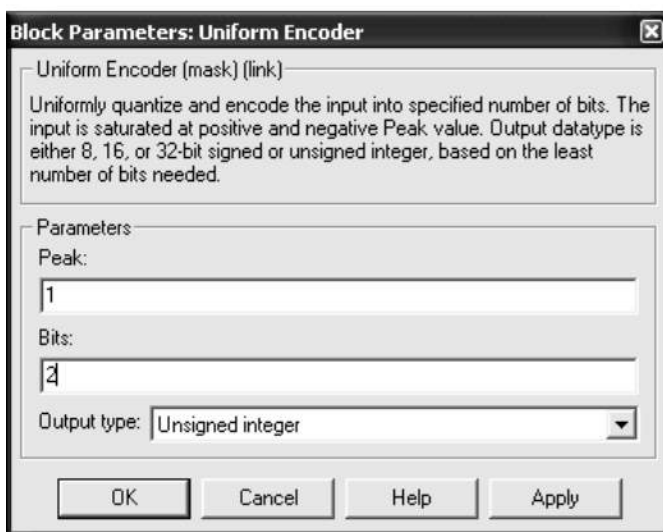
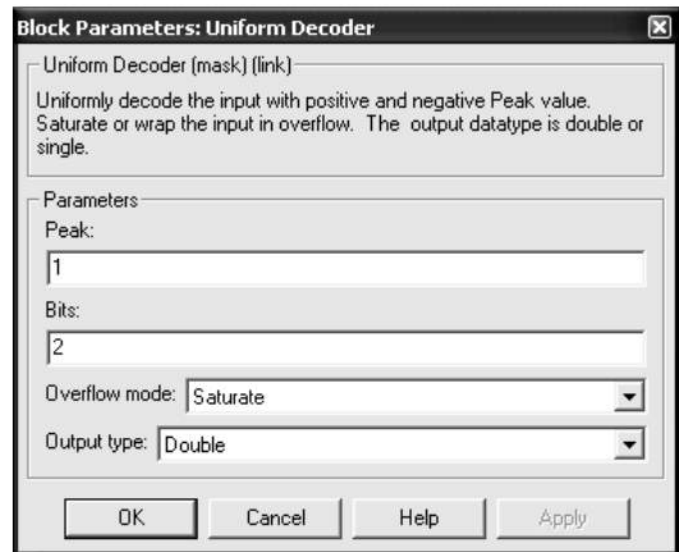


Рисунок 8 – Схема используемая для изучения квантования методом усечения

Далее необходимо установить частоту дискретизации 1кГц. Сделать длительность симуляции 10 секунд. Для проведения исследований необходимо выбрать разрядность АЦП (Uniform Encoder) и ЦАП (Uniform Decoder) 2 разряда, рисунок 9.



а)



б)

Рисунок 9 – Окна настройки АЦП И ЦАП: а) окно настройки АЦП; б) окно настройки ЦАП

Запустить модель. Проанализировать полученные результаты. Провести эксперимент для значений разрядности 4, 8, 16. Все полученные результаты с объяснениями привести в отчете.

3.4 Изучение квантования методом округления сигнала

Собрать схему 4, приведенную на рисунке 10. Провести настройку генератора сигналов, выбрав вид сигнала SIN, амплитуду выходного сигнала 1 вольт и частоту 10Гц.

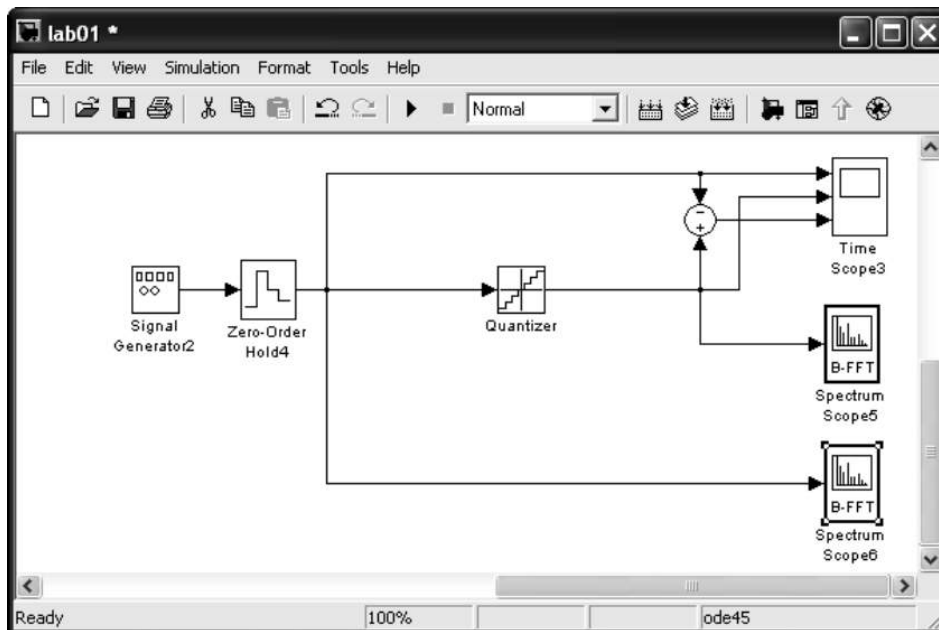


Рисунок 10 – Схема для изучения квантования сигналов округлением

Установить частоту дискретизации 1 кГц. Сделать длительность симуляции 10 секунд. Выбрать число уровней квантования, как показано на рисунке 11.

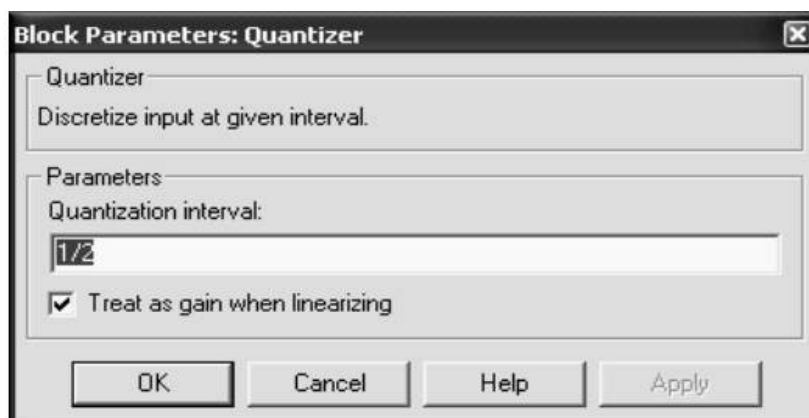


Рисунок 11 – Окно настройки квантователя

Запустить модель. Проанализировать полученные результаты. Провести эксперимент для значений числа уровней квантования равных 2, 8 и 16. Полученные результаты с объяснениями привести в отчете.

4 Контрольные вопросы

1. Какие преобразования сигналов имеют место в системе цифровой обработки аналоговых сигналов?
2. Что такое дискретный сигнал и дискретная последовательность?
3. В чем заключается взаимосвязь и отличие спектров дискретного и аналогового сигналов?
4. Можно ли по известному спектру дискретного сигнала найти спектр соответствующего ему аналогового сигнала?
5. Как по известному спектру аналогового сигнала определить спектр соответствующего ему дискретного сигнала?
6. В чем заключается и как проявляется наложение спектров при дискретизации сигналов?
7. Из каких условий выбирается частота дискретизации аналоговых сигналов?
8. Каким образом могут быть уменьшены искажения, связанные с дискретизацией сигнала?
9. Покажите, как преобразуется спектр периодического сигнала при дискретизации с частотой, меньшей частоты сигнала?
10. Как изменяется спектр сигнала при цифроаналоговом преобразовании?
11. Как зависят искажения восстановления сигнала от частоты дискретизации и максимальной частоты его спектра в основной полосе?
12. Как определяется погрешность квантования дискретного квантованного сигнала?
13. Каков алгоритм преобразования дискретного квантованного сигнала в цифровой (алгоритм цифрового кодирования)?
14. При каком условии цифровой и дискретный сигналы математически адекватны?
15. Как выражаются погрешности квантования для цифрового сигнала, представленного в дробном формате?
16. Как определяется автокорреляционная функция и спектральная плотность шума квантования АЦП?
19. Из каких условий выбирается необходимая разрядность АЦП?

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра космического приборостроения и систем связи

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
О.Г. Локтионова
« 8 » 08 2023 г.



ИЗУЧЕНИЕ ЛАБОРАТОРНЫХ СТЕНДОВ И ВСПОМОГАТЕЛЬНОГО ОБОРУДОВАНИЯ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Методические указания
по выполнению лабораторных работ
для студентов, обучающихся по специальности
10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных
систем» по дисциплине «Теория электросвязи»

Курск 2023

УДК 621.391

Составители: Д.С. Коптев

Рецензент:

Доктор технических наук, старший научный сотрудник,
заведующий кафедрой космического приборостроения и систем связи
В. Г. Андронов

Изучение лабораторных стендов и вспомогательного оборудования для выполнения лабораторных работ: методические указания по выполнению лабораторных работ / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Д.С. Коптев. Курск, 2023. – 16 с.

Методические указания по выполнению лабораторных работ содержат краткие теоретические сведения о лабораторных установках, правила выполнения лабораторных работ по курсу «Теория электросвязи», а также требования к оформлению отчёта по выполнению лабораторных работ.

Методические указания соответствуют учебному плану по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем», а также рабочей программе дисциплины «Теория электросвязи».

Предназначены для студентов, обучающихся по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем» очной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 08.08.2023. Формат 60x84/16.
Усл. печ. л. 0,93. Уч.-изд. л. 0,84. Тираж 100 экз. Заказ 722. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

1 Краткое описание лабораторного стенда

Лабораторный стенд представляет собой прямоугольный блок с габаритами (1200x370x280мм), установленный на полке рабочего стола (рисунок 1).

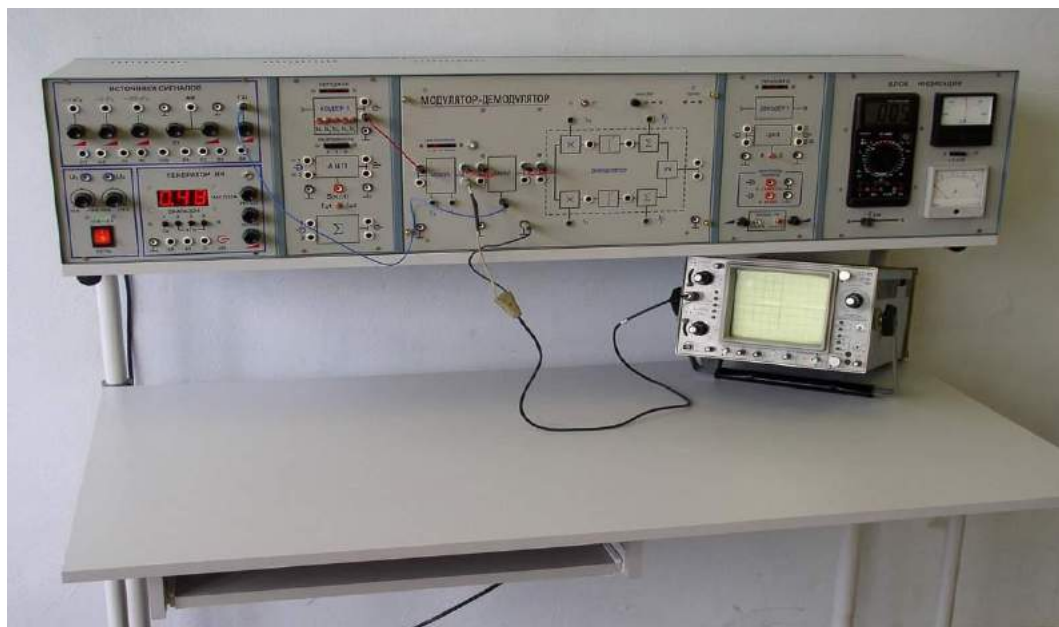


Рисунок 1 – Общий вид лабораторной установки

Стенд содержит ряд функциональных узлов, моделирующих функциональную схему систем связи, а также все необходимые источники сигналов и измерительные приборы, а именно (слева направо):

- источники сигналов;
- блоки КОДЕР-1, АЦП и сумматор;
- сменные блоки (в середине стенда), содержащие исследуемые функциональные узлы, гнезда контрольных точек, необходимые органы управления и индикации;
- светодиодные табло переданного и принятого сообщения, ЦАП и блок контроля ошибок;
- блок индикации, в котором расположены измерительные приборы постоянного и переменного напряжения, а также движковый потенциометр напряжения смещения.

В блоке ИСТОЧНИКИ СИГНАЛОВ находятся:

- генераторы гармонических сигналов с частотами 1 кГц, 2 кГц и 110 кГц с регуляторами выходного напряжения от 0 до 1,5 В

(точные значения частот зависят от номинала кварцевого резонатора, используемого в данной модификации стенда);

- амплитудный модулятор с несущей частотой 110 кГц и частотой модулирующего сигнала 1кГц. Уровень несущей и глубина модуляции (m) регулируются в пределах от 0 до 1,5 В и от 0 до 1 В соответственно;

- генератор шума (ГШ) с регулируемым выходным уровнем (квазибелый шум в полосе частот от 10 Гц до 100 кГц);

- генераторы импульсных сигналов тактовой (C_1) и цикловой (C_2) синхронизации. Для C_1 период равен $T = 450$ мкс (тактовый интервал). Для $C_2 - T_{ц} = 17T$. Сигналы используются для внешней синхронизации осциллографа;

- генераторы гармонических сигналов f_1 и f_2 , используемые для получения дискретных видов модуляции: $f_1 = 27$ кГц, $f_2 = 18$ кГц;

- генератор сигнала « δ -функции» – сигнала прямоугольной формы длительностью $t_{и} = 5$ мкс и периодом $17T$; амплитуда импульсов не менее 5 В;

- генераторы сигналов сложной формы $S_1 - S_3$, состоящих из двух гармоник основной частоты 2 кГц;

- генератор сигнала S_4 , состоящего из суммы сигналов с частотами первой (23 Гц) и третьей (69 Гц) гармоник (для исследования АЦП);

- регулируемые источники постоянных напряжений U_1 и U_2 (пределы регулировки от минус 10 до плюс 10 В);

- диапазонный низкочастотный генератор с плавной и ступенчатой регулировкой уровня выходного сигнала в диапазоне от 0 до 5В эфф.). Индикация частоты (в пределах от 20 Гц до 160 кГц) производится по встроенному цифровому частотомеру.

Сигналы всех источников стенда (кроме ГШ и диапазонного низкочастотного генератора) получены от одного кварцевого генератора путем деления частоты и фильтрации. Это существенно упрощает наблюдение изучаемых сигналов на осциллографе.

В блоке КОДЕР-1 с помощью микротумблеров производится ручное формирование любой пятисимвольной комбинации. Набранная комбинация индицируется на светодиодном табло с надписью ПЕРЕДАНО. (Такое же табло, но с надписью ПРИНЯТО, расположено над обозначением ДЕКОДЕР-1).

Блок АЦП является КОДЕРОМ-1 для аналоговых сигналов.

На вход 1 блока АЦП подается входной аналоговый сигнал, вход 2 («открытый вход») служит для снятия статической характеристики АЦП. Нижнее гнездо $s(k\Delta t)$ служит для наблюдения отсчетов преобразуемого сигнала, причем могут быть использованы две частоты дискретизации $f_{\delta 1} = 125$ Гц или $f_{\delta 2} = 2,3$ кГц, переключаемые тумблером. Кнопочный переключатель РАЗРЯДНОСТЬ позволяет получить число разрядов АЦП 3, 4 и 5. При отжатых кнопках происходит восьмиразрядное кодирование.

Блок ЦАП имеет один вход и два выхода. На выходе 1 формируется ступенчатый сигнал в соответствии с выбранной в АЦП разрядностью и частотой дискретизации. На выходе 2 после сглаживающего фильтра формируется выходной сигнал. Тумблер «0 \vee т», расположенный ниже ЦАП, служит для компенсации задержки на t , вносимой демодулятором. При непосредственном соединении блоков АЦП и ЦАП тумблер должен находиться в положении «0», а при включении между ними модулятора и демодулятора – в положении «т».

Блок контроля ошибок предназначен для фиксации ошибок в системе связи. Сигналы ошибок с выхода этого блока подсчитываются на ПК за определенное время наблюдения, а затем рассчитывается оценка вероятности ошибки. Сигналы ошибок в символе – положительные импульсы прямоугольной формы длительностью около 200 мкс формируются только для первых пяти символов последовательности (информационных).

Длительность сигнала ошибки в «букве» (то есть в пятисимвольной информационной посылке) определяется положением первого ошибочно принятого символа и моментом окончания 5-го символа.

Ниже блока контроля ошибок расположены гнезда входов ПК с потенциометрами, регулирующими уровень сигналов, подаваемых на ПК. Связь стенда с ПК осуществляется через экранированный кабель, заканчивающийся разъёмом, подключаемому на вход звуковой платы ПК.

Стенд комплектуется пятью сменными блоками.

1) ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СИГНАЛОВ В НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ

Блок содержит полевой транзистор с нагрузкой в цепи стока в виде резистора или колебательного LC контура. Резонансная частота контура около 15 кГц. Блок позволяет подробно изучать измене-

ние формы и спектра сигналов нелинейной безинерционной цепью, нелинейное резонансное усиление, умножение частоты, преобразование частоты, амплитудную модуляцию и детектирование АМ сигналов.

2) ЧАСТОТНЫЙ МОДЕМ

Блок содержит частотный модулятор на RC генераторе с полевыми транзисторами в фазобалансной цепи и частотный детектор (ЧД) с симметрично расстроенными контурами. Модулятор ЧМ обеспечивает практически линейное изменение частоты в пределах от 7 до 18 кГц. Характеристика детектирования ЧД имеет линейный участок не уже ± 2 кГц относительно несущей частоты 14 кГц. Измерение частоты модулятора при снятии статической модуляционной характеристики (СМХ) и наблюдение спектров модулированных колебаний производится по анализатору спектра, реализованному программным методом на ПК.

Блок позволяет снять СМХ и характеристику детектирования, выбрать оптимальные режимы модулятора и детектора, наблюдать осциллограммы и спектры ЧМ сигналов, прохождение сигналов через частотный модем.

3) ДИСКРЕТИЗАЦИЯ СИГНАЛОВ ВО ВРЕМЕНИ (ТЕОРЕМА КОТЕЛЬНИКОВА)

Блок содержит дискретизатор, переключатель фиксированных частот дискретизации (3, 6, 12, 16, 24 и 48 кГц) и три фильтра низких частот (ФНЧ) четвертого порядка на операционных усилителях. Формирование как частот сигнала, так и частот дискретизации осуществляется с использованием одного кварцевого генератора, что облегчает наблюдение на осциллографе дискретизированных сигналов.

4) АВТОГЕНЕРАТОРЫ

Блок содержит LC и RC автогенераторы с общей схемой прерывателя цепей обратной связи для изучения переходных процессов.

LC генератор собран на полевом транзисторе с трансформаторной обратной связью. Имеется возможность изменять знак обратной связи или вообще отключить ее. Частота генерации – фиксированная, около 20 кГц. Работает в режимах автоматического либо регулируемого смещения.

RC генератор собран на двухкаскадном резистивном усилителе с фазобалансной цепью. Предусмотрена возможность отключения цепи обратной связи, а также превращения схемы в мультивиб-

ратор. Частота генерации регулируется сдвоенным потенциометром в пределах сотен герц – единиц килогерц. Имеется ручная и автоматическая регулировка усиления (АРУ). Схема АРУ, включаемая отдельным тумблером, позволяет сохранить практически синусоидальную форму колебаний даже при попытке вручную изменить коэффициент усиления К-цепи.

5) МОДУЛЯТОР-ДЕМОДУЛЯТОР

Блок содержит цифровой манипулятор, работающий в режимах АМ_н, ЧМ_н, ФМ_н и ОФМ_н, «канал связи», представленный в виде сумматора с полосовым фильтром (ПФ) для подачи шума от ГШ, и демодулятор, собранный по схеме корреляционного приёмника. Полосовой фильтр предназначен для ограничения полосы шума полосой частот, занимаемой спектром модулированных сигналов (от 10 до 35 кГц). Коэффициент передачи сумматора для сигнала равен 0,5, для шума – 5.

На сменном блоке изображена схема демодулятора – выведены на контрольные точки (гнезда) напряжения опорных сигналов, выходы перемножителей, интеграторов, пороговые напряжения. Переключение видов модуляции осуществляется кнопкой, расположенной около обозначения модулятора и индицируется светодиодами индикаторами.

В блоке имеется также переключатель начальной фазы опорного колебания (ФМ и ОФМ), ручная установка порога (АМ), а также индикатор ошибки.

Блок позволяет изучать виды дискретной модуляции, наблюдать смесь сигнала и шума при определённом их соотношении, изучать принцип действия демодулятора при разных видах модуляции, измерять помехоустойчивость системы.

Сменные блоки крепятся к стенду четырьмя фасонными винтами; электрическое соединение осуществляется ленточными многожильными кабелями с разъёмами. Разъёмы имеют буквенную маркировку, состоящую из первых букв названия сменного блока. Замену сменных блоков следует производить только при отключенном питании стенда.

Для выполнения лабораторных работ кроме стенда предполагается использование двухлучевого (двухканального) осциллографа и персонального компьютера совместно с оригинальным программным обеспечением для выполнения ряда специальных измерительных и демонстрационных функций (двухканальный анализа-

тор спектра, построение гистограмм, функций корреляции, вычисление оценки вероятности ошибок).

В соответствии с правилами техники безопасности корпуса стенда, осциллографа и компьютера должны быть соединены общим проводом, подключенным к общему проводу заземления лаборатории. Гнездо «L» стенда расположено справа, на задней стенке.

2 Инструкция по использованию специального программного обеспечения «Теория электрической связи» (TES)

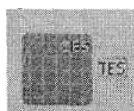
Программный пакет создан для использования совместно с универсальным лабораторным стендом. Исследуемые сигналы необходимо подавать на входы А или (и) В ПК стенда.

Пакет содержит программную реализацию ряда измерительных приборов: осциллографа, спектроанализатора, оценки плотности вероятности мгновенных значений сигнала и подсчёта числа ошибок с последующей оценкой их вероятности.

Для работы программы требуется ПК с процессором не менее Celeron 300 МГц, 32 МБ оперативной памяти, звуковой картой, ПО Windows 98 (рекомендуется SE).

2.1 Работа с компонентами

2.1.1 Загрузка программы выполняется с помощью двойного щелчка на пиктограмме:



2.1.2 После запуска программы на экране появляется окно, изображенное на рисунке 2. В левой верхней части данного окна находится панель компонент для выбора рабочего инструмента:

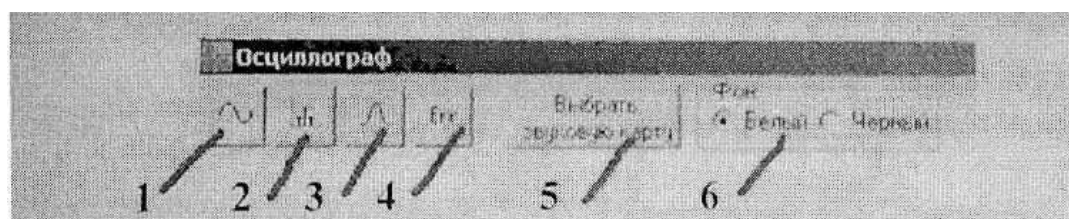


Рисунок 2 – Окно экрана монитора. Назначение «кнопок»: 1 – осциллограф; 2 – спектроанализатор; 3 – оценка плотности вероятности; 4 – подсчет ошибок; 5 – звуковая карта; 6 выбор цвета фона рабочей области инструментов (кнопки 1-5)

2.1.3 По умолчанию (т. е. при отсутствии подачи на ПК сигналов с лабораторного стенда) в рабочей области приборов отображаются сигналы, передаваемые по каналам звуковой карты. Звуковая карта выбирается при нажатии кнопки 5 («Выбрать звуковую карту») из выпадающего списка.

2.2 Работа в режиме «Осциллограф»

При нажатии кнопки 1 на экране появляется окно с рабочей областью двухканального осциллографа, предназначенного для отображения временной зависимости $U(t)$.

Внизу окна располагается блок управления.

Блок управления позволяет осуществлять:

- выбор сигнала канала, требуемого для отображения (канал А и (или) канал В установкой флажка);
- масштабирование по оси Y для каждого из каналов (В/дел);
- смещение сигнала по оси Y относительно начала координат для каждого из каналов («Смещение по вертикали»);
- смещение сигнала по оси X относительно начала координат для двух каналов одновременно («Смещение по горизонтали»);
- синхронизацию (выбор способа синхронизации в ниспадающем списке меню «Синхронизация»);
- непрерывную и ждущую развертки (по умолчанию развертка непрерывная, переход к ждущей развертке осуществляется нажатием на кнопку «Перейти к ждущей»); в режиме ждущей развертки обеспечена возможность снятия мгновенного значения сигнала нажатием кнопки «Снять сигнал», переход к непрерывной развертке осуществляется нажатием кнопки «Перейти к непрерывной»;
- установку частоты обновления («Обновление»); максимально возможной - флажком «Мах» или значения.

2.3 Работа в режиме «Спектроанализатор»

При нажатии кнопки 2 на экране появляется окно с рабочей областью анализатора спектров по каналам А и В.

Внизу окна располагается блок управления. Блок управления позволяет осуществлять:

- выбор сигнала канала требуемого для отображения (канал А,

канал В установкой флажка);

- масштабирование по оси Y для каждого из каналов (В/дел);
- установку верхней и нижней граничных частот по оси X для обоих каналов («Верхняя частота», «Нижняя частота»);
- отображение спектра амплитуд или спектра мощностей установкой флажка «Амплитуд» или «Мощностей»;
- выбора толщины линии графика функции в меню «Толщина линии» верхней панели окна рабочего инструмента.

2.4 Работа в режиме «Оценка плотности вероятности»

При нажатии кнопки 3 на экране появляется окно с рабочей областью инструмента для оценки плотности вероятности распределения сигнала по каналам А и В.

Внизу окна располагается блок управления, позволяющий осуществлять:

- выбор сигнала канала, требуемого для отображения (канал А, канал В установкой флажка);
- масштабирование по оси Y для каждого из каналов (В/дел);
- выбор типа графика, установкой флажка «Плотность вероятности» или «Нормированный по максимальному значению»;
- установку скорости обновления сигнала, сдвигом рычажка влево-вправо («Скорость обновления»).

2.5 Работа в режиме «Подсчет ошибок»

При нажатии кнопки 4 на экране появляется окно с рабочей областью инструмента для подсчёта ошибок передаваемого сигнала по каналам А и В. Инструмент позволяет осуществлять:

- установку времени проведения измерений в меню «Измерения проводились»;
- подсчёт количества передаваемых символов по каналам А и В;
- подсчёт количества символов, переданных с ошибкой по каналам А и В;
- оценку вероятности ошибок в передаче по каналам А и В.

Запуск программы на выполнение задачи осуществляется нажатием кнопки «Старт».

3 Правила выполнения лабораторных работ

3.1. Выполнению каждой лабораторной работы предшествует самостоятельная предварительная подготовка студента путём изучения по литературе необходимых разделов курса, выполнения расчётов, изучения описания лабораторного макета, задания и порядка выполнения соответствующей лабораторной работы. Подготовленный студент должен также отчётливо представлять, что и как он будет делать, и какие результаты ожидаются в каждом из пунктов работы (мысленный эксперимент).

3.2 В начале лабораторного занятия каждый студент представляет преподавателю рабочий листок с результатами предварительной подготовки по выполняемой работе: расчетами, схемами отдельных измерений по каждому пункту лабораторного задания и др.

3.3 К выполнению работы допускаются только подготовленные студенты. Поэтому в начале занятия преподаватель проводит проверку готовности каждого студента путем устного собеседования или с помощью технических средств в объеме материала, указанного в описании лабораторной работы.

3.4 Студенты, не допущенные к выполнению лабораторной работы, остаются в лаборатории для дополнительной подготовки.

3.5 В процессе выполнения работы результаты эксперимента аккуратно оформляются в рабочих листках в виде таблиц, графиков и т. д. Результаты каждого пункта должны иметь соответствующие заголовки и пояснения исходных данных, режимов измерений и др.

3.6 По окончании работы студент (бригада) представляет рабочий листок преподавателю для проверки и отметки о выполнении в журнале. Самовольный уход студентов из лаборатории не допускается.

3.7 По результатам лабораторной работы каждый студент должен оформить отчёт и защитить работу. Студенты, хорошо подготовившиеся к работе и успешно выполнившие её, могут защитить эту работу в конце занятия (при наличии времени) по рабочим листкам без последующего оформления отчёта.

3.8 При выполнении работы не рекомендуется часто включать и выключать питание электронных приборов. Питание всех приборов, применяющихся в лабораторной работе, выключается студентами только после выполнения всех пунктов лабораторного задания с разрешения преподавателя.

3.9 Студенты, пропустившие лабораторное занятие без уважительной причины или не допущенные к выполнению лабораторной работы, выполняют её в специально установленное время (как правило, в конце семестра).

3.10 При выполнении лабораторных работ необходимо соблюдать правила техники безопасности.

3.11 Рабочее место в лаборатории должно быть оставлено в полном порядке: приборы должны стоять на положенных местах, провода аккуратно сложены, стулья ставятся вплотную к столу.

4 Требования к оформлению отчёта по выполнению лабораторной работы

Отчёт набирается на компьютере в формате .doc или .rtf и печатается на одной стороне листа белой бумаги формата А4 (210×297).

Размеры полей:

- верхнее поле – 2 см;
- нижнее поле – 2 см;
- левое поле – 3 см;
- правое поле – 1,5 см;
- переплет – 0 см.

Выравнивание текста – по ширине. Шрифт – Times New Roman. Цвет шрифта – чёрный, размер шрифта – 14. Текст работы печатается с абзацного отступа 1,25 см. Междустрочный интервал – 1,5. Дополнительные отступы до и после абзацев не применяются.

Несложные формулы должны быть набраны с использованием команды «Вставка→Символ». Сложные формулы должны быть набраны в редакторе MathType 6.0 Equation.

Отчёт по выполнению лабораторной работы должен содержать:

- название предмета, номер и название лабораторной работы;
- фамилию и инициалы автора, номер группы;
- фамилию и инициалы преподавателя;
- цель работы;
- перечень используемого оборудования;
- последовательность действий при проведении исследований;
- вывод о проделанной работе;
- ответы на контрольные вопросы;

– дату выполнения и личную подпись.

Результаты различных измерений необходимо представить в виде нескольких самостоятельных таблиц и графиков. Каждая таблица и каждый график должны иметь свой заголовок и исходные данные эксперимента.

При выполнении численных расчетов надо записать формулу определяемой величины, сделать соответствующую численную подстановку и произвести вычисления.

Пример оформления отчёта представлен в приложении 1.

Приложение 1
Пример оформления отчёта по лабораторной работе
МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра космического приборостроения и систем связи

Отчёт по выполнению лабораторной работы №1
по дисциплине «Теория электросвязи»
на тему «Исследование спектров сигналов»

Выполнил:

студент группы БТ-21

Иванов И.И.

«__»_____2023

(подпись)

Проверил:

д.т.н., профессор кафедры

Петров П.П.

«__»_____2023

(подпись)

Курск 2023

1 Цель работы

Изучить ...

2 Структурная схема макета и перечень используемого оборудования

Структурная схема лабораторного макета для проведения исследований спектров сигналов представлена на рисунке 2.1.

Рисунок 2.1 – Структурная схема лабораторного макета

Перечень используемого оборудования:

- лабораторный стенд «Радиоприёмные устройства» (1 к-т);
- сменный блок «Изучение принципа работы супергетеродинного радиоприёмника АМ сигналов» (1 к-т);
- осциллограф типа С1-96 (1 к-т);
- милливольтметр переменного напряжения типа ДТ-820В (1 к-т).

3 Последовательность проведения и результаты исследований

3.1 Снятие амплитудно-частотной характеристики входной цепи

Результаты снятия зависимости напряжения на выходе входной цепи от частоты генератора, при фиксированном напряжении на входе, представлены в таблице 1.

Таблица 1 – АЧХ входной цепи

Частота генератора, кГц				
Напряжение на выходе входной цепи $U_{\text{ВЫХ}}$, мВ при $U_{\text{ВХ}} = 500$ мВ				

Продолжение таблицы 1

Нормированное напряжение на выходе входной цепи, $U_{\text{ВЫХ}}/ U_{\text{ВЫХ.МАКС}}$.				
--	--	--	--	--

4 Ответы на контрольные вопросы

Вопрос №1. Какие основные функции радиоприёмных устройств?

Ответ:

Вопрос №2. Перечислите основные электрические характеристики радиоприемников.

Ответ:

5 Вывод о проделанной работе

В ходе выполнения лабораторной работы изучил ...

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра космического приборостроения и систем связи



ИССЛЕДОВАНИЕ ФОРМЫ И СПЕКТРА ГАРМОНИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ И ПЕРИОДИЧЕСКИХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ ИМПУЛЬСОВ

Методические указания
по выполнению лабораторной работы
для студентов, обучающихся по специальности
10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных
систем» по дисциплине «Теория электросвязи»

Курск 2023

УДК 621.391 (075)

Составители: Д.С. Коптев

Рецензент:

Доктор технических наук, старший научный сотрудник,
заведующий кафедрой космического приборостроения и систем связи
В. Г. Андронов

Исследование формы и спектра гармонических сигналов и периодических последовательностей импульсов: методические указания по выполнению лабораторной работы / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Д.С. Коптев. Курск, 2023. – 11 с.

Методические указания по выполнению лабораторной работы содержат краткие теоретические сведения о спектрах периодических и непериодических сигналов, лабораторной установке и порядке выполнения лабораторной работы.

Методические указания соответствуют учебному плану по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем», а также рабочей программе дисциплины «Теория электросвязи».

Предназначены для студентов, обучающихся по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем» очной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 08.08.2023. Формат 60x84/16.
Усл. печ. л. 0,64. Уч.-изд. л. 0,58. Тираж 100 экз. Заказ 728. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

1 Цель работы

– исследование формы и спектра гармонических сигналов и периодических последовательностей импульсов. Формирование навыков спектрального анализа сигналов с помощью ПК.

2 Краткая характеристика исследуемых цепей и сигналов

В работе используются блоки ИСТОЧНИКИ СИГНАЛОВ, сумматор (Σ) и КОДЕК-1 универсального лабораторного стенда.

Источниками простейших гармонических сигналов с частотами 1 и 2 кГц являются гнезда «~ 1 кГц» и «~ 2 кГц» (два левых верхних гнезда стенда), а также сигналы от встроенного диапазонного генератора ГЕНЕРАТОР НЧ.

Источниками сигналов сложной формы, состоящих из двух гармоник (2 и 4 кГц, 2 и 6 кГц), являются гнезда S1, S2 и S3. Два последних сигнала отличаются фазой третьей гармоники. Все сигналы стенда (кроме встроенного диапазонного генератора) получены от общего кварцевого генератора путем деления частоты и жестко синхронизированы.

Источником импульсной последовательности является блок КОДЕР-1, позволяющий формировать произвольную пятисимвольную последовательность, повторяющуюся с периодом $17T$, где $T = 450$ мкс – длительность одного символа.

В качестве измерительных приборов используются: встроенный вольтметр стенда, двухлучевой осциллограф и ПК в режимах двухлучевого осциллографа и анализатора спектра.

3 Домашнее задание

3.1 Изучите по конспекту лекций и литературе разделы о спектрах сигналов:

- Бабанин И.Г., Коптев Д.С. Общая теория связи. Сигналы и аналоговые системы передачи информации: учеб. пособие / Юго-Зап. гос. ун-т. – Курск, 2018. – 110 с.

- Коптев Д.С., Бабанин И.Г., Довбня В.Г. Теория радиотехнических сигналов: учеб. пособие / Юго-Зап. гос. ун-т. – Курск, 2019. – 240 с.

3.2 Проведите необходимые расчёты спектров исследуемых сигналов.

4 Основы теории

4.1 Гармонический анализ периодических колебаний

Периодическую функцию $x(t) = x(t - nT)$ (T – период повторения) можно представить суммой гармонических колебаний с частотами, кратными основной частоте $f_1 = 1/T$ ($\omega_1 = 2\pi/T$) с амплитудами A_k и начальными фазами φ_k (ряд Фурье):

$$x(t) = \sum_{k=0}^{\infty} A_k \cos(k\omega_1 t - \varphi_k), \quad (1)$$

где $A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$, $\varphi_k = \arctg \frac{b_k}{a_k}$, a_k и b_k – коэффициенты разложения функции $x(t)$ в ряд Фурье:

$$a_k = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \cos(k\omega_1 t) dt, \quad b_k = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \sin(k\omega_1 t) dt. \quad (2)$$

Совокупность амплитуд A_k ($k = 0, 1, 2, \dots$) образует амплитудный спектр сигнала, а совокупность фаз φ_k ($k = 0, 1, 2, \dots$) – фазовый спектр сигнала. Линейчатый амплитудный спектр периодического сигнала $x(t)$ изображён на рисунке 1.

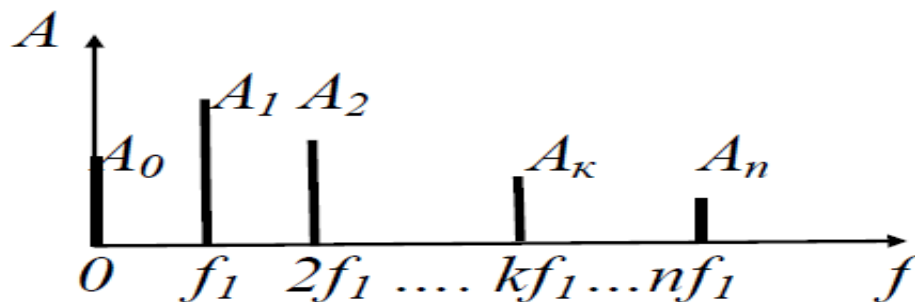


Рисунок 1 – Линейчатый амплитудный спектр периодического сигнала

4.2 Спектр прямоугольных импульсов

При выборе начала отсчёта времени по рисунку 2 функция является чётной.

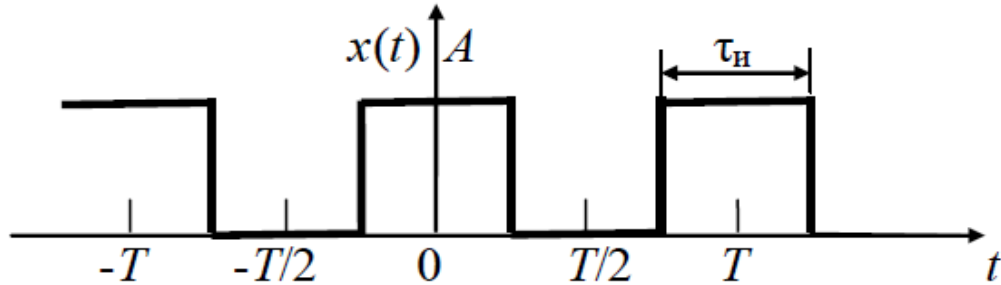


Рисунок 2 – Периодическая последовательность прямоугольных импульсов

Определим коэффициенты разложения в ряд Фурье a_k и b_k :

$$a_k = \frac{2}{T} \int_{-\frac{\tau_n}{2}}^{\frac{\tau_n}{2}} A \cos k\omega_1 t dt = \frac{2A}{T} \cdot \frac{\sin k\omega_1 t}{k\omega_1} \Big|_{-\frac{\tau_n}{2}}^{\frac{\tau_n}{2}} = \frac{4A}{k\omega_1 T} \cdot \sin \frac{k\omega_1 \tau_n}{2}, \quad (3)$$

где $T/\tau_n = q$ – скважность последовательности;

$$a_k = \frac{2A}{q} \cdot \frac{\sin \frac{k\omega_1 \tau_n}{2}}{\frac{k\omega_1 \tau_n}{2}} = \frac{2A}{q} \cdot \operatorname{sinc} \left(\frac{k\omega_1 \tau_n}{2} \right) = \frac{2A}{q} \cdot \operatorname{sinc} \left(\frac{\pi k}{q} \right); \quad a_0 = \frac{2A}{q};$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_{-\frac{\tau_n}{2}}^{\frac{\tau_n}{2}} x(t) \sin(k\omega_1 t) dt = 0 \text{ (подынтегральная функция нечётная).}$$

Ряд Фурье запишем для заданного сигнала в виде:

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{a_0}{2} + a_1 \cos \omega_1 t + a_2 \cos 2\omega_1 t + a_3 \cos 3\omega_1 t + \dots + a_k \cos k\omega_1 t = \\ &= \frac{A}{q} \left[1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \operatorname{sinc} \left(\frac{\pi k}{q} \right) \cos k\omega_1 t \right] \end{aligned} \quad (4)$$

Для $q = 2$ коэффициенты α_k равны:

$$a_0 = A, \quad a_k = A \sin c \left(\frac{k\omega_1\tau_u}{2} \right) = A \sin c \left(\frac{\pi k}{2} \right), \quad \text{при } k > 0. \quad (5)$$

Спектр этой последовательности показан на рисунке 3. Обобщённый амплитудный спектр произвольной периодической импульсной последовательности представлен на рисунке 4.

Ширина спектра сигнала равна, в данном случае, $\Delta\omega = 2\pi/\tau_u$ ($\Delta f = 1/\tau_u$).

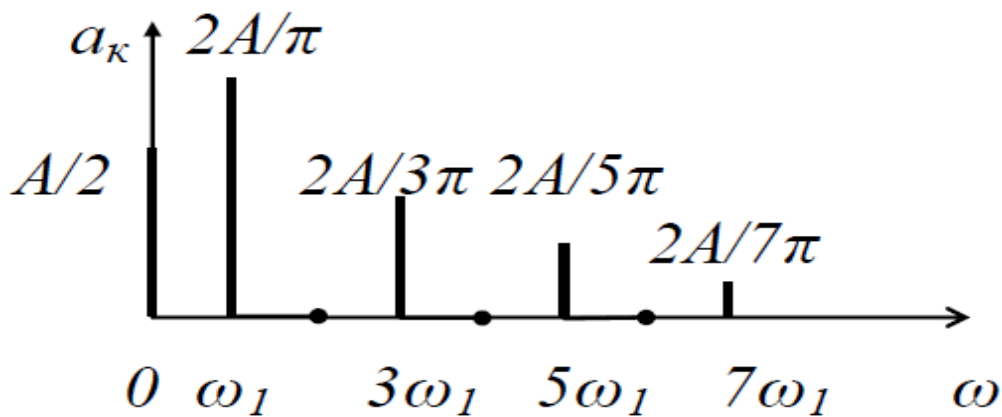


Рисунок 3 – Амплитудный спектр периодического сигнала ($q = 2$)



Рисунок 4 – Амплитудный спектр периодической импульсной последовательности

Из последнего рисунка видно: при больших значениях скважности q спектр сигнала содержит большое число медленно убывающих по амплитуде гармоник; расстояние между соседними гармониками очень мало, а их амплитуды близки по величине. В спектре отсутствуют гармоники с частотой $\omega = 2n\pi/\tau_u$, $n = 1, 2, \dots$ Чем короче

импульс (меньше его длительность $\tau_{и}$), тем шире спектр сигнала $\Delta\omega$, т.е. ширина спектра определяется только длительностью импульса $\tau_{и}$.

4.3 Гармонический анализ непериодических функций

Разложение в тригонометрический ряд Фурье обобщается на случай непериодических функций $x(t)$ путём устремления $T \rightarrow \infty$ или $f_1 = 1/T \rightarrow 0$:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}(f) e^{j2\pi ft} df = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}(\omega) e^{j\omega t} d\omega, \quad (6)$$

где $\dot{S}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt$ – спектральная плотность (СП) непериодического сигнала, $\Delta f = f_1 = 1/T$ – частотный разнос между линиями спектра периодического сигнала, т. е. непериодическая функция $x(t)$ представляется суммой гармонических компонент $e^{j2\pi ft}$ (на положительных и отрицательных частотах) с бесконечно малыми амплитудами $\dot{S}(f) df$. Модуль $|\dot{S}(f)|$ определяет сплошной (непрерывный) спектр непериодического сигнала, а $\arg \dot{S}(f) = \varphi(f)$ – сплошной (непрерывный) фазовый спектр непериодического сигнала.

4.4 Спектральная плотность прямоугольного видеоимпульса

Прямоугольный импульс, определяемый выражением:

$$s(t) = \begin{cases} A & \text{при } -\frac{\tau_{и}}{2} \leq t \leq \frac{\tau_{и}}{2}, \\ 0 & \text{при } t < -\frac{\tau_{и}}{2} \text{ и } t > \frac{\tau_{и}}{2}, \end{cases} \quad (7)$$

представлен на рисунке 5, а.

Спектральную плотность прямоугольного видеоимпульса равна (рисунок 5, б):

$$\begin{aligned} \dot{S}(\omega) &= \int_{-\frac{\tau_{и}}{2}}^{\frac{\tau_{и}}{2}} A e^{-j\omega t} dt = -\frac{A}{j\omega} \left(e^{-\frac{j\omega\tau_{и}}{2}} - e^{\frac{j\omega\tau_{и}}{2}} \right) = \frac{2A}{\omega} \sin \frac{\omega\tau_{и}}{2} = \\ &= A\tau_{и} \left[\frac{\sin \frac{\omega\tau_{и}}{2}}{\frac{\omega\tau_{и}}{2}} \right] = A\tau_{и} \cdot \text{sin c} \left(\frac{\omega\tau_{и}}{2} \right). \end{aligned} \quad (8)$$

Произведение $A\tau_{и}$, равное площади импульса, определяет значение спектральной плотности импульса при $\omega = 0$, т. е. $\dot{S}(0) = A\tau_{и}$. Этот вывод распространяется на импульсы произвольной формы.

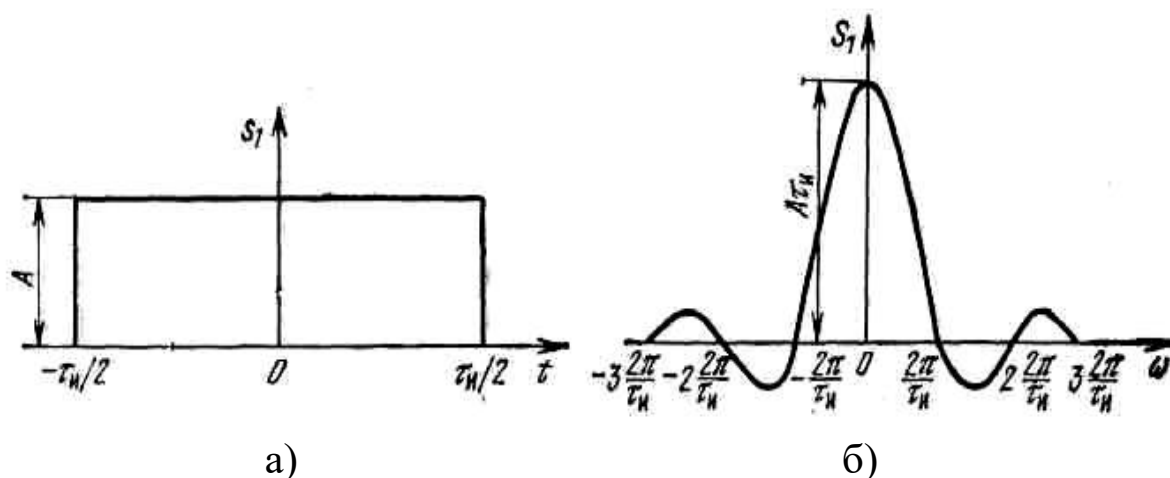


Рисунок 5 – Диаграмма (а) и график спектральной плотности прямоугольного видеоимпульса (б)

При удлинении импульса (увеличении длительности $\tau_{и}$) расстояние между нулями функции $S(\omega)$ сокращается, что равносильно сужению спектра. Значение $S(0)$ при этом возрастает. При укорочении импульса (уменьшении длительности $\tau_{и}$), наоборот, расстояние между нулями функции $S(\omega)$ увеличивается (расширение спектра), а значение $S(0)$ уменьшается.

Около 90% всей энергии импульса сосредоточено в полосе частот от 0 до $f_1 = 1/\tau_{и}$.

5 Лабораторное задание

5.1 Наблюдайте осциллограммы и измерьте спектры простых гармонических сигналов.

5.2 Исследуйте форму и спектры сложных гармонических сигналов.

5.3 Исследуйте связь формы и спектра периодических последовательностей прямоугольных импульсов.

6 Методические указания

6.1 Исследование моногармонического сигнала.

6.1.1 Подключите осциллограф к гнезду «~ 1 кГц» стенда. Ручку регулятора уровня сигнала установите в среднее положение. Зафиксируйте в отчете осциллограмму сигнала и измерьте его период по делениям на экране с учётом цены деления (мкс/дел.) переключателя развертки.

6.1.2 С помощью специального кабеля из комплекта стенда соедините гнездо «~ 1 кГц» со входом ПК, расположенным в нижней части стенда правее сменного блока.

Анализ спектров проводите с помощью ПК, используя программу «Спектроанализатор».

Зафиксируйте в отчёте спектр сигнала, указав условия эксперимента, амплитуды (в делениях) и точные значения частот спектральных линий (в обозначениях на стенде – округленные значения частот).

6.2 Исследование сложных гармонических сигналов

6.2.1 Подключите сигнал с гнезда S_1 блока ИСТОЧНИКИ СИГНАЛОВ на вход осциллографа, зафиксируйте форму исследуемого сигнала $s_1(t)$, определите его период. Подайте сигнал на вход ПК, зафиксируйте амплитуды и частоты спектральных составляющих сигнала.

6.2.2 Повторите выполнение работ по п. 6.2.1 для сигналов S_2 и S_3 .

6.2.3. Подайте на один из входов сумматора (Σ) стенда сигнал S_2 , на второй его вход – сигнал с гнезда «~ 1 кГц». Наблюдая осциллограмму сигнала на выходе сумматора, плавно увеличьте уровень

сигнала « ~ 1 кГц», добиваясь заметного изменения формы суммарного сигнала. Зафиксируйте осциллограмму (с указанием периода) и спектр полученного суммарного сигнала.

6.3 Подайте сигнал с выхода « ~ 1 кГц» ИСТОЧНИКА СИГНАЛОВ и сигнал с частотой 1,3 кГц от встроенного ГЕНЕРАТОРА НЧ на входы сумматора, установив напряжение каждого из них по 0,5 В (для контроля напряжения используйте встроенный вольтметр или осциллограф). Подайте суммарный сигнал сначала на осциллограф, зафиксируйте его форму с указанием периода суммарного сигнала, а затем – на вход ПК и зафиксируйте его спектр с указанием амплитуд и частот спектральных составляющих.

6.4 Периодическая последовательность прямоугольных импульсов формируется в блоке КОДЕРА-1. «0» и «1» цифрового сигнала задаются пятью тумблерами ($b_1 - b_5$) со светодиодной индикацией с надписью ПЕРЕДАНО.

6.4.1 Соедините выходные гнезда КОДЕРА-1 со входами осциллографа и ПК.

6.4.2 Наберите в КОДЕРЕ-1 комбинацию 10000 (длительность импульса $T = 450$ мкс, а период – $17T$). Зафиксируйте в отчете форму и спектр сигнала с указанием их параметров.

6.4.3 Повторите работы по п. 6.4.2, изменив комбинацию в КОДЕРЕ-1 на 11000 (длительность импульса $2T$, период – $17T$).

6.4.4. Повторить работы по п. 6.4.2, изменив комбинацию в КОДЕРЕ-1 на 11100 (длительность импульса $3T$, период – $17T$).

7 Контрольные вопросы

1) Какова математическая связь формы периодического сигнала и его спектра?

2) Какова математическая связь формы непериодических (однократных) сигналов и их спектров?

3) Меняется ли спектр сложного сигнала при прохождении его через линейную цепь (например, ФНЧ)?

4) Меняется ли форма моногармонического сигнала при прохождении его через линейную цепь?

5) Меняется ли форма сложного сигнала при прохождении его через линейную цепь?

6) Что такое спектральная плотность амплитуд?

- 7) Влияет ли фазовый спектр сигнала на его форму?
- 8) От каких параметров сигнала и как зависит спектр периодической последовательности прямоугольных импульсов?
- 9) Как связана длительность сигнала и ширина его спектра?
- 10) Имеется ли связь и какая между периодом сложного сигнала и нижней частотой его спектра?

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра космического приборостроения и систем связи



ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ДИСКРЕТИЗАЦИИ И ВОССТАНОВЛЕНИЯ НЕПРЕРЫВНЫХ СИГНАЛОВ

Методические указания
по выполнению лабораторной работы
для студентов, обучающихся по специальности
10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных
систем» по дисциплине «Теория электросвязи»

Курск 2023

УДК 621.391 (075)

Составители: Д.С. Коптев

Рецензент

Доктор технических наук, старший научный сотрудник,
заведующий кафедрой космического приборостроения и систем связи
В. Г. Андронов

Исследование процессов дискретизации и восстановления непрерывных сигналов: методические указания по выполнению лабораторной работы / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Д.С. Коптев. Курск, 2023. – 12 с.:

Методические указания по выполнению лабораторной работы содержат краткие теоретические сведения о временной дискретизации и восстановлении непрерывных сигналов, лабораторной установке и порядке выполнения лабораторной работы.

Методические указания соответствуют учебному плану по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем», а также рабочей программе дисциплины «Теория электросвязи».

Предназначены для студентов, обучающихся по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем» очной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 08.08.2023. Формат 60x841/16.
Усл. печ. л. 0,7. Уч.-изд. л. 0,63. Тираж 100 экз. Заказ 741. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

1 Цель работы

- исследование процессов дискретизации и восстановления непрерывных сигналов.

2 Краткая характеристика исследуемых цепей и сигналов

Исследуемое устройство (рисунок 1) размещено на сменном блоке ТЕОРЕМА КОТЕЛЬНИКОВА и представляет собой дискретизатор (обозначенный на макете как перемножитель сигналов) и набор из трех фильтров – восстановителей с разными частотами среза. Источники исследуемых сигналов S_1 , S_2 и S_3 находятся в блоке ИСТОЧНИКИ СИГНАЛОВ, а сами сигналы представляют собой суммы гармоник с частотами 2, 4 и 6 кГц. (При необходимости исследуемый сигнал может быть усложнен добавлением еще одного гармонического сигнала с частотой 1кГц с помощью сумматора стенда).

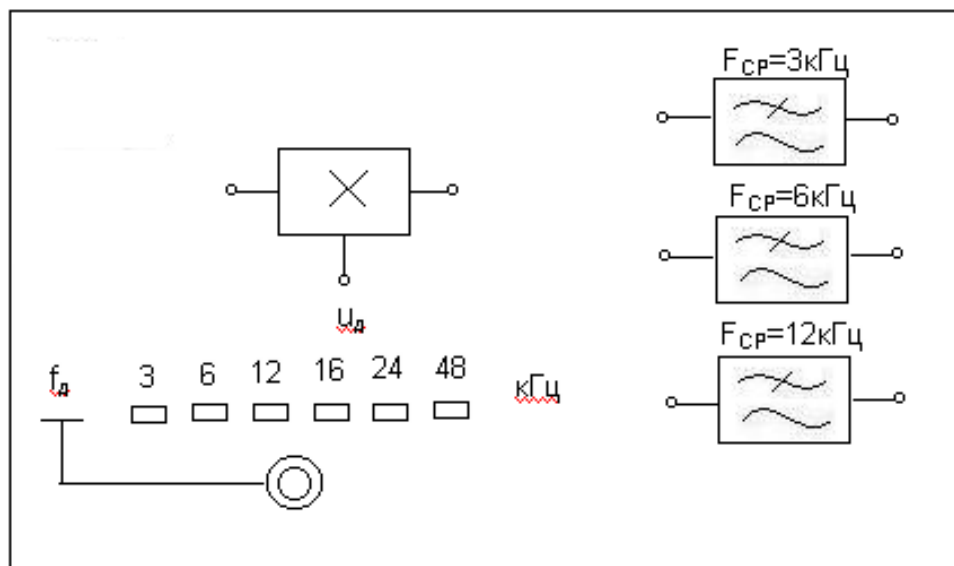


Рисунок 1 – Передняя панель сменного блока ТЕОРЕМА КОТЕЛЬНИКОВА

Дискретизатор, формирующий отсчеты $s(k\Delta t)$ непрерывного сигнала $s(t)$, выполняет функцию перемножителя этого сигнала на короткие импульсы напряжения дискретизации $u_{\text{дискр}}$. В данном случае дискретизатор выполнен по схеме аналогового коммутатора, пропускающего входной сигнал $s(t)$ на выход в течение короткого

времени существования импульсов дискретизации. Временной интервал между соседними отсчетами дискретизированного сигнала $s(k\Delta t)$ зависит от выбора частоты дискретизации f_d :

$$\Delta t = 1/f_d.$$

Эта частота может изменяться дискретно при нажатии кнопки f_d , при этом выбранное значение этой частоты индицируется светодиодом ($f_d = 3, 6, 12, 16, 24$ и 48 кГц). Все упомянутые выше частоты (частоты дискретизации и частоты гармоник исследуемых сигналов) жестко синхронизированы, что упрощает наблюдение процессов на осциллографе.

В качестве фильтров – восстановителей используются три активных ФНЧ четвертого порядка с частотами среза 3, 6 и 12 кГц. Для снятия импульсных характеристик фильтров используется генератор коротких импульсов δ – функций (гнезда $\delta(t)$ в блоке ИСТОЧНИКИ СИГНАЛОВ).

В соответствии с теоремой Котельникова отсчеты, следующие через интервалы времени $\Delta t = 1/2F_v$, где F_v – верхняя частота сигнала, могут быть преобразованы в исходный сигнал после прохождения через идеальный ФНЧ с частотой среза $F_{cp} = F_v$. В работе используются реальные ФНЧ с недостаточно крутыми спадами АЧХ после частоты среза. Поэтому на практике выбирают Δt несколько меньше (а иногда и в несколько раз меньше), чем требуется в теореме Котельникова с тем, чтобы реальный ФНЧ с АЧХ трапецевидной формы позволял выделить спектр исходного сигнала из спектра дискретизированного сигнала, что гарантирует отсутствие искажений при обратном преобразовании (восстановлении) сигнала.

В качестве измерительных приборов используются двухлучевой осциллограф и ПК, работающий в режимах осциллографа и анализатора спектра.

3 Домашнее задание

Изучить раздел «Дискретизация непрерывных сигналов во времени» по конспекту лекций и литературе:

- Бабанин И.Г., Коптев Д.С. Общая теория связи. Сигналы и аналоговые системы передачи информации: учеб. пособие / Юго-Зап. гос. ун-т. – Курск, 2018. – 110 с.

- Коптев Д.С., Бабанин И.Г., Довбня В.Г. Теория радиотехнических сигналов: учеб. пособие / Юго-Зап. гос. ун-т. – Курск, 2019. – 240 с.

4 Основы теории

В соответствии с теоремой Котельникова сигнал, описываемый непрерывной функцией $s(t)$ с ограниченным спектром, полностью определяется своими значениями $s(n\Delta t)$, отсчитанными через интервалы времени $\Delta t = 1/(2F_B)$, где F_B – верхняя частота сигнала (ширина спектра сигнала).

Реальные сигналы конечной длительности имеют бесконечные частотные спектры. Практически ширину спектра исходного сигнала ограничивают некоторой верхней частотой F_B так, чтобы в диапазоне частот от 0 до F_B была сосредоточена более 90% его энергии. Эту полосу частот принято называть практической шириной спектра $\Delta f_{\text{пр}} = F_B$, а спектральными составляющими сигнала с частотами $f > F_B$ пренебрегают.

В основе математического описания временной дискретизации непрерывных сигналов лежит периодическая последовательность δ – импульсов с периодом $T = \Delta t = 1/(2F_B)$. Взятие отсчетов исходного сигнала эквивалентно умножению его временной функции на последовательность δ – импульсов. Дискретизированная функция передаваемого сигнала будет представлять собой сигнал с амплитудно-импульсной модуляцией (АИМ).

Отсчеты исходного сигнала могут быть переданы на противоположную сторону любым способом. На приёмной стороне системы связи осуществляется восстановление исходного сообщения по принимаемой последовательности отсчётов.

В соответствии с рядом Котельникова непрерывная функция является разложением её в ряд по ортогональной системе функций отсчета вида $(\sin x)/x$:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} s(n\Delta t) \frac{\sin \Omega_B (t - n\Delta t)}{\Omega_B (t - n\Delta t)}.$$

Представление заданной функции $s(t)$ рядом Котельникова иллюстрируется рисунке 2.

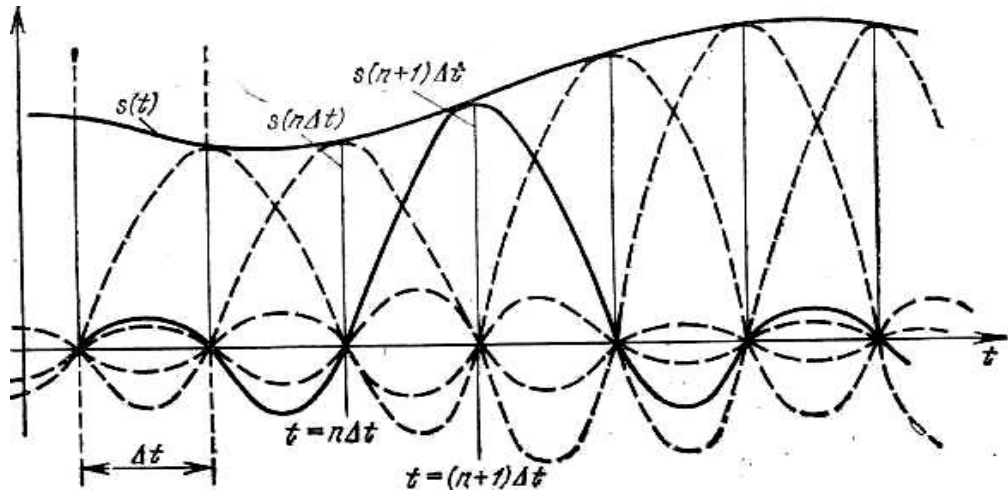


Рисунок 2 – Представление сигнала рядом Котельникова

Таким образом, ряд Котельникова указывает на способ восстановления исходного сигнала по последовательности отсчетов путем формирования для каждого отсчета $s(n\Delta t)$ функции $\varphi_n(t) = \sin \Omega_B(t - n\Delta t) / \Omega_B(t - n\Delta t)$ с соответствующей амплитудой и последующим суммированием всех функций. Техническим устройством, формирующим отклик вида $(\sin x)/x$ при воздействии δ – импульса, является идеальный фильтр нижних частот (ФНЧ) с полосой пропускания, равной F_B .

Процесс восстановления исходной функции по последовательности отсчетов на приёмной стороне показан на рисунке 3. На вход ФНЧ через интервалы времени Δt поступают короткие импульсы с амплитудами, соответствующими (пропорциональными) отсчетам $s(n\Delta t)$. Напряжение на выходе ФНЧ будет представлять собой сумму его откликов на каждый из входных импульсов. В моменты времени $n\Delta t$ только один из откликов (на данный импульс) не равен нулю и максимален, а отклики от всех других импульсов отсчета равны нулю. В остальные промежуточные моменты времени $(n - 1)\Delta t < t < (n + 1)\Delta t$ суммируется бесконечное количество откликов.

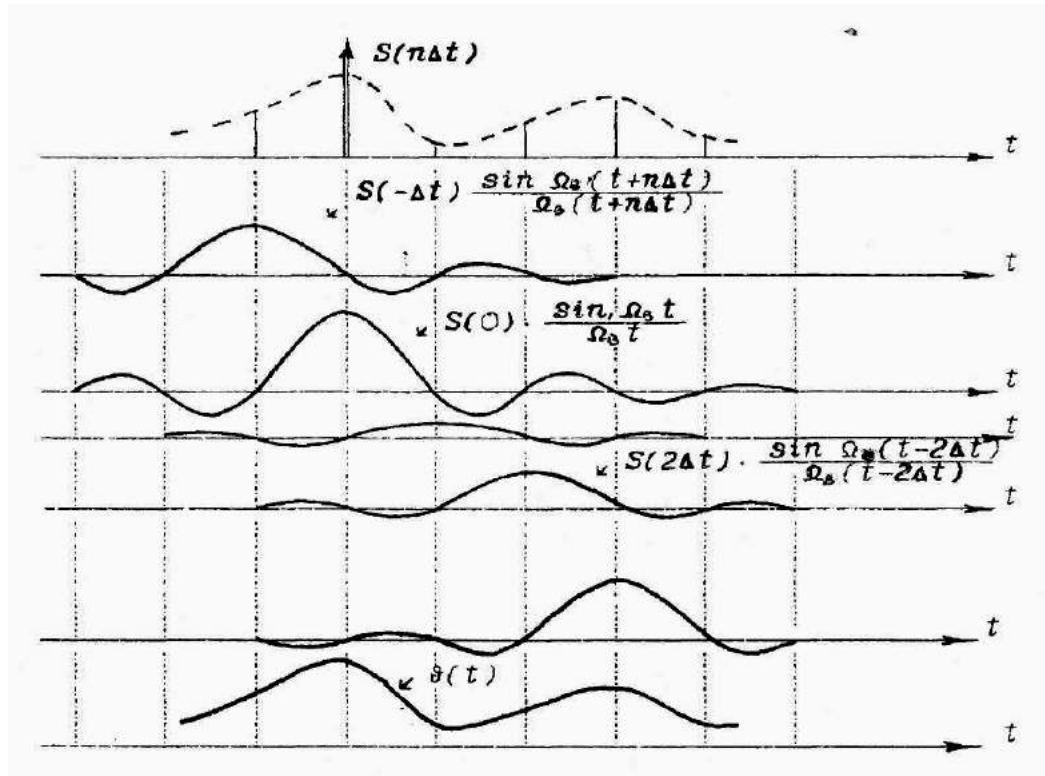


Рисунок 3 – Восстановления исходной функции по последовательности отсчётов

При практическом использовании теоремы и ряда Котельникова для восстановления непрерывного сигнала по дискретным отсчётам неизбежно будут возникать погрешности восстановления, обуславливающие отличие принятого сигнала $v(t)$ от передаваемого $u(t)$. Наиболее важной причиной этого является отличие характеристик реальных ФНЧ от идеального.

1) У идеального ФНЧ АЧХ $K(\omega)$ имеет прямоугольную форму, т. е.:

$$K_{\text{иф}}(\omega) = \begin{cases} K_0 & \text{при } 0 \leq \omega \leq \omega_B \\ 0 & \text{при } \omega > \omega_B \end{cases}, \quad (1)$$

а ФЧХ $\varphi_{\text{иф}}(\omega) = \omega t$ – линейна. То есть идеальный ФНЧ с одинаковым коэффициентом передачи пропускает все частотные составляющие спектра входного сигнала в пределах полосы пропускания $\Delta\omega_{\text{пр}} = \omega_B$ и полностью отфильтровывает (подавляет) составляющие с частотами $\omega > \Delta\omega_{\text{пр}}$.

Реализовать ФНЧ с АЧХ (1) практически невозможно. У реальных ФНЧ АЧХ не обеспечивает резкого ограничения спектра на граничной частоте среза фильтра $f_{\text{ср}} = F_{\text{в}}$, а имеет наклонный участок определенной крутизны. Следовательно, в полосу пропускания фильтра будут попадать и внеполосные спектральные составляющие дискретизированного сигнала. Кроме того, реальные ФНЧ в пределах полосы пропускания имеют определённую неравномерность АЧХ. Все это приведет к искажению формы сигнала на выходе ФНЧ, т. е. к увеличению ошибки восстановления.

2) Неидеальность АЧХ и ФЧХ реальных ФНЧ будут вызывать и неполное совпадение их импульсной характеристики:

$$g(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K(\omega) e^{-j\varphi(\omega)} e^{j\omega t} d\omega \quad (2)$$

с функцией вида $\sin \Omega_{\text{в}}(t - n\Delta t) / \Omega_{\text{в}}(t - n\Delta t)$ в моменты времени $n\Delta t$. Это приводит к тому, что сигнал на выходе фильтра в моменты времени $n\Delta t$ определяется не одним отсчетом, а всеми (многими) предшествующими.

3) Реальные фильтры имеют конечную «память» (конечное время запаздывания сигнала на выходе относительно входного δ – импульса) и, следовательно, будут суммировать одновременно конечное число отсчетов (вместо бесконечного в случае идеального ФНЧ). Это является причиной увеличения ошибки восстановления.

Количественно погрешность восстановления, характеризующую степень несоответствия восстановленного сигнала $v(t)$ исходному переданному $u(t)$, оценивают величиной относительной среднеквадратической ошибки (СКО):

$$\overline{\varepsilon^2} = \frac{[u(t) - v(t)]^2}{u^2(t)} = \frac{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [u(t) - v(t)]^2 dt}{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt}. \quad (4)$$

5 Лабораторное задание

5.1 Произвести дискретизацию одного из сложных сигналов (S_1 , S_2 или S_3).

5.2 Исследовать спектры исходного и дискретизированного сигналов.

5.3 Исследовать частотные и импульсные характеристики фильтров – восстановителей.

5.4 Исследовать процесс восстановления дискретизированных сигналов.

6 Методические указания

6.1 Дискретизация сигнала

6.1.1 Выберите один из трех сигналов (например, S_1) в блоке ИСТОЧНИКИ СИГНАЛОВ и подайте его на вход «А» ПК, работающего в режиме спектроанализатора (входы ПК находятся в нижней части стенда справа).

6.1.2 С помощью спектроанализатора ПК получите спектр сигнала и определите его верхнюю частоту (F_B).

6.1.3 Рассчитайте требуемую частоту дискретизации f_d и установите её на макете кнопкой « f_d ».

6.1.4 Соедините входы двухлучевого осциллографа со входом и выходом дискретизатора, установите режим внешней синхронизации осциллографа (от гнезда С1 блока ИСТОЧНИКИ). Вход спектроанализатора подключите к выходу дискретизатора.

6.1.5 Зафиксируйте в отчёте временные диаграммы в следующем порядке (с сохранением масштаба по оси времени):

- исследуемый сигнал $S(t)$;
- сигнал дискретизации (гнездо нижнего входа перемножителя);
- выходной дискретизированный сигнал $s(k\Delta t)$.

С экрана монитора ПК зарисуйте спектры перечисленных выше сигналов.

6.1.6 Переключите кнопкой частоту дискретизации f_d на 1-2 шага выше и ниже выбранного значения f_d , при этом наблюдайте изменения в осциллограммах и спектрограммах сигнала на выходе дискретизатора. Наиболее характерные случаи зафиксируйте в отчёте.

6.2 Исследование фильтров

С целью выбора наилучшего из трех ФНЧ в качестве фильтра - восстановителя необходимо определить частоту среза каждого из них по АЧХ и по импульсной характеристике $g(t)$. Кроме того, АЧХ фильтров необходима для последующей коррекции f_d , а импульсная реакция $g(t)$ нужна для объяснения процесса восстановления сигнала.

6.2.1 Снятие АЧХ фильтра проводится путем подачи на его вход гармонического сигнала с напряжением 1 В и с частотой 1 кГц от встроенного генератора в блоке ИСТОЧНИКИ СИГНАЛОВ. К выходу фильтра подключите встроенный цифровой вольтметр переменного напряжения или осциллограф. Плавно увеличивая частоту генератора, снимите частотную характеристику $U_{\text{ВЫХ}} = \varphi(f)$ с шагом 1 – 2 кГц так, чтобы зафиксировать частоту среза $f_{\text{ср}}$, на которой $U_{\text{ВЫХ}}$ окажется в $\sqrt{2}$ раз меньше, чем на частоте 1 кГц, а также частоты, на которых $U_{\text{ВЫХ}}$ уменьшится до 0,1 и 0,05 от $U_{\text{ВЫХ}}$ (1 кГц). Постройте на одном графике АЧХ трёх фильтров и отметьте на них уточненные значения частот среза $f_{\text{ср}}$. Выберите лучший фильтр - восстановитель для исследуемого сигнала.

6.2.2 Снятие импульсной реакции ФНЧ производится путём подачи на вход фильтра коротких импульсов (с гнезда « $\delta(t)$ » блока ИСТОЧНИКИ). Осциллограмма выходного сигнала будет соответствовать импульсной реакции фильтра $g(t)$. Зарисуйте осциллограммы $g(t)$ для трёх фильтров, фиксируя на них значения «нулей» (рис. 4) по шкале на экране осциллографа с учетом масштаба развёртки (мкс/дел). Определите $\Delta t'$ для каждого ФНЧ и найдите частоты среза по формуле $f_{\text{ср}} = 1/(2\Delta t')$.

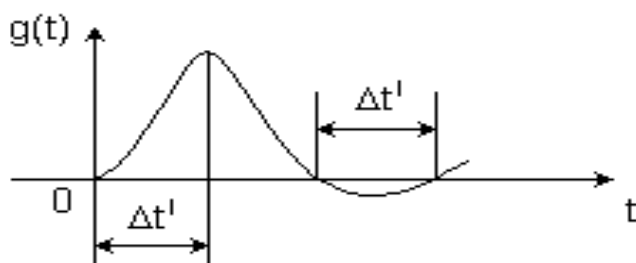


Рисунок 4 – Импульсная характеристика реального ФНЧ

6.2.3 По пунктам 6.2.1 или 6.2.2 выберите фильтр, наиболее пригодный для восстановления дискретизированного сигнала.

6.3 Восстановление дискретизированного сигнала

6.3.1 Сопоставьте спектры, снятые по п. 6.1.6 с АЧХ выбранного фильтра – восстановителя и скорректируйте частоту дискретизации, увеличив её на 1 - 2 шага от расчетного значения с тем, чтобы спектр исходного сигнала $s(t)$ можно было выделить из спектра дискретизированного сигнала с помощью выбранного реального ФНЧ.

6.3.2 Соедините выход дискретизатора со входом выбранного ФНЧ, установите на макете уточненное в п. 6.3.1. значение f_d . Подключите один из входов осциллографа ко входу дискретизатора, а второй – к выходу ФНЧ и зафиксируйте в отчёте осциллограммы исходного и восстановленного сигнала.

6.3.3 Изменяя частоту дискретизации на 1 - 2 шага от скорректированного значения f_d , зафиксируйте наиболее характерные осциллограммы восстановленных сигналов. В отчёте приведите заключение о том, допустимо ли изменять интервал между отсчетами дискретизированного сигнала Δt .

6.3.4 Установите прежнее значение f_d , замените выбранный ФНЧ на другой, а затем и на третий фильтр. Зафиксируйте в отчёте осциллограммы восстановленных сигналов с указанием f_{cp} ФНЧ.

6.3.5 Соедините вход дискретизатора с источником периодической последовательности прямоугольных импульсов, в качестве которого используется КОДЕР-1. Установите тумблерами КОДЕРА-1 любую комбинацию из одной единицы и четырех нулей. При этом на выходе КОДЕРА-1 формируются прямоугольные импульсы длительностью 450 мкс с периодом 7650 мкс. Проведя анализ спектра этого сигнала, выберите f_d и фильтр восстановителя. Зафиксируйте осциллограммы и спектры входного, дискретизированного и восстановленного сигналов.

7 Контрольные вопросы

- 1) Каков практический смысл в дискретизации аналоговых сигналов?
- 2) Сформулируйте теорему Котельникова.
- 3) При каких условиях теорема Котельникова гарантирует двойное преобразование сигналов (дискретизация и восстановление) без искажений?

- 4) Могут ли быть дискретизированы и затем восстановлены импульсы прямоугольной формы?
- 5) Каков алгоритм восстановления дискретизированного сигнала?
- 6) Какова роль ряда Котельникова в объяснении процесса восстановления сигнала?
- 7) Какую функцию выполняет ФНЧ?
- 8) С какой целью в работе исследовались спектры исходного и дискретизированного сигналов?
- 9) Можно ли произвольно увеличивать или уменьшать Δt между отсчетами? К чему это может привести?
- 10) В чем отличие идеального и реального ФНЧ?
- 11) С чем связана необходимость корректировать значение частоты дискретизации?
- 12) Какие функциональные узлы необходимы для дискретизации непрерывного сигнала?
- 13) Все ли аналоговые сигналы могут быть:
 - дискретизированы во времени;
 - восстановлены после дискретизации.
- 14) Назовите причины, вызывающие искажения при восстановлении дискретизированных сигналов.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра космического приборостроения и систем связи

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
О.Г. Локтионова
« 8 » 08 2023 г.



**ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛОТНОСТЕЙ ВЕРОЯТНОСТИ
СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ**

Методические указания
по выполнению лабораторной работы
для студентов, обучающихся по специальности
10.05.02 «Информационная безопасность
телекоммуникационных систем»
по дисциплине «Теория электросвязи»

Курск 2023

УДК 621.391 (075)

Составители: Д.С. Коптев

Рецензент

Доктор технических наук, старший научный сотрудник,
заведующий кафедрой космического приборостроения и систем связи
В. Г. Андронов

Исследование плотностей вероятности случайных процессов: методические указания по выполнению лабораторной работы / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Д.С. Коптев. Курск, 2023. – 15 с.

Методические указания по выполнению лабораторной работы содержат краткие теоретические сведения о законах распределения случайных сигналов, лабораторной установке и порядке выполнения лабораторной работы.

Методические указания соответствуют учебному плану по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем», а также рабочей программе дисциплины «Теория электросвязи».

Предназначены для студентов, обучающихся по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем» очной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 08.08.2023. Формат 60x84/16.
Усл. печ. л. 0,87. Уч.-изд. л. 0,79. Тираж 100 экз. Заказ 731. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

1 Цель работы

- ознакомление с методикой экспериментальных исследований плотностей вероятности случайных процессов. Установление количественных связей между характером случайного процесса, его числовыми характеристиками и графиками плотности вероятности.

2 Краткая характеристика исследуемых цепей и сигналов

Для проведения работы сменные блоки стенда не требуются, используются внутренние источники сигналов:

- гармонические сигналы с частотой 1 кГц в качестве сигнала со случайной начальной фазой;
- «белый» шум с выхода генератора шума;
- аддитивная смесь этих сигналов при различном соотношении сигнал/шум (a/σ).

Измерение плотности вероятности мгновенных значений сигналов производится с помощью ПК, работающего в режиме «ГИСТОГРАММА». Записанная в память ПК реализация исследуемого сигнала воспроизводится на экране монитора, а затем подвергается статистическому анализу, в результате которого получают графики плотности вероятности и вычисляются параметры случайного процесса (m и σ). Для контроля параметров входных сигналов используются встроенный вольтметр и осциллограф. Получение аддитивной смеси сигналов обеспечивается сумматором (Σ) стенда.

3 Домашнее задание

Изучите по конспекту лекций и литературе разделы о случайных сигналах и их характеристиках:

- Бабанин И.Г., Коптев Д.С. Общая теория связи. Сигналы и аналоговые системы передачи информации: учеб. пособие / Юго-Зап. гос. ун-т. – Курск, 2018. – 110 с.

- Коптев Д.С., Бабанин И.Г., Довбня В.Г. Теория радиотехнических сигналов: учеб. пособие / Юго-Зап. гос. ун-т. – Курск, 2019. – 240 с.

4 Основы теории

Случайными называются такие процессы $X(t)$, реализации которых в каждом опыте точно предсказать невозможно. В отличие от детерминированных для них нельзя заранее утверждать, что $X(t)$ в некоторый момент t будет иметь определённое значение; для непрерывного случайного процесса (СП) можно лишь говорить о некоторой вероятности того, что в этот момент значение $X(t)$ окажется в интервале между значениями x и $x + \Delta x$, т.е. если $X(t)$ есть случайная функция, то её значения при фиксированном значении аргумента представляют собой случайные величины $X(t_i) = X_i$.

Случайность процесса $X(t)$ проявляется в том, что вид наблюдаемой функции случайным образом меняется от одного наблюдения к другому. Однако получаемая в результате каждого отдельного опыта функция $x(t)$ не случайна. Её называют реализацией случайной функции. Совокупность всех возможных реализаций $\{x^{(r)}(t)\}$ и образует СП (или случайную функцию) $X(t) = \{x^{(r)}(t)\}$. Для непрерывного СП число реализаций образует несчётное множество.

На рисунке 1 показаны четыре реализации СП. Средние результаты, найденные по большому числу наблюдений СП, устойчивы, т.е. СП подчиняются определённым статистическим закономерностям.

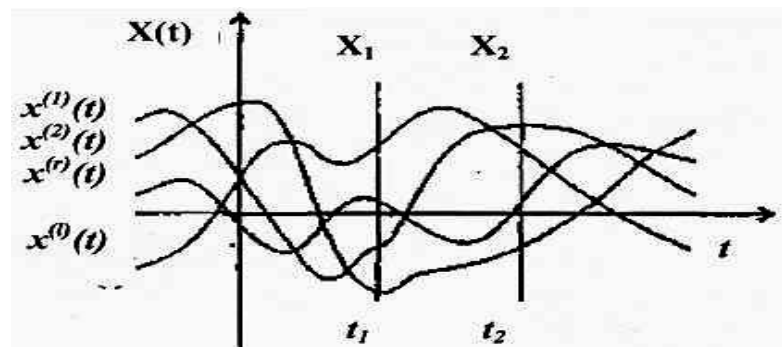


Рисунок 1 – Задание СП через совокупность его реализаций

Если на графике множества реализаций случайной функции $X(t)$ выбрать момент (сечение) t_1 , то множество $\{x^{(r)}(t_1)\}$ значений реализаций в этот момент образует случайную величину X . Значения этой случайной величины заранее неизвестны. Но можно установить некоторые закономерности, по которым можно судить о том, что в данном

сечении случайная величина с вероятностью p будет принимать значение в определённых пределах $[x, x + \Delta x]$.

Для непрерывных процессов $X(t)$ распределение вероятностей в заданном сечении t_1 характеризуется одномерной плотностью вероятностей (ПВ):

$$w(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow \infty} \frac{P(x \leq X \leq x + \Delta x)}{|\Delta x|} \geq 0,$$

выражающей отношение вероятности того, что случайная величина $X(t)$ примет значения в интервале $x \leq X \leq x + \Delta x$, к величине интервала Δx . На рисунке 2, б изображён типовой график одномерной ПВ.

Другой важной характеристикой случайных величин X является интегральная функция распределения (ИФР) $F(x)$, определяемая как вероятность того, что случайная величина X не превзойдёт некоторого значения x :

$$F(x) = P(X < x) = \int_{-\infty}^x w(x) dx.$$

График ИФР $F(x)$ приведён на рисунке 2, а.

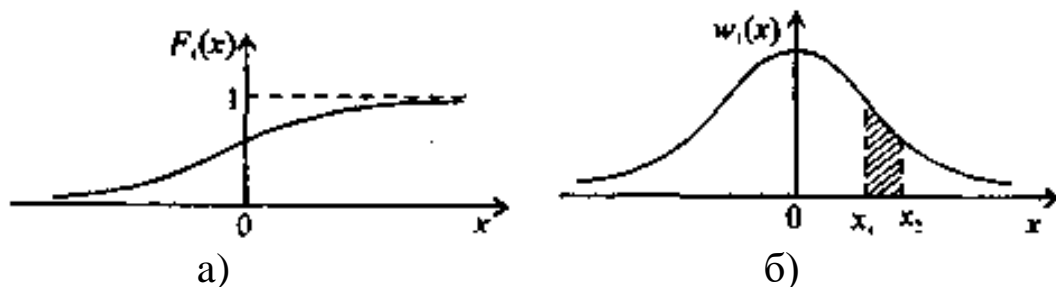


Рисунок 2 – Типовой график одномерной ИФР (а) и ПВ (б)

В прикладных задачах часто предполагают, что ИФР являются дифференцируемыми функциями и определяют $w(x)$ как производную от ИФР:

$$w(x) = \frac{dF(x)}{dx}.$$

Основные сведения об этих законах и их свойствах приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Основные свойства ИФР и ПВ случайной величины

Название и обозначение	Функция распределения $F(x)$	Плотность вероятности $w(x)$
Определение	$F(x) = P(X \leq x)$	$w(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P(x \leq X \leq x + \Delta x)}{ \Delta x }$
Физическая размерность	безразмерная	размерность $1/X$
Взаимосвязь	$F(x) = \int_{-\infty}^x w(y) dy$	$w(x) = \frac{dF(x)}{dx}$
Особенности функции	$F(x_2) \geq F(x_1)$ при $x_2 > x_1$ (неубывающая)	$w(x) \geq 0$ (неотрицательная)
Расчет вероятности $P(x_1 \leq X \leq x_2)$	$P(x_1 \leq X \leq x_2) = F(x_2) - F(x_1)$	$P(x_1 \leq X \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} w(x) dx$
Свойство нормировки	$F(-\infty) = 0, \quad F(\infty) = 1$	$\int_{-\infty}^{\infty} w(x) dx = 1$

На практике часто ограничиваются рассмотрением более простых характеристик СП, называемых числовыми характеристиками или моментами. В общем случае можно использовать моменты k -го порядка:

- начальные:

$$m_k(t) = M_k[X(t)] = \overline{X^k(t)} = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} x^k w(x, t) dx & \text{для непрерывно го СП,} \\ \sum_{i=1}^m x_i^k P(x_i, t) & \text{для дискретно го СП;} \end{cases}$$

- центральные:

$$\mu_k[X(t)] = \overline{[X(t) - \overline{X(t)}]^k} = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} [x - \overline{X(t)}]^k w(x, t) dx & \text{для непрерывно го СП,} \\ \sum_{i=1}^m [x_i - \overline{X(t)}]^k P(x_i, t) & \text{для дискретно го СП,} \end{cases}$$

где $\overline{X(t)} = \overline{X(t)} - \overline{X(t)}$ – центрированное значение СП. Черта сверху означает усреднение по множеству реализаций. Моменты полностью

определяются одномерным распределением и в общем случае произвольного СП являются детерминированными функциями времени.

Математическим ожиданием СП (МО) называется начальный момент первого порядка, определяющий среднее значение СП:

$$m_1(t) = M[X(t)] = \overline{X(t)} = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} xw(x,t)dx & \text{- для непрерывного СП,} \\ \sum_{i=1}^m x_i P(x_i,t) & \text{- для дискретного СП.} \end{cases}$$

Центральный момент второго порядка называется дисперсией:

$$\sigma^2(t) = D[X(t)] = \overline{[X(t) - \overline{X(t)}]^2} = \overline{X^2(t)} = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} [x - \overline{X(t)}]^2 w(x,t)dx & \text{- непр. СП,} \\ \sum_{i=1}^m [x_i - \overline{X(t)}]^2 P(x_i,t) & \text{- дискр. СП,} \end{cases}$$

$$\sigma^2(t) = D[X(t)] = m_2(t) - m_1^2(t) = \overline{X^2(t)} - \overline{X}^2(t).$$

Величину $\sigma = \sqrt{D(X)}$ называют стандартным или среднеквадратическим отклонением. Дисперсия характеризует разброс мгновенных значений СП относительно его среднего значения. Дисперсия имеет наглядный смысл мощности флюктуационной составляющей эргодического процесса. МО и дисперсия являются важными характеристиками СП.

Одномерной плотностью вероятности случайного процесса является величина, пропорциональная относительно времени пребывания его реализации на уровне между x и $x + \Delta x$. Это свойство ПВ положено в основу принципа её измерения, поясняемого рисунком 3. Длительность прямоугольных импульсов постоянной амплитуды пропорциональна времени пребывания реализации СП в интервале между x_0 и $x_0 + \Delta x$. Показания прибора, измеряющего среднее значение тока, создаваемого последовательностью видеоимпульсов, пропорциональны плотности вероятности $w(x_0)$. Для измерения математического ожидания СП можно использовать любой достаточно инерционный стрелочный прибор.

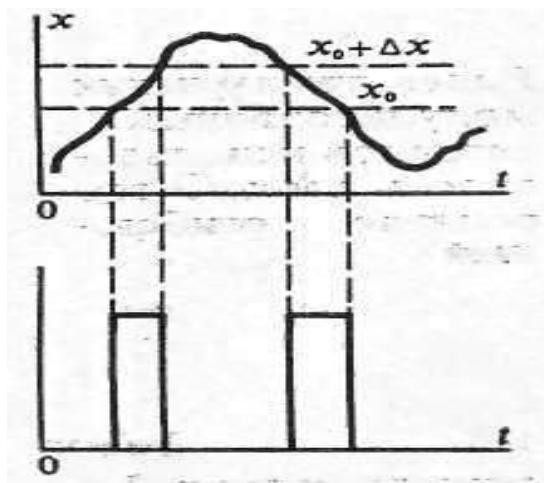


Рисунок 3 – Принцип измерения плотности вероятности

Прибор, измеряющий дисперсию СП, должен иметь на входе конденсатор, отделяющий постоянную составляющую. Дальнейшие этапы процесса измерения – возведение в квадрат и усреднение по времени – выполняются инерционным квадратичным вольтметром.

4.1 Плотности вероятности гармонических колебаний и нормального шума

Плотность вероятности гармонического колебания со случайной начальной фазой.

Гармоническое колебание $s(t) = A_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$, имеющее одинаковую амплитуду A_0 и частоту ω_0 , но случайные начальные фазы φ , представлено на рисунке 4.

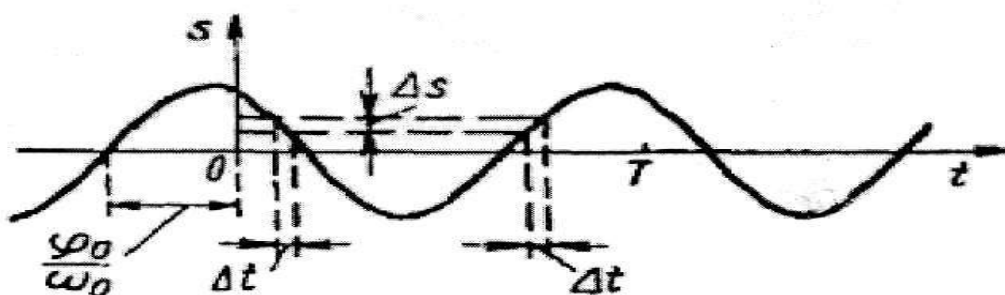


Рисунок 4 – Гармоническое колебание с равномерно распределённой фазой

Начальные фазы могут принимать значения только в интервале $(-\pi, +\pi)$. Обозначив $\Psi = \omega_0 t + \varphi$, получим:

$$s = A_0 \sin \psi.$$

Произвольно выбранному значению s соответствуют два значения Ψ из интервала $(\cos \omega_0 t - \pi, \cos \omega_0 t + \pi)$, которые обозначим через Ψ_1 и Ψ_2 . Тогда:

$$w_1(s) = \begin{cases} \frac{w_1(\Psi_1 - \omega_0 t) + w_1(\Psi_2 - \omega_0 t)}{\sqrt{A_0^2 - s^2}} & -A_0 \leq s \leq A_0, \\ 0 & s < -A_0, \quad s > A_0, \end{cases} \quad (1)$$

так как $|\partial \Psi / \partial s| = (A_0^2 - s^2)^{-1/2}$.

Эта формула показывает, что в общем случае плотность вероятности $w_1(s)$ зависит от времени и рассматриваемый ансамбль является нестационарным. Наибольший практический интерес представляет случай, когда ансамбль является стационарным. Это имеет место лишь тогда, когда плотность вероятности $w_1(\Psi - \omega_0 t)$ является прямоугольной:

$$w_1(\Psi - \omega_0 t) = \begin{cases} 1/2\pi & \omega_0 t - \pi_0 \leq \Psi \leq \omega_0 t + \pi_0, \\ 0 & \Psi < \omega_0 t - \pi_0, \quad \Psi > \omega_0 t + \pi_0, \end{cases}$$

В данном случае (1) переходит в следующее выражение:

$$w_1(s) = \begin{cases} \frac{1}{\pi \sqrt{A_0^2 - s^2}} & \text{при } |s| \leq A_m, \\ 0 & \text{при } |s| > A_m. \end{cases} \quad (2)$$

Так как $\Psi = \omega_0 t + \varphi$, то (1) эквивалентно условию:

$$w_1(\varphi) = \begin{cases} 1/2\pi, & -\pi \leq \varphi \leq \pi, \\ 0 & \varphi < -\pi, \quad \varphi > \pi. \end{cases}$$

Таким образом, если случайная начальная фаза распределена равномерно на интервале $(-\pi, +\pi)$, то ансамбль гармонических колебаний является стационарным с одномерной плотностью вероятности (2). Эта плотность вероятности изображена на рисунке 5.

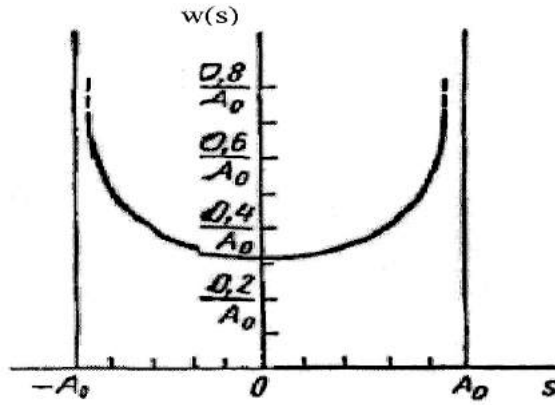


Рисунок 5 – Плотность вероятности гармонического колебания с равномерно распределённой фазой

Формуле (2) можно дать другое физическое толкование, если рассматривать вероятность стационарного процесса как относительное время пребывания процесса в соответствующем интервале. Действительно, пусть имеется гармоническое колебание с фиксированной фазой φ_0 :

$$s(t) = A_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (3)$$

Каждому фиксированному значению s из интервала $(-A_0, +A_0)$ соответствуют два значения аргумента t на периоде $T = 2\pi/\omega_0$ (рисунок 5). Если понимать под вероятностью $w_1(s)\Delta s$ относительное время пребывания гармонического колебания в интервале $(s, s + \Delta s)$, то можем написать:

$$w_1(s)\Delta s = 2\Delta t/T, \quad (4)$$

где согласно (3) $\Delta s = \omega_0 A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \Delta t = \omega_0 \Delta t \sqrt{A_0^2 - s^2}$ или $\Delta t = \Delta s / \omega_0 \sqrt{A_0^2 - s^2}$.

После подстановки значений T и Δt выражение (4) приводится к формуле (2). Такая интерпретация поясняет поведение плотности вероятности $w_1(s)$ (рисунок 5). В окрестности точек $t_i = (\frac{\pi}{2} + i\pi - \varphi_0) / \omega_0$, $i = 0; 1$, где $s(t_i) \approx \pm A_m$, производная (скорость) мала $s'(t_i) \approx 0$, время пребывания синусоиды в заданном интервале

велико, и поэтому плотность вероятности стремится к бесконечности. Наоборот, в окрестности точек $t_j = (j\pi - \varphi_0)/\omega_0$, $j = 0; 1$, производная (скорость) велика $s(t_j) \approx \pm \omega_0 A_m$, время пребывания синусоиды в заданном интервале мало, и плотность вероятности имеет наименьшее значение.

4.2 Плотность вероятности суммы двух независимых СП

Для гармонического колебания $s(t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$ с равномерно распределенной начальной фазой и нормального стационарного шума $\xi(t)$ с нулевым средним значением:

$$\zeta(t) = s(t) + \xi(t),$$

имеем:

$$w_2(s, \xi) = w_1(s)w_1(\xi) = \frac{1}{\pi\sigma\sqrt{2\pi(A_0^2 - s^2)}} e^{-\xi^2/2\sigma^2}, \quad |s| \leq A_0.$$

Одномерная плотность вероятности СП $\zeta(t)$ определяется выражением:

$$w_1(\zeta) = \frac{1}{\pi\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-A_0}^{A_0} \frac{1}{\sqrt{A_0^2 - s^2}} \exp\left[-\frac{(\zeta - s)^2}{2\sigma^2}\right] ds.$$

Введя новую переменную согласно равенству $s = A_0 \cos \Psi$, ($ds = -A_0 \sin \psi d\psi = -\sqrt{A_0^2 - s^2} d\psi$), получим:

$$w_1(\zeta) = \frac{1}{\pi\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^\pi \exp\left[-\frac{(\zeta - A_0 \cos \psi)^2}{2\sigma^2}\right] d\psi.$$

Введя нормированную случайную переменную $\zeta^\circ = \zeta/\sigma$ и обозначив через $a = A_0/\sigma$ величину, характеризующую отношение сигнал/шум по напряжению, получим окончательную формулу:

$$w(\zeta^\circ) = \frac{1}{\pi\sqrt{2\pi}} \int_0^\pi \exp\left[-\frac{1}{2}(\zeta^\circ - a \cos \psi)^2\right] d\psi.$$

Графики этой плотности вероятности для нескольких значений параметра a приведены на рисунке 6.

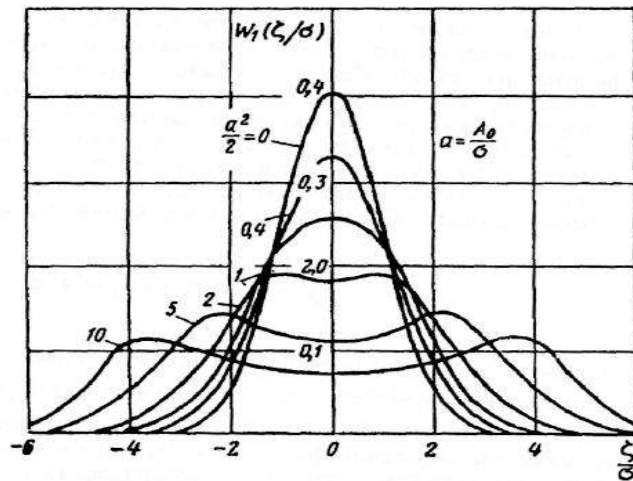


Рисунок 6 – Плотность вероятности суммы нормального шума и гармонического сигнала со случайной начальной фазой.

5 Лабораторное задание

5.1 Получите с помощью ПК реализации сигналов, графики плотности вероятности, по которым определите параметры (m и σ).

5.2 Установите связь между характером реализации процесса, формой графика плотности вероятности и его параметрами.

6 Методические указания

6.1 Гармонический сигнал со случайной начальной фазой

6.1.1 Проведите калибровку осциллографа. Для этого соедините вход вольтметра, работающего в режиме измерения переменного напряжения, с гнездом «1 кГц» в блоке ИСТОЧНИКИ СИГНАЛОВ. Ручкой регулятора выхода генератора установите напряжение 0,707 В. Напомним, что измерительные приборы показывают действующее значение гармонического сигнала: $U_m = \sqrt{2} U = 0,707 \sqrt{2} = 1,0$ В.

Не меняя регулировки выходного напряжения, замените вольтметр осциллографом. Отрегулируйте масштаб усиления осциллографа так, чтобы размах сигнала по вертикали составлял 2 клетки, т. е. амплитуда $a = 1$ клетке. На этом калибровка закончена и в дальнейшем её менять не следует. Итак, одна клетка на экране осциллографа теперь соответствует 1,0 В.

6.1.2 Зафиксируйте реализацию (осциллограмму) исследуемого сигнала. В случаях, когда исследуется непериодический сигнал, сделать это по осциллографу затруднительно. В этом случае исследуемый сигнал следует подать на гнездо «А» входа ПК на стенде, а затем вызвать программу «ОСЦИЛЛОГРАФ», которая позволяет «остановить» картинку и при необходимости изменить ее масштаб.

6.1.3 Соедините вход «А» ПК (он расположен в правой части стенда, внизу) с гнездом генератора «1 кГц». При этом уровень сигнала не менять; $U_m = 1,0$ В.

Перевести ПК в режим «ГИСТОГРАММА».

6.1.4 В отчёте зафиксируйте:

- график плотности вероятности;
- m и σ (или σ^2);
- реализацию (осциллограмму п.6.1.2);
- условия эксперимента.

6.1.5 Пользуясь вольтметром или осциллографом, уменьшите сигнал с выхода генератора «1 кГц» в 2 раза, т. е. установите $U_m = 0,5$ В (или $U = 0,35$ В).

6.1.6 Повторите п. 6.1.4.

6.2 «Белый» шум.

6.2.1 Соедините гнездо ГШ со входом осциллографа, установите напряжение шума таким, чтобы максимальная ширина шумовой «дорожки» на экране не превышала 6 клеток. Согласно «правилу трёх сигм» нормального закона это означает, что $6\sigma = 6$ клеток, или $\sigma = 1$ клетке, т. е. в соответствии с калибровкой, $\sigma = 1,0$ В.

Соедините вход ПК («А») с гнездом выхода ГШ.

6.2.2 Повторите п. 6.1.4.

6.2.3 Контролируя напряжение шума по экрану осциллографа, уменьшите (ручкой выхода ГШ) напряжение шума в 2 раза. При этом σ будет соответствовать половине клетки, т.е. 0,5 В.

6.2.4 Повторите п. 6.1.4.

6.3 Аддитивная смесь гармонического сигнала и «белого» шума.

6.3.1 Подключите осциллограф к выходу сумматора. Подайте на один из входов гармонический сигнал (второй вход свободен). Отрегулируйте (если нарушена предыдущая регулировка) $a = 0,5$ клетки ручкой выхода генератора «1 кГц». Затем, отключив сигнал от входа сумматора, на второй его вход подайте шум. Ширина шумовой «дорожки» на экране осциллографа должна быть 3 клетки. При необходимости отрегулируйте выходное напряжение ГШ. Восстановите схему, подключив источник «1 кГц» ко входу сумматора. Таким образом, выставлено соотношение сигнал/шум $a/\sigma = 1$.

6.3.2 Повторите п. 6.1.4.

6.3.3 Отключив шум, увеличьте сигнал в 2 раза (размах сигнала на экране осциллографа должен быть 2 клетки), а напряжение шума сохраните прежним. Восстановите схему, подключив источник шума к сумматору. Теперь $a/\sigma = 2$.

6.3.4 Повторите п. 6.1.4.

6.3.5 Установите отношение $a/\sigma = 3$.

6.3.6 Повторите п. 6.1.4.

7 Контрольные вопросы

1) Нарисуйте график плотности вероятности любого сигнала. Объясните, что отложено по осям, размерности. Объясните смысл понятия «плотность вероятности».

2) Как практически определить плотность вероятности?

3) Что такое нормальный случайный процесс? Его аналитическая запись.

4) Изобразите график $w(x)$ для нормального закона и его изменения при увеличении или уменьшении σ и m .

5) Как по графику $w(x)$ нормального закона найти математическое ожидание и дисперсию?

6) Как определить вероятность попадания в заданный интервал Δx по:

- графику плотности вероятности;
- графику функции распределения.

- 7) Объясните физический смысл понятий математическое ожидание и дисперсия применительно к сигналам связи?
- 8) В чём состоит различие стационарных и нестационарных процессов?
- 9) Дайте определение эргодического случайного процесса?
- 10) Что такое случайный процесс и его реализация?

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра космического приборостроения и систем связи



ИЗУЧЕНИЕ ФОРМЫ И СПЕКТРА СИГНАЛОВ НА ВЫХОДЕ РЕЗИСТИВНОЙ ЦЕПИ ПРИ МОНО- И БИГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

Методические указания
по выполнению лабораторной работы
для студентов, обучающихся по специальности
10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных
систем» по дисциплине «Теория электросвязи»

Курск 2023

УДК 621.391 (075)

Составители: Д.С. Коптев

Рецензент

Доктор технических наук, старший научный сотрудник,
заведующий кафедрой космического приборостроения и систем связи
В. Г. Андронов

Изучение формы и спектра сигналов на выходе резистивной цепи при моно- и бигармоническом воздействии: методические указания по выполнению лабораторной работы / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Д.С. Коптев. Курск, 2023. – 13 с.

Методические указания по выполнению лабораторной работы содержат краткие теоретические сведения о преобразовании формы и спектра сигналов безинерционным нелинейным элементом, лабораторной установке и порядке выполнения лабораторной работы.

Методические указания соответствуют учебному плану по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем», а также рабочей программе дисциплины «Теория электросвязи».

Предназначены для студентов, обучающихся по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем» очной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 08.08.2023. Формат 60x84/16.
Усл. печ. л. 0,76. Уч.-изд. л. 0,68. Тираж 100 экз. Заказ 727. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

1 Цель работы

- изучение формы и спектра сигналов на выходе резистивной цепи, содержащей нелинейный безинерционный элемент при моно- и бигармоническом воздействии.

2 Краткая характеристика исследуемых цепей и сигналов

В данной работе используется универсальный лабораторный стенд со сменным блоком «ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СИГНАЛОВ В НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ». Принципиальная схема исследуемой цепи (рисунок 1) содержит резистивный усилительный каскад на полевом транзисторе. Для формирования этой схемы достаточно переключатель НАГРУЗКА («R» «LC») установить в положение «R». Состояние остальных переключателей макета безразлично (колебательный контур и связанные с ним цепи в данной работе не используются).

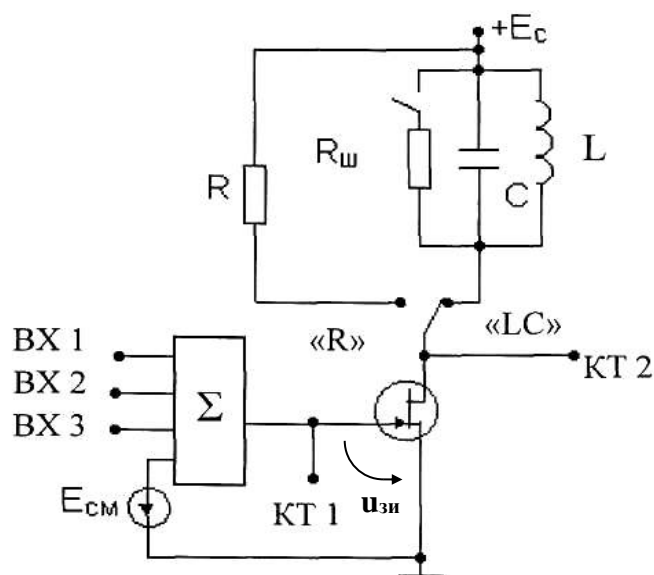


Рисунок 1 – Принципиальная схема исследуемой цепи

Источниками входных сигналов служат внутренние генераторы, гнезда и регуляторы выходного напряжения которых расположены в левой части стенда (в блоке «ИСТОЧНИКИ СИГНАЛОВ»). Там же находится встроенный диапазонный звуковой генератор. Входные сигналы, подаваемые на любые из трех входов макета (гнезда ВХ1...ВХ3), а также напряжение смещения $E_{см}$, через сумматор (Σ) подаются на затвор полевого транзистора (гнездо КТ1).

Сумматор выполнен на операционном усилителе. Схема сумматора исключает взаимное влияние между входами ВХ1, ВХ2 и ВХ3, что позволяет измерять напряжения каждого источника непосредственно на входе сумматора, не отключая остальные источники. Выходом макета является гнездо КТ2 в цепи стока. Напряжение смещения устанавливается движковым потенциометром в правой части стенда (ручкой $E_{см}$) и контролируется вольтметром, расположенным выше. Для измерения постоянной составляющей тока стока (i_c) там же расположен микроамперметр. Для включения прибора в цепь стока следует нажать кнопку « i_c » в середине сменного блока.

В работе используются также встроенный вольтметр переменного напряжения, двухлучевой осциллограф и персональный компьютер (ПК), который в данной работе используется в качестве спектроанализатора (осциллографа).

3 Домашнее задание

3.1 Изучите по конспекту лекций и литературе разделы о преобразовании формы и спектра сигналов безинерционным нелинейным элементом:

– Бабанин И.Г., Коптев Д.С. Общая теория связи. Сигналы и аналоговые системы передачи информации: учеб. пособие / Юго-Зап. гос. ун-т. – Курск, 2018. – 110 с.

– Коптев Д.С., Бабанин И.Г., Довбня В.Г. Теория радиотехнических сигналов: учеб. пособие / Юго-Зап. гос. ун-т. – Курск, 2019. – 240 с.

3.2 Проведите необходимые расчёты спектров исследуемых сигналов.

4 Основы теории

Нелинейная электрическая цепь (НЭЦ) состоит из нелинейных $R(i)$, $L(i)$ и $C(u)$. Для НЭЦ принцип суперпозиции не справедлив. В спектре сигнала, прошедшего через НЭЦ, возникают новые частоты, не содержащиеся в спектре входного сигнала.

Для анализа и расчета НЭЦ необходимо задать вольт-амперные (ВАХ) или иные аналогичные характеристики нелинейных элементов (НЭ) в аналитической форме. Реальные характеристики обычно

имеют сложный вид, затрудняющий точное их описание с помощью достаточно простого аналитического выражения. Поэтому в этих случаях применяют различные способы аппроксимации характеристик, т. е. их представления относительно простыми функциями, приближенно отображающими истинные характеристики.

Выбор оптимальной аппроксимации зависит от вида нелинейной характеристики, а также от режима работы НЭ. Одним из наиболее распространенных способов аппроксимации является аппроксимация степенным полиномом, основанная на разложении нелинейной ВАХ $i(u)$ в ряд Тейлора, сходящийся в окрестностях рабочей точки U_0 :

$$i(u) = a_0 + a_1(u - U_0) + a_2(u - U_0)^2 + a_3(u - U_0)^3 + \dots, \quad (1)$$

где коэффициенты $a_i, i = 1, \dots, n$ определяются выражением:

$$a_n = \frac{1}{n!} \left. \frac{d^n i}{du^n} \right|_{u=U_0}. \quad (2)$$

Коэффициент a_1 представляет собой крутизну характеристики в рабочей точке $u = U_0$, a_2 – первую производную крутизны (с коэффициентом $1/2!$), a_3 – вторую производную крутизны (с коэффициентом $1/3!$) и т. д. При заданной форме ВАХ величины коэффициентов $a_i, i = 1, \dots, n$ существенно зависят от положения рабочей точки U_0 на характеристике. Количество членов разложения n зависит от заданной точности расчётов.

Степенную аппроксимацию используют при анализе работы нелинейных цепей при воздействии относительно малых внешних воздействий.

При больших амплитудах сигнала используют кусочно-линейную аппроксимацию нелинейной характеристики. Данный способ основан на приближённой замене реальной характеристики отрезками прямых линий с различными наклонами (рисунок 2). Аппроксимация определяется двумя параметрами – напряжением начала характеристики U_1 и крутизной S , имеющей размерность проводимости. Математическая форма аппроксимированной ВАХ имеет вид:

$$i(t) = \begin{cases} 0, & u \leq U_1; \\ S(u - U_1), & u \geq U_1, \end{cases} \quad (3)$$

где U_1 – так называемое напряжение отсечки.

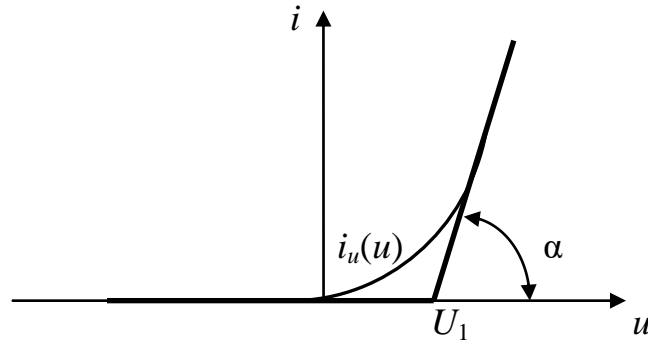


Рисунок 2 – Кусочно-линейная аппроксимация нелинейной характеристики

Режим работы усилителей с нелинейной ВАХ в зависимости от напряжения входного сигнала можно условно разделить на квазилинейный (режим слабых сигналов) и нелинейный (режим сильных сигналов).

На рисунке 3 представлен первый режим работы, при котором напряжение входного сигнала $u(t)$ не выходит за пределы точки U_1 и ВАХ $i(u)$ удовлетворительно аппроксимируется степенным полиномом (1). Подставив в (1) $u(t) = E \cos \omega_1 t$, получим:

$$i(t) = i(U_0) + a_1 E \cos \omega_1 t + a_2 E^2 \cos^2 \omega_1 t + a_3 E^3 \cos^3 \omega_1 t \dots \quad (4)$$

С помощью тригонометрических соотношений:

$$\cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x); \quad \cos^3 x = \frac{3}{4} \cos x + \frac{1}{4} \cos 3x;$$

$$\cos^4 x = \frac{3}{8} + \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{8} \cos 4x \text{ и т. д.,}$$

выражение (4) приводится к виду:

$$i(t) = I_0 + I_1 \cos \omega_1 t + I_2 \cos 2\omega_1 t + I_3 \cos 3\omega_1 t + \dots, \quad (5)$$

где I_0, I_1, I_2 – соответственно амплитуда постоянной составляющей и гармоник основной частоты;

$$I_0 = i(U_0) + \frac{1}{2}a_1E^2 + \frac{3}{8}a_4E^4 + \dots; \quad I_1 = a_1E + \frac{3}{4}a_3E^3 + \frac{5}{8}a_5E^5 + \dots;$$

$$I_2 = \frac{1}{2}a_2E^2 + \frac{1}{8}a_4E^4 + \dots \text{ и т. д.}$$

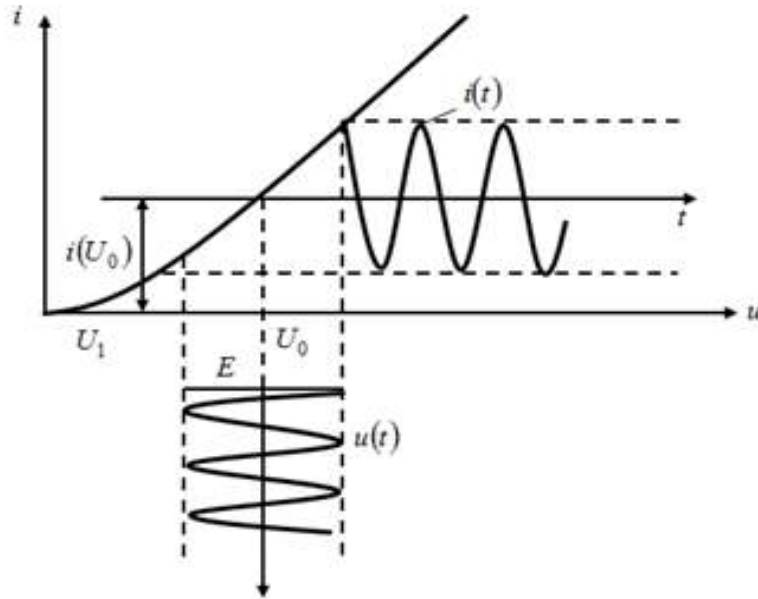


Рисунок 3 – Слабо нелинейный режим работы усилителя

Из выражения (5) видны последствия нелинейности ВАХ при усилении гармонического сигнала:

– амплитуда I_1 первой гармоники (основной частоты ω_1) связана с амплитудой входного сигнала E нелинейным соотношением, обусловленным нечётными степенями аппроксимирующего ВАХ полинома (1):

– ток $i(t)$ содержит высшие гармоники с частотами $n\omega_1$, кратными основной частоте ω_1 . Чётные гармоники (с частотами $2\omega_1, 4\omega_1, \dots$) обусловлены чётными степенями, а нечётные гармоники (с частотами $3\omega_1, 5\omega_1, \dots$) – нечётными степенями полинома.

Работа усилителя во втором (нелинейном) режиме характеризуется большой амплитудой входного сигнала E , сдвигом рабочей точки U_0 влево и кусочно-линейной аппроксимацией ВАХ (рисунок 4, а). При гармоническом входном сигнале ток $i(t)$ приобретает им-

пульсную форму (рисунок 4, б). Угол θ , соответствующий изменению тока от максимального значения I_m до нуля, называется углом отсечки тока. Длительность импульсов тока равна 2θ (рисунок 4, б).

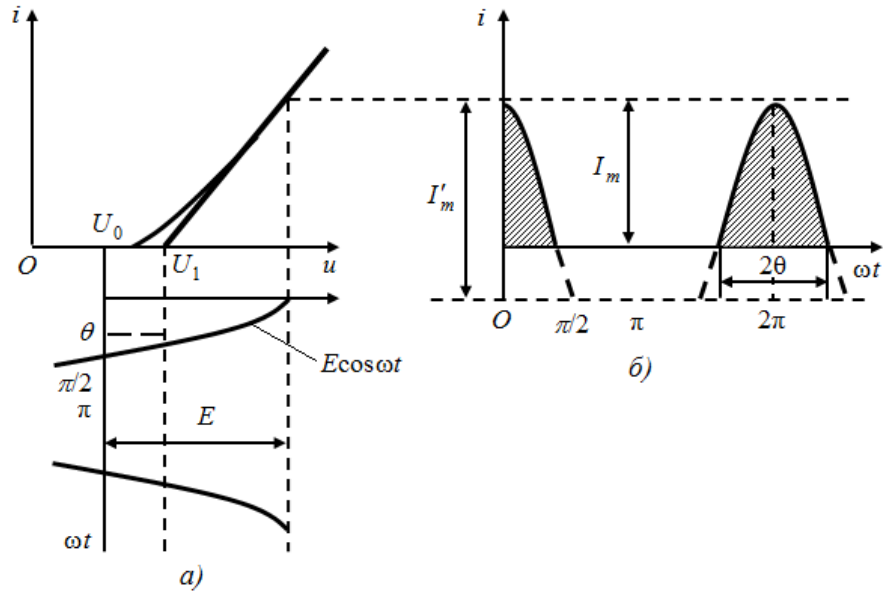


Рисунок 4 – Нелинейный режим работы усилителя

Из рисунка 4 следует выражение:

$$\cos\theta = \frac{(U_1 - U_0)}{E}. \quad (6)$$

Амплитуды постоянной составляющей и гармоник определяются соответствующими коэффициентами ряда Фурье. Общее выражение для амплитуды n -ой гармоники имеет вид:

$$I_n = I_m \frac{2(\sin\theta \cos\theta - n \cos n\theta \sin\theta)}{n\pi(n^2 - 1)(1 - \cos\theta)}. \quad (7)$$

Отношение $\alpha_n = I_n / I_m$ называется коэффициентом n -ой ($n = 0, 1, 2, \dots$) гармоники или коэффициентами Берга.

При $\theta = 0$ ток равен нулю (нелинейный элемент заперт на протяжении всего периода); при $\theta = 180^\circ$ отсечка тока отсутствует и режим работы становится линейным.

Сдвиг спектра сигнала по оси частот на определённую постоянную величину при сохранении структуры сигнала называется преобразованием частоты.

При бигармоническом воздействии $u(t) = E_1 \cos \omega_1 t + E_2 \cos \omega_2 t$, в составе тока появляются частоты $\omega = k\omega_1 \pm m\omega_2$, $k = \overline{0, n}$, $(k + m) \leq n$. Гармоникам частоты ω_1 соответствуют значениям $m = 0$ ($k \neq 0$), гармоникам частоты ω_2 – значениям $k = 0$ ($m \neq 0$). Частоты, получаемые при значениях m и k , не равных нулю одновременно, называют комбинационными. При этом число $(k + m)$ называют порядком комбинационной частоты.

Из качественного рассмотрения полученных результатов следует, что простой резистивный НЭ в сочетании с избирательной линейной цепью позволяет осуществить ряд преобразований, таких, как нелинейное резонансное усиление, умножение и преобразование частоты сигнала, выпрямление, детектирование модулированных сигналов, амплитудную модуляцию, и др.

5 Лабораторное задание

5.1 Снимите и постройте вольт – амперную характеристику (ВАХ) нелинейного элемента.

5.2 Исследуйте преобразование формы и спектра моногармонического сигнала на квадратичном участке ВАХ нелинейного элемента.

5.3 Исследуйте преобразование формы и спектра бигармонического сигнала на квадратичном участке ВАХ нелинейного элемента.

5.4 Выполните исследования по пунктам 5.2 и 5.3 для кусочно-параболического участка ВАХ.

6 Методические указания

6.1 Снятие ВАХ (сток-затворной) полевого транзистора $i_c = f(E_{см})$ производится путем последовательной установки ряда напряжений смещения (см. таблицу 1) и измерения для каждого из них значения тока стока i_c . Для измерения необходимо нажать кнопку « i_c » и произвести отсчет со встроенного миллиамперметра.

Таблица 1 – Значения напряжения смещения

$E_{см}$	В	0	-0,5	-1	-1,5	...	u_0
i_c	мА					...	0

При этом учтите, что полное отклонение стрелки этого прибора соответствует 5,0 мА и не зависит от положения переключателя пределов измерений. Во избежание ошибок при снятии вольтамперной характеристики отключите все провода от входов сумматора. После заполнения таблицы постройте график $i_c(E_{см})$, подобный рисунку 5.

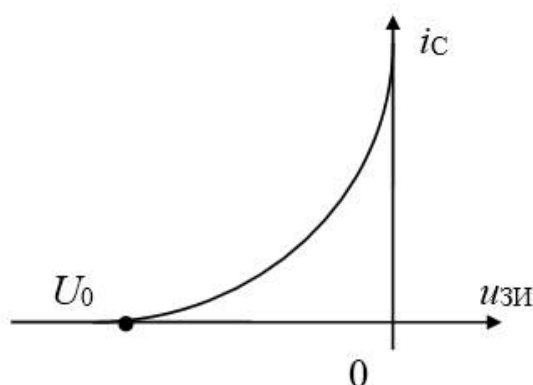


Рисунок 5 – Типовая вольт – амперная характеристика

6.2 Моногармоническое воздействие $u_{зи} = E_{см} + U_m \cos 2\pi f_1 t$.

На построенной ВАХ определите границы квадратичного участка ($U_0 < E_{см} < 0$).

6.3 Преобразование на квадратичном участке ВАХ.

6.3.1 Положение рабочей точки выбирается на середине квадратичного участка ВАХ, т. е. $E_{см1} = U_0/2$, где U_0 – напряжение отсечки (рис. 5). Установите полученное значение $E_{см1}$ потенциометром $E_{см}$ и занести его в таблицу 2.

Таблица 2 – Спектр тока стока

$E_{см1} =$ В; $f_1 = 1$ кГц; $U_{m1} =$ В; $U_1 = U_{m1}/\sqrt{2} =$ В					
Частота	0	f_1	$2f_1$	$3f_1$...
Амплитуда					...

6.3.2 Амплитуда входного сигнала U_{m1} должна быть такой, чтобы сигнал занимал весь квадратичный участок ВАХ (от нуля до отсечки), т. е. $U_{m1} = |E_{см1}|$ (см. рисунок 6).

Учтите, что измерительные приборы имеют градуировку в действующих (U), а не амплитудных (U_m) значениях:

$$U = U_m / \sqrt{2}.$$

6.3.3 Временные диаграммы и спектры при моногармоническом сигнале наблюдайте на входе (гнездо КТ1) и выходе (гнездо КТ2) преобразователя. Зарисуйте их друг под другом с сохранением соответствия как по оси времени, так и по оси частот. Для анализа спектра на ПК соответствующее гнездо стенда соедините специальным проводом со входом «А» ПК, расположенным внизу стенда, левее встроенного вольтметра. На приводимых спектрограммах обязательно укажите частоты в Гц и амплитуды спектральных составляющих в делениях. Эти же данные внесите в таблицу 2.

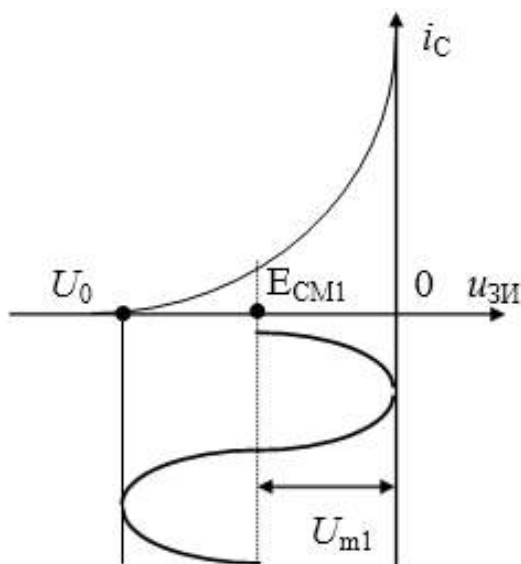


Рисунок 6 – Пояснение к пункту 6.3.2

6.4 Преобразование на кусочно-параболическом участке ВАХ.

6.4.1 Установить $E_{см2} = U_0$.

6.4.2 Установите амплитуду входного сигнала $U_{m2} = |U_0|$ (U_{m2} – второе значение амплитуды входного сигнала, рисунок 7).

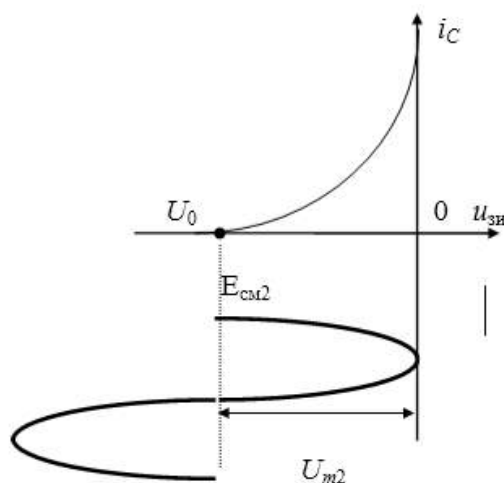


Рисунок 7 – Пояснение к пункту 6.4.2

6.4.3 Повторите пункт 6.3.3 для $E_{см2}$ и U_{m2} , заполнив таблицу 3, подобную таблице 2.

6.5 Бигармоническое воздействие $u_{вх} = E_{см} + U_{1m}\cos 2\pi f_1 t + U_{2m}\cos 2\pi f_2 t$

В качестве источника второго гармонического сигнала с частотой $f_2 = 1,2$ кГц используется диапазонный генератор низкой частоты в блоке «ИСТОЧНИКИ». На один из входов сумматора подайте прежний сигнал $f_1 = 1$ кГц, на любой другой – $f_2 = 1,2$ кГц.

6.5.1 Преобразование на квадратичном участке ВАХ.

6.5.1.1 Установите смещение $E_{см} = E_{см1} = U_0/2$ (рабочая точка на середине квадратичного участка ВАХ).

6.5.1.2. Установите одинаковые амплитуды сигналов от разных источников на обоих входах сумматора $U_{1m} = U_{2m} = |U_0/4|$, при этом суммарный сигнал («биения») не выйдет за пределы квадратичного участка.

6.5.1.3. Повторите п. 6.3.3 для новых параметров сигналов, заполнив соответствующую таблицу.

6.5.1.4. Повторите п. 6.3.3, предварительно уменьшив вдвое амплитуду одного из сигналов.

6.5.2. Преобразование на кусочно-параболическом участке ВАХ

6.5.2.1. Установите $E_{см} = E_{см2} = U_0$ (рисунок 7).

6.5.2.2. Установите амплитуды сигналов $U_{1m} = U_{2m} = |U_0/2|$

6.5.2.3. Повторить п. 6.3.3 для новых параметров сигналов.

7 Контрольные вопросы

1) Каковы характерные особенности спектров тока, протекающего через нелинейный безынерционный элемент, при моно- и бигармоническом воздействиях?

2) Что называется порядком комбинационного колебания? Поясните примером.

3) Какова связь между наивысшим порядком комбинационного колебания и степенью полинома, аппроксимирующего характеристику нелинейного элемента?

4) Перечислите наиболее часто применяемые методы спектрального анализа колебаний на выходе безынерционных нелинейных преобразователей. Укажите, при каких видах аппроксимации целесообразно применять каждый из них.

5) Что называется углом отсечки, как определить его по осциллограмме сигнала и как выразить аналитически?

6) Характеристика нелинейного элемента аппроксимирована ломаной линией. Входное воздействие представляет собой сигнал вида $u = E_{см} + U_m \cos \omega t$. Пользуясь системой трех координатных плоскостей, покажите, как следует выбрать $E_{см}$ и U_m , чтобы:

а) ток по форме повторял форму входного сигнала;

б) ток принял форму косинусоидальных импульсов с углом отсечки 90° .

7) Поясните, как работает преобразователь, принципиальная схема которого приведена на рис. 1.

8) Как практически изменить положение рабочей точки на сток-затворной характеристике полевого транзистора?

9) Перечислите все составляющие спектра тока, если на вход нелинейного элемента с параболической (квадратичной) ВАХ подать гармонические сигналы с частотами 5 и 6 кГц.

10) То же для случая аппроксимации ВАХ степенным полиномом третьей степени.

11) Как изменится спектральный состав тока, если амплитуду входного напряжения уменьшить в 10 раз?

УДК 621.391 (075)

Составители: Д.С. Коптев

Рецензент:

Доктор технических наук, старший научный сотрудник,
заведующий кафедрой космического приборостроения и систем связи
В. Г. Андронов

Исследование изменения законов распределения мгновенных значений случайных сигналов при их прохождении через линейные и нелинейные цепи: методические указания по выполнению лабораторной работы/ Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Д.С. Коптев. Курск, 2023. – 11 с.

Методические указания по выполнению лабораторной работы содержат краткие теоретические сведения о преобразованиях случайных сигналов при прохождении через линейные и нелинейные цепи, лабораторной установке и порядке выполнения лабораторной работы.

Методические указания соответствуют учебному плану по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем», а также рабочей программе дисциплины «Теория электросвязи».

Предназначены для студентов, обучающихся по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем» очной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 08.08.2023. Формат 60x84/16.
Усл. печ. л. 0,64. Уч.-изд. л. 0,58. Тираж 100 экз. Заказ 726. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

1 Цель работы

- исследование изменения законов распределения мгновенных значений случайных сигналов при их прохождении через линейные и нелинейные цепи.

2 Краткая характеристика исследуемых цепей и сигналов

В работе используется универсальный лабораторный стенд со сменным блоком «ЛИНЕЙНЫЕ И НЕЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ» (рисунок 1).

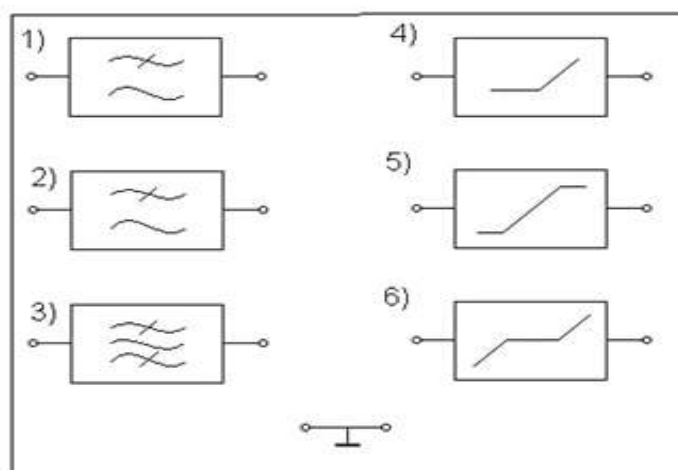


Рисунок 1 – Сменный блок для исследования прохождения случайных сигналов через различные цепи

В составе блока имеются три линейные цепи с номерами:

1 – ФНЧ с частотой среза 3 кГц;

2 – ФНЧ с частотой среза 6 кГц;

3 – ПФ с центральной частотой 6 кГц и шириной полосы пропускания $\Delta f = 0,5$ кГц;

и три нелинейных безинерционных цепи под номерами:

4 – односторонний ограничитель;

5 – двухсторонний ограничитель;

6 – нелинейная цепь, вызывающая искажение типа «центральная отсечка».

В качестве сигналов используются:

– «белый» шум (нормальный случайный процесс);

– гармонический сигнал со случайной начальной фазой;

– аддитивная смесь этих сигналов в разных соотношениях.

Кроме универсального лабораторного стенда в работе используются осциллограф, вольтметр и ПК, работающий в режиме «ГИСТОГРАММА» для снятия кривых плотности вероятности (гистограмм). Для фиксации реализаций исследуемых процессов используется ПК в режиме «ОСЦИЛЛОГРАФ».

3 Домашнее задание

Изучите основные вопросы темы «Прохождение случайных сигналов через линейные и нелинейные цепи» по конспекту лекций и литературе:

– Бабанин И.Г., Коптев Д.С. Общая теория связи. Сигналы и аналоговые системы передачи информации: учеб. пособие / Юго-Зап. гос. ун-т. – Курск, 2018. – 110 с.

– Коптев Д.С., Бабанин И.Г., Довбня В.Г. Теория радиотехнических сигналов: учеб. пособие / Юго-Зап. гос. ун-т. – Курск, 2019. – 240 с.

4 Основы теории

4.1 Нелинейные безынерционные преобразования случайного процесса

Нелинейное преобразование $\eta(t) = f[\xi(t)]$ называется безынерционным, если $\eta(t_k)$ в момент времени t_k зависит только от $\xi(t_k)$. ПВ процесса η определяется выражением:

$$w(\eta) = w(\xi) \frac{\left| \frac{d\xi}{d\eta} \right|}{\left| \frac{d\eta}{d\xi} \right|}.$$

Рассмотрим пример нелинейного преобразования СП в ограничителе, характеристика которого аппроксимируется линейно-ломаными прямыми (рисунок 2).

$$\eta = \begin{cases} -b, & \text{при } \xi < -\beta, \\ s\xi, & \text{при } -\beta \leq \xi < \alpha, \\ a, & \text{при } \xi \geq \alpha. \end{cases}$$

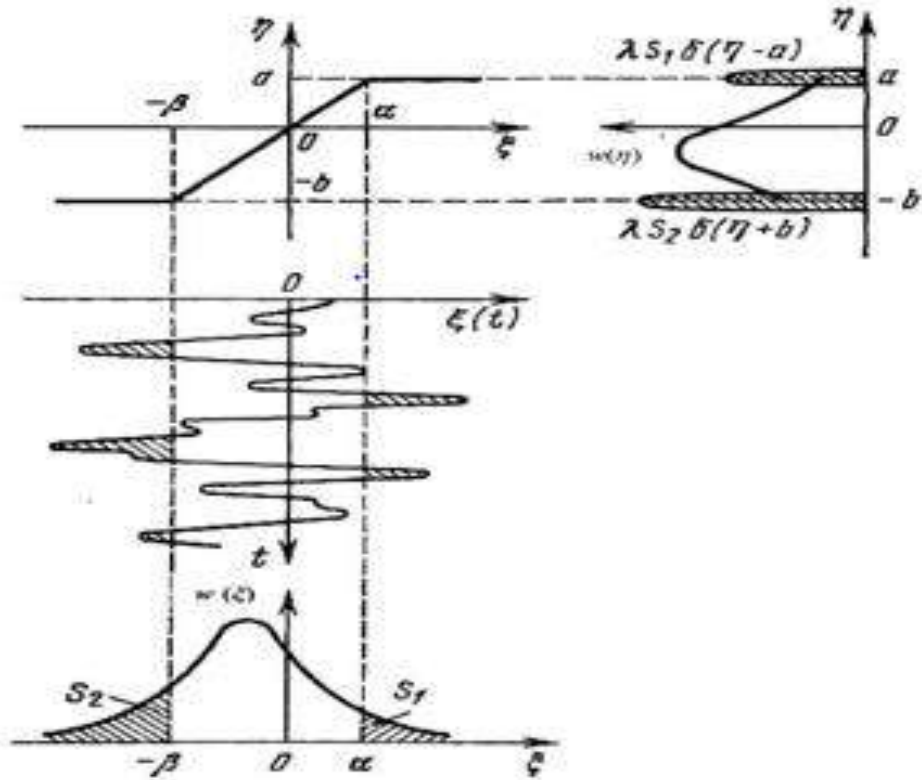


Рисунок 2 – Воздействие случайного процесса на безинерционный ограничитель

На входе ограничителя действует стационарный нормальный СП $\xi(t)$ с нулевым средним $m_{1\xi} = 0$:

$$w(\xi) = \frac{1}{\sigma_{\xi} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\xi^2}{2\sigma_{\xi}^2}}.$$

Определим ПВ $w(\eta)$ процесса $\eta(t)$ на выходе ограничителя.

1. На интервале $(-b, a)$ преобразование $\eta(t) = f[\xi(t)]$ в данном примере является линейным: $\eta = s\xi^2$. Поэтому внутри этого интервала:

$$w(\eta) = w_{\xi}\left(\frac{\eta}{s}\right) \frac{1}{s}, \quad -b < \eta < a.$$

Вероятность того, что $\eta < -b$ или $\eta > a$, равна нулю, а вероятность того, что η заключено в интервале $(-b, a)$:

$$P(-b < \eta < a) = \int_{-b}^a w(\eta) d\eta = \frac{1}{s} \int_{-b}^a w_{\xi}\left(\frac{\eta}{s}\right) d\eta.$$

Все значения ξ , для которого $\xi \geq \alpha$, преобразуются ограничителем в одно значение $\eta = a$ (рис. 2).

Аналогично, все значения $\xi \leq -\beta$ преобразуются в значение $\eta = -b$. Следовательно, вероятность:

$$P(\xi \geq \alpha) = S_1 = \int_{\alpha}^{\infty} w(\xi) d\xi,$$

преобразуется для η в δ -функцию, расположенную в точке $\eta = a$. Множитель при δ -функции $\delta(\eta - a)$ пропорционален S_1 . Вероятность:

$$P(\xi < -\beta) = S_2 = \int_{-\infty}^{-\beta} w(\xi) d\xi,$$

преобразуется для η в δ -функцию, расположенную в точке $\eta = -b$. Множитель при δ -функции $\delta(\eta + b)$ пропорционален S_2 .

Т. о., искомая ПВ равна:

$$w(\eta) = \begin{cases} \frac{1}{s} w_{\xi}\left(\frac{\eta}{s}\right) + \lambda S_1 \delta(\eta - a) + \lambda S_2 \delta(\eta + b), & -b \leq \eta \leq a, \\ 0, & \eta < -b, \eta > a, \end{cases}$$

где λ – коэффициент пропорциональности, определяемый из условия нормировки ПВ:

$$w(\eta) = \lambda(S_1 + S_2) + \frac{1}{s} \int_{-b}^a w_{\xi}\left(\frac{\eta}{s}\right) d\eta = 1.$$

Очевидно при $s = 1$ коэффициент $\lambda = 1$.

Первое слагаемое соответствует ПВ выходного процесса при $-\beta < \xi < \alpha$ или $-b < \eta < a$:

$$w_{\xi}\left(\frac{\eta}{s}\right) = \frac{1}{s\sigma_{\xi}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\eta^2}{2s^2\sigma_{\xi}^2}},$$

Т. о., процесс на выходе ограничителя в этом случае также является нормальным со средним значением, равным нулю $m_{1\eta} = 0$, и дисперсией $\sigma_{\eta}^2 = s^2\sigma_{\xi}^2 > \sigma_{\xi}^2$.

Второе и третье слагаемые соответствуют ПВ выходного процесса, соответственно, при $\xi = -\beta$ или $\eta = -b$ и $\xi = \alpha$ или $\eta = a$.

График ПВ $w(\eta)$ приведён на рисунке 2.

4.2 Линейные (инерционные) преобразования случайного процесса

Процесс на выходе линейной инерционной электрической цепи (ЛЭЦ) $\eta(t_1)$ зависит от значений входного процесса ξ в моменты времени, предшествующие t_1 , непосредственно в t_1 и в последующие после t_1 :

$$\eta(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \xi(\tau)h(t - \tau)d\tau,$$

где $\eta(t)$ – СП на выходе линейной цепи,

$\xi(t)$ – входной СП,

$h(t - \tau)$ – импульсная характеристика (реакция) линейной цепи.

Основные свойства линейных преобразований СП:

1) если СП на входе ЛЭЦ $\xi(t)$ нормальный, то СП на выходе $\eta(t)$ тоже нормальный, но его числовые характеристики отличаются от числовых характеристик входного процесса $\xi(t)$ и определяются следующим образом:

$$m_{1\eta} = \overline{\eta(t)} = \int_{-\infty}^{\infty} m_{1\xi} h(t - \tau) d\tau, \quad B_{\eta}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(u)h(v)B_{\xi}(u - v + \tau) du dv;$$

2) если процесс на входе ЛЭЦ не нормальный, но ширина его спектра значительно больше полосы пропускания линейной цепи $\Delta\omega_{\xi} \gg \Pi_{\text{ЛЭЦ}}$, то процесс на выходе ЛЭЦ имеет тенденцию к нормализации.

5 Лабораторное задание

5.1 Исследуйте прохождение сигнала с нормальным законом распределения через линейные и нелинейные цепи.

5.2 Исследуйте процесс нормализации закона распределения при прохождении сигнала через линейную узкополосную цепь.

5.3 Исследуйте прохождение узкополосного сигнала с нормальным законом распределения через амплитудный детектор.

6 Методические указания

6.1 Прохождение сигнала с нормальной ПВ через цепи 1...6

6.1.1 Пользуясь генератором «1 кГц» в блоке «ИСТОЧНИКИ СИГНАЛОВ» и встроенным мультиметром, откалибруйте осциллограф так, чтобы при $U_{\text{вх}} = 0,35 \text{ В}$ размах синусоиды на его экране составлял ± 1 деление. Затем, заменив генератор «1 кГц» на генератор шума (ГШ), ручкой регулятора выхода ГШ установите ширину «шумовой дорожки» на экране ± 3 деления, что соответствует $\pm 3\sigma$ (согласно правилу «трёх сигм» для нормального случайного процесса). Следовательно, σ шума соответствует 0,5 В. При последующем исследовании шести цепей не меняйте ни уровень шума, ни усиление осциллографа.

6.1.2 Подключив ГШ ко входу «А» ПК, работающего в режиме «ГИСТОРАММА», с помощью ручки регулировки входного сигнала ПК, расположенной рядом с гнездом «А», установите на мониторе требуемый размах сигнала. Зафиксируйте общую для всех цепей реализацию сигнала на входе, график плотности вероятности и его параметры – m и σ .

6.1.3 Подключите выход ГШ ко входу первой цепи, а ПК – к её выходу, зафиксируйте выходную реализацию, плотность вероятности выходного сигнала $w_{\text{вых}}(x)$ и его параметры $m_{\text{вых}}$ и $\sigma_{\text{вых}}$.

6.1.4 Повторите п. 6.1.3 для остальных пяти цепей.

6.2 Нормализация закона распределения узкополосной линейной цепью

6.2.1 Случайный сигнал с распределением, отличным от нормального, может быть получен путём передачи нормального случайного процесса через нелинейную цепь (блоки 5 или 6), рисунок 3.

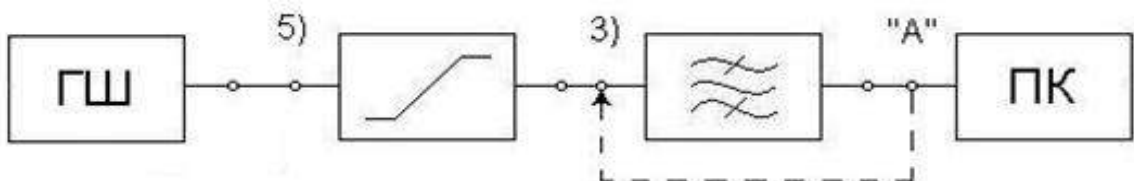


Рисунок 3 – Структурная схема измерений по п. 6.2

6.2.2 Соберите цепь согласно схеме на рисунке 3.

6.2.3. Подключив осциллограф к выходу цепи 5, ручкой регулятора выхода ГШ добейтесь появления на осциллограмме заметного двухстороннего ограничения сигнала.

Проходя через узкополосную линейную цепь (3), такой сигнал «нормализуется», т.е. его закон распределения приближается к гауссовскому.

6.2.4 Подключая ПК на вход и выход цепи 3, получите реализации сигналов и гистограммы на входе и выходе цепи 3.

В отчёте по п. 6.2 охарактеризуйте изменения в законе распределения сигнала при прохождении линейной узкополосной цепи.

6.3 Законы распределения огибающей при различном отношении сигнал/шум

6.3.1 Для получения узкополосного нормального процесса используйте полосовой фильтр (цепь 3), а для получения огибающей – амплитудный детектор, состоящий из диодного ограничителя (нелинейная цепь 4) и ФНЧ (цепь 1), как показано на рисунке 4.

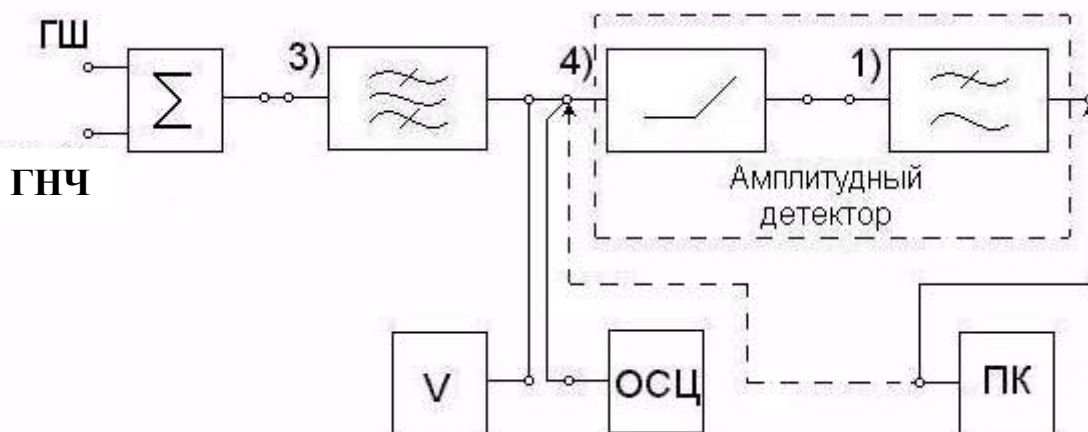


Рисунок 4 – Структурная схема измерений по п. 6.3

6.3.2 Соберите цепь в соответствии с рисунком 4. Отключите генератор шума от сумматора, выберите частоту генератора НЧ (в районе 6 кГц), при которой показания вольтметра достигнут максимума. Установите выходное напряжение генератора таким, чтобы показания вольтметра на выходе цепи 3 соответствовали 0,35 В.

6.3.3 Отключите генератор НЧ от входа сумматора и подключите туда ГШ. Отрегулируйте выходное напряжение ГШ так, чтобы на экране осциллографа, подключённого к выходу цепи 3, максимальная ширина «шумовой дорожки» составляла 6 клеток ($6\sigma = 6$ клеток). Если калибровка осциллографа, выполненная в п. 6.1.1. не нарушалась, то σ при этом равно 0,5 В, а отношение $a/\sigma = 0$ (так как генератор отключён).

6.3.4 Подключая ПК ко входу амплитудного детектора (вход цепи 4) и его выходу (выход цепи 1), зафиксируйте реализации и гистограммы исследуемых сигналов.

6.3.5 Подключите генератор НЧ ко входу сумматора и отключите источник шума. Отрегулируйте выходное напряжение генератора так, чтобы ширина осциллограммы в той же точке схемы составляла 2 клетки (двойная амплитуда $2a$ соответствует 1 В, т. е. $a = 0,5$ В). Подключив источник шума ко входу сумматора, на его выходе получите аддитивную смесь «белого» шума и гармонического сигнала при $a/\sigma = 1$. Повторите п. 6.3.4.

6.3.6 Отключив шумовой генератор от входа сумматора, отрегулируйте выходное напряжение гармонического сигнала так, чтобы ширина осциллограммы составила 4 клетки (т. е. $a = 1$ В). Подключите источник шума ко входу сумматора. Если положение регуляторов выхода не нарушились, то σ по-прежнему равно 0,5 В, следовательно, $a/\sigma = 2$. Повторите п. 6.3.4.

6.3.7 Повторите п. 3.6.6, но ширину осциллограммы (регулятором выхода генератора) установите 6 клеток. Теперь амплитуда $a = 1,5$ В, а отношение $a/\sigma = 3$. Повторить п. 6.3.4.

7 Контрольные вопросы

1. Что такое плотность вероятности? Поясните смысл и свойства графика плотности вероятности.
2. Функция распределения и плотность вероятности – какова их связь?
3. Нормальный случайный процесс и его свойства.
4. К каким случайным процессам относится «правило трёх сигм»?
5. Меняется ли форма графика $w(x)$ при прохождении любого случайного процесса через:

- линейную инерционную цепь;
 - нелинейную безинерционную цепь?
6. Как получить график $w(x)$ на выходе нелинейной цепи?
 7. Как рассчитать дисперсию и математическое ожидание на выходе нелинейной цепи?
 8. Что происходит с плотностью вероятности случайного сигнала, проходящего через узкополосную линейную цепь?
 9. Что такое закон Рэлея?
 10. Какому закону подчиняется распределение мгновенных значений огибающей смеси узкополосного нормального случайного процесса и гармонического сигнала?
 11. Как рассчитать дисперсию процесса на выходе линейной цепи?
 12. Как рассчитать математическое ожидание процесса на выходе линейной цепи?

УДК 621.391 (075)

Составители: Д.С. Коптев

Рецензент

Доктор технических наук, старший научный сотрудник,
заведующий кафедрой космического приборостроения и систем связи
В. Г. Андронов

Изучение процессов формирования и детектирования амплитудно-модулированных сигналов: методические указания по выполнению лабораторной работы / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Д.С. Коптев. Курск, 2023. – 18 с.

Методические указания по выполнению лабораторной работы содержат краткие теоретические сведения о формировании и детектировании сигналов с амплитудной модуляцией, лабораторной установке и порядке выполнения лабораторной работы.

Методические указания соответствуют учебному плану по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем», а также рабочей программе дисциплины «Теория электросвязи».

Предназначены для студентов, обучающихся по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем» очной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 08.08.2023. Формат 60x84/16.
Усл. печ. л. 1,046. Уч.-изд. л. 0,95. Тираж 100 экз. Заказ 725. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

1 Цель работы

- исследование процесса формирования и детектирование сигналов с амплитудной модуляцией, получение статической модуляционной характеристики и выбор оптимального режима работы модулятора и детектора.

2 Краткая характеристика исследуемых цепей и сигналов

В работе используется универсальный стенд со сменным блоком «ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СИГНАЛОВ В НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ». Принципиальная схема исследуемой цепи амплитудного модулятора приведена на рисунке 1.

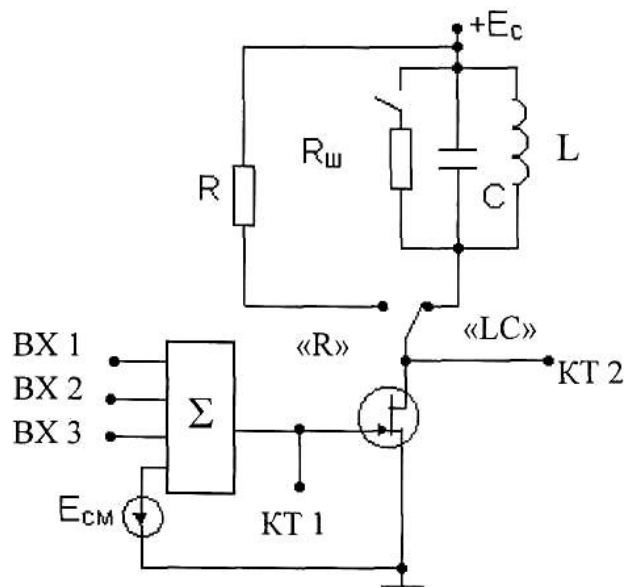


Рисунок 1 – Принципиальная схема исследуемой цепи

С помощью переключателя «R» - «LC» выбирается колебательный контур, а для снижения его добротности сопротивление $R_{ш}$ должно быть включено. В качестве источника несущего колебания используется встроенный генератор звуковой частоты (Генератор НЧ), подключаемый к гнезду VX 1. Источник низкочастотного модулирующего колебания с частотой 1кГц должен быть подключен к гнезду VX 2. В качестве измерительных приборов используются вольтметр (напряжение смещения – $E_{см}$), осциллограф и ПК в режиме анализатора спектра. Наблюдение процессов на затворе и

стоке полевого транзистора осуществляется на гнезде КТ 1 и КТ 2 соответственно.

Схема исследуемой цепи амплитудного детектора приведена на рисунке 2. Переключатель «С_Н» дает возможность изменять в широких пределах постоянную времени RC – цепи (нагрузка диода). Изображенный на схеме микроамперметр находится в правой части приборной панели вверху стенда.

В качестве источника АМ сигнала с относительно низкой частотой несущего колебания ($f_{Н1} = 13...15$ кГц) используется амплитудный модулятор, настроенный на оптимальный режим работы. Выход амплитудного модулятора (гнездо КТ 3) является входом детектора.

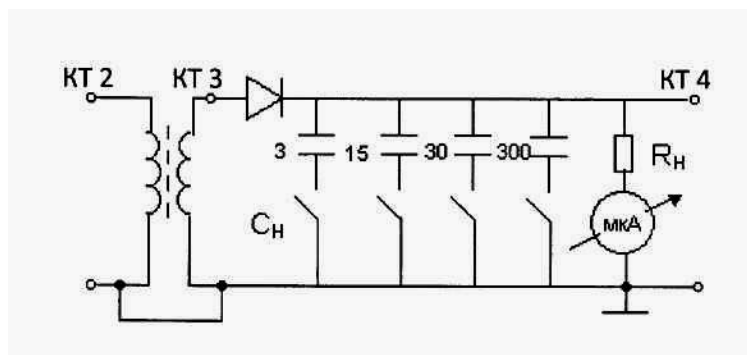


Рисунок 2 – Схема детектора АМ сигналов

В качестве источника АМ сигнала с повышенной частотой несущего колебания используется генератор, расположенный блоке ИСТОЧНИКИ СИГНАЛОВ ($f_{Н2} = 110$ кГц). При использовании этого генератора его выход так же подключается ко входу детектора (гнездо КТ3), но при этом нагрузка модулятора должна являться активной (кнопка «R» нажата). При этом одновременно отключается ёмкость контура (на схеме макета это не показано) и исключается шунтирующее действие расстроенного низкочастотного контура ($f_{Н1} \approx 15$ кГц) на генератор высокочастотного сигнала ($f_{Н2} = 110$ кГц).

Измерительные приборы подключаются ко входу (гнездо КТ3) или к выходу детектора (гнездо КТ4). Используются вольтметр, осциллограф и анализатор спектра (ПК).

3 Домашнее задание

3.1 Изучите по конспекту лекций и литературе основные вопросы темы «Амплитудная модуляция» и «Детектирование АМ колебаний»:

– Бабанин И.Г., Коптев Д.С. Общая теория связи. Сигналы и аналоговые системы передачи информации: учеб. пособие / Юго-Зап. гос. ун-т. – Курск, 2018. – 110 с.

– Коптев Д.С., Бабанин И.Г., Довбня В.Г. Теория радиотехнических сигналов: учеб. пособие / Юго-Зап. гос. ун-т. – Курск, 2019. – 240 с.

4 Основы теории

Сигнал с линейной АМ можно описать следующим выражением:

$$u(t) = U(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = [U_0 + K_{\text{АМ}} b(t)] \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (1)$$

где $U(t) \geq 0$ – огибающая АМ сигнала; $K_{\text{АМ}}$ – крутизна характеристики модулятора, U_0 – амплитуда модулируемого сигнала (несущей частоты).

Сигнал (1) можно записать в виде:

$$u_{\text{АМ}}(t) = U_0 [1 + M_{\text{АМ}} x(t)] \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (2)$$

где $M_{\text{АМ}} = \frac{K_{\text{АМ}} |b(t)|_{\text{max}}}{U_0} = \frac{\Delta U}{U_0}$ – коэффициент глубины амплитудной модуляции, $x(t) = \frac{b(t)}{|b(t)|_{\text{max}}}$ – нормированный модулирующий (низкочастотный) сигнал, $|x(t)| \leq 1$.

На рисунке 3, а) приведена векторная диаграмма АМ сигнала. Направление вектора неизменно, а его длина меняется при изменении $b(t)$. При гармоническом модулирующем сигнале $x(t) = \cos \Omega t$, где Ω – модулирующая (низкая) частота, и $M_{\text{АМ}} < 1$ АМ сигнал:

$$u_{\text{АМ}}(t) = U_0 (1 + M_{\text{АМ}} \cos \Omega t) \cos \omega_0 t$$

имеет вид, приведенный на рисунке 3, б).

Раскрыв скобки в выражении (2) и представив произведение косинусов в виде косинуса суммы и разности углов, получим:

$$u_{AM}(t) = U_0 \cos \omega_0 t + \frac{M_{AM} U_0}{2} \cos(\omega_0 + \Omega)t + \frac{M_{AM} U_0}{2} \cos(\omega_0 - \Omega)t.$$

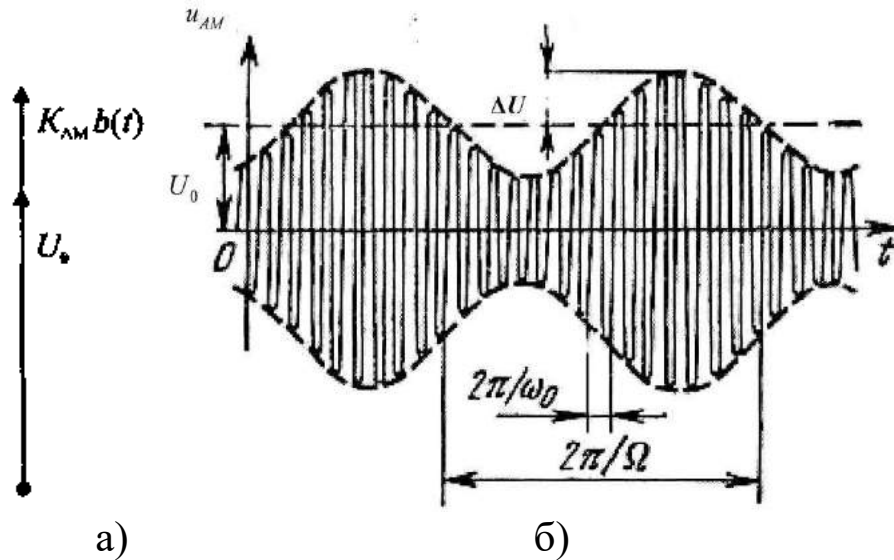


Рисунок 3 – Векторная а) и временная б) диаграммы АМ – сигнала

Этот сигнал содержит три компоненты: несущую частоту ω_0 (первое слагаемое), верхнюю боковую полосу $\omega_0 + \Omega$ (второе слагаемое) и нижнюю боковую полосу $\omega_0 - \Omega$ (третье слагаемое). Амплитудные спектры (на положительных частотах) первичного и АМ сигнала (3) приведены на рис. 4.

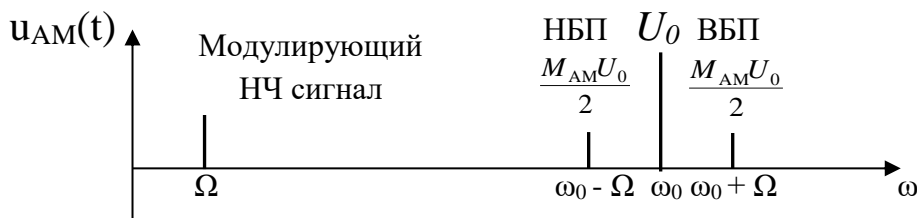


Рисунок 4 – Спектры гармонического модулирующего и АМ сигналов

Новыми колебаниями, возникающими в амплитудном модуляторе, являются комбинационные колебания второго порядка $\omega_0 \pm \Omega$. Следовательно, наилучшей аппроксимацией ВАХ нелинейного элемента в амплитудном модуляторе является полином второй степени:

$$i = \alpha_0 + \alpha_1(u - U_0) + \alpha_2(u - U_0)^2 \text{ при } u \geq U_0,$$

где U_0 – рабочая точка.

Если на вход нелинейного элемента подать бигармонический сигнал:

$$u = E_{см} + u_\omega + u_\Omega = E_{см} + U_\omega \cos \omega_0 t + U_\Omega \cos \Omega t,$$

где $E_{см} = U_0$ – напряжение смещения,

$$u_\omega = U_\omega \cos \omega_0 t \text{ – сигнал несущей частоты (модулируемый),}$$

$$u_\Omega = U_\Omega \cos \Omega t \text{ – модулирующий (низкочастотный) сигнал,}$$

то в спектре тока i , кроме гармоник входных сигналов, образуются комбинационные колебания второго порядка:

$$i = \alpha_0 + 0,5\alpha_2(U_\omega^2 + U_\Omega^2) + \alpha_1 U_\omega \cos \omega t + \alpha_1 U_\Omega \cos \Omega t + 0,5\alpha_2 U_\omega^2 \cos 2\omega t + \\ + 0,5\alpha_2 U_\Omega^2 \cos 2\Omega t + \alpha_2 U_\omega U_\Omega \cos(\omega + \Omega)t + \alpha_2 U_\omega U_\Omega \cos(\omega - \Omega)t.$$

Третье, седьмое и восьмое слагаемые в этом выражении соответствуют АМ сигналу:

$$i_{AM} = \alpha_1 U_\omega \cos \omega t + \alpha_2 U_\omega U_\Omega \cos(\omega + \Omega)t + \alpha_2 U_\omega U_\Omega \cos(\omega - \Omega)t.$$

В данном случае коэффициент глубины АМ равен:

$$M_{AM} = (2\alpha_2 / \alpha_1) U_\Omega.$$

Для выделения из спектра тока полезных компонентов сигнала (ω , $\omega \pm \Omega$) необходимо применить полосовой фильтр с центральной частотой ω и полосой пропускания не уже 2Ω . В простейшем варианте таким полосовым фильтром может быть параллельный контур с $\omega_{рез} = \omega$ и невысокой добротностью. (При высокой добротности контура в спектре выходного напряжения будут подавлены боковые частоты).

Для нахождения оптимального режима работы модулятора необходимо получить (расчетным или экспериментальным путем) статическую модуляционную характеристику (СМХ) $I_{m1} = f(E_{см})$ при

$U_{\omega} = \text{const}$. Эта характеристика показывает возможности модулятора в изменении амплитуды сигнала.

Строятся несколько таких характеристик для разных амплитуд колебаний несущей частоты (U_{ω}) и из них выбирается та, которая имеет наибольший по протяженности линейный участок. Требование линейности СМХ вытекает из определения АМ. Тангенс угла наклона линейного участка СМХ (угла α на рис. 5) является коэффициентом пропорциональности K_{AM} .

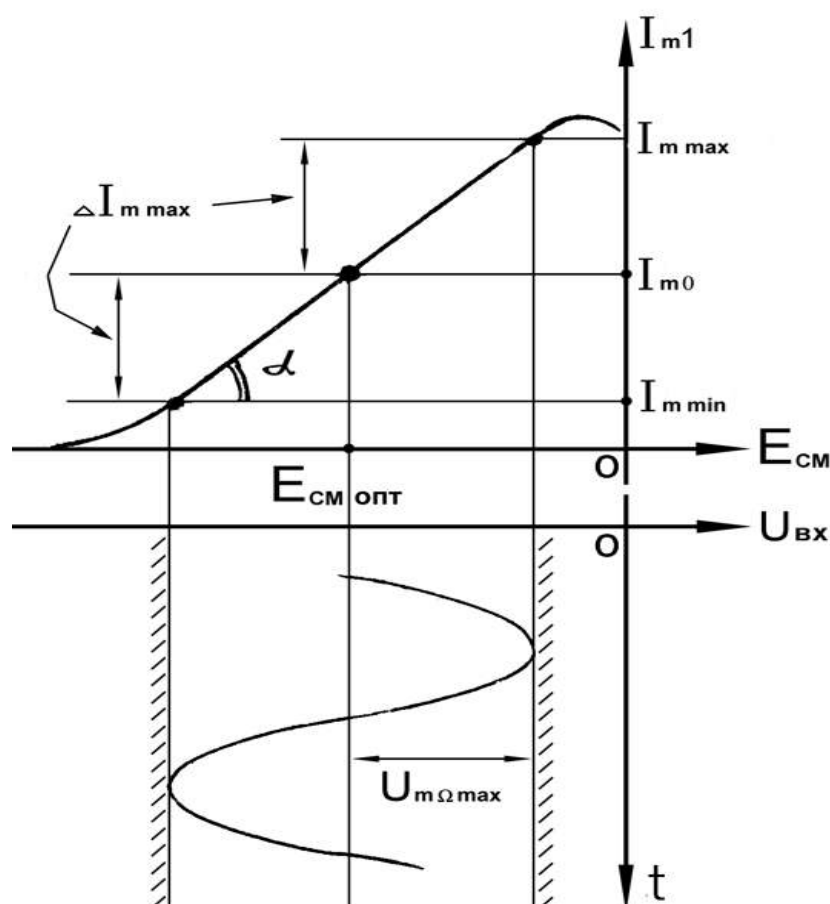


Рисунок 5 – Статическая модуляционная характеристика

С помощью СМХ можно определить оптимальный режим амплитудного модулятора и его параметры:

- оптимальную амплитуду несущей частоты U_{ω} (по максимальной протяженности линейного участка СМХ);
- границу линейного участка СМХ (средняя точка линейного участка соответствует оптимальному напряжению смещения и амплитуде несущей частоты (по вертикальной оси));

- максимальную амплитуду модулирующего сигнала U_{Ω} – половина проекции линейного участка СМХ на горизонтальную ось графика;

- максимальную девиацию амплитуды ΔI_{\max} – половина проекции линейного участка СМХ на вертикальную ось;

- максимально достижимую глубину модуляции

$$M_{AM_{\max}} = \Delta I_{m_{\max}} / I_{m0}.$$

Рассмотрим принцип детектирования АМ сигналов в нелинейной цепи. Пусть нелинейный элемент (НЭ) обладает квадратичной ВАХ. Такая аппроксимация соответствует любому НЭ при малых амплитудах входных сигналов. При гармоническом модулирующем сигнале спектр тока АМ детектора (рис. 6) состоит из первых и вторых гармоник всех трех сигналов, а также комбинационных колебаний второго порядка между парами этих сигналов:

$$(\omega_0 + \Omega) \pm \omega_0; (\omega_0 - \Omega) \pm \omega_0; (\omega_0 - \Omega) \pm (\omega_0 + \Omega).$$

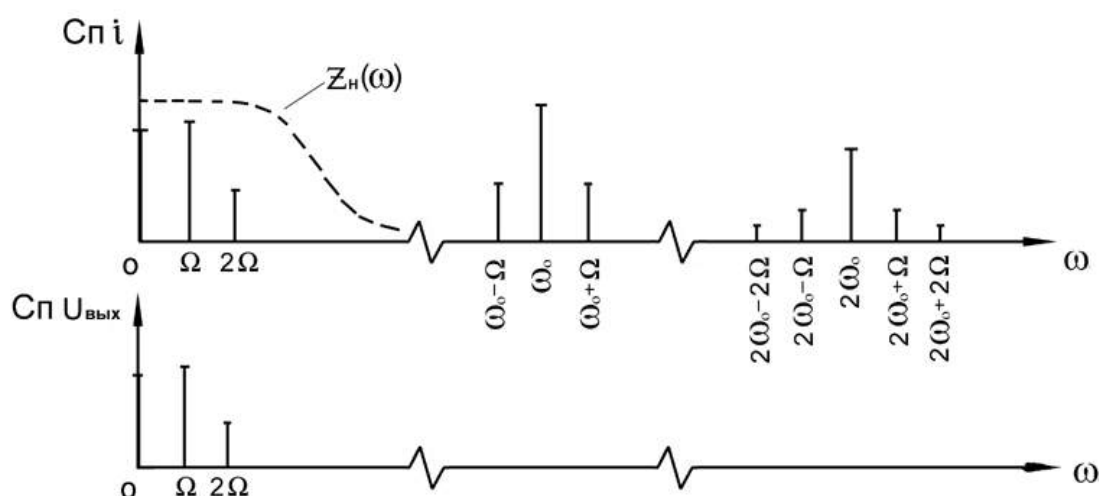


Рисунок 6 – Спектральный состав тока и выходного напряжения детектора АМ при нормальных сигналах

Из приведенного спектра видно, что полезная составляющая тока детектора с частотой Ω является комбинационной разностной частотой между несущей и одной из боковых:

$$\begin{aligned} \omega_0 - (\omega_0 - \Omega) &= \Omega; \\ (\omega_0 + \Omega) - \omega_0 &= \Omega. \end{aligned}$$

Разность между боковыми дает вторую гармонику полезного сигнала:

$$(\omega_0 + \Omega) - (\omega_0 - \Omega) = 2 \Omega,$$

являющуюся помехой, обуславливающей нелинейные искажения полученного сигнала.

Для выделения из всего спектра тока низкочастотных сигналов в качестве нагрузки НЭ применяют ФНЧ, а в простейшем случае – параллельное соединение R_n и C_n , сопротивление которых $z_n(\omega)$ велико на низких частотах и очень мало на частотах вблизи несущей ω_0 . Избавиться от второй гармоники 2Ω с помощью фильтра невозможно (кроме частных случаев), т. к. спектр модулирующего сигнала достаточно широк и рассматриваемый сигнал с частотой Ω и его гармоники могут оказаться в пределах полосы пропускания ФНЧ. Появление второй гармоники при детектировании связано с работой на квадратичном участке ВАХ НЭ, что соответствует малым амплитудам входных сигналов.

Для больших сигналов на входе детектора ВАХ НЭ может быть аппроксимирована кусочно-линейной функцией, причем напряжение отсечки U_1 для диода обычно считают равным нулю:

$$i = \begin{cases} Su & \text{при } u \geq 0, \\ 0 & \text{при } u < 0. \end{cases}$$

В практических схемах детекторов с этой целью часто вводят смещение, компенсирующее напряжение отсечки.

Пусть на входе амплитудного детектора (АД) действует АМ сигнал $u_{\text{вх}} = U_m(t) \cos \omega_0 t$, где $U_m(t)$ является медленно меняющейся функцией времени (по сравнению с быстрым изменением текущей фазы $\omega_0 t$). За один период высокочастотного колебания $T_{\text{вч}} = 2\pi/\omega_0$ амплитуда (огибающая) АМ сигнала не успевает заметно измениться (при выполнении условия $\Omega \ll \omega_0$). Это позволяет считать форму АМ сигнала за один период $T_{\text{вч}}$ – гармонической (точнее – квазигармонической) и при выводе расчетных соотношений пользоваться методом угла отсечки. Напряжение на выходе цепи $u_{\text{вых}} = U_{\text{но}} + u_{\approx}$, состоящее из медленно меняющегося слагаемого $U_{\text{но}}$ (будем считать его постоянным за время $T_{\text{вч}}$) и быстро меняющегося второго сигнала u_{\approx} , описывает переход-

ной процесс перезаряда конденсатора C_H . При правильно выбранной емкости C_H $1/(\omega_0 R_H) \ll C_H \ll 1/(\Omega R_H)$ $u_{\approx} \ll U_{H0}$, поэтому величиной u_{\approx} для количественных расчетов можно пренебречь, т. е. $u_{\text{ВЫХ}} = U_{H0}(t)$.

К диоду детектора (рис. 7) приложена разность напряжений между входом и выходом:

$$u = U_m(t) \cos \omega_0 t - U_{H0}(t). \quad (4)$$

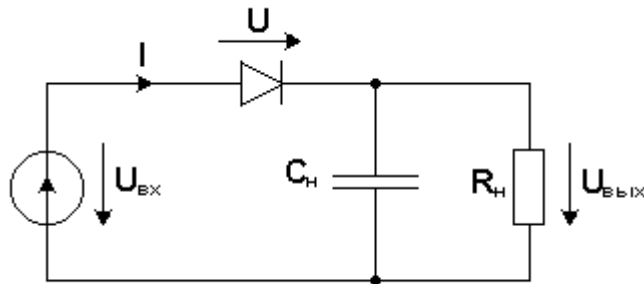


Рисунок 7 – Схема диодного детектора

При $\omega_0 t = \theta$ $U_m(t) \cos \theta - U_{H0}(t) = 0$, откуда:

$$\cos \theta = \frac{U_{H0}(t)}{U_m(t)}. \quad (5)$$

При $\omega_0 t = 0$:

$$u_{\text{max}} = U_m(t) - U_{H0}(t) = U_m(t)[1 - \cos \theta]. \quad (6)$$

Постоянная составляющая тока равна:

$$I_0 = \alpha_0(\theta) i_{\text{max}} = \alpha_0(\theta) \frac{u_{\text{max}}}{R_i} = U_m(t)[1 - \cos \theta] \frac{\alpha_0(\theta)}{R_i}.$$

Выходное напряжение детектора равно:

$$U_{H0}(t) = I_0 R_H = U_m(t)[1 - \cos \theta] \alpha_0(\theta) \frac{R_H}{R_i}.$$

Разделив обе части уравнения на $U_m(t)$, получим:

$$\cos \theta = (1 - \cos \theta) \alpha_0(\theta) \frac{R_H}{R_i} \quad \text{или} \quad \frac{R_H}{R_i} = \frac{\cos \theta}{\alpha_0(\theta)(1 - \cos \theta)}.$$

Из последнего выражения следует, что угол отсечки θ является сложной функцией отношения сопротивлений $\theta = f(R_H/R_i)$, причём нет никакой зависимости угла отсечки от амплитуды сигнала $U_m(t)$. Следовательно, при выбранных параметрах схемы детектора (R_H и $R_i = 1/S$) угол отсечки $\theta = \text{const}$ и $\cos \theta = \text{const}$. Из выражения (5) следует:

$$U_{\text{но}}(t) = U_m(t) \cos \theta. \quad (7)$$

Из последнего выражения следует, что выходное напряжение детектора с точностью до постоянного коэффициента ($\cos \theta = \text{const}$) повторяет огибающую входного сигнала $U_m(t)$. Следовательно, в рассмотренном случае (больших сигналов) детектирование происходит без искажений.

Для определения границы между слабыми и сильными сигналами необходимо рассчитать или экспериментально определить характеристику детектирования $I_0 = \varphi(U_m)$ при $M_{\text{AM}} = 0$ (рис. 8).

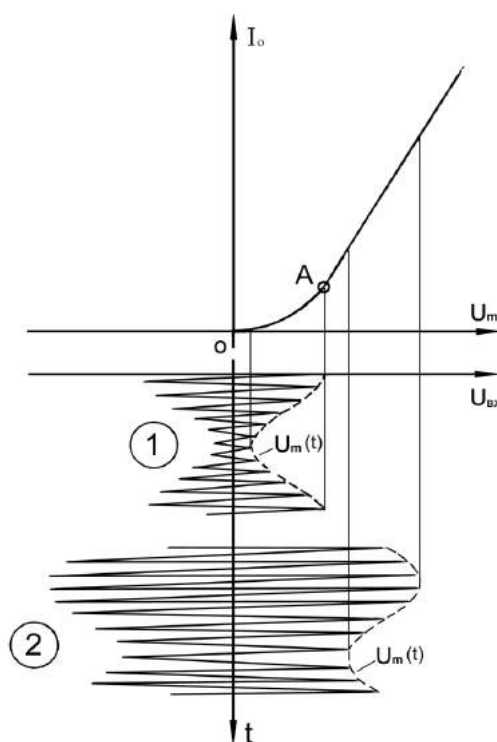


Рисунок 8 – Характеристика детектирования (режим малых (1) и больших (2) сигналов)

Эта характеристика по смыслу обратна СМХ амплитудного модулятора: она показывает, как меняется ток I_0 (а, следовательно, и $U_{\text{но}}(t) = I_0 R_{\text{н}}$) при изменении амплитуды входного сигнала (полезная информация в АМ сигнале заключена в его огибающей). Если последняя приходится на линейный участок характеристики детектирования, то искажения при детектировании отсутствуют. При малых сигналах (участок левее точки А на рис. 8) нет пропорциональности I_0 амплитуде входного сигнала, следовательно выходное напряжение детектора не соответствует огибающей входного сигнала, т.е. при малых сигналах детектирование сопровождается искажениями.

Граница линейного участка (точка А) характеристики детектирования соответствует границе слабых и сильных сигналов. Рассмотренная характеристика детектирования позволяет определять условия, при которых искажения отсутствуют – выбрать амплитуду несущей на входе детектора и максимально допустимую глубину модуляции $M_{\text{АМ max}}$.

5 Лабораторное задание

5.1 Получите статическую модуляционную характеристику модулятора.

5.2 Определите величины напряжений, необходимых для получения сигнала с наибольшей глубиной модуляции без заметных искажений.

5.3 Исследуйте форму и спектр АМ сигнала в оптимальном режиме, а также при различных отклонениях от этого режима.

5.4 Проведите исследование временных диаграмм и спектров сигналов при амплитудном детектировании с различными постоянными времени нагрузки АД.

5.5 Изучите характеристику АД при малых и при больших амплитудах входного сигнала.

6 Методические указания

6.1 Непосредственному выполнению лабораторного задания предшествует определение резонансной частоты контура. Для этого

необходимо на один из входов сумматора подать сигнал от встроенного генератора НЧ напряжением около 0,5 В. Изменяя частоту генератора НЧ в диапазоне от 12 до 16 кГц, зафиксируйте частоту, соответствующую максимуму выходного напряжения на гнезде КТ2. Контроль выходного напряжения может осуществляться с помощью встроенного индикатора (микроамперметра стенда), встроенного комбинированного прибора или осциллографа. Точное значение резонансной частоты $f_{рез}$ вносится в таблицу 1.

Таблица 1 – Промежуточные результаты

$f_{рез} = \dots$ кГц ;	$U_{\omega} = \dots$ В;	$U_{\Omega} = 0$
$E_{см}, В$		
$U_{вых}, В$		
$I_{с1}, мА$		

6.2 СМХ $I_{с1} = f(E_{см})$ измеряются на резонансной частоте контура при отсутствии модулирующего сигнала ($U_{\Omega} = 0$) для двух значений напряжения высокочастотного сигнала на выходе сумматора: $U_{\omega} = 0,5 В$ и $U_{\omega} = 1,0 В$. Изменяя напряжение смещения с шагом 0,5 В, измерьте выходное напряжение в КТ2. Данные эксперимента в обоих случаях внесите в две таблицы, аналогичные приведенной выше. Первая гармоника тока стока рассчитывается по формуле:

$$I_{с1} = U_{вых} / R_{Э0},$$

где $R_{Э0} = 1 кОм$ – сопротивление контура на резонансной частоте.

По таблицам на одном графике постройте обе зависимости $I_{с1} = f_1(E_{см})$ при $U_{\omega} = 0,5 В$ и $I_{с1} = f_2(E_{см})$ при $U_{\omega} = 1,0 В$.

6.3 Оптимальный режим модулятора находится в два этапа. На первом этапе выбирается статическая модуляционная характеристика с наиболее протяженным линейным участком, на втором – определяется положение рабочей точки на этой характеристике. По этой же характеристике определяется максимальная амплитуда низкочастотного модулирующего напряжения $U_{\Omega max}$ так, чтобы модуляция осуществлялась без заметных искажений.

Соедините гнездо «1кГц» блока ИСТОЧНИКИ СИГНАЛОВ со входом сумматора и ручкой регулятора выхода установите найденное значение $U_{\Omega\max}$, помня, что вольтметры переменного напряжения показывают действующее значение $U_{\Omega} = U_{\Omega\max} / \sqrt{2}$.

Установите смещение $E_{\text{см опт}}$, соответствующее середине линейного участка СМХ $I_c = f(E_{\text{см}})$. Установите на входе 1 сумматора выбранное значение U_{ω} (0,5 В или 1 В). Найденные величины занесите в таблицу 2.

Таблица 2 – Оптимальный режим модулятора

f_0 , кГц	$E_{\text{см опт}}$, В	U_{ω} , В	$U_{\Omega\max}$, В	$R_{\text{ш}}$
				ВКЛ

В данном (оптимальном) режиме модулятор будет использован в следующей лабораторной работе как источник АМ сигналов. Поэтому чётко зафиксируйте условия эксперимента и схему соединений.

6.4 Анализ временных диаграмм и спектров на входах и выходе модулятора при оптимальном режиме выполнять в следующей последовательности (масштаб по оси времени сохранить неизменным):

- 1) входной сигнал несущей частоты (ВХ1);
- 2) входной сигнал низкой частоты (ВХ2);
- 3) суммарный входной сигнал (КТ1);
- 4) выходное напряжение (КТ2);
- 5) форма тока стока $I_c(t)$ (КТ2, кнопка «R» нажата);
- 6) выходное напряжение при высокой добротности контура (КТ 2 при нажатой кнопке «LC» и отжатой «R_ш»).

Одновременно с осциллограммами зарисуйте спектры всех перечисленных сигналов с сохранением масштаба по оси частоты. По полученным осциллограммам определите и зафиксируйте в таблице 3 глубину модуляции $M_{\text{АМ}}$.

Таблица 3 – Глубина модуляции

$R_{\text{ш}}$	Глубина модуляции, $M_{\text{АМ}}$	
	по спектрограмме	по временной диаграмме
ВКЛ.		
ВЫКЛ.		

6.5 Проведите анализ и зарисуйте временные диаграммы сигналов с искажениями на выходе модулятора при режимах, отличных от оптимального («LC» и «R_ш» включены, напряжения отличны от найденных в п. 6.3).

$$6.5.1 E_{\text{см}} = E_{\text{см опт}} + 1 \text{ В}$$

$$6.5.2 E_{\text{см}} = E_{\text{см опт}} - 1 \text{ В}$$

$$6.5.3 E_{\text{см}} = E_{\text{см опт}}, U_{\Omega} \cong 2 U_{\Omega \text{max}}.$$

6.6 Проведите анализ работы амплитудного модулятора при сложном модулирующем сигнале. Для этого подайте из блока «ИСТОЧНИКИ» на ВХ2 и ВХ3 сумматора низкочастотные сигналы с частотами соответственно 1 кГц и 2 кГц. Для сохранения оптимального режима модулятора амплитуду каждого из подаваемых сигналов установит равной половине $U_{\Omega \text{max}}$. Зарисуйте осциллограммы и спектры сигналов:

- на входе модулятора (гнездо КТ1), для чего отключите источник несущей частоты ω от ВХ1;

- на выходе модулятора (гнездо КТ2) при восстановленном сигнале несущей частоты на ВХ1.

6.7 Установите оптимальный режим работы амплитудного модулятора. Зарисуйте друг под другом с сохранением масштаба осциллограммы и спектры:

- модулированного колебания на входе детектора (гнездо КТ3);
- напряжения на выходе детектора при всех значениях емкости нагрузки $C_{\text{H}} = 0, 3; 15; 30; 300 \text{ нФ}$ (гнездо КТ4).

6.8 Задания п. 6.7 повторите (без анализа спектров) при детектировании АМ сигналов с высокой частотой несущего колебания ($f_{\text{H2}} \approx 110 \text{ кГц}$). Для этого к гнездам КТ3 подключить внутренний источник АМ колебаний. Амплитуду несущей установит равной 1 В при $M_{\text{AM}} = 0,6 \dots 0,8$. Переключатель «С_Н» установить вначале в положение «0». Переключатель R или LC (нагрузка полевого транзистора) установить в положение «R».

6.9 Детектирование АМ сигналов с глубиной модуляции $M_{\text{AM}} > 1$. Сохраняя схему измерений пункта 6.8, увеличьте до максимума глубину модуляции (ручку «m» установите в крайнее правое положение).

Зарисуйте осциллограммы на входе и выходе детектора при $C_{\text{H}} = 3 \text{ нФ}$.

6.10 Измерение характеристики детектирования $I_0(U_\omega)$ произведите при действии немодулированного сигнала от встроенного генератора с частотой f_{H2} ($M_{AM} = 0$). Переключатель C_H установите в положение 15 нФ. Ток детектирования при изменении U_ω в пределах от нуля до 1 В измеряйте внутренним микроамперметром. Данные измерений занесите в таблицу 4, при этом особое внимание обратите на выявление общего вида характеристики и, в частности, её начального участка (определите U_ω при одном, двух и трех делениях шкалы микроамперметра).

Таблица 4 – Промежуточные результаты

$f_H = \dots$ кГц	$M_{AM} = 0$	$C_H = 15$ нФ
U_ω , В		
I_0 , мкА		

7 Контрольные вопросы

- 1) Что такое АМ? Запишите аналитическое выражение АМ сигнала.
- 2) Какая форма ВАХ НЭ является наилучшей для получения АМ сигналов?
- 3) Что такое глубина модуляции?
- 4) Как измерить глубину модуляции по временной диаграмме и спектрограмме АМ сигнала?
- 5) Как связаны между собой ширина спектра модулирующего и модулированного сигнала при АМ?
- 6) Как распределяется мощность между составляющими АМ сигнала?
- 7) Какова роль нагрузки амплитудного модулятора?
- 8) Что такое СМХ? Как по СМХ выбрать режим работы модулятора?
- 9) Как по СМХ определить максимальную девиацию амплитуды и максимальную глубину модуляции?
- 10) Какова характеристика детектирования диодного детектора при подаче слабых сигналов?
- 11) Каковы условия линейного детектирования в схеме диодного детектора?

12) Изобразите схему диодного детектора. Поясните работу диодного детектора соответствующими временными диаграммами.

13) С каким углом отсечки работает диод в схеме диодного детектора? От чего зависит величина этого угла?

14) Из каких условий выбирается постоянная времени нагрузки при детектировании АМ сигналов?

15) Можно ли детектировать диодным детектором:

- АМ колебания при $M_{AM} > 1$;
- АМ колебания с подавленной несущей;
- колебания с однополосной модуляцией?

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра космического приборостроения и систем связи



ИЗУЧЕНИЕ ПРИНЦИПОВ РАБОТЫ ЧАСТОТНОГО МОДУЛЯТОРА И ЧАСТОТНОГО ДЕТЕКТОРА

Методические указания
по выполнению лабораторной работы
для студентов, обучающихся по специальности
10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных
систем» по дисциплине «Теория электросвязи»

Курск 2023

УДК 621.391 (075)

Составители: Д.С. Коптев

Рецензент

Доктор технических наук, старший научный сотрудник,
заведующий кафедрой космического приборостроения и систем связи
В. Г. Андронов

Изучение принципов работы частотного модулятора и частотного детектора: методические указания по выполнению лабораторной работы / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Д.С. Коптев. Курск, 2023. – 21 с.

Методические указания по выполнению лабораторной работы содержат краткие теоретические сведения о формировании и детектировании сигналов с частотной модуляцией, лабораторной установке и порядке выполнения лабораторной работы.

Методические указания соответствуют учебному плану по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем», а также рабочей программе дисциплины «Теория электросвязи».

Предназначены для студентов, обучающихся по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем» очной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 08.08.2023. Формат 60x841/16.

Усл. печ. л. 1,22. Уч.-изд. л. 1,1. Тираж 100 экз. Заказ 724. Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

1 Цель работы

- экспериментальное исследование принципа действия частотного модулятора и частотного детектора. Получение характеристик частотного модулятора при воздействии на его вход моногармонического сигнала. Исследование формы и спектра сигналов с частотной модуляцией. Выбор оптимального режима детектирования.

2 Краткая характеристика исследуемых цепей и сигналов

В данной работе используется универсальный лабораторный стенд со сменным блоком ЧАСТОТНЫЙ МОДЕМ, упрощённая принципиальная схема которого приведена на рисунке 1.

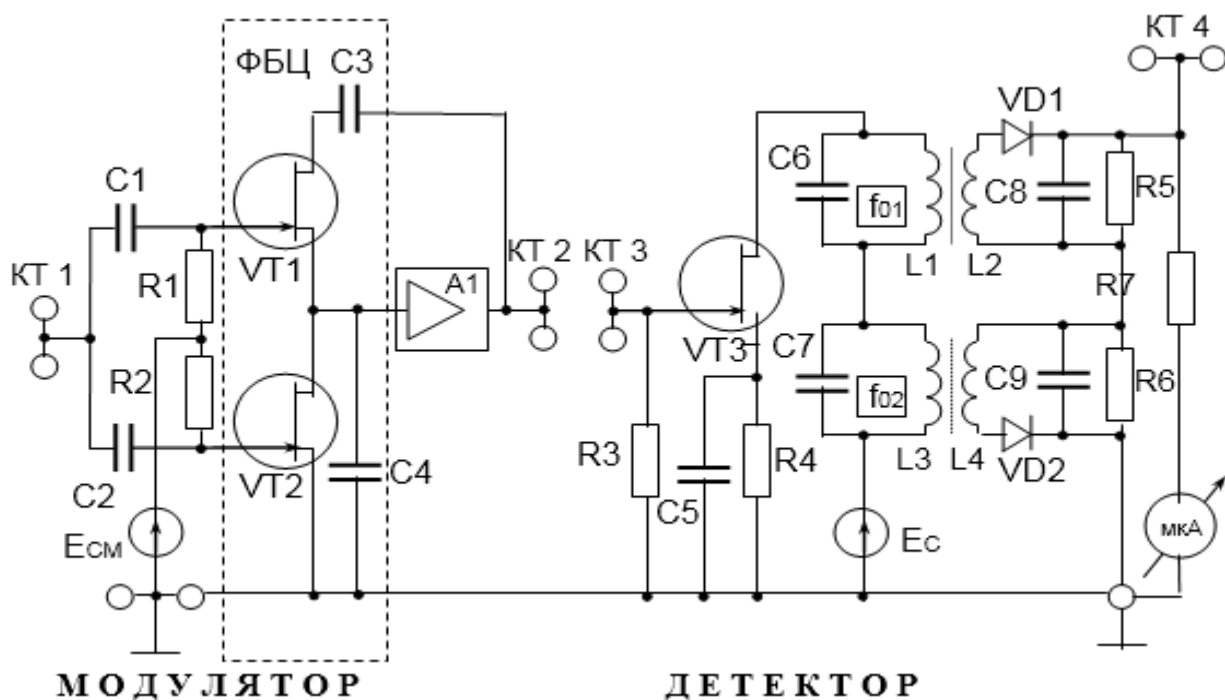


Рисунок 1 – Схема блока ЧАСТОТНЫЙ МОДЕМ

Исследуемый частотный модулятор представляет собой RC генератор, состоящий из двухкаскадного резистивного усилителя (A1) и фазобалансной цепи (ФБЦ), обеспечивающей положительную обратную связь. Частота генерации зависит от параметров ФБЦ – ёмкостей C3, C4 и сопротивлений каналов ($R_{си}$) полевых транзисторов VT1 и VT2. Сопротивление канала ($R_{си}$) зависит от управляющего напряжения, приложенного к затвору. Таким образом, полевой транзистор в ФБЦ является параметрическим элементом, управляемым

модулирующим напряжением. Напряжение смещения ($E_{см}$), являющееся постоянной составляющей модулирующего сигнала, позволяет установить несущую частоту модулированного сигнала, а переменная составляющая, т.е. сам модулирующий сигнал, поданный на гнезда КТ1, обеспечивает девиацию частоты Δf_{max} , зависящую от амплитуды модулирующего сигнала. Выходом частотного модулятора являются гнезда КТ2.

В схеме модулятора имеется блок автоматической регулировки усиления, поддерживающий постоянную амплитуду ЧМ сигнала (на схеме не показан).

Схема частотного детектора состоит из усилителя на полевом транзисторе VT3, в нагрузку которого включены два резонансных контура, настроенных на разные частоты (f_{01} и f_{02}). Эти частоты расположены симметрично относительно несущей частоты ЧМ сигнала. Ток ЧМ сигнала с постоянной амплитудой, протекая через два расстроенных контура, вызывает на них падения напряжения, пропорциональные их сопротивлениям. Чем ближе мгновенная частота ЧМ сигнала к резонансной частоте контура, тем больше амплитуда напряжения на контуре и наоборот. Таким образом, линейная цепь (рассмотренный колебательный контур) преобразует ЧМ сигнал в сигнал, в котором и амплитуда, и частота меняются одновременно. Осциллограмма такого сигнала внешне очень похожа на АМ сигнал, но частота заполнения его меняется так же, как у входного ЧМ сигнала. Нагрузкой каждого контура является свой детектор огибающей (АМ детектор).

Выходные напряжения АМ детекторов (на резисторах R5 и R6) зависят от расстройки контуров относительно мгновенной частоты ЧМ сигнала. Для идеальной работы ЧМ детектора модуль полного сопротивления расстроенного контура должен меняться прямо пропорционально девиации частоты ЧМ сигнала. Однако на частотной характеристике контура имеется небольшой почти линейный участок в районе точки перегиба. Для увеличения ширины линейного участка характеристики детектирования применяют не один, а два симметрично расстроенных контура. Встречное включение диода (VD2) во втором детекторе огибающей позволяет в значительной степени компенсировать нелинейность склона АЧХ контура, а также компенсировать постоянную составляющую выходного сигнала.

Выходное напряжение ЧМ детектора (гнездо КТ3) равно разности напряжений на выходах АМ детекторов:

$$U_{\text{вых}} = U_{R5} - U_{R6}.$$

Выход частотного модулятора (гнездо КТ2 на рисунке 1) соединяется переключкой со входом частотного детектора (гнездо КТ3). Выход частотного детектора (гнездо КТ4) соединен с микроамперметром, измеряющим постоянную составляющую тока детектора.

В качестве источника модулирующего сигнала используется встроенный диапазонный генератор, подключенный ко входу модулятора. В качестве источника ЧМ сигнала используется частотный модулятор, выход которого (гнездо КТ2 на рисунке 1) соединяется переключкой со входом частотного детектора (гнездо КТ3). Для контроля входного сигнала используется встроенный вольтметр или осциллограф. Анализ спектра производится на ПК в режиме «Спектроанализатор».

3 Домашнее задание

3.1 Изучите основные вопросы по конспекту лекций и литературе:

- Бабанин И.Г., Коптев Д.С. Общая теория связи. Сигналы и аналоговые системы передачи информации: учеб. пособие / Юго-Зап. гос. ун-т. – Курск, 2018. – 110 с.

- Коптев Д.С., Бабанин И.Г., Довбня В.Г. Теория радиотехнических сигналов: учеб. пособие / Юго-Зап. гос. ун-т. – Курск, 2019. – 240 с.

Оформите заготовку отчета. Выполните необходимые расчёты.

4 Основы теории

4.1 Угловая модуляция

Для описания модулированных колебаний удобно использовать квазигармоническую форму:

$$u(t) = U_0(t) \cos \Phi(t), \quad (1)$$

где $\Phi(t) = \omega_0 t + \Delta\varphi(t) + \varphi_0$ – текущая фаза; $\Delta\varphi(t)$ – девиация (отклонение) фазы; φ_0 – начальная фаза.

При угловой модуляции (УМ) огибающая $U_0(t)$ не изменяется $U_0(t) = \text{const}$, а изменению подвергается либо фаза, либо её производная.

Фазовая модуляция (ФМ) – вид модуляции, при которой девиация фазы пропорциональна модулирующему сигналу $u_c(t)$:

$$\Delta\varphi(t) = K_{\text{ФМ}} u_c(t), \quad (2)$$

где $K_{\text{ФМ}}$ – константа, характеризующая работу модулятора.

Для частного случая – тональной ФМ, когда в качестве модулирующего сигнала используется гармонический сигнал низкой частоты ($\Omega \ll \omega_0$):

$$u_c(t) = U_c \cos \Omega t,$$

девиация фазы согласно (2) равна:

$$\Delta\varphi(t) = K_{\text{ФМ}} U_c \cos \Omega t = M_{\text{ФМ}} \cos \Omega t, \quad (3)$$

где $M_{\text{ФМ}} = K_{\text{ФМ}} U_c = \Delta\varphi_{\text{max}}$ – индекс фазовой модуляции, имеющий смысл максимальной девиации фазы. Подставив (3) в (1), получим выражение для тональной ФМ:

$$u_{\text{ФМ}}(t) = U_0 \cos[\omega_0 t + M_{\text{ФМ}} \cos \Omega t],$$

(в этом выражении и далее полагается $\varphi_0 = 0$).

Частотная модуляция (ЧМ) – вид модуляции, при котором девиация частоты пропорциональна модулирующему сигналу:

$$\Delta\omega(t) = K_{\text{ЧМ}} u_c(t),$$

где $K_{\text{ЧМ}}$ – константа, характеризующая работу модулятора.

Производная от текущей фазы равна мгновенной частоте сигнала $\omega(t)$:

$$\omega(t) = \frac{d}{dt} \Phi(t) = \omega_0 + \frac{d}{dt} [\Delta\varphi(t)] = \omega_0 + \Delta\omega(t),$$

равной сумме несущей частоты ω_0 и девиации частоты $\Delta\omega(t)$, изменяющейся под управлением модулирующего сигнала. В каждый момент времени мгновенная частота сигнала имеет только одно значение, в то время как спектр сигнала может состоять из большого числа частотных составляющих.

В частном случае тональной ЧМ:

$$u_c(t) = U_c \cos \Omega t, \quad \Delta\omega(t) = K_{\text{ЧМ}} U_c \cos \Omega t = \Delta\omega_{\text{max}} \cos \Omega t,$$

мгновенная частота равна:

$$\omega(t) = \omega_0 + \Delta\omega(t) = \omega_0 + \Delta\omega_{\text{max}} \cos \Omega t,$$

а полная фаза:

$$\begin{aligned} \Phi(t) &= \int_0^t \omega(\tau) d\tau = \int_0^t \omega_0 d\tau + \int_0^t \Delta\omega_{\text{max}} \cos \Omega \tau d\tau = \\ &= \omega_0 t + \frac{\Delta\omega_{\text{max}}}{\Omega} \sin \Omega t = \omega_0 t + M_{\text{ЧМ}} \sin \Omega t. \end{aligned}$$

Здесь $M_{\text{ЧМ}} = \Delta\omega_{\text{max}}/\Omega$ – индекс ЧМ, имеющий смысл максимальной девиации частоты. Подставив последнее выражение в (1), получим:

$$u_{\text{ЧМ}}(t) = U_0 \cos[\omega_0 t + M_{\text{ЧМ}} \sin \Omega t].$$

4.2 Спектры ФМ и ЧМ сигналов

Из сопоставления выражений для тональных ФМ и ЧМ следует, что они отличаются только начальной фазой, что даёт основание рассматривать их как одно общее колебание с УМ:

$$u_{\text{УМ}}(t) = U_0 \cos[\omega_0 t + M_{\text{УМ}} \sin \Omega t].$$

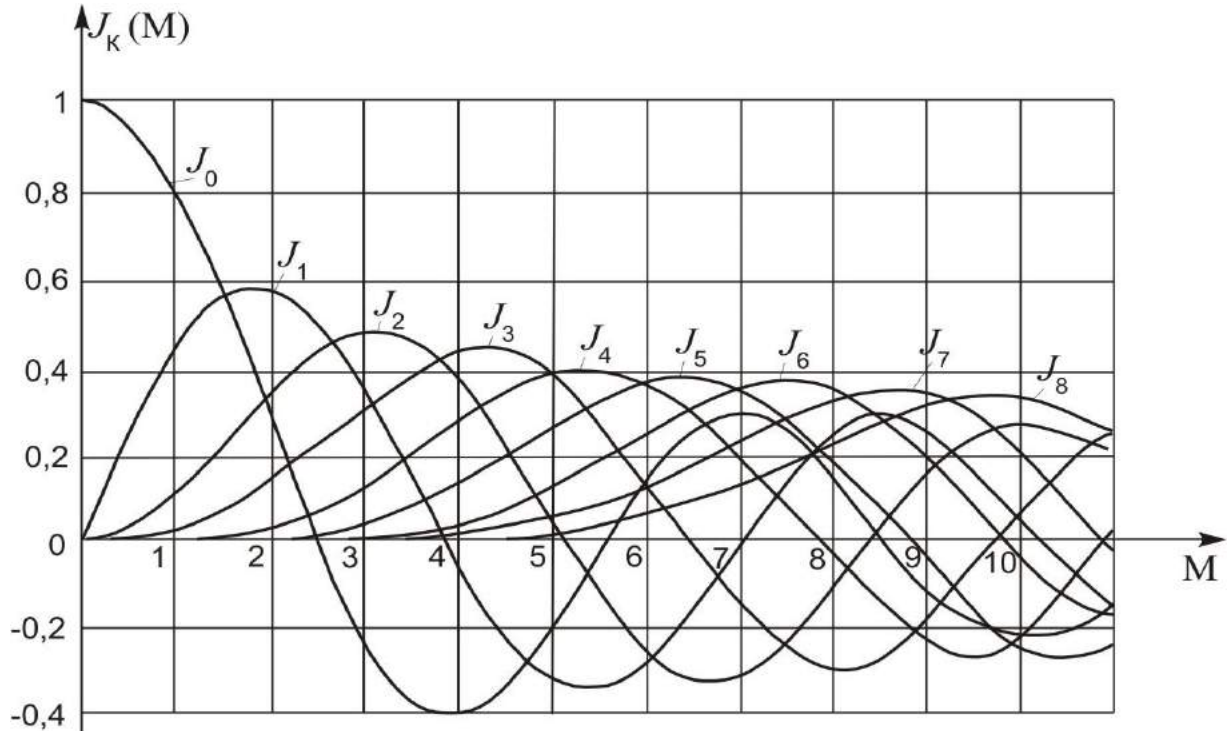
Представим это выражение в комплексной форме (аналитический сигнал):

$$\dot{u}_{\text{УМ}}(t) = U_0 e^{j[\omega_0 t + M_{\text{УМ}} \sin \Omega t]} = U_0 e^{j\omega_0 t} \cdot e^{jM_{\text{УМ}} \sin \Omega t}. \quad (4)$$

Последний множитель в этом выражении является периодической функцией времени. Разложим его в ряд Фурье:

$$e^{jM \sin \Omega t} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(M) e^{jk\Omega t}. \quad (5)$$

Коэффициентами разложения являются функции Бесселя первого рода k -го порядка от индекса модуляции M (рисунок 2).



Подставив (5) в (4), получим:

$$\dot{u}_{\text{УМ}}(t) = U_0 \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(M_{\text{УМ}}) e^{j[\omega_0 + k\Omega]t}.$$

Взяв вещественную часть от этого выражения, перейдем от комплексной записи к канонической форме квазигармонического колебания:

$$u_{\text{УМ}}(t) = U_0 \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(M_{\text{УМ}}) \cos(\omega_0 + k\Omega)t.$$

Из этого выражения видно, что спектр амплитуд модулированного колебания состоит из бесконечного числа спектральных линий, расположенных на частотной оси с равномерным шагом Ω . Амплитуды спектральных линий определяются произведением амплитуды модулированного колебания U_0 на соответствующие значения функции Бесселя – $U_0 J_k(M)$. Но так как максимальное значение функции

Бесселя равно единице (J_0 при $M = 0$), то значения $J_k(M)$ могут рассматриваться как относительные амплитуды спектральных составляющих.

Практическая ширина спектра сигнала с УМ ограничивается составляющими с относительной амплитудой более 0,1 (относительная мощность больше 1%). Номер такой составляющей ($k_{гр}$) находится из выражения:

$$J_{k_{гр}}(k_{гр} - 1) > 0,1.$$

Аргументом функции Бесселя является индекс модуляции M , следовательно $k_{гр} - 1 = M$, откуда:

$$k_{гр} = M + 1.$$

Составляющая спектра с номером $k_{гр} + 1$ имеет относительную амплитуду менее 0,1, т. е. окажется за пределами практической ширины спектра.

Последнее выражение позволяет по индексу модуляции M оценить число спектральных линий в практической ширине спектра. Так, например, при $M = 3,2$ граничное значение $k_{гр} = 4$ (ближайшее целое число). Следовательно, в спектре такого сигнала должны быть несущая и четыре пары боковых частот. Эти результаты легко проверить по графикам бесселевых функций (рис. 2). Действительно, четвертая пара боковых имеет относительную амплитуду $J_4(3,2) = 0,16$, т. е. находится в пределах практической ширины спектра, а следующая пятая пара боковых имеет относительную амплитуду $J_5(3,2) = 0,04$, т. е. находится за пределами этой полосы. Из рисунка 3 следует, что практическая ширина спектра $2\Delta\omega^* = 2\Omega(M+1)$.

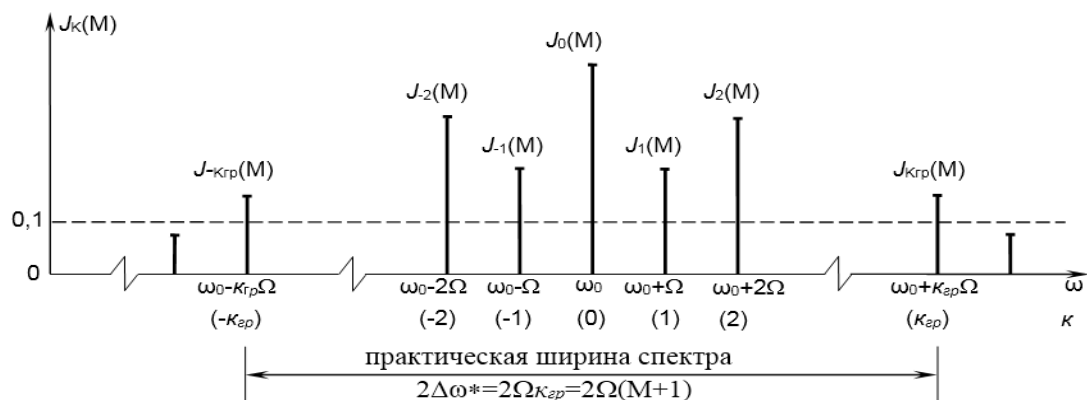


Рисунок 3 – К определению практической ширины спектра при угловой модуляции

Здесь отложены относительные амплитуды $J_k(M)$; для построения амплитудного спектра все составляющие следует умножить на $U_0 = \text{const}$.

Для ФМ $M = M_{\text{ФМ}}$. Индекс ФМ $M_{\text{ФМ}} = \Delta\omega_{\text{max}}$ и зависит от амплитуды модулирующего сигнала U_c . Поэтому практическая ширина спектра при ФМ равна:

$$2\Delta\omega^*_{\text{ФМ}} = 2\Omega(M_{\text{ФМ}} + 1)$$

и зависит как от частоты, так и от амплитуды модулирующего сигнала.

Для ЧМ $M = M_{\text{ЧМ}} = \Delta\omega_{\text{max}}/\Omega$, где $\Delta\omega_{\text{max}}$ пропорциональна амплитуде модулирующего сигнала U_c :

$$2\Delta\omega^*_{\text{ЧМ}} = 2\Omega\left(\frac{\Delta\omega_{\text{max}}}{\Omega} + 1\right) = 2\Delta\omega_{\text{max}} + 2\Omega.$$

Обычно $\Delta\omega_{\text{max}} \gg \Omega$ и $2\Delta\omega^*_{\text{ЧМ}} \cong 2\Delta\omega_{\text{max}}$, т. е. при ЧМ практическая ширина спектра зависит от амплитуды и почти не зависит от частоты модулирующего сигнала Ω . Следовательно, практическая ширина спектра ЧМ сигнала значительно меньше, чем для ФМ сигнала при тех же параметрах модуляции, что и определило широкое использование ЧМ в радиовещании и связи.

Выходная мощность передатчика с УМ на некоторой нагрузке R_H может быть найдена как сумма мощностей, отдельных составляющих спектра:

$$\begin{aligned} P_{\text{вых}} &= P(\omega_0) + P(\omega_0 + \Omega) + P(\omega_0 - \Omega) + P(\omega_0 + 2\Omega) + \dots = \\ &= \frac{U_0^2}{2R_H} [J_0^2(M) + J_1^2(M) + J_{-1}^2(M) + J_2^2(M) + \dots] = P_0. \end{aligned}$$

Здесь $U_0^2/2R_H = P_0$ – мощность гармонического (немодулированного) сигнала, а сумма в квадратных скобках, согласно свойству 4 бесселевых функций, равна единице. Следовательно, мощность передатчика с угловой модуляцией остается постоянной независимо от параметров модуляции. В этом отношении ЧМ и ФМ выгодно отличаются от АМ, для которой выходная мощность передатчика меняется в больших пределах (например, при максимальной глубине модуляции $M_{\text{АМ}} = 1$, мощность передатчика АМ меняется от нуля до $4P_0$).

В спектрах ЧМ сигналов нет низкочастотной составляющей, соответствующей исходному моделирующему сигналу. Для того чтобы восставить сигнал сообщения необходимо осуществить детектирование – процесс, обратный модуляции. Детектирование, как и модуляция, – нелинейное преобразование сигнала. Нелинейный элемент обогащает спектр выходного сигнала новыми спектральными компонентами, а фильтр выделяет низкочастотные компоненты. В качестве нелинейных элементов при детектировании можно использовать транзисторы и полупроводниковые диоды. Чаще всего используются полупроводниковые диоды, причём применяются только точечные диоды, так как плоскостные диоды имеют большую входную ёмкость.

При детектировании ЧМ сигнала напряжение на выходе частотного детектора (ЧД) должно воспроизводить закон изменения мгновенной частоты входного сигнала. Поэтому для идеального ЧД

$U_{\text{вых}}(t) = S_{\text{чд}}(t)\Delta f(t)$, где $S_{\text{чд}}$ – крутизна характеристики ЧД. При этом предполагается, что $\Delta f(t)$ и $U_{\text{вых}}(t)$ являются «медленными» функциями времени. В отличие от амплитудного детектора, для образования частот сообщения (низкочастотной компоненты) одного лишь нелинейного элемента недостаточно: нелинейность диода проявляется при изменении действующего на него напряжения, а не при изменении частоты. Поэтому для осуществления ЧМ детектирования требуются дополнительные преобразования.

Существует два класса ЧД: в одних детекторах ЧМ сигналы с помощью колебательного контура преобразуются в АМ сигналы, а потом детектируются, в других (дискриминатор, детектор отношений) – при детектировании ЧМ сигналов используется зависимость от частоты в колебательном контуре разности фаз между током и напряжением.

Основными характеристиками и параметрами ЧД являются:

- 1) семейство детекторных характеристик: $\Delta U = F(f)$ при $U_0 = \text{const}$;
- 2) крутизна детекторной характеристики: $S_{\text{чд}} = \Delta U / \Delta f$;
- 3) диапазон частот $\Delta f_{\text{лин}}$, в котором детекторная характеристика достаточно линейна;
- 4) входное сопротивление: $R_{\text{вх}} = U_0 / I_0$;

5) минимальное $U_{0\min}$ и максимальное $U_{0\max}$ значения амплитуды входного сигнала, при которых гарантируются основные качественные показатели;

6) выходное сопротивление: $R_{\text{вых}} = U_{\Omega}/I_{\Omega}$, определяемое свойствами АД;

7) нелинейные искажения выходного сигнала:

$$\gamma = \sqrt{\frac{P_{2\Omega} + P_{3\Omega} + P_{4\Omega} + \dots}{P_{\Omega}}}.$$

Рассмотрим процесс детектирования высокочастотных ЧМ сигналов на примере некоторых схем ЧД первого типа. В этих детекторах используются:

- амплитудный ограничитель (АО) ЧМ сигнала;
- избирательная линейная цепь, преобразующая частотную модуляцию в амплитудную;
- амплитудный детектор.

АО ЧМ сигнала позволяет устранять нежелательные изменения амплитуды высокочастотного колебания, возникающие вследствие воздействия помех на радиосигнал при передаче ЧМ сигналов через избирательные цепи, при относительном изменении положения передатчика и приёмника ЧМ сигнала и т. д., и представляет собой сочетание нелинейного элемента и избирательной нагрузки. В качестве линейной цепи можно использовать любую электрическую цепь, обладающую неравномерной частотной характеристикой: RL-, RC-фильтры, колебательные контуры и т. д. Наибольшее применение получили колебательные цепи.

Самой простой является схема, в которой ЧМ сигнал с несущей f_0 подаётся на колебательный контур с частотой резонанса $f_p = f_0$ (рисунок 4, а). Добротность контура выбирается таким образом, чтобы при удвоенной девиации частоты рабочий участок амплитудно-частотной характеристики был линейным. В этом случае при изменении частоты ЧМ сигнала амплитуда напряжения на контуре $U_k(t)$ будет изменяться во времени в соответствии с законом модуляции $f(t)$ (рисунок 5).

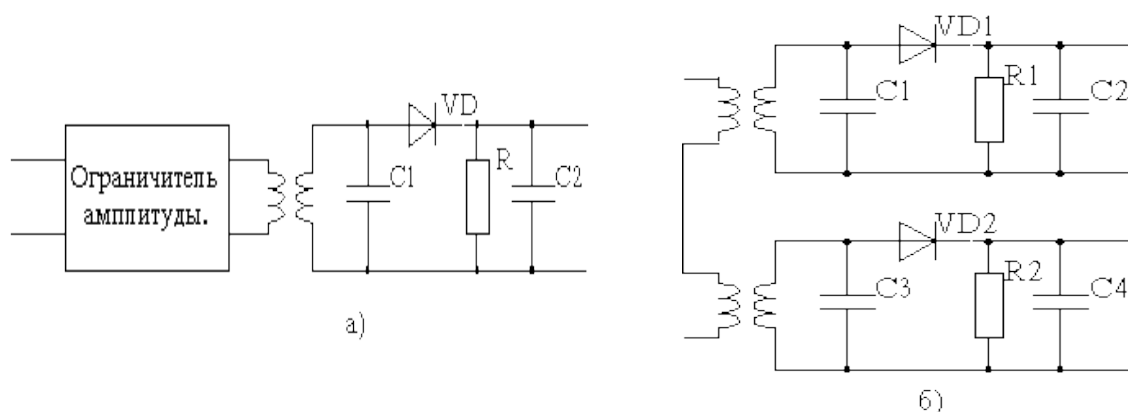


Рисунок 4 – Схемы простейшего (а) и дифференциального (б) ЧД

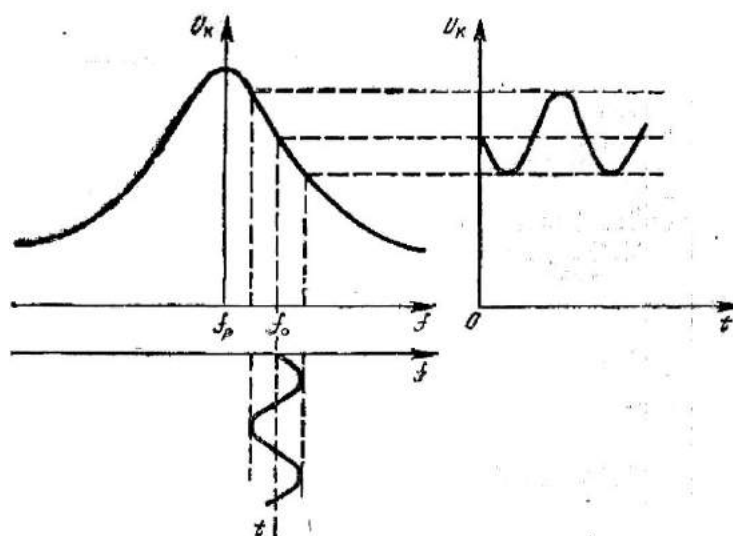


Рисунок 5 – К объяснению принципа работы простейшего ЧД

Получившийся сигнал с изменяющейся амплитудой детектируется амплитудным детектором с RC-фильтром. Недостатком этой схемы является необходимость настройки контура на частоту, отличную от несущей ЧМ сигнала. Кроме того, резонансная кривая одиночного контура имеет небольшой линейный участок на скате характеристики. Из-за нелинейности склона резонансной кривой такие детекторы имеют большие нелинейные искажения.

В некоторой степени устранить этот недостаток позволяет схема дифференциального ЧД (рисунок 4, б). ЧМ сигнал подаётся одновременно на два контура: резонансные частоты $f_{p1} \neq f_{p2}$ выбираются таким образом, чтобы несущая частота f_0 располагалась на середине линейного участка характеристики. Сигналы АД противофазны и вычитаются (отсюда и название схемы), что позволяет уменьшить нелинейные искажения.

Недостатком рассмотренных схем (рисунок 4) является зависимость выходного сигнала от уровня высокочастотного ЧМ сигнала (рисунок 6). Для устранения этого влияния применяют амплитудные ограничители.

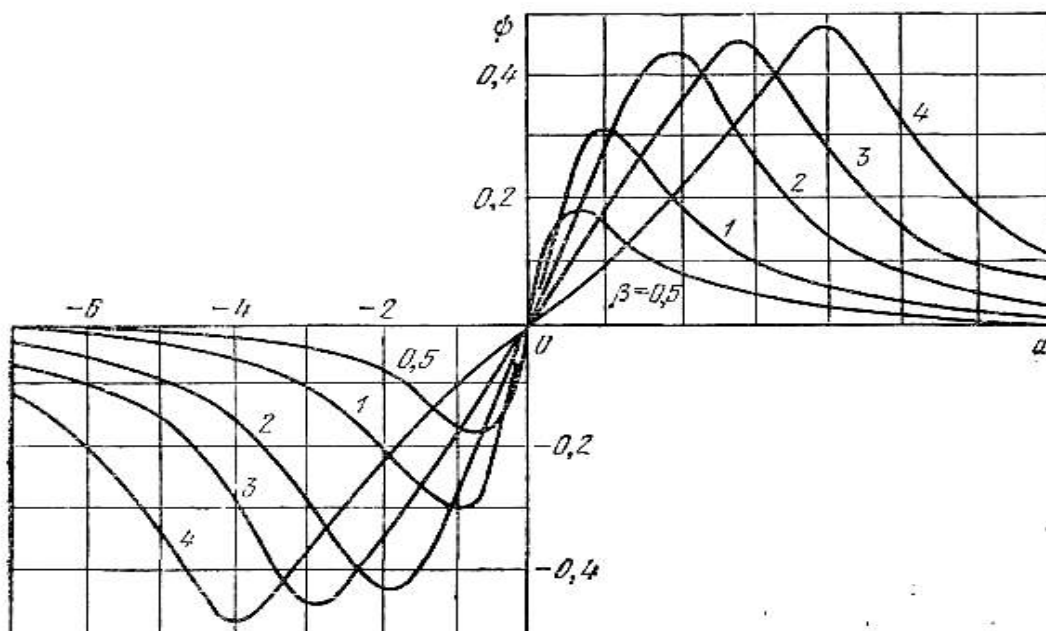


Рисунок 6 – Семейство характеристик двухконтурного ЧД

$\alpha = \frac{2\Delta f}{f_0} Q$ – относительная частота, Q – добротность контура,

$\psi = \frac{U_{\Omega}}{N}$ – относительная амплитуда напряжения на выходе ЧД,

N – постоянный коэффициент, β – коэффициент связи контуров

Схемы ЧМ детекторов второго класса весьма слабо реагируют на изменение амплитуды сигнала и поэтому не содержат ограничителя. Эти схемы довольно широко применяются в приёмниках ЧМ сигналов, в устройствах автоматической подстройки частоты генераторов и др.

В этих схемах:

- 1) девиация частоты входного ЧМ колебания преобразуется в девиацию фазы другого напряжения;
- 2) девиация фазы преобразуется в амплитудную модуляцию напряжений, приложенных к диодам;
- 3) осуществляется амплитудное детектирование.

На рисунке 7 приведены схема фазочастотного дискриминатора и график зависимости выходного напряжения от частоты.

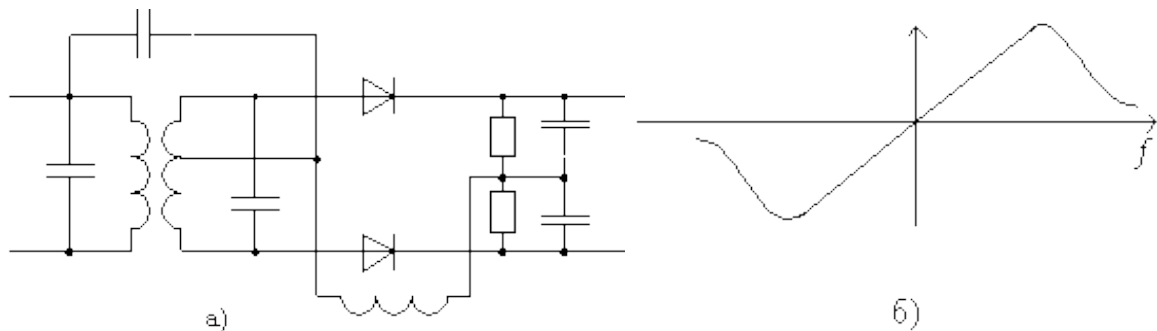


Рисунок 7 – Схема фазочастотного дискриминатора (а) и зависимость выходного напряжения от частоты (б)

5 Лабораторное задание

- 1) Проведите измерение статической модуляционной характеристики ЧМ модулятора и определите оптимальный его режим.
- 2) Определите влияние амплитуды модулирующего сигнала на форму и ширину спектра ЧМ-сигнала (при постоянной частоте модуляции).
- 3) Определите влияние частоты модуляции на форму и ширину спектра ЧМ-сигнала (при постоянной амплитуде модулирующего сигнала).
- 4) Проведите исследование формы сигнала на входе и выходе частотного модулятора.
- 5) Проведите измерение характеристики детектирования и выберите оптимальный режим работы частотного детектора.
- 6) Проведите исследование сигналов на входе модулятора и выходе ЧД в оптимальном режиме и при отклонениях от него.

6 Методические указания

6.1 Измерение статической модуляционной характеристики (СМХ) $f = \varphi(E_{\text{см}})$ производится при отсутствующем модулирующем сигнале. Последовательно устанавливая движковым потенциометром $E_{\text{см}}$ значения напряжения смещения в соответствии с данными таблицы 1, определите значения частоты модулятора f , подключив выход модулятора (гнездо КТ2) ко входу ПК, работающего в режиме анализа спектра.

Таблица 1 – Экспериментальные значения СМХ ЧМ

$E_{\text{см}}, \text{В}$					-6,5
$f, \text{кГц}$						

По данным таблицы постройте СМХ, по которой определите:

- положение рабочей точки (на середине линейного участка);
- величину $E_{\text{см опт}}$ и несущую частоту f_0 (по вертикальной оси);
- угол наклона линейного участка СМХ (тангенс этого угла соответствует коэффициенту $K_{\text{ЧМ}}$ модулятора);
- границы линейного участка ($f_{\text{min}}, f_{\text{max}}$).

Полученные данные занесите в таблицу 2.

Таблица 2 – Результаты расчёта параметров ЧМ

$E_{\text{см опт}}$	f_0	f_{min}	f_{max}	$K_{\text{ЧМ}}$

В случае хорошей линейности СМХ выбор несущей частоты не критичен, однако, для последующих пунктов лучше выбрать $f_0 = 12 \div 13$ кГц.

6.2 Влияние амплитуды модулирующего сигнала на спектр ЧМ (при $F_{\text{мод}} = \text{const}$).

6.2.1 Для ряда заданных значений $M_{\text{ЧМ}}$ (таблицы 3) рассчитайте амплитуды модулирующих сигналов, а затем и действующие значения U_c .

Δf_{max} находится из выражения для индекса ЧМ:

$$M_{\text{ЧМ}} = \Delta f_{\text{max}} / F_{\text{мод}} \quad U_{\text{мс}} = \Delta f_{\text{min}} / K_{\text{ЧМ}}$$

Четвёртая строка таблицы заполняется для использования вольтметра переменного напряжения, имеющего градуировку в действующих значениях $U_c = 0,707 U_{\text{мс}}$.

Таблица 3 – Влияние амплитуды модулирующего сигнала ($F_{\text{мод}} = 500$ Гц)

$M_{\text{ЧМ}}$	0	0,1	0,5	1,0	2,4	3,8
Δf_{min}						
$U_{\text{мс}}$						

U_c						
$2\Delta f^*$						

6.2.2 Ко входу модулятора (гнездо КТ 1) подключите внутренний звуковой генератор и вольтметр переменного напряжения стенда или осциллограф. Установите частоту генератора $F_{\text{мод}} = 500$ Гц.

6.2.3 Устанавливая регулятором напряжения выхода генератора последовательно значения U_c в соответствии с таблицей 3, с помощью ПК, подключённого к выходу модулятора (гнездо КТ 2) измерьте спектры ЧМ – сигнала.

На каждой спектрограмме укажите:

- условия проведения эксперимента;
- частоты отдельных составляющих спектра;
- практическую ширину спектра $2\Delta f^*$ (при определении $2\Delta f^*$ учтите только ту часть спектра, в которой амплитуды более 10% от максимальных амплитуд).

Полученные значения $2\Delta f^*$ внесите в таблицу 3.

6.3 Влияние частоты модуляции на спектр ЧМ-сигнала ($U_c = \text{const}$).

6.3.1 Сохраняя схему соединений (п. 6.2), установите значения U_c в соответствии с таблицей 3 для $M_{\text{ЧМ}} = 2,4$ и не изменяйте его в дальнейшем.

6.3.2 Последовательно устанавливая частоты модуляции в соответствии с таблицей 4, получите спектрограммы соответствующих ЧМ-сигналов. В таблицу внесите значения $2\Delta f^*$.

Таблица 4 – Влияние частоты модуляции ($U_c = \text{const}$)

$U_c = \dots\dots$ В; $f_0 = \dots\dots$ кГц					
$F_{\text{мод}}, \text{ Гц}$	50	100	250	500	1000
$2\Delta f^*, \text{ Гц}$					
$M_{\text{ЧМ}}$					

6.3.3 Заполните последнюю строку таблицы 4, используя определение $M_{\text{ЧМ}}$ и необходимые данные из таблицы 3.

6.4 Исследование формы колебаний на входе и выходе ЧМ.

6.4.1 Соедините первый вход двухлучевого осциллографа со входом модулятора (для чего отключите вольтметр, сохраняя соединение с генератором). На второй вход осциллографа подайте выходной сигнал модулятора.

6.4.2 Установите частоту модуляции $F_{\text{мод}} = 300$ Гц. Увеличивая уровень сигнала, добейтесь появления на осциллограмме выходного сигнала паразитной амплитудной модуляции. Уменьшая уровень входного сигнала, добейтесь постоянства уровня ЧМ – сигнала.

6.4.3 Установите синхронизацию осциллографа по каналу, на вход которого подан высокочастотный (выходной) сигнал. Ручками синхронизации добейтесь неподвижного изображения.

6.4.4 Подстраивая в небольших пределах частоту модуляции, добейтесь неподвижного изображения модулирующего сигнала. Иногда нужный эффект может быть достигнут небольшой подстройкой несущей частоты (ручкой СМЕЩЕНИЕ).

6.4.5 Зафиксируйте осциллограммы на входе и выходе ЧМ.

6.5 Измерение характеристики детектирования $I_0 = \varphi_2(f)$ производится при отсутствующем модулирующем сигнале ($M_{\text{ЧМ}} = 0$) путём измерения постоянной составляющей тока детектора в зависимости от изменяемой частоты входного сигнала. Для этого отключите модулирующий сигнал от входа модулятора (гнездо 1), между гнездами КТ2 и КТ3 установите перемычку. Управление частотой осуществляйте изменением смещения ($E_{\text{см}}$) в модуляторе. Измерение частоты на выходе модулятора (гнездо КТ2) производите с помощью ПК в режиме «Спектроанализатор», а тока I_0 – микроамперметром, расположенным над регулятором $E_{\text{см}}$.

6.5.1 Изменяя напряжение смещения ($E_{\text{см}}$) в соответствии с данными таблицы 5 измерьте с помощью ПК (в режиме «Спектроанализатор») частоты модулятора и, одновременно с этим, ток детектора I_0 .

Таблица 5 – Снятие статической модуляционной характеристики $f = \varphi_1(E_{\text{см}})$ и характеристики детектирования $I_0 = \varphi_2(f)$

$E_{\text{см}}, \text{ В}$	0	-0,5	-1	-1,5	-6,5
$f, \text{ кГц}$						
$I_0, \text{ мкА}$						

При заполнении таблицы 5 кроме указанных значений $E_{см}$ добавьте те значения $E_{см}$ и f , при которых I_0 принимает нулевое и экстремальные значения.

6.5.2 Повторите измерение характеристики детектирования с использованием генератора НЧ. Для этого отключите выход модулятора (КТ2) от входа частотного детектора (КТ3). Подключите выход генератора НЧ ко входу частотного детектора (КТ3). Установите амплитуду напряжения сигнала генератора НЧ, равным 1 В. Изменяя частоту сигнала генератора НЧ, определите её значение f_0 , при котором I_0 принимает нулевое значение («ноль» частотного детектора). Уменьшая и увеличивая частоту сигнала относительно f_0 , проведите измерение зависимости $I_0 = \varphi_2(f)$. Полученные значения занесите в таблицу 6.

Таблица 6 – Снятие характеристики детектирования $I_0 = \varphi_2(f)$

f , кГц				f_0		
I_0 , мкА						

6.5.3 По данным таблицы 5 и 6 постройте статическую модуляционную характеристику (СМХ) и характеристику детектирования (ХД). Из графика ХД определите значение несущей частоты f_0 , соответствующее нулевому току детектора и максимальную девиацию частоты Δf_{max} , соответствующую границе линейного участка ХД, отсчитывая от частоты f_0 . По СМХ определите напряжение смещения $E_{см 0}$, при котором несущая частота равна f_0 и максимальную амплитуду сигнала $U_{мс}$, при которой девиация частоты максимальная Δf_{max} . Полученные значения параметров занести в таблицу 7.

Таблица 7 – Оптимальный режим частотного детектора

$E_{см 0}$, В	f_0 , кГц	Δf_{max} , кГц	$U_{мс max}$, В	$U_{с max}$, В

6.5.4 Соедините выход звукового генератора с гнездом КТ1 (вход модулятора). Подключите к гнезду КТ1 вольтметр переменного напряжения. Установите на генераторе частоту сигнала $F_{мод} = 200$ Гц и действующее значение, соответствующее $U_{с max}$ (по вольтметру). Установите $E_{см} = E_{см 0}$ (из таблицы 7).

6.5.5 Отключите вольтметр от входа 1. Подключите ко входу 1 вместо вольтметра первый вход двухлучевого осциллографа, а второй его вход соедините с выходом детектора (гнездо КТ4).

6.5.6 Получив неподвижные осциллограммы, зафиксируйте их в отчёте.

Обратите внимание на «зубцы» выходной осциллограммы, связанные с работой амплитудных детекторов.

Работа детектора в неоптимальном режиме происходит вследствие выхода параметров сигнала за пределы линейного участка ХД.

6.6 Установите напряжение смещения $E_{см} = E_{см0} + 0,5В$. По графику СМХ или данным из таблицы 5 определите новое значение несущей частоты и внесите его в отчёт. Повторите измерение ХД.

6.7 Повторите п. 6.6, но при $E_{см} = E_{см0} - 0,5В$.

6.8 Восстановите прежнее значение $E_{см0}$. Увеличьте уровень модулирующего сигнала U_c в 1,5 раза (для этого на время измерения подключите к гнезду 1 вместо осциллографа вольтметр).

Повторите измерение ХД.

7 Контрольные вопросы

- 1) Дайте определение ЧМ - сигнала.
- 2) Приведите пример записи тонального ЧМ - сигнала с параметрами: $f_0 = 100$ МГц; $F_{мод} = 10$ КГц; $\Delta f_{max} = 50$ кГц.
- 3) Объясните принцип действия частотного модулятора. Какие Вам известны способы получения ЧМ - сигналов?
- 4) Дайте определение статической модуляционной характеристики и объясните её смысл.
- 5) Что такое угловая модуляция?
- 6) Как рассчитать спектр ЧМ - сигнала?
- 7) Представьте (качественно) спектр колебания:

$$u(t) = U_0 \cos(\omega_0 t + 0,01 \cos \Omega t).$$
- 8) Какое отношение имеют функции Бесселя к частотной модуляции?
- 9) Сколько спектральных линий надо учесть в практической ширине спектра ЧМ при $M_{ЧМ} = 4$?
- 10) Назовите известные Вам области применения ЧМ сигналов.

- 11) Амплитуда несущего колебания и амплитуда немодулированного ЧМ сигнала это одно и то же или нет?
- 12) Амплитуда несущего колебания и амплитуда немодулированного АМ сигнала это одно и то же или нет?
- 13) Что такое $M_{\text{ЧМ}}$ и $K_{\text{ЧМ}}$?
- 14) Какие требования предъявляются к ЧМ и ЧД?
- 15) Какие функции выполняют ЧМ и ЧД?
- 16) Как работает частотный детектор?
- 17) Где применяется частотная модуляция?
- 18) Какое отношение имеет функция Бесселя к спектру ЧМ сигнала?
- 19) Что такое оптимальный режим ЧД?

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра космического приборостроения и систем связи

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
О.Г. Локтионова
« 8 » 08 2023 г.



ИССЛЕДОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ КОГЕРЕНТНЫХ ДЕМОДУЛЯТОРОВ

Методические указания
по выполнению лабораторной работы
для студентов, обучающихся по специальности
10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных
систем» по дисциплине «Теория электросвязи»

Курск 2023

УДК 621.391 (075)

Составители: Д.С. Коптев

Рецензент

Доктор технических наук, старший научный сотрудник,
заведующий кафедрой космического приборостроения и систем связи
В. Г. Андронов

Исследование оптимальных когерентных демодуляторов:
методические указания по выполнению лабораторной работы / Юго-
Зап. гос. ун-т; сост.: Д.С. Коптев. Курск, 2023. – 12 с.

Методические указания по выполнению лабораторной работы содержат краткие теоретические сведения о принципах работы оптимальных когерентных демодуляторов сигналов с различными видами модуляции, лабораторной установке и порядке выполнения лабораторной работы.

Методические указания соответствуют учебному плану по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем», а также рабочей программе дисциплины «Теория электросвязи».

Предназначены для студентов, обучающихся по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем» очной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 08.08.2023. Формат 60x841/16.
Усл. печ. л. 0,7. Уч.-изд. л. 0,63. Тираж 100 экз. Заказ 740. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

1 Цель работы

- экспериментальное исследование оптимальных когерентных демодуляторов АМ, ЧМ и ФМ сигналов.

2 Краткая характеристика исследуемых цепей и сигналов

В работе используется универсальный стенд со сменным блоком «МОДУЛЯТОР – ДЕМОДУЛЯТОР», функциональная схема которого приведена на рисунке 1.

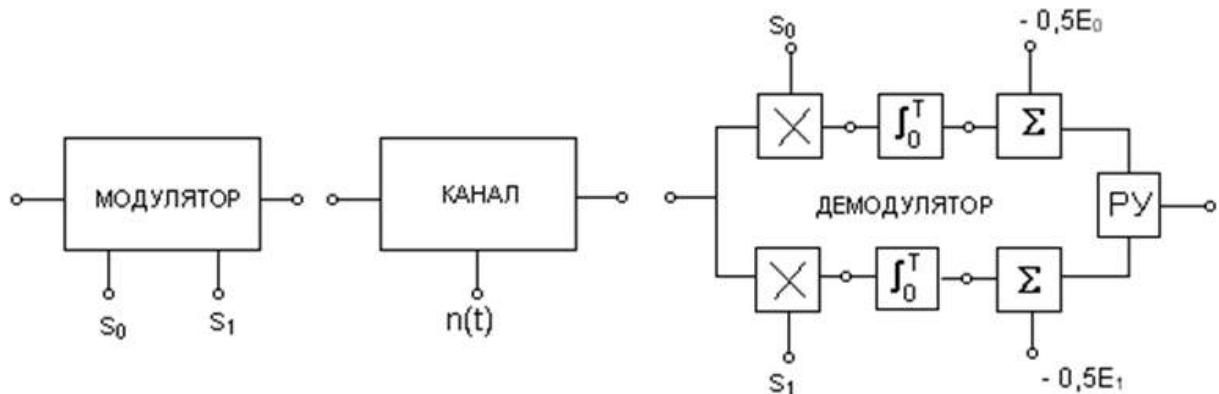


Рисунок 1 – Функциональная схема сменного блока «МОДУЛЯТОР – ДЕМОДУЛЯТОР»

Источником цифрового сигнала является КОДЕР-1, который выдает периодическую последовательность из пяти символов. С помощью тумблеров можно установить любую пятиэлементную кодовую комбинацию, которая индицируется линейкой из пяти светодиодных индикаторов с надписью «ПЕРЕДАНО». В блоке МОДУЛЯТОР происходит модуляция (манипуляция) двоичными символами «высокочастотных» колебаний по амплитуде, частоте или фазе, в зависимости от положения переключателя «ВИД МОДУЛЯЦИИ» – АМ, ЧМ, ФМ или ОФМ. При «нулевом» положении переключателя выход модулятора соединен с его входом (модуляция отсутствует).

КАНАЛ связи представляет собой сумматор сигнала с выхода модулятора и шума, генератор которого (ГШ) расположен в блоке ИСТОЧНИКИ СИГНАЛОВ. Внутренний генератор квазизеленого шума, имитирующий шум канала связи, работает в той же полосе частот, в которой расположены спектры модулированных сигналов (12÷28 кГц).

ДЕМОДУЛЯТОР выполнен по когерентной схеме с двумя ветвями; коммутация видов модуляции – общая с модулятором. Поэтому эталонные сигналы s_0 и s_1 и пороговые напряжения в контрольных точках стенда изменяются автоматически при смене вида модуляции.

Знаками (\times) на функциональной схеме обозначены аналоговые перемножители сигналов, выполненные на специализированных ИМС. Блоки интеграторов выполнены на операционных усилителях. Электронные ключи (на схеме не показаны) разряжают конденсаторы интеграторов перед началом каждого символа.

Сумматоры (Σ) предназначены для введения пороговых значений напряжений, зависящих от энергии эталонных сигналов s_1 и s_0 .

Блок «РУ» – решающее устройство – представляет собой компаратор, то есть устройство, сравнивающее напряжения на выходах сумматоров. Само «решение», т. е. сигнал «0» или «1» подается на выход демодулятора в момент перед окончанием каждого символа и сохраняется до принятия следующего «решения». Моменты принятия «решения» и последующего разряда конденсаторов в интеграторах задаются специальной логической схемой, управляющей электронными коммутаторами.

Для демодуляции сигналов с ОФМ к схеме демодулятора ФМ добавляются блоки (на схеме не показаны), которые сравнивают предыдущее и последующее решения демодулятора ФМ, что позволяет сделать заключение о скачке фазы (или его отсутствии) в принимаемом символе. При наличии такого скачка на выход демодулятора подается сигнал «1», в противном случае – «0». В сменном блоке предусмотрен тумблер, переключающий начальную фазу (φ) опорного колебания (0 или π) – только для ФМ и ОФМ. Для нормальной работы демодулятора тумблер должен быть в нулевом положении.

При амплитудной манипуляции предусмотрена возможность ручной установки порога с целью изучения его влияния на вероятность ошибки в приёме символа. Оценка вероятности ошибки производится в ПК путем подсчёта числа ошибок за определенное время анализа. Сами сигналы ошибки (в символе или «букве») формируются в специальном блоке стенда («КОНТРОЛЬ ОШИБОК»), расположенном ниже блока ЦАП. Для визуального контроля ошибок в стенде имеются светодиодные индикаторы.

В качестве измерительных приборов используются двухканальный осциллограф, встроенный вольтметр и ПК, работающий в режиме подсчета ошибок.

3 Домашнее задание

3.1 Изучите основные вопросы по конспекту лекций и литературе:

- Бабанин И.Г., Коптев Д.С., Мухин Общая теория связи. Цифровые системы передачи данных: учеб. пособие / Юго-Зап. гос. ун-т. – Курск, 2019. – 106 с.

- Коптев Д.С., Бабанин И.Г., Довбня В.Г. Теория радиотехнических сигналов: учеб. пособие / Юго-Зап. гос. ун-т. – Курск, 2019. – 240 с.

3.2 Оформите заготовку отчета. Выполните необходимые расчёты.

4 Основы теории

Задачей приёмного устройства является принятие решения о том, какое из возможных сообщений действительно передавалось источником. Для этого принятый сигнал подвергается различным преобразованиям, которые называют обработкой сигнала. В результате анализа определяются условные (апостериорные) вероятности возможных гипотез и на основании этих вероятностей принимается решение о принимаемом сообщении. Часть приёмного устройства, которая осуществляет анализ приходящего сигнала и принимает решение о переданном сообщении, называется решающим устройством.

Действие приёмника дискретных сигналов (ДС) можно представить как разбиение пространства наблюдений Z на неперекрывающиеся подпространства по числу символов m и отождествление принятого сигнала $z(t) = s_i(t) + n(t)$ с тем символом b_k , в область которого он попадает. Разбиение, соответствующее некоторому критерию оптимальности, называется оптимальным разбиением, а приёмник, работающий в соответствии с таким критерием, называется оп-

тимальным. Всякому критерию оптимальности соответствует правило (алгоритм), руководствуясь которым приёмник выносит решение. Это правило определяет функциональную схему приёмника.

При передаче дискретных сигналов широко используется критерий идеального наблюдателя, впервые введённый В.А. Котельниковым в 1946 г., который часто называют критерием Котельникова, согласно которому приёмник считается оптимальным, если он обеспечивает минимум полной вероятности ошибки. При передаче первичных сигналов s_i полная вероятность ошибки $p_{\text{ош}}$ определяется как математическое ожидание вероятности ошибки $p_{\text{ош}}(s_i)$ каждого из них:

$$p_{\text{ош}} = M[p_{\text{ош}}(s_i)] = \sum_{i=1}^m p(s_i) p_{\text{ош}}(s_i),$$

где $p(s_i)$ – вероятность передачи сигнала s_i , m – общее число первичных сигналов.

Тогда критерий Котельникова (критерий идеального наблюдателя) записывается в виде:

$$\min p_{\text{ош}} = \min \sum_{i=1}^m p(s_i) p_{\text{ош}}(s_i),$$

то есть критерий идеального наблюдателя реализует так называемое правило максимума правдоподобия, когда все символы передаются равновероятно.

Алгоритмы работы оптимального приёмника для часто встречающегося на практике случая передачи двоичных первичных сигналов b_1 и b_2 длительностью t_s сигналами $s_1(t)$ и $s_2(t)$, сформированными методами амплитудной, частотной и фазовой дискретной (цифровой) модуляции (манипуляции), в канале с аддитивным гауссовским шумом приведены в таблице 1. Оптимальный приёмник реализует поэлементный приём, когда решение о переданном сигнале принимается отдельно для каждого сигнала, независимо от принятого ранее. Все алгоритмы таблицы 1 представляют собой неравенства, указывающие последовательность операций, которые необходимо выполнить с суммой сигнала и помехи $z(t) = s(t) + n(t)$ и правило определения переданного первичного сигнала b_i .

Таблица 1 – Алгоритмы оптимального приёма

Вид манипуляции	Алгоритм
АМн	$\int_0^{t_s} z(t)s_1(t)dt \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \begin{matrix} b_1 \\ b_2 \end{matrix} \quad E_s - \text{энергия сигнала } s_1(t)$
ЧМн	$\int_0^{t_s} z(t)s_1(t)dt \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \begin{matrix} b_1 \\ b_2 \end{matrix} \int_0^{t_s} z(t)s_2(t)dt$
ФМн	$\int_0^{t_s} z(t)s_1(t)dt \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \begin{matrix} b_1 \\ b_2 \end{matrix} 0$

При ЧМн принятый сигнал с помехой $z(t)$ необходимо умножить отдельно на копии передаваемых сигналов $s_1(t)$ и $s_2(t)$, произведения проинтегрировать на интервале длительности сигнала t_s и далее сравнить результаты интегрирования. Решение какой первичный сигнал передавался выносится по большему из них.

Для сигналов с АМн и ФМн в алгоритмах производятся такие же операции, но сравнение результатов интегрирования проводится с величиной, равной половине энергии сигнала $s_1(t)$ для АМн сигналов и с нулем – для ФМн сигналов.

Устройство, непосредственной вычисляющее скалярное произведение или корреляционный интеграл вида $\int_0^T z(t)s(t)dt$ называют активным фильтром или коррелятором. Поэтому приёмник, реализующий алгоритмы таблицы 1 называют корреляционным.

Структурные схемы оптимальных приёмников, построенные по алгоритмам таблицы 1, показаны на рисунке 2.

Расчётные формулы вероятности ошибки при оптимальном приёме равновероятных сигналов с АМн, ЧМн и ФМн в канале с аддитивным белым гауссовским шумом (БГШ), полученные в теории потенциальной помехоустойчивости, приведены в таблице 2, где использованы следующие обозначения: $\Phi_0(z)$ – табулированный интеграл вероятности:

$$\Phi_0(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z \exp(-y^2/2) dy.$$

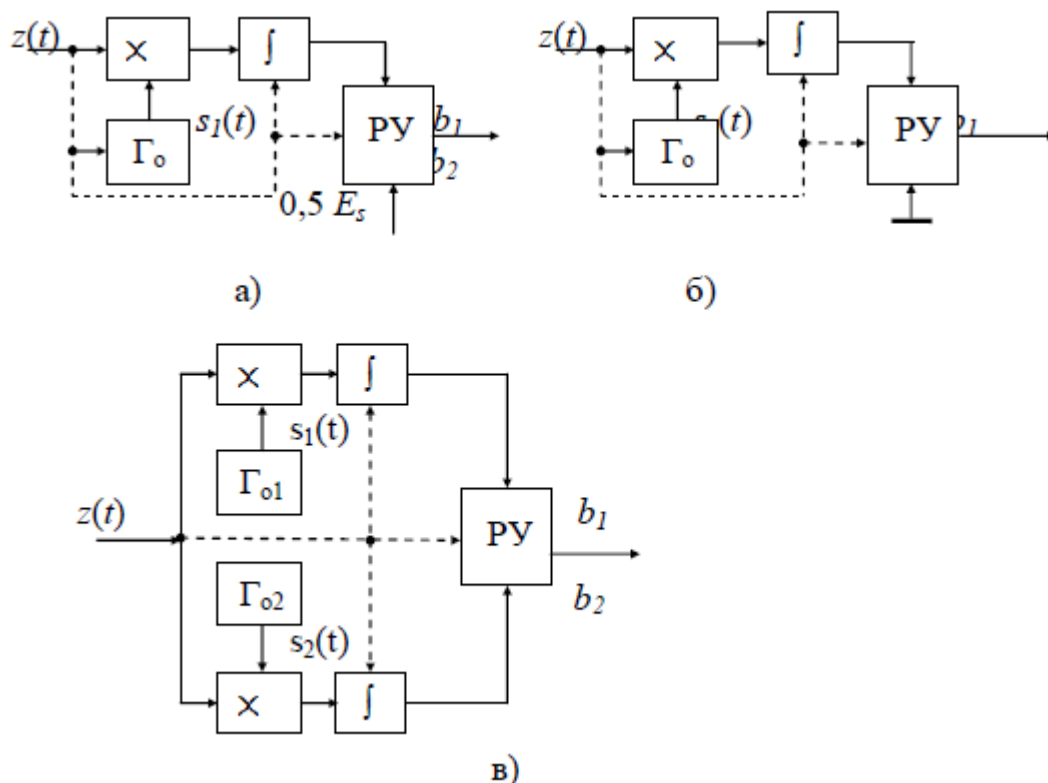


Рисунок 2 – Структурные схемы оптимальных когерентных приёмников (демодуляторов):

а – АМн сигналов, б – ФМн сигналов, в – ЧМн сигналов
 \times – перемножители, \int – интеграторы, Γ_0 – генераторы опорных сигналов, РУ – решающее устройство, синхронизация

Таблица 2 – Вероятность ошибки при оптимальном приёме

Вид манипуляции	Тип приёма	
	Когерентный	Некогерентный
АМн	$0,5 - \Phi_0(h/\sqrt{2})$	$0,5 \exp(-h^2/4)$
ЧМн	$0,5 - \Phi_0(h)$	$0,5 \exp(-h^2/2)$
ФМн	$0,5 - \Phi_0(\sqrt{2}h)$
ОФМн	$\approx 1 - 2\Phi_0(\sqrt{2}h)$	$0,5 \exp(-h^2)$

$h^2 = E_s/N_0$ – отношении энергии сигнала на входе демодулятора к спектральной плотности мощности шума.

Из формул таблицы 2 следует, что вероятность ошибки при оптимальном приёме зависит от вида дискретных сигналов, их энергии, способа приёма, спектральной плотности мощности шума.

Вероятность ошибки при когерентном приёме для АМн, ЧМн и ФМн сигналов в практических приложениях можно рассчитать, используя более удобную приближительную формулу (с точностью 1...2%):

$$p_{\text{ош}} \approx 0,65 \exp[-0,44(\gamma h + 0,75)^2],$$

где $\gamma = 1/\sqrt{2\pi}$ – для АМн; $\gamma = 1$ – для ЧМн; $\gamma = \sqrt{2}$ – для ФМн.

5 Лабораторное задание

5.1 Наблюдайте осциллограммы сигналов в различных точках схемы демодулятора при отсутствии шума в канале.

5.2 Наблюдайте появление ошибок в работе демодулятора при наличии шума в канале. Оцените вероятность ошибки для АМн, ЧМн и ФМн при фиксированном значении отношения сигнал/шум.

5.3 Получите зависимость вероятности ошибок при АМн от порогового напряжения.

6 Методические указания

6.1 Работа демодулятора в условиях отсутствия помех

6.1.1 Соберите схему измерений согласно рисунку 3.

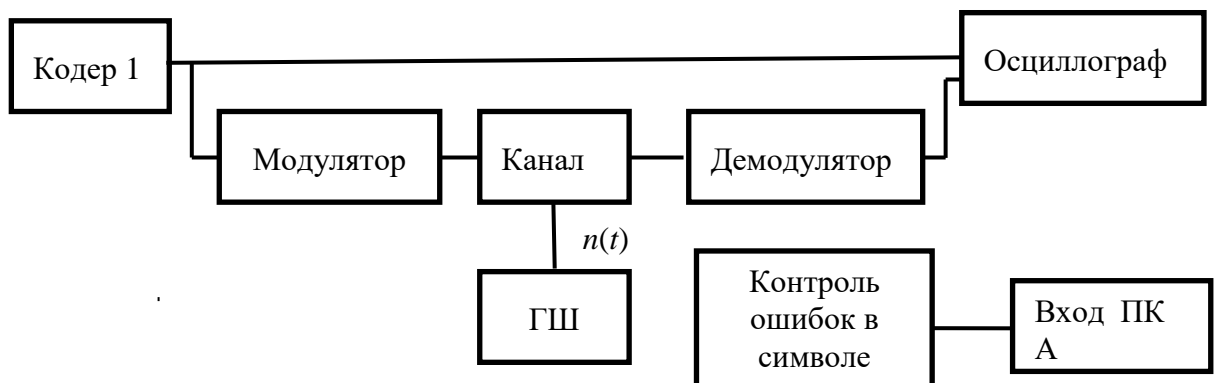


Рисунок 3 – Структурная схема измерений

Тумблерами КОДЕРА - 1 наберите любую двоичную комбинацию из 5 элементов. Ручку регулятора «ПОРОГ АМ» установите в крайнее левое положение. При этом регулятор выключен и порог устанавливается автоматически при смене вида модуляции. Тумблер

фазировки опорного колебания ДЕМОДУЛЯТОРА установите в положение «0⁰». Соедините выход генератора шума (ГШ) в блоке ИСТОЧНИКИ СИГНАЛОВ со входом $n(t)$ КАНАЛА связи. Потенциометр выхода генератора шума установите в крайнее левое положение (напряжение шума отсутствует). Вход внешней синхронизации осциллографа соедините с гнездом С2 в блоке ИСТОЧНИКИ, а усилители вертикального отклонения лучей переведите в режим с открытым входом.

6.1.2 Кнопкой переключения видов модуляции установите вариант «0», соответствующий сигналу на входе МОДУЛЯТОРА. Снимите осциллограмму этого сигнала и, не меняя режим развёртки осциллографа, установите амплитудную манипуляцию (АМн). Зарисуйте осциллограммы в контрольных точках демодулятора:

- на входе демодулятора;
- на выходах перемножителей (в одном масштабе по вертикальной оси);
- на выходах интеграторов (также в одном масштабе);
- на выходе демодулятора.

На всех полученных осциллограммах отметьте положение оси времени (т.е. положение нулевого уровня сигнала). Для этого зафиксируйте положение линии развёртки при замыкании входных зажимов осциллографа.

6.1.3 Повторите п. 6.1.2 для ЧМ.

6.1.4 Повторите п. 6.1.2 для ФМ.

6.2 Работа демодулятора в условиях помех

6.2.1 Переключателем «ВИД МОДУЛЯЦИИ» установите ФМн. Подключите один из входов двухлучевого осциллографа ко входу модулятора, а второй – к выходу демодулятора. Получите неподвижные осциллограммы этих сигналов.

6.2.2 Плавно увеличивая уровень шума (потенциометром ГШ) добейтесь появления редких «сбоев» на выходной осциллограмме или на входном табло «ПРИНЯТО».

6.2.3 С помощью осциллографа измерьте установленное отношение сигнал/шум. Для этого, последовательно отключая источник шума, измерьте на входе демодулятора размах сигнала (в делениях на экране) – $2a$ (т. е. двойная амплитуда сигнала), а отключив источ-

ник сигнала от входа канала и восстановив шумовой сигнал – измерьте размах шума (также в делениях) – 6σ . Найденное отношение a/σ внести в таблицу 3.

6.2.4 Переключателем «ВИД МОДУЛЯЦИИ» установите последовательно АМн, ЧМн, ФМн и ОФМн, наблюдая по вспышкам светодиода «ОШИБКА» или по осциллограмме выходного сигнала демодулятора частоту появления ошибок. Результаты наблюдений внесите в отчет.

6.2.5 Не изменяя уровень шума в канале, измерьте вероятность ошибки демодулятора в приёме символа за конечное время анализа (т.е. оценку вероятности ошибки). Для этого переведите ПК в режим измерения вероятности ошибки и установите время анализа $10 \div 30$ с. Начиная с ФМн, (а затем – ЧМн и АМн) определите число ошибок за время анализа и оценку вероятности ошибки. Полученные данные внести в таблицу 3.

Таблица 3 – Зависимость вероятности ошибок от вида манипуляции

Время анализа - ...с		$a/\sigma =$	
Вид модуляции	ФМ	ЧМ	АМ
Оценка вероятности ошибки			

6.3 Зависимость вероятности ошибки от порогового напряжения в демодуляторе при АМн

6.3.1 Переключателем «ВИД МОДУЛЯЦИИ» установите АМн. Потенциометр выхода генератора шума установите на минимум. С помощью осциллографа, подключенного к выходу нижнего интегратора, измерьте размах пилообразного напряжения по вертикали в вольтах – U_{\max} .

6.3.2 Заготовьте таблицу 4.

Таблица 4 – Оценка вероятности ошибки в зависимости от порога

Время анализа – ...с							
$U_{\text{пор}}$	0			$0,5U_{\max}$			U_{\max}
$p_{\text{ош}}$							

6.3.3 Потенциометром «ПОРОГ АМ» установите значение порога $U_{\max}/2$ (измеряя напряжение « $E_1/2$ » в контрольной точке демодулятора с помощью вольтметра постоянного напряжения). Увеличьте уровень шума в канале до появления редких сбоев. Не меняя уровень шума, измерьте оценку вероятности ошибки для этого порога ($U_{\max}/2$), а затем и для всех остальных значений $U_{\text{пор}}$. Постройте график зависимости $p_{\text{ош}} = \varphi(U_{\text{пор}})$.

7 Контрольные вопросы

- 1) Назначение демодулятора в цифровой системе связи. В чем его основное отличие от демодулятора аналоговой системы?
- 2) Что такое скалярное произведение сигналов? Как оно используется в алгоритме работы демодулятора?
- 3) Можно ли в оптимальном демодуляторе применять согласованные фильтры?
- 4) Поясните критерий идеального наблюдателя?
- 5) Поясните правило максимума правдоподобия?
- 6) Как выбирается порог решающего устройства? Что происходит при его изменении?
- 7) Поясните алгоритм принятия решения в РУ?
- 8) Объясните назначение каждого блока демодулятора.
- 9) Как можно рассчитать $p_{\text{ош}}$ теоретически и измерить экспериментально?
- 10) Алгоритм оптимального демодулятора и его функциональная схема для АМн, ЧМн и ФМн.
- 11) Объясните разницу в помехоустойчивости систем связи с разными видами модуляции.
- 12) Объясните осциллограммы, полученные в разных контрольных точках демодулятора (для одного из видов модуляции).

УДК 621.391

Составители: Д.С. Коптев

Рецензент

Доктор технических наук, старший научный сотрудник,
заведующий кафедрой космического приборостроения и систем связи
В. Г. Андронов

Изучение принципов аналого-цифрового и цифро-аналогового преобразования сигналов: методические указания по выполнению лабораторной работы / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Д.С. Коптев. – Курск, 2023. – 13 с.

Методические указания по выполнению лабораторной работы содержат краткие теоретические сведения о аналого-цифровом и цифро-аналоговом преобразовании сигналов, лабораторной установке и порядке выполнения лабораторной работы.

Методические указания соответствуют учебному плану по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем», а также рабочей программе дисциплины «Теория электросвязи».

Предназначены для студентов, обучающихся по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем» очной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 08.08.2023. Формат 60x84/16.
Усл. печ. л. 0,76. Уч.-изд. л. 0,68. Тираж 100 экз. Заказ 739. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

1 Цель работы

Изучение принципов действия преобразователей аналогового сигнала в цифровой и наоборот. Снятие статических характеристик преобразователей. Наблюдение осциллограмм преобразованных сигналов при разных частотах дискретизации и разрядности цифрового сигнала.

2 Краткая характеристика исследуемых цепей и сигналов

Для проведения этой работы требуется только универсальный лабораторный стенд; сменные блоки не используются. В число используемых сигналов входят:

- постоянное регулируемое напряжение U_1 (или U_2), выходное гнездо и регулятор напряжения которого расположены над выключателем питания стенда;

- нерегулируемый низкочастотный сигнал сложной формы S_4 (крайнее правое гнездо в блоке ИСТОЧНИКИ СИГНАЛОВ). Сигнал состоит из первой и третьей гармоник (частоты около 23 и 69 Гц).

Блок АЦП, расположенный в левой части стенда, имеет два входа: вход 1 (\sim) – «закрытый» - для подачи переменных напряжений и вход 2 (\cong) – «открытый» - для подачи постоянного напряжения при снятии статической характеристики. Нижнее выходное гнездо $S(k \cdot \Delta t)$ – служит для наблюдения дискретизированного сигнала, а основной выход (гнездо справа) – для наблюдения цифрового сигнала (ИКМ-сигнала). В стенде использован восьмиразрядный АЦП параллельного типа. С помощью переключателя РАЗРЯДНОСТЬ можно изменять число разрядов выходного кода от 3 до 5, а при всех отжатых кнопках происходит восьмиразрядное кодирование.

Переключатель частоты дискретизации имеет два положения $f_{д1}$ (порядка 150 Гц) и $f_{д2}$ (порядка 2,3 кГц). При изучении системы АЦП+ЦАП возможны обе частоты дискретизации, но при работе со сменным блоком МОДУЛЯТОР-ДЕМОДУЛЯТОР возможно только первое значение ($f_{д1}$).

Блок ЦАП, расположенный в правой части стенда, имеет один вход и два выхода. На выходе 1 формируется ступенчатый сигнал,

на выходе 2 – тот же сигнал после сглаживающего фильтра (ФНЧ с частотой среза около 80 Гц).

Переключатель «0 V τ» в данной работе должен быть в положении «0». (Второе положение используется при работе со сменным блоком МОДУЛЯТОР-ДЕМОДУЛЯТОР).

В качестве измерительных приборов в работе используются двухлучевой осциллограф и вольтметр постоянного напряжения (тестер в правой части стенда).

3 Домашнее задание

Изучите основные вопросы темы «Прохождение случайных сигналов через линейные и нелинейные цепи» по конспекту лекций и литературе:

– Бабанин И.Г., Коптев Д.С. Общая теория связи. Цифровые системы передачи данных: учеб. пособие / Юго-Зап. гос. ун-т. – Курск, 2018. – 106 с.

– Коптев Д.С., Бабанин И.Г., Довбня В.Г. Теория радиотехнических сигналов: учеб. пособие / Юго-Зап. гос. ун-т. – Курск, 2019. – 240 с.

4 Основы теории

На рисунке 1 представлена структурная схема цифровой системы передачи непрерывных сообщений.

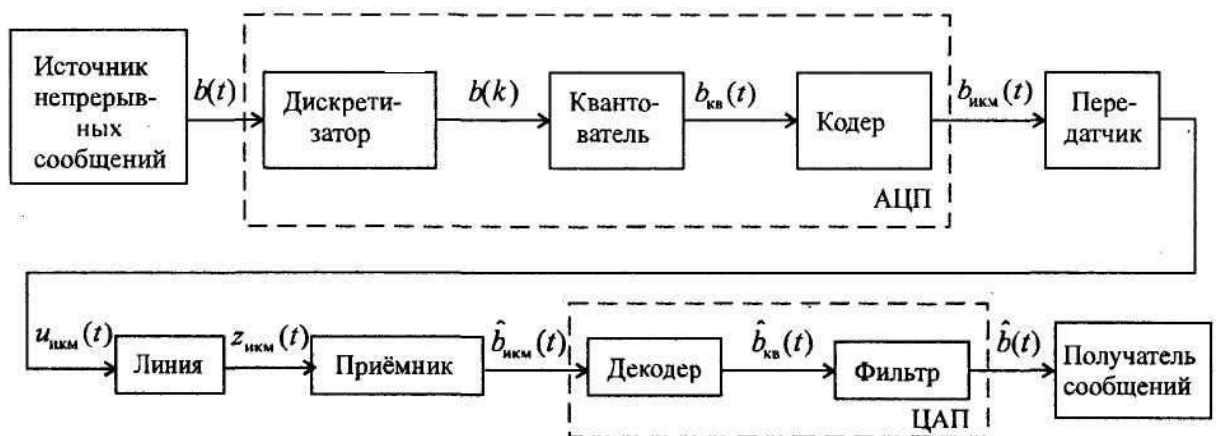


Рисунок 1 – Структурная схема цифровой системы передачи непрерывных сообщений

Преобразование на передающей стороне непрерывного сообщения в цифровую форму и обратное преобразование на приёмной стороне осуществляются в аналого-цифровом (АЦП) и цифро-аналоговом (ЦАП) преобразователях. АЦП осуществляет три вида операций: дискретизацию непрерывного сообщения по времени с интервалом Δt – представление непрерывного во времени сигнала рядом периодических дискретных значений на основе теоремы В.А. Котельникова (рисунок 2, а), квантование отсчётов мгновенных значений $b(k\Delta t)$ – округление мгновенных значений сигнала до ближайших разрешённых значений (рисунок 2, б) и их кодирование m -ичным кодом (рисунок 2, в). Двоичным кодом кодируется, как правило, номер уровня квантования. Такое преобразование называется импульсно - кодовой модуляцией (ИКМ).

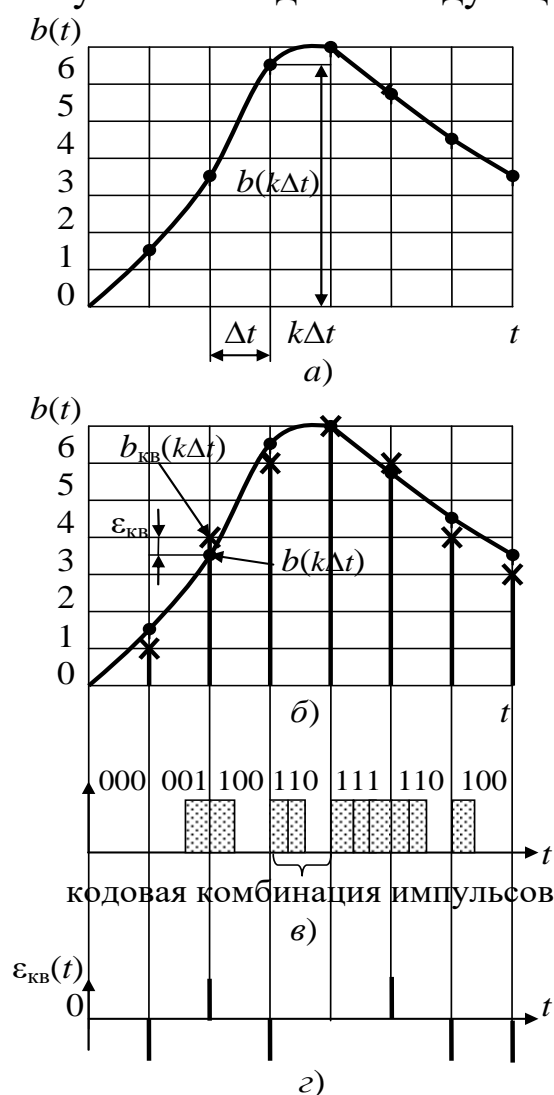


Рисунок 2 – Преобразование непрерывных сообщений в цифровую форму

Операции АЦП на передаче должны соответствовать обратные операции на приёме. В результате декодирования восстанавливаются мгновенные значения сигнала, которые после прохождения фильтра нижних частот с частотой среза F_B превращается в непрерывный исходный сигнал. Восстановленный сигнал всегда отличается от исходного вследствие операции квантования (сигнал восстанавливается не точно по исходным мгновенным значениям, а по округлённым до разрешённых). Уменьшая шаг квантования, теоретически можно достигнуть сколь угодно малого отличия восстановленного сигнала от исходного.

Дискретизация сигнала во времени реализуется посредством амплитудно-импульсной модуляции импульсного переносчика (АИМ). В качестве переносчика используется периодическая импульсная последовательность с частотой следования F_d , длительностью импульсов τ_n и скважностью $q = T_d / \tau_n$, где $T_d = 1/F_d$ – период следования импульсов. Спектр такого сигнала равен

$$u(t) = \frac{A}{q} \left[1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \text{sinc} \left(\frac{\pi k}{q} \right) \cos k\omega_1 t \right],$$

где A – амплитуда импульса,

$$\text{sinc } x = \sin x/x.$$

Типовой амплитудный спектр периодической импульсной последовательности представлен на рисунке 3.

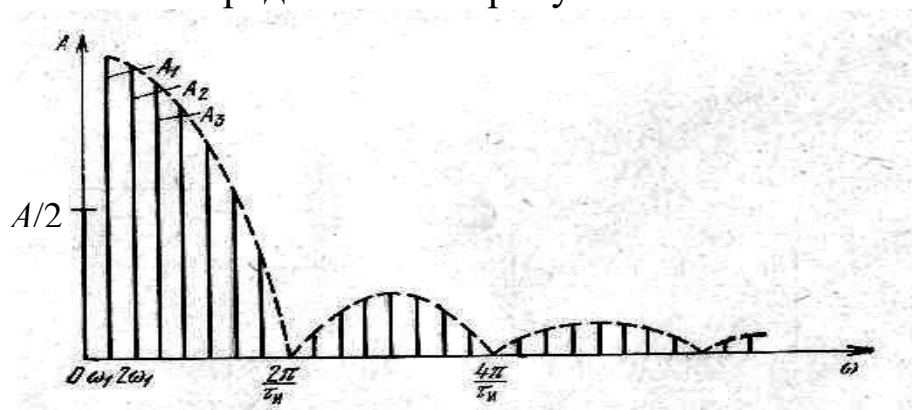


Рисунок 3 – Типовой амплитудный спектр периодической импульсной последовательности

Спектр переносчика состоит из постоянной составляющей и гармоник частоты $\omega_1 = 2\pi F_d$, причём гармоники с номерами, кратными q , отсутствуют.

При выборе частоты дискретизации в соответствии с теоремой В.А. Котельникова учитывается только верхняя частота спектра исходного сигнала.

Типовой спектр АИМ сигнала представлен на рисунке 4. Он состоит из спектра исходного сигнала и спектров импульсной последовательности.



Рисунок 4 – Типовой спектр АИМ сигнала

Квантование сигнала по уровню является главной операцией АЦП. Возникающая при этом погрешность представления $\varepsilon_{\text{КВ}}(t)$ (рисунок 2, в) является неустранимой, но контролируемой (не превышает половины шага квантования) (рисунок 2, б). Выбором шага квантования, можно обеспечить эквивалентность по заданному ε - критерию исходного и квантованного сообщений. Ошибку квантования, представляющую собой разность между исходным сообщением и сообщением, восстановленным по квантованным отсчётам, называют шумом квантования.

Шум квантования не связан с помехами в канале и целиком определяется выбором числа уровней квантования. Его можно сделать сколь угодно малым, увеличивая число уровней. При этом увеличивается число символов в кодовой комбинации, а, следовательно, сокращается длительность символа и расширяется спектр сигнала в канале.

Шум квантования представляет собой стационарный случайный процесс $\varepsilon_{\text{КВ}}(t)$ с независимыми значениями отдельных отсчётов $\varepsilon_{\text{КВ}}(k) = b_{\text{КВ}}(k\Delta t) - b(k\Delta t)$. Если в качестве квантованного (округлённого) значения $b(k\Delta t)$ принимается ближайший дискретный уровень, то шум квантования $\varepsilon_{\text{КВ}}(k)$ при равномерном квантовании с шагом $\Delta_{\text{КВ}}$ находится в пределах $[-\Delta_{\text{КВ}}/2, \Delta_{\text{КВ}}/2]$. При большом числе уровней

квантования $N_{\text{КВ}}$ можно принять, что шум квантования имеет равномерное распределение

$$w(\varepsilon_{\text{КВ}}) = \begin{cases} 1/\Delta_{\text{КВ}}, & |\varepsilon_{\text{КВ}}| < \Delta b/2, \\ 0, & |\varepsilon_{\text{КВ}}| > \Delta b/2. \end{cases}$$

Тогда $\overline{\varepsilon_{\text{КВ}}(t)} = 0$, а дисперсия шума квантования (средняя мощность) равна

$$\overline{\varepsilon_{\text{КВ}}^2(t)} = P_{\varepsilon} = \int_{-\Delta_{\text{КВ}}/2}^{\Delta_{\text{КВ}}/2} \varepsilon_{\text{КВ}}^2 w(\varepsilon_{\text{КВ}}) d\varepsilon_{\text{КВ}} = (\Delta_{\text{КВ}})^2 / 12.$$

Отношение средних мощностей сообщения и шума квантования равно

$$P_b/P_{\varepsilon} = \overline{b^2(t)} / \overline{\varepsilon_{\text{КВ}}^2(t)} = 12 \frac{b^2(t)}{\Delta_{\text{КВ}}^2}.$$

Для нормированного сообщения $-1 < b(t) < +1$ шаг квантования $\Delta_{\text{КВ}}$ равен

$$\Delta_{\text{КВ}} = \frac{b_{\text{max}} - b_{\text{min}}}{N_{\text{КВ}} - 1} = \frac{2}{N_{\text{КВ}} - 1}.$$

С другой стороны:

$$\overline{b^2(t)} = P_b = 1/\Pi^2,$$

где Π – пик-фактор сообщения.

Тогда

$$P_b/P_{\varepsilon} = \frac{12}{(\Pi\Delta_{\text{КВ}})^2} = \frac{3(N_{\text{КВ}} - 1)^2}{\Pi^2} = \frac{3(2^n - 1)^2}{\Pi^2},$$

где n – разрядность двоичного безызбыточного кода.

Из этого выражения следует, что изменяя число уровней квантования, можно уменьшить относительное значение шума квантования до любого допустимого значения.

Важной особенностью шума квантования, отличающей его от аддитивных шумов, является то, что он возникает только одновременно с появлением сообщения $b(t)$. Поэтому влияние шумов квантования на качество передачи оценивают величиной защищённости сигнала от шума квантования

$$A_{з\text{ кв}} = 10\lg(P_b/P_\varepsilon), \quad (7)$$

где P_b и P_ε – мощность сигнала (сообщения) и шума квантования.

При равномерном шаге квантования защищённость сигнала от шумов квантования существенно зависит от уровня входного сигнала

$$A_{з\text{ кв}} = 10\lg(12P_b/\Delta_{\text{кв}}^2). \quad (8)$$

5 Лабораторное задание

1. Получите статические характеристики АЦП и ЦАП.
2. Получите осциллограммы исходного сложного сигнала, отсчеты этого сигнала и сигнала, восстановленного в ЦАП.
3. Изучите влияние частоты дискретизации, разрядности кода и сглаживающего фильтра на точность преобразования.

6 Методические указания

6.1 Снятие статической характеристики АЦП

Соедините «открытый» вход (вход 2) АЦП с источником постоянного напряжения U_1 (или U_2). Регулятор выбранного напряжения установите в крайнее правое положение. Установите частоту дискретизации $f_{д2}$. На вход внешней синхронизации осциллографа подайте синхронизирующий сигнал C_1 (в блоке ИСТОЧНИКИ СИГНАЛОВ). Подключите вход 1 осциллографа к нижнему выходу АЦП $S(k \cdot \Delta t)$. Получив неподвижное изображение ряда точек (отсчетов постоянного напряжения), установите длительность развёртки такой, чтобы на экране располагались не более 2-х отсчетов (точек). Подключите второй вход осциллографа к выходу АЦП; усиление по второму входу осциллографа установите на минимум.

Переключатель разрядности АЦП поставьте в положение «3» (трехразрядное кодирование). Частота дискретизации – $f_{д2}$.

Плавно уменьшая постоянное напряжение на входе, наблюдайте на осциллографе изменение высоты отсчетов и цифрового кода на выходе АЦП, как это показано на рисунке 5. Отрегулируйте положение лучей и масштабы так, чтобы при изменении постоянного напряжения отсчеты не выходили за пределы экрана.

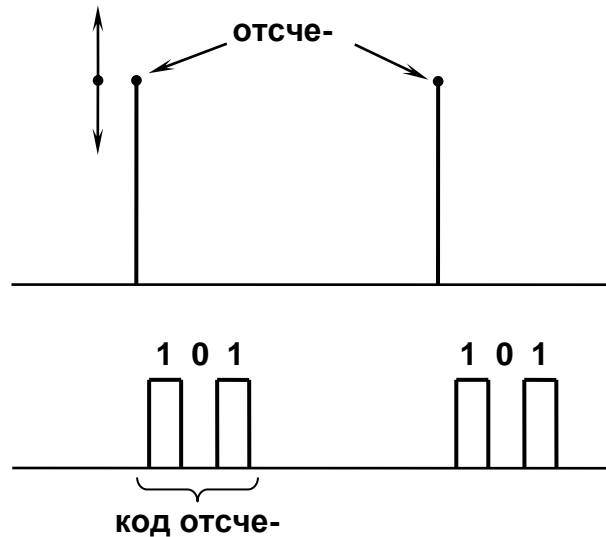


Рисунок 5 – Осциллограммы отсчетов постоянного входного напряжения (верхний луч) и соответствующие коды на выходе АЦП (нижний луч).

Подготовьте тестер (в правой части стенда) для измерения постоянных напряжений.

Подготовьте таблицу 1.

Таблица 1

Число разрядов $n = 3$

$U_{\text{вх}}$ (АЦП)									
код		000	001	010	011	100	101	110	111
$U_{\text{вых}}$ (ЦАП)									

Плавно регулируя постоянное напряжение на входе АЦП, добейтесь появления на экране одной из кодовых комбинаций таблицы 1. Следует устанавливать минимальное значение $U_{\text{вх}}$, при котором существует требуемая кодовая комбинация; после этого следует измерить напряжение $U_{\text{вх}}$. Для этого, отключив вход АЦП от источника постоянного напряжения, подключите к нему вольтметр. Измеренное значение $U_{\text{вх}}$ внесите в верхнюю строку таблицы 1. Таким образом заполните всю верхнюю строку таблицы.

Переключателем разрядности установите $n = 4$ (четырёхразрядное кодирование). Подготовьте таблицу 2, подобную таблице

1, но для 16 кодовых комбинаций (от 0000 до 1111). Повторите пункт 6.1 для новых данных.

6.2 Снятие статической характеристики ЦАП

Соберите схему измерений согласно рисунку 6.

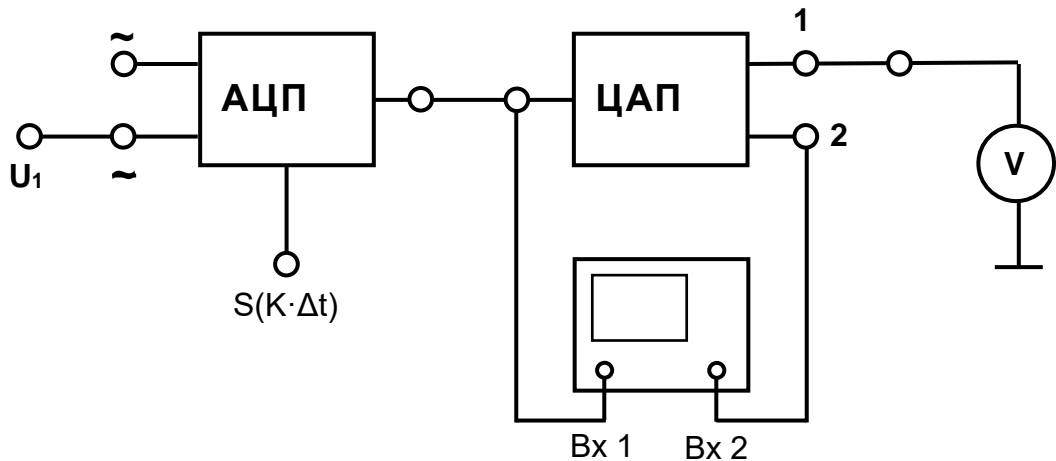


Рисунок 6 – Схема измерений

Установите число разрядов $n = 3$; частоту дискретизации f_{d2} ; тумблер «0 V т» в положении «0».

Для наблюдения на экране осциллографа постоянных напряжений на выходе ЦАП обеспечьте режим «открытого» входа (для входа 2 осциллографа).

Настройку синхронизации и развертки сохраните прежней.

Регулируя востоянное входное напряжение, наблюдайте изменение кода на входе ЦАП и скачкообразное изменение напряжения на его выходе. Отрегулируйте положение лучей и масштабы изображения так, чтобы при изменении входного напряжения осциллограмма оставалась в пределах экрана.

Плавно изменяя входное напряжение, добейтесь появления на экране одной из кодовых комбинаций таблицы 1 (при этом нет необходимости искать минимальное значение $U_{вх}$, как это требовалось в п. 6.1). Показания вольтметра на выходе ЦАП внесите в нижнюю строку таблицы.

Заполнив таблицу 1, постройте графики $U_{\text{вых.цап}} = \varphi_1(U_{\text{вх.ацп}})$ и $U_{\text{шк}}$ – напряжение «шума квантования» - погрешность двойного преобразования «аналог-цифра-аналог»:

$$U_{\text{шк}} = U_{\text{вых.цап}} - U_{\text{вх.ацп}} = \varphi_2(U_{\text{вх.ацп}}).$$

Установите число разрядов $n = 4$ и повторите измерения.

6.3 Прохождение сложного сигнала через систему АЦП+ЦАП.

Установите частоту дискретизации $f_{д1}$ и разрядность $n = 3$. Соедините вход 1 АЦП с источником сигнала S_4 . Ко второму входу АЦП подключите первый вход осциллографа. Установите режим внутренней синхронизации по первому входу. Отрегулируйте усиление и период развертки так, чтобы один период входного сигнала занимал верхнюю половину экрана (эту картинку следует сохранить до конца работы).

На второй вход осциллографа подайте сигнал с нижнего выхода АЦП (дискретизированный сигнал $S_4(k \cdot \Delta t)$). Отрегулировав масштаб изображения, зарисуйте обе осциллограммы (одну под другой) в одинаковом масштабе времени. В последующих пунктах работы под этими осциллограммами предстоит разместить еще пять, в том же временном масштабе, отмечая на каждой из них условия эксперимента.

Изменив частоту дискретизации на $f_{д1}$, зарисуйте новую осциллограмму дискретизированного сигнала.

Подключив второй вход осциллографа на первый выход ЦАП, зафиксируйте осциллограммы $U_{\text{вых1}}(t)$ для двух значений $f_{д}$.

Переключив второй вход осциллографа на второй выход ЦАП (после сглаживающего фильтра), зафиксируйте две осциллограммы $U_{\text{вых1}}(t)$ для разных частот дискретизации.

6.4 Влияние разрядности на точность АЦП

Установите $f_{д2}$ и разрядность $n = 3$. Второй вход осциллографа подключите на первый выход ЦАП. Для более удобного наблюдения ступенчатой структуры выходного сигнала ЦАП можно уменьшить период развертки на $1 \div 2$ ступени и увеличить усиление обоих каналов так, чтобы «ступеньки» выходного сигнала стали более заметными. На осциллограммах этого пункта покажите именно эти фрагменты сигналов при неизменном временном масштабе.

Изобразите ряд фрагментов сигнала на выходе 1 ЦАП в следующем порядке:

- исходный сигнал $S_4(t)$;
- выходной сигнал ЦАП $U_{\text{вых1}}(t)$ для числа разрядов $n = 3, 4, 5, 8$;
- выходной сигнал ЦАП $U_{\text{вых2}}(t)$ (после фильтра) при такой же разрядности ($n = 3, \dots, 8$).

7 Контрольные вопросы

1. Изобразите функциональную схему цифровой системы связи для передачи аналоговых сигналов.
2. Каково назначение АЦП?
3. Какое отношение к работе АЦП имеет теорема В.А. Котельникова?
4. Какое влияние на работу АЦП и ЦАП оказывает разрядность?
5. Какой вид имеет статическая характеристика системы АЦП+ЦАП?
6. Что такое шум квантования? Каково его происхождение?
7. Какую функцию выполняет ЦАП?
8. Какова роль ФНЧ на выходе ЦАП? Как выбрать его частоту среза?
9. Является ли обратимым преобразование аналог-код-аналог?
10. Линейно ли это преобразование?

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра космического приборостроения и систем связи

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
О.Г. Локтионова
« 8 » 08 2023 г.



РАСЧЕТ КОЛИЧЕСТВА ИНФОРМАЦИИ ДЛЯ РАВНОВЕРОЯТНЫХ И НЕРАВНОВЕРОЯТНЫХ СОБЫТИЙ

Методические указания
по выполнению лабораторной работы
для студентов, обучающихся по специальности
10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных
систем» по дисциплине «Теория электросвязи»

Курск 2023

УДК 621.391

Составители: Д.С. Коптев

Рецензент

Доктор технических наук, старший научный сотрудник,
заведующий кафедрой космического приборостроения и систем связи
В. Г. Андронов

Расчет количества информации для равновероятных и неравновероятных событий: методические указания по выполнению лабораторной работы / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Д.С. Коптев. – Курск, 2023. – 16 с.

Методические указания по выполнению лабораторной работы содержат краткие теоретические сведения о аддитивной мере информации, методах определения количества информации для равновероятных и неравновероятных событий, а также варианты заданий и примеры их выполнения.

Методические указания соответствуют учебному плану по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем», а также рабочей программе дисциплины «Теория электросвязи».

Предназначены для студентов, обучающихся по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем» очной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 08.08.2023. Формат 60x841/16.
Усл. печ. л. 0,93. Уч.-изд. л. 0,84. Тираж 100 экз. Заказ 738. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

1 Цель работы

Изучить аддитивную меру информации. Научиться переводить числа из одной системы счисления в другую, научиться измерять количество информации для равновероятных и неравновероятных событий. Проверить полученные теоретические сведения практическим путем, выполняя индивидуальные задания.

2 Краткие теоретические сведения

2.1 Определение количества информации для равновероятных событий

Одно из направлений в измерении информации дает структурная теория, в которой количество информации определяется подсчетом информационных элементов или комбинаций из них.

Рассмотрим *аддитивную меру (меру Хартли)*. Из комбинаторики известно, что число сочетаний с повторениями из h элементов по l равно

$$Q = h^l \quad (1)$$

Таким образом, число всех двоичных кодовых комбинаций длины l равно 2^l ($h = 2$). В качестве меры информации Хартли предложил взять

$$H = \log_2 Q = \log_2 h^l = l. \quad (2)$$

Тогда 1 *бит* – это количество информации, содержащееся в двоичной кодовой комбинации единичной длины. Количество информации по Хартли эквивалентно количеству двоичных знаков "0" и "1" при кодировании сообщений по двоичной системе счисления.

Под системой счисления понимается способ представления любого числа с помощью некоторого алфавита символов, называемых цифрами.

2.2 Перевод числа из одной системы счисления в другую

Все системы счисления делятся на позиционные и непозиционные.

Непозиционными системами являются такие системы счисления, в которых каждый символ сохраняет свое значение независимо от места его положения в числе. Примером непозиционной системы счисления является римская система. К недостаткам таких систем относятся наличие большого количества знаков и сложность выполнения арифметических операций.

Система счисления называется позиционной, если одна и та же цифра имеет различное значение, определяющееся позицией цифры в последовательности цифр, изображающей число. Это значение меняется в однозначной зависимости от позиции, занимаемой цифрой, по некоторому закону. Примером позиционной системы счисления является десятичная система, используемая в повседневной жизни.

При переводе из любой системы счисления в десятичную, нужно целую и дробную части (если есть дробная) умножать по правилам перевода. При переводе числа из десятичной системы в другую, нужно целую часть делить, а дробную умножать по правилам перевода из одной системы счисления в другую.

2.3 Определение количества информации для событий с различными вероятностями.

Существует множество ситуаций, когда возможные события имеют различные вероятности реализации. Рассмотрим примеры таких событий.

1. В коробке 20 карандашей, из них 15 красных и 5 чёрных. Вероятность вытащить наугад красный карандаш больше, чем чёрный.

2. При случайном падении бутерброда вероятность падения его маслом вниз (более тяжёлой стороной) больше, чем маслом вверх.

3. В пруду живут 8000 карасей, 2000 щук и 40000 пескарей. Самая большая вероятность для рыбака – поймать в этом пруду пескаря, на втором месте – карася, на третьем – щуку.

Количество информации в сообщении о некотором событии зависит от его вероятности. Чем меньше вероятность события, тем больше информации оно несёт.

$$p = K/N,$$

где K – количество случаев реализации одного из исходов события,

N – общее число возможных исходов одного из событий

$$I = \log_2(1/p),$$

где I – количество информации,

p – вероятность события

Логарифмом числа a по основанию b называется показатель степени, в которую надо возвести число a , чтобы получить число b :

$$a^{\log_a b} = b, a > 0, b > 0, a \neq 1$$

Правило вычисления логарифмов чисел по основанию 2 с помощью электронного калькулятора:

$$\log_2 b = \log b / \log 2, \text{ где } \log b \text{ и } \log 2 \text{ – десятичные логарифмы.}$$

Порядок вычисления логарифма числа 6 по основанию 2 ($\log_2 6$) с помощью инженерного калькулятора:

$$6, \log, /, 2, \log, =$$

Количество информации в случае различных вероятностей событий определяется по формуле Шеннона:

$$I = - \sum_{i=1}^n p_i \cdot \log_2 p_i$$

где p_i – вероятность i -го события,

n – количество возможных событий

3 Примеры выполнения заданий

Пример 1

Рассмотрим систему, информационная емкость которой определяется десятичным числом $Q = 121$. Определим количество информации, содержащееся в системе, используя меру Хартли (2),

$$H = \log_2 Q = \log_2 121 \approx 6.91887 \approx 7 \text{ бит}$$

Заметим, что округление результата до целого необходимо проводить в сторону увеличения. Полученный результат означает, что при кодировании числа достаточно использовать 7 двоичных знаков (число возможных двоичных кодовых комбинаций равно $2^7 = 128$).

$$120 = 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 1111000_2.$$

Замечание. Разложение по двоичной системе производится для числа на 1 меньше в силу того, что отсчет ведется от нуля, а число комбинаций равно 121.

Для получения двоичного числа можно использовать метод последовательного деления числа на 2. При каждом делении определяется один двоичный знак кодовой комбинации: если деление без остатка – "0", в противном случае – "1". Рисунок 1 иллюстрирует данный метод. Столбец справа показывает двоичные знаки кодовой комбинации.

$$\begin{array}{r}
 120 \mid 2 \\
 \hline
 120 \mid 60 \mid 2 \\
 \hline
 0 \quad 60 \mid 30 \mid 2 \\
 \hline
 \quad 0 \quad 30 \mid 15 \mid 2 \\
 \hline
 \quad \quad 0 \quad 14 \mid 7 \mid 2 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 1 \quad 6 \mid 3 \mid 2 \\
 \hline
 \quad \quad \quad \quad 1 \quad 2 \mid 1 \\
 \hline
 \quad \quad \quad \quad \quad 1
 \end{array}$$

Рисунок 1 - Перевод числа в двоичную систему счисления

Двоичное число выписывается в обратном порядке, двигаясь снизу вверх.

Пример 2

Перевести число 12201_3 из троичной системы счисления в десятичную.

Решение.

$$\begin{array}{cccccc}
 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & \text{разряды} \\
 12201_3 = 1 \cdot 3^4 + 2 \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^2 + 0 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0 = 81 + 54 + 18 + 1 = 154_{10}
 \end{array}$$

Ответ: $12201_3 = 154_{10}$.

Пример 3

Перевести число $234,6_8$ из восьмеричной системы в десятичную.

Решение.

$$\begin{array}{cccc}
 2 & 1 & 0 & -1 \\
 234,6_8 = 2 \cdot 8^2 + 3 \cdot 8^1 + 4 \cdot 8^0 + 6 \cdot 8^{-1} = 128 + 24 + 4 + 0,75 = 156,75_{10}
 \end{array}$$

Ответ: $234,6_8 = 156,75_{10}$.

Пример 4

Перевести число $101,01_2$ из двоичной системы счисления в десятичную.

Решение:

2 1 0 -1 -2 разряды

$$101,01_2 = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} = 4 + 0 + 1 + 0 + 0.25 = 5,25_{10}$$

Ответ: $101,01_2 = 5,25_{10}$.

Пример 5

Перевести дробное десятичное число $0,625_{10}$ в дробное двоичное число.

Решение.

$$0,625 \cdot 2 = 1,25 \qquad 0,25 \cdot 2 = 0,5 \qquad 0,5 \cdot 2 = 1$$

Ответ: $0,625_{10} = 0,101_2$.

Пример 6

Перевести число $0,165$ в четверичную систему счисления, ограничившись четырьмя четверичными разрядами.

Решение.

$$0,165 \cdot 4 = 0,66 \quad 0,66 \cdot 4 = 2,64 \quad 0,64 \cdot 4 = 2,56 \quad 0,56 \cdot 4 = 2,24$$

Ответ: $0,165_{10} = 0,0222_4$.

Пример 7

Перевести десятичное число 7467_{10} в шестнадцатеричную систему счисления.

Решение.

$$\begin{array}{r} 4767 \overline{) 16} \\ 4756 \overline{) 466} \overline{) 16} \\ \quad 11 \overline{) 464} \overline{) 29} \overline{) 16} \\ \qquad \quad 2 \overline{) 16} \overline{) 1} \\ \qquad \qquad \qquad 13 \end{array}$$

Ответ: $1D2B_{16}$.

Пример 8.

В коробке 32 карандаша, все карандаши разного цвета. Наугад вытащили красный. Какое количество информации при этом было получено?

Решение.

Так как вытаскивание карандаша любого цвета из имеющихся в коробке 32 карандашей является равновероятным, то число возможных событий равно 32.

$$N = 32, l = ?$$

$N = 2^l$, подставим значение $N = 32$, получим $32 = 2^5$, тогда $l = 5$ бит.

Ответ: 5 бит.

Пример 9.

В школьной библиотеке 16 стеллажей с книгами, на каждом – по 8 полок. Ученику сообщили, что нужный учебник находится на 2-ой полке 4-го стеллажа. Какое количество информации получил ученик?

Решение.

1) Число стеллажей (случаев) – 16, т.е. $N_1 = 16$,

Определим $N_1 = 2^{l_1}$, подставим числовое значение $16 = 2^4$, т.е. $16 = 2^4$, тогда $l_1 = 4$ бита.

2) Число полок на каждом стеллаже (случаев) – 8, т.е. $N_2 = 8$,

Определим $N_2 = 2^{l_2}$, подставим числовое значение $8 = 2^3$, т.е. $l_2 = 3$ бит.

3) $l = l_1 + l_2$, получим $l = 4$ бита + 3 бита = 7 бит.

Ответ: 7 бит.

Пример 10.

Загадывают число в диапазоне от 1 до 200. Какое наименьшее количество вопросов надо задать, чтобы наверняка отгадать число. На вопросы можно отвечать только "Да" или "Нет".

Решение.

Правильная стратегия состоит в том, чтобы количество вариантов каждый раз уменьшалось вдвое.

Например, загадано число 152.

1 вопрос: Число > 100? Да.

2 вопрос: Число < 150? Нет.

3 вопрос: Число > 175? Нет. и т.д.

Количество событий в каждом варианте будет одинаково, и их отгадывание равновероятно. $N = 2^l$, тогда $200 = 2^l$, т.е. $7 < l < 8$. Т.к. количество вопросов нецелым числом быть не может, то необходимо задать не более 8 вопросов.

Ответ: 8 вопросов

Пример 11

В коробке 50 шаров, из них 40 белых и 10 чёрных. Определить количество информации в сообщении о вытаскивании наугад белого шара и чёрного шара.

Решение.

Вероятность вытаскивания белого шара

$$p_1 = 40/50 = 0,8$$

Вероятность вытаскивания чёрного шара

$$p_2 = 10/50 = 0,2$$

Количество информации о вытаскивании белого шара

$$I_1 = \log_2(1/0,8) = \log_2 1,25 = \log 1,25 / \log 2 \approx 0,32 \text{ бит}$$

Количество информации о вытаскивании чёрного шара

$$I_2 = \log_2(1/0,2) = \log_2 5 = \log 5 / \log 2 \approx 2,32 \text{ бит}$$

Ответ: 0,32 бит, 2,32 бит

Пример 12.

В озере живут караси и окуни. Подсчитано, что карасей 1500, а окуней - 500. Сколько информации содержится в сообщениях о том, что рыбак поймал карася, окуня, поймал рыбу?

Решение.

События поимки карася или окуня не являются равновероятными, так как окуней в озере меньше, чем карасей.

Общее количество карасей и окуней в пруду

$$1500 + 500 = 2000.$$

Вероятность попадания на удочку карася

$$p_1 = 1500/2000 = 0,75,$$

Вероятность попадания на удочку окуня

$$p_2 = 500/2000 = 0,25.$$

$$I_1 = \log_2(1/p_1), I_2 = \log_2(1/p_2),$$

где I_1 и I_2 – вероятности поймать карася и окуня соответственно.

Количество информации в сообщении поймать карася и поймать окуня соответственно

$$I_1 = \log_2(1 / 0,75) \approx 0,43 \text{ бит}, I_2 = \log_2(1 / 0,25) \approx 2 \text{ бит}.$$

Количество информации в сообщении поймать рыбу (карася или окуня) рассчитывается по формуле Шеннона

$$I = - p_1 \cdot \log_2 p_1 - p_2 \cdot \log_2 p_2$$

$$I = - 0,75 \cdot \log_2 0,75 - 0,25 \cdot \log_2 0,25$$

$$I = -0,75 \cdot (\log 0,75 / \log 2) - 0,25 \cdot (\log 0,25 / \log 2)$$

$$I = 0,604 \text{ бит} \approx 0,6 \text{ бит.}$$

Ответ: в сообщении содержится 0,6 бит информации

4. Задания

Номер варианта определяется как последняя цифра номера зачетки студента. Студенту необходимо решить все задачи в соответствии с номером варианта.

Задание 1.

Перевести число из одной системы счисления в другую.

Вариант	Числа
1	$A_{10}=121$ в двоичную систему счисления
2	$A_2=10001010111,01$ в десятичную систему счисления
3	$A_{10}=135,656$ в двоичную систему счисления с точностью до пяти знаков после запятой
4	$A_8=345,766$ в двоичную систему счисления
5	$A_{10}=326$ в троичную систему счисления
6	$A_{10}=1211$ в пятеричную систему счисления
7	$A_{10}=0,625$ в двоичную систему счисления
8	$A_2=0,1101$ в десятичную систему счисления
9	$A_{10}=113$ в двоичную систему счисления
10	$A_{10}=96$ в троичную систему счисления

Задание 2.

Чему равно значение суммы чисел в восьмеричной системе счисления?

Вариант	Сумма
1	$1110101010_2 + 10111001_2$
2	$10111010_2 + 10010100_2$
3	$111101110,1011_2 + 1111011110,1_2$
4	$40F,4_{16} + 160,4_{16}$
5	$274,5_{16} + DD,4_{16}$
6	$120,3_{16} - B9,6_{16}$
7	$122_5 + 210_5$
8	$221_5 + 120_5$
9	$201_5 + 102_5$

10	$11_4 + 11_8 + 11_{16}$
----	-------------------------

Задание 3.

Определить количество информации (по Хартли), содержащееся в системе, информационная емкость которой характеризуется десятичным числом Q . Закодировать это число по двоичной системе счисления, до двух цифр после запятой.

вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Q	135	85	198	215	145	89	130	97	159	170
T	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Задание 4.

Вариант 1. Телеграфист за день работы принимает 64 сообщения. Все сообщения разные. Наугад выбрали одно сообщение. Какое количество информации при этом было получено?

Вариант 2. Ваш друг живет в 16-ти этажном доме. Сколько информации содержит сообщение о том, что друг живет на 7 этаже?

Вариант 3. Какое количество информации несет сообщение о том, что встреча назначена на июль?

Вариант 4. При угадывании целого числа в диапазоне от 1 до N было получено 8 бит информации. Чему равно N ?

Вариант 5. Защита курсовой работы назначена на 15-е число. Какое количество информации несет данное сообщение?

Вариант 6. В цеху находится 8 различных станков. Какое количество информации несет сообщение, что 1 станок вышел из строя?

Вариант 7. В корзине лежат 16 разноцветных шаров. Наугад вытащили белый шар. Какое количество информации при этом было получено?

Вариант 8. При угадывании целого числа в диапазоне от 1 до N было получено 4 бит информации. Чему равно N ?

Вариант 9. В доме вашего друга 8 подъездов. Сколько информации содержит сообщение о том, что друг живет в 5 подъезде?

Вариант 10. В столовой стоит 17 столиков. Сколько информации несет сообщение о том, что 1 столик свободен?

Задание 5.

Вариант 1. В кафедральной библиотеке 32 стеллажа с учебной литературой, в каждом – по 6 полок. Студенту сообщили, что нужный учебник находится на 4-ой полке 8-го стеллажа. Какое количество информации получил студент?

Вариант 2. Студенческую группу отправляют на практику на 4 недели по 6-ти предприятиям. Студенту сообщили, что на 3ей неделе практики он будет на 2м предприятии. Сколько информации содержит данное сообщение?

Вариант 3. День рождения студента приходится на 8 декабря. Сколько информации несет в себе данное сообщение?

Вариант 4. Какое количество информации несет сообщение о том, что встреча назначена на 25 января?

Вариант 5. В магазине радиодеталей 12 стеллажей по 6 полок на каждом. Сколько информации несет сообщение о том, что нужная деталь находится в 3ем стеллаже на 2й полке?

Вариант 6. Экскурсионная группа приехала в Санкт-Петербург на 5 дней. За это время группа должна посетить 12 музеев. Сколько информации несет сообщение о том, что в 3й день экскурсии группа посетит 4 музея?

Вариант 7. Защита курсовой работы назначена на 15-е мая. Какое количество информации несет данное сообщение?

Вариант 8. В 10-этажном доме вашего друга 6 подъездов. Сколько информации содержит сообщение о том, что друг живет в 5 подъезде на 3 этаже?

Вариант 9. В двух залах студенческой столовой стоит 24 столика. Сколько информации несет сообщение о том, что во втором зале 1 столик свободен?

Вариант 10. В аудитории 8 столов на 3х человек. Сколько информации содержится сообщении о том, что за 3м столом сидит 1 человек?

Задание 6.

Вариант 1. Загадывают число в диапазоне от 1 до 1000. Какое наименьшее количество вопросов надо задать, чтобы наверняка отгадать число. На вопросы можно отвечать только "Да" или "Нет"

Вариант 2. Загадывают число в диапазоне от 1 до 75. Какое наименьшее количество вопросов надо задать, чтобы наверняка отгадать число. На вопросы можно отвечать только "Да" или "Нет"

Вариант 3. Загадывают число в диапазоне от 1 до 500. Какое наименьшее количество вопросов надо задать, чтобы наверняка отгадать число. На вопросы можно отвечать только "Да" или "Нет"

Вариант 4. Загадывают число в диапазоне от 1 до 50. Какое наименьшее количество вопросов надо задать, чтобы наверняка отгадать число. На вопросы можно отвечать только "Да" или "Нет"

Вариант 5. Загадывают число в диапазоне от 1 до 750. Какое наименьшее количество вопросов надо задать, чтобы наверняка отгадать число. На вопросы можно отвечать только "Да" или "Нет"

Вариант 6. Загадывают число в диапазоне от 1 до 150. Какое наименьшее количество вопросов надо задать, чтобы наверняка отгадать число. На вопросы можно отвечать только "Да" или "Нет"

Вариант 7. Загадывают число в диапазоне от 1 до 10. Какое наименьшее количество вопросов надо задать, чтобы наверняка отгадать число. На вопросы можно отвечать только "Да" или "Нет"

Вариант 8. Загадывают число в диапазоне от 1 до 120. Какое наименьшее количество вопросов надо задать, чтобы наверняка отгадать число. На вопросы можно отвечать только "Да" или "Нет"

Вариант 9. Загадывают число в диапазоне от 1 до 800. Какое наименьшее количество вопросов надо задать, чтобы наверняка отгадать число. На вопросы можно отвечать только "Да" или "Нет"

Вариант 10. Загадывают число в диапазоне от 1 до 250. Какое наименьшее количество вопросов надо задать, чтобы наверняка отгадать число. На вопросы можно отвечать только "Да" или "Нет"

Задание 7.

Вариант 1. В корзине лежат 32 шара, среди них 4 белых, а остальные черные. Сколько битов информации содержится в сообщении о том, что из корзины вытащили белый шар?

Вариант 2. В алфавите некоторого языка всего две буквы. Каждое слово этого языка состоит из m букв. Известно, что можно составить 2048 различных слов. Сколько букв в каждом слове?

Вариант 3. В ящике 80 яблок, из них 55 красных и 25 зеленых. Определить количество информации в сообщении о вытаскивании наугад красного и зеленого яблок.

Вариант 4. В книжном шкафу находятся 129 методических указаний, из них 45 по Цифровым системам передачи, остальные - по Общей теории связи. Сколько информации содержит сообщение

о том, что наугад вытащенное методическое указание будет по Общей теории связи?

Вариант 5. Определите, сколько бит информации несет сообщение о том, что на светофоре горит зеленый свет

Вариант 6. Шахматная доска состоит из 64 полей: пополам белых и черных. Сколько информации несет сообщение о том, что белая королева стоит на черной клетке?

Вариант 7. Предположим, вероятность того, что вы получите за контрольную работу оценку "5", равна 0,6; вероятность получения "4" равна 0,2; вероятность получения "3" - 0,2. Определите, сколько бит информации будет нести сообщение об оценке "3"?

Вариант 8. Предположим, вероятность того, что вы получите за контрольную работу оценку "5", равна 0,6; вероятность получения "4" равна 0,2; вероятность получения "3" - 0,2. Определите, сколько бит информации будет нести сообщение об оценке "4"?

Вариант 9. Предположим, вероятность того, что вы получите за контрольную работу оценку "5", равна 0,6; вероятность получения "4" равна 0,2; вероятность получения "3" - 0,2. Определите, сколько бит информации будет нести сообщение об оценке "5"?

Вариант 10. Сообщение занимает 3 страницы по 25 строк. Сколько информации содержит сообщение о том, что искомое слово находится на 2й странице в 17 строке?

Задание 8.

Вариант 1. Книга, набранная с использованием текстового редактора, содержит 70 страниц, на каждой странице 38 строк, в каждой строке 56 символов. Определить объем информации, содержащейся в книге.

Вариант 2. Измерьте информационный объем сообщения "Ура! Скоро Новый год!" в битах, байтах, килобайтах (Кб), мегабайтах (Мб).

Указание: считается, что текст набран с помощью компьютера, один символ алфавита несет 1 байт информации. Пробел – это тоже символ в алфавите мощностью 256 символов.

Вариант 3. Измерьте примерную информационную емкость одной страницы любого своего учебника, всего учебника.

Указание: Для выполнения задания возьмите учебник по любимому предмету, посчитайте число строк на странице, число символов в строке, включая пробелы. Помните, что один символ

алфавита несет 1 байт информации. Перемножив полученные значения, Вы найдете информационную емкость одной страницы учебника (в байтах).

Вариант 4. Проводят две лотереи: «4 из 32» и «5 из 64». Сообщение о результатах какой из лотерей несет больше информации?

Вариант 5. Информационное сообщение объемом 1.5 Кбайта содержит 3072 символа. Сколько символов содержит алфавит, при помощи которого было записано это сообщение?

Вариант 6. Книга, набранная с помощью компьютера, содержит 150 страниц; на каждой странице — 40 строк, в каждой строке — 60 символов. Каков объем информации в книге?

Вариант 7. Подсчитайте объем информации, содержащейся в романе А. Дюма "Три мушкетера", и определите, сколько близких по объему произведений можно разместить на одном лазерном диске? (590 стр., 48 строк на одной странице, 53 символа в строке).

Вариант 8. На диске объемом 100 Мбайт подготовлена к выдаче на экран дисплея информация: 24 строчки по 80 символов, эта информация заполняет экран целиком. Какую часть диска она занимает?

Вариант 9. Сообщение занимает 3 страницы по 25 строк. В каждой строке записано по 60 символов. Сколько символов в использованном алфавите, если все сообщение содержит 1125 байтов?

Вариант 10. Измерьте примерную информационную емкость одной страницы учебника, всего учебника. Сколько таких учебников может поместиться на дискете емкостью 360 Кбайт, 1.44 Мбайт, на винчестере в 420 Мбайт, в 6,4 Гбайт ?

5 Контрольные вопросы

1. Как определяется количество информации по Хартли?
2. Дайте определение количества информации равной 1 биту.
3. Что понимается под системой счисления?
4. Какие системы счисления являются непозиционными?
5. Дайте определение позиционным системам счисления.
6. Приведите алгоритм перевода числа из десятичной в любую другую систему счисления

7. В чем заключается алгоритм перевода из любой системы счисления в десятичную?
8. Какие события называют равновероятными?
9. Какие события являются неравновероятными?
10. Как определить количество информации для события с равновероятными символами?
11. Как определить количество информации для события, символы которого неравновероятны?
12. В каких случаях сообщение несет максимальное количество информации?
13. Когда количество информации равно нулю?

МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра космического приборостроения и систем связи



ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНТРОПИИ ИСТОЧНИКА ДИСКРЕТНЫХ СООБЩЕНИЙ

Методические указания
по выполнению лабораторной работы
для студентов, обучающихся по специальности
10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных
систем» по дисциплине «Теория электросвязи»

Курск 2023

УДК 621.391

Составители: Д.С. Коптев

Рецензент

Доктор технических наук, старший научный сотрудник,
заведующий кафедрой космического приборостроения и систем связи
В. Г. Андронов

Определение энтропии источника дискретных сообщений:
методические указания по выполнению лабораторной работы / Юго-
Зап. гос. ун-т; сост.: Д.С. Коптев. – Курск, 2023. – 7 с.

Методические указания по выполнению лабораторной работы содержат краткие теоретические сведения о расчете количества информации и энтропии для источника дискретных сообщений, а также варианты заданий и примеры их выполнения.

Методические указания соответствуют учебному плану по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем», а также рабочей программе дисциплины «Теория электросвязи».

Предназначены для студентов, обучающихся по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем» очной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 08.08.2023. Формат 60x84/16.
Усл. печ. л. 0,4. Уч.-изд. л. 0,37. Тираж 100 экз. Заказ 737. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

1 Цель работы

- приобрести практические навыки определения количества количества информации и энтропии для дискретного источника сообщений.

2 Основные теоретические сведения

Источник сообщений, который может в каждый момент времени случайным образом принять одно из конечного множества возможных состояний, называют **дискретным источником сообщений**. Каждому состоянию источника и ставится в соответствие условное обозначение в виде символа из алфавита этого источника: S_1, S_2, \dots, S_m .

Источник сообщений в общем случае характеризуется ансамблем S , то есть полной совокупностью состояний с вероятностями их появления, составляющими в сумме единицу:

$$S = \left(\begin{array}{cccc} s_1 & s_2 & \dots & s_m \\ p(s_1) & p(s_2) & \dots & p(s_m) \end{array} \right); \text{ причём } \sum_{i=1}^m p(s_i) = 1$$

Энтропия $H(S)$ дискретного источника сообщений, задаваемого ансамблем S , может быть определена по формуле Шеннона:

$$H(S) = - \sum_{i=1}^m p(s_i) \log_2 p(s_i) \text{ (бит/символ);}$$

где $p(s_j)$ - вероятность появления символа s_j из алфавита объемом m .

Количество информации в сообщении, состоящем из n символов, может быть найдено следующим образом:

$$I = n \cdot H(S) = -n \sum_{i=1}^m p(s_i) \log_2 p(s_i) \text{ (бит)}$$

При наличии взаимозависимости символов алфавита используется **условная энтропия**. С учетом статистической связи между парами символов условная энтропия может быть найдена из формулы:

$$H_2(S) = - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m p(s_i) p(s_j | s_i) \log_2 p(s_j | s_i) \text{ (бит/символ);}$$

где $p(S_j | s_i)$ - условная вероятность появления символа S_j при заданном символе S_i .

Другой важной характеристикой источника сообщений, помимо энтропии, является **информационная избыточность**, которая показывает относительную недогруженность на символ

алфавита источника сообщений:

$$R = \frac{H_{\max} - H}{H_{\max}} = 1 - \frac{H}{H_{\max}};$$

где $H_{\max} = \log_2 m$ - максимально возможная для данного источника сообщений энтропия, которая достигается при равной вероятности появления символов.

Кроме общей информационной избыточности существуют частные избыточности, основными из которых являются:

1) Избыточность, вызванная статистической связью между символами s_1, s_2, \dots, s_m :

$$R_p = 1 - \frac{H}{H'};$$

где $H' = -\sum_{i=1}^m p(s_i) \log_2 p(s_i)$ - энтропия источника сообщений при отсутствии статистической связи между символами.

2) Избыточность, вызванная не экстремальным распределением символов s_1, s_2, s_m (не равновероятным появлением символов в сообщениях):

$$R_\varphi = 1 - \frac{H'}{H_{\max}}.$$

3) Общая информационная избыточность связана с частными избыточностями следующим образом:

$$R = R_p + R_\varphi - R_p R_\varphi.$$

3 Порядок выполнения работы

Данная лабораторная работа предполагает выполнение следующих этапов:

1) Изучить методические указания к лабораторной работе.
2) Пройти собеседование с преподавателем и получить задание для выполнения работы.

3) Определить энтропию дискретного источника сообщений, алфавит которого состоит из восьми независимых символов S_1, S_2, \dots, S_8 . Известны вероятности появления символов $p(s_1)=p_1, p(s_2)=p_2, \dots, p(s_8)=p_8$ (таблица 1).

4) Определить среднее и частное количество информации, содержащейся в сообщении, которое состоит из ваших фамилии, имени и отчества (между словами сообщения допускаются

пробелы). Вероятности появления букв русского алфавита взять из табл. П.1. Сравнить полученные результаты.

5) В условии задачи, сформулированной в пункте 3, учесть зависимость между парами символов, которая задана матрицей условных вероятностей $p(s_j|s_i)$ (табл. 2 – 5).

6) Для задачи, сформулированной в пункте 4, учесть наличие статистической связи между парами и тройками букв.

7) Определить частные избыточности, вызванные наличием связи между символами и не экстремальным распределением символов, для полученных при выполнении пунктов 5 и 6 результатов. На основе частных избыточностей найти общую информационную избыточность источника сообщений.

8) Оформить и защитить отчет по лабораторной работе.

4 Варианты заданий

Номер варианта студента определяется как порядковый номер студента в журнале преподавателя.

Таблица 1 – Вероятности появления независимых символов s_1, s_2, \dots, s_8

№ вар.	Вероятности для символов s_1, s_2, \dots, s_8							
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8
1	0,21	0,12	0,05	0,08	0,03	0,14	0,2	0,17
2	0,13	0,04	0,19	0,16	0,18	0,12	0,13	0,05
3	0,2	0,15	0,16	0,04	0,19	0,05	0,12	0,09
4	0,14	0,1	0,04	0,17	0,12	0,16	0,05	0,22
5	0,06	0,21	0,03	0,23	0,13	0,12	0,14	0,08
6	0,08	0,19	0,22	0,2	0,09	0,03	0,17	0,02
7	0,09	0,18	0,06	0,12	0,15	0,1	0,07	0,23
8	0,22	0,13	0,12	0,15	0,07	0,04	0,19	0,08
9	0,1	0,24	0,08	0,07	0,17	0,05	0,16	0,13
10	0,04	0,17	0,15	0,11	0,1	0,09	0,13	0,21
11	0,17	0,05	0,16	0,22	0,08	0,19	0,09	0,04
12	0,12	0,09	0,08	0,14	0,16	0,21	0,04	0,16
13	0,23	0,1	0,07	0,06	0,05	0,12	0,22	0,15
14	0,16	0,08	0,05	0,18	0,11	0,15	0,07	0,2
15	0,24	0,12	0,13	0,09	0,14	0,08	0,15	0,05
16	0,11	0,04	0,19	0,16	0,18	0,12	0,13	0,07
17	0,09	0,23	0,05	0,21	0,15	0,1	0,12	0,05

18	0,2	0,15	0,1	0,14	0,08	0,06	0,17	0,1
19	0,15	0,06	0,16	0,23	0,07	0,19	0,08	0,06
20	0,22	0,12	0,06	0,07	0,04	0,13	0,2	0,16
21	0,13	0,08	0,1	0,09	0,21	0,19	0,05	0,15
22	0,08	0,2	0,07	0,13	0,14	0,09	0,05	0,24

Таблица 2 – Матрица условных вероятностей для вариантов 1, 5, 9, 13, 17, 21

i,j	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8
S_1	0,14	0,22	0	0,27	0,09	0	0,12	0,16
S_2	0,25	0	0,13	0,08	0,2	0,13	0,21	0
S_3	0	0,26	0,16	0,22	0,12	0,09	0	0,15
S_4	0,07	0,18	0,24	0	0,29	0	0,1	0,12
S_5	0,09	0,3	0,08	0,21	0	0,17	0	0,15
S_6	0	0,14	0,15	0	0,28	0,07	0,23	0,13
S_7	0,15	0,06	0	0,27	0,24	0,08	0,2	0
S_8	0,23	0	0,16	0,1	0	0,19	0,07	0,25

Таблица 3 – Матрица условных вероятностей для вариантов 2, 6, 10, 14, 18, 22

h_i	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8
S_1	0	0,17	0,28	0	0,13	0,08	0,23	0,11
S_2	0,13	0,05	0	0,26	0,19	0,13	0	0,24
S_3	0,14	0	0,1	0,15	0,29	0	0,07	0,25
S_4	0,07	0,18	0,24	0	0,28	0	0,1	0,13
S_5	0,26	0	0,19	0,08	0	0,1	0,28	0,09
S_6	0,06	0,24	0	0,17	0,09	0,33	0	0,11
S_7	0	0,08	0,15	0,27	0,22	0,08	0,2	0
S_8	0,09	0,25	0,14	0,16	0	0,21	0,15	0

Таблица 4 – Матрица условных вероятностей для вариантов 3, 7, 11, 15, 19, 23

i,j	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8
S_1	0,24	0,2	0	0,15	0,22	0	0,14	0,05
S_2	0,15	0	0,08	0,14	0,19	0,23	0,21	0
S_3	0	0,14	0,27	0,24	0,15	0,11	0	0,09
S_4	0,09	0,13	0,28	0	0,25	0	0,15	0,1

S ₅	0,11	0,22	0,2	0,07	0	0,27	0	0,13
S ₆	0	0,06	0,09	0	0,2	0,15	0,29	0,21
S ₇	0,1	0,25	0	0,08	0,14	0,17	0,26	0
S ₈	0,06	0	0,3	0,14	0	0,23	0,07	0,2

Таблица 5 – Матрица условных вероятностей для вариантов 4, 8, 12, 16, 20, 24

<i>i,j</i>	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄	S ₅	S ₆	S ₇	S ₈
S ₁	0	0,18	0,07	0	0,3	0,12	0,13	0,2
S ₂	0,29	0,11	0	0,08	0,21	0,17	0	0,14
S ₃	0,06	0	0,15	0,26	0,18	0	0,07	0,28
S ₄	0,14	0,09	0,3	0	0,22	0	0,19	0,06
S ₅	0,2	0	0,27	0,07	0	0,1	0,21	0,15
S ₆	0,15	0,21	0	0,06	0,11	0,29	0	0,18
S ₇	0	0,12	0,28	0,15	0,09	0,2	0,16	0
S ₈	0,1	0,07	0,18	0,29	0	0,21	0,15	0

5. Контрольные вопросы

- 1) Что называют дискретным источником сообщений?
- 2) Что характеризует энтропия сообщения, и каким образом она может быть определена для дискретного источника сообщений?
- 3) В каком случае энтропия дискретного источника сообщений принимает максимальное значение?
- 4) Как можно найти количество информации, содержащееся в дискретном сообщении?
- 5) Как определяется условная энтропия источника сообщений при наличии статистической связи между состояниями этого источника?
- 6) Что характеризует информационная избыточность источника сообщений?
- 7) Какие выделяют частные виды информационной избыточности и как они связаны с общей избыточностью источника сообщений?

МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра космического приборостроения и систем связи

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
О.Г. Локтионова
« 8 » 08 2023 г.

A blue circular official stamp of the Southern Federal University (ЮЗГУ) is overlaid on the text. The stamp contains the text: "МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ", "Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Юго-Западный государственный университет»", "ЮЗГУ", "ИНН 60-01-00403", "ОГРН 5050003893", "ИНПВ 60-01-00403". A blue ink signature is written over the stamp and the text.

РАСЧЁТ УСЛОВНОЙ ЭНТРОПИИ ДИСКРЕТНЫХ СООБЩЕНИЙ, ПЕРЕДАВАЕМЫХ ПО КАНАЛУ СВЯЗИ С ПОМЕХАМИ

Методические указания
по выполнению лабораторной работы
для студентов, обучающихся по специальности
10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных
систем» по дисциплине «Теория электросвязи»

Курск 2023

УДК 621.391

Составители: Д.С. Коптев

Рецензент

Доктор технических наук, старший научный сотрудник,
заведующий кафедрой космического приборостроения и систем связи
В. Г. Андронов

Расчёт условной энтропии дискретных сообщений, передаваемых по каналу связи с помехами: методические указания по выполнению лабораторной работы / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Д.С. Коптев. – Курск, 2023. – 9 с.

Методические указания по выполнению лабораторной работы содержат краткие теоретические сведения о расчете условной энтропии дискретных сообщений, передаваемых по каналу связи с помехами, а также варианты заданий и примеры их выполнения.

Методические указания соответствуют учебному плану по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем», а также рабочей программе дисциплины «Теория электросвязи».

Предназначены для студентов, обучающихся по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем» очной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 08.08.2023. Формат 60x841/16.
Усл. печ. л. 0,52. Уч.-изд. л. 0,47. Тираж 100 экз. Заказ 732. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

1 Цель работы

- приобрести умение определять условную энтропию, энтропию объединения и информационные потери для дискретных сообщений, передаваемых по каналу связи, в котором присутствуют помехи.

2 Основные теоретические сведения

Понятие условной энтропии в теории информации используется при определении взаимозависимости между символами кодируемого алфавита, для определения потерь при передаче информации по каналам связи, при вычислении энтропии объединения.

При нахождении условной энтропии в том или ином виде используются условные вероятности.

Если при передаче N сообщений символ a появится M раз, символ b появится L раз, а символ a вместе с символом b – K раз, то вероятности появления символов a и b будут $p(a)=M/N$ и $p(b)=L/N$; вероятность совместного появления символов a и b $p(a,b)=K/N$. Отсюда условная вероятность появления символа b относительно символа a и условная вероятность появления символа a относительно символа b будут:

$$p(b|a)=p(a,b)/p(a)=(K/N)/(M/N)=K/M;$$

$$p(a|b)=p(a,b)/p(b)=(K/N)/(L/N)=K/L.$$

При известной условной вероятности можно определить вероятности совместного появления символов:

$$p(a,b)=p(a)p(b|a)=p(b)p(a|b).$$

Условная энтропия источника сообщений B относительно источника A характеризует степень неопределенности в сообщении из источника B , при известном сообщении из источника A .

Условная энтропия дискретного источника сообщений B относительно источника сообщений A может быть определена следующим образом:

$$H(B|A)=-\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m p(a_i) p(b_j|a_i) \log_2 p(b_j|a_i) = -\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m p(a_i, b_j) \log_2 p(b_j|a_i).$$

В общем случае, если передается m символов источника A и ожидается получить m символов источника B , то влияние помех в

канале связи полностью описывается **канальной матрицей**:

h_j	b_1	b_2	...	b_j	...	b_m
a_1	$p(a_1 b_1)$	$p(a_1 b_2)$...	$p(a_1 b_j)$...	$p(a_1 b_m)$
a_2	$p(a_2 b_1)$	$p(a_2 b_2)$...	$p(a_2 b_j)$...	$p(a_2 b_m)$
...	• •	• •
a_i	$p(a_i b_1)$	$p(a_i b_2)$...	$p(a_i b_j)$...	$p(a_i b_m)$
... • •
a_m	$p(a_m b_1)$	$p(a_m b_2)$...	$p(a_m b_j)$...	$p(a_m b_m)$

Вероятности, расположенные по диагонали (выделены полужирным шрифтом) канальной матрицы, определяют правильный прием, остальные - ложный. Вероятности, заполняющие столбцы канальной матрицы, обычно уменьшаются по мере удаления от главной диагонали и при полном отсутствии помех все, кроме вероятностей, расположенных на главной диагонали, равны нулю.

Энтропия объединения $H(A,B)$ характеризует неопределенность того, что было послано сообщение из источника A , а принято сообщение из источника B . Для ансамблей переданных сообщений A и принятых сообщений B энтропия объединения представляет собой сумму вида:

$$H(A,B) = -\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m p(a_i, b_j) \log_2 p(a_i, b_j) \text{ (бит/два символа);}$$

где $p(a_i, b_j)$ - вероятность совместного появления в сообщениях символов a_i и b_j из ансамблей A и B .

Энтропия объединения и условная энтропия связаны между собой соотношениями:

$$H(A,B) = H(A) + H(B|A) = H(B) + H(A|B);$$

$$H(B|A) = H(A,B) - H(A); H(A|B) = H(A,B) - H(B).$$

Энтропия объединения может быть найдена на основе матрицы совместных вероятностей:

u	b_1	b_2	...	b_m
d_1	$p(a_1, b_1)$	$p(a_1, b_2)$...	$p(a_1, b_m)$
d_2	$p(a_2, b_1)$	$p(a_2, b_2)$...	$p(a_2, b_m)$
...
d_m	$p(a_m, b_1)$	$p(a_m, b_2)$...	$p(a_m, b_m)$

Такая матрица обладает следующим свойством:

$$\sum_{i=1}^m p(a_i, b_i) = p(b_i); \sum_{j=1}^m p(a_i, b_j) = p(a_i); \text{ при этом } \sum_{i=1}^m p(a_i) = \sum_{j=1}^m p(b_j) = 1.$$

Данное свойство, в свою очередь, позволяет вычислить энтропию, как источника, так и приемника сообщений непосредственно по канальной матрице:

$$H(A) = -\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m p(a_i, b_j) \log_2 \sum_{j=1}^m p(a_i, b_j);$$

$$H(B) = -\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m p(a_i, b_j) \log_2 \sum_{j=1}^m p(a_i, b_j);$$

На основе условной энтропии и энтропии объединения можно определить потери информации в канале связи с шумами. **Информационные потери** при передаче n символов по данному каналу связи можно найти из формулы:

$$\Delta I = n \cdot H(A|B)$$

Отсюда среднее количество принятой информации может быть определено следующим образом:

$$I = n [H(B) - H(A|B)] = n \cdot H(B) - \Delta I.$$

3 Порядок выполнения работы

Данная лабораторная работа предполагает выполнение следующих этапов:

- 1) Изучить методические указания к лабораторной работе.
- 2) Пройти собеседование с преподавателем и получить задание для выполнения работы.
- 3) Составить канальную матрицу, описывающую данный канал связи с точки зрения условий прохождения символов s_1, s_2, s_3, s_4 , для которых известны частоты появления в сообщении (табл. 2.1).
- 4) Определить общую условную энтропию сообщений, алфавитом которых ЯВЛЯЮТСЯ СИМВОЛЫ S_1, S_2, S_3, S_4 , если известны вероятности появления этих символов в передаваемых сообщениях (табл. 2.2).
- 5) Вычислить энтропию принятых сообщений.
- 6) Составить матрицу совместных вероятностей.
- 7) Определить энтропию объединения.
- 8) Найти информационные потери при передаче 500 символов алфавита s_1, s_2, s_3, s_4 и количество принятой информации.

9) Оформить и защитить отчет по выполнению лабораторной работы.

4 Варианты заданий

Номер варианта определяется как порядковый номер студента в журнале преподавателя.

Таблица 1 – Частоты появления символов на выходе канала связи при 150 случаях передачи каждого символа

Вар.	Пер. симв.	Принятые символы				Вар.	Пер. симв.	Принятые символы			
		S ₁	S ₂	S ₃	S ₄			S ₁	S ₂	S ₃	S ₄
1	S ₁	148	0	2	0	4	S ₁	146	1	2	1
7	S ₂	0	147	1	2	10	S ₂	0	148	1	1
13	S ₃	1	0	149	0	16	S ₃	0	3	147	0
19	S ₄	0	3	1	146	22	S ₄	1	0	0	149
2	S ₁	147	2	0	1	5	S ₁	147	2	1	0
8	S ₂	1	149	0	0	11	S ₂	3	146	0	1
14	S ₃	0	2	146	2	17	S ₃	0	1	149	0
20	S ₄	2	0	0	148	23	S ₄	0	2	0	148
3	S ₁	149	1	0	0	6	S ₁	148	1	1	0
9	S ₂	1	146	3	0	12	S ₂	2	147	1	0
15	S ₃	2	0	148	0	18	S ₃	2	1	146	1
21	S ₄	0	1	2	147	24	S ₄	0	0	1	149

Таблица 2 – Вероятности появления символов в сообщениях

Вар.	Символы алфавита				Вари- ант	Символы алфавита			
	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄		S ₁	S ₂	S ₃	S ₄
1	0,38	0,21	0,32	0,09	13	0,09	0,15	0,41	0,35
2	0,27	0,39	0,11	0,23	14	0,16	0,28	0,32	0,24
3	0,34	0,08	0,26	0,32	15	0,23	0,40	0,17	0,20
4	0,42	0,25	0,15	0,18	16	0,35	0,09	0,31	0,25
5	0,29	0,16	0,31	0,24	17	0,42	0,36	0,08	0,14
6	0,13	0,09	0,41	0,37	18	0,10	0,17	0,33	0,40
7	0,33	0,24	0,27	0,16	19	0,22	0,34	0,18	0,26
8	0,40	0,31	0,19	0,10	20	0,31	0,08	0,42	0,19
9	0,08	0,17	0,42	0,33	21	0,25	0,37	0,15	0,23
10	0,25	0,42	0,18	0,15	22	0,19	0,41	0,09	0,31
11	0,19	0,26	0,31	0,24	23	0,40	0,12	0,30	0,18
12	0,30	0,08	0,22	0,40	24	0,08	0,29	0,41	0,22

5 Пример выполнения работы

Пусть при передаче сообщений по каналу связи с шумами была получена следующая статистика: символ s_1 из 100 раз был принят 97 раз, 2 раза был принят символ s_2 и 1 раз - символ s_3 ; при передаче s_2 98 раз был принят s_2 , 2 раза - s_1 , при передаче s_3 96 раз был принят s_3 , 2 раза - s_2 и 2 раза - s_4 ; при передаче s_4 99 раз был принят s_4 и 1 раз - s_3 . Вероятности появления этих символов в передаваемых сообщениях соответственно равны:

$$p(s_1) = 0,37; \quad p(s_2) = 0,3; \quad p(s_3) = 0,23; \quad p(s_4) = 0,1.$$

Канальная матрица будет иметь следующий вид:

$$P(a|b) = \begin{bmatrix} 0,97 & 0,02 & 0,01 & 0 \\ 0,02 & 0,98 & 0 & 0 \\ 0 & 0,02 & 0,96 & 0,02 \\ 0 & 0 & 0,01 & 0,99 \end{bmatrix}$$

Определим общую условную энтропию сообщений:

$$H(B|A) = - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m p(a_i) p(b_j|a_i) \log_2 p(b_j|a_i);$$

$$\begin{aligned} H(B|A) = & - [0,37 \cdot (-\log_2 0,97) + 0,02 \cdot (-\log_2 0,02) + 0,01 \cdot (-\log_2 0,01)] + \\ & + 0,3 \cdot (-\log_2 0,02) + 0,98 \cdot (-\log_2 0,98) + 0,23 \cdot (-\log_2 0,02) + 0,96 \cdot (-\log_2 0,96) + \\ & + 0,01 \cdot (-\log_2 0,02) + 0,96 \cdot (-\log_2 0,96) + 0,1 \cdot (-\log_2 0,01) + \\ & + 0,99 \cdot (-\log_2 0,99) = 0,37 (0,043 + 0,113 + 0,066) + 0,3 (0,113 + 0,029) + \\ & + 0,23 (0,113 + 0,057) + 0,01 (0,066 + 0,014) = 0,082 + 0,042 + 0,064 + \\ & + 0,008 = 0,196 \text{ бит/символ.} \end{aligned}$$

Определим энтропию принятых сообщений:

$$H(B) = - \sum_{i=1}^m p(b_i) \log_2 p(b_i);$$

$$\text{где } p(b_j) = - \sum_{i=1}^m p(a_i) p(b_j|a_i); \text{ причём } \sum_{j=1}^m p(b_j) = 1.$$

$$p(b_1) = 0,37 \cdot 0,97 + 0,3 \cdot 0,02 = 0,3649;$$

$$p(b_2) = 0,37 \cdot 0,02 + 0,3 \cdot 0,98 + 0,23 \cdot 0,02 = 0,306;$$

$$p(b_3) = 0,37 \cdot 0,01 + 0,23 \cdot 0,96 + 0,1 \cdot 0,01 = 0,2255;$$

$$p(b_4) = 0,23 \cdot 0,02 + 0,1 \cdot 0,99 = 0,1036;$$

$$0,3649 + 0,306 + 0,2255 + 0,1036 = 1;$$

$$\begin{aligned} H(B) = & - (0,3649 \cdot \log_2 0,3649 + 0,306 \cdot \log_2 0,306 + 0,2255 \cdot \log_2 0,2255 + \\ & + 0,1036 \cdot \log_2 0,1036) = 0,5306 + 0,5227 + 0,4842 + 0,3377 = 1,8352 \end{aligned}$$

бит/символ.

Составим матрицу совместных вероятностей, определив для этого все совместные вероятности:

$$\begin{aligned}
 p(a_i, b_j) &= p(a_i) \cdot p(b_j | a_i); \\
 p(a_1 b_1) &= 0,37 \cdot 0,97 = 0,3589; \\
 p(a_2 b_3) &= 0,37 \cdot 0,01 = 0,0037; \\
 p(a_2 b_1) &= 0,3 \cdot 0,02 = 0,006; \\
 p(a_2 b_3) &= 0,3 \cdot 0 = 0; \\
 p(a_3 b_1) &= 0,23 \cdot 0 = 0; \\
 p(a_3 b_3) &= 0,3 \cdot 0,96 = 0,2208; \\
 p(a_4 b_1) &= 0,1 \cdot 0 = 0; \\
 p(a_4 b_3) &= 0,1 \cdot 0,01 = 0,001; \\
 p(a_1 b_2) &= 0,37 \cdot 0,02 = 0,0074; \\
 p(a_1 b_4) &= 0,37 \cdot 0 = 0; \\
 p(a_2 b_2) &= 0,3 \cdot 0,98 = 0,249; \\
 p(a_2 b_4) &= 0,3 \cdot 0 = 0; \\
 p(a_3 b_2) &= 0,23 \cdot 0,02 = 0,0046; \\
 p(a_3 b_4) &= 0,23 \cdot 0,02 = 0,0046; \\
 p(a_4 b_2) &= 0,1 \cdot 0 = 0; \\
 p(a_4 b_4) &= 0,1 \cdot 0,99 = 0,099;
 \end{aligned}$$

$$P(a,b) = \begin{bmatrix} 0.3589 & 0.0074 & 0.0037 & 0 \\ 0.006 & 0.249 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0046 & 0.2208 & 0.0046 \\ 0 & 0 & 0.001 & 0.099 \end{bmatrix}$$

Определим энтропию объединения:

$$H(A,B) = - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m p(a_i, b_j) \log_2 p(a_i, b_j);$$

$$\begin{aligned}
 H(A,B) &= - (0,3589 \cdot \log_2 0,3589 + 0,0074 \cdot \log_2 0,0074 + \\
 &+ 0,00374 \cdot \log_2 0,0037 + 0,006 \cdot \log_2 0,006 + 0,2494 \cdot \log_2 0,249 + \\
 &+ 0,0046 \cdot \log_2 0,0046 + 0,22084 \cdot \log_2 0,2208 + 0,00464 \cdot \log_2 0,0046 + \\
 &+ 0,001 \cdot \log_2 0,001 + 0,099 \cdot \log_2 0,099) = 2,0494 \text{ бит/символ.}
 \end{aligned}$$

Найдем информационные потери при передаче 500 символов:

$$\Delta I = n \cdot H(A|B);$$

$$H(A|B) = H(A, B) - H(B).$$

$$H(A|B) = 2,0494 - 1,8352 = 0,2142 \text{ бит/символ.}$$

$$\Delta I = 500 \cdot 0,2142 = 107,1 \text{ бит.}$$

Отсюда количество принятой информации будет:

$$\Delta I = n \cdot H(B) - \Delta I;$$

$$\Delta I = 500 \cdot 1,8352 - 107,1 = 810,5 \text{ бит.}$$

5 Контрольные вопросы

- 1) Что характеризует и как определяется условная энтропия одного дискретного источника сообщений относительно другого?
- 2) В каком случае условная энтропия равна нулю?
- 3) Как строится и что характеризует канальная матрица?
- 4) Что характеризует и как определяется энтропия объединения двух дискретных источников сообщений?
- 5) Чему равна энтропия объединения источников сообщений при их полной статистической зависимости?
- 6) Как связана энтропия объединения и условная энтропия двух статистически зависимых источников сообщений?
- 7) Как определяются информационные потери при передаче сообщений по каналу связи с помехами?

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра космического приборостроения и систем связи

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
О.Г. Локтионова
« 8 » 08 2023 г.



ЭФФЕКТИВНОЕ КОДИРОВАНИЕ ИНФОРМАЦИИ МЕТОДАМИ ШЕННОНА-ФАНО И ХАФФМАНА

Методические указания
по выполнению лабораторной работы
для студентов, обучающихся по специальности
10.05.02 «Информационная безопасность
телекоммуникационных систем»
по дисциплине «Теория электросвязи»

Курск 2023

УДК 621.391

Составители: Д.С. Коптев

Рецензент

Доктор технических наук, старший научный сотрудник,
заведующий кафедрой космического приборостроения и систем связи
В. Г. Андронов

Эффективное кодирование информации методами Шеннона-Фано и Хаффмана: методические указания по выполнению лабораторной работы / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Д.С. Коптев. – Курск, 2023. – 8 с.

Методические указания по выполнению лабораторной работы содержат краткие теоретические сведения о методах эффективного кодирования информации с помощью алгоритмов Шеннона-Фано и Хаффмана, а также варианты заданий и примеры их выполнения.

Методические указания соответствуют учебному плану по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем», а также рабочей программе дисциплины «Теория электросвязи».

Предназначены для студентов, обучающихся по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем» очной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 08.08.2023. Формат 60x841/16.
Усл. печ. л. 0,47. Уч.-изд. л. 0,42. Тираж 100 экз. Заказ 723. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

1 Цель работы

- изучить возможности эффективного кодирования информации по методам Шеннона – Фано и Хаффмана.

2 Основные теоретические сведения

Кодирование, при котором обеспечивается минимальная средняя длина кодовых слов, называется **эффективным** (оптимальным). В эффективном коде символу, встречающемуся чаще всего, присваивается наиболее короткая кодовая комбинация.

Задачи эффективного кодирования заключаются в следующем:

1) Запоминание максимального количества информации в ограниченной памяти.

2) Обеспечение максимальной пропускной способности канала связи.

Эффективное кодирование базируется на теореме Шеннона о кодировании при отсутствии помех, согласно которой минимальная средняя длина кодовых слов определяется соотношением:

$$\bar{L}_{\min} = \frac{H}{\log_2 K};$$

где H – энтропия источника сообщений, K – основание кода. Для двоичного кода, очевидно, что $L_{\min} = H$.

Эффективностью кода x называется отношение L_{\min} к реально достигнутой в данном коде средней длине кодовых слов \bar{L} :

$$\chi = \frac{\bar{L}_{\min}}{\bar{L}} = \frac{H}{\bar{L} \log_2 K}.$$

Средняя длина кодовых комбинаций может быть найдена следующим образом:

$$\bar{L} = \sum_{i=1}^m p(s_i) L_i;$$

где L_i - длина кодовой комбинации, соответствующей символу s_i из алфавита размером m .

Для случая отсутствия статистической взаимосвязи между символами метод построения эффективных кодов впервые был предложен Шенноном и Фано.

Для двоичного кода метод Шеннона-Фано сводится к следующему:

1) Буквы алфавита располагаются в порядке убывания вероятностей.

2) Алфавит букв разбивается на две группы таким образом, чтобы суммарные вероятности букв обеих групп были по возможности равны. Первой группе присваивается символ 1, второй символ – 0.

3) Каждую из образованных групп вновь делят на две части с приблизительно равными суммарными вероятностями и присваивают им 1 и 0. Таким образом, получают вторые цифры кода.

4) Процесс повторяется до тех пор, пока в каждой подгруппе не останется по одной букве.

Рассмотрим пример построения кода Шеннона-Фано для алфавита из шести символов (таблица 1). Кодовое дерево, соответствующее полученному коду Шеннона-Фано, представлено на рисунке 1.

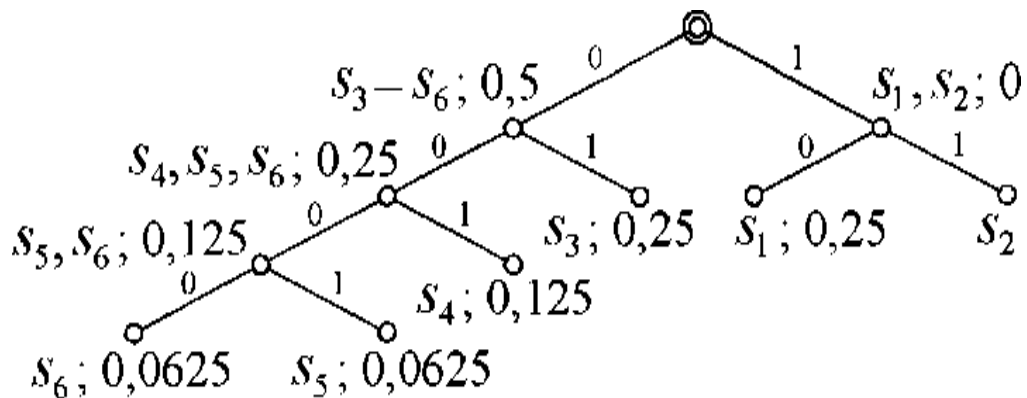


Рисунок 1 – Кодовое дерево для кода Шеннона-Фано

Таблица 1 – Получение эффективного кода по методу Шеннона – Фано

Символы исходного алфавита	P_i, s_i	Разделение символов на группы				Кодовые слова	
		1	2	3	4		
S_1	0,25	} I-1	I-1			11	
S_2	0,25		II-0			10	
S_3	0,25	} II-0	III-1			01	
S_4	0,125		} IV-0		IV-1		001
S_5	0,0625					V-1	0001
S_6	0,0625				- 0	VI-0	0000

Метод Шеннона-Фано не всегда приводит к однозначному построению кода. От указанного недостатка свободен метод Хаффмана.

Для двоичного кода метод Хаффмана сводится к следующему:

1) Буквы алфавита выписываются в столбец в порядке убывания вероятностей.

2) Две последние буквы объединяются в одну вспомогательную букву, которой приписывается суммарная вероятность.

3) Вероятности букв, участвующих в объединении и полученная суммарная вероятность вновь располагаются в порядке убывания вероятностей в дополнительном столбце, а две последние буквы объединяются.

4) Процесс продолжается до тех пор, пока не будет получена единственная вспомогательная буква с суммарной вероятностью, равной 1.

Для получения кодовой комбинации, соответствующей данной букве необходимо проследить путь перехода по строкам и столбцам таблицы.

Рассмотрим пример построения кода Хаффмана для алфавита из восьми символов (таблица 2). Результат показан на рисунке 2 в виде кодового дерева соответствующего коду Хаффмана.

Таблица 2 – Получение эффективного кода по методу Хаффмана

Символы	Вероятности	Вспомогательные столбцы			
		1	2	3	4
s_1	0,4	0,4	0,4	→ 0,6	→ 1
s_2	0,25	0,25	→ 0,35	0,4	
s_3	0,2	0,2	0,25		
s_4	0,1	→ 0,15			
s_5	0,05				

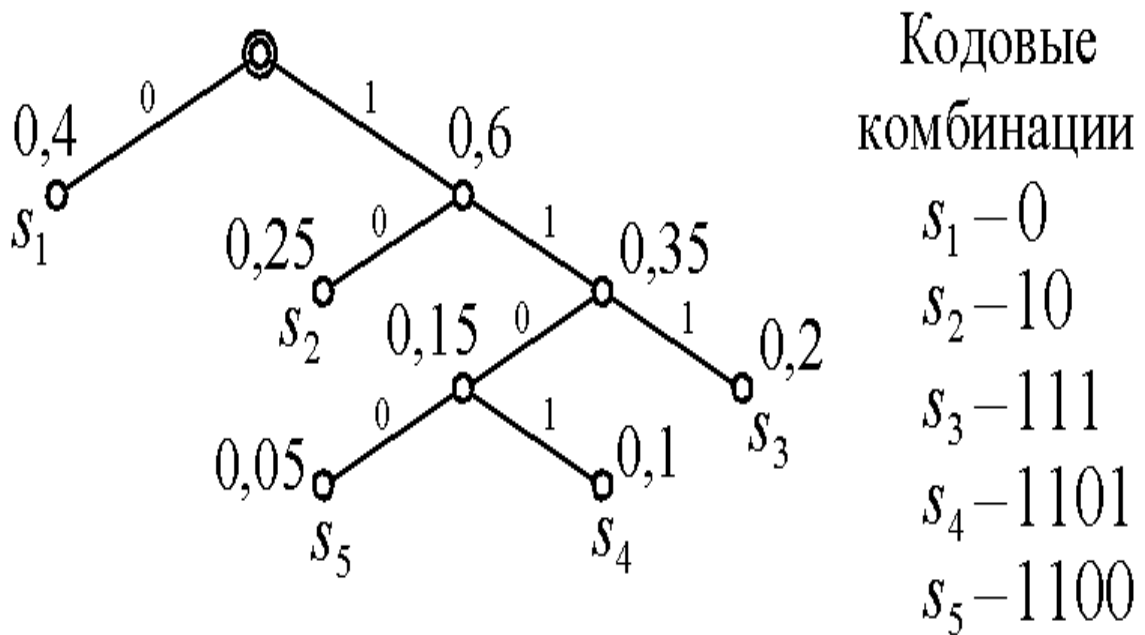


Рисунок 2 – Пример кодового дерева для кода Хаффмана

3 Порядок выполнения работы

Данная лабораторная работа предполагает выполнение следующих этапов:

- 1) Изучить методические указания к лабораторной работе.
- 2) Пройти собеседование с преподавателем и получить задание для выполнения работы.
- 3) На основе заданного первичного алфавита и вероятностей появления символов этого алфавита (табл. 3.3) получить в форме таблицы двоичный код Шеннона-Фано.
- 4) Построить кодовое дерево для полученного кода Шеннона-Фано.
- 5) Определить эффективность кода, полученного по методу Шеннона-Фано.
- 6) Выполнить пункты 3, 4, 5 для метода Хаффмана.
- 7) Сравнить эффективности методов Шеннона-Фано и Хаффмана. Сделать выводы о полученных результатах.
- 8) Оформить и защитить отчет по выполнению лабораторной работы.

4 Варианты заданий

Номер варианта студента определяется как порядковый номер в журнале преподавателя.

Таблица 3 – Вероятности появления символов для различных вариантов

Вар.	Символы алфавита источника сообщений											
	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12
1	0,14	0,06	0,05	0,08	0,13	0,04	0,01	0,09	0,15	0,02	0,11	0,12
2	0,11	0,05	0,09	0,10	0,12	0,03	0,02	0,08	0,15	0,07	0,14	0,04
3	0,13	0,07	0,05	0,06	0,15	0,04	0,11	0,02	0,12	0,16	0,08	0,01
4	0,02	0,11	0,12	0,01	0,09	0,15	0,08	0,13	0,04	0,14	0,06	0,05
5	0,07	0,14	0,04	0,02	0,08	0,15	0,10	0,12	0,03	0,11	0,05	0,09
6	0,16	0,08	0,01	0,11	0,02	0,12	0,06	0,15	0,04	0,13	0,07	0,05
7	0,01	0,09	0,15	0,02	0,11	0,12	0,14	0,06	0,05	0,08	0,13	0,04
8	0,02	0,08	0,15	0,07	0,14	0,04	0,13	0,07	0,05	0,06	0,15	0,04
9	0,11	0,02	0,12	0,16	0,08	0,01	0,07	0,05	0,13	0,06	0,15	0,04
10	0,06	0,05	0,14	0,13	0,04	0,08	0,15	0,01	0,09	0,12	0,02	0,11
11	0,09	0,11	0,05	0,03	0,10	0,12	0,15	0,02	0,08	0,14	0,04	0,07
12	0,05	0,13	0,07	0,15	0,04	0,06	0,02	0,12	0,11	0,04	0,07	0,14
13	0,12	0,02	0,11	0,09	0,15	0,01	0,13	0,04	0,08	0,06	0,05	0,14
14	0,14	0,04	0,07	0,15	0,02	0,08	0,03	0,10	0,12	0,09	0,11	0,05
15	0,04	0,07	0,14	0,02	0,12	0,11	0,15	0,04	0,06	0,05	0,13	0,07
16	0,05	0,07	0,13	0,04	0,15	0,06	0,12	0,02	0,11	0,01	0,08	0,16
17	0,1	0,03	0,05	0,09	0,14	0,04	0,01	0,08	0,16	0,04	0,12	0,14
18	0,12	0,07	0,08	0,11	0,16	0,01	0,04	0,06	0,13	0,09	0,1	0,03
19	0,11	0,08	0,07	0,04	0,14	0,05	0,13	0,02	0,1	0,15	0,09	0,02
20	0,03	0,12	0,14	0,02	0,08	0,15	0,1	0,11	0,03	0,12	0,05	0,05
21	0,08	0,13	0,05	0,01	0,06	0,14	0,11	0,13	0,06	0,1	0,04	0,09
22	0,15	0,09	0,02	0,13	0,02	0,1	0,08	0,16	0,01	0,12	0,06	0,06
23	0,03	0,11	0,16	0,05	0,14	0,15	0,09	0,01	0,04	0,07	0,13	0,02
24	0,06	0,01	0,12	0,09	0,16	0,02	0,11	0,03	0,08	0,05	0,15	0,12

5 Контрольные вопросы

1. В чем заключается сущность эффективного кодирования?
2. Каковы основные задачи эффективного кодирования?
3. Как определяется средняя длина кодового слова?
4. Чему равна нижняя граница эффективного кодирования?

5. Как определяется эффективность кода?
6. В каком случае метод Шеннона-Фано гарантированно обеспечивает получение эффективного кода?
7. С помощью какой операции в методе Хаффмана обеспечивается получение вспомогательных символов?

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра космического приборостроения и систем связи



ИЗУЧЕНИЕ МЕТОДА АРИФМЕТИЧЕСКОГО КОДИРОВАНИЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ СИМВОЛОВ

Методические указания
по выполнению лабораторной работы
для студентов, обучающихся по специальности
10.05.02 «Информационная безопасность
телекоммуникационных систем»
по дисциплине «Теория электросвязи»

Курск 2023

УДК 621.391

Составители: Д.С. Коптев

Рецензент

Доктор технических наук, старший научный сотрудник,
заведующий кафедрой космического приборостроения и систем связи
В. Г. Андронов

Изучение метода арифметического кодирования последовательностей символов: методические указания по выполнению лабораторной работы / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Д.С. Коптев. – Курск, 2023. – 10 с.

Методические указания по выполнению лабораторной работы содержат краткие теоретические сведения о методе арифметического кодирования последовательностей символов, а также варианты заданий и примеры их выполнения.

Методические указания соответствуют учебному плану по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем», а также рабочей программе дисциплины «Теория электросвязи».

Предназначены для студентов, обучающихся по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем» очной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 08.08.2023. Формат 60x841/16.
Усл. печ. л. 0,58. Уч.-изд. л. 0,53. Тираж 100 экз. Заказ 730. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

1 Цель работы

- приобрести умение производить арифметическое кодирование последовательностей символов с целью сжатия информации, а также умение декодировать арифметический код.

2 Основные теоретические сведения

Арифметическое кодирование представляет собой метод сжатия информации, в котором кодируемая последовательность символов представляется в виде дробного числа x , принимающего значения из интервала $0 < x < 1$.

Пусть задан дискретный источник сообщений $[S, p(si)]$ с алфавитом $S = \{s_1, \dots, s_m\}$ и распределением вероятностей $p(si)$. На выходе источника задана последовательность символов $\bar{s} = (s_{i_1}, s_{i_2}, \dots, s_{i_k}, \dots, s_{i_M})$; где i - порядковый номер символа в алфавите; k - порядковый номер символа в последовательности.

Для заданной последовательности s требуется получить кодовое слово: $\bar{x} = (x_{j_1}, x_{j_2}, \dots, x_{j_L})$; где $x_j = 0$ или 1 .

Определим величины, называемые кумулятивными вероятностями символов S :

$$q(s_1) = 0; \quad q(s_2) = p(s_1); \quad \dots \quad q(s_m) = \sum_{i=1}^{m-1} p_i.$$

В рекурсивной форме данные вероятности можно записать следующим образом:

$$q(s_i) = q(s_{i-1}) + p(s_{i-1}).$$

Обозначим через \bar{s}_{jk} последовательность символов, полученную путем присоединения к исходной последовательности \bar{s}_{jk-1} , символа s_i .

Определим величины $F(\bar{s}_{jk})$ и $G(s_u)$, представляющие собой нижнюю границу и длину интервала вероятностей, который соответствует последовательности \bar{s}_{jk} :

$$F(\bar{s}_{jk}) = F(\bar{s}_{jk-1}) + q(s_i) \cdot G(\bar{s}_{jk-1})$$

$$G(\bar{s}_{jk}) = p(s_i) \cdot G(\bar{s}_{jk-1}).$$

При $k=0$ (начальный шаг алгоритма) принимают $F=0$, $G=1$

Длина кодового слова x , обеспечивающая однозначное декодирование последовательности символов определяется по формуле:

$$L = \lceil -\log_2 G(\bar{s}) \rceil + 1;$$

где \bar{s} – округление числа, стоящего в скобках, до целого в большую сторону.

Искомое кодовое слово \bar{x} определяется как L знаков после запятой в двоичной записи числа $F(\bar{s}) + G(\bar{s})/2$, где $F(s)$ и $G(s)$ – границы интервала вероятностей, соответствующие заданной последовательности \bar{s} :

$$\text{Bin} \left[F(\bar{s}) + G(\bar{s})/2 \right] = 0, x_{j_2}, \dots, x_{j_L} \rightarrow \bar{x} = (x_{j_1}, x_{j_2}, \dots, x_{j_L})$$

Таким образом, метод арифметического кодирования заключается в последовательном нахождении величин $q(s_t)$, $F(s_n)$, $G(S_{jk})$, для $i = 2, 3, \dots, m$ и $k = 1, 2, \dots, M$, пока не будут определены значения $F(s)$ и $G(s)$. На основе последних значений $F(s)$ и $G(s)$ и определяется искомое кодовое слово.

Для пояснения метода арифметического кодирования можно прибегнуть к его графической интерпретации. В этом случае интервал $[0, 1)$ вероятностей появления символов рассматривается в виде отрезка длиной 1. При этом символам на данном отрезке будут соответствовать непересекающиеся полуинтервалы длинами, равными вероятностям появления символов (рисунок 1). Кумулятивные вероятности соответствуют началам этих полуинтервалов. Эти точки идентифицируют сообщения источника.

На каждом шаге алгоритма производится пересчет границ всего отрезка, в котором будет расположено число, соответствующее кодовому слову. Число $F(S_j)$ в этом случае является начальной точкой отрезка на шаге k , а число $G(\bar{s}_{ik})$ является длиной данного отрезка.

Декодирование полученного арифметического кода заключается в выполнении следующих действий. На нулевом шаге ($k=0$) принимаем $q(s_{M+1}) = 1$, $F(\bar{s}_{ik}) = 0$, $G(\bar{s}_{ik}) = 1$. Последовательно (от $i = 1$ до M) для символов s_i на каждом шаге производим проверку выполнения условия:

$$F(\bar{s}_{ik}) + q(s_i) - G(\bar{s}_{ik}) < x.$$

Если для символа s_i данное условие не выполняется, то в качестве символа декодируемой последовательности на данном шаге

принимает s_{i-1} . В обратном случае (условие выполняется для всех i) принимает символ s_m .

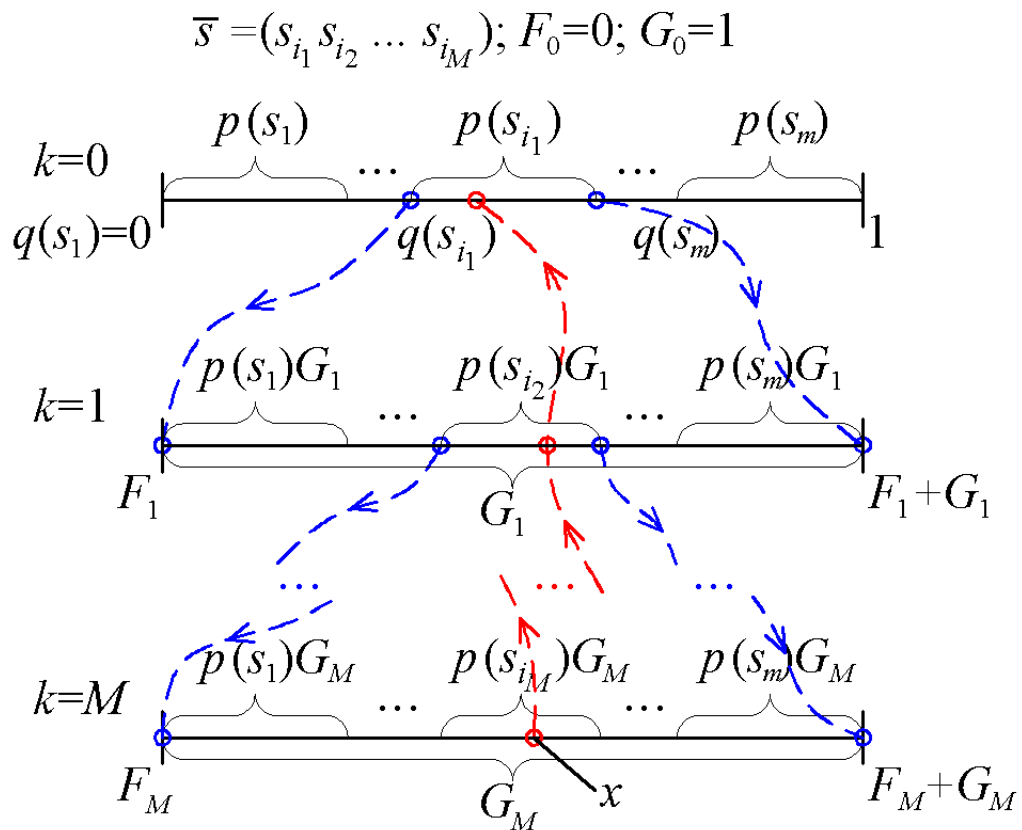


Рисунок 1 - Графическая интерпретация арифметического кодирования

Для найденного символа определяют величины $F(\bar{s}_{ik})$ и $G(\bar{s}_{ik})$ по тем же формулам, что и при кодировании.

Алгоритм продолжают до тех пор, пока не будет найден последний символ ($k = M$) декодируемой последовательности \bar{s} .

3 Порядок выполнения работы

Данная лабораторная работа предполагает выполнение следующих этапов:

- 1) Изучить методические указания к лабораторной работе.
- 2) Пройти собеседование с преподавателем и получить задание для выполнения работы.
- 3) Произвести арифметическое кодирование заданной последовательности символов (таблица 1)

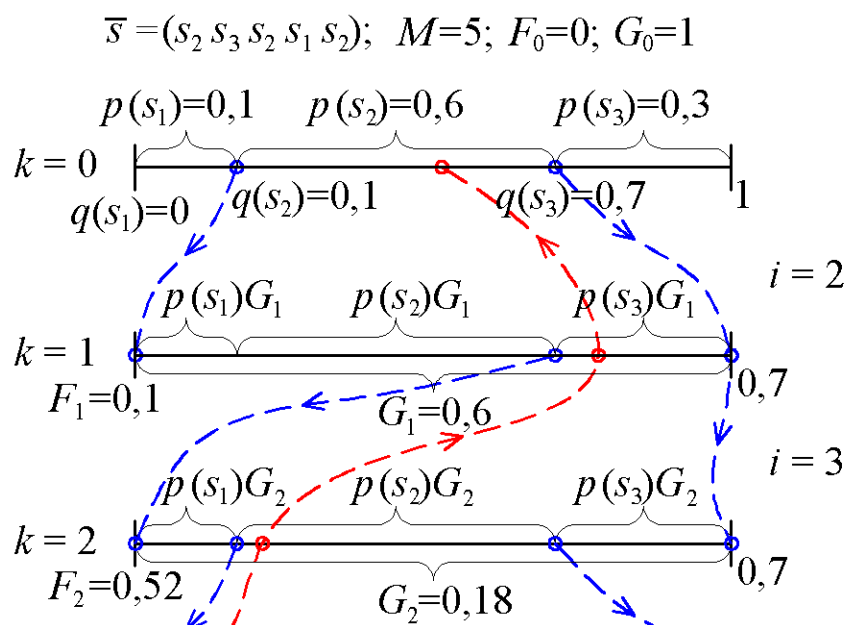
4) Построить графическую интерпретацию арифметического кодирования.

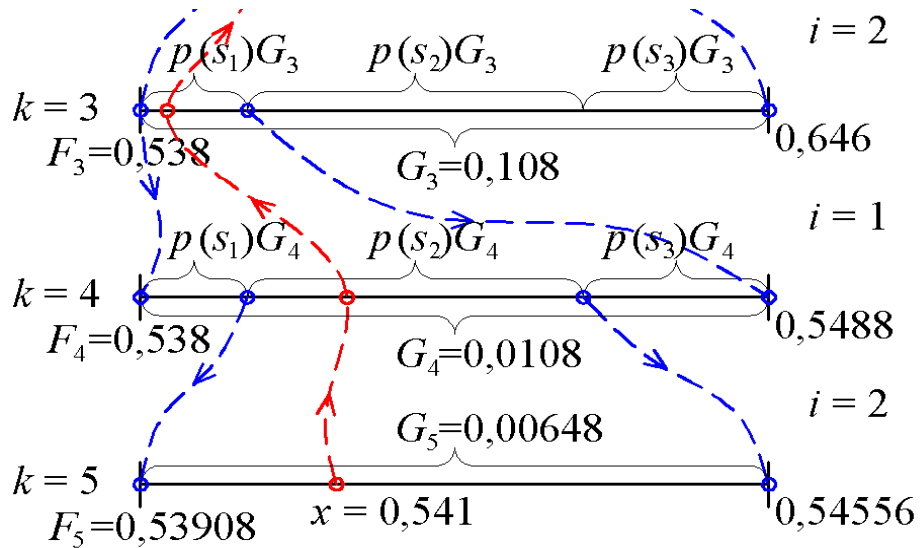
5) Осуществить декодирование полученного арифметического кода.

6) Оформить и защитить отчет по выполнению лабораторной работы.

4 Пример выполнения работы

Пусть задан дискретный источник сообщений с алфавитом $S=\{s_1, s_2, s_3\}$ и распределением вероятностей $p(s_1)=0,1$, $p(s_2)=0,6$, $p(s_3)=0,3$. Произведем арифметическое кодирование последовательности $\bar{s} = (s_2 s_3 s_2 s_1 s_2)$ длиной $M=5$. Процесс арифметического кодирования последовательности s представлен в таблице 1. Графическая интерпретация арифметического кодирования показана на рисунке 2.





$$L=9; \bar{x}=100010101$$

Рисунок 2 – Графическая интерпретация арифметического кодирования последовательности $\bar{s} = (s_2s_3s_2s_1s_2)$

Длина кодового слова будет $L = \lceil -\log_2 0.00648 \rceil + 1 = \lceil 7.2698 \rceil + 1 = 9$, кодовом слове должно быть не меньше 9 знаков.

Таблица 1 – Арифметическое кодирование последовательности

Шаг k ;	S_i	\bar{s}_{ik}	$p(s_i)$	$q(s_i)$	$F(\bar{s}_{ik})$	$G(\bar{s}_{ik})$
0	—	—	—	—	0	1
1	S_2	S_2	0,6	0,1	0,1	0,6
2	S_3	S_2S_3	0,3	0,7	0,52	0,18
3	S_2	$S_2S_3S_2$	0,6	0,1	0,538	0,108
4	S_1	$S_2S_3S_2S_1$	0,1	0	0,538	0,0108
5	S_2	$S_2S_3S_2S_1S_2$	0,6	0,1	0,53908	0,00648

Отсюда кодовое слово запишется следующим образом $x = \text{bin}(0,53908 + 0,00648/2) = \text{bin}(0,54232) = 0,100010101_2$ Процесс декодирования арифметического кода $x = 100010101$ представлен в таблице 2.

Таблица 2 – Декодирование арифметического кода $x = 100010101$

Шаг к	F_k	G_k	Гипоте за S_i	$q(s_i)$	Проверка $F_k + q_i G_k < x$	Решение S_i	$p(s_i)$
0	$x = 100010101 \rightarrow + x = 0.100010101_2 = 0,541_{10}$						
1	0	1	$S \setminus$	0	$0 < x$	S_2	0,6
			S_2	ОД	$0,7 > x$		
			S_3	0,7	$0,7 > x$		
2	0,1	0,6	$S \setminus$	0	$0,16 < x$	S_3	0,3
			S_2	од	$0,52 < x$		
			S_3	0,7	$0,52 < x$		
3	0,52	0,18	$S \setminus$	0	$0,538 < x$	S_2	0,6
			S_2	од	$0,646 > x$		
			S_3	0,7	$0,646 > x$		
4	0,538	0,108	$S \setminus$	0	$0,538 < x$	S_1	ОД
			S_2	од	$0,5488 > x$		
5	0,538	0,0108	S_i	0	$0,538 < x$	S_2	0,6
			S_3	0,7	$0,5450 > x$		

Отсюда последовательность символов, полученная путем декодирования арифметического кода, будет $S_1 S_3 S_2 S_1 S_2$.

4 Варианты заданий

Требуется произвести арифметическое кодирование последовательности символов длиной $M=7$ и декодирование полученного кодового слова. Кодированные последовательности символов и вероятности их появления для каждого варианта задания представлены в таблице 3.

Номер варианта определяется как порядковый номер студента в журнале преподавателя.

Таблица 3 – Кодированная последовательность символов и вероятности их появления

Var.	S	$p(S_i)$	Var.	s	$p(s_i)$
1	$S_2 S_4 S_1 S_2 S_3 S_1 S_4$	$p(s_1) = 0,1$	13	$S_3 S_1 S_2 S_3 S_1 S_3 S_4$	$p(s_1) = 0,3$
2	$S_4 S_2 S_1 S_3 S_2 S_4 S_1$	$p(s_2) = 0,4$	14	$S_1 S_3 S_1 S_2 S_3 S_4 S_3$	$p(s_2) = 0,2$
3	$S_1 S_4 S_3 S_2 S_4 S_1 S_2$	$p(s_3) = 0,2$	15	$S_4 S_3 S_1 S_3 S_1 S_2 S_3$	$p(s_3) = 0,4$
4	$S_4 S_1 S_2 S_3 S_1 S_2 S_4$	$p(s_4) = 0,3$	16	$S_3 S_4 S_3 S_1 S_3 S_2 S_1$	$p(s_4) = 0,1$
5	$S_1 S_3 S_1 S_4 S_3 S_2 S_1$	$P(s_i) = 0,4$	17	$S_2 S_3 S_1 S_2 S_4 S_4 S_2$	$p(s_1) = 0,2$
6	$S_3 S_1 S_4 S_1 S_2 S_1 S_3$	$p(s_2) = 0,1$	18	$S_4 S_2 S_2 S_3 S_1 S_2 S_4$	$p(s_2) = 0,4$

7	$S4S3S1S2S1S3S1$	$p(s_3) = 0,3$	19	$S4S3S2S4S2S2S1$	$p(s_3) = 0,1$
8	$S1S4S2S1S3S1S3$	$P(s_4) = 0,2$	20	$S3S2S4S4S2S1S2$	$P(s_4) = 0,1$
9	$S4S2S4S1S3S4S2$	$P(s_i) = 0,2$	21	$S2S1S3S2S3S3S4$	$p(s_1) = 0,1$
10	$S2S4S1S4S2S4S3$	$p(s_2) = 0,3$	22	$S3S2S2S3S4S3S1$	$p(s_2) = 0,3$
11	$S1S4S2S3S4S2S4$	$P_{iSS} = 0,1$	23	$S1S2S3S3S2S4S3$	$p(s_3) = 0,4$
12	$S4S1S4S2S4S3S2$	$P(s_4) = 0,4$	24	$S3S1S3S4S2S2S3$	$p(s_4) = 0,2$

5 Порядок выполнения работы

Данная лабораторная работа предполагает выполнение следующих этапов:

- 1) Изучить методические указания к лабораторной работе.
- 2) Пройти собеседование с преподавателем и получить задание для выполнения работы.
- 3) На основе заданного первичного алфавита и вероятностей появления символов этого алфавита (табл. 3) получить в форме таблицы двоичный код Шеннона-Фано.
- 4) Построить кодовое дерево для полученного кода Шеннона-Фано.
- 5) Определить эффективность кода, полученного по методу Шеннона-Фано.
- 6) Выполнить пункты 3, 4, 5 для метода Хаффмана.
- 7) Сравнить эффективности методов Шеннона-Фано и Хаффмана. Сделать выводы о полученных результатах.
- 8) Оформить и защитить отчет по выполнению лабораторной работы.

6 Контрольные вопросы

- 1) В какую форму преобразуется последовательность символов в методе арифметического кодирования?
- 2) Что понимают под кумулятивными вероятностями символов?
- 3) Как в методе арифметического кодирования определяются значения величин F_k и G_k ?
- 4) Что представляют собой величины $p(s_i)$, $q(s_i)$, $F_k \cdot G_k$ в графической интерпретации арифметического кодирования?

- 5) Как находят значение числа, соответствующего арифметическому коду?
- 6) В чем заключается декодирование арифметического кода?
- 7) Какова графическая интерпретация декодирования арифметического кода?

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра космического приборостроения и систем связи

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
О.Г. Локтионова
« 8 » 08 2023 г.



ИЗУЧЕНИЕ МЕТОДОВ ПОСТРОЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ БЛОКОВЫХ КОДОВ НА ОСНОВЕ ПОРОЖДАЮЩИХ МАТРИЦ ДЛЯ ОБНАРУЖЕНИЯ И ИСПРАВЛЕНИЯ ОШИБОК В КОДОВЫХ СЛОВАХ

Методические указания
по выполнению лабораторной работы
для студентов, обучающихся по специальности
10.05.02 «Информационная безопасность
телекоммуникационных систем»
по дисциплине «Теория электросвязи»

Курск 2023

УДК 621.391

Составители: Д.С. Коптев

Рецензент

Доктор технических наук, старший научный сотрудник,
заведующий кафедрой космического приборостроения и систем связи
В. Г. Андронов

Изучение методов построения линейных блоковых кодов на основе порождающих матриц для обнаружения и исправления ошибок в кодовых словах: методические указания по выполнению лабораторной работы / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Д.С. Коптев. – Курск, 2023. – 13 с.

Методические указания по выполнению лабораторной работы содержат краткие теоретические сведения о методах построения линейных блоковых кодов, а также варианты заданий и примеры их выполнения.

Методические указания соответствуют учебному плану по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем», а также рабочей программе дисциплины «Теория электросвязи».

Предназначены для студентов, обучающихся по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем» очной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 08.08.2023. Формат 60x84/16.
Усл. печ. л. 0,76. Уч.-изд. л. 0,68. Тираж 100 экз. Заказ 736. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

1 Цель работы

- приобрести умение строить линейные блочные коды на основе порождающих матриц для обнаружения и исправления ошибок в кодовых словах.

2 Основные теоретические сведения

Блочными называют помехоустойчивые коды, в которых процедура кодирования заключается в разбиении входной последовательности информационных символов на блоки, содержащие t символов. Каждому информационному блоку длиной t сопоставляется k проверочных символов. Полученное кодовое слово из $n = t + k$ символов называют кодовым блоком.

Число несовпадающих позиций в двух кодовых словах x и y называется *расстоянием Хэмминга* $d(x, y)$ между этими словами.

Для двоичных кодовых слов расстояние Хэмминга может быть получено как число единиц в сумме в кодовых словах по модулю 2. Правила сложения по модулю 2 определяются следующим образом:

$$0 \oplus 0 = 0; 0 \oplus 1 = 1; 1 \oplus 0 = 1; 1 \oplus 1 = 0.$$

Важной характеристикой корректирующего блочного кода C является *кодвое расстояние*, которое принимается равным наименьшему расстоянию Хэмминга между словами данного кода:

$$d(C) = \min\{d(\bar{x}, \bar{y}) : \bar{x}, \bar{y} \in C, \bar{x} \neq \bar{y}\}.$$

Для блочных кодов справедливы следующие утверждения:

1) Для того чтобы блочный код C позволял обнаруживать все комбинации из t или менее ошибок, необходимо и достаточно, чтобы его кодвое расстояние было равно $d(C) = t + 1$.

2) Для того чтобы блочный код C позволял исправлять все комбинации из t или менее ошибок необходимо и достаточно, чтобы его кодвое расстояние было равно $d(C) = 2t + 1$.

Для практических расчетов при определении числа проверочных символов k в коде с кодовым расстоянием $d = 3$ используют следующие формулы:

если известна длина полного кодового слова n , то:

$$k = \lceil \log_2(n+1) \rceil;$$

если при расчетах удобнее исходить из заданного числа информационных символов t , то:

$$k = \left\lceil \log_2 \left\{ (m+1) + \left\lceil \log_2 (m+1) \right\rceil \right\} \right\rceil;$$

где [...] - округление числа, стоящего в скобках, до целого в большую сторону.

Для блочковых кодов с $d = 4$

$$k \geq 1 + \log_2 (n+1)$$

или

$$k \geq 1 + \left\lceil \log_2 \left\{ (m+1) + \log_2 (m+1) \right\} \right\rceil.$$

Самый большой класс блочковых корректирующих кодов составляют **линейные коды**, у которых значения проверочных символов определяются при проведении линейных операций над информационными символами.

К линейным операциям относятся сложение и умножение на постоянное число. Для двоичных линейных кодов в качестве линейной операции используют сложение по модулю 2.

Кодовые комбинации линейных блочковых кодов называют **кодowymi векторами**. Кодовый вектор, состоящий из одних нулей, называется **нулевым вектором**. Число единиц в двоичном кодовом векторе называется **весом кодового вектора**.

Кодовое расстояние для линейного блочкового кода равно минимальному весу его ненулевых кодовых векторов.

Линейные блочковые коды задают при помощи **порождающих матриц**, размерность которых равна $m \times n$:

$$G_{m,n} = \left[E_m \mid P_{m,k} \right] = \left[\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & \dots & 0 & p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1k} \\ 1 & 0 & \dots & 0 & p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & \dots & 0 & p_{m1} & p_{m2} & \dots & p_{mk} \end{array} \right]$$

где E_m - единичная матрица размера m ; $P_{m,k}$ - матрица-дополнение, состоящая из проверочных символов p_{ij} .

Для кодов с $d = 2$ порождающая матрица имеет следующий вид:

$$G_{m,n} = \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{array} \right]$$

Во всех кодовых векторах, построенных при помощи такой матрицы, будет четное число единиц.

Для кодов с $d > 3$ вид матрицы P зависит от конкретных требований к порождаемому коду. Этими требованиями могут быть либо минимум проверочных символов, либо максимальная простота кодирующей/декодирующей аппаратуры.

Линейные блочные коды называются *совершенными* (плотно упакованными), если они обнаруживают и исправляют максимальное число ошибок при минимальном числе проверочных символов.

Чем больше вес строк матрицы P , тем ближе порождаемый код к совершенному. С другой стороны, число единиц в матрице P определяет число сумматоров по модулю 2 в кодере и декодере канала связи. То есть, чем больше единиц в матрице P , тем сложнее аппаратура.

При построении совершенных кодов с $d > 3$ последовательно используются строки матрицы P с весом $W_p = k, k-1, k-2, \dots, d-1$. Таким образом, вес W_p каждой строки матрицы P должен удовлетворять условию:

$$W_p \geq d - 1$$

При построении кодов с максимально простыми кодерами и декодерами каналов связи в матрице P последовательно выбираются строки весом $W_p = 2, 3, \dots, k$.

Если число комбинаций строк матрицы P , удовлетворяющих условию $W_p \geq d - 1$, больше m , то в первом случае (получение совершенного кода) не используют комбинации с наименьшим весом, а во втором (максимальная простота аппаратуры) - с наибольшим.

Матрицу P следует строить таким образом, чтобы число единиц в столбцах данной матрицы было по возможности одинаковым. От числа единиц в столбце матрицы P зависит число проверок, производимых при исправлении ошибок.

В общем виде формулы для определения значений проверочных символов могут быть записаны следующим образом:

$$p_j = \sum_{i=1}^m p_{ij} x_i; \quad (j = 1, 2, \dots, k);$$

где p_{ij} - элементы матрицы-дополнения P .

Для двоичных кодов значения проверочных символов p_j

находят путем суммирования по модулю 2 тех строк матрицы P , номера которых совпадают с номерами информационных символов, значение которых равно единице.

Для линейного блочного кода C с порождающей матрицей $G_{m,n} = [E_m | P_{m,k}]$ проверочной матрицей будет являться матрица:

$$I'_{k,n} = [P_{m,k}^T | E_k]$$

Число проверок равно числу k проверочных символов кода.

В общем виде систему проверок можно записать следующим образом:

$$p_j \oplus \sum_{i=1}^m p_{ij} a_i = S_j; \quad j = 1, 2, \dots, k.$$

В результате осуществления проверок образуется проверочный вектор $S = [S_1 S_2 \dots S_j \dots S_k]$, называемый *синдромом*. Если все разряды синдрома равны нулю, то принятый кодовый вектор считается безошибочным. Если хотя бы один из разрядов синдрома содержит единицу, то принятый кодовый вектор содержит ошибку.

Исправление одиночной ошибки осуществляется по виду синдрома, так как каждому ошибочному разряду принятого кодового вектора соответствует один единственный синдром. Вид синдрома может быть определен при помощи проверочной матрицы H . Столбцы матрицы H представляют собой синдром для соответствующего ошибочного разряда кодового вектора.

В общем случае для исправления заданного числа ошибок t с помощью линейных блочных кодов используют *стандартные таблицы декодирования*, содержащие все возможные значения принятых из канала векторов z . Данные таблицы организованы таким образом, чтобы мог быть найден ближайший к z переданный кодовый вектор y (таблица 1).

В первой строке таблицы располагаются все кодовые векторы y_i , число которых составляет $N = 2^m$. В первом столбце второй строки размещается вектор ошибки \bar{e}_1 , вес которого равен 1.

Остальные ячейки второй строки заполняются векторами, полученными в результате суммирования по модулю 2 вектора \bar{e}_1 с вектором \bar{y}_i расположенным в соответствующем столбце первой строки. В первом столбце третьей строки записывается вектор \bar{e}_2 , вес которого также равен 1, однако, если вектор \bar{e}_1 содержит единицу в первом разряде, то \bar{e}_2 - во втором. В остальные ячейки третьей

строки записывают суммы \bar{x}_i , и \bar{e}_2 .

Таблица 1 – Стандартная таблица для декодирования линейного блочного кода

\bar{s}_j	\bar{e}_j	\bar{y}_1	\bar{y}_2	...	\bar{y}_N
\bar{s}_1	\bar{e}_1	$\bar{y}_1 + \bar{e}_1$	$\bar{y}_2 + \bar{e}_1$...	$\bar{y}_N + \bar{e}_1$
\bar{s}_2	\bar{e}_2	$\bar{y}_1 + \bar{e}_2$	$\bar{y}_2 + \bar{e}_2$...	$\bar{y}_N + \bar{e}_2$
...			
\bar{s}_K	\bar{e}_K	$\bar{y}_1 + \bar{e}_K$	$\bar{y}_2 + \bar{e}_K$...	$\bar{y}_N + \bar{e}_K$

Аналогично поступают до тех пор, пока не будут просуммированы с векторами \bar{y}_i все векторы \bar{e}_j весом 1, с единицами в каждом из n разрядов. Затем суммируются по модулю 2 векторы \bar{e}_j весом 2, с последовательным перекрытием всех возможных разрядов. Вес вектора \bar{e}_j определяет число исправляемых ошибок. Число векторов \bar{e}_j определяется возможным числом неповторяющихся синдромов и равно $K = 2^k - 1$ (нулевая комбинация говорит об отсутствии ошибки). Условие неповторяемости синдрома позволяет по его виду определять соответствующий ему вектор \bar{e}_j .

По виду синдрома \bar{s}_j принятый кодовый вектор может быть отнесен к определенной строке таблицы соответствия (смежному классу). Принятый кодовый вектор сравнивается с векторами, записанными в данную строку и в случае совпадения в каком-либо из столбцов выбирается вектор (истинный), расположенный в первой строке данного столбца.

Векторы ошибок \bar{e}_j не должны быть равны ни одному из кодовых векторов.

3 Порядок выполнения работы

Данная лабораторная работа предполагает выполнение следующих этапов:

- 1) Изучить методические указания к лабораторной работе.
- 2) Пройти собеседование с преподавателем и получить задание для выполнения работы.

- 3) Построить производящую матрицу G для линейного блочного кода, способного исправлять одиночную ошибку.
- 4) Для заданных последовательностей информационных символов получить кодовые векторы линейного блочного кода.
- 5) На основе матрицы-дополнения P к порождающей матрице G получить систему проверок для нахождения синдрома.
- 6) Построить проверочную матрицу линейного блочного кода.
- 7) Показать процесс исправления одиночной ошибки в произвольном разряде полученных кодовых векторов на основе синдрома и проверочной матрицы.
- 8) Построить стандартную таблицу декодирования линейного блочного кода, позволяющую исправить максимально возможное число двойных ошибок.
- 9) Показать процесс исправления двойной ошибки в произвольном разряде одного из кодовых векторов.
- 10) Оформить и защитить отчет по выполнению лабораторной работы.

4 Пример выполнения работы

Пусть требуется построить порождающую матрицу для линейного блочного кода, способного исправлять одиночную ошибку при передаче информационных векторов из 7 символов (например, 0100111, 1101100, 1011010).

Получим порождающую матрицу в приведенной форме:

$$G_{m,n} = [E_m | P_{m,k}].$$

Поскольку число исправляемых ошибок $t = 1$, то кодовое расстояние для линейного блочного кода будет $d = 2t + 1$; $d = 2 * 1 + 1 = 3$.

Так как длина информационных векторов $m = 7$, то число строк порождающей матрицы линейного блочного кода должно быть равно 7. Число столбцов порождающей матрицы равно длине кодовых векторов

$$n = m + k;$$

где k - число проверочных символов, которое при $d = 3$ может быть найдено по формуле:

$$k = \left\lceil \log_2 \left\{ (m+1) + \left\lceil \log_2 (m+1) \right\rceil \right\} \right\rceil$$

$$k = \left\lceil \log_2 \left\{ (7+1) + \left\lceil \log_2 (7+1) \right\rceil \right\} \right\rceil = \left\lceil \log_2 (8+3) \right\rceil = 4$$

Отсюда получим $n = 7 + 4 = 11$.

Таким образом, искомый линейный блочный код является $(11,7,3)$ – кодом.

Поскольку вес каждой строки матрицы-дополнения P должен быть $W_p > d - 1$, то в качестве строк матрицы P примем четырехзначные двоичные комбинации с числом единиц $W_p > 2$. Комбинации выберем так, чтобы число единиц в столбцах матрицы P было одинаковым. Заданным требованиям удовлетворяет следующий набор: 1111, 1110, 1101, 1011, 0111, 0110, 1001. Окончательный вид порождающей матрицы будет:

$$G_{7,11} = \left[\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \left\| \begin{array}{ccccc} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right. \right]$$

Получим для заданных информационных векторов 0100111, 1101100, 1011010 кодовые вектора линейного $(11,7,3)$ -кода. Для этого найдем значения проверочных символов для каждого информационного вектора путем суммирования по модулю 2 тех строк матрицы P , номера которых совпадают с номерами разрядов, содержащих единицы в информационных векторах:

1) <u>0100111</u> :	2) <u>1101100</u> :	3) <u>1011010</u> :
1110	1111	1111
\oplus 0111	\oplus 1110	\oplus 1101
0110	1011	1011
<u>1001</u>	<u>0111</u>	<u>0110</u>
0110	1101	1111

Отсюда искомые кодовые векторы будут: $\bar{x}_1 = 01001110110$; $\bar{x}_2 = 11011001101$; $\bar{x}_3 = 10110101111$.

Запишем систему проверок для найденной матрицы P :

$$p_j \oplus \sum_{i=1}^m p_{ij} x_i = S_j; (j=1, 2, \dots, k).$$

Система проверок будет иметь следующий вид:

$$\begin{cases} p_1 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_4 \oplus x_7 = S_1, \\ p_2 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_5 \oplus x_6 = S_2, \\ p_3 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_4 \oplus x_5 \oplus x_6 = S_3, \\ p_4 \oplus x_1 \oplus x_3 \oplus x_4 \oplus x_5 \oplus x_7 = S_4. \end{cases}$$

Для того чтобы знать, какая комбинация синдрома S будет соответствовать ошибке в определенном разряде принятого кодового вектора, построим проверочную матрицу линейного блокового кода:

$$I'_{k,n} = [P^T | E_k]$$

Транспонированная матрица-дополнение P будет выглядеть следующим образом:

$$P_{7;4}^T = \begin{bmatrix} 1111011 \\ 1110110 \\ 1101100 \\ 1011101 \end{bmatrix}$$

Отсюда проверочная матрица линейного блокового кода будет

$$H_{4;11} = \begin{array}{cccccccc|cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 & P_1 & P_2 & P_3 & P_4 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

Предположим, что в переданных кодовых векторах изошли следующие ошибки (выделены полужирным шрифтом): $x_1 = 01001010110$; $x_2 = 11111001101$; $x_3 = 10110101101$.

Найдем согласно полученной системе проверок для каждого переданного кодового вектора синдром $S = [S_1 S_2 \dots S_k]$:

1). Для кодового вектора X_1 :

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	P_1	P_2	P_3	P_4
0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0

$$\begin{cases} 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 0, \\ 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1, \\ 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1, \\ 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0. \end{cases}$$

Синдром 0110 показывает, что значение символа x_6 следует заменить на противоположное.

2). Для кодового вектора X_2 :

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	P_1	P_2	P_3	P_4
1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1

$$\begin{cases} 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1, \\ 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1, \\ 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0, \\ 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1. \end{cases}$$

Синдром 0110 показывает, что ошибка произошла в символе X_3 .

1) Для кодового вектора X_3 :

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	P_1	P_2	P_3	P_4
1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1

$$\begin{cases} 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 0, \\ 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0, \\ 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1, \\ 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 0. \end{cases}$$

Синдром 0010 показывает, что значение символа p_3 является ошибочным.

5 Варианты заданий

Номер варианта определяется как порядковый номер студента в журнале преподавателя

Таблица 2 – Варианты заданий для построения линейных блоковых кодов

Вариант	Информационные векторы		
1	10111010	11010101	10101011
2	00010100	00001101	00100010
3	10010100	00110001	10011101
4	00011110	01100000	00100010
5	11100011	00011111	10011101
6	01001010	00110010	01000100
7	10001011	00001101	11010001
8	00010101	10001110	01111001
9	11011110	10110001	10100001
10	01000010	10011110	01011101
11	11000011	11000001	10011101
12	00011010	11010100	00101010
13	10000111	11000110	10010001
14	00001110	10011100	00010011
15	10011100	00110101	11011101
16	00101100	00101000	11000100
17	00010111	11101110	00010001
18	10110100	01011001	11000100
19	00010011	10000110	11100011
20	00101110	00100100	01101000
21	10101101	11010000	01100011
22	10000110	00100100	00011000
23	00000101	11100100	01111011
24	00000110	00100110	01010101

6 Контрольные вопросы

- 1) Какие помехоустойчивые коды называют блоковыми?
- 2) Что такое расстояние Хэмминга?
- 3) Что называют кодовым расстоянием?
- 4) Какие коды называют линейными блоковыми?

5) Как определяется кодовое расстояние для линейного блочного кода?

6) Как с помощью порождающей матрицы линейного блочного кода осуществляется кодирование информационных слов?

7) Что такое совершенные коды?

8) Какими соображениями руководствуются при построении матрицы-дополнения для порождающей матрицы линейного блочного кода?

9) Как с помощью проверочной матрицы линейного блочного кода можно определить принадлежность кодового вектора данному коду?

10) Что понимают под синдромом при декодировании линейных блочных кодов?

11) Каким образом строится стандартная таблица декодирования линейного блочного кода

УДК 621.391

Составители: Д.С. Коптев

Рецензент

Доктор технических наук, старший научный сотрудник,
заведующий кафедрой космического приборостроения и систем связи

В. Г. Андронов

Практическое изучение кода Хэмминга: методические указания по выполнению лабораторной работы / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Д.С. Коптев. – Курск, 2023. – 8 с.

Методические указания по выполнению лабораторной работы содержат краткие теоретические сведения о методах построения кода Хэмминга для обнаружения и исправления одиночных ошибок в кодовых словах, а также варианты заданий и примеры их выполнения.

Методические указания соответствуют учебному плану по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем», а также рабочей программе дисциплины «Теория электросвязи».

Предназначены для студентов, обучающихся по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем» очной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 08.08.2023. Формат 60x84/16.
Усл. печ. л. 0,47. Уч.-изд. л. 0,42. Тираж 100 экз. Заказ 735. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

1 Цель работы

- приобрести умение строить код Хэмминга для обнаружения и исправления одиночных ошибок в кодовых словах.

2 Основные теоретические сведения

Систематические коды представляют собой блочные корректирующие коды, в которых информационные и проверочные символы расположены по строго определенной системе и всегда занимают строго определенные места в кодовых словах.

Наиболее известными систематическими кодами, получившими широкое практическое применение, являются коды **Хэмминга**.

Двоичный код Хэмминга строится следующим образом:

1) Определяется число k проверочных символов из условия: $2^k > m + k + 1$; где m - число информационных символов.

2) Выбираются места расположения проверочных символов из условия, чтобы проверочные символы участвовали только в одной операции подсчета четности с целью упрощения процесса кодирования. Такими местами являются символы с номерами, являющиеся целыми степенями числа 2, т. е. 1, 2, 4, 8, 16 и т. д. Символы в кодовых словах Хэмминга нумеруются слева направо.

3) Определяются значения символов слова, называемого **синдромом**:

$$S_k S_{k-h} \dots S_2 S_h$$

из уравнений

$$S_1 = x_1 \oplus x_2 \oplus x_4 \oplus x_7 \oplus \dots = 0,$$

т.е. складываются по модулю 2 значения тех символов, двоичное представление номеров которых содержат 1 в последнем разряде:

$$S_2 = x_2 \oplus x_3 \oplus x_6 \oplus x_7 \oplus \dots = 0,$$

т.е. складываются значения тех символов, двоичное представление номеров которых содержат 1 в предпоследнем разряде.

Аналогично получают выражения для нахождения значений S_3, S_4, \dots, S_k .

Так:

$$S_3 = x_4 \oplus x_5 \oplus x_6 \oplus x_7 \oplus \dots = 0;$$

$$S_4 = x_8 \oplus x_9 \oplus x_{10} \oplus x_{11} \oplus \dots = 0;$$

где $x_1, x_2, x_3, x_4, \dots$ - значения символов с номерами 1, 2, 3, 4,...

Местоположение ошибки, то есть определение символа с ошибкой осуществляется по значению синдрома. Если синдром состоит одних нулей, т. е.

$$S_k S_{k-1} \dots S_2 S_1 = 00 \dots 00,$$

то ошибка отсутствует. Если в синдроме есть символы, отличные от 0, то это говорит о наличии ошибки. Например, если $S_4 S_5 S_2 S_1 = 1000$, то это означает, что ошибка содержится в восьмом символе, так как $8_{10} = 1000_2$.

Другими словами, синдром в коде Хэмминга определяет номер символа с ошибкой. Исправление ошибки осуществляется заменой 0 на 1 либо наоборот 1 на 0.

Для исправления одиночной и обнаружения двойной ошибки, кроме проверок по синдрому, следует проводить еще одну проверку на четность для каждого кодового слова Хэмминга. Чтобы осуществить такую проверку, следует в конце каждого кодового слова добавить проверочный символ таким образом, чтобы сумма единиц в полученном слове всегда была четной. Тогда в случае одной ошибки проверка по синдрому укажет номер ошибочного символа, а проверка на четность укажет наличие ошибки. Если проверка по синдрому укажет на наличие ошибки, а проверка на четность не фиксирует ошибку, то в кодовом слове присутствуют две ошибки.

3 Порядок выполнения работы

Данная лабораторная работа предполагает выполнение следующих этапов:

- 1) Изучить методические указания к лабораторной работе.
- 2) Пройти собеседование с преподавателем и получить задание для выполнения работы.
- 3) Для заданных кодовых слов построить кодовые слова Хэмминга.
- 4) Осуществить проверку работоспособности кода путем изменения значения одного из символов в любом кодовом слове Хэмминга.

5) Оформить и защитить отчет по выполнению лабораторной работы.

4 Пример выполнения работы

Пусть требуется получить кодовое слово Хэмминга для двоичного кодового слова $\bar{x} = 011111$.

Рассматриваемое кодовое слово содержит шесть информационных символов, то есть $m = 6$. Число проверочных символов определяется из условия $2^k > m + k + 1$. При этом минимальное число проверочных символов k , при котором выполняется данное условие, будет $k = 4$, так как $2^4 = 16 > 6 + 4 + 1 = 11$.

Следовательно, кодовое слово Хэмминга для слова $x = 011111$ будет содержать 10 символов, то есть $n = 10$. При этом проверочными символами будут 1, 2, 4, 8, а информационными символами соответственно будут 3, 5, 6, 7, 9, 10.

Прономеруем и запишем значения информационных символов.

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}
k_1	k_2	m_1	k_3	m_2	m_3	m_4	k_4	m_5	m_6
		0		1	1	1		1	1

Определим значения проверочных символов. Значение символа $k_1 = x_1$ определяется из условия:

$$S_1 = x_1 \oplus x_3 \oplus x_5 \oplus x_7 \oplus x_9 = 0;$$

$$S_1 = x_1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = x_1 \oplus 1 = 0.$$

Отсюда $k_1 = x_1 = 1$.

Значения символа $k_2 = x_2$ определяется из условия:

$$S_2 = x_2 \oplus x_3 \oplus x_6 \oplus x_7 \oplus x_{10} = 0;$$

$$S_2 = x_2 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = x_2 \oplus 1 = 0.$$

Отсюда $k_2 = x_2 = 1$.

Значения символа $k_3 = x_4$ определяется из условия:

$$S_3 = x_4 \oplus x_5 \oplus x_6 \oplus x_7 = 0;$$

$$S_3 = x_4 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = x_4 \oplus 1 = 0.$$

Отсюда $k_3 = x_4 = 1$.

Значение символа $k_4 = x_8$ определяется из условия:

$$S_4 = x_8 \oplus x_9 \oplus x_{10} = 0;$$

$$S_4 = x_8 \oplus 1 \oplus 1 = x_8 = 0.$$

Отсюда $k_4 = x_8 = 0$.

В итоге кодовое слово Хэмминга для кодового слова $\bar{x} = 011111$ будет иметь вид $\bar{x}_H = 1101111011$.

Проверим работу кода Хэмминга, заменив в полученном кодовом слове значение одного из символов, то есть введем одиночную ошибку в кодовое слово Хэмминга. Например, заменим значение пятого символа слова с 1 на 0, то есть вместо $x_H = 1101111011$ примем $x_H = 1101011011$.

Определим значения символов синдрома S_1, S_2, S_3, S_4 . Для этого пронумеруем символы кодового слова Хэмминга:

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}
1	1	0	1	0	1	1	0	1	1

Отсюда значения символов синдрома будут:

$$S_1 = x_1 \oplus x_3 \oplus x_5 \oplus x_7 \oplus x_9 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 1;$$

$$S_2 = x_2 \oplus x_3 \oplus x_5 \oplus x_7 \oplus x_{10} = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 0;$$

$$S_3 = x_2 \oplus x_3 \oplus x_6 \oplus x_7 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 1;$$

$$S_4 = x_8 \oplus x_9 \oplus x_{10} = 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0.$$

Таким образом, синдром имеет следующий вид:

$$S_4 S_3 S_2 S_1 = 0101.$$

Поскольку $0101_2 = 5_{10}$, то ошибка содержится в пятом символе, что и требовалось проверить.

5 Варианты заданий

Пусть требуется получить кодовые векторы Хэмминга для кодовых слов, приведенных в таблице 1. Номер варианта определяется как порядковый номер студента в журнале преподавателя.

Таблица 1 – Варианты заданий для получения кодовых слов Хэмминга

Вариант	Передаваемые кодовые слова		
1	0111010	1101010	0101011
2	0001010	0001101	0010001

3	0010100	0011000	0011101
4	0011110	0110000	0100010
5	1100011	0001111	0011101
6	1001010	0011001	0100010
7	0001011	0000110	1010001
8	0010101	1000111	1111001
9	1011110	1011000	0100001
10	1000010	1001111	1011101
11	1000011	1100000	0011101
12	0011010	1101010	0101010
13	0000111	1000110	1001000
14	0001110	1001110	0010011
15	0011100	0011010	1011101
16	0010110	0101000	1100010
17	0001011	1101110	0001000
18	1011010	1011001	1100010
19	0001001	0000110	1110001
20	0010111	0100000	1101000
21	1010110	1010000	0110001
22	1000011	0100100	0001000
23	0000010	1100100	0111101
24	0000011	0100110	1010101

6 Контрольные вопросы

1. Какие коды называют систематическими?
2. Сколько ошибок способен обнаруживать и исправлять код Хэмминга?
3. По какому правилу определяют число проверочных символов в коде Хэмминга?
4. В каких местах располагаются проверочные символы в кодовых словах Хэмминга?
5. По какому правилу строятся уравнения для нахождения проверочных символов в коде Хэмминга?
6. Какую информацию при декодировании кода Хэмминга дает синдром?

7. Каким образом обеспечивается обнаружение двойных ошибок в кодовых словах Хэмминга?