

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра программной инженерии

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
О.Г. Локтионова
«06» марта 2015 г.



СИНТЕЗ СИНХРОННОГО АВТОМАТА МУРА

Методические указания по выполнению лабораторной работы по
дисциплине «Теория автоматов и формальных языков» для
студентов направления подготовки 231000.62

Курск 2015

УДК 681.3

Составитель: А.В. Малышев

Рецензент

Кандидат технических наук, начальник отдела информатизации ГУ
КРО ФСС РФ *А.Ф. Рубанов*

Синтез синхронного автомата Мура : методические указания по выполнению лабораторной работы по дисциплине «Теория автоматов и формальных языков» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост. А.В. Малышев. Курск, 2015. 19 с.: ил. 12. Библиогр.: с. 19

Содержат сведения, касающиеся синтеза конечного синхронного автомата Мура по заданной кодированной граф-схеме алгоритма. Приведен подробный пример структурного синтеза инициального автомата Мура: как для *D*-, так и для *JK*-триггеров.

Предназначены для студентов направления подготовки 231000.62.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать . Формат 60х84 1/16
Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 100 экз. Заказ. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ.

Целью настоящей работы является изучение синтеза конечного синхронного автомата Мура на D - и JK -триггерах, заданного кодированной граф-схемой алгоритма.

2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ.

Дискретными автоматами называют устройства для преобразования дискретной информации. Отличительной особенностью такого автомата является дискретное множество внутренних состояний и скачкообразность перехода из одного состояния в другое. В реальных автоматах множество внутренних состояний всегда конечно, поэтому дискретные автоматы часто называют конечными автоматами или просто автоматами.

В абстрактной теории автоматов обычно абстрагируются от конечной длительности переходных процессов реально существующих автоматов и рассматривают переход автоматов из одного состояния в другое как мгновенный, причем без каких-либо промежуточных состояний [1]. При описании функционирования автоматов широко используется понятие абстрактного автоматного (дискретного) времени, принимающего целые неотрицательные значения: $t = 0, 1, 2, \dots, n, \dots$. Каждому моменту дискретного времени ставится в соответствие то или иное состояние автомата, для которых важны лишь факты переключений, а не конкретные значения интервалов времени между ними. Чаще всего моменты изменения состояний автомата определяются специальным устройством - генератором импульсов синхронизации.

Математической моделью реальных технических автоматов является абстрактный автомат. Абстрактный автомат представляется «чёрным ящиком» с одним входом X , одним выходом Y и множеством внутренних состояний A (рис.1).

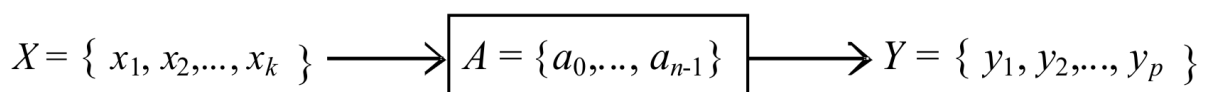


Рис.1. Абстрактный автомат

Он задаётся кортежем из шести элементов:

- входным алфавитом $X = \{x_1, x_2, \dots, x_k\}$;
- выходным алфавитом $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_p\}$;
- множеством состояний автомата $A = \{a_0, a_1, \dots, a_{n-1}\}$;
- начальным состоянием автомата $a_0 \in A$;
- функцией $\delta(a(t), x(t))$ перехода автомата из одного состояния в другое;
- функцией $\lambda(a(t), x(t))$ выходов автомата.

В начальный дискретный момент времени t_0 автомат находится в состоянии a_0 . В момент времени t абстрактный автомат способен принять входной сигнал $x(t)$ и выдать выходной сигнал $y(t)$. Абстрактный автомат можно рассматривать как устройство, отображающее множество слов входного алфавита X в множество слов выходного алфавита Y .

Закон функционирования абстрактного автомата может быть задан совокупностью уравнений:

$$\begin{aligned} a(t+1) &= \delta(a(t), x(t)), \\ y(t) &= \lambda(a(t), x(t)), \quad t = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \tag{1}$$

Произвольные автоматы, описываемые выражениями (1), называют автоматами Мили. Частным же случаем автомата Мили является автомат Мура, в функции выходов которого отсутствует непосредственная зависимость от входного сигнала $x(t)$:

$$\begin{aligned} a(t+1) &= \delta(a(t), x(t)), \\ y(t) &= \lambda(a(t)), \quad t = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \tag{2}$$

Возможно преобразование автомата Мили в автомат Мура и наоборот, но в общем случае автомат Мура имеет большее число состояний, чем автомат Мили.

Выходные сигналы $y(t)$ автомата Мура (2) зависят, но в неявном виде, от входных сигналов, поступивших на вход автомата в предшествующие дискретные моменты времени $t=0,1,2$. Поведение автомата определяется не только моментом времени t ,

но и начальным состоянием a_0 автомата в момент $t=0$. Состояние $a(0)$ и выходной сигнал $x(0)$ определяют, в соответствии с (2), состояние $a(1)$ - в дискретный момент времени $t=1$. По $a(1)$ и $x(1)$ можно найти состояние автомата $a(2)$ и выходной сигнал $y(1)$ и так далее.

Автоматы могут быть инициальными и неинициальными. В инициальных автоматах начальное состояние фиксировано, т.е. они всегда начинают работать из одного и того же начального состояния a_0 . Неинициальные автоматы могут начинать работу из любого состояния. В данной лабораторной работе изучается синтез инициального автомата Мура, начальное состояние которого обозначено через a_0 .

Реальные автоматы обычно имеют, в отличие от абстрактного автомата, несколько входов и несколько выходов. Число входов и выходов зависит от способа кодирования сигналов. Часто удобно для каждого входного и выходного сигнала иметь отдельный вход и отдельный выход, соответственно.

3. ЭТАПЫ СИНТЕЗА АВТОМАТА МУРА.

Синтез конечных автоматов принято разделять на два этапа:

- этап абстрактного синтеза;
- этап структурного синтеза.

Абстрактный синтез автомата выполняется в тех случаях, когда алгоритм работы задан в описательной форме и возникают большие трудности при составлении таблиц зависимости выходных сигналов и переходов автомата от его входных сигналов [2]. В инженерной практике довольно часто этап абстрактного синтеза удаётся опустить и сразу перейти к этапу структурного синтеза.

Структурный синтез конечного автомата позволяет разрабатывать цифровое устройство с заданным законом функционирования на основе элементов памяти и логических элементов. Канонический метод структурного синтеза автоматов основан на представлении конечного автомата в виде совокупности запоминающей и комбинационной частей (рис. 2).

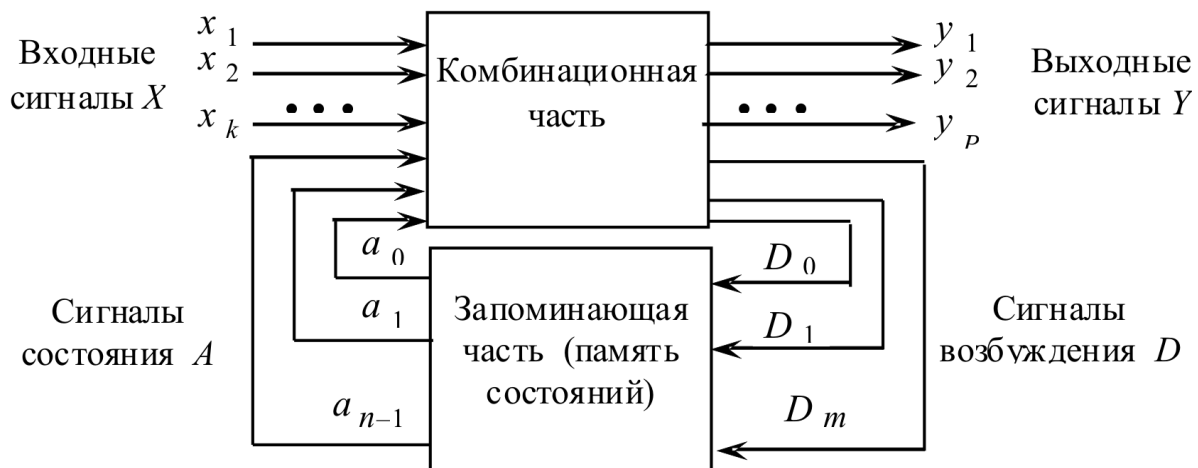


Рис.2. Обобщённая схема конечного автомата

На комбинационную часть автомата подаются входные сигналы x_1, x_2, \dots, x_k , а также сигналы состояния a_0, a_1, \dots, a_{n-1} с выходов запоминающей части. Выходные сигналы y_1, y_2, \dots, y_p снимаются с комбинационной части автомата. В некоторых случаях в качестве выходных сигналов используются и сигналы состояния a_0, a_1, \dots, a_{n-1} запоминающей части автомата. Комбинационная часть автомата вырабатывает кроме внешних выходных сигналов ещё и сигналы возбуждения D_1, D_2, \dots, D_m , используемые для изменения состояний элементов памяти запоминающей части. Представление автомата в виде комбинационной и запоминающей частей позволяет задачу синтеза автомата свести к задаче синтеза комбинационной части схемы.

При структурном синтезе автомата прежде всего выбирается какая-либо функционально полная система элементов, в состав которой должны входить:

- любая функционально полная система логических элементов для синтеза комбинационной схемы автомата;
- запоминающие элементы, обладающие полной системой переходов и выходов, для памяти автомата.

Система логических элементов называется функционально полной, если на её основе может быть построена комбинационная схема любой сложности.

В запоминающей части автомата в большинстве практических случаев используются простые автоматы, которые называют элементарными. Элементарный автомат обычно представляет собой

элементарный автомат Мура с двумя внутренними состояниями. Этим состояниям соответствуют два различных выходных сигнала, поэтому элементарный автомат Мура обладает полной системой выходов. Другими словами, выходные сигналы элементарного автомата Мура позволяют однозначно различать все внутренние состояния автомата. Кроме полной системы выходов, элементарный автомат должен обладать еще и полной системой переходов. Автомат имеет полную систему переходов, если для каждой пары его внутренних состояний a_i и a_j найдётся хотя бы один входной сигнал (или комбинация входных сигналов), переводящий автомат из состояния a_i в состояние a_j как при $i \neq j$, так и при $i = j$. Полные системы переходов и выходов имеют, в частности, триггеры D - и JK -типов.

После выбора полной системы элементов производится кодирование состояний и выходных сигналов заданного автомата и составляются кодированные таблицы переходов и выходов [3]. Нередко способ кодирования задаётся заранее. Затем по таблицам переходов и выходов синтезируемого автомата, а также по таблицам переходов элементарных автоматов находят математические выражения для сигналов возбуждения элементарных автоматов и выходных сигналов.

4. РЕЖИМЫ РАБОТЫ D-ТРИГГЕРОВ.

D -триггер имеет асинхронный инверсный вход R установки его в 0, асинхронный инверсный вход S установки в 1, синхронный информационный вход D , синхронизирующий (управляющий) вход C , а также прямой выход Q и инверсный выход \bar{Q} (рис. 3).

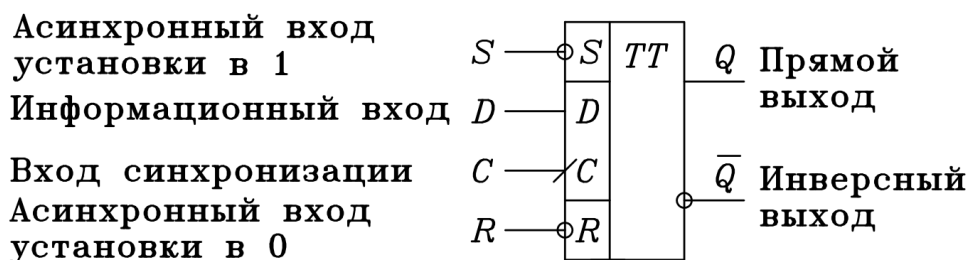


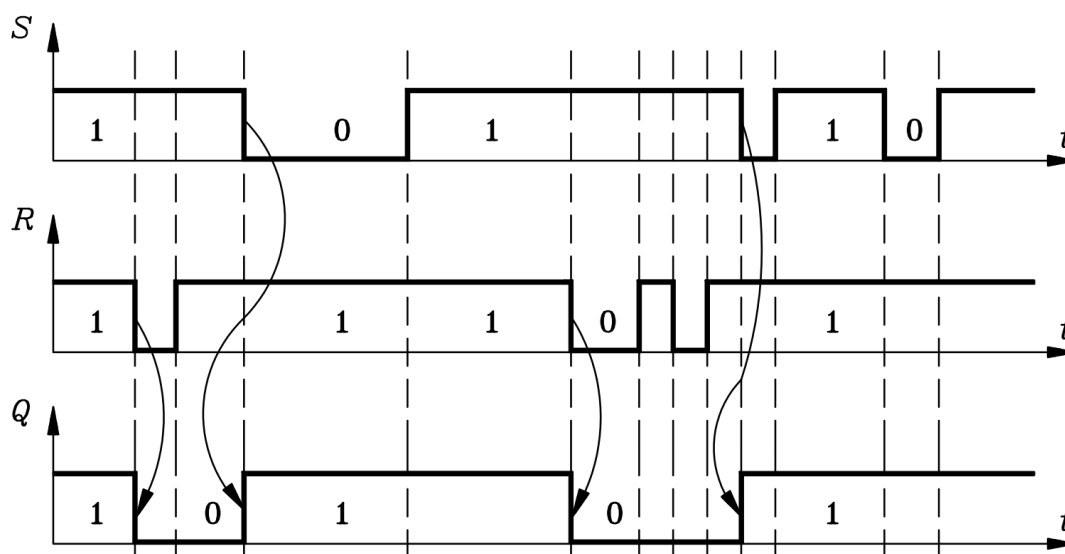
Рис. 3. D -триггер

Рассматриваемый D -триггер может работать в асинхронном и синхронном режимах. Работу D -триггера в асинхронном режиме опишем табл. 1 и рис. 4. По входам S и R триггер управляется инверсными сигналами, т.е. активные сигналы имеют уровень логического 0, а пассивные - уровень логической 1. При $S=R=1$ триггер находится в режиме хранения, причём данное условие является обязательным и для синхронного режима работы. Перевести триггер в состояние 0 можно кратковременной подачей на вход R сигнала логического 0, на входе же S при этом должен быть сигнал логической 1. Аналогичным образом легко записать в триггер 1: на R -входе надо сохранить логическую 1, а на S -вход кратковременно подать логический 0.

Таблица 1

Асинхронный режим работы D -триггера

$S(t)$	$R(t)$	$Q(t)$	$Q(t+1)$	Комментарий
0	0	0	Не	Запрещённый набор аргументов S и R
0	0	1	определено	
0	1	0	1	Установка в 1
0	1	1	1	
1	0	0	0	Сброс в 0
1	0	1	0	
1	1	0	0	Режим хранения, синхронный режим работы
1	1	1	1	

Рис. 4. Временные диаграммы D -триггера в асинхронном режиме

Одновременная подача нулей на S - и R - входы триггера не рекомендуется, так как триггер перестанет нормально работать: на его прямом и инверсном выходах оба сигнала станут равными 1. Комбинация $S=0, R=0$ считается поэтому запрещённой.

При $S=0$ и $R=1$ триггер находится в состоянии 1 и на сигналы D и C синхронного управления не реагирует. Аналогичным образом, при $S=1$ и $R=0$ состояние триггера $Q=0$ и не зависит от изменения сигналов на входах D и C .

Синхронный режим работы D -триггера в конечных автоматах является основным. Выходной сигнал триггера изменяется только при переходе сигнала синхронизации C из 0 в 1 (рис. 5) и с отставанием на один такт повторяет входной информационный сигнал D :

$$Q(t+1) = D(t), \quad (3)$$

где t - дискретное время. На выходной сигнал Q влияет значение сигнала D лишь в момент синхронизации. В табл. 2 рассмотрены переходы D -триггера из одного состояния в другое под влиянием импульсов синхронизации и при значениях асинхронных сигналов $S=R=1$. В соответствии с выражением (3), значения входного сигнала $D(t)$ записываются в триггер с задержкой на один такт.

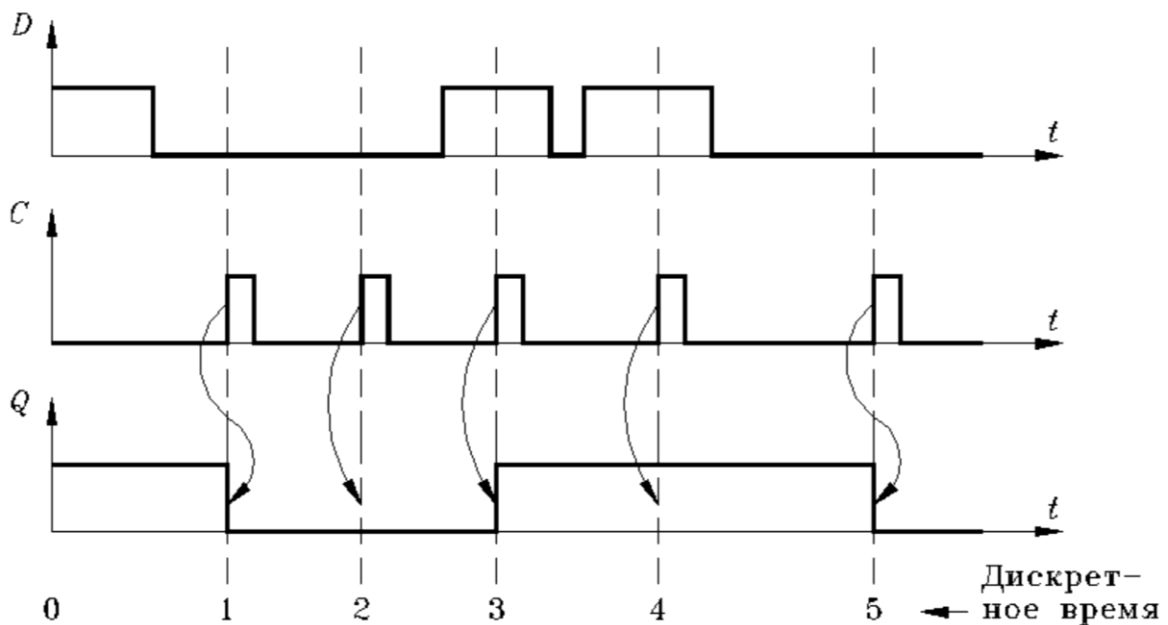


Рис. 5. Временные диаграммы D -триггера в синхронном режиме

Синхронный режим работы D -триггера

$S=R=1$		
$D(t)$	$Q(t)$	$Q(t+1)$
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	1

В основном поле условного графического обозначения D -триггера (рис. 3) поставлены две буквы T . Эти буквы указывают на то, что по синхронному D -входу триггер - двухступенчатый. Использование синхронных двухступенчатых триггеров в качестве элементарных автоматов в запоминающей части конечного автомата (рис. 2) является эффективным средством борьбы с гонками (т.е. неодновременным приходом) сигналов возбуждения D_1, D_2, \dots, D_m на входах памяти состояний автомата.

5. РЕЖИМЫ РАБОТЫ JK-ТРИГГЕРОВ.

Данный триггер имеет асинхронные инверсные входы S и R установки в 1 и сброса в 0, соответственно, а также вход синхронизации C , синхронные информационные входы J и K , прямой Q и инверсный \bar{Q} выходы.

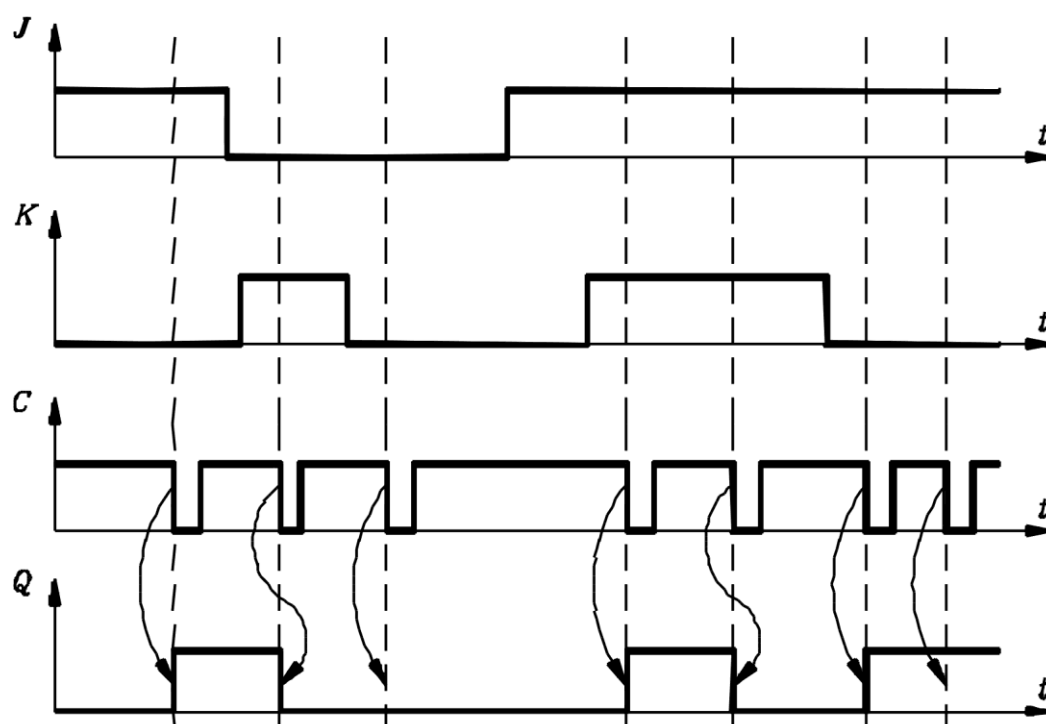
Рис. 6. JK -триггер

Синхронный режим работы JK -триггера микросхемы описан в табл. 3. Временные диаграммы приведены на рис. 7. Состояние Q JK -триггера изменяется при переходе сигнала синхронизации C из 1 в 0, т.е. по падающему фронту импульса синхронизации. На рис.1.6 в связи с этим вход C помечен наклонной черточкой, идущей сверху-вниз-направо.

Таблица 3

Синхронный режим работы JK -триггера

$S=R=1$			
$J(t)$	$K(t)$	$Q(t)$	$Q(t+1)$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

Рис.1.7. Временные диаграммы JK -триггера

На рис. 7 и в табл. 3 используются обозначения $J = J_1J_2J_3$ и $K = K_1K_2K_3$, представляющие собой результаты логического умножения входных сигналов с помощью встроенной логики. Анализ табл. 3 показывает, что сочетание сигналов $J=0$ и $K=0$ не изменяет состояние триггера. При $J = 0$ и $K = 1$ триггер переходит в нулевое состояние, а при $J = 1$ и $K = 0$ - в единичное, причём независимо от исходного состояния. Сочетание $J = 1$ и $K = 1$ переводит триггер в счётный режим работы, т.е. состояние JK -триггера изменяется на противоположное каждый раз при поступлении на вход C очередного импульса синхронизации. Таким образом, из одного состояния в другое JK -триггер можно перевести двумя разными способами, т.е. он имеет дублированную систему переходов.

Дублированная система переходов, двухступенчатая структура, асинхронные входы сброса и установки делают JK -триггер очень удобным для применения в качестве элемента памяти в конечных автоматах.

6. ТАБЛИЦЫ ВОЗБУЖДЕНИЯ D- И JK-ТРИГГЕРОВ.

При синтезе конечных автоматов удобно пользоваться таблицами сигналов возбуждения (таблицами входов), представляющими собой другую форму табл. 2 и 3.

Табл. 4, для D -триггера, не даёт больших преимуществ по сравнению с табл. 2 - в ней лишь переставлены столбцы. Табл. 5, в свою очередь, значительно удобнее табл. 3, т.к. в ней вместо 8 строк только 4 и отражены все особенности дублированной системы переходов JK -триггера. Прочерки в табл. 5 означают, что соответствующий входной сигнал может принимать любое (0 или 1). При синтезе конечного автомата переключательные функции $J(t)$ и $K(t)$ оказываются тогда не полностью определёнными, что можно использовать для упрощения комбинационной части автомата.

Таблица 4

Сигналы возбуждения D -триггера

Переход		Сигнал возбуждения
$Q(t)$	$Q(t+1)$	$D(t)$
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Таблица 5

Сигналы возбуждения JK -триггера

Переход		Сигнал возбуждения	
$Q(t)$	$Q(t+1)$	$J(t)$	$K(t)$
0	0	0	—
0	1	1	—
1	0	—	1
1	1	—	0

7. ПРИМЕР СИНТЕЗА АВТОМАТА МУРА.

Выполним каноническим способом синтез конечного автомата Мура S_1 , заданного граф-схемой алгоритма на рис. 8. В качестве элементов памяти используем D - и JK -триггеры. Отмеченный орграф этого автомата приведен на рис. 9.

Автомат имеет шесть состояний a_0, a_1, \dots, a_5 , двоичные коды которых равны 000, 001, ..., 101, соответственно. Состояние a_0 принято за начальное. Входные сигналы x_1 и x_2 изменяют последовательность переходов автомата из одного состояния в другое. Автомат в состояниях a_1 и a_2 формирует выходной сигнал y_1 , в состояниях a_3 и a_5 - выходные сигналы y_2 и y_3 , соответственно. Кроме сигналов y_1, y_2 и y_3 в качестве выходных используются ещё три прямых сигнала триггеров, характеризующие состояние автомата. Переключения автомата происходят при подаче входных импульсов синхронизации.

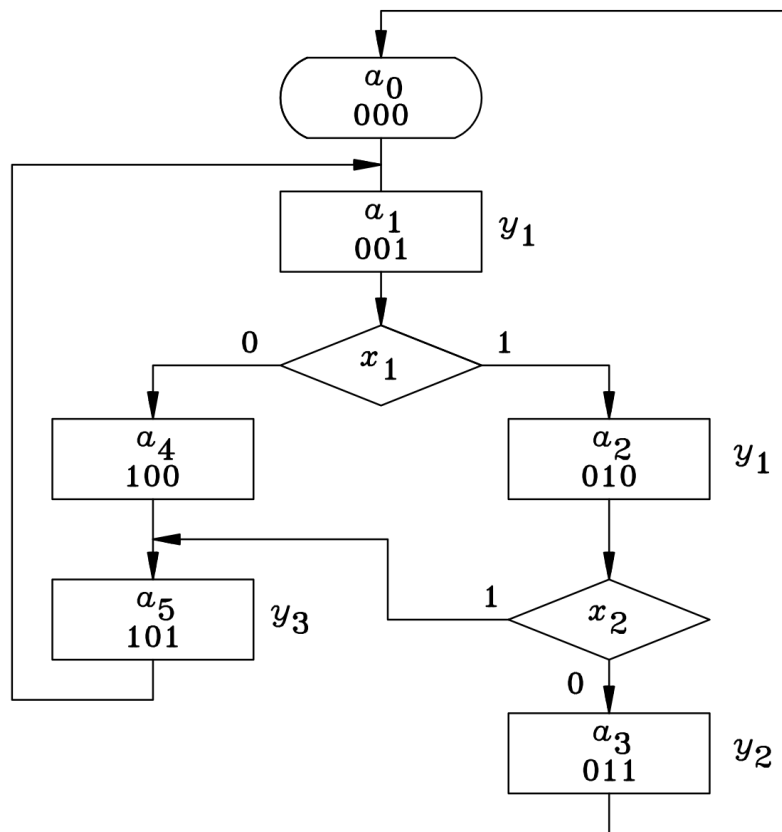


Рис. 8. Граф-схема автомата Мура с закодированными состояниями

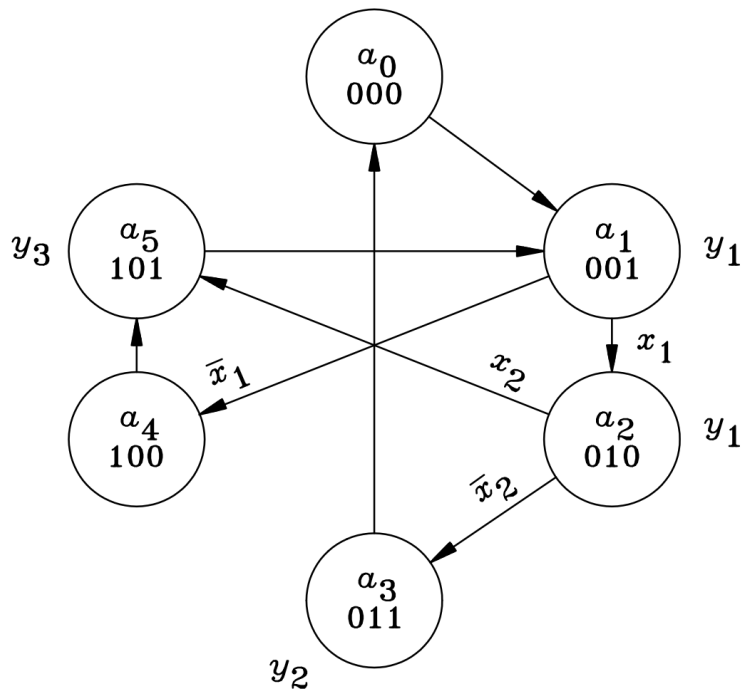


Рис. 9. Отмеченный ориентированный граф автомата Мура

В табл. 6 приведены переходы, выходные и входные сигналы, сигналы возбуждения триггеров и схемы маршрутов автомата. В ней $Q_2(t)$, $Q_1(t)$ и $Q_0(t)$ - состояния триггеров до переключения, а $Q_2(t+1)$, $Q_1(t+1)$ и $Q_0(t+1)$ - после переключения. В случае синтеза автомата на D -триггерах $Q(t+1) = D(t)$, поэтому колонки для $Q_i(t+1)$ и $D_i(t)$ (где $i=0,1,2$) совмещены. Прочерки в табл. 6 соответствуют не полностью определённым значениям.

Если автомат находится в состоянии

$$a_1 = \overline{Q_2} \overline{Q_1} Q_0 = 001,$$

входные сигналы $x_1=1$ и $x_2=0$, то при подаче импульса синхронизации он должен перейти в состояние

$$a_2 = \overline{Q_2} Q_1 \overline{Q_0} = 010.$$

Это означает, что триггер 2 должен перейти из состояния 0 в состояние 0, триггер 1 - из 0 в 1, нулевой триггер - из 1 в 0. Для переключения триггера 2 из 0 в 0 на вход J надо в момент t подать 0, для входа K значение не определено (смотрите табл. 5). Переключение триггера 1 из 0 в 1 можно выполнить сигналами $J_1(t)=1$ и $K_1(t)=0$ или 1, переключение нулевого триггера из 1 в 0 - сигналами $J_0(t)=0$ или 1, $K_0(t)=1$. Под номером набора в табл. 6 понимается десятичный эквивалент двоичного числа, образованного значениями аргументов x_1 , x_2 , Q_2 , Q_1 , Q_0 в указанной последовательности. Например, 19-му набору соответствует $x_1=1$, $x_2=0$, $Q_2=0$, $Q_1=1$, $Q_0=1$. Довольно много наборов (2, 3, 6,...) являются запрещёнными.

На рис. 10 приведен трафарет карты Вейча для переключательных функций пяти аргументов. Вариант минимизации для D_2 приведен на рис. 11. Схема автомата Мура на D - и JK -триггерах представлена на рис. 12. Синхронизация переключений D - и JK -триггеров выполнена совпадающими во времени, но инверсными друг к другу импульсами.

Таблица 6

Кодированная таблица переходов, выходных сигналов и сигналов возбуждения автомата Мура

Номера наборов	Входные сигналы (условия)		Состояния триггеров						Сигналы возбуждения JK-триггеров						Выходные сигналы			Маршруты
			$Q_2(t)$	$Q_1(t)$	$Q_0(t)$	$Q_2(t+1)$	$Q_1(t+1)$	$Q_0(t+1)$	$J_2(t)$	$K_2(t)$	$J_1(t)$	$K_1(t)$	$J_0(t)$	$K_0(t)$	$y_1(t)$	$y_2(t)$	$y_3(t)$	
						Сигналы возбуждения D-триггеров												
	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$D_2(t)$	$D_1(t)$	$D_0(t)$													
0,8 1,9 4,12 5,13	0	–	0 0 1 1	0 0 0 0	0 1 0 1	0 1 1 0	0 0 0 0	1 0 1 1	0 1 – –	– – 0 1	0 0 0 0	– – 1 –	– 1 – 0	0 1 0 0	0 0 0 0	0 0 0 1	$a_0-a_1-a_4-a_5-a_1$	
16 17 18 19	1	0	0 0 0 0	0 0 1 1	0 1 0 1	0 0 0 0	0 1 1 0	1 0 1 0	0 0 0 0	– – – –	0 1 – –	– – 0 1	1 – 1 –	– 1 – 1	0 1 1 0	0 0 0 1	$a_0-a_1-a_2-a_3-a_0$	
24 25 26 29	1	1	0 0 0 1	0 0 1 0	0 1 0 1	0 0 1 0	0 1 0 0	1 0 1 1	0 0 1 –	– – – 1	0 1 – 0	– – 1 –	1 – 1 0	– 1 – 0	0 1 1 0	0 0 0 1	$a_0-a_1-a_2-a_5-a_1$	
2,3,6,7, 10,11, 14,15, 20-23, 27,28, 30,31	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	

			δ		δ		z		
			x_1						
	x_2	24	25	29	28	12	13	9	8
a		26	27	31	30	14	15	11	10
		18	19	23	22	6	7	3	2
		16	17	21	20	4	5	1	0
				Q_0	Q_2			Q_0	
				δ		δ		z	

Рис. 10. Трафарет карты Вейча для функций пяти аргументов

D_2

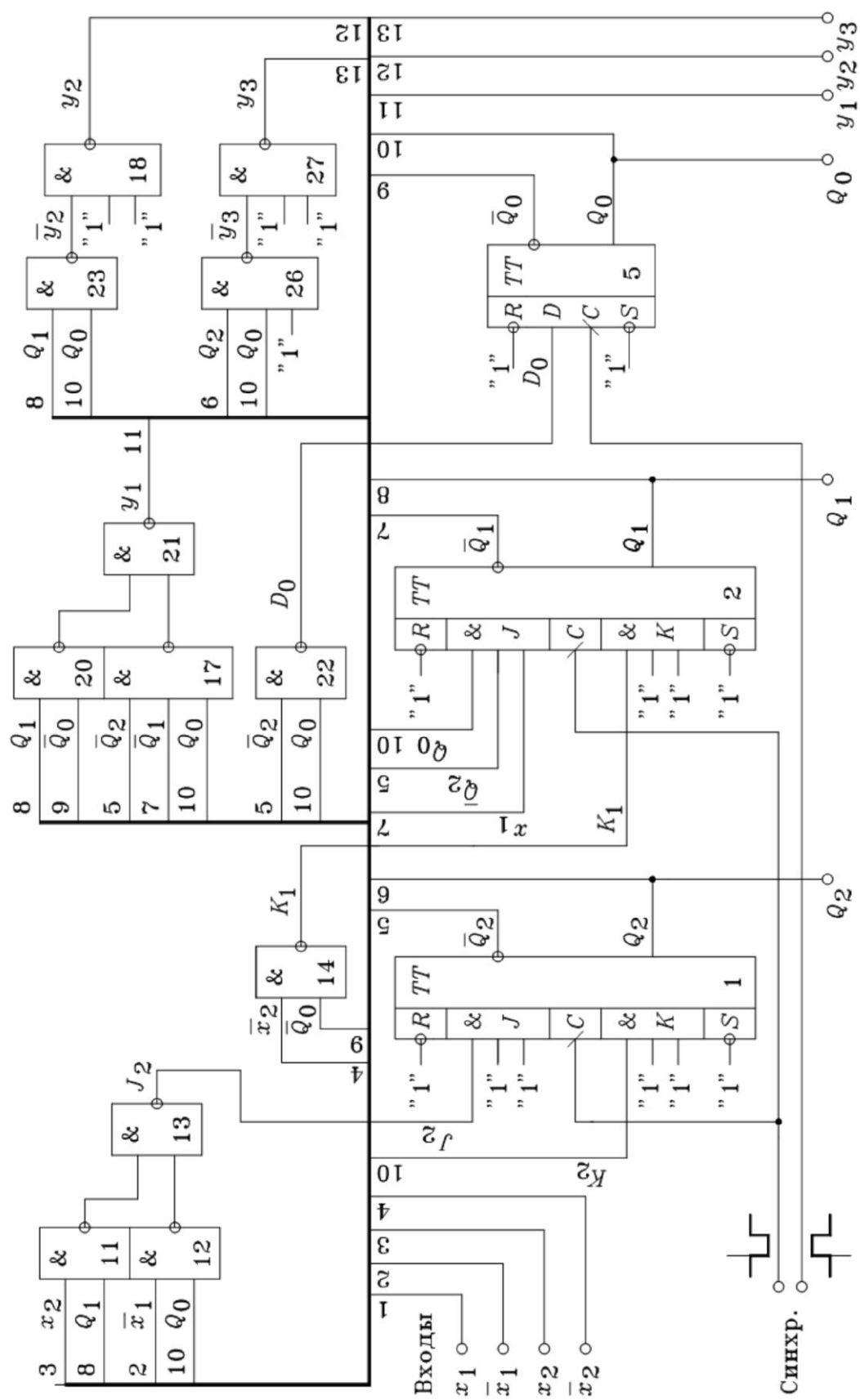
	x_1							
				1		3		
x_2	0	0	0	-	1	0	1	0
	1	-	-	-	-	-	-	-
	0	0	-	-	-	-	-	-
	0	0	-	-	1	0	1	0
				Q_0		Q_2		Q_0

$$\begin{aligned}
 D_2 &= Q_2 \bar{Q}_0 \vee x_2 Q_1 \vee \bar{x}_1 \bar{Q}_2 Q_0 = \\
 &\quad \textcircled{1} \quad \textcircled{2} \quad \textcircled{3} \\
 &= \overline{Q_2 \bar{Q}_0} \cdot \overline{x_2 Q_1} \cdot \overline{\bar{x}_1 \bar{Q}_2 Q_0} = \\
 &= (Q_2 | \bar{Q}_0) | (x_2 | Q_1) | (\bar{x}_1 | \bar{Q}_2 | Q_0)
 \end{aligned}$$

Рис. 11. Пример минимизации (для функции D_2)

8. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЁТА.

1. Название лабораторной работы.
2. Номер варианта, граф-схема алгоритма, отмеченный оргграф.
3. Кодированная таблица переключений и выходных сигналов синтезируемого автомата, таблицы возбуждений D - и JK -триггеров, трафарет и карты Вейча, математические выражения.
4. Схема синтезируемого автомата.

Рис. 12. Схема автомата Мура на D - и JK -триггерах

9. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ.

1. Какое устройство называют конечным автоматом Мура?
2. Какие требования предъявляются к системе логических элементов и запоминающим элементам при структурном синтезе автоматов?
3. Начертить обобщённую схему конечного автомата и пояснить её.
4. Пояснить особенности работы *D*- и *JK*-триггеров в асинхронном режиме.
5. Составить таблицы переходов *D*- и *JK*-триггеров в синхронном режиме работы.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.

- 1) Гагарина Л.Г. Введение в теорию алгоритмических языков и компиляторов [Текст] : учебное пособие / Л. Г. Гагарина, Е. В. Кокорева. - М.: Форум, 2011. - 176 с.
- 2) Макконелл Дж. Анализ алгоритмов. Активный обучающий подход [Текст] : учебное пособие / Дж. Макконелл - М.: Техносфера, 2009. - 416 с.
- 3) Мелехин В.Ф. Вычислительные машины, системы и сети [Текст] : учебник / В.Ф. Мелехин, Е.Г. Павловский. - М.: Академия, 2010. - 560 с.