

# **МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Юго-Западный государственный университет»  
(ЮЗГУ)

Кафедра общей и прикладной физики



## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ МОЛЯРНЫХ ТЕПЛОЕМКОСТЕЙ**

Методические указания к выполнению  
лабораторной работы №20  
по разделу «Механика и молекулярная физика»  
для студентов инженерно-технических специальностей

Курск 2015

УДК 536

Составители: Г.В. Карпова, Т.И. Аксенова, Е.В.Пьянков

Рецензент

Доктор физико-математических наук, профессор *Н.М.Игнатенко*

**Определение отношения молярных теплоемкостей:** методические указания к выполнению лабораторной работы №20 по разделу «Механика и молекулярная физика»/Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Г.В. Карпова, Т.И. Аксенова, Е.В. Пьянков.- Курск, 2015.- 10с.: ил.1, табл. 1.-Библиогр.: с.10.

Содержат методические рекомендации по выполнению лабораторной работы №20. Экспериментально определяется отношение молярных теплоемкостей воздуха.

Методические указания соответствуют требованиям Федеральных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС), Федерального компонента цикла общих математических и естественнонаучных дисциплин, а также рабочим учебным планам и рабочим программам по курсам разделов общей физики всех технических специальностей (направлений) подготовки ЮЗГУ.

Предназначены для студентов инженерно-технических специальностей всех форм обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать .Формат 60x84 1/16.  
Усл.печ. л. \_\_. Уч.-изд. л. \_\_ . Тираж 100 экз. Заказ\_\_. Бесплатно.  
Юго-Западный государственный университет.  
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

## Лабораторная работа № 20

### Определение отношения молярных теплоемкостей

**Цель работы:** определить отношение  $\frac{C_p}{C_v}$  опытным путем для воздуха и сравнить полученные результаты с теоретическими.

**Приборы и принадлежности:** баллон, манометр, насос, зажимы, ручные часы.

### Краткая теория

Известно, что для любой термодинамической системы первое начало термодинамики имеет вид:

$$\delta Q = dU + \delta A, \quad (1)$$

где  $dU$  – элементарное изменение внутренней энергии,

$\delta Q$  – элементарное количество теплоты, переданное газу,

$\delta A$  – элементарная работа, совершаемая газом над внешними телами.

Из (1) следует, что внутренняя энергия системы может изменяться двумя способами: либо за счет совершения механической работы при расширении или сжатии, либо за счет теплообмена.

Элементарная работа, совершаемая газом над внешними телами, определяется выражением:

$$\delta A = PdV. \quad (2)$$

Для идеального газа приращение внутренней энергии определяется

$$dU = \frac{i}{2} \nu R dT, \quad (3)$$

где  $i$  – число степеней свободы молекул идеального газа,

$\nu$  – число молей вещества,  $R$  – универсальная газовая постоянная,  $T$  – абсолютная температура.

Таким образом, первое начало термодинамики для идеального газа можно записать в следующем виде:

$$\delta Q = \frac{i}{2} \nu R dT + PdV. \quad (4)$$

По определению теплоемкости системы имеем:

$$C^* = \delta Q/dT \text{ или с учетом (1) } C^* = dU/dT + \delta A/dT. \quad (5)$$

Из уравнения (5) видно, что теплоемкость газа может иметь разные значения при различных способах нагревания.

Наиболее показательной величиной является не теплоемкость системы, а теплоемкость одного моля вещества, из которого система состоит, т.е. ее молярная теплоемкость.

$$C = C^*/\nu. \quad (6)$$

С учетом формул (4), (5) и (6) можно записать молярную теплоемкость для идеального газа в виде:

$$C = \frac{i}{\nu} \frac{d}{dT} \left( \frac{i}{2} \nu R dT + P dV \right). \quad (7)$$

Рассмотрим основные процессы, которые могут совершаться с газами.

**Изохорический процесс** – процесс, происходящий с неизменной массой газа при постоянном объеме ( $V = \text{const}$ ).

Очевидно, что  $dV = 0$  и первое начало термодинамики имеет

$$\text{вид } \delta Q = dU = \frac{i}{2} \nu R dT. \quad (8)$$

В этом случае молярная теплоемкость

$$C_v = \frac{\delta Q}{\nu dT} = \frac{dU}{\nu dT} = \frac{i}{2} R, \quad (9)$$

где  $C_v$  – молярная теплоемкость при постоянном объеме.

**Изобарический процесс** – процесс, происходящий с неизменной массой газа при постоянном давлении ( $P = \text{const}$ ).

В этом случае целесообразно воспользоваться уравнением состояния идеального газа (уравнением Менделеева-Клапейрона)

$$PV = \frac{m}{\mu} RT, \quad (10)$$

где  $P$  – давление газа,  $V$  – его объем,  $T$  – абсолютная температура,

$R$  – универсальная газовая постоянная,  $\frac{m}{\mu} = \nu$  – число молей

газа. Из (10) с учетом постоянства давления  $P$  работа газа представима как

$$\delta A = P dV = \nu R dT, \quad (11)$$

а первоначально термодинамики (4) принимает вид

$$\delta Q = \frac{i}{2} \nu R dT + \nu R dT. \quad (12)$$

Тогда молярная теплоемкость газа из (5), (6), (9), (12) при изобарическом процессе определяется из

$$C_p = \frac{i}{2}R + R = \frac{i+2}{2}R \quad (13)$$

$$\text{или с учетом (9) имеем: } C_p = C_v + R. \quad (14)$$

Полученное соотношение называется уравнением Майера.

Из уравнения (14) следует, что молярная теплоемкость при постоянном давлении превосходит молярную теплоемкость при постоянном объеме на величину универсальной газовой постоянной  $R$ , которая численно равна работе по расширению 1 моля газа при нагревании его на  $\Delta T = 1 \text{ K}$ , при постоянном давлении.

**Изотермический процесс** – процесс, происходящий с неизменной массой газа при постоянной температуре:  $T = \text{const}, dT = 0$ .

В этом случае уравнение (1) будет принимать вид  $dQ = dA$ , то есть все подводимое тепло расходуется на работу по расширению газа.

Молярная теплоемкость в этом случае:

$C_T = \delta Q / \nu dT \rightarrow \infty$ , т.е. при любом количестве подводимого тепла нагрева не происходит.

**Адиабатический процесс** – процесс, протекающий с неизменной массой газа без теплообмена с окружающей средой:

$$\delta Q = 0. \quad (15)$$

В этом случае уравнение (1) принимает вид

$$dU + \delta A = 0 \text{ или } \delta A = -dU, \quad (16)$$

т.е. работа по расширению совершается газом за счет убыли его внутренней энергии, что приводит к его охлаждению.

Элементарное изменение внутренней энергии с учетом (3) и (9):

$dU = \frac{m}{\mu} C_v dT$ . Поэтому из уравнения (4) с учетом (15) получаем

$$PdV = -\frac{m}{\mu} C_v dT. \quad (17)$$

Воспользуемся уравнением (10). Почленно дифференцируя его имеем:

$$PdV + VdP = \frac{m}{\mu} R dT. \quad (18)$$

Разделив (18) на (17) и учитывая уравнение (14), получим:

$$1 + V/P \times dP/dV = -(C_p - C_v)/C_v; dP/p = -\gamma dV/V, \quad (19)$$

где  $\gamma = C_p/C_v$  – коэффициент Пуассона.

Интегрируя и потенцируя выражение (19), получим уравнение Пуассона в параметрах  $(P, V)$

$$PV^\gamma = \text{const.} \quad (20)$$

Как следует из формул (9) и (13):

$$C_p = \frac{i+2}{2}R, \quad C_v = \frac{i}{2}R.$$

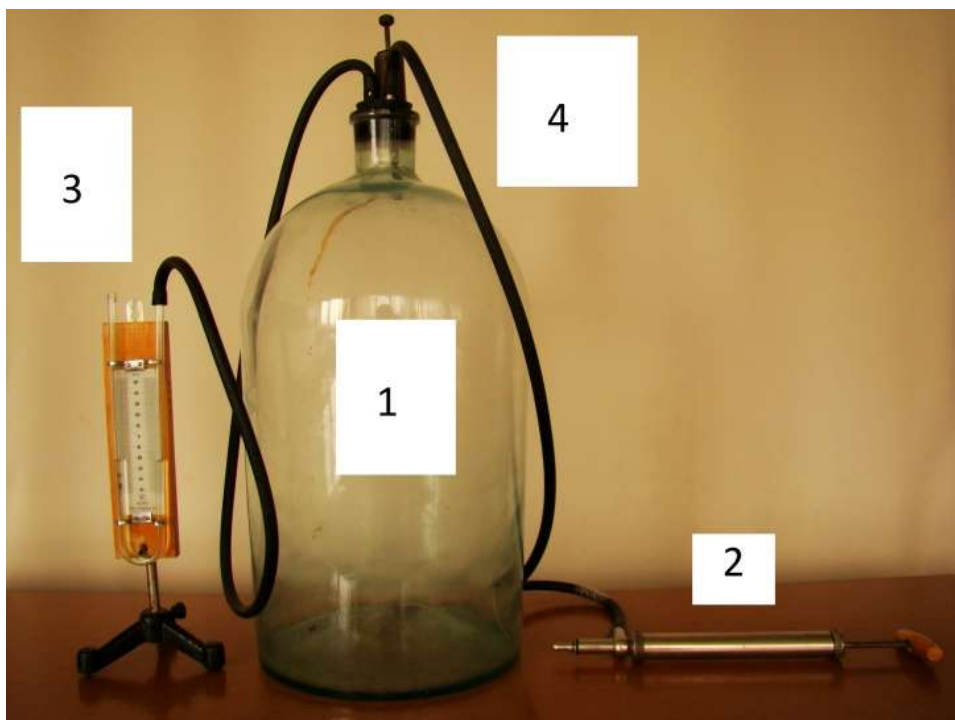
Для двухатомного газа (а молекулы воздуха более чем на 99% состоят из компонентов двухатомных газов) число степеней свободы  $i = 3 + 2 = 5$ , поэтому теоретическое значение:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{i+2}{i} = \frac{7}{5} = 1,4.$$

В настоящей лабораторной работе необходимо экспериментально получить значения  $\gamma$ , близкие к теоретическому для двухатомного идеального газа.

### Описание установки и метода выполнения.

Определить  $\gamma$  для воздуха можно при помощи прибора Клемана-Дезорма (см. фото), состоящего из баллона - 1, насоса - 2, водяного манометра - 3.



В баллон, который перед началом опыта свободно сообщался с атмосферой, при закрытом кране - 4 накачивается воздух.

При этом за счет совершения работы сжатия газ в баллоне нагревается. Выждав, пока его температура не станет равной комнатной, а давление постоянным по всему объему сосуда:

$$P_1 = P_0 + h_1, \quad (21)$$

где  $P_0$  – атмосферное давление (в мм. водяного столба),  $h_1$  – избыточное давление, быстро открывают кран – 4. Когда давление в баллоне сравнивается с атмосферным

$$P_2 = P_0, \quad (22)$$

кран немедленно закрывают.

Пусть после накачивания в баллоне была масса газа  $m$ .

При открытии крана выходит часть воздуха  $\Delta m$ . Оставшаяся часть ( $m_1 = m - \Delta m$ ) до расширения занимала не весь объем баллона, а только часть его  $V_1$ . Т. к. кран открывается на короткое время, то теплообмена между газом и стенками баллона практически нет, и процесс расширения оставшейся массы на весь баллон можно считать адиабатическим. Согласно уравнению Пуассона получим:

$$P_1 \times V_1^\gamma = P_2 \times V^\gamma, \quad (23)$$

где  $V$  – объем всего баллона.

При адиабатическом расширении газа его температура понижается и становится ниже комнатной. Но если выждать некоторое время, то в результате теплообмена через стенки сосуда оставшийся газ изохорически нагревается до комнатной температуры, а его давление увеличится по сравнению с атмосферным на  $h_2$  и станет равным

$$P_3 = P_0 + h_2. \quad (24)$$

Начальное и конечное состояние газа наблюдается при одинаковой комнатной температуре, поэтому применим закон Бойля-Мариотта. Используя его, получим:

$$P_1 V_1 = P_3 V_3. \quad (25)$$

Рассматривая (21)-(25) как систему уравнений и учитывая, что  $V_2 = V_3 = V$  – объем баллона, преобразуем эту систему к виду

$$(P_0 + h_1) V_1^\gamma = P_0 V^\gamma,$$

$$(P_0 + h_1) \cdot V_1 = (P_0 + h_2) \cdot V,$$

Выражая из второго уравнения объем  $V_1$  и подставляя его в уравнение Пуассона, получаем

$$\frac{(P_0 + h_2)^\gamma}{(P_0 + h_1)^{\gamma-1}} = P_0.$$

Логарифмируя, получаем для  $\gamma$  следующее выражение:

$$\gamma = \frac{(\lg(P_0 + h_1) - \lg P_0)}{\lg(P_0 + h_1) - \lg(P_0 + h_2)}. \quad (26)$$

В силу ничтожности давлений, обусловленных давлением столбов воды высотой  $h_1$  и  $h_2$  по сравнению с атмосферным давлением  $P_0$ , раскладываем в ряд Тейлора

$$\lg(P_0 + h_1) = \lg P_0 + \frac{h_1}{P_0} - \frac{\left(\frac{h_1}{P_0}\right)^2}{2} + \frac{\left(\frac{h_1}{P_0}\right)^3}{3} - \dots$$

$$\lg(P_0 + h_2) = \lg P_0 + \frac{h_2}{P_0} - \frac{\left(\frac{h_2}{P_0}\right)^2}{2} + \frac{\left(\frac{h_2}{P_0}\right)^3}{3} - \dots$$

и ограничиваемся в разложении двумя первыми членами. Тогда (26) преобразуется в окончательную расчетную формулу:

$$\gamma = \frac{h_1}{h_1 - h_2} \quad (27)$$

### Выполнение работы

1. Закрыв кран, накачивают насосом немного воздуха. Выждав 3 минуты, измеряют манометром избыточное давление  $h_1$  (в мм. водяного столба).
2. Открывают кран и в тот момент, когда уровни жидкости в обоих коленах манометра сравниваются, закрывают кран. Выждав 3 минуты, измеряют избыточное давление  $h_2$ .
3. Опыт повторяют 3 раза.
4. По формуле (27) вычисляют значение  $\gamma$ .
5. Вычисляют теоретическое значение  $\gamma$  по формуле:

$$\gamma = \frac{i+2}{i},$$



- где  $i=5$  – число степеней свободы для двухатомного газа.
6. Вычисляют абсолютную и относительную погрешности.
  7. Результаты измерений и вычислений заносят в таблицу.

Таблица

№ ОПЫТОВ	$h_1$	$h_2$	$\gamma$	$\gamma_{теор}$	$\Delta\gamma$	$\Delta\gamma_{ср}$
1						
2						
3						
среднее						

### Контрольные вопросы

1. Примените первое начало термодинамики к
  - а) изохорическому; б) изобарическому;
  - в) изотермическому; г) адиабатическому процессам.
2. Изобразите графики этих процессов в координатах  $(P, V)$ .
3. Изложите суть законов Бойля-Мариотта, Гей-Люссака, Шарля. При каких условиях выполняются эти законы? Запишите формулы этих законов.
4. Что такое теплоемкость? Удельная теплоемкость? Молярная теплоемкость? Как они связаны между собой?
5. Выведите уравнение Майера. Физический смысл универсальной газовой постоянной.
6. Почему молярная теплоемкость при постоянном давлении больше молярной теплоемкости при постоянном объеме?
7. Что подразумевается под числом степеней свободы молекулы и как теплоемкость зависит от числа степеней свободы?
8. Выведите уравнение Пуассона.
9. Какова методика выполнения лабораторной работы? Какие процессы и на каком этапе происходили при выполнении работы?
10. Выведите расчетную формулу для опытного определения отношения молярных теплоемкостей.

### **Библиографический список**

1. Трофимова Т.И. Курс физики: учеб. пособие.-М.:Академия, 2015. - 560 с.
2. Савельев И.В. Курс физики: учебное пособие: в 3 т. Т. 1: Механика. Молекулярная физика. – СПб.: Лань, 2011,– 352 с.
3. Полунин В.М., Сычев Г.Т. Молекулярная физика и термодинамика: конспект лекций /Курск. гос. техн. ун-т. - Курск, 2002. -166 с.