

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего профессионального образования  
«Юго-Западный государственный университет»  
(ЮЗГУ)

Кафедра физики

УТВЕРЖДАЮ

Первый проректор –  
проректор по учебной работе  
Е.А. Кудряшов



« 14 » *сентября* 2012 г.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ  
ФИЗИЧЕСКИХ МАЯТНИКОВ РАЗЛИЧНОЙ ФОРМЫ**

Методические указания к выполнению лабораторной  
работы № 11 по разделу "Механика и молекулярная физика".

Курск 2012 г.

УДК 534.2

Составители: Л.И. Рослякова, О.В. Лобова

Рецензент

Кандидат техн. наук, профессор Г.Т. Сычев

**Определение моментов инерции физических маятников различной формы** : методические указания к лабораторной работе № 11 по разделу „Механика и молекулярная физика” / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Л.И. Рослякова, О.В. Лобова Курск, 2012. 8 с.: ил. 2, табл. 2. Библиогр.: 3 назв.

Работа содержит краткое теоретическое введение, в котором дается определение и физический смысл момента инерции тел и описание методики эксперимента. Указывается порядок выполнения работы, задания и вопросы для контроля знаний.

Методические указания соответствуют требованиям Государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (2010 год) и рабочих учебных планов технических специальностей ЮЗГУ.

Предназначены для студентов технических специальностей.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать . Формат 60 x 84 1/16.

Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж экз. Заказ . Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.

305040 Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

## Лабораторная работа № 11

**Определение моментов инерции физических маятников различной формы**

Цель работы: определить моменты инерции диска, обруча и цилиндрического стрежня; проверить теорему Штейнера.

Приборы и принадлежности: диск, обруч, цилиндр, штангенциркуль, секундомер, весы.

**ВВЕДЕНИЕ**

Любой из нас из своего жизненного опыта знает, чтобы сообщить телу ускорение, надо «преодолеть» его инертность, заставить двигаться вопреки его стремлению сохранить неизменным вектор скорости. При поступательном движении тел инертные свойства тела характеризует его масса. При вращательном движении при равенстве масс двух или более тел инертные свойства их могут быть совершенно различными, так как в этом случае важна форма тела, его размеры и положение оси вращения. Поэтому, для характеристики инертности тела при вращательном движении вводят новую величину, которая называется моментом инерции.

Моментом инерции тела относительно данной оси называется физическая величина, равная сумме произведений масс материальных точек тела  $\Delta m_i$  на квадрат их расстояний до рассматриваемой оси:

$$I = \sum_i^n \Delta m_i \cdot r_i^2 .$$

Момент инерции может быть вычислен путем интегрирования:

$$I = \int_m r^2 \cdot dm = \rho \int_V r^2 \cdot dV ,$$

где  $\rho$  - плотность тела,  $V$  - объем тела.

Как видно из определения, момент инерции тела есть величина аддитивная: момент инерции тела равен сумме моментов инер-

ции его частей. Одно и то же тело относительно разных осей обладает различными моментами инерции.

Согласно теореме Штейнера, момент инерции  $I$  относительно произвольной оси равен сумме момента инерции  $I_0$  относительно оси, параллельной данной и проходящей через центр инерции тела, и произведения массы тела  $m$  на квадрат расстояния  $d$  между осями:

$$I = I_0 + md^2.$$

Существуют различные методы определения момента инерции тел. В настоящей работе используется метод физического маятника.

## ОПИСАНИЕ МЕТОДИКИ ЭКСПЕРИМЕНТА

Физическим маятником называют твердое тело, способное совершать колебания около неподвижной горизонтальной оси, не проходящей через центр его тяжести.

Если маятник отнести в сторону от положения равновесия и отпустить, то он начнет совершать колебания около положения равновесия. При этом между периодом колебания и моментом инерции маятника может быть установлена экспериментальная связь, используя которую можно рассчитать момент инерции маятника по намеренным значениям периода колебания.

Для получения расчетной формулы рассмотрим колебания физического маятника, схема которого приведена на рисунке 1.

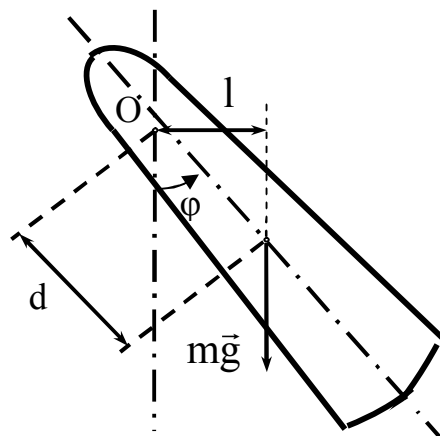


Рис.1

При отклонении маятника на угол  $\varphi$  (в направлении стрелки) вращательный момент, создаваемый силой тяжести, действует в направлении, противоположном отклонению, возвращая маятник к положению равновесия. Поэтому моменту силы и отклонению приписывают противоположные знаки ( как например, упругой силе и смещению  $F = - kx$  ) :

$$M = - mgl = - mg \cdot d \cdot \sin \varphi, \quad (1)$$

где  $d$  – расстояние от точки подвеса до центра тяжести тела;

$l$  – плечо силы (перпендикуляр, проведенный из центра вращения на линию действия силы).

Физический маятник совершает колебательное движение, которое является периодическим вращательным движением около положения равновесия. Поэтому его движение описывается основным уравнением динамики вращательного движения:

$$M = I \cdot \varepsilon, \quad (2)$$

где  $M$  – момент силы тяжести, определяемый выражением (1);

$I$  – момент инерции физического маятника относительно горизонтальной оси, проходящей через точку подвеса;

$\varepsilon$  – угловое ускорение, определяемое как вторая производная по времени от угла поворота:

$$\varepsilon = \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = \varphi'' .$$

Приравнивая правые части уравнений (1) и (2), получим:

$$I \cdot \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = - mg \cdot d \cdot \sin \varphi .$$

Если угол отклонения не превышает  $3-5^\circ$ , то можно воспользоваться приближенным равенством  $\sin \varphi \approx \varphi$ :

$$I \varphi'' + mgd \cdot \sin \varphi = 0 . \quad (3)$$

Решение уравнения (3) будет иметь вид:

$$\varphi = \varphi_0 \cdot \cos (\omega t + \alpha_0) . \quad (4)$$

Дифференцируем уравнение (4) дважды по времени, заменяем  $\varphi''$  и  $\varphi$  в уравнении (3). После преобразований получим:

$$\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}} . \quad (5)$$

Используя известное соотношение  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ , приводим уравнение (5) к виду:

$$I_3 = \frac{mgd}{4\pi^2} T^2. \quad (6)$$

Мы получили формулу, по которой в данной работе предлагается рассчитать моменты инерции трёх различных тел.

### ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Взвесив исследуемые маятники, определить их массу.
2. Измерить штангенциркулем диаметр диска, внешний и внутренний диаметр обруча и длину цилиндра.
3. Измерить штангенциркулем расстояние  $d$  от оси вращения до центра тяжести трех физических маятников, т.е. расстояние от ребра призмы до их центра тяжести.
4. Определить средний период колебаний физического маятника. Для этого отклонить маятник на угол не более  $5^\circ$  и три раза измерить время  $t$ , за которое совершается 20 полных колебаний. Период определить по формуле:

$$\langle T \rangle = \frac{\langle t \rangle}{N},$$

где  $N = 20$ ,  $\langle t \rangle$  - среднее время 20 колебаний.

### ЗАДАНИЯ

1. Определить момент инерции однородного диска  $I_3$  по экспериментальной формуле (6) и его теоретическое значение  $I_T$  по теореме Штейнера.

$$I_T = I_0 + md^2, \quad (7)$$

где  $I_0 = \frac{mR^2}{2}$  - момент инерции диска относительно его центра масс,  $d = R - h$ ,  $R$  - радиус диска,  $h$  - высота призмы, относительно которой тело совершает колебания (рис. 2).

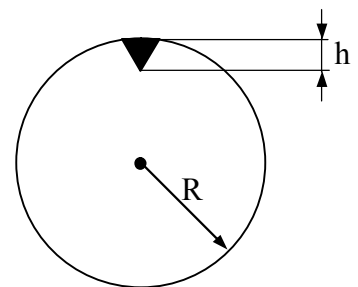


Рис. 2

2. Определить момент инерции обруча  $I_3$



## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Дать определение момента инерции тела и пояснить; что характеризует, от чего зависит и в каких единицах измеряется данная величина; как она определяется относительно произвольной оси.
2. Вывести формулу, по которой рассчитываются экспериментальные значения моментов инерции физических маятников.
3. Объяснить экспериментальные данные.

## Список рекомендуемой литературы

1. Бордовский, Г.А. Курс физики в 3 кн. Кн. 1. Физические основы механики: Учебник / Г.А.Бордовский, С.В.Борисенко, Ю.А.Гороховский. – М.: Высш. шк., 2004. – 423 с.
2. Савельев, И.В. Курс физики: Учебное пособие в 3-х тт. Т.1 Механика. Молекулярная физика / И.В.Савельев. – СПб: Из-во «Лань», 2007. – 352 с.
3. Федосеев В.Б. Физика: Учебник / В.Б.Федосеев. – Ростов н/Д: Феникс, 2009. – 669 с.