

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна
Должность: проректор по учебной работе
Дата подписания: 20.01.2022 17:53:40
Уникальный программный ключ:
0b817ca911e6668abb13a5d426d39e5f1c11eabbf73e943df4a4851fda56d089

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра высшей математики



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

О.Г. Локтионова

_____ 2021 г.

МАТЕМАТИКА

Методические указания для подготовки к практическим занятиям
по дисциплине «Математика»
для направления подготовки 43.03.03 «Гостиничное дело»

УДК 51

Составитель: О.А. Бредихина

Рецензент

Доктор физико-математических наук, доцент,
заведующий кафедрой высшей математики

Н.А. Хохлов

Математика: методические указания для подготовки к практическим занятиям по дисциплине «Математика» для направления подготовки 43.03.03 «Гостиничное дело» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: О.А. Бредихина. – Курск, 2021. – 28 с.

В методических указаниях содержатся разделы, изучаемые в курсе математики, а также указывается тематическое планирование практических занятий. Приводятся 95 примеров заданий (с ответами), соответствующие теме каждого практического занятия; перечисляются вопросы для коллоквиума при контроле знаний; имеется список рекомендуемой литературы.

Методические указания соответствуют требованиям Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования направления подготовки 43.03.03 «Гостиничное дело». Материал предназначен для студентов очной и заочной форм обучения по направлению подготовки 43.03.03 «Гостиничное дело».

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 15.10.21. Формат 60x84 1/16.

Усл. печ. л. 14. Уч.-изд. л. 13. Тираж 100 экз. Заказ 1166. Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.

305040 Курск, ул. 50 лет Октября, 94

СОДЕРЖАНИЕ

Общие сведения.....	4
Раздел (тема) 1 «Числа, проценты, прогрессии».....	5
Раздел (тема) 2 «Действия со степенями, корнями, логарифмами. Тригонометрия. Элементарные функции».....	7
Раздел (тема) 3 «Уравнения и неравенства».....	9
Раздел (тема) 4 «Линейная алгебра».....	10
Раздел (тема) 5 «Аналитическая геометрия».....	12
Раздел (тема) 6 «Введение в математический анализ».....	12
Раздел (тема) 7 «Дифференциальное исчисление функций одной переменной».....	14
Раздел (тема) 8 «Функции нескольких переменных».....	16
Раздел (тема) 9 «Интегральное исчисление. Дифференциальные уравнения».....	17
Раздел (тема) 10 «Теория вероятностей и математическая статистика».....	19
Вопросы для коллоквиума.....	20
Рекомендуемая литература.....	25

Цель дисциплины «Математика» для направления подготовки 43.03.03 «Гостиничное дело»: подготовка студентов к чёткому, логически обоснованному математическому образу мышления, который позволит получить навыки формулировки прикладной задачи, её корректного математического описания и правильного использования математических методов для её решения.

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

В курсе математики деле изучаются следующие разделы (темы):

1. Числа, проценты, прогрессии.
2. Действия со степенями, корнями, логарифмами. Тригонометрия. Элементарные функции.
3. Уравнения и неравенства.
4. Линейная алгебра.
5. Аналитическая геометрия.
6. Введение в математический анализ.
7. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.
8. Функции нескольких переменных.
9. Интегральное исчисление. Дифференциальные уравнения.
10. Теория вероятностей и математическая статистика.

Рабочая программа дисциплины «Математика» для направления подготовки 43.03.03 «Гостиничное дело» очной формы обучения предусматривает 18 практических занятий за годовой курс, для заочной формы обучения этот курс включает 6 практических занятий.

Темы практических занятий:

1. Проценты. Нарращивание и дисконтирование.
2. Прогрессии. Действительные и комплексные числа.
3. Действия со степенями, корнями, логарифмами.
4. Тригонометрия. Основные элементарные функции и их свойства.
5. Уравнения.
6. Неравенства.
7. Определители. Действия с матрицами.
8. Системы линейных уравнений.
9. Уравнение прямой на плоскости.

10. Операции над множествами. Предел последовательности и функции. Раскрытие неопределенностей $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$.

11. Раскрытие неопределенностей $\left(\frac{0}{0}\right)$. Замечательные пределы. Использование пределов в экономике.

12. Производные. Правила дифференцирования. Производная сложной функции.

13. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке. Применение производных к исследованию функции. Применение производных в экономике.

14. Частные производные первого и второго порядков.

15. Экстремум функции нескольких переменных.

16. Первообразная. Неопределенный интеграл. Методы интегрирования: табличное интегрирование, метод подведения под знак дифференциала.

17. Определённые интегралы. Приложения определённых интегралов. Дифференциальные уравнения.

18. Основные понятия теории вероятностей. Основные понятия математической статистики. Генеральная совокупность и выборка.

Для проведения текущего и итогового контроля успеваемости у студентов очной и заочной форм обучения предусмотрено тестирование.

РАЗДЕЛ (ТЕМА) 1 «ЧИСЛА, ПРОЦЕНТЫ, ПРОГРЕССИИ»

Тема изучается на первом и втором практических занятиях. Рассмотрим примеры заданий (с ответами) по теме практического занятия №1 «Проценты. Нарращивание и дисконтирование».

Пример 1. Число x увеличили на 21% и получили 181,5. Найти x .

Ответ: 150.

Пример 2. При распродаже летней коллекции одежды скидка составила 40%, а прибыль, получаемая магазином, снизилась до 20%. Сколько процентов прибыли от этой коллекции получал магазин до распродажи?

Ответ: 100%

Пример 3. Организация получила ссуду на 2 года в размере 300 тысяч рублей под простые проценты. Договор предусматривает следующую схему начисления простых процентов: за первый год 15%, за следующее полугодие 18%, в каждом последующем квартале ставка повышается на 2%. Определить наращенное значение долга (в рублях).

Ответ: 403500 руб.

Пример 4. Определить современную (текущую) величину 100000 рублей, которые будут получены предприятием через 2 года с момента инвестирования, исходя из ставки 10% годовых. Ответ дать в тысячах рублей, округлить до целых.

Ответ: 83 тыс. руб.

Примеры заданий (с ответами)

по теме практического занятия №2

«Прогрессии. Действительные и комплексные числа»

Пример 5. Решить уравнение $\frac{3}{x} + \frac{5}{x} + \frac{7}{x} + \dots + \frac{23}{x} = 286$.

Ответ: 0,5.

Пример 6. В геометрической прогрессии $b_1 = 3$, $q = \frac{1}{2}$, $n = 4$. Найти b_n и S_n .

Ответ: $b_4 = \frac{3}{8}$, $S_4 = \frac{45}{8}$.

Пример 7. Вычислить $4\frac{2}{3} + 1\frac{1}{3} \cdot (-3) - (-9\frac{1}{6})$.

Ответ: $9\frac{5}{6}$.

Пример 8. Дано комплексное число $z = 2 - 3i$. Вычислить \bar{z}^2 .

Ответ: $-5 + 12i$.

Пример 9. Даны комплексные числа $z_1 = 2 + i$ и $z_2 = 5 - 3i$. Вычислить $\frac{z_1}{z_2}$.

Ответ: $\frac{7}{34} + \frac{11}{34}i$.

Пример 10. Записать комплексное число $z = 1 + i$ в тригонометрической и показательной формах.

Ответ: $z = \sqrt{2} \cdot \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \cdot \sin \frac{\pi}{4} \right)$, $z = \sqrt{2} \cdot e^{i \cdot \frac{\pi}{4}}$.

Пример 11. 15 января планируется взять кредит в банке на сумму 2,4 млн. рублей на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму в рублях нужно выплатить банку за последние 10 месяцев?

Ответ: 1165000 рублей.

РАЗДЕЛ (ТЕМА) 2 «ДЕЙСТВИЯ СО СТЕПЕНЯМИ, КОРНЯМИ, ЛОГАРИФМАМИ. ТРИГОНОМЕТРИЯ. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ»

Тема изучается на третьем и четвёртом практических занятиях. Рассмотрим примеры заданий (с ответами) по теме практического занятия №3 «Действия со степенями, корнями, логарифмами».

Пример 12. Упростить выражение $\left(\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y}\right) \cdot \left(\frac{xy}{x^2-y^2}\right)^{-1}$.

Ответ: 4.

Пример 13. Упростить выражение $\frac{\sqrt[3]{\sqrt[4]{n^5} \cdot \sqrt[6]{n^4}}}{\sqrt[3]{\sqrt[4]{n^7}}}$.

Ответ: \sqrt{n} .

Пример 14. Представить выражение в виде многочлена стандартного вида и найти его значение при заданных значениях переменных: $(a - 2b)(a + 2b)(a^2 + 4b^2)$ при $a = \sqrt{7}$, $b = \sqrt[4]{3}$.

Ответ: 1.

Пример 15. Упростить выражение $\sqrt{49 - 12\sqrt{5}}$, представив подкоренное выражение в виде полного квадрата.

Ответ: $3\sqrt{5} - 2$.

Пример 16. Найти значение выражения $4 \log_3(\log_5 125)$.

Ответ: 4.

Пример 17. Найти значение выражения $\frac{\lg 15 - \lg 45}{\lg 18 - \lg 2}$.

Ответ: $-\frac{1}{2}$.

Примеры заданий (с ответами)
по теме практического занятия №4

«Тригонометрия. Основные элементарные функции и их свойства»

Пример 18. Известно, что $\cos \alpha = -\frac{3}{8}$, $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$. Найти $\sin \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{ctg} \alpha$.

Ответ: $\sin \alpha = \frac{\sqrt{55}}{8}$, $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{\sqrt{55}}{3}$, $\operatorname{ctg} \alpha = -\frac{3}{\sqrt{55}}$.

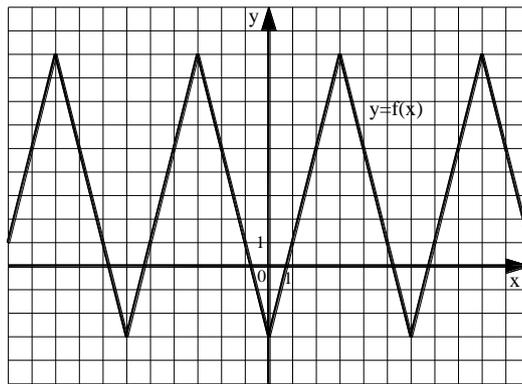
Пример 19. Упростить выражение $\frac{1 - 2\cos^2 \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha}$. Найдите его значение для $\alpha = \arcsin \frac{3}{5}$.

Ответ: $\sin \alpha - \cos \alpha = \sin \left(\arcsin \frac{3}{5}\right) - \cos \left(\arcsin \frac{3}{5}\right) = -\frac{1}{5}$.

Пример 20. Найти значение функции $y = 4g(-x) - f(-x) \cdot g(x)$ в точке $x_0 \neq 0$, если известно, что функция $y = f(x)$ чётная, а функция $y = g(x)$ – нечётная, $f(x_0) = -3$, $g(x_0) = 6$.

Ответ: -6 .

Пример 21. Функция $y = f(x)$, изображённая на рисунке, является периодической. Найти $f(74)$.



Ответ: 5

РАЗДЕЛ (ТЕМА) 3 «УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА»

Тема изучается на пятом и шестом практических занятиях. Рассмотрим примеры заданий (с ответами) по теме практического занятия №5 «Уравнения».

Пример 22. Решить линейное уравнение $\frac{3x-10}{35} = \frac{11-2x}{42}$.

Ответ: $\frac{115}{28} = 4\frac{3}{28}$.

Пример 23. Решить линейное уравнение $\frac{5x+1}{3} + \frac{2-8x}{7} = \frac{6}{21}$.

Ответ: $-\frac{7}{11}$.

Пример 24. Решить уравнение $\frac{x+5}{2x-1} - \frac{4x-3}{21-x} = \frac{5x-3}{21-x} - \frac{8x-11}{2x-1}$.

Ответ: $\frac{22}{3}$ и $\frac{2}{3}$.

Пример 25. Решить уравнение $(x-4)(x+8) + 11 = 0$.

Ответ: 3 и -7.

Пример 26. Найти сумму корней уравнения $\frac{2x+1}{2x^2-3x-2} + \frac{3}{x-3} = 1$.

Ответ: 9.

Пример 27. Разложить на множители квадратный трёхчлен $3x^2 - (3\sqrt{2} - 1)x - \sqrt{2}$.

Ответ: $3(x - \sqrt{2})(x + \frac{1}{3})$.

Пример 28. Выделить полный квадрат для квадратного трёхчлена $2x^2 - 3x + 5$.

Ответ: $2(x - \frac{3}{4})^2 + \frac{31}{8}$.

Примеры заданий (с ответами)
по теме практического занятия №6
«Неравенства»

Пример 29. Решить неравенство $x^2 + 5x + 6 \geq 0$.

Ответ: $(-\infty; -3] \cup [-2; +\infty)$.

Пример 30. Решить неравенство $(x+8)^2 < 5$.

Ответ: $(-8 - \sqrt{5}; -8 + \sqrt{5})$.

Пример 31. Решить неравенство $\frac{x^2-4x+4}{x^2-3} \leq 0$.

Ответ: $(-\sqrt{3}; \sqrt{3}) \cup \{2\}$.

РАЗДЕЛ (ТЕМА) 4 «ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА»

Тема изучается на седьмом и восьмом практических занятиях. Рассмотрим примеры заданий (с ответами) по теме практического занятия №7 «Определители. Действия с матрицами».

Пример 32. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{vmatrix}$.

Ответ: 15.

Пример 33. Найти x из уравнения $\begin{vmatrix} 1 & x & 3 \\ 1 & 2 & -3 \\ 7 & 4 & -1 \end{vmatrix} = 0$.

Ответ: -1.

Пример 34. Найти x , если $A = \begin{pmatrix} x & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 12 & -52 \\ 13 & -1 \end{pmatrix}$, $3A^2 - 2A + 3E = B$, где E – единичная матрица.

Ответ: 3.

Пример 35. На предприятии изготавливают продукцию четырёх видов: P_1, P_2, P_3, P_4 , при этом используют сырьё трёх типов: S_1, S_2 и S_3 .

Нормам расхода сырья соответствует матрица $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 3 & 5 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}$, где

каждый элемент a_{ij} ($i = 1, 2, 3, 4; j = 1, 2, 3$) показывает, сколько единиц сырья j -го типа расходуется на производство единицы продукции i -го вида. План выпуска продукции представлен матрицей $C = (150 \ 120 \ 90 \ 100)$, а стоимость единицы каждого типа сырья

(ден. ед.) – матрицей $B = \begin{pmatrix} 30 \\ 70 \\ 60 \end{pmatrix}$. Определить общую стоимость сырья.

Ответ: $Q = 283\ 600$.

Пример 36. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. Найти обратную матрицу.

Ответ: $A^{-1} = \frac{1}{5} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Примеры заданий (с ответами)
по теме практического занятия №8
«Системы линейных уравнений»

Пример 37. Для каждой системы линейных уравнений

$$1) \begin{cases} 4x + 6y = -1, \\ 12x + 18y = -3 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 12x - 7y = 5, \\ -48x + 28y = -15 \end{cases}$$

необходимо: вычислить определитель матрицы коэффициентов перед неизвестными; указать количество решений, которое имеет система, используя теорему Кронекера-Капелли и её следствия; если система линейных уравнений имеет решения, то найти их.

Ответ: 1) $\Delta A = 0$; $\text{rang } A = \text{rang } \tilde{A} = 1$, а число неизвестных равно 2, следовательно, $\text{rang } A = \text{rang } \tilde{A} \neq$ числу неизвестных и система неопределена, то есть система имеет бесконечное множество решений;

$$X = \begin{pmatrix} -1,5C - 0,25 \\ C \end{pmatrix} \text{ или } X = \begin{pmatrix} C \\ -\frac{2}{3}C - \frac{1}{6} \end{pmatrix}.$$

2) $\Delta A = 0$; $\text{rang } A = 1$, а $\text{rang } \tilde{A} = 2$ следовательно, $\text{rang } A \neq \text{rang } \tilde{A}$ и система несовместна, то есть система не имеет решений.

Пример 38. Найти решение системы уравнений методом Крамера

$$\begin{cases} \sqrt{5}x + 2y = 1, \\ 6x - 3\sqrt{5}y = 12\sqrt{5}. \end{cases}$$

Ответ: $\Delta A = -27$, $\Delta_x = -27\sqrt{5}$, $\Delta_y = 54$, значит $x = \sqrt{5}$, $y = -2$.

Пример 39. Найти решение системы уравнений
$$\begin{cases} x + y + z = 1, \\ x - y - 2z = 8, \\ 4x + y + 2z = 2. \end{cases}$$

Ответ: $X = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}.$

Пример 40. Найти собственные числа и собственные векторы матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ: $\lambda_1 = 3$, $X_1 = \begin{pmatrix} C \\ -2C \end{pmatrix}$; $\lambda_2 = 5$, $X_2 = \begin{pmatrix} C \\ -C \end{pmatrix}.$

РАЗДЕЛ (ТЕМА) 5 «АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ»

Тема изучается на девятом практическом занятии. Рассмотрим примеры заданий (с ответами) по теме практического занятия №9 «Уравнение прямой на плоскости».

Пример 41. Составить различные виды прямой, проходящей через точки $A(6; 4)$, $B(-3; -8)$.

Ответ: $\frac{x-6}{3} = \frac{y-4}{4}$ – уравнение прямой в каноническом виде;

$4x - 3y - 12 = 0$ – уравнение прямой в общем виде;

$y = \frac{4}{3}x - 4$ – уравнение с угловым коэффициентом;

$\frac{x}{3} + \frac{y}{-4} = 1$ – уравнение прямой «в отрезках»;

$\begin{cases} x = 3t + 6, \\ y = 4t + 4 \end{cases}$ – уравнение прямой в параметрическом виде,

Пример 42. Найти общее уравнение прямой, проходящей через точку $A(-3; 2)$ параллельно прямой $x - 5y + 11 = 0$.

Ответ: $5x - y + 13 = 0$.

Пример 43. Найти общее уравнение прямой, проходящей через точку $A(12; -6)$ перпендикулярно прямой $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4}$.

Ответ: $3x + 4y - 12 = 0$

Пример 44. Найти расстояние от точки $M(2; 1)$ до прямой $3x - 4y + 6 = 0$.

Ответ: 1,6.

РАЗДЕЛ (ТЕМА) 6 «ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»

Тема изучается на десятом и одиннадцатом практических занятиях. Рассмотрим примеры заданий (с ответами) по теме практического занятия №10 «Операции над множествами. Предел последовательности и функции. Раскрытие неопределенностей $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$ ».

Пример 45. Даны два множества $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ и $B = \{b, d, e, m, n, p\}$. Найти $A \cap B$.

Ответ: $\{b, d, e\}$.

Пример 46. Даны два множества $A = \left\{x \mid -\frac{2}{3} \leq x \leq \frac{5}{3}\right\}$ и

$B = \left\{x \mid -\frac{3}{7} < x < 2\right\}$. Найти $A \setminus B$.

Ответ: $\left\{x \mid -\frac{2}{3} \leq x \leq -\frac{3}{7}\right\}$.

Пример 47. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{25}{2x^3+5}$.

Ответ: 0

Пример 48. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+8}{3x+5}\right)^{6-9x}$.

Ответ: ∞ .

Пример 49. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^4-2x^2+8}{3x^3+5x^2-10}$.

Ответ: $-\infty$.

Примеры заданий (с ответами)
по теме практического занятия №11

«Раскрытие неопределенностей $\left(\frac{0}{0}\right)$. Замечательные пределы.

Использование пределов в экономике».

Пример 50. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+2x-3}{5-5x^2}$.

Ответ: -0,4.

Пример 51. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{2-\sqrt{x+1}}$.

Ответ: -24.

Пример 52. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^3(2x)}{\sin(3x^3)}$.

Ответ: $\frac{8}{3}$.

Пример 53. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1}\right)^{3-4x}$.

Ответ: e^{-4} .

Пример 54. Пусть темп инфляции составляет 1% в день. Во сколько раз изменится первоначальная сумма через девять месяцев?

Ответ: $\frac{1}{e^{2,73}}$.

РАЗДЕЛ (ТЕМА) 7 «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ»

Тема изучается на двенадцатом и тринадцатом практических занятиях. Рассмотрим примеры заданий (с ответами) по теме практического занятия №12 «Производные. Правила дифференцирования. Производная сложной функции».

Пример 55. Вычислить производную функции

$$y = 7\sqrt{x} - \frac{1}{x} + 20x^4 + \frac{3}{x^3}.$$

Ответ: $y' = \frac{7}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2} + 80x^3 - \frac{9}{x^4}.$

Пример 56. Вычислить производную функции $y = \frac{\ln x \cdot \sqrt{x}}{\cos x}.$

Ответ: $y' = \frac{\left(\frac{1}{x}\sqrt{x} + \ln x \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}\right) \cdot \cos x + \ln x \cdot \sqrt{x} \cdot \sin x}{\cos^2 x}.$

Пример 57. Вычислить производную функции $y = \operatorname{ctg}^3(5x^2).$

Ответ: $y' = 3\operatorname{ctg}^2(5x^2) \cdot \left(-\frac{1}{\sin^2(5x^2)}\right) \cdot 10x.$

Примеры заданий (с ответами)

по теме практического занятия №13

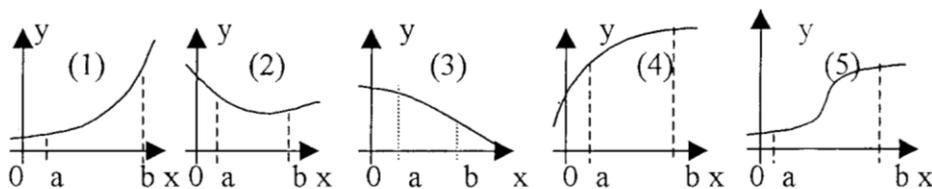
«Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке. Применение производных к исследованию функции.

Применение производных в экономике»

Пример 58. Составить уравнение нормали в точке $x_0 = 2$ к параболе $y = 7x^2 - 14x + 5$ (уравнение прямой записать в общем виде).

Ответ: $x + 14y - 68 = 0.$

Пример 59. Укажите, на каком рисунке изображён график функции, для которой в каждой точке отрезка $[a; b]$ выполняются три условия: $y > 0, y' < 0, y'' < 0.$



Ответ: 3.

Пример 60. Найти точку минимума функции

$$y = (2x + 1)^2 \cdot (x + 3) + 4.$$

Ответ: $-0,5.$

Пример 61. Найти наименьшее значение функции $y = \frac{x^2+49}{x}$ на отрезке $[-9; -1]$.

Ответ: -50 .

Пример 62. Выручка R от продажи некоторого товара определяется по формуле $R(Q) = 150Q - 0,2Q^2$, где Q – объём проданной продукции (тыс. ед.). Найти среднюю и предельную выручки, если продано 120 тыс. ед.

Ответ: $\bar{R} = 126$ ден. ед., $R' = 102$ ден. ед.

Пример 63. Функции долговременного спроса D и предложения S от цены P на мировом рынке нефти имеют, соответственно, вид $D = 30 - 0,9P$ и $S = 1,2P + 16$. Найти эластичность спроса в точке равновесной цены.

Ответ: $E_{20}(D) = -0,25$.

Пример 64. Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известно, что цена продукции P зависит от объёма: $P(Q) = 240 - 3Q$. Найти объём и цену продукции, при которых выручка предприятия будет максимальной.

Ответ: $Q=40$ ед., $P=120$ ден. ед.

Пример 65. Функция спроса на товар имеет вид $D = 9 - P$, а функция его предложения $S = 3P - 3$. Если установить такую ставку налога на единицу товара, чтобы сумма собранного налога была максимальной, то какова будет сумма налогов?

Ответ: 12 ден. ед.

Пример 66. Зависимость количества Q (в шт., $0 \leq Q \leq 30\,000$) купленного у фирмы товара от цены P (в руб. за шт.) выражается формулой $Q = 30\,000 - P$. Затраты на производство Q единиц товара составляют $5\,000Q + 3\,000\,000$ руб. Кроме затрат на производство, фирма должна платить налог t руб. ($0 < t < 15\,000$) с каждой произведённой единицы товара. Таким образом, прибыль фирмы составляет $PQ - 5\,000Q - 3\,000\,000 - tQ$ руб., а общая сумма налогов, собранных государством, равна tQ руб.

Фирма производит такое количество товара, при котором её прибыль максимальна. При каком значении t (в руб.) общая сумма налогов, собранных государством, будет максимальной?

Ответ: 12 500 руб.

РАЗДЕЛ (ТЕМА) 8 «ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ»

Тема изучается на четырнадцатом и пятнадцатом практических занятиях. Рассмотрим примеры заданий (с ответами) по теме практического занятия №14 «Частные производные первого и второго порядков».

Пример 67. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ функции $z = 5x^2 - 6xy^2 + 3y - 3x$ в точке $M_0(1; -2)$.

ОТВЕТ: -17 .

Пример 68. Найти $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции $z = e^{2x} \cdot \arcsin y^3$.

ОТВЕТ: $\frac{\partial z}{\partial y} = e^{2x} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-(y^3)^2}} \cdot 3y^2$.

Пример 69. Найти $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции $z = 2x^2y^3 - \frac{x}{y^2} + \frac{2x^5}{5} - y^6$ в точке $M_0(2; -1)$.

ОТВЕТ: 22 .

Пример 70. Найти $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ функции $z = \ln(3xy - x^3)$.

ОТВЕТ: $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = -\frac{9x^2}{(3xy - x^3)^2}$.

Пример 71. Найти полный дифференциал первого порядка функции $z = \frac{x^2 - 3y^3}{x^4 + y}$.

ОТВЕТ: $dz = \frac{12x^3y^3 + 2xy - 2x^5}{(x^4 + y)^2} dx - \frac{9x^4y^2 + 6y^3 + x^2}{(x^4 + y)^2} dy$.

Пример 72. Вычислить $\text{grad } u$ в точке $M(0; -2; 3)$, если $u = 5x^2 + 3y^2 + 3z^2$.

ОТВЕТ: $(0; -12; 18)$.

Примеры заданий (с ответами)

по теме практического занятия №15

«Экстремум функции нескольких переменных»

Пример 73. Исследовать на экстремум функцию $z = 6(x - y) - 3x^2 - 3y^2$. Ответ представить в виде

$z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$.

ОТВЕТ: $z_{\max}(1; -1) = 6$.

Пример 74. Производится два вида товаров в количестве x и y . Пусть цены на эти товары, соответственно, $P_1 = 45$ и $P_2 = 27$ тыс. руб. а функция издержек имеет вид $C = 6x^2 + 3xy + 3y^2$. Найти максимальную прибыль в тыс. руб., которую можно получить при продаже этих товаров.

Ответ: 108 тыс. руб.

РАЗДЕЛ (ТЕМА) 9 «ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»

Тема изучается на шестнадцатом и семнадцатом практических занятиях. Рассмотрим примеры заданий (с ответами) по теме практического занятия №16 «Первообразная. Неопределенный интеграл. Методы интегрирования: табличное интегрирование, метод подведения под знак дифференциала».

Пример 75. Какая из указанных ниже функций является первообразной функции $f(x) = 3 - 8x - \frac{4}{x^2}$? Обосновать свой выбор.

$$1) F(x) = -8 + \frac{8}{x^3} \qquad 2) F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{8}{x^3} - 2$$

$$3) F(x) = 3x - 4x^2 - \frac{4}{x} - 6 \qquad 4) F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{4}{x}$$

$$5) F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{4}{x} - 5$$

Ответ: 4) и 5), так как $(3x - 4x^2 + \frac{4}{x})' = (3x - 4x^2 + \frac{4}{x} - 5)' = f(x)$.

Пример 76. Вычислить неопределённый интеграл $\int (3 + 2x^3)^2 dx$.

Ответ: $9x + 3x^4 + \frac{4}{7}x^7 + C$.

Пример 77. Вычислить неопределённый интеграл $\int (3x^2 - 5)(\sqrt{x} + 2) dx$.

Ответ: $\frac{6}{7}\sqrt{x^7} - \frac{10}{3}\sqrt{x^3} + 2x^3 - 10x + C$.

Пример 78. Вычислить неопределённый интеграл $\int \frac{(4-5x)^2}{x} dx$.

Ответ: $16 \ln|x| - 40x + \frac{25}{2}x^2 + C$.

Пример 79. Вычислить неопределённый интеграл $\int \frac{2-x^2}{x^2-10} dx$.

Ответ: $-4 - \frac{4}{\sqrt{10}} \ln \left| \frac{\sqrt{10-x}}{\sqrt{10+x}} \right| + C$.

Пример 80. Вычислить неопределённый интеграл $\int \frac{dx}{x \cdot \ln^5 x}$.

Ответ: $-\frac{1}{4 \cdot \ln^4 x} + C$.

Пример 81. Вычислить неопределённый интеграл $\int \frac{x dx}{\sqrt[4]{x^2 - 8}}$.

Ответ: $\frac{2}{3} \sqrt[4]{(x^2 - 8)^3} + C$.

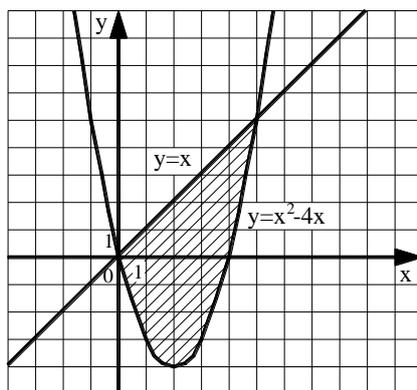
Примеры заданий (с ответами)
по теме практического занятия №17

«Определённые интегралы. Приложения определённых интегралов.
Дифференциальные уравнения»

Пример 82. Функция предельных издержек некоторого предприятия имеет вид $C' = 90 - 0,02Q + 0,009Q^2$. Найти функцию издержек, если издержки производства $Q = 80$ ед. продукции составляют 8900 ден. ед.

Ответ: $C(Q) = 90Q - 0,01Q^2 + 0,003Q^3 + 228$.

Пример 83. Вычислить площадь заштрихованной области.



Ответ: $20 \frac{5}{6}$.

Пример 84. Найти общее решение уравнения $yy' = \sqrt{x}$.

Ответ: $\frac{y^2}{2} = \frac{2}{3} x \sqrt{x} + C$.

Пример 85. Найти общее решение линейного однородного уравнения $y'' - 10y' + 29y = 0$.

Ответ: $y = e^{5x} \cdot (C_1 \cdot \cos(2x) + C_2 \cdot \sin(2x))$.

Пример 86. Функции спроса $D = D(t)$ и предложения $S = S(t)$ от цены товара P , где t – время, имеют следующие аналитические выражения: $D = 4P'' - 6P' + P + 24$ и $S = 5P'' + 4P' + P + 9$. Найти уравнение, выражающее зависимость цены $P = P(t)$ от времени t при равновесном состоянии рынка.

Ответ: $P = C_1 + C_2 \cdot e^{-10t} + 1,5t$.

РАЗДЕЛ (ТЕМА) 10 «ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»

Тема изучается на восемнадцатом практическом занятии. Рассмотрим примеры заданий (с ответами) по теме практического занятия №18 «Основные понятия теории вероятностей. Основные понятия математической статистики. Генеральная совокупность и выборка».

Пример 87. В урне 4 белых и 3 чёрных шара. Из неё вынимают 2 шара. Найти вероятность того, что они разного цвета. Рассмотреть выборки: а) без возвращения; б) с возвращением.

Ответ: а) $\frac{4}{7}$; б) $\frac{24}{49}$.

Пример 88. Из генеральной совокупности извлечена выборка. Найти несмещённую оценку математического ожидания.

x_i	3	5	9
n_i	2	7	1

Ответ: 5.

Пример 89. Проведено 4 измерения (без систематических ошибок) некоторой случайной величины (в мм): 5, 8, 6, 9. Найти несмещённую оценку математического ожидания.

Ответ: 7.

Пример 90. Из генеральной совокупности извлечена выборка. Найти выборочную дисперсию.

x_i	3	5	9
n_i	2	7	1

Ответ: 2,4.

Пример 91. В результате измерений некоторой физической величины одним прибором (без систематических ошибок), получены следующие результаты (в мм): 6, 9, 7. Найти несмещённую оценку дисперсии.

Ответ: $2\frac{1}{3}$.

Пример 92. Найти моду для выборки:

x_i	1	2	3	4	5	6
n_i	7	8	10	2	4	3

Ответ: 3.

Пример 93. Найти медиану вариационного ряда: 5, 7, 8, 8, 10, 13, 16, 18.

Ответ: 9.

Пример 94. Найти медиану вариационного ряда: 3, 4, 5, 9, 10, 10, 12, 12, 17.

Ответ: 10.

Пример 95. Найти размах вариационного ряда: 5, 7, 8, 10, 10, 14.

Ответ: 9.

ВОПРОСЫ ДЛЯ КОЛЛОКВИУМА

Вопросы для коллоквиума по разделу (теме) 1

«Числа, проценты, прогрессии»

1. Перечислите основные задачи на проценты.
2. Дайте определение понятиям наращивание, ставка наращивания, наращенная сумма, дисконтирование, современная (текущая) сумма.
3. Введите понятие простых процентов и формулу их нахождения.
4. Введите понятие сложных процентов и формулу их нахождения при ежегодном начислении процентов. По какой формуле рассчитываются сложные проценты при начислении процентов n раз в году?
5. Дайте определение арифметической и геометрической прогрессий. По какой формуле рассчитывается n -й член арифметической и геометрической прогрессий?
6. По какой формуле рассчитывается сумма n первых членов арифметической и геометрической прогрессий?
7. Дайте определение комплексного числа, мнимой единицы, действительной и мнимой частей комплексного числа.
8. Какие операции можно производить с комплексными числами? Какие комплексные числа называются сопряжёнными?
9. Какие вы знаете формы записи комплексных чисел?
10. Дайте определение модуля комплексного числа, аргумента комплексного числа.

Вопросы для коллоквиума по разделу (теме) 2

«Действия со степенями, корнями, логарифмами. Тригонометрия.

Элементарные функции»

11. Перечислите правила действия со степенями.
12. Запишите формулы сокращённого умножения.
13. Что называется корнем степени n из числа, арифметическим корнем n -й степени из числа?

14. Дайте определение логарифма числа b по основанию a , десятичного логарифма, натурального логарифма.
15. Перечислите свойства логарифмов, запишите формулы перехода от одного основания логарифма к другому.
16. Опишите градусную и радианную меры угла. Что такое единичная окружность?
17. Дайте определения синуса, косинуса, тангенса и котангенса угла.
18. Перечислите основные тригонометрические тождества.
19. Какие вы знаете обратные тригонометрические функции?
20. Какие бывают способы задания функции? Перечислите основные свойства функций.

*Вопросы для коллоквиума по разделу (теме) 3
«Уравнения и неравенства»*

21. Дайте определение уравнения.
22. Что называется областью допустимых значений уравнения?
23. Какие уравнения называются равносильными? В каком случае одно уравнение является следствием другого?
24. Приведите примеры действий с уравнениями, которые могут приводить к появлению посторонних корней. Приведите примеры действий с уравнениями, которые могут приводить к потере корней.
25. С помощью каких способов решаются квадратные уравнения?
26. Запишите формулы разложения квадратного трёхчлена на множители, выделения полного квадрата из квадратного трёхчлена.
27. Дайте определение неравенства. Перечислите основные свойства неравенств.
28. Как решаются неравенства следующих видов ($a = const$):
 - 1) $x^2 > a, x^2 \geq a, x^2 < a, x^2 \leq a$;
 - 2) $|x| > a, |x| \geq a, |x| < a, |x| \leq a$;
 - 3) $\sqrt{x} > a, \sqrt{x} \geq a, \sqrt{x} < a, \sqrt{x} \leq a$?
29. Как решаются неравенств вида $ax^2 + bx + c > 0$, $ax^2 + bx + c \geq 0$, $ax^2 + bx + c < 0$, $ax^2 + bx + c \leq 0$ ($a \neq 0$)?
30. В чём заключается метод интервалов?

*Вопросы для коллоквиума по разделу (теме) 4
«Линейная алгебра»*

31. Дать определения операций сложения, умножения матриц, умножения матрицы на число. Каким условиям должны удовлетворять размеры матриц при сложении, умножении?

32. Дать общее определение определителя квадратной матрицы. В чём заключается правило треугольников?
33. Перечислить свойства определителей.
34. Что такое единичная матрица, каковы её свойства?
35. Что такое алгебраическое дополнение элемента матрицы?
36. Что такое обратная матрица? Для каких матриц она определена?
37. Какие системы называются эквивалентными?
38. Какие системы называются совместными, несовместными, определёнными, неопределёнными, однородными, неоднородными?
39. Как записать и решить систему в матричной форме? Запишите формулы Крамера.
40. Дайте понятия собственного числа и собственного вектора.

Вопросы для коллоквиума по разделу (теме) 5

«Аналитическая геометрия»

41. Охарактеризуйте декартову и полярную системы координат.
42. Приведите пример кривой, заданной в параметрическом виде.
43. Перечислите виды уравнения прямой на плоскости.
44. Приведите пример перевода одного вида уравнения прямой в другой.
45. Как могут располагаться две прямые на плоскости?
46. Назовите формулу для вычисления расстояния от точки до прямой.
47. Что такое направляющие косинусы прямой и как их вычислить?
48. Перечислите виды кривых второго порядка. Назовите канонические уравнения кривых второго порядка.
49. Как применяется аналитическая геометрия в экономике?
50. Назовите алгоритм графического метода линейного программирования.

Вопросы для коллоквиума по разделу (теме) 6

«Введение в математический анализ»

51. Дайте определение множества. Перечислите и опишите операции над множествами.
52. Дайте определение предела функции в точке. В каком случае функция называется бесконечно малой, бесконечно большой? Как связаны бесконечно малые и бесконечно большие величины?
53. Как вычисляется предел функции в точке? Какие правила следует помнить при вычислении пределов? Что такое односторонний предел?
54. Опишите алгоритм раскрытия неопределённости $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$.

55. Опишите алгоритм раскрытия неопределённости $\left(\frac{0}{0}\right)$ при отсутствии иррациональности и тригонометрических функций.
56. Опишите алгоритм раскрытия неопределённости $\left(\frac{0}{0}\right)$ при наличии иррациональности и отсутствии тригонометрических функций.
57. Опишите алгоритм раскрытия неопределённости $\left(\frac{0}{0}\right)$ при наличии тригонометрических функций.
58. Запишите формулы первого и второго замечательного пределов.
59. Опишите алгоритм раскрытия неопределённости (1^∞) .
60. Приведите пример использования пределов в экономике.

Вопросы для коллоквиума по разделу (теме) 7

«Дифференциальное исчисление функций одной переменной»

61. Дайте определение производной функции $y = f(x)$. Перечислите основные правила дифференцирования.
62. Как найти производную сложной функции?
63. Как найти уравнение касательной и нормали к графику функции $y = f(x)$ при известной фиксированной точке $M_0(x_0; y_0)$?
64. Опишите алгоритм исследования поведения графика функции с использованием аппарата производных.
65. Как найти точку максимума (минимума) функции?
66. Как найти наибольшее (наименьшее) значение функции на отрезке?
67. Сформулируйте правило Лопиталя.
68. Дайте определение эластичности спроса (предложения). Как вычислить эластичность спроса (предложения)? В каком случае спрос эластичен, нейтрален и неэластичен относительно цены на товар?
69. Дайте определение средних и предельных издержек. Как их вычислить?
70. Опишите алгоритм нахождения наибольшей прибыли (дохода, налогов и т.п.) с помощью аппарата производных.

Вопросы для коллоквиума по разделу (теме) 8

«Функции нескольких переменных»

71. Дайте понятие функции двух переменных, функции нескольких переменных.
72. Как вычисляются частные производные первого порядка для функции двух переменных?

73. Сколько различных частных производных 2-го порядка имеет функция от двух переменных? Сформулируйте теорему Шварца.
74. Что такое полный дифференциал?
75. В чём заключается геометрический и функциональный смысл градиента?
76. Какая точка называется стационарной для функции двух переменных?
77. Сформулируйте необходимые условия экстремума функции двух переменных.
78. Сформулируйте достаточные условия экстремума функции двух переменных.
79. Приведите пример использования функции нескольких переменных в экономике.
80. В чём заключается метод наименьших квадратов?

Вопросы для коллоквиума по разделу (теме) 9

«Интегральное исчисление. Дифференциальные уравнения»

81. Дайте определение первообразной и неопределённого интеграла.
82. Опишите алгоритмы методов непосредственного интегрирования: использование приёма деления почленно и метода группировки.
83. Опишите варианты замены переменной в неопределённом интеграле.
84. Опишите способы вычисления определённого интеграла.
85. Как с помощью определённого интеграла вычислить площадь плоской фигуры в декартовой системе координат?
86. Как используются интегралы в экономике? Приведите примеры.
87. Дайте определение дифференциального уравнения. Как определить порядок дифференциального уравнения?
88. Дайте определение общего и частного решений дифференциального уравнения.
89. Какие виды дифференциальных уравнений первого порядка вы знаете? Опишите алгоритмы их решения.
90. Какие виды дифференциальных уравнений второго порядка вы знаете? Опишите алгоритмы их решения.

Вопросы для коллоквиума по разделу (теме) 10

«Теория вероятностей и математическая статистика»

91. Сформулируйте классическое определение вероятностей. Укажите недостатки этого определения.

92. Какое событие называется достоверным, невозможным, случайным?
93. Дайте определение полной группы событий.
94. Какие события называются несовместными, совместными, противоположными, независимыми?
95. Какие виды случайных величин вы знаете?
96. Перечислите важнейшие характеристики случайных величин.
97. Дайте понятие вариационного ряда.
98. Какие виды вариационных рядов вы знаете?
99. Перечислите важнейшие точечные характеристики выборки.
100. Дайте понятие доверительного интервала.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Бредихина, Ольга Александровна. Практическое применение математических методов в экономике: учебное пособие для студентов экономических направлений подготовки и специальностей / О. А. Бредихина, С. В. Фильчакова; Юго-Зап. гос. ун-т. - Курск: ЮЗГУ, 2019. - 143 с. - Текст: электронный.

2. Бредихина, Ольга Александровна. Практическое применение математических методов в экономике: учебное пособие для студентов экономических направлений подготовки и специальностей / О. А. Бредихина, С. В. Фильчакова; Юго-Зап. гос. ун-т. - Курск: ЮЗГУ, 2019. - 143 с. - Текст: непосредственный.

3. Геворкян, П. С. Высшая математика. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебное пособие / П. С. Геворкян. - Москва: Физматлит, 2011. - 207 с.

- URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82792> (дата обращения 31.08.2021). - Режим доступа: по подписке. - Текст: электронный.

4. Бредихина, Ольга Александровна. Практическое применение математических методов в экономике: математический анализ: учебное пособие для студентов экономических направлений подготовки и специальностей / О. А. Бредихина, С. В. Фильчакова; Юго-Зап. гос. ун-т. - Курск: ЮЗГУ, 2020. - 163 с. - Текст: электронный.

5. Бредихина, Ольга Александровна. Практическое применение математических методов в экономике: математический анализ: учебное пособие для студентов экономических направлений подготовки и специальностей / О. А. Бредихина, С. В. Фильчакова; Юго-Зап. гос. ун-т. - Курск: ЮЗГУ, 2020. - 163 с. - Текст: непосредственный.

6. Ильин, В. А. Основы математического анализа: учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 7-е изд., стер. - Москва: Физматлит, 2009. - Ч. I. - 647 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 1).

- URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=76686> (дата обращения: 15.02.2021). - Режим доступа: по подписке. - Текст: электронный.

7. Протасов, Ю. М. Математический анализ: учебное пособие / Ю. М. Протасов. - 2-е изд., стер. - Москва: Флинта, 2017. - 165 с. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=115118> (дата обращения 31.08.2021). - Режим доступа: по подписке. - Текст: электронный.

8. Кутузов, А. С. Математический анализ: дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной: учебное пособие / А. С. Кутузов. - 2-е изд. стер. - Москва; Берлин: Директ-Медиа, 2017. - 127 с.

- URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=462166> (дата обращения 31.08.2021). - Режим доступа: по подписке. - Текст: электронный.

9. Теория вероятностей: учебное пособие: [для студентов техн. и экон. спец. дневной, заочной и дистан. форм обучения] / Е. В. Журавлева [и др.]; Юго-Зап. гос. ун-т. - Курск: ЮЗГУ, 2015. - 175, [3] с. - Текст: электронный.

10. Теория вероятностей: учебное пособие: [для студентов техн. и экон. спец. дневной, заочной и дистан. форм обучения] / Е. В. Журавлева [и др.]; Юго-Зап. гос. ун-т. - Курск: ЮЗГУ, 2015. - 175, [3] с.; 20 см. - Текст: непосредственный.

11. Бойцова, Елена Алексеевна. Практикум по математике: учебное пособие / Е. А. Бойцова. - Старый Оскол: ТНТ, 2014. - 160 с. - Текст: непосредственный.

12. Бойцова, Елена Алексеевна. Практикум по математике: учебное пособие: [для студентов, обуч. по направлению «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств»] / Е. А. Бойцова. - 2-е изд., стер. - Старый Оскол: ТНТ, 2018. - 160 с. - Текст: непосредственный.

13. Тютюнов, Дмитрий Николаевич. Функции нескольких переменных: учебное пособие: [для студентов, преподавателей, аспирантов технических и экономических специальностей дневной, заочной и дистанционной форм обучения] / Д. Н. Тютюнов, Л. И. Студеникина, Е. В. Скрипкина. - Курск: Университетская книга, 2016. - 158 с. - Текст: электронный.

14. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления: учебное пособие / Н. С. Пискунов. - изд., стер. - М.: Интеграл-Пресс, 2007 - Т. 1. - 416 с. - Текст: непосредственный.

15. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления: учебник для вузов / Н. С. Пискунов. - стер. изд. - М.: Интеграл-Пресс, 2001 - Т. 2. - 544 с. - Текст: непосредственный.

16. Бугров, Я. С. Дифференциальное и интегральное исчисление: учебник для инж.-техн. спец. вузов / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. - М.: Наука, 1980. - 432 с. - Текст: непосредственный.

17. Гмурман, Владимир Ефимович. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для бакалавров / В. Е. Гмурман. - 12-е изд. - М.: Юрайт, 2012. - 479 с. - Текст: непосредственный.

18. Гмурман, Владимир Ефимович. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учебное пособие / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. и доп. - М.: Юрайт, 2011. - 404 с. - Текст: непосредственный.

19. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учебное пособие / В. Е. Гмурман. - Изд. 3-е, перераб. и доп. - Москва: Высшая школа, 1979. - 400 с.: ил. - URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=458330> (дата обращения 31.08.2021). - Режим доступа: по подписке. - Б. ц. - Текст: электронный.

20. Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии: методические указания для подготовки к практическим занятиям / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: О. А. Бредихина, С. В. Фильчакова. - Курск: ЮЗГУ, 2020. - 48 с. - Текст: электронный.

21. Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений: методические указания по выполнению модуля для студентов технических и экономических специальностей и направлений подготовки / Юго-Зап. гос. ун-т; сост. Т. В. Шевцова. - Курск: ЮЗГУ, 2017. - 31 с. - Текст: электронный.

22. Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений: индивидуальные задания к модулю / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Е. А. Бойцова, Т. В. Шевцова. - Курск: ЮЗГУ, 2016. - 26 с. - Текст: электронный.

23. Векторная алгебра. Аналитическая геометрия: индивидуальные задания и методические указания по выполнению модуля / Юго-Зап. гос. ун-т; сост. А. В. Бойков. - Курск: ЮЗГУ, 2014. - 30 с. - Текст: электронный.

24. Векторная алгебра и аналитическая геометрия: методические указания по выполнению модуля 2 для студентов технических специальностей / ЮЗГУ; сост.: О. А. Бредихина, С. В. Шестахина. - Курск: ЮЗГУ, 2013. - 18 с. Текст: электронный.

25. Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление функций одной переменной: индивидуальные задания и методические указания по выполнению модуля / ЮЗГУ; сост. Е. В. Скрипкина. - Курск: ЮЗГУ, 2014. - 52 с. - Текст: электронный.

26. Функции нескольких переменных: индивидуальные задания и методические указания к выполнению модуля 6.1 для студентов технических специальностей / ЮЗГУ; сост.: О. А. Бредихина, С. В. Шестахина. - Курск: ЮЗГУ, 2014. - 15 с. - Текст: электронный.

27. Метод наименьших квадратов: методические указания и индивидуальные задания по выполнению лабораторной работы для студентов инженерного и экономического направлений / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Л. И. Студеникина, Т. В. Шевцова. - Курск: ЮЗГУ, 2017. - 52 с. - Текст: электронный.