МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра машиностроительных технологий и оборудования

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
______________ О.Г. Локтионова
«_14_» ______________ 20____ г.

ПОЛНЫЙ ФАКТОРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Методические указания по выполнению практической и самостоятельной работы для студентов по направлениям подготовки 27.04.01 «Стандартизация и метрология», 27.04.02 «Управление качеством», 15.04.05 «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств»

Курск 2018

УДК 519.6

Составители: В.В. Куц, М.С. Разумов

Рецензент
Кандидат технических наук, доцент *А.О. Гладышкин*

Полный факторный эксперимент : методические указания по проведению практической и самостоятельной работы / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: В.В. Куц, М.С. Разумов. – Курск, 2018. 20 с.: ил. 2.: табл. 23.

Содержат сведения по вопросам полного факторного эксперимента. Указывается порядок выполнения практической и самостоятельной работы, подходы к решению и правила оформления.

Методические рекомендации соответствуют требования программы, утвержденной учебно-методическим объединением по специальности автоматизированного машиностроительного производства (УМОАМ).

Предназначено для студентов по направлениям подготовки 27.04.01 «Стандартизация и метрология», 27.04.02 «Управление качеством», 15.04.05 «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств».

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 14.02.18 . Формат 60х84 1/16.
Усл.печ.л. 1,1. Уч.-изд.л. 1. Тираж 40 экз. Заказ.1094 Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

Цель работы: 1) ознакомить с методом планирования эксперимента; 2) овладеть практическими навыками статистической обработки результатов планирования эксперимента.

Рекомендуемая литература: [1, 2, 7, 11].

Теоретические сведения

Метод полного факторного эксперимента (ПФЭ) позволяет получить математическое описание исследуемого процесса в некоторой локальной области факторного пространства, лежащей в окрестности выбранной точки 0_1 с координатами ($x_{01}, x_{02}, ..., x_{0n}$) (рис. 1). Перенесем начало координат факторного пространства в точку 0_1. С этой целью введем новые переменные X_i, называемые кодированными переменными. Функцию отклика в окрестности нового начала координат разложим в ряд Тейлора:

$$\begin{aligned} y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + ... + b_n X_n + b_{12} X_1 X_2 + ... \\ ... + b_{(n-1)n} X_{n-1} X_n + b_{11} X_1^2 + b_{22} X_2^2 + ... + b_{nn} X_n^2 + ..., \end{aligned} \tag{1}$$

где $b_0 = y(0,....0)$ – значение функции отклика в начале координат; $b_i = \dfrac{\partial y}{\partial X_i}$; $b_{ij} = \dfrac{\partial^2 y}{\partial X_i \partial X_j}$; $b_{ii} = \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial^2 y}{\partial X_i^2}$ и т. д.

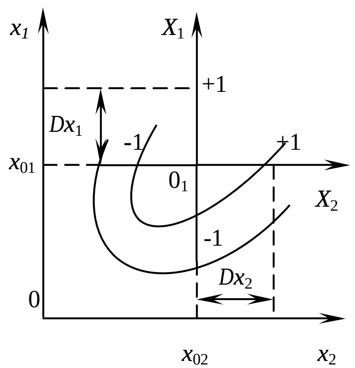

Рис. 1. Введение кодированнных переменных

Метод ПФЭ служит для получения математического описания процесса в виде отрезка ряда Тейлора (1).

При этом, как правило, ограничиваются линейной частью разложения и членами, содержащими произведения факторов в первой степени. Таким образом, удается находить уравнение локального участка поверхности отклика, если его кривизна не слишком велика.

Следует отметить, что коэффициенты искомого уравнения определяются на основе экспериментальных данных и, следовательно, несут на себе отпечаток погрешностей эксперимента. Чтобы подчеркнуть это обстоятельство, в уравнении вместо символов b , обозначающих истинные значения коэффициентов, пишут b, подразумевая под этим соответствующие выборочные оценки.

Итак, с помощью ПФЭ ищут математическое описание процесса в виде уравнения:

$$y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \ldots + b_n X_n + b_{12} X_1 X_2 + \ldots + b_{(n-1)n} X_{n-1} X_n , \quad (2)$$

которое называют уравнением регрессии, а входящие в него коэффициенты – коэффициентами регрессии (линейные эффекты).

Решение задачи планирования эксперимента начинают с выбора области эксперимента, в которой устанавливают основные уровни и интервалы варьирования факторов.

Основным, или нулевым, уровнем фактора называют его значение, принятое за исходное в плане эксперимента. Сочетание основных уровней принимают за исходную точку для построения плана эксперимента, состоящего из экспериментальных точек, симметричных относительно центра плана.

Интервалом варьирования фактора называют число (свое для каждого фактора), прибавление которого к основному уровню дает верхний уровень фактора, а вычитание – нижний.

Для удобства вычислений коэффициентов регрессии все факторы в ходе ПФЭ варьируют на двух уровнях, соответствующих значениям кодированных переменных +1 и – 1.

Кодированные значения фактора определяют по выражению

$$X_i = \frac{x_i - x_i^0}{e_i} , \quad (3)$$

где x_i – натуральное значение i–го фактора; x_i^0 – натуральное значение i–го фактора на основном уровне; e_i – интервал варьирования i–го фактора.

Таким образом, ПФЭ называется система опытов, содержащая все возможные неповторяющиеся комбинации уровней варьирования факторов.

Число опытов ПФЭ определяется выражением

$$N = 2^n, \tag{4}$$

где n – число факторов.

Для ПФЭ типа 2^2 уравнение регрессии имеет вид

$$y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_{12} X_1 X_2 . \tag{5}$$

Полный факторный эксперимент осуществляют с помощью матрицы планирования, вид которой для двухфакторного ПФЭ типа 2^2 приведен в табл. 1.

Таблица 1

Матрица планирования

№ опыта	X_1	X_2	X_1X_2	Функция отклика y
1	- 1	- 1	+1	y_1
2	+1	- 1	- 1	y_2
3	- 1	+1	- 1	y_3
4	+1	+1	+1	y_4

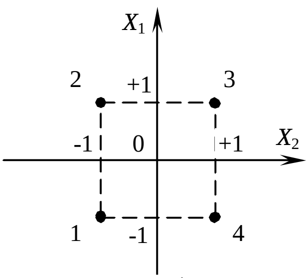

Рис. 2. Графическая интерпретация полного факторного эксперимента типа 2^2

Графическая интерпретация полного факторного эксперимента типа 2^2 представлена на рис. 2. Как видно, см. рис. 2, опыты, приведенные в табл. 1, соответствуют на факторной плоскости вершинам квадрата с центром в начале координат.

Уравнение регрессии для ПФЭ типа 2^3 имеет вид

$$y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_3 X_3 + b_{12} X_1 X_2 + \\ + b_{13} X_1 X_3 + b_{23} X_2 X_3 + b_{123} X_1 X_2 X_3. \quad (6)$$

В табл. 2 приведены условия опытов полного трехфакторного эксперимента. Эти опыты соответствуют в факторном пространстве вершинам куба с центром в начале координат.

Таблица 2

Матрица планирования

№ опыта	X_1	X_2	X_3	X_1X_2	X_1X_3	X_2X_3	$X_1X_2X_3$	Функция отклика y
1	- 1	- 1	- 1	+1	+1	+1	- 1	y_1
2	+1	- 1	- 1	- 1	- 1	+1	+1	y_2
3	- 1	+1	- 1	- 1	+1	- 1	+1	y_3
4	+1	+1	- 1	+1	- 1	- 1	- 1	y_4
5	- 1	- 1	+1	+1	- 1	- 1	+1	y_5
6	+1	- 1	+1	- 1	+1	- 1	- 1	y_6
7	- 1	+1	+1	- 1	- 1	+1	- 1	y_7
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	y_8

Число строк в матрице планирования равно количеству опытов. Знаками +1 и – 1 представлены значения факторов на верхнем и нижнем уровнях. Значения функции отклика (выходного параметра), полученные по результатам опытов, обозначены как y_1, y_2, y_3, y_4 и т.д. При увеличении числа факторов количество возможных сочетаний уровней резко возрастает.

Основной прием построения матрицы планирования типа 2^n базируется на смене знаков (табл. 3). В первом столбце (X_1) знаки идут попеременно, во втором (X_2) они чередуются через 2, в третьем (X_3) – через 4, в четвертом (X_4) – через 8 и т. д., т. е. по степеням двойки.

Можно вывести основные принципы построения матриц ПФЭ (см. табл. 1 – 3): уровни варьирования первого фактора чередуются от опыта к опыту; частота смены уровней варьирования каждого последующего фактора вдвое меньше, чем у предыдущего.

Матрица планирования ПФЭ обладает следующими свойствами:

$$\sum_{j=1}^{N} X_{ji} = 0. \tag{7}$$

$$\sum_{j=1}^{N} X_{ji}^{2} = N. \tag{8}$$

$$\sum_{j=1}^{N} X_{jl} X_{jm} = 0 \qquad (\text{где } l \text{ ¹ } m), \tag{9}$$

где N – число опытов полного факторного эксперимента; j – номер опыта; i, l, m – номер фактора.

Свойство, выраженное уравнением (9), называется ортогональностью. Поэтому говорят, что матрица ПФЭ ортогональна. Свойства (7 – 9) позволяет вычислять коэффициенты регрессии по простым формулам независимо друг от друга.

Таблица 3

Матрица планирования

№ опыта	План 2^4				Функция отклика y
	План 2^3				
	План 2^2				
	X_1	X_2	X_3	X_4	
1	- 1	- 1	- 1	- 1	y_1
2	+1	- 1	- 1	- 1	y_2
3	- 1	+1	- 1	- 1	y_3
4	+1	+1	- 1	- 1	y_4
5	- 1	- 1	+1	- 1	y_5
6	+1	- 1	+1	- 1	y_6
7	- 1	+1	+1	- 1	y_7
8	+1	+1	+1	- 1	y_8
9	- 1	- 1	- 1	+1	y_9
10	+1	- 1	- 1	+1	y_{10}
11	- 1	+1	- 1	+1	y_{11}
12	+1	+1	- 1	+1	y_{12}
13	- 1	- 1	+1	+1	y_{13}
14	+1	- 1	+1	+1	y_{14}
15	- 1	+1	+1	+1	y_{15}
16	+1	+1	+1	+1	y_{16}

После выбора плана эксперимента, основных уровней и интервалов варьирования факторов переходят к эксперименту в соответствии с составленной ранее матрицей планирования.

Чтобы компенсировать влияние случайных погрешностей, каждый опыт рекомендуется повторить k раз. Обычно число k параллельных опытов принимают равным 2 – 5 (табл. 4).

Таблица 4

Обработка результатов ПФЭ типа 2^2

№ опыта	X_1	X_2	X_1X_2	y_{j1}	...	y_{jk}	$\bar{y}_j$	S_j^2	S_j
1	- 1	- 1	+1	y_{11}	...	y_{1k}	y_1	S_1^2	S_1
2	+1	- 1	- 1	y_{21}	...	y_{2k}	y_2	S_2^2	S_2
3	- 1	+1	- 1	y_{31}	...	y_{3k}	y_3	S_3^2	S_3
4	+1	+1	+1	y_{41}	..	y_{4k}	y_4	S_4^2	S_4

Для каждой серий параллельных опытов находят среднее арифметическое значение функции отклика

$$\bar{y}_j = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} y_{ji}\ , \qquad (10)$$

где k – число параллельных опытов, проведенных в одинаковых условиях; j – номер опыта (j=1, 2, …, N); i – номер параллельного опыта (i=1, 2, …, k).

Затем вычисляют оценку дисперсии для каждой серии параллельных опытов

$$S_j^2 = \frac{1}{k-1}\sum_{i=1}^{k}\left(y_{ji} - \bar{y}_j\right)^2. \qquad (11)$$

Ошибку опыта определяют по формуле

$$S_j = \sqrt{S_j^2}\ . \qquad (12)$$

Для проверки воспроизводимости опытов находят отношение наибольшей из оценок дисперсий к сумме всех оценок дисперсий (расчетное значение критерия Кохрена):

$$G_{\text{р}} = \frac{\max S_j^2}{\sum_{j=1}^{N} S_j^2}. \tag{13}$$

Табулированные значения критерия Кохрена $G_{\text{т}}$ приведены в прил. 4. Для нахождения $G_{\text{т}}$ необходимо знать уровень значимости p, общее количество оценок дисперсий N и число степеней свободы f, связанных с каждой из них, причем $f = k - 1$.

При выполнении условия

$$G_{\text{р}} \le G_{\text{т}}, \tag{14}$$

опыты считаются воспроизводимыми, а оценки дисперсий – однородными. Если опыты невоспроизводимы, то можно попытаться достигнуть воспроизводимости выявлением и устранением источников нестабильности эксперимента, а также использованием более точных методов и средств измерений. Наконец, если никакими способами невозможно достигнуть воспроизводимости, то математические методы планирования к такому эксперименту применять нельзя.

Чтобы в известной мере компенсировать систематические погрешности эксперимента, используют прием, называемый рандомизацией. Он заключается в том, что опыты проводят в случайной последовательности, которая устанавливается с помощью таблицы случайных чисел (прил. 5). Пусть, например, требуется рандомизировать во времени 6 опытов, обозначенных цифрами I, II, ..., VI. Поставим им в соответствие 6 последовательных чисел, взятых в любой строке или в любом столбце таблицы см. прил. 5. При этом повторяющиеся числа следует отбросить.

Могут быть получены следующие пары:

I – 60	IV - 15
II – 12	V - 34
III – 05	VI - 30

Расположив случайные числа в порядке возрастания (или убывания), найдем искомую последовательность реализации опытов: III, II, IV, VI, V, I (или I, V, VI, IV, II, III).

Если установлено, что оценки дисперсий однородны (условие (14) выполняется), то оценку дисперсии воспроизводимости эксперимента вычисляют по формуле

$$S_y^2 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} S_j^2 . \tag{15}$$

На основании полного факторного эксперимента определяют коэффициенты уравнения регрессии (2) по формулам:

$$b_0 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \bar{y}_j . \tag{16}$$

$$b_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} X_{ji} \bar{y}_j . \tag{17}$$

$$b_{lm} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} X_{jl} X_{jm} \bar{y}_j . \tag{18}$$

Некоторые из коэффициентов регрессии могут оказаться пренебрежимо малыми – незначимыми. Чтобы установить, значим коэффициент или нет, необходимо прежде всего вычислить оценку дисперсии, с которой он находится

$$S_b^2 = \frac{S_y^2}{N} . \tag{19}$$

Следует отметить, что с помощью ПФЭ все коэффициенты определяются с одинаковой погрешностью.

Значимость каждого коэффициента уравнения регрессии устанавливают с помощью критерия Стьюдента, вычисляя его расчетное значение

$$t_{\text{р}} = \frac{|b|}{\sqrt{S_b^2}} , \tag{20}$$

где b – коэффициент уравнения регрессии, для которого устанавливается значимость.

Каждое рассчитанное значение $t_{\text{р}}$ сравнивают с табличным значением критерия Стьюдента $t_{\text{т}}$ (см. прил. 3), которое выбирают для заданного уровня значимости p при числе степеней свободы $f = N(k-1)$.

Если выполняется условие

$$t_{\text{р}} \geq t_{\text{т}}, \tag{21}$$

то коэффициент считается значимым. В противном случае коэффициент регрессии незначим, и соответствующий член можно исключить из уравнения регрессии.

Получив уравнение регрессии, следует проверить его адекватность с помощью критерия Фишера, который представляет собой отношение

$$F_{\text{р}} = \frac{\max\left(S_{\text{ад}}^2; S_y^2\right)}{\min\left(S_{\text{ад}}^2; S_y^2\right)}, \tag{22}$$

где $S_{\text{ад}}^2$ – оценка дисперсии адекватности, которая вычисляется как

$$S_{\text{ад}}^2 = \frac{1}{N-B}\sum_{j=1}^{N}\left(y_j^{\text{э}} - y_j^{\text{р}}\right)^2, \tag{6.23}$$

где $y_j^{\text{э}}$, $y_j^{\text{р}}$ – экспериментальное и расчетное значения функции отклика, полученные в j-том опыте; B – количество коэффициентов в уравнении регрессии.

При вычислении расчетного значения критерия Фишера по формуле (22) в числителе указывается большая, а в знаменателе – меньшая из оценок дисперсий.

Уравнение регрессии адекватно описывает результаты эксперимента, если выполняется условие

$$F_р < F_т, \quad (24)$$

где $F_т$ – табличное значение критерия Фишера для принятого уровня значимости p и числа степеней свободы f_1 числителя и f_2 знаменателя (см. прил. 3).

Если гипотеза об адекватности отвергается (условие (24) не выполняется), необходимо перейти к более сложной форме и (если это возможно) провести эксперимент с меньшим интервалом варьирования факторов.

Пример

Для построения математической модели, отражающей зависимость объема теста в процессе выпечки y (см^3) от влажности теста x_1 (%) и продолжительности расстойки x_2 (мин), был проведен полный факторный эксперимент (табл. 5 и 6), в ходе которого каждый опыт дублировали 5 раз.

Таблица 5

Характеристики планирования

Параметры	x_1, %	x_2, мин
Основной уровень	46,5	24,0
Интервал варьирования	0,5	8,0
Верхний уровень	47,0	32,0
Нижний уровень	46,0	16,0

Таблица 6

Матрица ПФЭ

№ опыта	X_1	X_2	y_{j1}	y_{j2}	y_{j3}	y_{j4}	y_{j5}
1	- 1	- 1	63,5	63,9	64,0	63,1	63,4
2	+1	- 1	70,1	69,8	69,7	69,9	69,8
3	- 1	+1	87,9	87,7	87,7	87,8	87,9
4	+1	+1	94,3	94,5	94,2	94,2	94,1

При обработке экспериментальных данных для каждой серии параллельных опытов по формуле (10) определяем средние арифметические значения функции отклика (табл. 7). Для первой серии параллельных опытов

$$\bar{y}_1 = \frac{1}{5}(63{,}5 + 63{,}9 + 64{,}0 + 63{,}1 + 63{,}4) = 63{,}58\ ,$$

для остальных – среднее значение функции отклика вычисляем аналогично.

Таблица 7

Результаты обработки матрицы планирования

№ опыта	X_1	X_2	X_1X_2	$\bar{y}_j$	S_j^2	S_j	$y_j^{р}$
1	- 1	- 1	+1	63,58	0,13	0,36	63,47
2	+1	- 1	- 1	69,86	0,28	0,53	69,83
3	- 1	+1	- 1	87,83	0,29	0,53	87,81
4	+1	+1	+1	94,22	0,13	0,36	94,17

Оценку дисперсий для каждой серии параллельных опытов вычисляем по формуле (11). Для первой серии:

$$S_1^2 = \frac{1}{4}\Big[(63{,}5 - 63{,}58)^2 + (63{,}9 - 63{,}58)^2 + (64{,}0 - 63{,}58)^2 + $$
$$+ (63{,}1 - 63{,}58)^2 + (63{,}4 - 63{,}58)^2\Big] = 0{,}13,$$

далее все вычисляем аналогично (см. табл. 7).

Ошибку каждого опыта определяем по формуле (12).

Чтобы проверить воспроизводимость опытов по формуле (13), определяем расчетное значение критерия Кохрена:

$$G_{р} = \frac{0{,}29}{0{,}13 + 0{,}28 + 0{,}29 + 0{,}13} = 0{,}35\ .$$

Табличное значение критерия Кохрена при уровне значимости p = 0,05 и числе степеней свободы $f = k - 1 = 4$ (см. прил. 4) равно G_m = 0,6841. Сравнение расчетного и табличного значения критерия Кохрена показывает, что условие (14) выполняется, следовательно, оценки дисперсий однородны, а опыты являются воспроизводимыми.

По формуле (15) вычисляем оценку дисперсии воспроизводимости эксперимента:

$$S_y^2 = \frac{1}{4}(0{,}13 + 0{,}28 + 0{,}29 + 0{,}13) = 0{,}2\ .$$

На основании результатов полного факторного эксперимента, используя формулы (16 – 18), находим коэффициенты уравнения регрессии:

$$b_0 = \frac{1}{4}(59{,}84 + 73{,}46 + 91{,}44 + 90{,}54) = 78{,}82;$$
$$b_1 = \frac{1}{4}(-59{,}84 + 73{,}46 - 91{,}44 + 90{,}54) = 3{,}18;$$
$$b_2 = \frac{1}{4}(-59{,}84 - 73{,}46 + 91{,}44 + 90{,}54) = 12{,}17.$$

Значимость этих коэффициентов определяем по критерию Стьюдента. Для этого по формуле (19) рассчитываем ошибку при нахождении коэффициентов S_b^2 = 0,05. Затем по формуле (20) вычисляем для каждого коэффициента расчетное значение критерия Стьюдента:

$$t_{\text{т}}^{b_0} = \frac{|78{,}82|}{\sqrt{0{,}05}} = 358{,}27\ ; \qquad t_{\text{т}}^{b_1} = \frac{|3{,}18|}{\sqrt{0{,}05}} = 14{,}45; \qquad t_{\text{т}}^{b_2} = \frac{|12{,}17|}{\sqrt{0{,}05}} = 55{,}31.$$

Табличное значение критерия Стьюдента при уровне значимости p = 0,05 и числе степеней свободы $f = N(k - 1)$ = 16 (см. прил. 3) равно $t_{\text{т}}$ = 1,7459. Сравнение каждого расчетного значения критерия Стьюдента и табличного показывает, что условие (21) для всех коэффициентов выполняется. Это говорит о значимости рассчитанных регрессионных коэффициентов. Следовательно, уравнение регрессии можно представить в следующем виде:

$$y = 78{,}82 + 3{,}18X_1 + 12{,}17X_2 .$$

Для проверки адекватности уравнения регрессии вычисляем расчетные значения функции отклика:

$$y_1^{\text{р}} = 78{,}82 + 3{,}18(-1) + 12{,}17(-1) = 63{,}47;$$
$$y_2^{\text{р}} = 78{,}82 + 3{,}18(+1) + 12{,}17(-1) = 69{,}83;$$
$$y_3^{\text{р}} = 78{,}82 + 3{,}18(-1) + 12{,}17(+1) = 87{,}81;$$
$$y_4^{\text{р}} = 78{,}82 + 3{,}18(+1) + 12{,}17(+1) = 94{,}17.$$

По формуле (23) вычисляем оценку дисперсии адекватности:

$$S_{\text{ад}}^2 = \frac{1}{4-3}\Big[(63{,}47 - 63{,}58)^2 + (69{,}83 - 69{,}86)^2 + $$
$$+ (87{,}81 - 87{,}83)^2 + (94{,}17 - 94{,}22)^2\Big] = 0{,}016.$$

Расчетное значение критерия Фишера определяем по формуле (22):

$$F_{\text{р}} = \frac{0{,}2}{0{,}016} = 12{,}5 .$$

Табличное значение критерия Фишера при уровне значимости $p = 0{,}05$ и числе степеней свободы числителя $f_1 = N(k - 1) = 16$ и знаменателя $f_2 = N - n - 1 = 1$ (см. прил. 3) равно $F_{\text{т}} = 245{,}20$. Сравнение расчетного и табличного значения критерия Фишера показывает, что условие (24) выполняется, что говорит об адекватности полученного уравнения регрессии.

Задание

Выполнить обработку экспериментальных данных, проверив воспрозводимость опытов, вычислив коэффициенты уравнения регрессии, проверив их значимость и установив адекватность полученного уравнения.

Вариант 1

Моделируется процесс брожения теста. В качестве функции отклика y принят удельный объем хлеба ($см^3$/100 г); в качестве независимых факторов x_1 – количество вносимого сахара (%); x_2 – количество сывороточно-белкового концентрата (%), вносимого в тесто при его замесе (табл. 8 – 9).

Таблица 8

Характеристики планирования

Параметр	x_1, %	x_2, %
Основной уровень	2,50	5,505
Интервал варьирования	1,49	2,675
Верхний уровень	3,99	8,18
Нижний уровень	1,01	2,83

Таблица 9

Матрица планирования

№ опыта	X_1	X_2	y_1	y_2
1	-1	-1	359,670	358,611
2	+1	-1	384,416	388,787
3	-1	+1	368,422	369,052
4	+1	+1	395,601	395,637

Вариант 2

Моделируются структурно-механические свойства желейной массы. В качестве функции отклика y принято предельное напряжение сдвига желейной массы (кПа); в качестве независимых факторов x_1 – массовая доля агароида (%); x_2 – массовая доля желатина (%) (табл. 10 – 11).

Таблица 10

Характеристики планирования

Параметр	x_1, %	x_2, %
Основной уровень	3,0	2,25
Интервал варьирования	0,5	0,75
Верхний уровень	3,50	3,0
Нижний уровень	2,50	1,50

Таблица 11

Матрица планирования

№ опыта	X_1	X_2	y_1	y_2
1	-1	-1	1,743	2,349
2	+1	-1	6,015	5,493
3	-1	+1	1,503	2,081
4	+1	+1	7,426	8,412

Вариант 3

Моделируются структурно-механические свойства желейного мармелада. В качестве функции отклика y принято предельное напряжение сдвига желейного мармелада (кПа); в качестве независимых факторов x_1 – массовая доля желатина (%); x_2 – ед. рН активированной воды (табл. 12 – 13).

Таблица 12

Характеристики планирования

Параметр	x_1, %	x_2, ед.рН
Основной уровень	0,50	2,15
Интервал варьирования	0,25	0,25
Верхний уровень	0,75	2,40
Нижний уровень	0,25	1,90

Таблица 13

Матрица планирования

№ опыта	X_1	X_2	y_1	y_2
1	-1	-1	0,135	0,105
2	+1	-1	0,991	0,970
3	-1	+1	0,015	0,015
4	+1	+1	0,296	0,230

Вариант 4

Моделируются физико-химические свойства мармеладной массы. В качестве функции отклика y принята кислотность мармеладной массы (ед. рН); в качестве независимых факторов x_1 – массовая доля желатина (%); x_2 – ед. рН активированной воды (табл. 14 – 15).

Таблица 14

Характеристики планирования

Параметр	x_1, %	x_2, ед. pH
Основной уровень	0,50	2,15
Интервал варьирования	0,25	0,25
Верхний уровень	0,75	2,40
Нижний уровень	0,25	1,90

Таблица 15

Матрица планирования

№ опыта	X_1	X_2	y_1	y_2
1	-1	-1	3,701	3,860
2	+1	-1	3,450	3,463
3	-1	+1	4,150	4,197
4	+1	+1	3,701	3,860

Вариант 5

В задании моделируются структурно-механические свойства помадной конфетной массы. В качестве функции отклика y принята эффективная вязкость помадной массы (кПа·с); в качестве независимых факторов x_1 – температура уваривания помадного сиропа (°С); x_2 – массовая доля патоки по отношению к сахару (%) (табл. 16 – 17).

Таблица 16

Характеристики планирования

Параметр	x_1, °С	x_2, %
Основной уровень	112,0	15,0
Интервал варьирования	2,0	10,0
Верхний уровень	114,0	25,0
Нижний уровень	110,0	5,0

Таблица 17

Матрица планирования

№ опыта	X_1	X_2	y_1	y_2
1	-1	-1	46,69	46,27
2	+1	-1	43,03	44,77
3	-1	+1	45,71	45,97
4	+1	+1	43,03	43,04

Вариант 6

Моделируются структурно-механические свойства кекса. В качестве функции отклика y принята пористость кекса (%); в качестве независимых факторов x_1 – количество порошкообразного яблочно-паточного полуфабриката (%); x_2 – влажность теста (%) (табл. 18 – 19).

Таблица 18

Характеристики планирования

Параметр	x_1, %	x_2, %
Основной уровень	22,5	37,0
Интервал варьирования	12,4	2,1
Верхний уровень	34,9	39,1
Нижний уровень	10,1	34,9

Таблица 19

Матрица планирования

№ опыта	X_1	X_2	y_1	y_2
1	-1	-1	58,0	59,1
2	+1	-1	56,0	56,5
3	-1	+1	43,0	44,2
4	+1	+1	54,0	54,3

Вариант 7

Моделируются структурно-механические свойства кекса. В качестве функции отклика y принята общая деформация мякиша кекса (ед. прибора); в качестве независимых факторов x_1 – количество порошкообразного яблочно-паточного полуфабриката (%); x_2 – влажность теста (%) (табл. 20 – 21).

Таблица 20

Характеристики планирования

Параметр	x_1, %	x_2, %
Основной уровень	22,5	37,0
Интервал варьирования	12,4	2,1
Верхний уровень	34,9	39,1
Нижний уровень	10,1	34,9

Таблица 21

Матрица планирования

№ опыта	X_1	X_2	y_1	y_2
1	-1	-1	69,0	68,3
2	+1	-1	70,2	71,5
3	-1	+1	68,2	69,0
4	+1	+1	72,5	72,6

Вариант 8

В задании моделируются структурно-механические свойства мякиша хлеба. В качестве функции отклика y принята общая деформация сжатия мякиша хлеба (ед. прибора); в качестве независимых факторов x_1 – твердость жирового продукта (%); x_2 – количество жирового продукта (%) (табл. 22 – 23).

Таблица 22

Характеристики планирования

Параметр	x_1, %	x_2, %
Основной уровень	35,0	5,5
Интервал варьирования	35,0	4,5
Верхний уровень	70,0	10,0
Нижний уровень	0,0	1,0

Таблица 23

Матрица планирования

№ опыта	X_1	X_2	y_1	y_2
1	-1	-1	179,5	181,5
2	+1	-1	172,9	176,9
3	-1	+1	169,5	169,9
4	+1	+1	156,0	156,2

Контрольные вопросы

1. Что такое основной уровень и интервал варьирования фактора?
2. Как проводят эксперимент согласно матрице планирования?
3. Как проверить воспроизводимость опытов при ПФЭ?
4. Как установить значимость коэффициентов уравнения регрессии?
5. Как установить адекватность уравнения регрессии?
6. С какой целью и как проводят рандомизацию опытов?
7. Как вычисляют коэффициенты уравнения регрессии?
8. Как выполняют построение матрицы планирования типа 2^n?