

# МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Юго-Западный государственный университет»  
(ЮЗГУ)

Кафедра машиностроительных технологий и оборудования

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебно-методической работе  
О.Б. Локтионова  
« 14 » 02 2018 г.



## АПРИОРНОЕ РАНЖИРОВАНИЕ ФАКТОРОВ ПРИ НАЛИЧИИ СВЯЗАННЫХ РАНГОВ

Методические указания по выполнению практической и самостоятельной работы для студентов по направлениям подготовки 27.04.01 «Стандартизация и метрология», 27.04.02 «Управление качеством», 15.04.05 «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств»

Курск 2018

УДК 519.6

Составители: В.В. Куц, М.С. Разумов

Рецензент

Кандидат технических наук, доцент *А.О. Гладышкин*

**Априорное ранжирование факторов при наличии связанных рангов** : методические указания по проведению практической и самостоятельной работы / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: В.В. Куц, М.С. Разумов. – Курск, 2018. 14 с.: ил. 1.: табл. 2.: прил. 1.

Содержат сведения по вопросам априорного ранжирования факторов при наличии связанных рангов. Указывается порядок выполнения практической и самостоятельной работы, подходы к решению и правила оформления.

Методические рекомендации соответствуют требованиям программы, утвержденной учебно-методическим объединением по специальности автоматизированного машиностроительного производства (УМОАМ).

Предназначено для студентов по направлениям подготовки 27.04.01 «Стандартизация и метрология», 27.04.02 «Управление качеством», 15.04.05 «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств».

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 14.02.18 . Формат 60x84 1/16.  
Усл.печ.л. 0,8. Уч.-изд.л. 0,7. Тираж 40 экз. Заказ. 1089 Бесплатно.  
Юго-Западный государственный университет.  
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

**Цель работы:** Получить практические навыки априорного ранжирования факторов исследуемого объекта при наличии связанных рангов.

**Задание:**

- 1) Изучить основные теоретические сведения о ранжировании факторов при наличии связанных рангов приведенные в разделе 1.
- 2) На основе исходных данных, приведенных в приложении А и Б, заполнить сводную анкету рангов (табл. 1) и выполнить ранжирование факторов (табл. 2).
- 3) Выполнить оценку значимости коэффициента конкордации.
- 4) Построить априорную диаграмму рангов.
- 5) Отсеять несущественные показатели по  $K$ -критерию Линка – Уоллеса.
- 6) Оформить отчет.

## 1. Общие положения

Априорной называется информация, которой располагает исследователь до того, как он приступит к экспериментам. Объем этой информации, как правило, достаточно велик, но имеет довольно низкую достоверность. Для принятия квалифицированного управленческого решения в этих условиях часто применяется метод априорного ранжирования факторов, влияющих на состояние объекта. При использовании данного метода необходимо провести ранжирование факторов в соответствии с их влиянием на достижение поставленной перед системой цели. При ранжировании факторов решают следующие задачи:

- оценивают факторы по их вкладу в достижение поставленной цели;
- сравнивают факторы по необходимому времени реализации достижения заданного изменения целевого норматива;
- определяют рациональную последовательность реализации ряда мероприятий;
- распределяют ресурсы в условиях их ограничения между мероприятиями.

Для решения этих задач применяют методы экспертной оценки, дисперсионный анализ, моделирование, множественный регрессионный анализ, метод главных компонент и др.

Метод экспертных оценок подразделяется на две основные группы: коллективную работу экспертных групп и получение, а затем суммирование индивидуальных оценок членов экспертных групп. К первой группе относятся методы совещания:

- метод открытого обсуждения и принятия решений (метод комиссий);
- метод «мозговой атаки», в процессе которой внимание участников концентрируется на выдвижении возможных путей для решения одной конкретной задачи;
- метод «суда», воспроизводящий правила ведения судебного процесса, причём рассматриваемое решение выступает в качестве подсудимого, а группы экспертов исполняют роль прокурора и защиты.

При втором методе для получения мнения каждого эксперта используют интервью в виде свободной беседы или по типу «вопрос–ответ», а также анкетирование, в процессе которого каждый эксперт даёт количественные оценки сравниваемым факторам или альтернативам, т.е. ранжирует их. Наиболее простым является метод априорного ранжирования, основанный на экспертной оценке факторов группой специалистов, компетентных в исследуемой области.

Суть априорного ранжирования или распределения по рангам заключается в присвоении отдельным факторам, которые согласно априорной информации могут влиять на объект исследования, определенного ранга, порядкового места. Вклад каждого фактора оценивается по величине ранга, который отведен специалистом данному фактору при ранжировании всех факторов информационного множества.

Следовательно, ранжирование – процедура установления относительной значимости исследуемых объектов на основе их упорядочения.

Ранг – показатель, характеризующий порядковое место объекта в группе других объектов, обладающих существенными для оценки свойствами.

Ранжирование выполняется с учетом предполагаемого влияния каждого фактора на выход эксперимента. Чем больше вклад фактора в выходной параметр, тем меньше (выше) его ранг.

Если несколько факторов оказывают одинаковое воздействие на выходной параметр, то им присваивается одинаковый ранг (средний). Это связанные ранги.

Для проведения экспертного оценивания приглашают  $M$  специалистов, работающих в данной области, которым предлагают список  $N$  факторов, характеризующих и влияющих на исследуемый объект. Экспертам предлагают определить степень влияния каждого фактора  $X_i$  на изучаемый объект в выбранной системе оценок (например, по 10-балльной шкале). Данные опроса собирают в экспертной карте, примерный вид которой представлен в табл. 1.

Таблица 1

Исследуемые факторы

№ фактора	Наименование фактора	Степень влияния
1	2	3
1.	Фактор 1	
2.	Фактор 2	
$N$ .	Фактор $N$	

После этого проводят ранжирование оценок, т. е. самой высокой оценке присваивают наименьший ранг и по результатам строят матрицу рангов, которая при наличии связанных рангов выглядит следующим образом (табл. 2).

Таблица 2

Сводная анкета рангов

Эксперт	Факторы						$\gamma_{ki}$
	$X_1$	$X_2$	$X_3$	...	...	$X_N$	
1	2	3	4	...	...	...	...
1	$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{13}$			$a_{1N}$	$\gamma_{11, \dots, \gamma_{K_1}}$
2	$a_{21}$	$a_{22}$	$a_{23}$			$a_{2N}$	$\gamma_{12, \dots, \gamma_{K_2}}$
$M$	$a_{M1}$	$a_{M2}$	$a_{M3}$			$a_{MN}$	$\gamma_{1M, \dots, \gamma_{K_M}}$
Сумма рангов $S_j$							
Отклонение от средней суммы рангов $\Delta_j$							
Квадраты отклонений $\Delta_j^2$							

В таблице 2 обозначено:

$a_{ij}$  – ранг фактора;

$j = 1..N$ , индекс порядкового номера фактора;

$i = 1..M$ , индекс порядкового номера эксперта.

Сумму рангов  $S_j$  по каждому фактору определяют по формуле

$$S_j = \sum_{i=1}^M a_{ij}. \quad (1)$$

Затем находят среднюю сумму рангов  $T$ ,

$$T = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N S_j. \quad (2)$$

Сумму квадратов отклонений  $S$  сумм рангов  $S_j$  от среднего значения  $T$  рассчитывают по формуле

$$S = \sum_{j=1}^N (S_j - T)^2. \quad (3)$$

Определяем показатели групп связанных рангов  $\gamma$

$$\gamma_{ki} = t_{ki}^3 - t_{ki}, \quad (4)$$

где  $t_{ki}$  – количество одинаковых рангов в  $k$ -й группе связанных рангов для  $i$  ранжирования (для  $i$ -го эксперта);

$k$  – индекс группы связанных рангов по ранжированию  $k=1..K_i$ ;

$K_i$  – количество групп связанных рангов в  $i$  ранжировании (для  $i$ -го эксперта).

Определяем сумму показателей групп связанных рангов

$$G_i = \sum_{k=1}^{K_i} \gamma_{ki} \quad (5)$$

и далее находим сумму  $G_i$  по всем экспертам

$$G = \sum_{i=1}^M G_i. \quad (6)$$

**Пример:** Если  $i$ -й эксперт назначил ранги

Факторы	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$X_7$	$X_8$	$X_9$	$X_{10}$
Ранги	5	1	2	2	2	10	6	10	8	7

то для этого случая  $K_i=2$ ,  $t_{1i}=3$  (количество рангов равных 2),  $t_{2i}=2$  (количество рангов равных 10) и следовательно

$$\gamma_{1i} = t_{1i}^3 - t_{1i} = 3^3 - 3 = 24,$$

$$\gamma_{2i} = t_{2i}^3 - t_{2i} = 2^3 - 2 = 6,$$

$$G_i = \sum_{k=1}^{K_i} \gamma_{ki} = \gamma_{1i} + \gamma_{2i} = 24 + 6 = 30.$$

После этого находят коэффициент конкордации  $W$ , характеризующий степень согласованности мнений экспертов с учетом связанных рангов

$$W = \frac{12S}{M^2(N^3 - N) - MG}. \quad (7)$$

Коэффициент конкордации может меняться от 0 до 1. Чем ближе величина  $W$  к единице, тем существеннее связь мнений отдельных экспертов. Чем ближе величина  $W$  к нулю, тем сильнее различаются мнения специалистов.

Затем проводят оценку значимости коэффициента конкордации по критерию  $\chi^2$

$$\chi^2 = \frac{12S(N-1)}{MN(N+1)(N-1) - G}, \quad (8)$$

который сравнивают с табличным значением (см. приложение В)  $\chi^2_{\tau}$ , выбранного при числе степеней свободы ( $f=N-1$ ) и уровне значимости  $p=5\%$ .

При выполнении условия

$$\chi^2_{\tau} < \chi^2 \quad (9)$$

степень согласованности мнений экспертов не вызывает сомнения.

Если условие (9) не выполняется, что может быть следствием недостаточной квалификации специалистов или сложностью процесса, процедуру экспертного опроса повторяют.

Для наглядного представления коллективного мнения специалистов, принявших участие в экспертном оценивании степени влияния факторов на изучаемый процесс, выполняют построение априорной гистограммы рангов.

При ее построении по горизонтали откладывают отрезки равной длины и присваивают им по очереди номера факторов в порядке возрастания сумм рангов. По вертикали откладывают суммы рангов для каждого фактора. Чем меньше эта величина, тем сильнее влияет фактор на изучаемый процесс.

На рис. 1 представлены три типа гистограмм рангов. В случае если по расчетам получилась первая гистограмма (рис. 1, а), то естественно принять левую группу факторов в качестве наиболее

значимых переменных, а влиянием факторов правой группы пренебречь. Если же четкой границы между группами факторов провести нельзя, как на рис. 1, б, то количество отсеиваемых факторов устанавливают в зависимости от их характера (технологические, возмущающие и т. п.), либо на данном этапе их совсем не отсеивают. Наиболее благоприятен для планирования эксперимента третий случай (рис. 1, в), когда степень влияния факторов быстро убывает по экспоненте, что позволяет ограничиться влиянием 1 – 4 факторов и сократить число экспериментов.

В том случае, если выделить наиболее значимые факторы затруднительно, следует разделить факторы на группы по степени влияния и отсеять несущественные показатели по  $K$ -критерию Линка – Уоллеса.

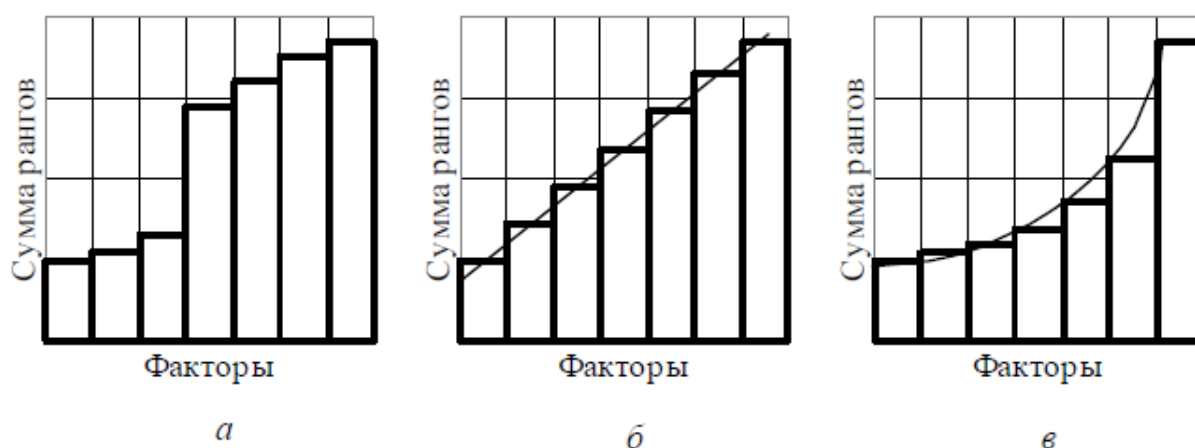


Рис. 1. Типы возможных гистограмм рангов

Для этого для выделенной группы факторов определяют расчетное значение критерия Линка – Уоллеса  $K$

$$K = \frac{k(\bar{a}_{\max} - \bar{a}_{\min})}{\sum_{i=1}^k \bar{a}_i}, \quad (10)$$

где  $k$  – число факторов, включенных в группу;  $\bar{a}_i$  – среднее значение суммы рангов;  $\bar{a}_{\max}, \bar{a}_{\min}$  – соответственно максимальное и минимальное среднее значение суммы рангов. Среднее значение сумм рангов определяют как отношение суммы рангов к количеству экспертов.

Расчетное значение критерия Линка – Уоллеса сравнивают с табличным  $K$ , которое выбирают при заданном уровне значимости  $p=5\%$  и числе степеней свободы  $f_1 = M$  и  $f_2 = k$  (Приложение Г).



Если выполняется условие

$$K \leq K_T,$$

то сравниваемые средние ранги факторов, включенные в одну группу, не различаются между собой.

## **2. Порядок оформления работы**

2.1 Титульный лист, включающий наименование и номер работы, название факультета и кафедры, группа, Ф.И.О. исполнителя, дата, номер индивидуального задания.

2.2 Цель работы.

2.3 Содержание индивидуального задания.

2.4 Выполнение работы с указанием этапов, таблиц, формул и расчетов.

2.5 Выводы о дальнейшей стратегии экспериментальных исследований с перечнем наиболее значимых факторов.

2.6 Литература.

## **3. Контрольные вопросы**

1. Что показывает коэффициент конкордации? Как его определить?

2. Что характеризует гистограмма рангов? Как проводится ее построение?

3. В чем заключается сущность экспертного оценивания?

4. Что характеризует критерий Пирсона?

5. В чем заключается обработка результатов экспертного оценивания?

6. Что показывает коэффициент Линка - Уоллеса? Как его определить?

7. Как оценить различие между средними рангами факторов, включенных в одну группу?

## Литература

1. М. Кендэл. Ранговые корреляции «Статистика», М.: 1975 – с. 216.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

### Номера вариантов

Вариант	Номера экспертов								
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	11	12	13	14	15	16	17	18	19
3	21	22	23	24	1	2	3	4	5
4	7	8	9	10	11	12	13	14	15
5	1	3	5	7	9	11	13	15	17
6	21	23	2	4	6	8	10	12	14
7	18	20	22	24	1	3	5	9	15
8	7	8	9	10	11	12	15	16	17
9	15	17	19	20	21	22	23	24	1
10	3	4	5	6	7	8	9	10	13
11	16	17	18	19	20	21	22	23	24
12	5	6	7	8	9	10	11	12	13
13	12	14	16	18	20	22	24	2	4
14	8	9	10	11	12	13	14	15	16
15	24	22	20	18	16	17	18	19	1
16	4	6	8	10	12	14	16	18	20
17	15	16	19	20	23	24	2	4	6
18	9	10	11	12	13	14	15	16	17
19	19	20	21	22	23	24	8	9	10
20	2	4	6	8	10	11	12	13	14
21	20	18	17	16	14	13	11	9	4
22	12	13	14	15	16	17	18	19	20
23	13	14	15	16	17	18	19	20	21
24	14	15	16	17	18	19	20	21	22
25	15	16	17	18	19	20	21	22	23
26	17	18	19	20	21	22	23	24	1
27	18	19	20	21	22	23	24	1	2
28	19	20	21	22	23	24	1	2	3
29	20	21	22	23	24	1	2	3	4
30	21	22	23	24	1	2	3	4	5
31	22	23	24	1	2	3	4	5	6
32	23	24	1	2	3	4	5	6	7

**ПРИЛОЖЕНИЕ Б**

**Номера экспертов**

Факторы	Условные номера экспертов																							
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
X <sub>1</sub>	3	1	8	2	4	2	4	4	3	3	2	2	2	3	1	2	1	1	4	2	2	10	2	4
X <sub>2</sub>	2	1	2	1	4	2	2	2	5	3	4	7	1	2	7	1	3	4	6	1	10	3	1	10
X <sub>3</sub>	7	3	8	2	1	8	2	4	7	2	3	5	3	3	2	3	2	3	3	5	6	5	6	8
X <sub>4</sub>	4	4	8	3	2	3	3	5	3	7	8	3	4	4	3	2	4	4	2	3	10	7	8	7
X <sub>5</sub>	7	5	6	3	4	3	6	2	2	8	7	2	3	6	4	6	6	5	4	4	7	8	7	6
X <sub>6</sub>	6	6	5	5	7	3	2	6	1	6	5	6	5	5	6	5	1	6	5	6	5	6	8	5
X <sub>7</sub>	3	5	4	8	4	7	8	4	8	5	9	10	7	4	5	4	7	8	7	1	9	3	9	9
X <sub>8</sub>	3	8	3	2	8	9	10	7	4	8	10	2	2	8	7	3	8	8	8	7	4	10	8	2
X <sub>9</sub>	9	5	9	10	10	10	9	2	1	9	10	4	8	10	8	10	9	9	10	9	10	9	10	5
X <sub>10</sub>	10	10	9	9	4	6	10	10	9	10	6	3	10	9	7	9	9	10	9	10	8	4	3	10

**ПРИЛОЖЕНИЕ В**

**Табулированные значения  $\chi^2$  – критерия**

Число степеней свободы $f$	Уровень значимости, %		Число степеней свободы $f$	Уровень значимости, %	
	5	1		5	1
1	3,84	6,64	11	19,68	24,73
2	5,99	9,21	12	21,03	26,22
3	7,81	11,34	13	22,36	27,69
4	9,49	13,28	14	23,69	29,14
5	11,10	15,09	15	25,00	30,58
6	12,59	16,81	16	26,30	32,00
7	14,07	18,48	17	27,59	33,41
8	15,51	20,09	18	28,87	34,81
9	16,92	21,67	19	30,14	36,19
10	18,31	23,21	20	31,41	37,57

**ПРИЛОЖЕНИЕ Г**  
**Табулированные значения  $K$ -критерия Линка – Уоллеса**  
**для уровня значимости 5%**

$f_1$	$f_2$								
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3,43	2,35	1,74	1,39	1,15	0,39	0,87	0,77	0,70
3	1,90	1,44	1,14	0,94	0,80	0,70	0,62	0,56	0,51
4	1,62	1,25	1,01	0,84	0,72	0,63	0,57	0,51	0,47
5	1,53	1,19	0,96	0,81	0,70	0,61	0,55	0,50	0,45
6	1,50	1,17	0,95	0,80	0,69	0,61	0,55	0,49	0,45
7	1,49	1,17	0,95	0,80	0,69	0,61	0,55	0,50	0,45
8	1,49	1,18	0,96	0,81	0,70	0,62	0,55	0,50	0,46
9	1,50	1,19	0,97	0,82	0,71	0,62	0,56	0,51	0,47
10	1,52	1,20	0,98	0,83	0,72	0,63	0,57	0,52	0,47
11	1,54	1,22	0,99	0,84	0,73	0,64	0,58	0,52	0,48
12	1,56	1,23	1,01	0,85	0,74	0,65	0,58	0,53	0,49
13	1,58	1,25	1,02	0,86	0,75	0,66	0,59	0,54	0,49
14	1,60	1,26	1,03	0,87	0,76	0,67	0,60	0,55	0,50
15	1,62	1,28	1,05	0,89	0,77	0,68	0,61	0,55	0,51
20	1,72	1,36	1,12	0,95	0,82	0,73	0,65	0,59	0,54
50	2,23	1,77	1,45	1,22	1,06	0,94	0,85	0,77	0,71