0b817ca911e6668abb13a5d426d39e5f1c11eabbf73e943df4a4851fda56d089

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Юго-Западный государственный университет

УТВЕРЖДАЮ:
Заведующий кафедрой
информационной безопасности
(наименование ф-та полностью)
М.О. Таныгин
(подпись, инициалы, фамилия)
« *29* » *августа* 2022 г.

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Элементы алгебры и теории чисел
(наименование учебной дисциплины)

10.03.01 Информационная безопасность, направленность (профиль) «Безопасность автоматизированных систем в сфере информационных и коммуникационных технологий»
(код и наименование ОПОП ВО)

Курск – 2022

1 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

1.1 ВОПРОСЫ ДЛЯ УСТНОГО ОПРОСА

Тема 1. Теорема деления с остатком. Делимость и её свойства. Простые числа.

1. Натуральные числа – это?
2. Взаимно простые числа?
3. Наибольший общий делитель (НОД) чисел n и m?
4. Дайте определение сравнения по модулю.
5. Дайте определение взаимно простых чисел.
6. Дайте определение простого числа и составного числа. Приведите несколько аргументов, почему 1 не стоит относить к простым числам.

Тема 2. Каноническое представление целых чисел. НОД.

1. Как называется натуральное число, которое не имеет делителей, кроме самого себя и единицы?
2. Как называется натуральное число, которое делится, помимо самого себя и единицы, еще хотя бы на одно число?
3. Как называются числа, не имеющие общих делителей кроме единицы?
4. Определите число натуральных чисел, не превосходящих 33 и взаимно простых с 33?
5. Опишите алгоритм нахождения НОД.

Тема 3. Взаимно простые числа и их свойства. НОК. Свойства НОК, НОД

1. Разложите число 84 на простые множители.
2. Найдите НОК (12; 15).
3. Для нахождения наибольшего общего делителя нескольких натуральных чисел при помощи разложения на простые множители необходимо?
4. Для нахождения наименьшего общего кратного нескольких натуральных чисел при помощи разложения на простые множители необходимо?
5. Найдите НОД двух чисел, если известно, что НОК этих же чисел равен их произведению.

Тема 4. Сравнения и их свойства. Системы сравнений первой степени.

1. Система сравнений первой степени – это?
2. Метод последовательной подстановки —это?
3. Китайская теорема об остатках —это?
4. Функция Эйлера и её свойства.
5. Теорема Ферма.

6. Теорема Эйлера.

Тема 5. Сравнения второй степени. Непрерывные дроби.

1. Что такое бесконечная периодическая десятичная дробь?
2. К бесконечной периодической десятичной дроби относится дробь?
3. Как называют повторяющиеся цифры 3, 27, 6?
4. Разложение рациональных чисел в цепные дроби представляет собой?
5. Что такое подходящие дроби? Опишите их свойства.
6. Что такое приближение действительных чисел.

Тема 6. Группы, кольца, поля. Их свойства

1. Ассоциативное кольцо с единицей представляет собой?
2. Чтобы множество могло быть ассоциативным кольцом с единицей необходимо, чтобы оно имело?
3. Относительно сложения кольцо со сложением является?
4. Кольца: дайте определение, опишите свойства, примеры.
5. Что такое Евклидовы кольца? Опишите примеры.
6. Что такое кольцо многочленов?
7. Перечислите лгебраические операции и их виды.
8. Что такое алгебраические системы с одной операцией.
9. Что такое полугруппа. Моноид.
10. Группы, их основные свойства.
11. Подгруппа. Порядок элемента группы.
12. Циклические группы. Порождающие элементы в циклических группах
13. Поле: определение, свойства, примеры
14. Изоморфизмы полей
15. Поле комплексных чисел

Тема 7. Элементы теории многочленов

1. К характеристикам многочлена следует отнести
2. Что представляет собой нулевой многочлен?
3. Верно ли то, что нулевой многочлен представляет собой единицу в степени проективной размерности?
4. Кольцо многочленов.
5. Делимость в кольце многочленов. Алгоритм Евклида
6. Корни многочленов. Схема Горнера. Теорема Безу.
7. Основная теорема алгебры и следствия из неё.

Тема 8. Эллиптические кривые над полем. Точки эллиптической кривой и их свойства.

1. Эллиптические кривы – это?

2. Криптография с использованием эллиптических кривых дает преимущества по сравнению с другими алгоритмами, потому что?

3. Уравнение эллиптической кривой в общем случае имеет вид?

4. Задача, которую должен решить атакующий, формулируется следующим образом?

5. Обобщённая форма Вейерштрасса.

Тема 9. Эллиптические кривые над конечными полями. Действия над точками эллиптической кривой.

1. Шифрование/дешифрование с использованием эллиптических кривых выполняется следующим образом?

2. Подпись с использованием эллиптических кривых имеет?

3. Элементами эллиптической кривой являются пары неотрицательных целых чисел, которые меньше простого числа р и удовлетворяют частному виду эллиптической кривой?

4. Групповой закон эллиптических кривых?

5. Эллиптические кривые над С?

Критерии оценки:

2 балла выставляется обучающемуся, если он демонстрирует глубокое знание содержания вопроса; дает точные определения основных понятий; аргументированно и логически стройно излагает учебный материал; иллюстрирует свой ответ актуальными примерами (типовыми и нестандартными), в том числе самостоятельно найденными; не нуждается в уточняющих и (или) дополнительных вопросах преподавателя.

1 балл выставляется обучающемуся, если он освоил основные положения контролируемой темы, но недостаточно четко дает определение основных понятий и дефиниций; затрудняется при ответах на дополнительные вопросы; приводит недостаточное количество примеров для иллюстрирования своего ответа; нуждается в уточняющих и (или) дополнительных вопросах преподавателя.

0 баллов выставляется обучающемуся, если он не владеет содержанием вопроса или допускает грубые ошибки; затрудняется дать основные определения; не может привести или приводит неправильные примеры; не отвечает на уточняющие и (или) дополнительные вопросы преподавателя или допускает при ответе на них грубые ошибки.

1.2 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ДЛЯ ЗАЩИТЫ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

Практическая работа № 1 «Теорема деления с остатком. Делимость и её свойства.»

1. Определение и свойства делимости

2. Теорема о делении с остатком

3. НОД и его свойства, вычисление НОД

4.Расширенный алгоритм Евклида для целых чисел

Практическая работа № 2 «Каноническое представление целых чисел. НОД. Взаимно простые числа. НОК.»

1. Как называется натуральное число, которое не имеет делителей, кроме самого себя и единицы?
2. Как называется натуральное число, которое делится, помимо самого себя и единицы, еще хотя бы на одно число?
3. Как называются числа, не имеющие общих делителей кроме единицы?
4. Определите число натуральных чисел, не превосходящих 33 и взаимно простых с 33?
5. Опишите алгоритм нахождения НОД.

Практическая работа № 3 «Сравнения и их свойства»

1. Разложите число 84 на простые множители.
2. Найдите НОК (12; 15).
3. Функция Эйлера и её нахождение
4. Функции (а), (а)
5. Приложения важнейших функций

Практическая работа № 4 «Системы сравнений первой степени. Сравнения второй степени.»

1. Система сравнений первой степени – это?
2. Метод последовательной подстановки —это?
3. Китайская теорема об остатках —это?
4. Функция Эйлера и её свойства.
5. Теорема Ферма.
6. Теорема Эйлера.

Практическая № 5 «Непрерывные дроби.»

1. Связь с алгоритмом Евклида
2. Разложение обыкновенной дроби в непрерывную
3. Сокращение с помощью разложения в непрерывную дробь
4. Подходящие дроби. Приближение вещественных чисел
5. Что такое приближение действительных чисел.

Практическая № 6 «Группы, кольца, поля. Элементы теории многочленов.»

1. Ассоциативное кольцо с единицей представляет собой?
2. Чтобы множество могло быть ассоциативным кольцом с единицей необходимо, чтобы оно имело?
3. Относительно сложения кольцо со сложением является?
4. Кольца: дайте определение, опишите свойства, примеры.

5. Что такое Евклидовы кольца? Опишите примеры.
6. Что такое кольцо многочленов?
7. Перечислите лгебраические операции и их виды.
8. Что такое алгебраические системы с одной операцией.
9. Что такое полугруппа. Моноид.
10. Группы, их основные свойства.
11. Подгруппа. Порядок элемента группы.
12. Циклические группы. Порождающие элементы в циклических группах
13. Поле: определение, свойства, примеры
14. Изоморфизмы полей
15. Поле комплексных чисел

Практическая № 7 «Эллиптические кривые над полем. Точки эллиптической кривой и их свойства.»

1. К характеристикам многочлена следует отнести
2. Что представляет собой нулевой многочлен?
3. Верно ли то, что нулевой многочлен представляет собой единицу в степени проективной размерности?
4. Кольцо многочленов.
5. Делимость в кольце многочленов. Алгоритм Евклида
6. Корни многочленов. Схема Горнера. Теорема Безу.
7. Основная теорема алгебры и следствия из неё.

Практическая № 8-9 «Эллиптические кривые над конечными полями. Действия над точками эллиптической кривой.»

1. Эллиптические кривы – это?
2. Криптография с использованием эллиптических кривых дает преимущества по сравнению с другими алгоритмами, потому что?
3. Уравнение эллиптической кривой в общем случае имеет вид?
4. Задача, которую должен решить атакующий, формулируется следующим образом?
5. Обобщённая форма Вейерштрасса.

6. Шифрование/дешифрование с использованием эллиптических кривых выполняется следующим образом?
7. Подпись с использованием эллиптических кривых имеет?
8. Элементами эллиптической кривой являются пары неотрицательных целых чисел, которые меньше простого числа p и удовлетворяют частному виду эллиптической кривой?
9. Групповой закон эллиптических кривых?
10. Эллиптические кривые над C?

Критерии оценки:

3 балла (или оценка «отлично») выставляется обучающемуся, если он демонстрирует глубокое знание содержания вопроса; дает точные определения основных понятий; аргументированно и логически стройно излагает учебный материал; иллюстрирует свой ответ актуальными примерами (типовыми и нестандартными), в том числе самостоятельно найденными; не нуждается в уточняющих и (или) дополнительных вопросах преподавателя.

2 балла (или оценка «хорошо») выставляется обучающемуся, если он владеет содержанием вопроса, но допускает некоторые недочеты при ответе; допускает незначительные неточности при определении основных понятий; недостаточно аргументированно и (или) логически стройно излагает учебный материал; иллюстрирует свой ответ типовыми примерами.

1 балл (или оценка «удовлетворительно») выставляется обучающемуся, если он освоил основные положения контролируемой темы, но недостаточно четко дает определение основных понятий и дефиниций; затрудняется при ответах на дополнительные вопросы; приводит недостаточное количество примеров для иллюстрирования своего ответа; нуждается в уточняющих и (или) дополнительных вопросах преподавателя.

0 баллов (или оценка «неудовлетворительно») выставляется обучающемуся, если он не владеет содержанием вопроса или допускает грубые ошибки; затрудняется дать основные определения; не может привести или приводит неправильные примеры; не отвечает на уточняющие и (или) дополнительные вопросы преподавателя или допускает при ответе на них грубые ошибки.

2 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ

2.1 БАНК ВОПРОСОВ И ЗАДАНИЙ В ТЕСТОВОЙ ФОРМЕ

Задания в закрытой форме

1.Бинарными алгебраическими операциями являются

1) сложение матриц одного и того же размера $m \times n$,
2) сложение квадратных матриц,
3) умножение квадратных матриц,
4) сложение многочленов.

2. Найдите в списке унитарную матрицу.

$$1)\ \frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\begin{pmatrix} 1+\mathrm{i} & -1-\mathrm{i} \\ 1+\mathrm{i} & 1-\mathrm{i} \end{pmatrix} 2)\ \frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix} 1+\mathrm{i} & -1+\mathrm{i} \\ 1-\mathrm{i} & 1-\mathrm{i} \end{pmatrix} 3)\ \frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix} 1-\mathrm{i} & 1-\mathrm{i} \\ -1-\mathrm{i} & 1+\mathrm{i} \end{pmatrix} 4)\ \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\begin{pmatrix} 1 & -\mathrm{i} \\ \mathrm{i} & -1 \end{pmatrix} 5)\ \frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix} 1 & -\mathrm{i} \\ \mathrm{i} & -1 \end{pmatrix}$$

3. Найдите в списке корень 4-й степени из числа $-8-8\sqrt{3}\cdot\mathrm{i}$.

1) $1-\sqrt{3}\cdot\mathrm{i}$ 2) $\sqrt{3}-\mathrm{i}$ 3) $1+2\mathrm{i}$ 4) $\sqrt{2}-\mathrm{i}$ 5) $1+\mathrm{i}$

4. Модуль комплексного числа (1 + 2i)·(1 – i)·(1 + i) равен

1) $2\sqrt{5}$ 2) 5 3) $\sqrt{5}$ 4) $\sqrt{10}$ 5) 10

5. Наименьшее из собственных чисел матрицы $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$ равно

1) –4 2) –3 3) –2 4) –1 5) 0

6. Среди заданных множеств, рассматриваемых относительно операций сложения и умножения, укажите кольца. Отметьте тип кольца

1) 5Z,

2)6Z,

3)Z_5,

4)Z_6

7. На множестве M задана бинарная алгебраическая операция *, если

1) $\forall a,b \in M\ \exists c \in M(c = a*b)$,
2) $\forall a,b \in M\ \exists!\ c \in M(c = a*b)$,
3) $\forall a,b,c \in M\ (c = a*b)$,
4) $\forall a,b \in M\ \exists! c \in M(a*b = b*a = c)$.

8. Найдите в списке корень 5-й степени из числа $-4+4\mathrm{i}$.

1) $1-i$ 2) $2+i$ 3) $1+2i$ 4) $1+i$ 5) $\sqrt{2}\cdot i$

9. НОД многочленов x^5+x^4-2x+1 и $x^4+2x^3+2x^2+x-2$ равен

1) $x-1$ 2) x^2-1 3) x^2+1 4) x^2-x+1 5) x^2+x-1

10. Модуль комплексного числа (1 + i)·(1 – 2i)·(3 – i) равен 1) 5 2) 8 3) 6 4) 10 5) 4

11. Наибольшее из собственных чисел матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$ равно

1) 1 2) 3 3) 2 4) 4 5) 5

12. Множество *M* относительно операции * образует коммутативный группоид, если выполняются аксиомы

1) аксиома замкнутости *G0,*
2) аксиома ассоциативности *G1*,
3) аксиома коммутативности *G1'*,
4) аксиома обратимости *G2*.

13. Найдите в списке ответов унитарную матрицу.

1) $\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\begin{pmatrix} -1 & -1-i \\ 1-i & 1 \end{pmatrix}$ 2) $\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\begin{pmatrix} \sqrt{2}+i & 1 \\ -1 & \sqrt{2}-i \end{pmatrix}$ 3) $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} \sqrt{2}+i & i \\ -i & \sqrt{2}-i \end{pmatrix}$ 4) $\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\begin{pmatrix} \sqrt{2} & 1-i \\ -1-i & \sqrt{2} \end{pmatrix}$ 5) $\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix} i & 1 \\ -1 & -i \end{pmatrix}$

14. Найдите в списке ответов корень 4-й степени из числа $-8+8\sqrt{3}\cdot i$.

1) $1-\sqrt{3}\cdot i$ 2) $\sqrt{3}-i$ 3) $1+2i$ 4) $\sqrt{2}-i$ 5) $1+i$

17. НОД многочленов $x^5+3x^3+2x^2+2x+4$ и $x^4+x^3+x^2+2x-2$ равен

1) x^2+x-2 2) x^2-2 3) x^2+2 4) x^2-x+2 5) $x-2$

18. Аргумент числа $\frac{1+i}{\sqrt{3}+i}$ равен 1) π/18 2) π/6 3) π/4 4) π/12 5) π/15

19. Матрица $\begin{pmatrix} 6 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \\ 3 & 1 & 9 \end{pmatrix}$ имеет собственный вектор $\begin{pmatrix} -7 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$. Тогда собственное число, соответствующее этому вектору, равно 1) 1 2) 2 3) 5 4) 4 5) 3

20. Элемент θ множества *M*, на котором задана бинарная алгебраическая операция *, называется нейтральным элементом относительно операции *, если

1) $\exists a \in M\,(a*\theta=\theta*a=a)$,
2) $\exists a \in M\,(a*\theta=\theta*a=\theta)$,
3) $\forall a \in M\,(a*\theta=\theta*a=a)$,
4) $\forall a \in M\,(a*\theta=\theta*a=\theta)$.

21. Найдите в списке ответов унитарную матрицу.

1) $\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\begin{pmatrix}-i & -1-i\\ 1-i & i\end{pmatrix}$ 2) $\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix}\sqrt{2}+i & 1\\ -1 & \sqrt{2}-i\end{pmatrix}$ 3) $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}\sqrt{2}+i & -i\\ -i & \sqrt{2}-i\end{pmatrix}$

4) $\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix}\sqrt{2} & 1-i\\ -1-i & -\sqrt{2}\end{pmatrix}$ 5) $\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\begin{pmatrix}i & 1\\ -1 & i\end{pmatrix}$

22. Найдите в списке ответов корень 4-й степени из числа $-8-8\sqrt{3}\cdot i$.

1) $1-\sqrt{3}\cdot i$ 2) $\sqrt{3}-i$ 3) $1+2i$ 4) $\sqrt{2}-i$ 5) $1+\sqrt{3}\cdot i$

23. НОД многочленов $x^5+3x^4+x^3+3x^2-x-3$ и $x^4+3x^3+x^2+5x+6$ равен

1) x^2-x+3 2) x^2-3 3) x^2+3 4) $x+3$ 5) x^2+x-3

24. Аргумент числа $\frac{i}{1+i}$ равен 1) 180º 2) 90º 3) 225º 4) 45º 5) 135º

25. Матрица $\begin{pmatrix}-3 & -2 & 3\\ 2 & -1 & -2\\ 3 & 1 & -3\end{pmatrix}$ имеет собственный вектор $\begin{pmatrix}-5\\ 8\\ 7\end{pmatrix}$. Тогда собственное число, соответствующее этому вектору, равно 1) 1 2) –3 3) –2 4) –1 5) –4

26. Бинарными алгебраическими операциями являются

1) векторное произведение векторов,
2) скалярное произведение векторов,
3) сложение векторов,
4) вычитание векторов.

27. Найдите в списке унитарную матрицу.

1) $\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\begin{pmatrix}1+i & -1-i\\ 1+i & 1-i\end{pmatrix}$ 2) $\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix}1+i & -1+i\\ 1-i & 1-i\end{pmatrix}$ 3) $\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix}1+i & 1+i\\ -1+i & 1+i\end{pmatrix}$ 4) $\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\begin{pmatrix}-i & 1\\ -1 & i\end{pmatrix}$ 5) $\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix}1 & -i\\ i & -1\end{pmatrix}$

28. Найдите в списке корень 5-й степени из числа $\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot i$.

1) $1-\sqrt{3}\cdot i$ 2) $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot i$ 3) $1+i$ 4) $\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i$ 5) $1+\sqrt{3}\cdot i$

29. НОД многочленов $x^5+4x^4+x^2+3x-4$ и $x^4+5x^3+4x^2+2x+8$ равен

1) $x+4$ 2) $x-2$ 3) x^2-4 4) x^2+2 5) $x-4$

30. Аргумент комплексного числа $\frac{-1}{1+i}$ равен

1) 180º 2) 90º 3) 225º 4) 45º 5) 135º

31. Для матрицы $\begin{pmatrix}3 & 2\\ 0 & 2\end{pmatrix}$ собственным вектором является вектор

1) $\begin{pmatrix}1\\ -1\end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix}-3\\ 1\end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix}2\\ -1\end{pmatrix}$

32. Множество *M* относительно операций сложения и умножения образует кольцо, если выполняются условия:

1) относительно умножения *M* образует абелеву группу,
2) относительно сложения *M* образует абелеву группу,

3) относительно умножения M образует полугруппу,

4) относительно умножения M образует группу,

5) выполняется аксиома дистрибутивности

33. Найдите в списке унитарную матрицу.

1) $\frac{\sqrt{2}}{2}i\cdot\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ 2) $\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix}i & -i\\ -i & i\end{pmatrix}$ 3) $\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix}1+i & 1+i\\ -1+i & 1+i\end{pmatrix}$ 4) $\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\begin{pmatrix}-i & 1\\ -1 & i\end{pmatrix}$ 5) $\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\begin{pmatrix}-i & -1\\ 1 & -i\end{pmatrix}$

34. Найдите в списке корень 5-й степени из числа $-128-128\cdot i$.

1) $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot i$ 2) $1-\sqrt{3}\cdot i$ 3) $\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot i$ 4) $2+2\cdot i$ 5) $4+4\cdot i$

35. НОД многочленов $x^5+2x^4+2x^3+3x^2+2x+2$ и $x^4+2x^3+x^2-1$ равен

1) $x-1$ 2) x^2+x+1 3) x^2+1 4) x^2-1 5) x^2+x-1

36. Аргумент комплексного числа $(1+i)^2-3i$ равен

1) 0º 2) 90º 3) 270º 4) 60º 5) 180º

37. Сумма собственных чисел матрицы $\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 2 & 7\end{pmatrix}$ равна

1) 3 2) 4 3) 5 4) 7 5) 6

38. Относительно операций сложения и умножения поле образует

1) множество квадратных невырожденных матриц одного и того же порядка,

2) множество целых чисел,

3) множество рациональных чисел,

4) множество многочленов.

39. Найдите в списке унитарную матрицу.

1) $\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\begin{pmatrix}-i & 1\\ -1 & i\end{pmatrix}$ 2) $\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix}i & -i\\ -i & i\end{pmatrix}$ 3) $\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix}1+i & 1+i\\ -1+i & 1+i\end{pmatrix}$ 4) $\frac{\sqrt{2}}{2}i\cdot\begin{pmatrix}-1 & -1\\ -1 & 1\end{pmatrix}$ 5) $\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\begin{pmatrix}-i & -1\\ 1 & -i\end{pmatrix}$

40. Найдите в списке корень 5-й степени из числа $512\sqrt{3}+512\cdot i$.

1) $-2\sqrt{3}+2\cdot i$ 2) $2+2\cdot i$ 3) $4+4\cdot i$ 4) $\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i$ 5) $1+\sqrt{3}\cdot i$

41. НОД многочленов $x^5-x^3+2x^2-2x-4$ и $x^4+x^3-3x^2-2x+2$ равен

1) $(x-1)^2$ 2) x^2-2 3) x^2+1 4) $x+2$ 5) x^2+x-1

42. Аргумент комплексного числа $(\sqrt{3}+i)\cdot(1+i)$ равен

1) π/6 2) 5π/12 3) 2π/3 4) 6π/7 5) 8π/15

43. Сумма собственных чисел матрицы $\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 5\end{pmatrix}$ равна

1) 3 2) 7 3) 5 4) 6 5) 4

44. Верными являются утверждения:

1) коммутативная группа содержит только коммутативные подгруппы,
2) не коммутативная группа может содержать коммутативные подгруппы,
3) если группа не коммутативна, то любая ее подгруппа не коммутативна,
4) коммутативная группа может содержать не коммутативные подгруппы.

45. Найдите в списке корень 5-й степени из числа $-16\sqrt{3}+16\cdot i$.

1) $-2\sqrt{3}+2\cdot i$ 2) $2+2\cdot i$ 3) $4+4\cdot i$ 4) $\sqrt{3}+i$ 5) $1+\sqrt{3}\cdot i$

46. НОД многочленов $x^5+5x^4+8x^3+3x^2-4x-4$ и $x^4+5x^3+10x^2+12x+8$ равен

1) $x-2$ 2) x^2-4 3) $(x+2)^2$ 4) x^2-x+1 5) x^2+x-2

8. Модуль комплексного числа $\frac{3+2i}{2-i}$ равен 1) 5/3 2) $\sqrt{\frac{13}{5}}$ 3) $\sqrt{\frac{12}{5}}$ 4) $\sqrt{\frac{11}{5}}$ 5) $\sqrt{\frac{11}{3}}$

47. Произведение собственных чисел матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}$ равно

1) 15 2) 30 3) 20 4) 10 5) 8

48. Говорят, что отображение $\varphi:(A,*)\to(B,\circ)$ сохраняет бинарную алгебраическую операцию, если

1) $\varphi(a_1 * a_2)=\varphi(a_1\circ a_2)$,
2) $\varphi(a_1 * a_2)=\varphi(a_1)\circ\varphi(a_2)$,
3) $\varphi(a_1\circ a_2)=\varphi(a_1)*\varphi(a_2)$,
4) $\varphi(a_1 * a_2)=\varphi(a_1)*\varphi(a_2)$ и $\varphi(a_1\circ a_2)=\varphi(a_1)\circ\varphi(a_2)$.

49. Найдите в списке унитарную матрицу.

1) $\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\begin{pmatrix} 0 & -1+i \\ 1-i & 0 \end{pmatrix}$ 2) $\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix} i & -i \\ -i & i \end{pmatrix}$ 3) $\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\begin{pmatrix} 0 & -1-i \\ 1-i & 0 \end{pmatrix}$ 4) $\frac{1}{2}i\cdot\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ 5) $\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\begin{pmatrix} -i & -1 \\ 1 & -i \end{pmatrix}$

50. Найдите в списке корень 5-й степени из числа $-16+16\sqrt{3}\cdot i$.

1) $-2\sqrt{3}+2\cdot i$ 2) $2+2\cdot i$ 3) $-1+\sqrt{3}\cdot i$ 4) $\sqrt{3}+i$ 5) $1+\sqrt{3}\cdot i$

51. НОД многочленов $x^5-x^4-x^3+3x^2-4x+2$ и $x^4-x^3-2x^2+3x-1$ равен

1) $(x-1)^2$ 2) $x+1$ 3) x^2+1 4) x^2-x+1 5) x^2-1

52. Модуль комплексного числа $\frac{1-i}{1+i}$ равен 1) 1 2) 2 3) $\sqrt{2}$ 4) 1/2 5) $\sqrt{2}/2$

53. Произведение собственных чисел матрицы $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ равно

1) 10 2) 20 3) 21 4) –10 5) –19

54. Найдите в списке корень 5-й степени из числа $\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot i$.

1) $1-\sqrt{2}\cdot i$ 2) $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot i$ 3) $1+i$ 4) $\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i$ 5) $1+\sqrt{3}\cdot i$

Задания в открытой форме

1. Найдите все пары натуральных чисел, таких что при делении на 41 их сумма дает остаток 6, а сумма их квадратов дает остаток 20.
2. Два двузначных числа отличаются друг от друга только порядком цифр. Их разность при делении на 11 дает в остатке 1. Найдите эти числа.
3. Найдите наименьшее натуральное трехзначное число, кратное 23, у которого каждая следующая цифра больше предыдущей на единицу.
4. Найдите все натуральные трехзначные числа, которые при делении на 41 дают остаток, равный сумме своих цифр.
5. Найдите два наименьших положительных соседних нечетных числа, произведение которых делится на 187.
6. Разложите на простые множители число $2^{22} + 39 \cdot 2^{10} + 81$.
7. Припишите к числу 12 345 еще пять цифр так, чтобы получилось число, делящееся на 41.
8. Припишите к числу 1234567890 еще пятьдесят цифр так, чтобы получилось число, делящееся на 31.
9. Решите сравнение $x^2 = p(\mathrm{mod}\ p^2)$, где $p \in P$.
10. Решите сравнение $x^2 = 1\ (\mathrm{mod} p^2)$, где $p \in P \backslash \{2\},\ a\ n \in N$.
11. Вычислить НОД (2737; 9163; 9639)
12. Пользуясь алгоритмом Евклида вычислить НОД (822; 1734) и выразить его через исходные числа
13. Сократите дробь 17501/11137, представив числитель и знаменатель дроби в каноническом виде
14. Найти все простые числа между числами a =150; b =180
15. Выясните, являются ли число 2657 простым или составным
16. Чему равна функция Эйлера φ(n), если n=10?
17. Разложить простую дробь $\frac{137}{31}$ в правильную цепную дробь и найти все её подходящие дроби
18. Пользуясь алгоритмом Евклида вычислить НОД (**4373; 826**) и выразить его через исходные числа
19. Сократите дробь **237419/294817**, представив числитель и знаменатель дроби в каноническом виде
20. 1Разложить простую дробь $\frac{247}{74}$ в правильную цепную дробь и найти все её подходящие дроби

Задания на установление соответствия

1. Установите соответствие между алгебраической и соответствующей показательной формой записи комплексного числа z

Алгебраическая форма	Показательная форма
1) -1+i	A) $2 \cdot e^{-\frac{\pi}{6}i}$
2) -1	B) $2 \cdot e^{-\frac{\pi}{3}i}$
3) 1-$i\sqrt{3}$	C) $2 \cdot e^{-\frac{\pi}{2}i}$
4) 2i	D)$1 \cdot e^{\pi i}$
	E) $2 \cdot e^{-\frac{3\pi}{4}i}$

2. Установите соответствие между правильной рациональной дробью *R(x)* и числом неопределенных коэффициентов при разложении на сумму простейших дробей:

Рациональная дробь *R(x)*	Число неопределенных коэффициентов
1) $\frac{-4+2x}{(x+7)^3}$	A) 0
2)$\frac{x-2}{(x-1)^2(x^2+4)}$	B) 5
3) $\frac{x+1}{(x^2-2x+1)x^3}$	C) 3
5) $\frac{2\text{x}-1}{x^2-4\text{x}-5}$	D) 2
	E) 4
	F) 6

3. Установите соответствие между алгебраической и соответствующей показательной формой записи комплексного числа z

Алгебраическая форма	Показательная форма
1) $-\sqrt{3}+i$	G) $2 \cdot e^{-\frac{\pi}{3}i}$
2) 1 - $-\sqrt{3i}$	B) $2 \cdot e^{\frac{5\pi}{6}i}$
3) 1+i	C) $4 \cdot e^{-\frac{5\pi}{6}i}$
	D)$4 \cdot e^{-\frac{\pi}{3}i}$
	E) $\sqrt{2} \cdot e^{\frac{\pi}{4}i}$
	F) $2 \cdot e^{\frac{\pi}{4}i}$

4. Установите соответствие между алгебраической и соответствующей показательной формой записи комплексного числа z

Алгебраическая форма	Показательная форма
1) $-\sqrt{3}-i$	A) $2 \cdot e^{-\frac{5\pi}{6}i}$
2) $\sqrt{2}$ - $\sqrt{2i}$	B) $4 \cdot e^{\frac{\pi}{4}i}$
3) -1+$\sqrt{3i}$	C) $2 \cdot e^{-\frac{\pi}{4}i}$

	$D) 4\cdot e^{\frac{\pi}{6}i}$
	$E)\ 2\cdot e^{\frac{2\pi}{3}i}$
	$F)\ 2\cdot e^{-\frac{\pi}{3}i}$

5. Установите соответствие между квадратными уравнениями и их корнями

а) $z^2+8z+25=0$; 1) $-2\pm 3i$; 2) $2\pm 3i$;

б) $z^2-8z+25=0$; 3) $2\pm 9i$; 4) $4\pm 3i$;

в) $z^2+4z+13=0$. 5) $-4\pm 3i$; 6) $-4\pm 9i$.

6. Установить соответствие между биквадратными уравнениями и их корнями:

а) $z^4-12z^2-64=0$; 1) ± 2 ; $\pm 4i$; 2) $\pm 2i$; $\pm 3i$;

б) $z^4+12z^2-64=0$; 3) $4\pm$; $\pm 2i$; 4) $3\pm$; $\pm 2i$;

в) $z^4+20z^2+64=0$. 5) $2\pm$; $\pm 3i$; 6) $\pm 2i$; $\pm 4i$.

7. Установите соответствие между квадратными уравнениями и их корнями:

а) $z^2-16z+89=0$; 1) $8\pm 5i$; 2) $8\pm 4i$;

б) $z^2+16z+89=0$; 3) $-8\pm 5i$; 4) $8\pm 10i$;

в) $z^2+16z+80=0$. 5) $-8\pm 4i$; 6) $-8\pm 10i$.

8. Установите соответствие между квадратными уравнениями и их корнями:

а) $z^4+5z^2-36=0$; 1) ± 2; $\pm 3i$; 2) ± 4; $\pm 3i$; 3) $\pm 2i$; $\pm 3i$;

б) $z^4-5z^2+36=0$. 4) ± 3; $\pm 2i$; 5) $3\pm 4i$; $\pm$.

9. Установите соответствие между комплексными числами, заданными в виде определителей и в показательной форме:

а) $z=\begin{vmatrix}1+i & \sqrt{3}\,i\\ -2 & 1-i\end{vmatrix}$;	1) $4e^{\frac{\pi}{3}i}$; 2) $8e^{\frac{2\pi}{3}i}$;
б) $\bar{z}$, $z=\begin{vmatrix}1+i & \sqrt{3}\,i\\ -2 & 1-i\end{vmatrix}$;	3) $8e^{\frac{4\pi}{3}i}$; 4) $4e^{-\frac{\pi}{3}i}$;
в) $-z$, $z=\begin{vmatrix}1+i & \sqrt{3}\,i\\ -2 & 1-i\end{vmatrix}$.	5) $4e^{-\frac{2\pi}{3}i}$; 6) $8e^{\frac{\pi}{3}i}$.

10. Установите соответствие между комплексными числами, заданными в виде определителей и в показательной форме:

а) $z=\begin{vmatrix}1 & 7-i & 4i\\ 0 & 2+i & -i\\ 0 & 1-2i & -3i\end{vmatrix}$;	1) $5\sqrt{2}e^{-\frac{\pi}{4}i}$; 2) $10e^{-\frac{3\pi}{4}i}$;
б) $\bar{z}$, $z=\begin{vmatrix}1 & 7-i & 4i\\ 0 & 2+i & -i\\ 0 & 1-2i & -3i\end{vmatrix}$;	3) $5\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}i}$; 4) $10e^{\frac{5\pi}{4}i}$;
в) $-z$, $z=\begin{vmatrix}1 & 7-i & 4i\\ 0 & 2+i & -i\\ 0 & 1-2i & -3i\end{vmatrix}$.	5) $5\sqrt{2}e^{\frac{3\pi}{4}i}$; 6) $10e^{-\frac{\pi}{4}i}$.

11. Поставить в соответствие алгоритмам порядок их сложности:

1) базовые алгоритмические операции;
2) скалярные алгоритмы;
3) алгоритмы сложности.
a) $O(n^3)$;
b) $O(n^2)$;
c) O(n);
d) O(n).

12. Поставить в соответствие:
1) Полной системой вычетов по модулю m называют;
2) Системой наименьших неотрицательных вычетов по модулю m называют;
3) Классами вычетов по модулю m называют.
a) совокупность чисел 0, 1, 2, m - 1;
b) некоторые классы эквивалентности на множестве целых чисел;
c) совокупность m целых чисел, содержащую точно по одному представителю из каждого класса вычетов по модулю m.

13. Поставить в соответствие:
1) n1, n2,…,nr;
2) z1, z2,…,zr;
3) y1, y2,…,yr;
a) цифры числа x;
b) обратные к 10 по модулям $П_1$, $П_2$,..., Пr соответственно;
c) модулярные компоненты числа x;
d) попарно взаимно-простые числа.

14. Поставить в соответствие.
1) M={0,1,…,Q-1};
2) $A=(a_s, a_{s-1},., a_1)Q$.
a) основание системы счисления;
b) смешанная система счисления;
c) цифры Q-ичной позиционной системы счисления;
d) запись числа в Q-ичной позиционной системы счисления.

15. Пусть a - полином из K[x], а $a=a_nx^n + \ldots+a_2x^2 + a_1x+ a_0,\ a_n \neq 0$. Поставить в соответствие:
1) n;
2) $a_0, a_n,...,a_n$
3) a_n.
a) степень полинома;
b) коэффициенты полинома
c) старший коэффициент полинома

16. Поставить в соответствие шагам алгоритма их назначение:
1) вычисление значений;
2) интерполяция.

a) дополнить коэффициенты полиномов a и b нулевыми коэффициентами старших степеней так, чтобы коэффициентов стало по 2n;

b) при помощи FFT, вычислить значения полиномов a и b в точках, являющихся корнями степени 2n из единицы;

c) получить коэффициенты полинома c при помощи обратного FFT, применяемого к значениям полинома c в корнях степени 2n из единицы.

17. Поставить в соответствие. Кольцо $K[x_1,\ldots, x_m]$ называется:

1) кольцом полиномов над K от $x_1,\ldots, x_m$;

2) m - кратным расширением кольца K;

3) m - кратным трансцендентным расширением кольца K.

a) если кольцо $K[x_1][x_2]\ldots[x_m]$ определяется формулами $K[x_1][x_2] = (K[x_1][x_2]$, $K[x_1][x_2]\ldots[x_m] = (K\,[x_1][x_2]\ldots[x_{m-l}])[x_m]$,

b) если для любого s принадлежит {1,…,m} кольцо K[x1,…,xs] является простым трансцендентным расширением кольца K[x1,…,xs-1] при помощи xs;

c) если кольцо K[x1,…,xm] является m-кратным расширением ненулевого коммутативного кольца K;

d) если элементы xi,...,xm кольца L называются алгебраически независимыми над кольцом K.

18. Поставить в соответствие.

1) прямой метод;

2) метод Эрмита.

a) представляет остающийся после вычисления интеграл в виде суммы логарифмов;

b) использует разложение дроби q/r на простейшие дроби;

c) позволяет определить рациональную часть интеграла рациональной функции без использования дополнительных величин.

19. Для записи полиномов используются различные системы. Дан полином $(x+y)^2+x+y+1$. Поставить в соответствие.

1) лексикографическая;

2) общей степени, затем лексикографическая;

3) общей степени, затем обратная лексикографическая.

a) $y^2+2xy+x^2+y+x+1$;

b) $x^2+ y^2+2xy +x+y+1$;

c) $x^2+2xy+x+y^2+y+1$;

d) $x^2+2xy+y^2+x+y+1$.

20. Над множеством вводятся операции, с помощью которых можно получить из любых двух множеств новые множества.
Поставить в соответствие:

1) $\{x \mid x \in A \;\&\; x \in B\}$;

a) $\{x \mid x \in A \;\&\; x \notin B\}$.

b) дополнение;

c) объединение;

d) пересечение;

e) разность.

21. Какая операция соответствует * в записи A*B={x | x ∈ A ∨ x ∈ B}?

1) / (разность);

2) \ (дополнение);

3) ∩ (пересечение);

4) ∪ (объединение).

22. Поставить в соответствие. Кольцо называется:

1) коммутативным;
2) нулевым;
3) областью целостности.

a) если | K |={0_K};
b) *если* $a \cdot b = b \cdot a,\ \forall a,b \in K$;
c) если a ≠ 0, b ≠ 0 и ***ab*** **=** 0 или ***ba*** **=** 0 ;
d) если оно коммутативно, и

$\forall a,b \in K (a \cdot b = 0 \to a = 0 \vee b = 0)$

23. Поставить в соответствие. Умножение натуральных чисел:

1) ассоциативно;
2) коммутативно;
3) дистрибутивно.

a) $\forall$ a, b, c∈ N a ·(b· c) = (a ·b)· c
b) $\forall$ a, b∈ N a·b = b· a

$\forall$ a, b, c∈N (a +b)·c = a·c +b·c&c·(a +b) = c·a + c·b

24. Пусть a - полином из K[x], a $a=a_nx^n + \ldots + a_2x^2 + a_1x + a_0,\ a_n \neq 0$. Поставить в соответствие:

4) n;
5) $a_0, a_n, \ldots, a_n$
6) a_n.

d) степень полинома;
e) коэффициенты полинома
f) старший коэффициент полинома

Задания на установление правильной последовательности

1. Установить последовательность убывания рангов матрицы:

1) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$

2) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

3) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ -1 & -2 & -3 & -4 & -5 \end{pmatrix}$

4) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & -2 & -3 & -4 & -5 \end{pmatrix}$

2. Установить последовательность убывания рангов матрицы:

1) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$

2) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ -1 & 2 & -3 & 4 & -5 \end{pmatrix}$

3) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

4) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ -1 & -2 & -3 & -4 & -5 \end{pmatrix}$

3. Установить последовательность убывания рангов матрицы:

1) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

2) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ -1 & 2 & 3 & 4 & -5 \end{pmatrix}$

3) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

4) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 7 & 8 \end{pmatrix}$

4. Установить последовательность убывания рангов матрицы:

1) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

2) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}$

3) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ -1 & -2 & -3 & -4 & -5 \end{pmatrix}$

4) $\begin{pmatrix} -1 & -2 & -3 & -4 & -5 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

5. Установить последовательность убывания рангов матрицы:

1) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

2) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ -1 & -2 & -3 & -4 & -5 \end{pmatrix}$

3) $\begin{pmatrix} -1 & -2 & -3 & -4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$

4) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$

6. Распределите матрицы в порядке увеличения их определителей:

1. $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$ 2. $\begin{pmatrix} 2 & -4 & -2 \\ 0 & -3 & -2 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ 3. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 4. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$ 5. $\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

7. Распределите матрицы в порядке увеличения их определителей:

1. $\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ 2. $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$ 3. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 4. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & 4 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ 5. $\begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$

8. Распределите матрицы в порядке увеличения их определителей:

1. $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 2. $\begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 5 & -3 & -2 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ 3. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 4. $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 4 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ 5. $\begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

9. Распределите матрицы в порядке увеличения их определителей:

1. $\begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ 2. $\begin{pmatrix} -4 & -4 & -2 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ 3. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 4. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ 5. $\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

10. Распределите матрицы в порядке увеличения их определителей:

1. $\begin{pmatrix} -3 & -4 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ 2. $\begin{pmatrix} 0 & -4 & -2 \\ 0 & -3 & -2 \\ 0 & -4 & -2 \end{pmatrix}$ 3. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 4. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}$ 5. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

11. Данное число x возвести в степень n (п=(101012)), используя бинарный метод. Выбрать правильную последовательность вычисления x

$x^2x^4x^5x^{10}$ x^{20} x^{21}; $x^2x^4x^8x^9$ x^{18} x^{19}; $x^2x^3x^6x^{12}$ x^{24} x^{25}.

12. Данное число x возвести в степень n (п=(100112)), используя бинарный метод. Выбрать правильную последовательность вычисления x

$x^2x^4x^5x^{10}$ x^{11} x^{22}; $x^2x^3x^6x^7$ x^{14} x^{15}; $x^2x^4x^8x^9$ x^{18} x^{19}.

13. Данное число x возвести в степень n (п=(100111)), используя бинарный метод. Выбрать правильную последовательность вычисления x

$x^2x^4x^5x^{10}$ x^{20} x^{21}; $x^2x^4x^8x^9$ x^{18} x^{19}; $x^2x^3x^6x^{12}$ x^{24} x^{25}.

14. Данное число x возвести в степень n (п=(100110)), используя бинарный метод. Выбрать правильную последовательность вычисления x

$x^2x^4x^5x^{10}$ x^{11} x^{22}; $x^2x^3x^6x^7$ x^{14} x^{15}; $x^2x^4x^8x^9$ x^{18} x^{19}.

15. Восстановить правильную последовательность в алгоритме вычисления НОД двух полиномов:

1) то c:=модулярный_НОД(a,b,p);
2) p:=найти_большое_простое (2*m);
3) m:=граница_Ландау_Миньотта (a,b);
4) то выход c;
5) цикл до бесконечности;
6) если степень_остатка(p,a) или степень_остатка(p,b);
7) если делит (c,a) и делит (c,b);

16. Данное число x возвести в степень n (п=(23)), используя бинарный метод. Выбрать правильную последовательность вычисления x

$x^2x^4x^5x^{10}\ x^{20}\ x^{21}$; $x^2x^4x^8x^9\ x^{18}\ x^{19}$; $x^2x^3x^6x^{12}\ x^{24}\ x^{25}$.

17. Данное число x возвести в степень n (п=(25)), используя бинарный метод. Выбрать правильную последовательность вычисления x

$x^2x^4x^5x^{10}\ x^{11}\ x^{22}$; $x^2x^3x^6x^7\ x^{14}\ x^{15}$; $x^2x^4x^8x^9\ x^{18}\ x^{19}$.

18. Данное число x возвести в степень n (п=(28)), используя бинарный метод. Выбрать правильную последовательность вычисления x

$x^2x^4x^5x^{10}\ x^{20}\ x^{21}$; $x^2x^4x^8x^9\ x^{18}\ x^{19}$; $x^2x^3x^6x^{12}\ x^{24}\ x^{25}$.

19. Данное число x возвести в степень n (п=(32)), используя бинарный метод. Выбрать правильную последовательность вычисления x

$x^2x^4x^5x^{10}\ x^{11}\ x^{22}$; $x^2x^3x^6x^7\ x^{14}\ x^{15}$; $x^2x^4x^8x^9\ x^{18}\ x^{19}$.

20. Данное число x возвести в степень n (n=(100112)), используя бинарный метод. Выбрать правильную последовательность вычисления x

x2x4x5x10 x11 x22; x2x3x6x7 x14 x15; x2x4x8x9 x18 x19.

Шкала оценивания результатов тестирования: в соответствии с действующей в университете балльно-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения – 60 баллов (установлено положением П 02.016).

Максимальный балл за тестирование представляет собой разность двух чисел: максимального балла по промежуточной аттестации для данной формы обучения (36) и максимального балла за решение компетентностно-ориентированной задачи (6).

Балл, полученный обучающимся за тестирование, суммируется с баллом, выставленным ему за решение компетентностно-ориентированной задачи.

Общий балл по промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по 5-балльной шкале следующим образом:

Соответствие 100-балльной и 5-балльной шкал

Сумма баллов по 100-балльной шкале	Оценка по 5-балльной шкале
100-85	отлично
84-70	хорошо
69-50	удовлетворительно
49 и менее	неудовлетворительно

2.2 КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ

1. Проверить совместимость системы уравнений и в случае совместимости решить

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -3. \end{cases}$$

2. Дать геометрическое описание множества точек комплексной плоскости, удовлетворяющих указанному условию $-1 \le \operatorname{Re}(z) \le 3$

3. Разложить дробь на простейшие $\dfrac{x^4 + 4x^2 + 25}{x^3 + 2x^2 + x}$

4. В поле Z_7 решите уравнение $\overline{2} \cdot x = \overline{3}$.

5. Перечислите все идеалы в кольце Z_7.

6. В кольце многочленов над простым полем характеристики 2 выпишите все квадратные уравнения и решите их.

7. В кольце $Z + Zi$ найдите число, порождающее идеал $\langle a, b, c \rangle$, если

$a = 1 + 2i;\ b = 3 + 7i;\ c = 4i$

8. Решить кватернионное уравнение $q \circ x = -h$, $q = 1 + 4i - 2j + k$, $h = i - j - 2k$

9. Проверить совместимость системы уравнений и в случае совместимости решить

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6. \end{cases}$$

10. Дать геометрическое описание множества точек комплексной плоскости, удовлетворяющих указанному условию $\operatorname{Im}(\overline{z}) > -1$

10. Среди заданных множеств, рассматриваемых относительно операций сложения и умножения, укажите кольца. Отметьте тип кольца

$A = \{a + b\sqrt{2} | a, b \in Z\}$, Z_7

11. В поле Z_{11} решите уравнение $\overline{4} \cdot x = \overline{3}$.

12. Перечислите все идеалы в кольце Z_{11}.

13. Докажите, что аддитивная группа Q не представима в виде прямой суммы двух ненулевых подгрупп.

14. В кольце $Z + Zi$ найдите число, порождающее идеал $\langle a, b, c \rangle$, если

$a = 2 + 2i;\ b = 3 + 6i;\ c = 4i$

15. Решить кватернионное уравнение $q \circ x = -h$, $q = 1 + i - j + k$, $h = 6 + 2i - j - 2k$

16. Разложить дробь на простейшие $\dfrac{3x-4}{x^3+x^2+4x+4}$

17. Проверить совместимость системы уравнений и в случае совместимости решить

$$\begin{cases} 3x_1-2x_2+4x_3=12 \\ 3x_1+4x_2-2x_3=6 \\ 2x_1-x_2-x_3=-9. \end{cases}$$

18. Дать геометрическое описание множества точек комплексной плоскости, удовлетворяющих указанному условию $0<\arg z<\dfrac{\pi}{2}$

19. Разложить дробь на простейшие $\dfrac{x^2}{(x^2+4x+4)(x+4)^2}$

20. Среди заданных множеств, рассматриваемых относительно операций сложения и умножения, укажите кольца. Отметьте тип кольца

$A=\{a+b\sqrt{2}\,|\,a,\,b\in Q\}$, Z_{11}

21. В поле Z_7 решите уравнение $\overline{2}\cdot x=\overline{3}$.

22. Перечислите все идеалы в кольце Z_7.

23. Представьте мультипликативную группу Q* в виде прямого произведения двух неединичных подгрупп.

24. В кольце $Z+Zi$ найдите число, порождающее идеал $\langle a,\,b,\,c\rangle$, если

$a=1+2i;\ b=3+7i;\ c=4i$

25. Решить кватернионное уравнение $q\circ x=-h$, $q=1+4i-2j+k$, $h=3+i-4j-2k$

26. Проверить совместимость системы уравнений и в случае совместимости решить

$$\begin{cases} 2x_1+3x_2+4x_3=33 \\ 7x_1-5x_2 \qquad\quad =24 \\ 4x_1 \qquad +11x_3=39. \end{cases}$$

27. Дать геометрическое описание множества точек комплексной плоскости, удовлетворяющих указанному условию $1\le|z-3|\le 3$

28. Разложить дробь на простейшие $\dfrac{x^5+1}{x^4-8x^2+16}$

29. Среди заданных множеств, рассматриваемых относительно операций сложения и умножения, укажите кольца. Отметьте тип кольца

1) $A=\{a+b\sqrt{3}\,|\,a,\,b\in Z\}$, Z_5

30. В поле Z_7 решите уравнение $\overline{2}\cdot x=\overline{3}$.

31. Перечислите все идеалы в кольце Z_7.

32. Может ли многочлен быть минимальным для двух различных алгебраических элементов?.

33. В кольце $Z+Zi$ найдите число, порождающее идеал $\langle a,\ b,\ c\rangle$, если

$a=1+2i;\ b=3+7i;\ c=4i$

34. Решить кватернионное уравнение $q\circ x=-h$, $q=1+4i-2j+k$, $h=i-j-2k$

35. Проверить совместимость системы уравнений и в случае совместимости решить

$$\begin{cases}3x_1-x_2+x_3=12\\ x_1+2x_2-4x_3=6\\ 5x_1+x_2+2x_3=3.\end{cases}$$

36. Дать геометрическое описание множества точек комплексной плоскости, удовлетворяющих указанному условию $|z-i|<5$

37. Разложить дробь на простейшие $\dfrac{x^3+x^2-8}{(x-2)(x+2)}$

38. Среди заданных множеств, рассматриваемых относительно операций сложения и умножения, укажите кольца. Отметьте тип кольца

1) $A=\{a+b\sqrt{3}|a,\ b\in Q\}$, Z_7

39. В поле Z_{17} решите уравнение $\overline{2}\cdot x=\overline{3}$.

40. Перечислите все идеалы в кольце Z_{17}.

41. Опишите порядки элементов аддитивной и мультипликативной групп поля рациональных чисел.

42. В кольце $Z+Zi$ найдите число, порождающее идеал $\langle a,\ b,\ c\rangle$, если

$a=1+2i;\ b=7i;\ c=5i$

43. Вычислить произведение кватернионов $q\circ h$, $q=1+4i-2j+k$, $h=3+i-4j-2k$

44. Проверить совместимость системы уравнений и в случае совместимости решить

$$\begin{cases}2x_1-x_2+3x_3=-4\\ x_1+3x_2-x_3=11\\ x_1-2x_2+2x_3=-7.\end{cases}$$

45. Дать геометрическое описание множества точек комплексной плоскости, удовлетворяющих указанному условию $|z|^2=(\operatorname{Re} z)^2+9$

46. Разложить дробь на простейшие $\dfrac{3x^2+7x+3}{(x+1)^2(x+2)}$

47. Среди заданных множеств, рассматриваемых относительно операций сложения и умножения, укажите кольца. Отметьте тип кольца

$A=\left\{a+b\sqrt[3]{2}+c\sqrt[3]{4} \middle| a,\, b, c\in Z\right\}$, Z7

48. В поле Z7 решите уравнение $\overline{2}\cdot x=\overline{3}$.

49. Перечислите все идеалы в кольце Z7.

50. Может ли элемент быть алгебраическим и не иррациональным?

51. В кольце $Z+Zi$ найдите число, порождающее идеал $\langle a,\, b,\, c\rangle$, если

$a=1+2i;\ b=3+7i;\ c=4i$

52. Решить кватернионное уравнение $q\circ x=-h$, $q=1+4i-j+k$, $h=1+i-j-2k$

53. Проверить совместимость системы уравнений и в случае совместимости решить

$$\begin{cases}4x_1+x_2-3x_3=9\\ x_1+x_2-x_3=-2\\ 8x_1+3x_2-6x_3=12.\end{cases}$$

54. Дать геометрическое описание множества точек комплексной плоскости, удовлетворяющих указанному условию $\operatorname{Im}(z-4i)>0$

55. Разложить дробь на простейшие $\dfrac{x+4}{(x+1)(x^2+5x+6)}$

56. Среди заданных множеств, рассматриваемых относительно операций сложения и умножения, укажите кольца. Отметьте тип кольца

1) $A=\left\{a+b\sqrt[3]{2}+c\sqrt[3]{4} \middle| a,\, b, c\in Q\right\}$, Z5

57. В поле Z5 решите уравнение $\overline{2}\cdot x=\overline{3}$.

58. Разложите на простые в $Z+Zi$ комплексное число $2^{18}+3^{18}$.

59. Докажите, что в евклидовом кольце требование наличия единицы можно убрать, поскольку существование единицы вытекает из остальных условий.

60. В кольце $Z+Zi$ найдите число, порождающее идеал $\langle a,\, b,\, c\rangle$, если

$a=1+2i;\ b=3+7i;\ c=4i$

61. Решить кватернионное уравнение $q\circ x=-h$, $q=1+i-2j+k$, $h=i-2j-2k$

62. Проверить совместимость системы уравнений и в случае совместимости решить

$$\begin{cases}2x_1+3x_2+4x_3=12\\ 7x_1-5x_2+x_3=-33\\ 4x_1+x_3=-7.\end{cases}$$

63. Дать геометрическое описание множества точек комплексной плоскости, удовлетворяющих

указанному условию $|z+4i|<4$

64. Разложить дробь на простейшие $\dfrac{x^5+4x-8}{x^3-4x}$

65. Среди заданных множеств, рассматриваемых относительно операций сложения и умножения, укажите кольца. Отметьте тип кольца

1) 5Z, 6Z, Z_5, Z_6

66. В поле Z_7 решите уравнение $\overline{2}\cdot x=\overline{3}$.

67. Разложите на простые в $Z+Zi$ комплексное число 49-73i.

68. В кольце многочленов над простым полем характеристики 2 выпишите все квадратные уравнения и решите их.

69. В кольце $Z+Zi$ найдите число, порождающее идеал $\langle a,\, b,\, c\rangle$, если

$a=1+2i;\ b=3+7i;\ c=4i$

70. Решить кватернионное уравнение $q\circ x=-h$, $q=1+i-j+3k$, $h=2i-j-k$

71. Дать геометрическое описание множества точек комплексной плоскости, удовлетворяющих указанному условию $\operatorname{Re}(z\cdot i)>3$

72. Разложить дробь на простейшие $\dfrac{4x^2-x-9}{(x+1)(x-1)(x+2)}$

73. Среди заданных множеств, рассматриваемых относительно операций сложения и умножения, укажите кольца. Отметьте тип кольца

$A=\{a+b\sqrt[3]{2}+c\sqrt[3]{4} \mid a,\, b, c\in R\}$, Z_{17}

74. В поле Z_7 решите уравнение $\overline{2}\cdot x=\overline{3}$.

75. Перечислите все идеалы в кольце Z_{13}.

76. Выясните может ли мультипликативная группа числового поля быть циклической.

14. В кольце $Z+Zi$ найдите число, порождающее идеал $\langle a,\, b,\, c\rangle$, если

$a=1+2i;\ b=3+7i;\ c=4i$

77. Вычислите произведение кватернионов $q\circ h$, если $q=1+4i-2j+k$, $h=i-j-2k$

78. Проверить совместимость системы уравнений и в случае совместимости решить

$$\begin{cases} 8x_1+3x_2-6x_3=-4 \\ x_1+x_2-x_3=2 \\ 4x_1+x_2-3x_3=-5. \end{cases}$$

79. Дать геометрическое описание множества точек комплексной плоскости, удовлетворяющих указанному условию $\operatorname{Im}(z^2)\le 2$

90. Разложить дробь на простейшие $\dfrac{x^4+3x^2+x+2}{x^2+1}$

91. Среди заданных множеств, рассматриваемых относительно операций сложения и умножения, укажите кольца. Отметьте тип кольца

1) $A=\{a+b\sqrt[3]{2}+c\sqrt[3]{4} \mid a,\, b, c\in Z\}$, Z_{17}

92. Разложите на простые в $Z+Zi$ комплексное число 3548.

93. Укажите характеристики всех полей, содержащих не более 20 элементов.

94. Выясните, может ли поле быть гомоморфным кольцу, которое не является полем.

95. В кольце $Z+Zi$ найдите число, порождающее идеал $\langle a,\, b,\, c\rangle$, если

$a=1+2i;\ b=7i;\ c=8i$

96. Вычислите произведение кватернионов $q\circ h$, если $q=1+i-2j+2k$, $h=i-j-2k$

Шкала оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи: в соответствии с действующей в университете балльно-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения – 60 (установлено положением П 02.016).

Максимальное количество баллов за решение компетентностно-ориентированной задачи – 6 баллов.

Балл, полученный обучающимся за решение компетентностно-ориентированной задачи, суммируется с баллом, выставленным ему по результатам тестирования. Общий балл промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по 5-балльной шкале следующим образом:

Соответствие 100-балльной и 5-балльной шкал

Сумма баллов по 100-балльной шкале	Оценка по 5-балльной шкале
100-85	отлично
84-70	хорошо
69-50	удовлетворительно
49 и менее	неудовлетворительно

Критерии оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи (нижеследующие критерии оценки являются примерными и могут корректироваться):

6-5 баллов выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует глубокое понимание обучающимся предложенной проблемы и разностороннее ее рассмотрение; свободно конструируемая работа представляет собой логичное, ясное и при этом краткое, точное описание хода решения задачи (последовательности (или выполнения) необходимых трудовых действий) и формулировку доказанного, правильного вывода (ответа); при этом обучающимся предложено несколько вариантов решения или оригинальное, нестандартное решение (или наиболее эффективное, или наиболее рациональное, или оптимальное, или единственно правильное решение); задача решена в установленное преподавателем время или с опережением времени.

4-3 балла выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует понимание обучающимся предложенной проблемы; задача решена типовым способом в установленное преподавателем время; имеют место общие фразы и (или) несущественные недочеты в описании хода решения и (или) вывода (ответа).

2-1 балла выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует поверхностное понимание обучающимся предложенной проблемы; осуществлена попытка шаблонного решения задачи, но при ее решении допущены ошибки и (или) превышено установленное преподавателем время.

0 баллов выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует непонимание обучающимся предложенной проблемы, и (или) значительное место занимают общие фразы и голословные рассуждения, и (или) задача не решена.