Лабораторная работа №4

Формула включений и исключений и бином Ньютона

Цель: Изучить методику использования формулы включений и исключений для решения задач по определению количества элементов в множестве. Изучить методику разложения выражения по формуле бинома Ньютона.

Вопросы, выносимые на практическое занятие.

1. Формула включений и исключений.
2. Формула бинома Ньютона.
3. Свойства биномиальных коэффициентов.
4. Треугольник Паскаля.

Краткие теоретические положения

Формула включений и исключений

Пусть даны конечные множества . Количество элементов в этих множествах обозначаем ,,...

Тогда существует следующие правила суммы (формула включений и исключений)

а)

б)

в) В случае n множеств правило суммы имеет вид: +.

Формула бинома Ньютона

Для произвольного положительного целого числа n справедлива следующая формула:

Это формула бинома Ньютона. Коэффициенты называются биномиальными коэффициентами. При n=2 и n=3 получаем следующие формулы: , .

Свойство биномиальных коэффициентов

То есть сумма биномиальных коэффициентов с чётными верхними индексами равна сумме биномиальных коэффициентов с нечётными верхними индексами.

Треугольник Паскаля

Треугольник Паскаля позволяет найти значения биномиальных коэффициентов и имеет общий вид:

и так далее…

Строки под номером n содержит биномиальные коэффициенты разложения бинома .

Воспользовавшись свойством , можно заметить, что каждый внутренний элемент треугольника равен сумме двух соседних элементов, расположенных над ним, а боковые элементы треугольника всегда равны единице.

ВАРИАНТ №1.

1. Из ста учеников девятых классов на первом экзамене получили отличные и хорошие оценки 80%, на втором экзамене - 72%, на третьем - 60%.

Какое может быть наименьшее число учащихся, получивших отличные и хорошие оценки на всех трех первых экзаменах?

1. Каждый из учеников класса в зимние каникулы ровно два раза был в кинотеатре, при этом фильмы А, В, С видели соответственно 25,12 и 23 ученика. Сколько учеников в классе? Сколько из них видели спектакли А и В, А и С, В и С?

ВАРИАНТ №2

1. Экзамен по математике сдавали 250 абитуриентов, оценку ниже пяти получили 180 человек, а выдержали экзамен 210 абитуриентов.

Сколько человек получили оценки 3 и 4?

1. В течении недели по телевизору демонстрировались фильмы: боевик А, вестерн В и мелодрама С. Из 40 студентов, каждый из которых просмотрел либо все три фильма, либо один из трех, фильм А видели 13, фильм В - 16, фильм С -19. Найдите, сколько учеников просмотрели все три фильма.

ВАРИАНТ N3

1. В школе 1400 учеников. Из них 1250 умеют кататься на лыжах, 952 на коньках. Ни на лыжах, ни на коньках не умеют кататься 60 учащихся. Сколько учащихся умеют кататься и на лыжах и на коньках?
2. В 92-процессорном ЭВС 19 микропроцессоров обрабатывают текстовую информацию, 17 - графическую, 11 - символьную, 12 - микропроцессоров одновременно обрабатывают графическую и текстовую, 7 - текстовую и символьную, 5 - графическую и символьную, а часть микропроцессоров одновременно обрабатывают графическую, текстовую и символьную информацию. Сколько микропроцессоров являются универсальными, если при решении задачи не задействованы 67 микропроцессоров.

ВАРИАНТ №4

1. В группе из 100 туристов 70 человек знают английский язык, 45 знают французский и 23 человека знают оба языка. Сколько туристов в группе не знают ни английского ни французского языка?

2. Сколько студентов из группы в 30 человек изучают по свободному учебному плану три дисциплины, если известно; 19 студентов изучают по свободному плану Дискретную математику, 17 - алгебру, 11 - матлогику. 12 - Дискретную математику и алгебру, 7 - Дискретную математику и матлогику, 5 - алгебру и матлогику, а пять студентов обучается по типовому плану.

Бином Ньютона

ВАРИАНТ №1

1. Разложить по формуле бином Ньютона.
2. Найти восьмой член в разложении бинома Ньютона

ВАРИАНТ №2

1. Разложить по формуле бином Ньютона*.*
2. Найти пятый член разложения бинома.

ВАРИАНТ №3

1. Разложить по формуле бином Ньютона .
2. Найдите номер члена разложения , не содержащего х.

ВАРИАНТ №4

1. Разложить по формуле бином Ньютона .
2. Сколько членов разложения бинома являются целыми числами?