Лабораторная работа №1

Множества и операции над множествами

 Цель: изучить способы задания множеств, основные операции над множествами, представление множеств в виде кругов Эйлера. Научиться решать задачи по доказательству тождеств, включающих множества.

 Вопросы, выносимые на практическое занятие.

1. Понятие множества. Способы задания множеств. Понятие подмножества.
2. Представление множеств в виде кругов Эйлера.
3. Понятия универсального и пустого множеств. Дополнение множества.
4. Основные операции над множествами: объединение множеств, пересечение множеств, разность множеств, симметричная разность множеств.
5. Законы де Моргана.

Краткие теоретические положения

 Под множеством A будем понимать любое объединение определенных и различимых между собой объектов, мыслимое как единое целое. Через $\in $ обозначается отношение принадлежности, т.е. $x\in A$ означает, что элемент x принадлежит множеству A. Если x не является элементом множества A, то это записывается следующим образом $x \notin A$.

 Через ⊆ обозначается отношение включения множеств, т.е. запись $A⊆B$ означает, что каждый элемент множества A является элементом множества B. В этом случае B – надмножество A.

 Множество, не содержащее элементов, называется пустым и обозначается через ∅.

 Объединением множеств A и B называется множество

$$A∪B=\left\{x\in A или x\in B\right\}$$

Пересечением множеств A и B называется множество

$$A∩B=\left\{x\in A и x\in B\right\}$$

 Разностью множеств A и B называются множество

$$A\B=\left\{x\in A и x\notin B\right\}$$

Симметричной разностью множества A и B называется множество

$$A∸B=\left(A\B\right)∪\left(B\A\right)$$

 Универсальное множество $∪$ - это множество элементов, которые участвуют в данной области рассуждений. Например, если рассматриваются различные множества целых положительных чисел, то универсальное множество – это множество всех натуральных чисел.

 Дополнением множества A называется множества $\overbar{A }=\left\{x\notin A и x\in ∪ \right\}$

 Законы де Моргана устанавливают связь между операциями объединения, пересечения и дополнения.

 Дополнение объединения есть пересечение дополнений

 $\overbar{A∪B}=\overbar{A}∩\overbar{B}$

Дополнение пересечения есть объединение дополнений

$$\overbar{A∩B}=\overbar{A}∪\overbar{B}$$

Вариант 1

1. Доказать:
если $A⊆B и B⊆C, то A⊆C$.
2. Доказать, что если A множество корней уравнения $x^{2}-7x+6=0 и B=\{1,6\}$, то A=B.
3. Доказать, что множество всех корней многочлена Ψ(x)=f(x)×φ(x) есть объединение множеств корней многочленов f(x) и φ(x).
4. Доказать тождество $A∩\left(B∩C\right)=$(A$ ∩ $B)$ ∩C$.
5. Доказать тождество

$A\\left(B∪C\right)=$(A$ \ $B)$ ∩\left(A \ C\right)$.

1. Доказать тождество $A∪B=A∪(B \ A)$.
2. Доказать, что: $A⊆B∩C⇔A⊆B и A⊆С$.
3. Доказать, что: $A⊆B⇒A∪C⊆B∪C$.
4. Доказать тождество: $A∸\left(B∸C\right)=\left(A∸B\right)∸C$.
5. Найти все подмножества множеств

∅, {∅},{x},{1,2}.

Вариант 2

1. Доказать: $ A∩B⊆A⊆ A∪B$.
2. Доказать, что ∅≠{∅}.
3. Доказать, что множество во всех корней многочлена Ψ(x)=(f(x))2+(φ(x))2 есть пересечение множеств корней многочленов f(x) и φ(x).
4. Доказать тождество: $A∪\left(B∪C\right)=\left(A∪B\right)∪C$.
5. Доказать тождество: A $\ $(B $∩ $C)=(A $\$ B) $∪$(A $\$ C).
6. Доказать тождество: -(-A)=A.
7. Доказать, что: $ A∩B⊆С⇔A⊆(-B)∪C$.
8. Доказать, что: $A⊆B⇒A∩С⊆B ∩ C$.
9. Доказать тождество $A∩\left(B∸C\right)=\left(A ∩B\right)∸(A ∩C)$.
10. Найти все подмножества множеств ∅, {∅},{x, y},{2, 3, 4}.

Вариант 3

1. Доказать: $ A∩B⊆B⊆A∪B$.
2. Доказать, что {{1,2},{2,3}}≠{1,2,3}.
3. Доказать, что множество всех корней многочлена Ψ(x)=f(x)∘φ(x) есть объединение множеств корней многочленов f(x) и φ(x).
4. Доказать тождество $A∩\left(B∪C\right)=\left(A ∩ B\right)∪(A∩C)$.
5. Доказать тождество: A $\$(A $\ $B) = A $∩$ B.
6. Доказать тождество $ A∪\left(-A\right)=∪$.
7. Доказать, что $A⊆B∪C⇔A∩(-B)⊆C$.
8. Доказать, что $A⊆B⇒$ (A $\$ C)$ ⊆$( B $\$ C).
9. Доказать тождество $A∸\left(A∸B\right)=B$.
10. Доказать, что множество из n элементов имеет $2^{n}$ подмножеств.

Вариант 4

1. Доказать: A $\ $B $⊆$ A.
2. Существуют ли такие множества A, B и C, что A $∩$ B ≠ ∅, A $∩$ С ≠ ∅, (A $∩$ B) $\$ С ≠ ∅.
3. Доказать, что множество во всех корней многочлена Ψ(x)=(f(x))2+(φ(x))2 есть пересечение множеств корней многочленов f(x) и φ(x).
4. Доказать тождество ($A∪B$)$ ∩$ A = (A $∩$ B) $∪$ A = A.
5. Доказать тождество A $\ $B =A $\ $ (A $∩$ B).
6. Доказать тождество A $∩$( - A) = ∅.
7. Доказать, что (A $\ $B)$ ∪$ B= A $⇔$ B $⊆$ А.
8. Доказать, что A $⊆$ B $⇒$ ( C $\ $B )$ ⊆$ (C $\ $A).
9. Доказать тождество $A∪B=(A∸B)∸(A ∩ B)$ .
10. Доказать, что множество из n элементов имеет $2^{n}$ подмножеств.