МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра технологии материалов и транспорта

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
__________ О.Г. Локтионова
«19» __________ 2021 г.

Современные технологии повышения работоспособности и восстановления деталей автомобилей

Методические указания к выполнению курсовой работы для студентов направления подготовки 23.04.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов
очной и заочной форм обучения

Курск 2021

УДК 629.3.083.4
Составители: Л. П. Кузнецова

Рецензент

Кандидат технических наук, доцент кафедры технологии материалов и транспорта С.В. Пикалов

Современные технологии повышения работоспособности и восстановления деталей автомобилей: Методические указания к выполнению практических и самостоятельных работ для студентов направления подготовки 23.04.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов очной и заочной форм обучения/ Юго-Зап. Гос. ун-т; сост.: Л.П. Кузнецова Курск, 2021. 29 с.: ил. 3, табл. 8, Библиогр.: 6.: с. 29.

Представлены основные законы распределения времени безотказной работы объектов, которые применяются для описания их надежности и работоспособности. Каждая глава содержит перечень основных уравнений и символов, задачи с решениями и многовариантные задачи. Решение подобных задач помогает усвоить и глубже понять теоретические положения дисциплины.

Предназначены для студентов работ для студентов специальности 23.04.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов очной и заочной форм обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать . Формат 60х84 1/16.
Усл. печ. л. Тираж 100 экз. Заказ .Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Предлагаемые методические указания составлены в соответствии с рабочей программой по направлению 23.04.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов очной и заочной форм обучения.

В работе рассмотрены основные законы распределения времени безотказной работы объектов, которые применяются для описания их надежности и работоспособности. В каждом разделе приведены примеры с подробным объяснением хода решения типовой задачи.

При изучении дисциплины в высших учебных заведениях большое значение имеет приобретение навыков в решении задач, что является одним из критериев прочного усвоения материала.

Общие указания для выполнения самостоятельной работы

В процессе изучения дисциплины «Основы работоспособности технических систем» каждый студент должен выполнить самостоятельную работу.

При выполнении самостоятельной работы используется литература, рекомендуемая по курсу, методические пояснения к работам, а также конспект лекций.

Самостоятельная работа состоит из многовариантных заданий, которые выбираются согласно своему варианту из таблиц.

Содержание самостоятельной работы пишется на одной стороне стандартных листов бумаги. Все листы, начиная с титульного нумеруются. Титульный лист оформляется по форме, образец которой представлен на кафедре или выдается преподавателем.

Изложение самостоятельной работы должно быть кратким, логичным, четким, призванным дать обоснование принятым решениям. Сокращение слов в тексте не допускается. Значение символов и числовых коэффициентов, входящих в формулы, должны быть приведены непосредственно под формулой.

Самостоятельная работа, выполненная не по вариантам и не по установленной форме, к защите не принимается.

Практическая работа №1
Общие закономерности отказов.
Расчет показателей безотказности

Наиболее важными показателями надежности невосстанавливаемых объектов являются показатели безотказности, к которым относятся:

- *вероятность безотказной работы;*
- *плотность распределения отказов;*
- *интенсивность отказов;*
- *средняя наработка до отказа*.

Показатели надежности представляются в двух формах (определениях):

- *статистическая* (выборочные оценки). Эта форма показателей получается по результатам ограниченного числа испытаний на надежность. Для обозначения статистических оценок будем использовать знак ^ (“шляпка”). Показатели, определенные для выборки, и, позволяющие сделать какие-то выводы о случайной величине, являются выборочными (статистическими) оценками
- *вероятностная*. Эта форма получается из общей «генеральной совокупности», имеющей неограниченный объем данных о наработке до отказа объекта Количественные показатели, определенные для «генеральной совокупности», являются истинными (вероятностными) показателями, поскольку объективно характеризуют случайную величину – наработку до отказа

Допустим, что в ходе испытаний какого-то числа однотипных объектов получено конечное число интересующего нас параметра – наработки до отказа. Полученные числа представляют собой статистическую выборку, которая при достаточно большом числе испытаний (большой выборке) приближается к вероятностной. Вероятностная форма представления показателей удобна при аналитических расчетах, а статистическая – при экспериментальном исследовании надежности.

Пример. В результате анализа отчетных данных ремонтной зоны автотранспортного предприятия было получено следующее: наработка на отказ, в тыс. км пробега, для коробки перемены передач автомобиля ЗИЛ-130. В результате обработки экспериментальных данных определить: среднее значение наработки до первого отказа $t_{ср}$, среднее квадратичное отклонение σ и коэффициент вариации V, частость ω_i, вероятность наступления отказа $F(t_i)$, вероятность безотказной работы $P(t_i)$, интенсивность отказов $\lambda(t_i)$.

Построить гистограмму распределения плотности отказов f в зависимости от наработки t.

Таблица 1.1 – Данные для расчета наработки на отказ, тыс. км.

Наработка на отказ, тыс. км.											
50	97	105	118	66	75	83	127	120	59	68	93

Решение. Из зафиксированных наработок найдем минимальную $t\min$ и максимальную $t\max$. В нашем случае $t_{\min}$ = 50 тыс. км, а $t_{\max}$ = 127 тыс. км.

1. Определяем диапазон наработок, внутри которого имели место отказы:

$R = t_{\max} - t_{\min}$ =127 – 50 =77 тыс.км.

2. Подсчитаем длину интервала:

$$\Delta t = \frac{R}{1+3{,}3\lg N_0}, \qquad (1.1)$$

$$\Delta t = \frac{77}{1+3{,}3\lg 12} = 17{,}73 \approx 18 \text{ тыс. км.}$$

где N_0 - число испытываемых изделий;

3. Разделим диапазон на интервалы.

Для этого зададимся левой $t_{лев}$ и правой $t_{прав}$ границами интервалов группирования. $t_{лев}$ должна быть меньше $t_{\min,}$ а $t_{прав}$ больше $t_{\max}$.Примем $t_{лев} = 40 тыс.км., а$ $t_{прав} = 130 тыс.км,$ тогда число интервалов к:

$$k = \frac{t_{\text{прав}} - t_{\text{лев}}}{\Delta t}, \qquad (1.2)$$

$$k = \frac{130-40}{18} = 5.$$

4. Пронумеруем интервалы от $i=1$ до $i=5$ и впишем их в таблицу Найдем середины каждого интервала: $t_i = 49$; 67;…; 121 тыс. км.

5.Впишем в соответствующие графы число изделий n_i, отказавших внутри каждого интервала.

6. Подсчитаем оценку плотности вероятности наступления отказа (оценку плотности распределения наработки до отказа) $\hat{f}(t_i)$:

$$\hat{f}(t_i) = \frac{n_i}{\Delta t \cdot N_0}, \tag{1.3}$$

$$\hat{f}(t_i) = \frac{1}{18 \cdot 12} = 0{,}0046.$$

7. Определим среднюю наработку до первого отказа:

$$\hat{t}_{cp} = \sum_{i=1}^{k} \frac{t_i\, n_i}{N_0}, \tag{1.4}$$

где к- число интервалов.

$$\hat{t}_{cp} = \frac{1}{12}(49 \cdot 1 + 67 \cdot 4 + 85 \cdot 2 + 103 \cdot 2 + 121 \cdot 3) = 88 \text{ тыс. км.}$$

8. Вычислим характеристики рассеивания.

а) дисперсия D:

$$D = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^{k} (t_i - \hat{t}_{cp})^2 \cdot n_i. \tag{1.5}$$

$$D = \frac{1}{12}\Big[(49-88)^2 \cdot 1 + (67-88)^2 \cdot 4 + (85-88)^2 \cdot 2 +$$

$$+(103-88)^2 \cdot 2 + (121-88)^2 \cdot 3 = 585 \textit{тыс.км.}^2$$

б) среднее квадратичное отклонение σ:

$\sigma = \sqrt{D},$ но для $N_0 \le 30$,

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{\mathrm{N}-1}\sum_{i=1}^{\kappa} t^2 i n_i - \frac{\mathrm{N}_0}{\mathrm{N}_0 - 1} t^2{}_{cp,}} \tag{1.6}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{12-1}(49^2 \cdot 1 + 67^2 \cdot 4 + 85^2 \cdot 2 + 103^2 \cdot 2 + 121^2 \cdot 3) - \frac{12}{12-1} \cdot 88^2} = 25{,}26$$

в) коэффициент вариации V:

$$V = \frac{\sigma}{\hat{t}_{cp}}; \tag{1.7}$$

$$V = \frac{25{,}26}{88} = 0{,}287.$$

9. Подсчитаем накопленное число отказов $r(t_i)$ как сумму отказов в интервалах, т.е. $r=\sum_{i=1}^{i} n_i$. Результаты заносятся в таблицу 4.Все результаты дальнейших вычислений мы также впишем в соответствующие графы таблицы.

10. Определим число оставшихся работоспособными объектов к моменту t_i по формуле:

$$N(t_i)=N_0-r(t_i). \tag{1.8}$$

11. Вычислим частость ω_i - относительную долю отказов в интервале:

$$\omega_i=\frac{n_i}{N_0}\cdot \tag{1.9}$$

12. Найдем вероятность наступления отказа

$$\hat{F}(t_i)=\frac{r(t_i)}{N_0}. \tag{1.10}$$

13. Определим вероятность безотказной работы:

$$\hat{P}(t_i)=\frac{N(t_i)}{N_0}. \tag{1.11}$$

14. Вычислим интенсивность отказов $\hat{\lambda}(t_i)$:

$$\hat{\lambda}(t_i)=\frac{f(t_i)}{\mathrm{P}(t_i)}. \tag{1.12}$$

15. Построим гистограмму распределения плотности отказов $f(t)$ в зависимости от наработки t, рисунок 1.1.

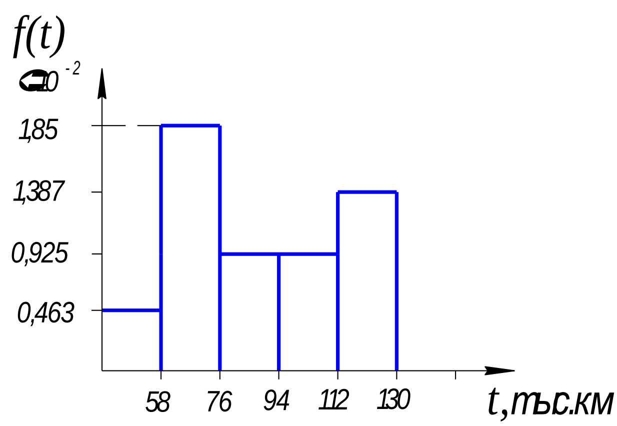

Рисунок 1.1 - Распределение плотности отказов $f(t)$

Таблица 1.2 – Результаты расчета

Определяемый параметр	Обозначение и формула расчета	Номера интервалов наработки				
		1	2	3	4	5
Границы интервала наработки, тыс.км	-	40-58	58-76	76-94	94-112	112-130
Значение середины интервала, тыс.км	t_i	49	67	85	103	121
Число отказов в интервале	n_i	1	4	2	2	3
Оценка плотности вероятности	$\hat{f}(t_i)=\dfrac{n_i}{N_0\Delta t}$	0,0046	0,0185	0,0093	0,0093	0,0139
Накопленное число отказов	$r(t_i)=\sum_{i=1}^{i} n_i$	1	5	7	9	12
Число работоспособных объектов к моменту t_i	$N(t_i)=N_0-r(t_i)$	11	7	5	3	0
Частость	$\omega_i=\dfrac{n_i}{N_0}$	0,08	0,33	0,17	0,17	0,25
Вероятность наступления отказа	$\hat{F}(t_i)=\dfrac{r(t_i)}{N_0}$	0,08	0,42	0,58	0,75	1,00
Вероятность безотказной работы	$\hat{P}(t_i)=\dfrac{N(t_i)}{N_0}$	0,92	0,58	0,42	0,25	0,00
Интенсивность отказов	$\hat{\lambda}(t_i)=\dfrac{f(t_i)}{\mathrm{P}(t_i)}$	0,005	0,032	0,022	0,037	-----

Значок ^ показывает, что подсчитанный результат получен из статистической обработки опытных данных, т.е. из наблюдений за выборкой.

Самостоятельная работа 1

В результате анализа отчетных данных ремонтной зоны автотранспортного предприятия было получено следующее: наработка на отказ, в тыс. км пробега, для коробки перемены передач автомобиля ЗИЛ-130. В результате обработки экспериментальных данных определить: среднее значение наработки до первого отказа t_{cp}, среднее квадратичное отклонение σ и коэффициент вариации V, частость ω_i, вероятность наступления отказа $F(t_i)$, вероятность безотказной работы $P(t_i)$, интенсивность отказов $\lambda(t_i)$.

Построить гистограмму распределения плотности отказов f в зависимости от наработки t.

Таблица 1.3 – Данные для расчета наработки на отказ, тыс. км.

№в	Наработка на отказ, **тыс. км.**										
1	237	244	280	255	250	294	303	271	249	265	322	300
2	277	274	225	279	304	251	255	250	237	310	244	
3	230	286	299	243	251	291	265	256	274	276		
4	273	245	257	256	278	252	270	290	306	249	298	250
5	248	284	273	313	252	264	240	257	270	258	300	
6	245	271	253	236	258	238	278	283	291	315	320	266
7	248	266	301	253	245	241	230	307	272	266	311	
8	294	260	254	280	264	286	259	268	300	241	310	250
9	269	227	261	311	263	287	312	298	269	239		
10	261	296	254	291	246	262	275	289	233	247	320	
11	237	277	230	273	248	245	260	294	280	300		
12	244	274	286	245	284	271	266	260	227	296	299	
13	280	225	299	257	273	253	301	254	261	254	312	
14	355	379	343	356	412	336	357	389	411	299	400	
15	350	404	351	378	352	358	345	364	340	370		
16	473	445	457	456	378	452	370	390	406	349	460	
17	259	211	270	300	256	212	206	307	372			
18	250	270	260	230	280	240	290	289	299	310		
19	240	260	300	250	246	249	230	306	270	260	311	315
20	295	265	255	280	266	285	256	267	305	245	330	
21	266	226	265	316	263	286	318	296	267	236	240	
22	237	270	239	277	247	247	257	297	287	307		
23	444	404	486	445	484	471	466	460	427	496	420	
24	230	235	249	287	203	289	332	254	238	294		
25	350	370	340	358	410	330	375	384	415			

Продолжение таблице 1.3

26	360	364	356	376	358	366	346	368	356	386		
27	145	171	153	136	158	138	178	183	191	115	100	
28	348	366	301	353	345	341	330	407	372	366	390	344
29	290	260	250	280	260	289	259	278	301	240		
30	169	127	161	211	163	187	212	198	169	139	110	
31	161	196	154	191	146	162	175	189	133	147		
32	230	240	280	250	259	294	300	270	269	267	290	
33	540	560	605	550	540	549	530	600	570	560	611	615
34	255	205	250	280	267	285	275	267	315	215	320	
35	166	216	265	226	193	286	218	196	207	136	140	109
36	237	270	238	277	247	248	267	297	287			
37	244	224	286	245	284	271	236	290	227	296	220	
38	238	260	249	287	203	289	332	244	278	299		
39	355	375	345	355	415	335	378	380	410	290	287	
40	207	244	280	259	260	294	303	279	249	275	253	
41	307	274	325	279	304	251	295	260	283	310	234	259
42	330	386	399	343	351	291	365	356	274			
43	279	245	250	206	278	252	270	290	306	240	298	259
44	240	280	273	310	252	260	240	257	270	258	266	
45	205	271	273	236	258	239	208	283	255	315	320	
46	248	260	309	253	205	241	238	307	278	260	310	
47	204	260	250	255	212	286	258	268	301	249	316	310
48	469	427	461	311	463	387	312	398	369	339	400	
49	269	290	250	298	247	260	270	280	230	240	325	
50	337	344	380	355	350	394	403	371	349	365	322	399

Практическая работа №2
Нормальный закон распределения и его параметры

В связи с многообразием причин и условий возникновения отказов для описания надежности применяют несколько законов распределения, которые устанавливаются экспериментальным путем или наблюдением при эксплуатации.

Нормальное распределение является наиболее универсальным, удобным и широко применяемым для практических расчетов.

Распределение всегда подчиняется нормальному закону, если на изменение случайной величины оказывают влияние многие примерно равнозначные факторы.

Нормальному распределению подчиняются наработки до отказа многих восстанавливаемых и невосстанавливаемых изделий, размеры и ошибки измерений деталей и т. д.

Плотность распределения **f(t)** нормального закона, при этом имеет вид уравнения (13):

$$f(t)=\frac{1}{\sigma_t\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(t-m_t)^2}{2\sigma_t^2}}, \qquad (2.1)$$

где m_t – математическое ожидание наработки до отказа (характеризует положение распределения на оси абсцисс, т.е. указывает некоторое среднее, ориентировочное значение, около которого группируются все возможные значения случайной величины), ч;

σ_t – среднее квадратичное отклонение (СКО) наработки до отказа, ч;

t – текущее значение времени (наработки), ч.

Распределение имеет два независимых параметра: математическое ожидание $\mathbf{m_t}$ и среднее квадратичное отклонение $\boldsymbol{\sigma_t}$.

Вероятность отказа **F(t)** и вероятность безотказной работы **P(t)** при условии $-\infty \le t \le +\infty$, определяются по формулам (2.2) и (2.3):

$$F(t)=\int_{-\infty}^{t}f(t)dt=\frac{1}{\sigma_t\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{t}e^{-\frac{(t-m_t)^2}{2\sigma_t^2}}dt; \qquad (2.2)$$

$$P(t) = \int_t^{\infty} f(t)dt = \frac{1}{\sigma_t\sqrt{2\pi}}\int_t^{\infty} e^{-\frac{(t-m_t)^2}{2\sigma_t^2}}dt. \qquad (2.3)$$

Однако вычислить интегралы в (2.2) и (2.3) в замкнутом виде нельзя, поэтому необходимо сделать переменной в подынтегральном выражении. Введем центрированную нормированную случайную величину **χ** квантиль (квантиль нормированного нормального распределения) и обычно обозначается U_p уравнение (2.4):

$$\chi = \frac{t - m_t}{\sigma_t}, \qquad (2.4)$$

которая также распределена по нормальному закону с плотностью f(**χ**), уравнение (17):

$$f(\chi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{\chi^2}{2}}, \qquad (2.5)$$

тогда плотность распределения будет иметь вид уравнения (2.6):

$$f(t) = f(\chi)/\sigma_t. \qquad (2.6)$$

После замены переменной в выражении для функции распределения наработки до отказа (2.5) имеем уравнение (2.7):

$$F(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\frac{t-m_t}{\sigma_t}} e^{-\frac{\chi^2}{2}}d\chi. \qquad (2.7)$$

Вычислить этот интеграл можно через специальную функцию - *интеграл вероятностей*, одной из разновидностей которого является *нормальная функция распределения*, уравнение (2.8):

$$F_0(\chi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{t} e^{-\frac{\chi^2}{2}}d\chi. \qquad (2.9)$$

Таким образом, можно выразить функцию распределения наработки до отказа F(t) с заданными параметрами m_t и σ_t через нормальную функцию распределения $F_0(\chi)$. Тогда,

$$F(t) = F_0\left(\frac{t - m_t}{\sigma_t}\right), \qquad (2.10)$$

$$P(t) = 1 - F(t) = 1 - F_0\left(\frac{t - m_t}{\sigma_t}\right). \qquad (2.11)$$

В таблице 2.1 приведены непосредственно значения P(t) в зависимости от $\chi = U_р$ в употребительном диапазоне.

Таблица 2.1 - Нормальное распределение

Квантиль, $U_р$	Вероятность безотказной работы, P(t)	Квантиль, $U_р$	Вероятность безотказной работы, P(t)
0,000	0,5000	-1,751	0,96
-0,1	0,5398	-1,8	0,9641
-0,126	0,55	-1,881	0,97
-0,2	0,5793	-2,0	0,9772
-0,253	0,60	-2,054	0,98
-0,3	0,6179	-2,1	0,9821
-0,385	0,65	-2,170	0,985
-0,4	0,6554	-2,2	0,9861
-0,5	0,6915	-2,3	0,9893
-0,524	0,70	-2,326	0,99
-0,6	0,7257	-2,4	0,9918
-0,674	0,75	-2,409	0,992
-0,7	0,7580	-2,5	0,9938
-0,8	0,7881	-2,576	0,995
-0,842	0,80	-2,6	0,9953
-0,9	0,8159	-2,652	0,996
-1,0	0,8413	-2,7	0,9965
-1,036	0,85	-2,748	0,997
-1,1	0,8643	-2,8	0,9974
-1,2	0,8849	-2,878	0,998
-1,282	0,90	-2,9	0,9981
-1,3	0,9032	-3,0	0,9986
-1,4	0,9192	-3,090	0,999
-1,5	0,9332	-3,291	0,9995
-1,6	0,9452	-3,5	0,9998
-1,645	0,95	-3,719	0,9999
-1,7	0,9554		

Пример. Определить вероятность безотказной работы P(t) в течение $1{,}5 \cdot 10^4$ ч изнашиваемого подвижного сопряжения, а также вероятность отказа и плотность распределения, если ресурс по износу подчиняется нормальному распределению с параметрами:

$m_t = 4 \cdot 10^4$ ч, $\sigma_t = 10^4$ ч.

Решение: Находим квантиль, используя уравнение (16):

$$U_p = \chi = \frac{t - m_t}{\sigma_t} = \frac{1{,}5 \cdot 10^4 - 4 \cdot 10^4}{10^4} = -2{,}5.$$

По таблице 1 определяем, что $U_p = -2{,}5$ соответствует заданной вероятности безотказной работы P(t) = 0,9938.

Тогда вероятность отказа:

F(t) = 1 – 0,9938 = 0,0062,

а плотность распределения определяем по формуле (13):

$$f(t) = \frac{1}{\sigma_t \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-m_t)^2}{2\sigma_t^2}} = \frac{1}{10^4 \sqrt{2 \cdot 3{,}14}} e^{-\frac{\left(1{,}5 \cdot 10^4 - 4 \cdot 10^4\right)^2}{2 \cdot (10^4)^2}} = 8{,}89 \cdot 10^{-4}.$$

Ответ: P(t) = 0,9938; F(t) = 0,0062; f(t) = $8{,}89 \cdot 10^{-4}$.

Самостоятельная работа 2

Оценить вероятность безотказной работы **P(t)** в течение времени **t** изнашиваемого подвижного сопряжения, а также вероятность отказа и плотность распределения, если ресурс по износу подчиняется нормальному распределению с параметрами m_t, σ_t.

Таблица 2.2 - Данные для расчета

№ в/в	Математическое ожидание m_t, ч	Время t, ч	Среднее квадратическое отклонение σ_t, ч	№ в/в	Математическое ожидание m_t, ч	Время t, ч	Среднее квадратическое отклонение σ_t, ч
1	$4\cdot10^5$	$2{,}5\cdot10^5$	10^5	26	$7{,}1\cdot10^4$	$5{,}1\cdot10^4$	10^4
2	$5{,}6\cdot10^7$	$3{,}7\cdot10^7$	$1{,}1\cdot10^7$	27	$7{,}8\cdot10^3$	$6{,}3\cdot10^3$	$1{,}1\cdot10^3$
3	$7{,}5\cdot10^5$	$4{,}8\cdot10^5$	$1{,}2\cdot10^5$	28	$6{,}4\cdot10^8$	$6{,}2\cdot10^8$	10^8
4	$8{,}4\cdot10^6$	$5{,}3\cdot10^6$	$1{,}1\cdot10^6$	29	$9{,}1\cdot10^6$	$8{,}4\cdot10^6$	10^6
5	$3{,}4\cdot10^4$	$2{,}9\cdot10^4$	10^5	30	$9{,}2\cdot10^7$	$7{,}9\cdot10^7$	$1{,}2\cdot10^7$
6	$6{,}3\cdot10^4$	$6{,}1\cdot10^4$	$1{,}2\cdot10^4$	31	$9{,}4\cdot10^8$	$7{,}8\cdot10^8$	$1{,}2\cdot10^8$
7	$6{,}9\cdot10^3$	$4{,}7\cdot10^3$	$1{,}3\cdot10^3$	32	$9{,}5\cdot10^5$	$8{,}2\cdot10^5$	10^5
8	$7{,}9\cdot10^6$	$6{,}7\cdot10^6$	$1{,}1\cdot10^6$	33	$8{,}3\cdot10^8$	$6{,}9\cdot10^8$	$1{,}1\cdot10^8$
9	$5{,}7\cdot10^6$	$4{,}2\cdot10^6$	$1{,}1\cdot10^6$	34	$8{,}7\cdot10^4$	$6{,}3\cdot10^4$	$1{,}3\cdot10^4$
10	$3{,}9\cdot10^7$	$0{,}4\cdot10^7$	10^7	35	$7{,}5\cdot10^3$	$7{,}1\cdot10^3$	$1{,}1\cdot10^3$
11	$4{,}9\cdot10^8$	$1{,}1\cdot10^8$	$1{,}4\cdot10^8$	36	$7{,}5\cdot10^8$	$6{,}1\cdot10^8$	$1{,}5\cdot10^8$
12	$5{,}7\cdot10^8$	$2{,}3\cdot10^8$	10^8	37	$7{,}7\cdot10^4$	$5{,}7\cdot10^4$	$1{,}1\cdot10^4$
13	$4{,}5\cdot10^7$	$3{,}1\cdot10^7$	10^7	38	$8{,}8\cdot10^3$	$5{,}2\cdot10^3$	$2{,}0\cdot10^3$
14	$7{,}3\cdot10^5$	$4{,}2\cdot10^5$	$1{,}1\cdot10^5$	39	$9{,}1\cdot10^4$	$6{,}9\cdot10^4$	10^4
15	$8{,}8\cdot10^3$	$7{,}3\cdot10^3$	$1{,}2\cdot10^3$	40	$8{,}6\cdot10^7$	$5{,}7\cdot10^7$	$1{,}6\cdot10^7$
16	$9{,}5\cdot10^4$	$7{,}1\cdot10^4$	$7{,}1\cdot10^4$	41	$3{,}4\cdot10^5$	$0{,}4\cdot10^5$	10^5
17	$7{,}8\cdot10^6$	$4{,}5\cdot10^6$	10^6	42	$7{,}5\cdot10^3$	$4{,}7\cdot10^3$	$1{,}4\cdot10^3$
18	$7{,}4\cdot10^4$	$5{,}1\cdot10^4$	$1{,}3\cdot10^4$	43	$6{,}8\cdot10^7$	$3{,}1\cdot10^7$	10^7
19	$8{,}7\cdot10^5$	$6{,}4\cdot10^5$	10^5	44	$7{,}3\cdot10^4$	$3{,}9\cdot10^4$	10^4
20	$7{,}7\cdot10^4$	$6{,}2\cdot10^4$	10^4	45	$7{,}7\cdot10^5$	$6{,}1\cdot10^5$	10^5
21	$7{,}9\cdot10^7$	$7{,}3\cdot10^7$	10^7	46	$6{,}6\cdot10^4$	$5{,}0\cdot10^4$	$1{,}2\cdot10^4$
22	$3{,}9\cdot10^4$	$2{,}6\cdot10^4$	$1{,}1\cdot10^4$	47	$4{,}7\cdot10^5$	$1{,}7\cdot10^5$	$1{,}4\cdot10^5$
23	$4{,}0\cdot10^6$	$0{,}4\cdot10^6$	$1{,}4\cdot10^6$	48	$4{,}1\cdot10^5$	$3{,}0\cdot10^5$	10^5
24	$5{,}1\cdot10^6$	$1{,}5\cdot10^6$	$1{,}2\cdot10^6$	49	$5{,}1\cdot10^6$	$3{,}2\cdot10^6$	10^6
25	$5{,}5\cdot10^6$	$4{,}2\cdot10^6$	10^6	50	$5{,}9\cdot10^3$	$2{,}9\cdot10^3$	$1{,}7\cdot10^3$

Практическая работа №3
Логарифмически нормальный закон распределения и его параметры

При логнормальном распределении по нормальному закону распределяется не сама случайная величина T (наработка до отказа), а ее натуральный логарифм lnT. Случайная величина U = lnT. Это распределение положительных величин, оно несколько точнее, чем нормальное, описывает наработку до отказа деталей, в частности, по усталости.

Зависимость для определения плотности распределения f(U) имеет вид уравнения (3.1):

$$f(U)=\frac{1}{\sigma_U\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(\ln t-m_U)^2}{2\sigma_U^2}}, \qquad (3.1)$$

Можно выразить f(t) через f(U):

$$f(t)=\frac{dF(t)}{dt}=f(U)\frac{dU}{dt}=\frac{1}{t}f(U), \qquad (3.2)$$

$$f(t)=\frac{1}{\sigma_U\cdot t\cdot\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(\ln t-m_U)^2}{2\sigma_U^2}}. \qquad (3.3)$$

Функцию распределения наработки до отказа (или вероятность отказа) F(t) и *вероятность безотказной работы* P(t) при заданных значениях m_U и σ_U можно выразить через *нормальную функцию распределения* $F_0(\chi)$ (3.4):

$$F_0(\chi)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{t}e^{-\frac{\chi^2}{2}}d\chi. \qquad (3.4)$$

Однако предварительно необходимо ввести *центрированную нормированную случайную величину* χ (как и для случая нормального распределения наработки до отказа), которая имеет вид уравнения (3.5):

$$\chi=\frac{\ln t-m_U}{\sigma_U}, \qquad (3.5)$$

и распределена по нормальному закону.

Таким образом, получаем уравнения (3.6) и (3.7):

$$F(t) = F_0\left(\frac{\ln t - m_U}{\sigma_U}\right), \tag{3.6}$$

$$P(t) = 1 - F(t) = 1 - F_0\left(\frac{\ln t - m_U}{\sigma_U}\right). \tag{3.7}$$

Интенсивность отказов $\lambda(t)$ определяется по формуле (3.8)

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} = \frac{\varphi\left(\frac{\ln t - m_U}{\sigma_U}\right)}{t \cdot \sigma_U \cdot P(t)}. \tag{3.8}$$

Часто применяют запись зависимостей для логарифмически нормального распределения в десятичных логарифмах. Соответственно плотность распределения, уравнение (3.9):

$$f(t) = \frac{0{,}4343}{\sigma_t \cdot t \cdot \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\lg t - \lg t_0)^2}{2\sigma_t^2}}, \tag{3.9}$$

где t_0 – значение случайной величины, соответствующее максимуму $f(t)$ и называется модой.

Математическое ожидание m_t, уравнение (3.10):

$$m_t = t_0 \cdot e^{2{,}651\sigma_t^2}. \tag{3.10}$$

Вероятность безотказной работы, уравнение (3.11):

$$P(t) = F_0\left(\frac{\lg t - \lg t_0}{\sigma_t}\right), \tag{3.11}$$

отсюда следует, что квантиль $\chi = \dfrac{\lg t - \lg t_0}{\sigma_t}$.

Среднее квадратическое отклонение, уравнение (3.12):

$$\sigma_t = m_t \sqrt{\left(\frac{m_t}{t_0}\right)^2 - 1}. \tag{3.12}$$

Пример. Оценить 96% ресурс $t_{96\%}$ вала, определить математическое ожидание m_t, если долговечность вала ограничена по износу, ресурс подчиняется логарифмически нормальному распределению с параметрами $\sigma_t = 0{,}3$; $\lg t_0 = 6$.

Решение: Используя таблицу квантилей нормального распределения, находим квантиль. При вероятности P(t) = 0,96, U_p = -1,751.

Тогда из уравнения $\chi = \dfrac{\lg t - \lg t_0}{\sigma_t}$ выражаем время t ресурс вала.

$\lg t = \lg t_0 + \chi \cdot \sigma_t = 6 + ((-1{,}751) \cdot 0{,}3) = 5{,}474$;

$\lg t = 5{,}474$;

$t = 2{,}9 \cdot 10^5$ ч.

А математическое ожидание определяем по формуле (20)

$m_t = t_0 \cdot e^{2{,}651\sigma_t^2} = 10^6 \cdot e^{2{,}651(0{,}3)^2} = 1{,}3 \cdot 10^6$.

Ответ: $t = 2{,}9 \cdot 10^5$ ч; $m_t = 1{,}3 \cdot 10^6$.

Самостоятельная работа 3

Оценить X% ресурс $t_{X\%}$ вала, определить математическое ожидание m_t, если долговечность вала ограничена по износу, ресурс подчиняется логарифмически нормальному распределению с параметрами σ_t; $\lg t_0$.

Таблица 3.1 - Данные для расчета

№ в/в	X, %	$\lg t_0$	Среднее квадратическое отложение σ_t, ч	№ в/в	X, %	$\lg t_0$	Среднее квадратическое отложение σ_t, ч
1	80	6	0,25	26	85	8	0,28
2	92	8	0,32	27	94	9	0,55
3	85	6	0,15	28	76	8	0,43
4	94	5	0,41	29	93	7	0,12
5	76	9	0,62	30	88	7	0,24
6	93	7	0,31	31	89	8	0,35
7	88	4	0,52	32	76	9	0,62
8	89	5	0,63	33	85	6	0,64
9	76	8	0,52	34	94	6	0,52
10	85	9	0,21	35	87	9	0,81
11	94	6	0,34	36	78	8	0,90
12	87	5	0,65	37	89	7	0,51
13	78	8	0,56	38	96	8	0,42
14	89	7	0,42	39	93	8	0,52
15	96	8	0,82	40	92	9	0,63
16	93	9	0,91	41	85	8	0,31
17	92	6	0,62	42	84	7	0,23
18	85	5	0,31	43	97	8	0,12
19	84	9	0,22	44	98	9	0,25
20	97	7	0,53	45	96	6	0,32
21	98	8	0,46	46	93	9	0,28
22	99	9	0,52	47	92	8	0,16
23	86	6	0,35	48	85	7	0,27
24	83	5	0,62	49	84	6	0,35
25	82	9	0,53	50	97	6	0,22

Практическая работа №4
Вейбулловский закон распределения и его параметры

Распределение Вейбулла довольно универсально, охватывает путем варьирования параметров широкий диапазон случаев изменения вероятностей. Наряду с логарифмически нормальным распределением оно удовлетворительно описывает наработку деталей по усталостным разрушениям, наработку до отказа подшипников, электронных ламп. Используется для оценки надежности деталей и узлов машин, в частности, автомобилей, подъемно-транспортных и других машин. Применяется также для оценки надежности по приработочным отказам.

Распределение характеризуется следующей функцией вероятности безотказной работы, (4.1):

$$P(t) = 1 - F(t) = e^{-\frac{t^m}{t_0}}. \qquad (4.1)$$

Интенсивность отказов, (4.2):

$$\lambda(t) = \frac{m}{t_0} \cdot t^{m-1}. \qquad (4.2)$$

Плотность распределения, (4.3):

$$f(t) = \frac{m}{t_0} \cdot t^{m-1} \cdot e^{-\frac{t^m}{t_0}}. \qquad (4.3)$$

Распределение Вейбулла имеет также два параметра: параметр формы $m > 0$ и параметр масштаба $t_0 > 0$.

Графическая обработка результатов испытаний для распределения Вейбулла проводится так:

логарифмируют выражение P(t), получают выражение (4.4):

$$\lg P(t) = -\frac{t^m}{t_0} 0{,}4343, \qquad (4.4)$$

вводят обозначение $y = -\lg P(t)$ и логарифмируют:

$$\lg y = m \lg t - A,$$

где $A = \lg t_0 + 0{,}362$

Откладывают результаты испытаний на графике в координатах lgt – lgy и проводят через полученные точки прямую, получают график (рисунок 4.1).

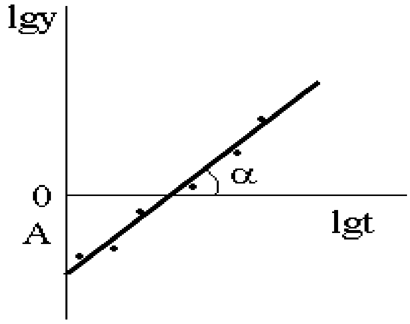

Рисунок 4.1 - Графический метод определения параметров распределения Вейбулла

Из рисунка определяем: $m = tg\alpha$;

$lgt_0 = A – 0,362$,

где α – угол наклона прямой к оси абсцисс;

A – отрезок, отсекаемый прямой на оси ординат.

Пример. Определить графическим методом два параметра распределения Вейбулла: параметр формы **m** и параметр масштаба **t_0** по результатам испытаний роликоподшипников на износ, если известно: при $t_1 = 10^2$; $P(t_1) = 0,93$; при $t_2 = 10^4$; $P(t_2) = 0,84$; при $t_3 = 10^6$; $P(t_3) = 0,69$.

Решение:Вводим обозначение: $y = - lgP(t)$;

$y_1 = - lg0,93 = 0,03$;	$lgy_1 = lg0,03 = - 1,50$;	$lgt_1 = lg10^2 = 2$;
$y_2 = - lg0,84 = 0,08$;	$lgy_2 = lg0,08 = - 1,12$;	$lgt_2 = lg10^4 = 4$;
$y_3 = - lg0,69 = 0,16$.	$lgy_2 = lg0,16 = - 0,79$.	$lgt_3 = lg10^6 = 6$.

Строим график зависимости в координатах lgt – lgy (рисунок 4.2).

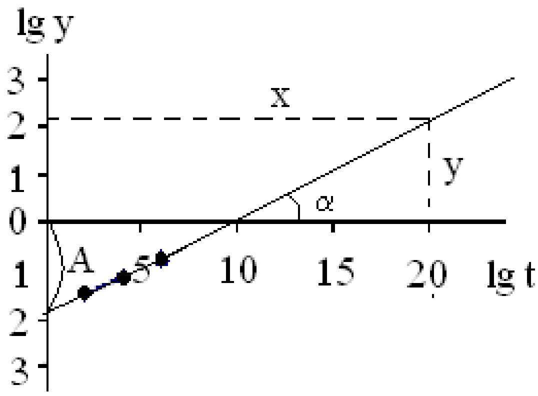

Рисунок 4.2 - Графическое определение параметра формы **m** и параметр масштаба **t_0** по результатам испытаний

Определяем $m = tg\alpha = y/x = 2,1/10 = 0,21$.

Отрезок, отсекаемый прямой на оси ординат равен 1,9, тогда $A = 1,9$;

Отсюда $lgt_0 = A – 0,362 = 1,9 – 0,362 = 1,538$; $t_0 = 34,5$

Ответ: $m = 0,21$; $t_0 = 34,5$.

Самостоятельная работа 4

Определить графическим методом два параметра распределения Вейббула: параметр формы m и параметр масштаба t_0 по результатам испытаний роликоподшипников на износ, если известно: при t_1; $P(t_1)$; при t_2 ; $P(t_2)$; при t_3 ; $P(t_3)$.

Таблица 4.1 - Данные для расчета

№ в/в	Время t, ч			Вероятность безотказной работы P(t), %			№ в/в	Время t, ч			Вероятность безотказной работы P(t), %		
	t_1	**t_2**	**t_3**	**$P(t_1)$**	**$P(t_2)$**	**$P(t_3)$**		**t_1**	**t_2**	**t_3**	**$P(t_1)$**	**$P(t_2)$**	**$P(t_3)$**
1	10^2	10^3	10^4	82	70	57	26	10^2	10^3	10^4	84	72	59
2	10^3	10^5	10^7	75	69	65	27	10^3	10^5	10^7	77	71	67
3	10^2	10^4	10^6	79	70	58	28	10^2	10^4	10^6	81	72	60
4	10^4	10^6	10^8	71	65	60	29	10^4	10^6	10^8	73	67	62
5	10	10^2	10^3	90	83	72	30	10	10^2	10^3	92	85	74
6	10^2	10^3	10^4	82	75	59	31	10^2	10^3	10^4	84	77	61
7	10	10^3	10^5	91	70	48	32	10	10^3	10^5	93	72	50
8	10^2	10^4	10^6	95	83	70	33	10^2	10^4	10^6	97	85	72
9	10^3	10^4	10^5	96	88	82	34	10^3	10^4	10^5	98	90	84
10	10^4	10^6	10^8	87	70	56	35	10^4	10^6	10^8	89	72	58
11	10^3	10^5	10^7	98	78	61	36	10^3	10^5	10^7	99	79	62
12	10^5	10^6	10^7	80	70	60	37	10^5	10^6	10^7	82	72	62
13	10^6	10^7	10^8	71	62	53	38	10^6	10^7	10^8	73	64	55
14	10^7	10^8	10^9	66	59	52	39	10^7	10^8	10^9	68	61	54
15	10^5	10^7	10^9	75	65	55	40	10^5	10^7	10^9	77	67	57
16	10^2	10^3	10^4	80	69	55	41	10^3	10^5	10^7	95	73	58
17	10^3	10^5	10^7	73	66	62	42	10^5	10^6	10^7	77	67	57
18	10^2	10^4	10^6	77	68	56	43	10^6	10^7	10^8	74	66	57
19	10^4	10^6	10^8	69	63	58	44	10^7	10^8	10^9	69	62	55
20	10	10^2	10^3	88	81	70	45	10^5	10^7	10^9	78	68	58
21	10^2	10^3	10^4	80	72	57	46	10^2	10^3	10^4	85	74	60
22	10	10^3	10^5	89	68	46	47	10^3	10^5	10^7	78	72	67
23	10^2	10^4	10^6	92	81	68	48	10^2	10^4	10^6	71	62	50
24	10^3	10^4	10^5	94	86	80	49	10^4	10^6	10^8	66	60	55
25	10^4	10^6	10^8	85	68	54	50	10	10^2	10^3	90	83	72

Практическая работа №5
Экспоненциальный закон распределения и его параметры

Экспоненциальное распределение наработки до отказа типично для сложных объектов, состоящих из многих элементов с различными наработками до отказа.

Вероятность безотказной работы подчиняется экспоненциальному закону распределения времени безотказной работы и одинакова за любой одинаковый промежуток времени в период нормальной эксплуатации.

В теории надежности экспоненциальное распределение используется для описания внезапных отказов и характеризуется следующими зависимостями:

Вероятность безотказной работы, уравнение (5.1):

$$P(t) = e^{-\lambda t}.. \qquad (5.1)$$

Функция распределения наработки до отказа (вероятность отказа), уравнение (5.2):

$$F(t) = 1 - P(t) = 1 - e^{-\lambda t}.. \qquad (5.2)$$

Средний срок службы (наработка) до отказа, уравнение (5.3):

$$t_{ср} = 1/\lambda, \qquad (5.3)$$

где λ – интенсивность отказов, $ч^{-1}$.

Если, выполняется условие $\lambda t \leq 0{,}1$, то формула для вероятности безотказной работы упрощается в результате разложения в ряд и отбрасывания малых членов, уравнение (5.4):

$$P(t) = 1 - \lambda t + \frac{(\lambda t)^2}{2!} - \frac{(\lambda t)^3}{3!} + ... \approx 1 - \lambda t. \qquad (5.4)$$

Плотность распределения (в общем случае) определяется по уравнению (5.5):

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}. \qquad (5.5)$$

Пример. Оценить вероятность безотказной работы P(t), вероятность отказа F(t) и плотность распределения f(t), механизма в течении времени t = 10000 ч, если интенсивность отказов составляет $\lambda = 10^{-8}$ 1/ч. Ресурс распределен экспоненциально.

Решение:

1) Проверяем условие, так как, $\lambda t = 10^{-8} \cdot 10000 = 10^{-4}$ и $\lambda t \leq 0,1$, то пользуемся приближенной зависимостью для вычисления вероятности безотказной работы по уравнению (29):

$P(t) = 1 - \lambda t = 1 - 10^{-4} = 0,9999$.

Расчет по точной зависимости $P(t) = e^{-\lambda t}$ в пределах четырех знаков после запятой дает точное совпадение.

2) Так как безотказная работа и отказ – взаимно противоположные события, то сумма вероятностей равна 1.

$P(t) + F(t) = 1$;

$F(t) = 1 - P(t) = 1 - 0,9999 = 0,0001$.

3) плотность распределения f(t),

$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} = 10^{-8} e^{-(10^{-8} \cdot 10^{4})} = 0,0000001$.

Ответ: $P(t) = 0,9999$; $F(t) = 0,0001$; $f(t) = 0,0000001$.

Самостоятельная работа 5

Оценить вероятность безотказной работы P(t), вероятность отказа F(t) и плотность распределения f(t), механизма в течение времени **t**, если интенсивность отказов составляет **λ**. Ресурс распределен экспоненциально.

Таблица 5.1 -Данные для расчета

№ в/в	Время t, ч	Интенсивность отказов λ, 1/ч	№ в/в	Время t, ч	Интенсивность отказов λ, 1/ч
1	1000	$2{\cdot}10^{-8}$	26	1500	$5{\cdot}10^{-3}$
2	1500	$2{\cdot}10^{-4}$	27	3670	$3{,}7{\cdot}10^{-7}$
3	20000	$1{,}9{\cdot}10^{-4}$	28	4700	$2{,}3{\cdot}10^{-8}$
4	2400	$1{,}2{\cdot}10^{-6}$	29	80000	$2{\cdot}10^{-4}$
5	3150	$3{\cdot}10^{-5}$	30	5500	$1{,}4{\cdot}10^{-7}$
6	58900	$7{\cdot}10^{-6}$	31	6030	$2{\cdot}10^{-5}$
7	31500	$4{\cdot}10^{-4}$	32	30000	$7{,}5{\cdot}10^{-8}$
8	54700	$3{,}5{\cdot}10^{-7}$	33	5060	$3{,}6{\cdot}10^{-4}$
9	678333	$2{\cdot}10^{-9}$	34	40500	$4{,}6{\cdot}10^{-8}$
10	45050	$2{,}4{\cdot}10^{-4}$	35	3900	$5{,}2{\cdot}10^{-7}$
11	4000	$3{\cdot}10^{-3}$	36	7400	$6{,}4{\cdot}10^{-5}$
12	3500	$2{\cdot}10^{-6}$	37	3560	$7{,}8{\cdot}10^{-5}$
13	6700	$3{\cdot}10^{-7}$	38	8000	$8{\cdot}10^{-4}$
14	3500	$1{,}8{\cdot}10^{-8}$	39	9500	$3{\cdot}10^{-5}$
15	63670	$1{,}5{\cdot}10^{-7}$	40	10000	$3{,}5{\cdot}10^{-7}$
16	1050	$1{,}9{\cdot}10^{-4}$	41	7050	$6{,}3{\cdot}10^{-5}$
17	3000	$2{,}1{\cdot}10^{-4}$	42	4500	$3{,}4{\cdot}10^{-7}$
18	4750	$3{,}5{\cdot}10^{-8}$	43	5500	$7{,}5{\cdot}10^{-5}$
19	7850	$3{,}7{\cdot}10^{-7}$	44	6700	$4{\cdot}10^{-6}$
20	10030	$4{\cdot}10^{-6}$	45	3500	$5{\cdot}10^{-5}$
21	7000	$7{\cdot}10^{-5}$	46	6450	$6{\cdot}10^{-4}$
22	5630	$8{\cdot}10^{-5}$	47	3900	$3{,}7{\cdot}10^{-7}$
23	5000	$7{,}5{\cdot}10^{-6}$	48	4800	$3{,}9{\cdot}10^{-4}$
24	3780	$4{,}5{\cdot}10^{-5}$	49	7480	$6{\cdot}10^{-5}$
25	800	$1{,}2{\cdot}10^{-4}$	50	33440	$3{,}6{\cdot}10^{-6}$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Зорин В.А. Основы работоспособности технических систем: Учебник для ВУЗов / В.А. Зорин. М.: ООО «Магистр-Пресс», 2005. 536 с.

2. Гурвич И.Б., Сыркин П.Э. Эксплуатационная надежность автомобильных двигателей. М.: Транспорт, 1984. – 142 с.

3. Решетов Д.Н., Иванов А.С., Фадеев В.З. Надежность машин. М.: Высшая школа, 1988. 238 с.

4. Кузнецов Е.С., Болдин А.П, Власов В.М. и др. Техническая эксплуатация автомобилей. Под. ред. Кузнецова Е.С. 4-е изд. перераб. и доп. М.: Наука, 2001. 535 с.

5. Решетов Д. Н. Работоспособность и надежность деталей машин / Д. Н. Решетов. М.: Высш. шк., 1974. 206 с.

6. Кузнецова Л.П. Основы работоспособности технических систем: методически е указания по выполнению контрольной работы для студентов направлений 190600.62, 190700.62 очной и заочной форм обучения/ Юго-Зап. Гос. ун-т; сост.: Л.П. Кузнецова Курск, 2013. 29 с.: ил. 3, табл. 8, Библиогр.: 5.: с. 29.