

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна  
Должность: проректор по учебной работе  
Дата подписания: 14.01.2022 12:56:56  
Уникальный программный ключ:  
0b817ca911e6668ab91ca3c9b075110ceab0

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное**  
**учреждение высшего образования**  
**«Юго-Западный государственный университет»**  
**(ЮЗГУ)**

**Кафедра высшей математики**

**УТВЕРЖДАЮ**

**Проректор по учебной работе**

**О.Г. Локтионова**



» 2021 г.

**ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

**Методические указания к выполнению лабораторных работ**  
**по дисциплине «Прикладной математический анализ»**  
**для направления подготовки**  
**38.03.04 «Государственное и муниципальное управление»**

**Курск 2021**

УДК 51

Составитель: О.А. Бредихина

Рецензент

Доктор физико-математических наук, доцент,  
заведующий кафедрой высшей математики

*Н.А. Хохлов*

**Прикладной математический анализ:** методические указания к выполнению лабораторных работ по дисциплине по дисциплине «Прикладной математический анализ» для направления подготовки 38.03.04 «Государственное и муниципальное управление» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: О.А. Бредихина, С.В. Фильчакова. – Курск, 2021. – 12с.

Излагаются методические рекомендации по выполнению и защите лабораторных работ.

Содержатся разделы (темы), изучаемые в курсе прикладного математического анализа; названия лабораторных работ, предусмотренных в рабочей программе изучаемой дисциплины; расписаны задания и контрольные вопросы к выполнению и защите каждой лабораторной работы; перечисляются вопросы для коллоквиума при контроле знаний; имеется список рекомендуемой литературы.

Методические указания соответствуют требованиям Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования для направления подготовки 38.03.04 «Государственное и муниципальное управление». Материал предназначен для студентов очной и заочной форм обучения по направлению подготовки 38.03.04 «Государственное и муниципальное управление».

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 15.10.21. Формат 60x84 1/16.  
Усл. печ. л. 06. Уч.-изд. л. 05. Тираж 100 экз. Заказ 1163. Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.

305040 Курск, ул. 50 лет Октября, 94

## СОДЕРЖАНИЕ

Общие сведения.....	4
Задания и контрольные вопросы к лабораторной работе №1 «Дифференциальное исчисление функций одной переменной».....	5
Задания и контрольные вопросы к лабораторной работе №2 «Метод наименьших квадратов».....	6
Задания и контрольные вопросы к лабораторной работе №3 «Интегрирование функций».....	7
Задания и контрольные вопросы к лабораторной работе №4 «Приложения определенного интеграла».....	7
Вопросы для коллоквиума.....	9
Рекомендуемая литература.....	11

Цель дисциплины «Прикладной математический анализ» для направления подготовки 38.03.04 «Государственное и муниципальное управление»: формирование общематематического фундамента подготовки будущих специалистов в области государственного и муниципального управления, а также, создание необходимой базы для успешного овладения последующими специальными дисциплинами учебного плана.

## ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

В курсе прикладного математического анализа изучаются следующие разделы (темы):

1. Введение в математический анализ.
2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.
3. Функции нескольких переменных.
4. Интегральное исчисление. Дифференциальные уравнения.

Рабочая программа дисциплины «Прикладной математический анализ» для направления подготовки 38.03.04 «Государственное и муниципальное управление» очной формы обучения предусматривает 4 лабораторные работы за семестровый курс по 2-4 разделам (темам).

### Наименование лабораторных работ

1. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.
2. Метод наименьших квадратов.
3. Интегрирование функций.
4. Приложения определенного интеграла

Для проведения текущего и итогового контроля успеваемости у студентов очной и заочной форм обучения предусмотрено тестирование.

Ниже приводятся нулевые варианты заданий и вопросов для выполнения и защиты каждой лабораторной работы.

**ЗАДАНИЯ И КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ  
К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №1  
«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ  
ПЕРЕМЕННОЙ»**

*Выполнение лабораторной работы №1*

1. Найти значение производной функции  $y = \frac{x^5}{4} - \frac{2}{3}x^2 + \frac{x}{4} - \frac{8}{x} + 3$  в точке  $x_0 = 2$ .
2. Найти вторую производную функции  $y = \log_5(6 - x^2)$ .
3. Составить уравнения касательной и нормали в точке  $x_0 = -1$  к параболе  $y = 6x^2 + x + 2$  (уравнения записать в общем виде).
4. Найти наибольшее значение функции  $y = \frac{2x^2+50}{x}$  на отрезке  $[-8; -2]$ .

*Защита лабораторной работы №1*

5. Найти по определению производную функции  $y = (x + 2)^2$ . Найти производную функции  $y = 3 \cdot \sqrt[4]{x^3} - \frac{1}{x^3} + \frac{7}{x^2 \cdot \sqrt{x}} - \frac{4}{11 \cdot \sqrt{x}}$ , используя таблицу производных и правила дифференцирования.
6. Записать формулы производной произведения и производной частного. Доказать, что  $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ . Найти производную функции  $y = \sin x \cdot \ln(3x)$ .
7. Решить текстовую задачу.

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется следующим образом:

1. если объём заказа не превышает 4 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 300 рублей;
2. если объём заказа превышает 4 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 300 рублей предоставляется скидка в размере  $\frac{x-4\,000}{50}$  рублей, где  $x$  – количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 16 000 единиц товара). Ответ записать в виде  $R(x_0) = R_0$ .

**ЗАДАНИЯ И КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ  
К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №2  
«МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ»**

*Выполнение лабораторной работы №2*

1. Экспериментально получены пять значений функции  $y = f(x)$  при пяти значениях аргумента, которые записаны в таблице. Методом наименьших квадратов найти функцию вида  $y = ax + b$ , выражающую приближённо функцию  $y = f(x)$ . Сделать чертёж, на котором в декартовой прямоугольной системе координат построить экспериментальные точки и график функции  $y = ax + b$ .

Результаты эксперимента:

$x$	1	2	3	4	5
$y$	3,2	4,2	2,7	0,7	1,2

*Защита лабораторной работы №2*

2. Для функции  $z = 3x^3 - 5y^6 + x^4y^2$  найти частные производные первого порядка.
3. Для функции  $z = 3x^3 - 5y^6 + x^4y^2$  найти полный дифференциал первого порядка.
4. Для функции  $z = 3x^3 - 5y^6 + x^4y^2$  найти частные производные второго порядка.
5. Для функции  $z = \cos(3x - 4y)$  найти частные производные первого порядка.
6. Для функции  $z = \cos(3x - 4y)$  найти частные производные второго порядка.
7. Решить текстовую задачу.

Производится два вида товаров в количестве  $x$  и  $y$ . Пусть цены на эти товары, соответственно,  $P_1 = 32$  и  $P_2 = 24$  ден. ед. Какое количество обоих видов товаров нужно произвести, чтобы иметь наибольшее значение прибыли, если функция издержек имеет вид  $C = \frac{3}{2}x^2 - 2xy + y^2$ ?

**ЗАДАНИЯ И КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ  
К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №3  
«ИНТЕГРИРОВАНИЕ ФУНКЦИЙ»**

*Выполнение лабораторной работы №3*

1. Найти интеграл  $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt[3]{x}}$ . Сделать проверку.
2. Найти интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{8-3x^2}}$ . Сделать проверку.
3. Найти интеграл  $\int (2x^3 - 5 \cdot \sqrt[3]{x})^2 dx$ . Сделать проверку.
4. Найти интеграл  $\int \frac{\sqrt{5+x^2} - \sqrt{5-x^2}}{\sqrt{25-x^4}} dx$ . Сделать проверку.

*Защита лабораторной работы №3*

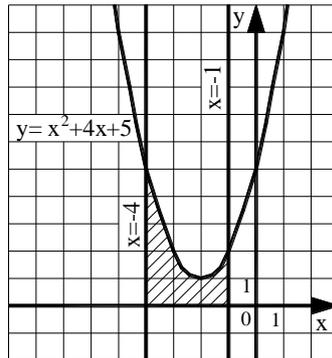
5. Найти интеграл  $\int \frac{(1+x)^2}{x \cdot (1+x^2)} dx$ . Перечислить свойства неопределённых интегралов. На решении указанного примера рассказать, какие из этих свойств были использованы.
6. Найти интеграл  $\int \frac{x dx}{x^4+16}$ . Как производится замена переменной в неопределённом интеграле? В каких случаях можно использовать замену?
7. Найти интеграл  $\int \frac{dx}{4-3x}$ . Рассказать о частных случаях метода замены переменной в неопределённом интеграле: методе подведения под знак дифференциала и методе решения интегралов вида  $\int f(kx + b) dx$ .

**ЗАДАНИЯ И КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ  
К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №4  
«ПРИЛОЖЕНИЯ ОПРЕДЕЛЕННОГО ИНТЕГРАЛА»**

*Выполнение лабораторной работы №4*

1. Вычислить определённый интеграл  $\int_0^1 x \cdot (2 - x^2)^5 dx$ .

2. Вычислить площадь заштрихованной области.

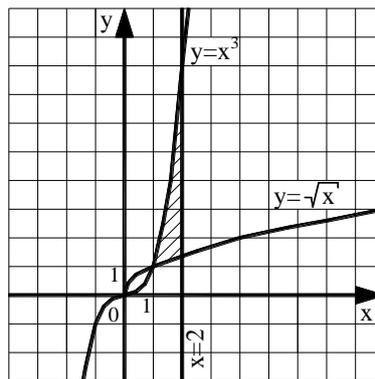


3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций  $y = 2x^2$ ,  $y = 2$ .

*Защита лабораторной работы №4*

4. Привести примеры приложений определенного интеграла.

5. Вычислить площадь заштрихованной области.



6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой  $y = x^2 + x$ , прямыми  $x = -1$ ,  $x = 2$  и осью  $Ox$ .

7. По данным исследований в распределении доходов одной из стран, кривая Лоренца может быть описана уравнением  $y = \frac{3}{2-x} - \frac{5}{3}$ , где  $x$  — доля населения,  $y$  — доля доходов населения. Вычислить коэффициент Джинни, оценить распределение доходов 40% наиболее низко оплачиваемого населения.

## ВОПРОСЫ ДЛЯ КОЛЛОКВИУМА

### *Вопросы для коллоквиума по разделу (теме) 1 «Введение в математический анализ»*

1. Дайте определение множества. Перечислите и опишите операции над множествами.
2. Дайте определение предела функции в точке. В каком случае функция называется бесконечно малой, бесконечно большой? Как связаны бесконечно малые и бесконечно большие величины?
3. Как вычисляется предел функции в точке? Какие правила следует помнить при вычислении пределов? Что такое односторонний предел?
4. Опишите алгоритм раскрытия неопределённости  $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$ .
5. Опишите алгоритм раскрытия неопределённости  $\left(\frac{0}{0}\right)$  при отсутствии иррациональности и тригонометрических функций.
6. Опишите алгоритм раскрытия неопределённости  $\left(\frac{0}{0}\right)$  при наличии иррациональности и отсутствии тригонометрических функций.
7. Опишите алгоритм раскрытия неопределённости  $\left(\frac{0}{0}\right)$  при наличии тригонометрических функций.
8. Запишите формулы первого и второго замечательного пределов.
9. Опишите алгоритм раскрытия неопределённости  $(1^\infty)$ .
10. Приведите пример использования пределов в экономике.

### *Вопросы для коллоквиума по разделу (теме) 2*

#### *«Дифференциальное исчисление функций одной переменной»*

11. Дайте определение производной функции  $y = f(x)$ . Перечислите основные правила дифференцирования.
12. Как найти производную сложной функции?
13. Как найти уравнение касательной и нормали к графику функции  $y = f(x)$  при известной фиксированной точке  $M_0(x_0; y_0)$ ?
14. Опишите алгоритм исследования поведения графика функции с использованием аппарата производных.
15. Как найти точку максимума (минимума) функции?
16. Как найти наибольшее (наименьшее) значение функции на отрезке?
17. Сформулируйте правило Лопиталья.

18. Дайте определение эластичности спроса (предложения). Как вычислить эластичность спроса (предложения)? В каком случае спрос эластичен, нейтрален и неэластичен относительно цены на товар?

19. Дайте определение средних и предельных издержек. Как их вычислить?

20. Опишите алгоритм нахождения наибольшей прибыли (дохода, налогов и т.п.) с помощью аппарата производных.

*Вопросы для коллоквиума по разделу (теме) 3*

*«Функции нескольких переменных»*

21. Дайте понятие функции двух переменных, функции нескольких переменных.

22. Как вычисляются частные производные первого порядка для функции двух переменных?

23. Сколько различных частных производных 2-го порядка имеет функция от двух переменных? Сформулируйте теорему Шварца.

24. Что такое полный дифференциал?

25. В чём заключается геометрический и функциональный смысл градиента?

26. Какая точка называется стационарной для функции двух переменных?

27. Сформулируйте необходимые условия экстремума функции двух переменных.

28. Сформулируйте достаточные условия экстремума функции двух переменных.

29. Приведите пример использования функции нескольких переменных в экономике.

30. В чём заключается метод наименьших квадратов?

*Вопросы для коллоквиума по разделу (теме) 4*

*«Интегральное исчисление. Дифференциальные уравнения»*

31. Дайте определение первообразной и неопределённого интеграла.

32. Опишите алгоритмы методов непосредственного интегрирования: использование приёма деления почленно и метода группировки.

33. Опишите варианты замены переменной в неопределённом интеграле.

34. Опишите способы вычисления определённого интеграла.

35. Как с помощью определённого интеграла вычислить площадь плоской фигуры в декартовой системе координат?

36. Как используются интегралы в экономике? Приведите примеры.
37. Дайте определение дифференциального уравнения. Как определить порядок дифференциального уравнения?
38. Дайте определение общего и частного решений дифференциального уравнения.
39. Какие виды дифференциальных уравнений первого порядка вы знаете? Опишите алгоритмы их решения.
40. Какие виды дифференциальных уравнений второго порядка вы знаете? Опишите алгоритмы их решения.

### РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Ильин, В. А. Основы математического анализа: учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 7-е изд., стер. - Москва: Физматлит, 2009. - Ч. I. - 647 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 1). - Режим доступа: по подписке. - URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=76686> (дата обращения: 15.02.2021). - Текст: электронный.
2. Протасов, Ю. М. Математический анализ: учебное пособие / Ю. М. Протасов. - 2-е изд., стер. - Москва: Флинта, 2017. - 165 с. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=115118>. - Текст: электронный.
3. Кутузов, А. С. Математический анализ: дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной: учебное пособие / А. С. Кутузов. - 2-е изд. стер. - Москва; Берлин: Директ-Медиа, 2017. - 127 с. - Режим доступа: по подписке. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=462166> (дата обращения: 09.10.2020). - Текст: электронный.
4. Бойцова, Е.А. Практикум по математике: учебное пособие / Е. А. Бойцова. - Старый Оскол: ТНТ, 2014. - 160 с. - Текст: непосредственный.
5. Тютюнов, Д. Н. Функции нескольких переменных: учебное пособие: [для студентов, преподавателей, аспирантов технических и экономических специальностей дневной, заочной и дистанционной форм обучения] / Д. Н. Тютюнов, Л. И. Студеникина, Е. В. Скрипкина. - Курск: Университетская книга, 2016. - 158 с. - Текст: электронный.

6. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления: учебное пособие / Н. С. Пискунов. - изд., стер. - М.: Интеграл-Пресс, 2007 - Т. 1. - 416 с. - Текст: непосредственный.
7. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления: учебник для втузов / Н. С. Пискунов. - стер. изд. - М.: Интеграл-Пресс, 2001 - Т. 2. - 544 с. - Текст: непосредственный.
8. Бугров, Я. С. Дифференциальное и интегральное исчисление: учебник для инж.-техн. спец. вузов / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. - М.: Наука, 1980. - 432 с. - Текст: непосредственный.
9. Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление функций одной переменной: индивидуальные задания и методические указания по выполнению модуля / ЮЗГУ; сост. Е. В. Скрипкина. - Курск: ЮЗГУ, 2014. - 52 с. - Текст: электронный.
10. Функции нескольких переменных: индивидуальные задания и методические указания к выполнению модуля 6.1 для студентов технических специальностей / ЮЗГУ; сост.: О. А. Бредихина, С. В. Шестакина. - Курск: ЮЗГУ, 2014. - 15 с. - Текст: электронный.
11. Метод наименьших квадратов: методические указания и индивидуальные задания по выполнению лабораторной работы для студентов инженерного и экономического направлений / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Л. И. Студеникина, Т. В. Шевцова. - Курск: ЮЗГУ, 2017. - 52 с. - Текст: электронный.