

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Емельянов Сергей Геннадьевич

Должность: ректор

Дата подписания: 04.09.2018

Уникальный программный ключ:

9ba7d3e34c012eba476ffd2d064cf2781953be250bd2374d76f5c0ce536f0fcb

## МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Юго-Западный государственный университет»  
(ЮЗГУ)

Кафедра программной инженерии



## ОПТИМИЗАЦИЯ СЕТЕВЫХ ГРАФИКОВ

Методические указания к практическому занятию  
по дисциплине «Методы оптимальных решений»  
для студентов направления подготовки  
38.03.01 «Экономика»

Курск 2018

УДК 519.6

Составители: В.В. Свиридов, Т.В. Алябьева

Рецензент:

кандидат технических наук, доцент кафедры программной инженерии  
ЮЗГУ *В.В. Апальков*

**Оптимизация сетевых графиков:** методические указания к практическому занятию по дисциплине «Методы оптимальных решений» для студентов направления подготовки 38.03.01 «Экономика» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: В.В. Свиридов, Т.В. Алябьева. Курск, 2018. 36 с.

Изложены основные сведения об оптимизации сетевых графиков по времени выполнения и затратам ресурсов. Рассмотрены примеры выполнения заданий. Приведены варианты заданий, контрольные вопросы к защите практической работы.

Методические указания соответствуют требованиям рабочей программы по дисциплине «Методы оптимальных решений». Материал предназначен для студентов 38.03.01 «Экономика» очной и заочной форм обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 02.10.2018.. Формат 60 x 84 1/16.

Усл. печ. л.1,7. Уч.- изд. л.1,6. Тираж 100 экз. Заказ 2150. Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.

305040, Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

## Содержание

1. Цель занятия .....	4
2. Краткие теоретические сведения .....	5
2.1. Основные понятия теории сетевых графиков .....	5
2.2. Минимизация стоимости проекта при фиксированной его продолжительности .....	5
2.3. Задача о сокращении срока проекта на заданную величину при минимизации расходуемых средств .....	6
3. Примеры выполнения задания .....	7
4. Индивидуальные задания .....	15
4.1. Задание 1 .....	15
4.2. Задание 2 .....	27
5. Контрольные вопросы .....	36

# ОПТИМИЗАЦИЯ СЕТЕВЫХ ГРАФИКОВ

## 1. Цель занятия

Целью практического занятия является получение навыков по оптимизации сетевых графиков по времени выполнения и затратам ресурсов.

### Задание 1

Дан сетевой график с параметрами работ:

–  $d_{i,j}$  – минимально возможное время выполнения работ в срочном режиме;

–  $C_{i,j}$  – затраты ресурсов, необходимые для выполнения работы в срочном режиме;

–  $h_{i,j}$  – технологические коэффициенты в формуле  $c_{i,j} = C_{i,j} - h_{i,j}(t_{i,j} - d_{i,j})$  показывающие снижение затрат при возможном увеличении времени выполнения работ;

–  $t_{кр}$  – текущее время выполнения работ;

–  $t_0$  – требуемое время выполнения проекта, большее  $t_{кр}$ .

Требуется рассчитать минимальные суммарные затраты (то есть оптимизировать по ресурсам) на выполнения всех работ к указанному сроку.

### Задание 2

Требуется рассчитать величины дополнительных вложений  $x_{i,j}$  в отдельные работы проекта с тем, чтобы общий срок его выполнения не превышал заданной величины  $t_0$  (то есть оптимизировать по времени), а суммарный расход дополнительных средств был минимальным.

Известно, что вложение дополнительных средств  $x_{i,j}$  в работу  $(i,j)$  сокращает время ее выполнения до величины  $t'_{i,j} = t_{i,j} - k_{i,j}x_{i,j}$ , где  $k_{i,j}$  – технологические коэффициенты использования дополнительных средств. По этой формуле сокращение продолжительности работы не беспредельно, а реально возможно только до заданной величины  $d_{i,j}$ .

Требуется рассчитать время начала  $t_{i,j}^H$  каждой работы и время ее окончания  $t_{i,j}^0$ , так чтобы проект был выполнен в указанный срок  $t_0$ .

## 2. Краткие теоретические сведения

### 2.1. Основные понятия теории сетевых графиков

Сетевым графиком называется связный ориентированный ациклический граф  $G = (V, E)$ , в котором вершины  $V = \{1, 2, \dots, n\}$  – это события, а множество ребер  $E = \{(i, j)\}, i, j \in \{1, \dots, n\}$  – это работы проекта вида  $(i, j)$ , где  $i$  – событие, означающее начало работы, а  $j$  – событие, означающее окончание работы.

На практике работа – это любые действия, трудовые процессы, сопровождающиеся затратами ресурсов и времени и приводящие к определенным результатам.

На сетевых графиках работы изображаются отрезками прямых линий с указанием направления, то есть стрелками. Рядом со стрелкой указываются числовые характеристики: время выполнения работы, расход ресурсов, количество исполнителей и т.д.

Событие означает факт выполнения всех работ в него входящих или начала работ из него выходящих. На сетевых графиках события изображаются геометрическими фигурами (круги, квадраты и т.д.). События выражают логическую взаимосвязь работ, ни одна работа, исходящая из события не может начаться до завершения всех работ, входящих в событие.

Событие 1 называется исходным, это старт проекта, событие  $n$  – конечное, это факт завершения всех работ проекта.

### 2.2. Минимизация стоимости проекта при фиксированной его продолжительности

Пусть задан сетевой график процесса  $G = (V, E)$ . Известны продолжительности выполнения работ и их стоимость в срочном режиме  $(d_{i,j}, C_{i,j})$ .

Рассчитывается критическое (минимальное) время выполнения проекта  $t_{кр}$  и стоимость выполнения проекта  $C$  (максимальная). Для каждой работы известен коэффициент дополнительных затрат  $h_{i,j}$ .

Ставится задача минимизации стоимости проекта при заданном приемлемом сроке  $t_0$  выполнения проекта за счет увеличения времени выполнения отдельных работ.

После оптимизации все работы будут критическими, так как время их выполнения будет максимальным. Ни одно событие и ни

одна работа не будут иметь резерва, время начала и окончания каждой работы совпадает с временами свершения начального и конечного события.

В данной задаче неизвестными величинами являются времена событий  $t_i, i = 2, \dots, n-1$ . Для начального события время известно:  $t_1 = 0$ . Продолжительность  $t_{i,j}$  работы  $(i, j)$  в искомом плане равняется  $t_j - t_i$ , а стоимость будет равна  $c_{i,j} = C_{i,j} - h_{i,j}(t_j - t_i - d_{i,j})$ .

Математическая модель задачи имеет вид:

$$z = \sum_{e=(i,j) \in E} (C_{i,j} - h_{i,j}(t_j - t_i - d_{i,j}));$$

$$t_j - t_i \geq d_{i,j}, (i, j) \in E;$$

$$t_1 = 0, t_n \leq T_0.$$

Данная задача относится к классу задач линейного программирования и может быть решена симплекс-методом.

### **2.3. Задача о сокращении срока проекта на заданную величину при минимизации расходуемых средств**

Требуется рассчитать величины дополнительных вложений  $x_{i,j}$  в отдельные работы проекта с тем, чтобы общий срок его выполнения не превышал заданной величины  $t_0$ , а суммарный расход дополнительных средств был минимальным.

Известно, что вложение дополнительных средств  $x_{i,j}$  в работу  $(i, j)$  сокращает время ее выполнения до величины  $t'_{i,j} = t_{i,j} - k_{i,j}x_{i,j}$ , где  $k_{i,j}$  – технологические коэффициенты использования дополнительных средств. По этой формуле сокращение продолжительности работы не беспредельно, а реально возможно только до заданной величины  $d_{i,j}$ . Требуется рассчитать время начала  $t_{i,j}^H$  каждой работы и время ее окончания  $t_{i,j}^O$ , так чтобы проект был выполнен в указанный срок  $t_0$ .

Математическая модель задачи имеет вид:

$$z = \sum_{(i,j) \in E} x_{i,j} \rightarrow \min,$$

$$t_{i,n}^0 \leq t_0, (i,n) \in E,$$

$$t_{i,j}^0 - t_{i,j}^H \geq d_{i,j}, (i,j) \in E,$$

$$t_{i,j}^0 - t_{i,j}^H = t_{i,j} - k_{i,j} x_{i,j}, (i,j) \in E,$$

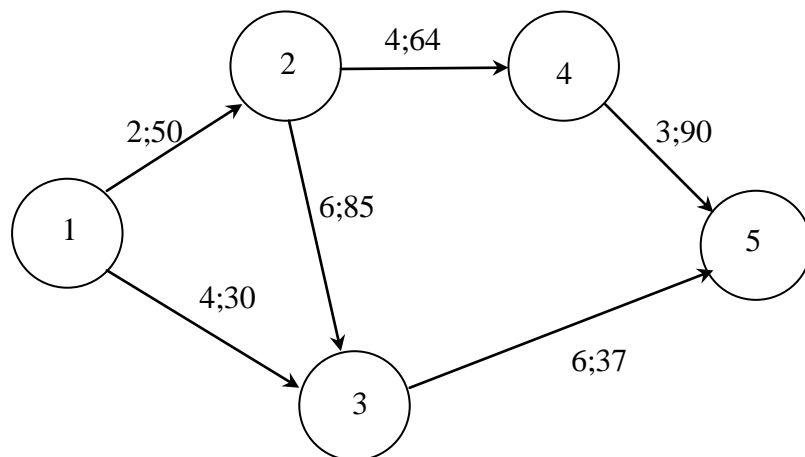
$$t_{j,r}^H \geq t_{i,j}^0, \forall (i,j), (j,r) \in E;$$

$$t_{i,j}^H \geq 0, t_{i,j}^0 \geq 0, x_{i,j} \geq 0, (i,j) \in E.$$

### 3. Примеры выполнения задания

#### Пример 1.

Дан сетевой график:



Для каждой работы известна ее продолжительность  $t_{i,j}$  (первое число на сетевом графике) и минимально возможное время ее выполнения  $d_{i,j}$  (второе число на сетевом графике).

Параметры работ даны в таблице:

Параметры	Работы					
	(1,2)	(1,3)	(2,3)	(2,4)	(3,5)	(4,5)
$d_{i,j}$	2	4	6	4	6	3
$C_{i,j}$	50	30	85	64	37	90
$h_{i,j}$	5	3	12	7	4	6

Определяем время выполнения как длину самого длинного пути 1–2–3–5 в сетевом графике:  $t_{кр} = 14$ .

Текущая цена проекта равна  $C = 50 + 30 + 85 + 64 + 37 + 90 = 356$ .

Требуется максимально снизить расходы на проект так, чтобы новая продолжительность проекта составляла  $t^0 = 17$  дней.

Построим ценовую функцию и приведем ее к стандартному виду:

$$\begin{aligned}c(t_2, t_3, t_4) &= 50 - 5(t_2 - t_1) + 30 - 3(t_3 - t_1 - 4) + 85 - 12(t_3 - t_2 - 6) + 64 - \\ &- 7(t_4 - t_2 - 4) + 37 - 4(t_5 - t_3 - 6) + 90 - 6(t_5 - t_4 - 3) = \\ &= 50 + 30 + 85 + 64 + 37 + 90 + 12 + 72 + 28 + 24 + 18 + (5 + 3)t_1 + \\ &+ (-5 + 12 + 7)t_2 + (-3 - 12 + 4)t_3 + (-7 + 6)t_4 + (-4 - 6)t_5 = \\ &= 520 + 8 \cdot 0 + 14 \cdot t_2 - 11t_3 - t_4 - 17 \cdot 10 = 350 + 14t_2 - 11t_3 - t_4\end{aligned}$$

Система ограничений имеет вид:

$$t_2 - t_1 = t_2 - 0 = t_2 \geq 2;$$

$$t_2 - t_1 = t_3 - 0 = t_3 \geq 4;$$

$$t_3 - t_2 \geq 6;$$

$$t_4 - t_2 \geq 4;$$

$$t_5 - t_3 \geq 17 - t_3 \geq 6 \Leftrightarrow t_3 \leq 11;$$

$$t_5 - t_4 = 17 - t_4 \geq 3 \Leftrightarrow t_4 \leq 14;$$

$$t_2 \geq 0, \quad t_3 \geq 0, \quad t_4 \geq 0.$$

Окончательно получаем математическую модель задачи:

$$z = -14t_2 + 11t_3 + t_4 \rightarrow \max;$$

$$-t_2 \leq -2;$$

$$-t_3 \leq -4;$$

$$-t_3 + t_2 \leq -6;$$

$$-t_4 + t_2 \leq -4;$$

$$t_3 \leq 11;$$

$$t_4 \leq 14;$$

$$t_2 \geq 0, \quad t_3 \geq 0, \quad t_4 \geq 0.$$

Приведем задачу к каноническому виду:



$$z \rightarrow \max;$$

$$z + 14t_2 - 11t_3 - t_4 = 0;$$

$$-t_2 + s_1 = -2;$$

$$-t_3 + s_2 = -4;$$

$$-t_3 + t_2 + s_3 = -6;$$

$$-t_4 + t_2 + s_4 = -4;$$

$$t_3 + s_5 = 11;$$

$$t_4 + s_6 = 14;$$

$$t_2 \geq 0, t_3 \geq 0, t_4 \geq 0, s_1 \geq 0, s_2 \geq 0, s_3 \geq 0, s_4 \geq 0, s_5 \geq 0, s_6 \geq 0.$$

Рассмотрим начальную симплекс-таблицу:

$B$	$z$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$s_5$	$s_6$	Реш.
$z$	1	14	-11	-1	0	0	0	0	0	0	0
$s_1$	0	-1	0	0	1	0	0	0	0	0	-2
$s_2$	0	0	-1	0	0	1	0	0	0	0	-4
$s_3$	0	1	-1	0	0	0	1	0	0	0	-6
$s_4$	0	1	0	-1	0	0	0	1	0	0	-4
$s_5$	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	11
$s_6$	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	14

Симплекс-преобразованиями делаем таблицу допустимой:

$B$	$z$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$s_5$	$s_6$	Реш.
$z$	1	14	-11	-1	0	0	0	0	0	0	0
$s_1$	0	-1	0	0	1	0	0	0	0	0	-2
$s_2$	0	0	-1	0	0	1	0	0	0	0	-4
$s_3$	0	1	-1	0	0	0	1	0	0	0	-6
$s_4$	0	1	0	-1	0	0	0	1	0	0	-4
$s_5$	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	11
$s_6$	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	14

$B$	$z$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$s_5$	$s_6$	Реш.
$z$	1	3	0	-1	0	0	-11	0	0	0	66
$s_1$	0	-1	0	0	1	0	0	0	0	0	-2
$s_2$	0	-1	0	0	0	1	-1	0	0	0	2
$t_3$	0	-1	1	0	0	0	-1	0	0	0	6
$s_4$	0	1	0	-1	0	0	0	1	0	0	-4
$s_5$	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	5
$s_6$	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	14

$B$	$z$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$s_5$	$s_6$	Реш.
$z$	1	2	0	0	0	0	-11	-1	0	0	70
$s_1$	0	-1	0	0	1	0	0	0	0	0	-2
$s_2$	0	-1	0	0	0	1	-1	0	0	0	2
$t_3$	0	-1	1	0	0	0	-1	0	0	0	6
$t_4$	0	-1	0	1	0	0	0	-1	0	0	4
$s_5$	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	5
$s_6$	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	10

$B$	$z$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$s_5$	$s_6$	Реш.
$z$	1	0	0	0	2	0	-11	-1	0	0	66
$t_2$	0	1	0	0	-1	0	0	0	0	0	2
$s_2$	0	0	0	0	-1	1	-1	0	0	0	4
$t_3$	0	0	1	0	-1	0	-1	0	0	0	8
$t_4$	0	0	0	1	-1	0	0	-1	0	0	6
$s_5$	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	3
$s_6$	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	8

Приведем таблицу к оптимальному виду:

$B$	$z$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$s_5$	$s_6$	Реш.
$z$	1	0	0	0	2	0	-11	-1	0	0	66
$t_2$	0	1	0	0	-1	0	0	0	0	0	2
$s_2$	0	0	0	0	-1	1	-1	0	0	0	4
$t_3$	0	0	1	0	-1	0	-1	0	0	0	8
$t_4$	0	0	0	1	-1	0	0	-1	0	0	6
$s_5$	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	3
$s_6$	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	8

$B$	$z$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$s_5$	$s_6$	Реш.
$z$	1	0	0	0	13	0	0	-1	11	0	99
$t_2$	0	1	0	0	-1	0	0	0	0	0	2
$s_2$	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	7
$t_3$	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	11
$t_4$	0	0	0	1	-1	0	0	-1	0	0	6
$s_3$	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	3
$s_6$	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	8

$B$	$z$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$s_5$	$s_6$	Реш.
$z$	1	0	0	0	14	0	0	0	11	1	107
$t_2$	0	1	0	0	-1	0	0	0	0	0	2
$s_2$	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	7
$t_3$	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	11
$t_4$	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	14
$s_3$	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	3
$s_4$	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	8

Получили оптимальное решение:

$$t_2 = 2; t_3 = 11; t_4 = 14; z = 107 \rightarrow c = 350 - 107 = 243.$$

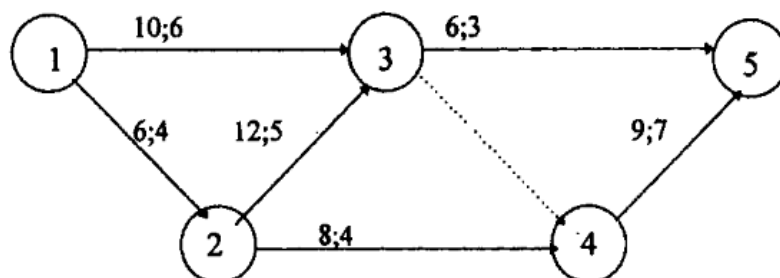
Таким образом, при допустимом увеличении продолжительности проекта с 14 до 17 дней затраты уменьшаются с 356 у.е. до 243 у.е., экономия при этом составляет  $356 - 243 = 116$  у.е.

Новые затраты на работы при этом будут

- (1, 2) –  $2 - 0 = 2$  дня,
- (1, 3) –  $11 - 0 = 11$  дней,
- (2, 3) –  $11 - 2 = 9$  дней,
- (2, 4) –  $14 - 2 = 12$  дней,
- (3, 5) –  $17 - 11 = 6$  дней,
- (4, 5) –  $17 - 14 = 3$  дня.

### Пример 2.

Проект представлен сетевым графиком:



Для каждой работы известна ее продолжительность  $t_{i,j}$  (первое число на сетевом графике) и минимально возможное время ее выполнения  $d_{i,j}$  (второе число на сетевом графике).

Задан требуемый срок выполнения проекта  $t_0 = 22$  (для исходных данных  $t_{kr} = 24$ ). Известны технологические коэффициенты использования дополнительных средств:  $k_{1,2} = 0.1, k_{1,3} = 0.5, k_{2,3} = 0.1, k_{2,4} = 0.3, k_{3,5} = 0.2, k_{4,5} = 0.5$

Требуется рассчитать величины:

$t_{i,j}^H$  – времена начала работ,  $t_{i,j}^O$  – времена окончания работ,  $X_{i,j}$  – размер денежных ресурсов, выделяемых на работу таким образом, чтобы:

- 1) Суммарный объем выделяемых ресурсов был минимальным;
- 2) Время выполнения каждой работы было не меньше заданной величины  $d_{i,j}$ ;
- 3) Время выполнения всего комплекса работ не превосходило  $t_0$ .

**Решение.**

Запишем математическую модель задачи:

$$z = x_{1,2} + x_{1,3} + x_{2,3} + x_{2,4} + x_{3,5} + x_{4,5} \rightarrow \min;$$

$$t_{1,2}^O - t_{1,2}^H = 6 - 0.1x_{1,2};$$

$$t_{1,3}^O - t_{1,3}^H = 10 - 0.5x_{1,3};$$

$$t_{2,3}^O - t_{2,3}^H = 12 - 0.1x_{2,3};$$

$$t_{3,5}^O - t_{3,5}^H = 6 - 0.2x_{3,5};$$

$$t_{2,4}^O - t_{2,4}^H = 8 - 0.3x_{2,4};$$

$$t_{4,5}^O - t_{4,5}^H = 9 - 0.5x_{4,5};$$

$$\begin{aligned}
t_{1,2}^O - t_{1,2}^H &\geq 4; \\
t_{1,3}^O - t_{1,3}^H &\geq 6; \\
t_{2,3}^O - t_{2,3}^H &\geq 5; \\
t_{3,5}^O - t_{3,5}^H &\geq 3; \\
t_{2,4}^O - t_{2,4}^H &\geq 4; \\
t_{4,5}^O - t_{4,5}^H &\geq 7; \\
t_{1,2}^H = 0; t_{1,2}^O &\leq t_{2,3}^H; t_{1,2}^O \leq t_{2,4}^H; \\
t_{1,3}^H = 0; t_{1,3}^O &\leq t_{3,5}^H; t_{1,3}^O \leq t_{4,5}^H; \\
t_{2,3}^O &\leq t_{3,5}^H; t_{2,3}^O \leq t_{4,5}^H; \\
t_{2,4}^O &\leq t_{4,5}^H; \\
t_{3,5}^O &\leq 22; \\
t_{4,5}^O &\leq 22;
\end{aligned}$$

Решим построенную математическую модель в пакете MathCad:

```

X12 := 10  X13 := 10  X23 := 10  X24 := 10
X35 := 10  X45 := 10
tn12 := 0  to12 := 0  tn23 := 0  to23 := 0
tn13 := 0  to13 := 0  tn24 := 0  to24 := 0
tn35 := 0  to35 := 0
tn45 := 0  to45 := 0

z(tn12,to12,tn13,to13,tn23,to23,tn24,to24,tn35,to35,tn45,to45,X12,X13,X23,X24,X35,X45) := X12 + X13 + X23 + X24 + X35 + X45

Given
to12 - tn12 = 6 - 0.1·X12  to13 - tn13 = 10 - 0.5·X13
to23 - tn23 = 12 - 0.1·X23  to35 - tn35 = 6 - 0.2·X35
to24 - tn24 = 8 - 0.3·X24  to45 - tn45 = 9 - 0.5·X45
to12 - tn12 ≥ 4  to13 - tn13 ≥ 6
to23 - tn23 ≥ 5  to35 - tn35 ≥ 3
to24 - tn24 ≥ 4  to45 - tn45 ≥ 7
tn12 = 0  tn13 = 0  X12 ≥ 0  X13 ≥ 0
to12 ≤ tn23  to12 ≤ tn24  X23 ≥ 0  X24 ≥ 0
to13 ≤ tn35  to13 ≤ tn45

```

$$\begin{aligned}
& \text{to23} \leq \text{tn35} & \text{to23} \leq \text{tn45} & \quad X_{35} \geq 0 & \quad X_{45} \geq 0 \\
& \text{to24} \leq \text{tn45} \\
& \text{to35} \leq 22 & \text{to45} \leq 22
\end{aligned}$$

Минимизация затрат

$$Q := \text{minimize}(z, \text{tn12}, \text{to12}, \text{tn13}, \text{to13}, \text{tn23}, \text{to23}, \text{tn24}, \text{to24}, \text{tn35}, \text{to35}, \text{tn45}, \text{to45}, X_{12}, X_{13}, X_{23}, X_{24}, X_{35}, X_{45})$$

Найденные сроки начала и завершения работ

$$\underline{\text{tn12}} := Q_0 = 0 \quad \underline{\text{to12}} := Q_1 = 5.917$$

$$\underline{\text{tn13}} := Q_2 = 0 \quad \underline{\text{to13}} := Q_3 = 10$$

$$\underline{\text{tn23}} := Q_4 = 5.917 \quad \underline{\text{to23}} := Q_5 = 15$$

$$\underline{\text{tn24}} := Q_6 = 5.917 \quad \underline{\text{to24}} := Q_7 = 13.917$$

$$\underline{\text{tn35}} := Q_8 = 15 \quad \underline{\text{to35}} := Q_9 = 21$$

$$\underline{\text{tn45}} := Q_{10} = 15 \quad \underline{\text{to45}} := Q_{11} = 22$$

Найденные величины затрат на ускорение работ

$$\underline{X_{12}} := Q_{12} = 0.833$$

$$\underline{X_{13}} := Q_{13} = 0$$

$$\underline{X_{23}} := Q_{14} = 29.167$$

$$\underline{X_{24}} := Q_{15} = 0$$

$$\underline{X_{35}} := Q_{16} = 0$$

$$\underline{X_{45}} := Q_{17} = 4$$

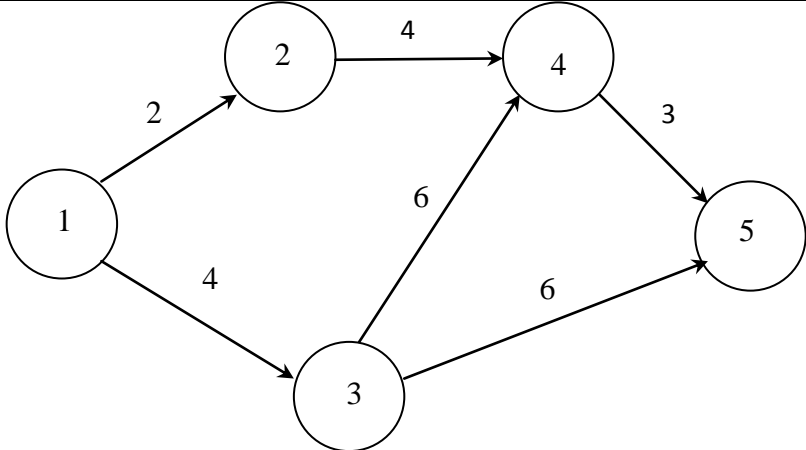
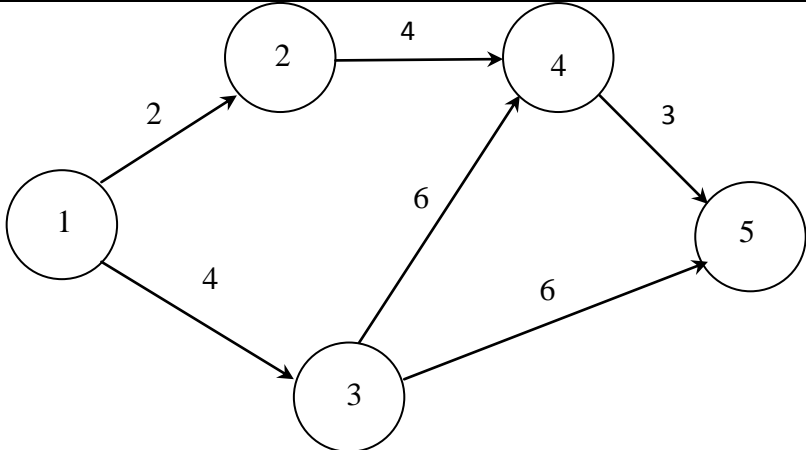
Минимальные суммарные затраты

$$\underline{W} := z(\text{tn12}, \text{to12}, \text{tn13}, \text{to13}, \text{tn23}, \text{to23}, \text{tn24}, \text{to24}, \text{tn35}, \text{to35}, \text{tn45}, \text{to45}, X_{12}, X_{13}, X_{23}, X_{24}, X_{35}, X_{45})$$

$$W = 34$$

## 4. Индивидуальные задания

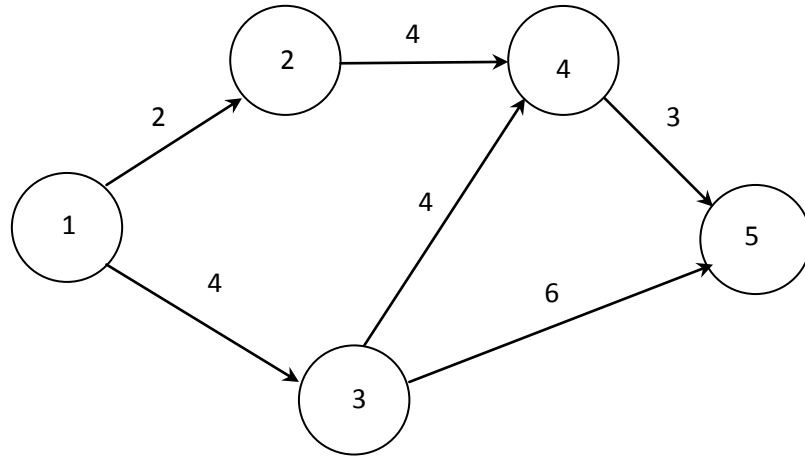
### 4.1. Задание 1

№	Сетевой график																																		
1	 <table border="1" data-bbox="367 817 1396 1097"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Параметры</th> <th colspan="6">Работы</th> </tr> <tr> <th>(1,2)</th> <th>(1,3)</th> <th>(2,3)</th> <th>(2,4)</th> <th>(3,5)</th> <th>(4,5)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>d_{i,j}</math></td> <td>2</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td><math>C_{i,j}</math></td> <td>50</td> <td>30</td> <td>85</td> <td>64</td> <td>37</td> <td>90</td> </tr> <tr> <td><math>h_{i,j}</math></td> <td>5</td> <td>3</td> <td>10</td> <td>7</td> <td>4</td> <td>6</td> </tr> </tbody> </table> <p data-bbox="438 1108 1324 1164">новая продолжительность проекта <math>t_0 = 19</math> дней</p>	Параметры	Работы						(1,2)	(1,3)	(2,3)	(2,4)	(3,5)	(4,5)	$d_{i,j}$	2	4	6	4	6	3	$C_{i,j}$	50	30	85	64	37	90	$h_{i,j}$	5	3	10	7	4	6
Параметры	Работы																																		
	(1,2)	(1,3)	(2,3)	(2,4)	(3,5)	(4,5)																													
$d_{i,j}$	2	4	6	4	6	3																													
$C_{i,j}$	50	30	85	64	37	90																													
$h_{i,j}$	5	3	10	7	4	6																													
2	 <table border="1" data-bbox="367 1646 1396 1926"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Параметры</th> <th colspan="6">Работы</th> </tr> <tr> <th>(1,2)</th> <th>(1,3)</th> <th>(3,4)</th> <th>(2,4)</th> <th>(3,5)</th> <th>(4,5)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>d_{i,j}</math></td> <td>2</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td><math>C_{i,j}</math></td> <td>50</td> <td>30</td> <td>85</td> <td>60</td> <td>37</td> <td>90</td> </tr> <tr> <td><math>h_{i,j}</math></td> <td>5</td> <td>3</td> <td>10</td> <td>7</td> <td>4</td> <td>6</td> </tr> </tbody> </table> <p data-bbox="438 1937 1324 1993">новая продолжительность проекта <math>t_0 = 20</math> дней</p>	Параметры	Работы						(1,2)	(1,3)	(3,4)	(2,4)	(3,5)	(4,5)	$d_{i,j}$	2	4	6	4	6	3	$C_{i,j}$	50	30	85	60	37	90	$h_{i,j}$	5	3	10	7	4	6
Параметры	Работы																																		
	(1,2)	(1,3)	(3,4)	(2,4)	(3,5)	(4,5)																													
$d_{i,j}$	2	4	6	4	6	3																													
$C_{i,j}$	50	30	85	60	37	90																													
$h_{i,j}$	5	3	10	7	4	6																													

№

## Сетевой график

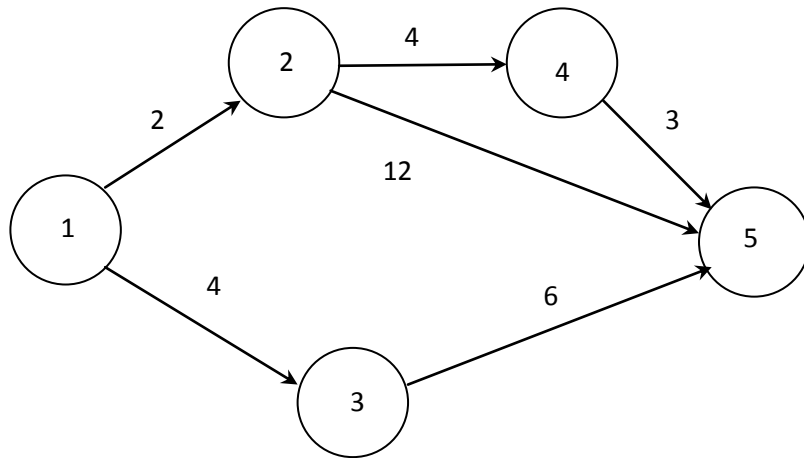
3



Параметры	Работы					
	(1,2)	(1,3)	(3,4)	(2,4)	(3,5)	(4,5)
$d_{i,j}$	2	4	6	4	6	3
$C_{i,j}$	50	30	85	60	37	90
$h_{i,j}$	5	3	10	7	4	6

новая продолжительность проекта  $t_0 = 20$  дней.

4



Параметры	Работы					
	(1,2)	(1,3)	(2,5)	(2,4)	(3,5)	(4,5)
$d_{i,j}$	2	4	12	4	6	3
$C_{i,j}$	50	30	85	60	37	90
$h_{i,j}$	5	3	10	7	4	6

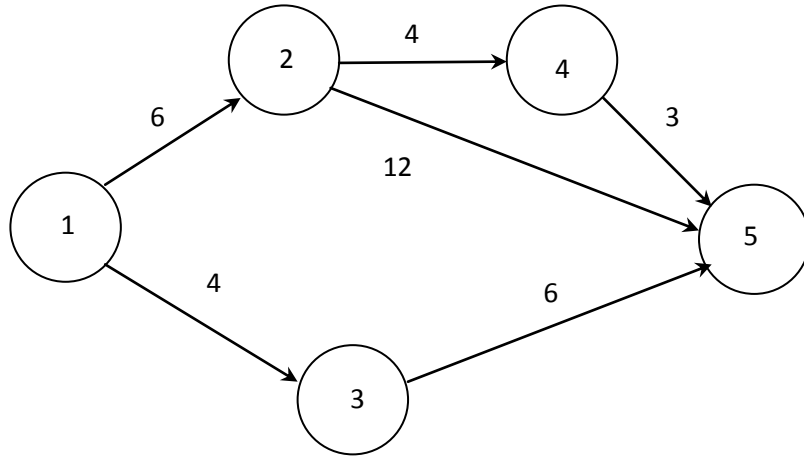
новая продолжительность проекта  $t_0 = 22$  дней.



№

## Сетевой график

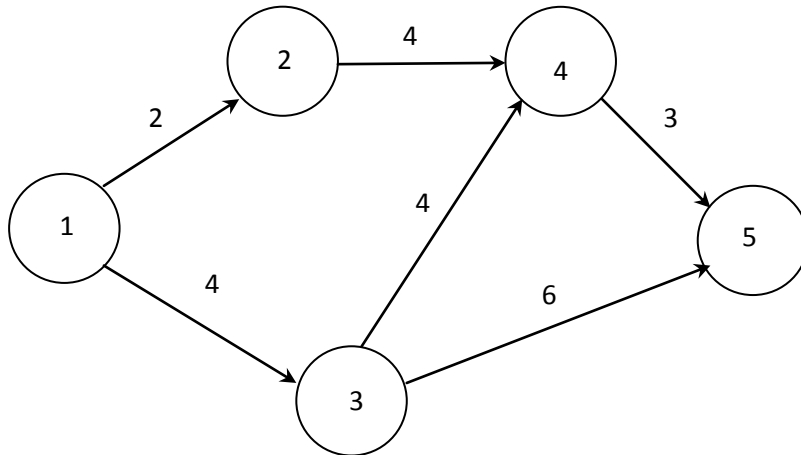
5



Параметры	Работы					
	(1,2)	(1,3)	(2,5)	(2,4)	(3,5)	(4,5)
$d_{i,j}$	2	4	12	4	6	3
$C_{i,j}$	50	30	85	60	38	60
$h_{i,j}$	5	3	10	7	4	6

новая продолжительность проекта  $t_0 = 25$  дней.

6



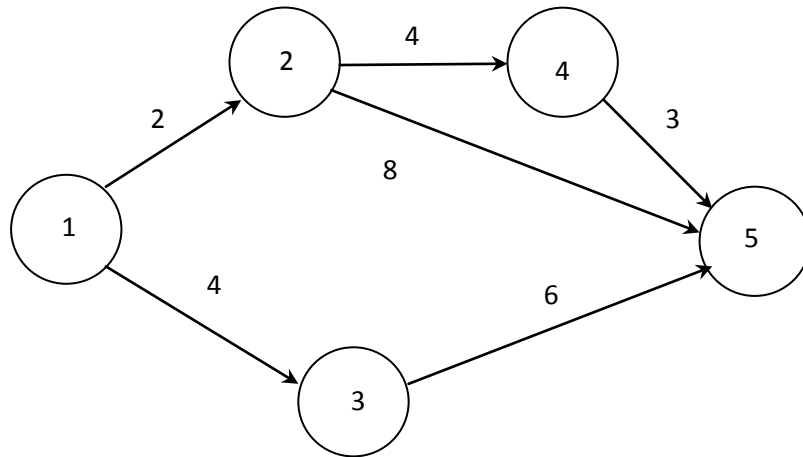
Параметры	Работы					
	(1,2)	(1,3)	(3,4)	(2,4)	(3,5)	(4,5)
$d_{i,j}$	2	4	12	4	6	3
$C_{i,j}$	50	30	85	60	38	60
$h_{i,j}$	5	7	10	7	4	6

новая продолжительность проекта  $t_0 = 23$  дней.

№

## Сетевой график

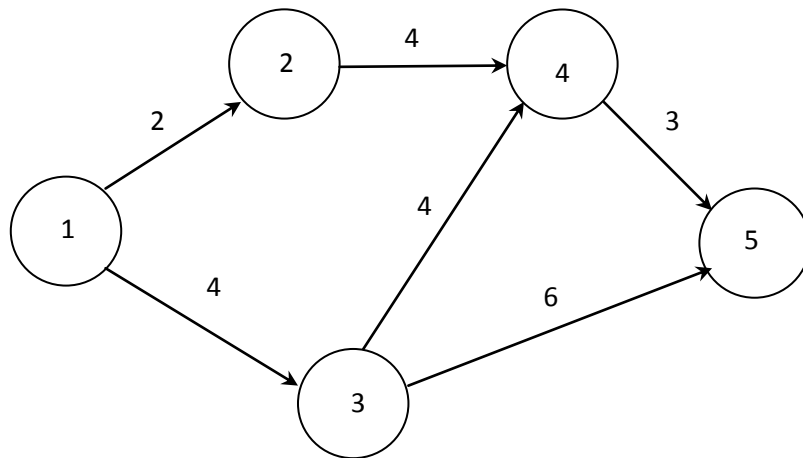
7



Параметры	Работы					
	(1,2)	(1,3)	(2,5)	(2,4)	(3,5)	(4,5)
$d_{i,j}$	2	4	8	4	6	3
$C_{i,j}$	40	30	85	60	38	60
$h_{i,j}$	5	7	10	7	4	6

новая продолжительность проекта  $t_0 = 24$  дней

8



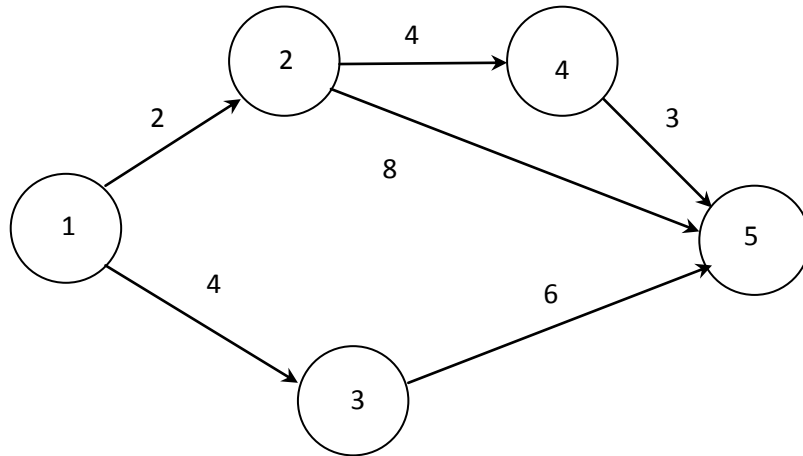
Параметры	Работы					
	(1,2)	(1,3)	(3,4)	(2,4)	(3,5)	(4,5)
$d_{i,j}$	2	4	4	4	6	3
$C_{i,j}$	40	30	70	60	38	60
$h_{i,j}$	5	7	10	7	4	6

новая продолжительность проекта  $t_0 = 21$  дней

№

## Сетевой график

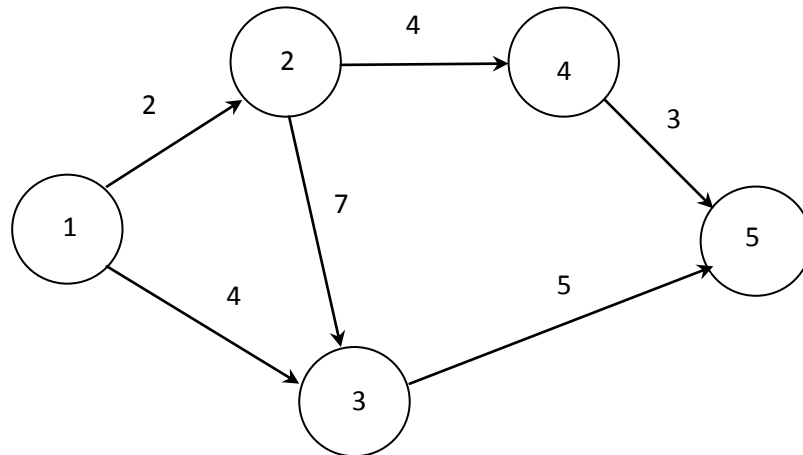
9



Параметры	Работы					
	(1,2)	(1,3)	(2,5)	(2,4)	(3,5)	(4,5)
$d_{i,j}$	2	4	7	4	6	3
$C_{i,j}$	45	30	60	60	38	60
$h_{i,j}$	3	7	8	7	4	6

новая продолжительность проекта  $t_0 = 19$  дней

10



Параметры	Работы					
	(1,2)	(1,3)	(2,3)	(2,4)	(3,5)	(4,5)
$d_{i,j}$	2	4	7	4	5	3
$C_{i,j}$	45	30	70	60	38	60
$h_{i,j}$	3	7	8	7	4	6

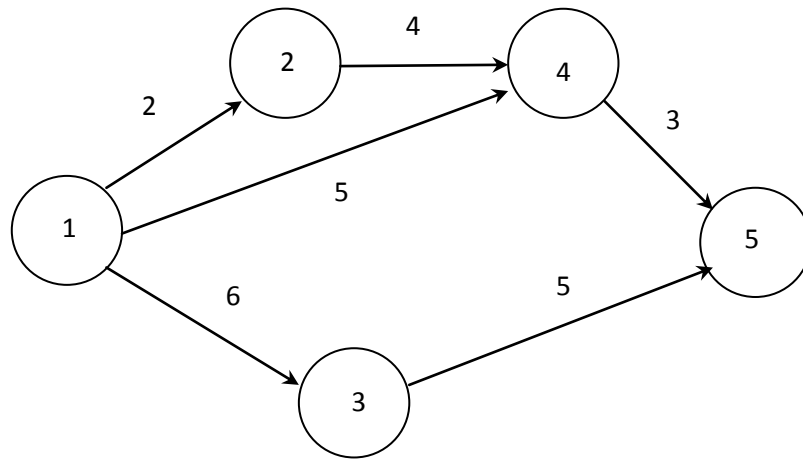
новая продолжительность проекта  $t_0 = 19$  дней

№	Сетевой график																																			
11	<div style="text-align: center;"> </div> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th data-bbox="368 689 603 741">Параметры</th> <th colspan="6" data-bbox="603 689 1398 741">Работы</th> </tr> <tr> <th data-bbox="368 741 603 792"></th> <th data-bbox="603 741 738 792">(1,2)</th> <th data-bbox="738 741 874 792">(1,3)</th> <th data-bbox="874 741 1010 792">(2,3)</th> <th data-bbox="1010 741 1145 792">(2,4)</th> <th data-bbox="1145 741 1281 792">(3,5)</th> <th data-bbox="1281 741 1398 792">(4,5)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="368 792 603 844"><math>d_{i,j}</math></td> <td data-bbox="603 792 738 844">2</td> <td data-bbox="738 792 874 844">6</td> <td data-bbox="874 792 1010 844">7</td> <td data-bbox="1010 792 1145 844">4</td> <td data-bbox="1145 792 1281 844">5</td> <td data-bbox="1281 792 1398 844">3</td> </tr> <tr> <td data-bbox="368 844 603 896"><math>C_{i,j}</math></td> <td data-bbox="603 844 738 896">45</td> <td data-bbox="738 844 874 896">30</td> <td data-bbox="874 844 1010 896">70</td> <td data-bbox="1010 844 1145 896">60</td> <td data-bbox="1145 844 1281 896">38</td> <td data-bbox="1281 844 1398 896">60</td> </tr> <tr> <td data-bbox="368 896 603 947"><math>h_{i,j}</math></td> <td data-bbox="603 896 738 947">3</td> <td data-bbox="738 896 874 947">7</td> <td data-bbox="874 896 1010 947">8</td> <td data-bbox="1010 896 1145 947">7</td> <td data-bbox="1145 896 1281 947">4</td> <td data-bbox="1281 896 1398 947">6</td> </tr> </tbody> </table> <p data-bbox="443 981 1321 1025" style="text-align: center;">новая продолжительность проекта <math>t_0 = 18</math> дней</p>	Параметры	Работы							(1,2)	(1,3)	(2,3)	(2,4)	(3,5)	(4,5)	$d_{i,j}$	2	6	7	4	5	3	$C_{i,j}$	45	30	70	60	38	60	$h_{i,j}$	3	7	8	7	4	6
Параметры	Работы																																			
	(1,2)	(1,3)	(2,3)	(2,4)	(3,5)	(4,5)																														
$d_{i,j}$	2	6	7	4	5	3																														
$C_{i,j}$	45	30	70	60	38	60																														
$h_{i,j}$	3	7	8	7	4	6																														
12	<div style="text-align: center;"> </div> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th data-bbox="368 1554 603 1606">Параметры</th> <th colspan="6" data-bbox="603 1554 1398 1606">Работы</th> </tr> <tr> <th data-bbox="368 1606 603 1657"></th> <th data-bbox="603 1606 738 1657">(1,2)</th> <th data-bbox="738 1606 874 1657">(1,3)</th> <th data-bbox="874 1606 1010 1657">(2,3)</th> <th data-bbox="1010 1606 1145 1657">(2,4)</th> <th data-bbox="1145 1606 1281 1657">(3,5)</th> <th data-bbox="1281 1606 1398 1657">(4,5)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="368 1657 603 1709"><math>d_{i,j}</math></td> <td data-bbox="603 1657 738 1709">2</td> <td data-bbox="738 1657 874 1709">6</td> <td data-bbox="874 1657 1010 1709">5</td> <td data-bbox="1010 1657 1145 1709">4</td> <td data-bbox="1145 1657 1281 1709">5</td> <td data-bbox="1281 1657 1398 1709">3</td> </tr> <tr> <td data-bbox="368 1709 603 1760"><math>C_{i,j}</math></td> <td data-bbox="603 1709 738 1760">45</td> <td data-bbox="738 1709 874 1760">30</td> <td data-bbox="874 1709 1010 1760">70</td> <td data-bbox="1010 1709 1145 1760">60</td> <td data-bbox="1145 1709 1281 1760">38</td> <td data-bbox="1281 1709 1398 1760">60</td> </tr> <tr> <td data-bbox="368 1760 603 1812"><math>h_{i,j}</math></td> <td data-bbox="603 1760 738 1812">3</td> <td data-bbox="738 1760 874 1812">7</td> <td data-bbox="874 1760 1010 1812">8</td> <td data-bbox="1010 1760 1145 1812">7</td> <td data-bbox="1145 1760 1281 1812">4</td> <td data-bbox="1281 1760 1398 1812">6</td> </tr> </tbody> </table> <p data-bbox="443 1845 1321 1890" style="text-align: center;">новая продолжительность проекта <math>t_0 = 20</math> дней</p>	Параметры	Работы							(1,2)	(1,3)	(2,3)	(2,4)	(3,5)	(4,5)	$d_{i,j}$	2	6	5	4	5	3	$C_{i,j}$	45	30	70	60	38	60	$h_{i,j}$	3	7	8	7	4	6
Параметры	Работы																																			
	(1,2)	(1,3)	(2,3)	(2,4)	(3,5)	(4,5)																														
$d_{i,j}$	2	6	5	4	5	3																														
$C_{i,j}$	45	30	70	60	38	60																														
$h_{i,j}$	3	7	8	7	4	6																														

№

## Сетевой график

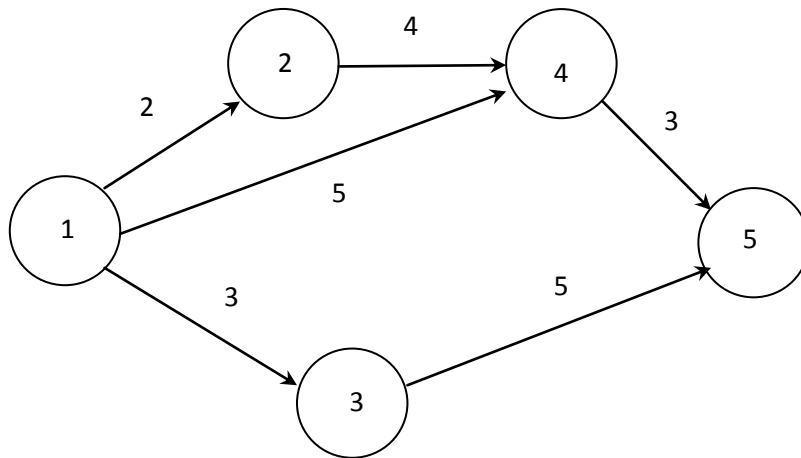
13



Параметры	Работы					
	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(2,4)	(3,5)	(4,5)
$d_{i,j}$	2	6	5	4	5	3
$C_{i,j}$	45	30	70	60	38	60
$h_{i,j}$	3	7	8	7	4	6

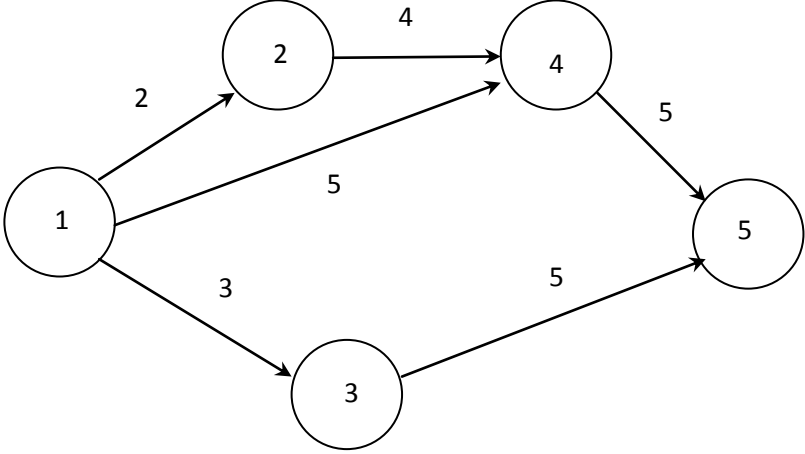
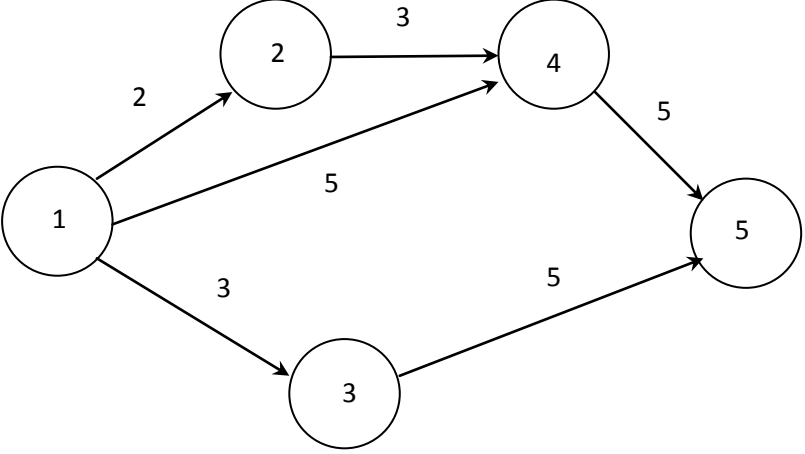
новая продолжительность проекта  $t_0 = 15$  дней

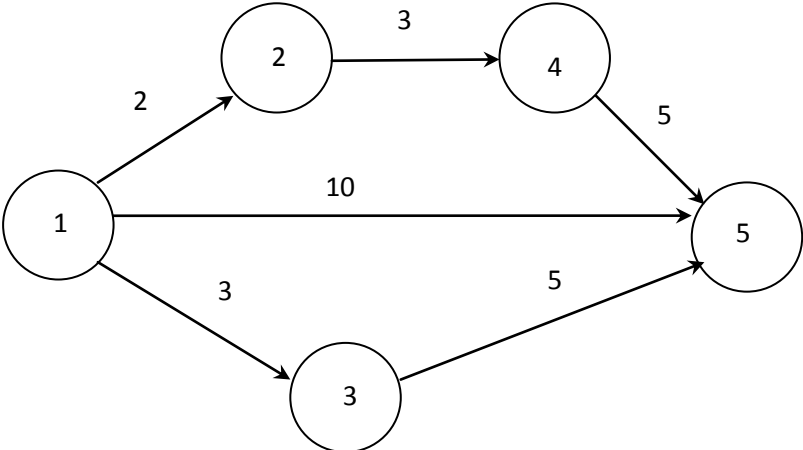
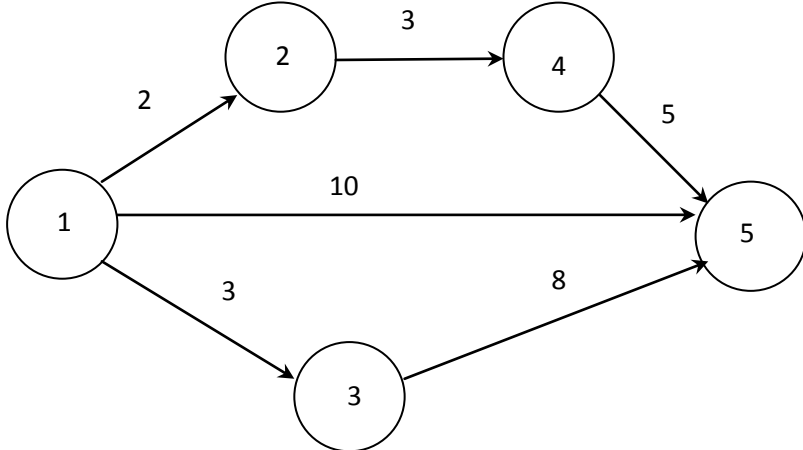
14



Параметры	Работы					
	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(2,4)	(3,5)	(4,5)
$d_{i,j}$	2	3	5	4	5	3
$C_{i,j}$	45	20	70	60	38	60
$h_{i,j}$	3	7	8	7	4	6

новая продолжительность проекта  $t_0 = 15$  дней

№	Сетевой график																																		
15	 <table border="1" data-bbox="368 689 1398 958"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Параметры</th> <th colspan="6">Работы</th> </tr> <tr> <th>(1,2)</th> <th>(1,3)</th> <th>(1,4)</th> <th>(2,4)</th> <th>(3,5)</th> <th>(4,5)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>d_{i,j}</math></td> <td>2</td> <td>3</td> <td>5</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td><math>C_{i,j}</math></td> <td>45</td> <td>20</td> <td>70</td> <td>60</td> <td>38</td> <td>40</td> </tr> <tr> <td><math>h_{i,j}</math></td> <td>3</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>7</td> <td>4</td> <td>6</td> </tr> </tbody> </table> <p data-bbox="443 987 1321 1025">новая продолжительность проекта <math>t_0 = 16</math> дней</p>	Параметры	Работы						(1,2)	(1,3)	(1,4)	(2,4)	(3,5)	(4,5)	$d_{i,j}$	2	3	5	4	5	5	$C_{i,j}$	45	20	70	60	38	40	$h_{i,j}$	3	7	8	7	4	6
Параметры	Работы																																		
	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(2,4)	(3,5)	(4,5)																													
$d_{i,j}$	2	3	5	4	5	5																													
$C_{i,j}$	45	20	70	60	38	40																													
$h_{i,j}$	3	7	8	7	4	6																													
16	 <table border="1" data-bbox="368 1529 1398 1798"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Параметры</th> <th colspan="6">Работы</th> </tr> <tr> <th>(1,2)</th> <th>(1,3)</th> <th>(1,4)</th> <th>(2,4)</th> <th>(3,5)</th> <th>(4,5)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>d_{i,j}</math></td> <td>2</td> <td>3</td> <td>5</td> <td>3</td> <td>5</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td><math>C_{i,j}</math></td> <td>48</td> <td>20</td> <td>70</td> <td>60</td> <td>38</td> <td>40</td> </tr> <tr> <td><math>h_{i,j}</math></td> <td>2</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>7</td> <td>4</td> <td>6</td> </tr> </tbody> </table> <p data-bbox="443 1827 1321 1865">новая продолжительность проекта <math>t_0 = 16</math> дней</p>	Параметры	Работы						(1,2)	(1,3)	(1,4)	(2,4)	(3,5)	(4,5)	$d_{i,j}$	2	3	5	3	5	5	$C_{i,j}$	48	20	70	60	38	40	$h_{i,j}$	2	7	8	7	4	6
Параметры	Работы																																		
	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(2,4)	(3,5)	(4,5)																													
$d_{i,j}$	2	3	5	3	5	5																													
$C_{i,j}$	48	20	70	60	38	40																													
$h_{i,j}$	2	7	8	7	4	6																													

№	Сетевой график																																		
17	 <table border="1" data-bbox="367 683 1396 958"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Параметры</th> <th colspan="6">Работы</th> </tr> <tr> <th>(1,2)</th> <th>(1,3)</th> <th>(1,5)</th> <th>(2,4)</th> <th>(3,5)</th> <th>(4,5)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>d_{i,j}</math></td> <td>2</td> <td>3</td> <td>10</td> <td>3</td> <td>5</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td><math>C_{i,j}</math></td> <td>48</td> <td>20</td> <td>70</td> <td>60</td> <td>38</td> <td>40</td> </tr> <tr> <td><math>h_{i,j}</math></td> <td>2</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>7</td> <td>4</td> <td>6</td> </tr> </tbody> </table> <p data-bbox="443 981 1319 1025">новая продолжительность проекта <math>t_0 = 13</math> дней</p>	Параметры	Работы						(1,2)	(1,3)	(1,5)	(2,4)	(3,5)	(4,5)	$d_{i,j}$	2	3	10	3	5	5	$C_{i,j}$	48	20	70	60	38	40	$h_{i,j}$	2	7	8	7	4	6
Параметры	Работы																																		
	(1,2)	(1,3)	(1,5)	(2,4)	(3,5)	(4,5)																													
$d_{i,j}$	2	3	10	3	5	5																													
$C_{i,j}$	48	20	70	60	38	40																													
$h_{i,j}$	2	7	8	7	4	6																													
18	 <table border="1" data-bbox="367 1523 1396 1798"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Параметры</th> <th colspan="6">Работы</th> </tr> <tr> <th>(1,2)</th> <th>(1,3)</th> <th>(1,5)</th> <th>(2,4)</th> <th>(3,5)</th> <th>(4,5)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>d_{i,j}</math></td> <td>2</td> <td>3</td> <td>10</td> <td>3</td> <td>8</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td><math>C_{i,j}</math></td> <td>48</td> <td>20</td> <td>70</td> <td>60</td> <td>38</td> <td>40</td> </tr> <tr> <td><math>h_{i,j}</math></td> <td>2</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>7</td> <td>4</td> <td>6</td> </tr> </tbody> </table> <p data-bbox="443 1821 1319 1865">новая продолжительность проекта <math>t_0 = 13</math> дней</p>	Параметры	Работы						(1,2)	(1,3)	(1,5)	(2,4)	(3,5)	(4,5)	$d_{i,j}$	2	3	10	3	8	5	$C_{i,j}$	48	20	70	60	38	40	$h_{i,j}$	2	7	8	7	4	6
Параметры	Работы																																		
	(1,2)	(1,3)	(1,5)	(2,4)	(3,5)	(4,5)																													
$d_{i,j}$	2	3	10	3	8	5																													
$C_{i,j}$	48	20	70	60	38	40																													
$h_{i,j}$	2	7	8	7	4	6																													

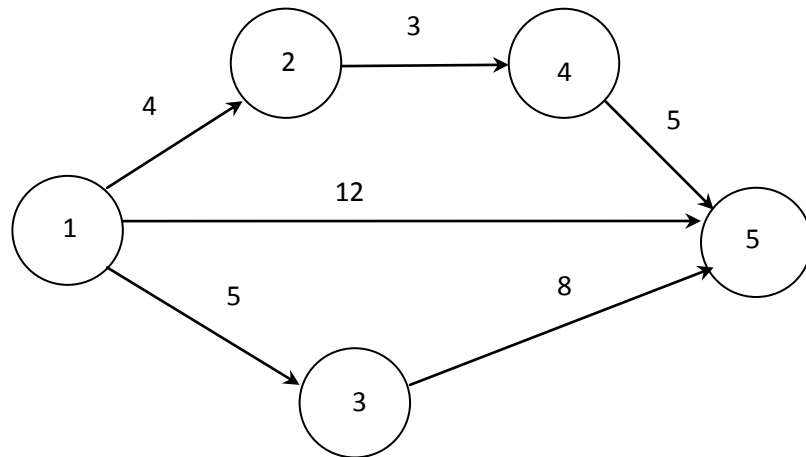
№	Сетевой график																																			
19	<div style="text-align: center;"> </div> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th data-bbox="363 685 603 734">Параметры</th> <th colspan="6" data-bbox="603 685 1398 734">Работы</th> </tr> <tr> <th data-bbox="363 734 603 786"></th> <th data-bbox="603 734 738 786">(1,2)</th> <th data-bbox="738 734 874 786">(1,3)</th> <th data-bbox="874 734 1010 786">(1,5)</th> <th data-bbox="1010 734 1145 786">(2,4)</th> <th data-bbox="1145 734 1281 786">(3,5)</th> <th data-bbox="1281 734 1398 786">(4,5)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="363 786 603 837"><math>d_{i,j}</math></td> <td data-bbox="603 786 738 837">4</td> <td data-bbox="738 786 874 837">3</td> <td data-bbox="874 786 1010 837">10</td> <td data-bbox="1010 786 1145 837">3</td> <td data-bbox="1145 786 1281 837">8</td> <td data-bbox="1281 786 1398 837">5</td> </tr> <tr> <td data-bbox="363 837 603 889"><math>C_{i,j}</math></td> <td data-bbox="603 837 738 889">38</td> <td data-bbox="738 837 874 889">20</td> <td data-bbox="874 837 1010 889">70</td> <td data-bbox="1010 837 1145 889">60</td> <td data-bbox="1145 837 1281 889">38</td> <td data-bbox="1281 837 1398 889">40</td> </tr> <tr> <td data-bbox="363 889 603 940"><math>h_{i,j}</math></td> <td data-bbox="603 889 738 940">2</td> <td data-bbox="738 889 874 940">7</td> <td data-bbox="874 889 1010 940">8</td> <td data-bbox="1010 889 1145 940">7</td> <td data-bbox="1145 889 1281 940">4</td> <td data-bbox="1281 889 1398 940">6</td> </tr> </tbody> </table> <p data-bbox="443 981 1321 1025" style="text-align: center;">новая продолжительность проекта <math>t_0 = 14</math> дней</p>	Параметры	Работы							(1,2)	(1,3)	(1,5)	(2,4)	(3,5)	(4,5)	$d_{i,j}$	4	3	10	3	8	5	$C_{i,j}$	38	20	70	60	38	40	$h_{i,j}$	2	7	8	7	4	6
Параметры	Работы																																			
	(1,2)	(1,3)	(1,5)	(2,4)	(3,5)	(4,5)																														
$d_{i,j}$	4	3	10	3	8	5																														
$C_{i,j}$	38	20	70	60	38	40																														
$h_{i,j}$	2	7	8	7	4	6																														
20	<div style="text-align: center;"> </div> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th data-bbox="363 1525 603 1574">Параметры</th> <th colspan="6" data-bbox="603 1525 1398 1574">Работы</th> </tr> <tr> <th data-bbox="363 1574 603 1626"></th> <th data-bbox="603 1574 738 1626">(1,2)</th> <th data-bbox="738 1574 874 1626">(1,3)</th> <th data-bbox="874 1574 1010 1626">(1,5)</th> <th data-bbox="1010 1574 1145 1626">(2,4)</th> <th data-bbox="1145 1574 1281 1626">(3,5)</th> <th data-bbox="1281 1574 1398 1626">(4,5)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="363 1626 603 1677"><math>d_{i,j}</math></td> <td data-bbox="603 1626 738 1677">4</td> <td data-bbox="738 1626 874 1677">5</td> <td data-bbox="874 1626 1010 1677">10</td> <td data-bbox="1010 1626 1145 1677">3</td> <td data-bbox="1145 1626 1281 1677">8</td> <td data-bbox="1281 1626 1398 1677">5</td> </tr> <tr> <td data-bbox="363 1677 603 1729"><math>C_{i,j}</math></td> <td data-bbox="603 1677 738 1729">38</td> <td data-bbox="738 1677 874 1729">25</td> <td data-bbox="874 1677 1010 1729">70</td> <td data-bbox="1010 1677 1145 1729">60</td> <td data-bbox="1145 1677 1281 1729">38</td> <td data-bbox="1281 1677 1398 1729">40</td> </tr> <tr> <td data-bbox="363 1729 603 1780"><math>h_{i,j}</math></td> <td data-bbox="603 1729 738 1780">2</td> <td data-bbox="738 1729 874 1780">7</td> <td data-bbox="874 1729 1010 1780">8</td> <td data-bbox="1010 1729 1145 1780">7</td> <td data-bbox="1145 1729 1281 1780">4</td> <td data-bbox="1281 1729 1398 1780">6</td> </tr> </tbody> </table> <p data-bbox="443 1816 1321 1861" style="text-align: center;">новая продолжительность проекта <math>t_0 = 15</math> дней</p>	Параметры	Работы							(1,2)	(1,3)	(1,5)	(2,4)	(3,5)	(4,5)	$d_{i,j}$	4	5	10	3	8	5	$C_{i,j}$	38	25	70	60	38	40	$h_{i,j}$	2	7	8	7	4	6
Параметры	Работы																																			
	(1,2)	(1,3)	(1,5)	(2,4)	(3,5)	(4,5)																														
$d_{i,j}$	4	5	10	3	8	5																														
$C_{i,j}$	38	25	70	60	38	40																														
$h_{i,j}$	2	7	8	7	4	6																														



№

## Сетевой график

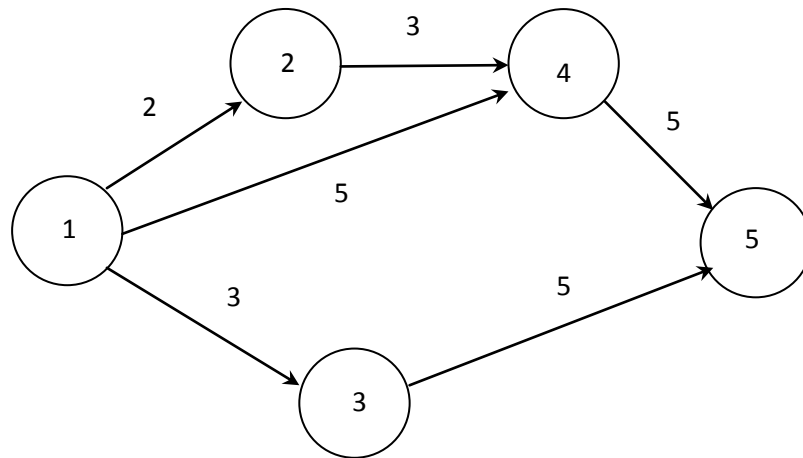
21



Параметры	Работы					
	(1,2)	(1,3)	(1,5)	(2,4)	(3,5)	(4,5)
$d_{i,j}$	4	5	12	3	8	5
$C_{i,j}$	38	25	60	60	38	40
$h_{i,j}$	2	7	8	7	4	6

новая продолжительность проекта  $t_0 = 17$  дней

22



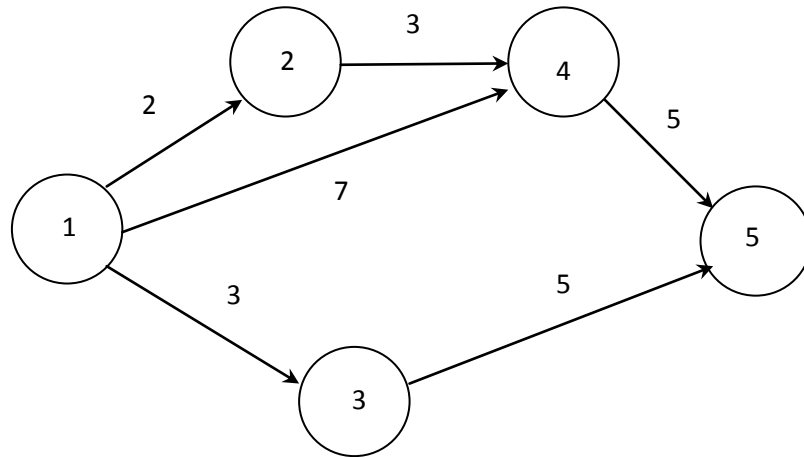
Параметры	Работы					
	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(2,4)	(3,5)	(4,5)
$d_{i,j}$	4	5	12	3	8	5
$C_{i,j}$	38	25	60	60	38	40
$h_{i,j}$	2	7	8	7	4	6

новая продолжительность проекта  $t_0 = 17$  дней

№

## Сетевой график

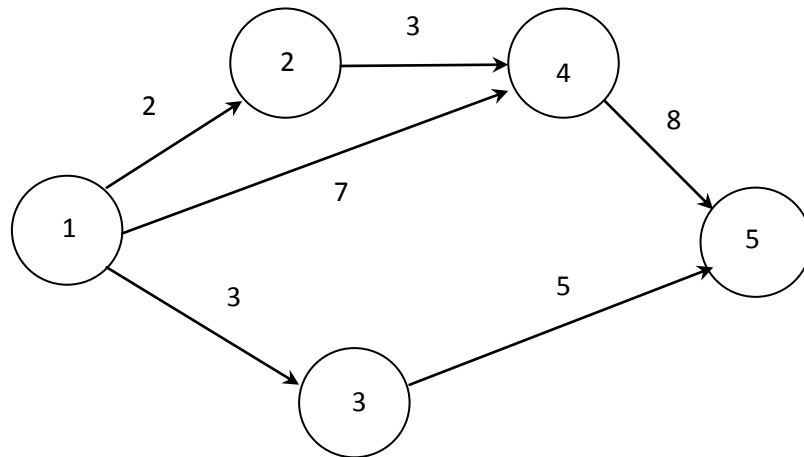
23



Параметры	Работы					
	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(2,4)	(3,5)	(4,5)
$d_{i,j}$	4	5	7	3	8	5
$C_{i,j}$	38	25	60	50	38	40
$h_{i,j}$	2	7	8	3	4	6

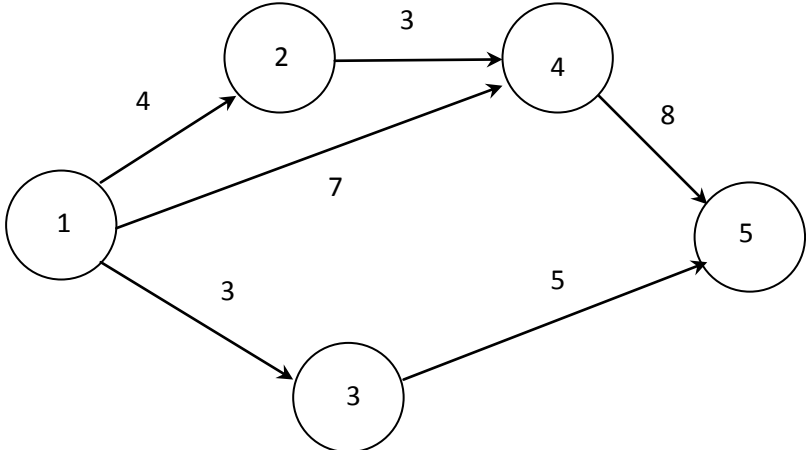
новая продолжительность проекта  $t_0 = 16$  дней

24

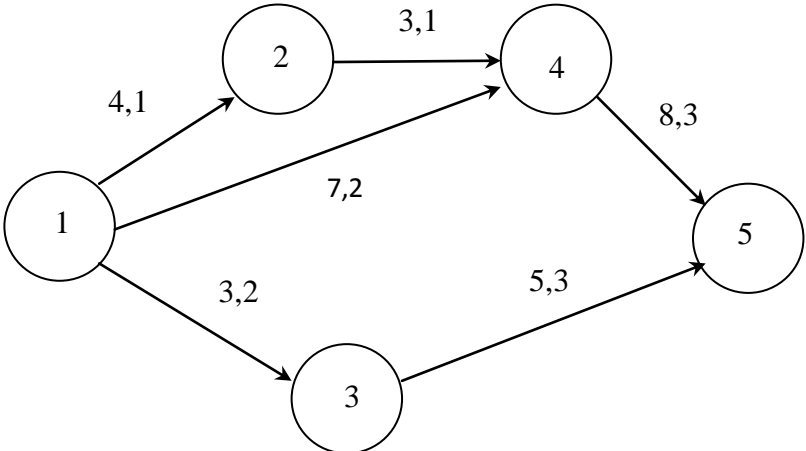


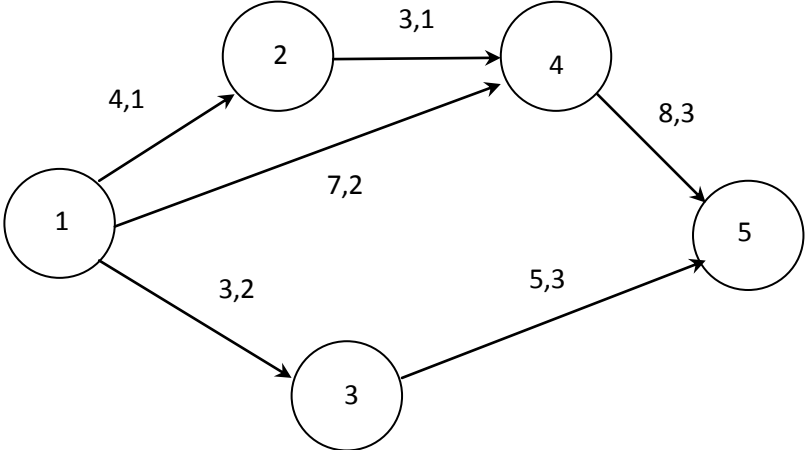
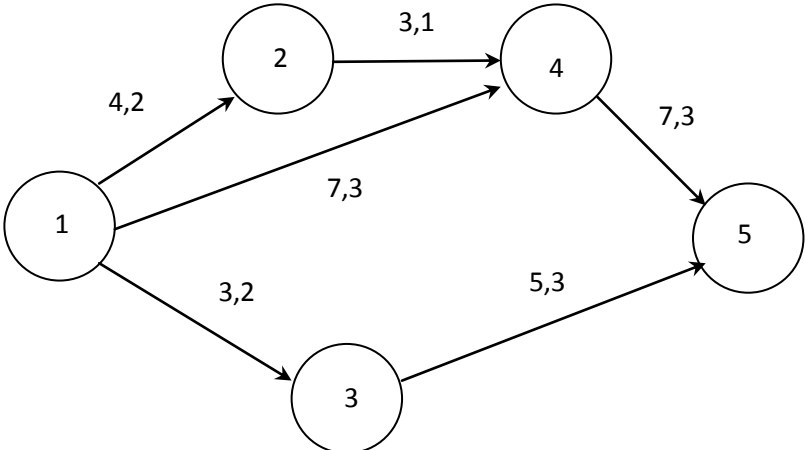
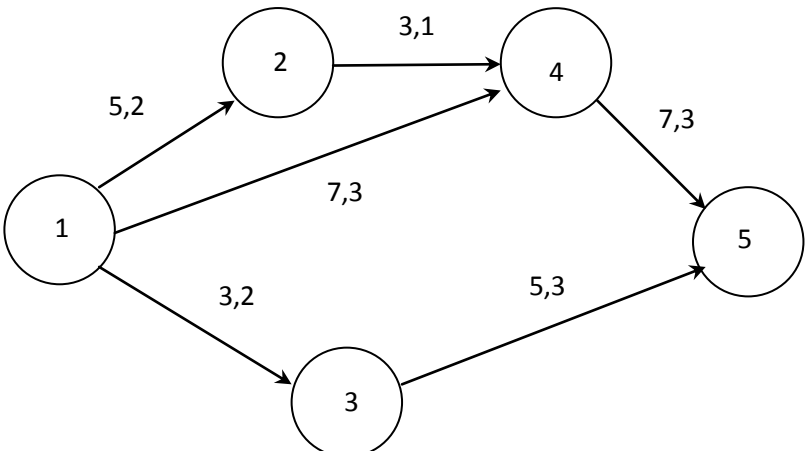
Параметры	Работы					
	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(2,4)	(3,5)	(4,5)
$d_{i,j}$	4	5	7	3	8	8
$C_{i,j}$	38	25	60	50	38	40
$h_{i,j}$	2	7	8	3	4	6

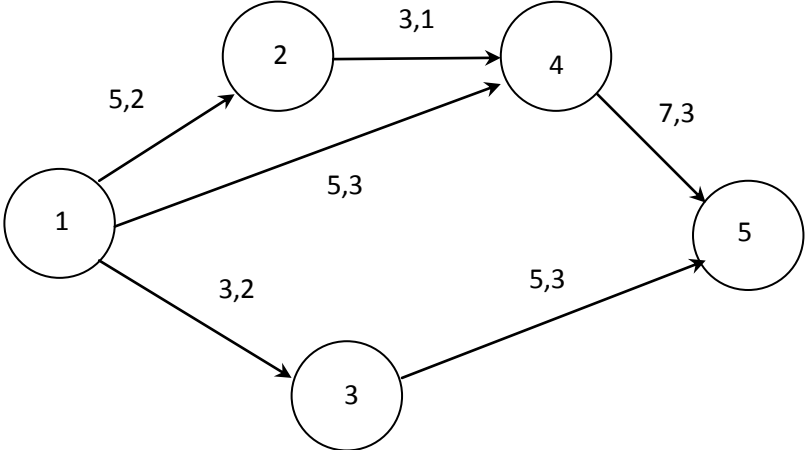
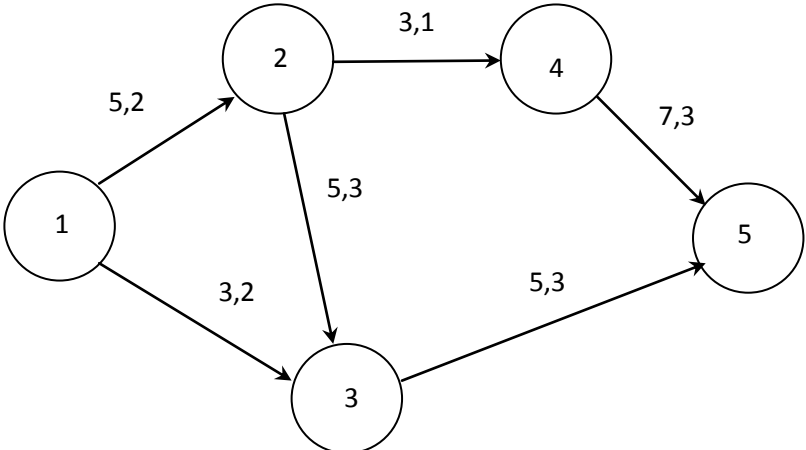
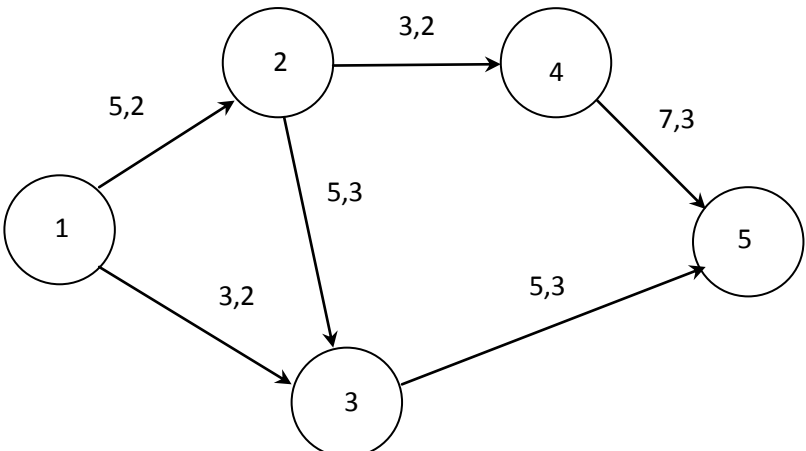
новая продолжительность проекта  $t_0 = 16$  дней

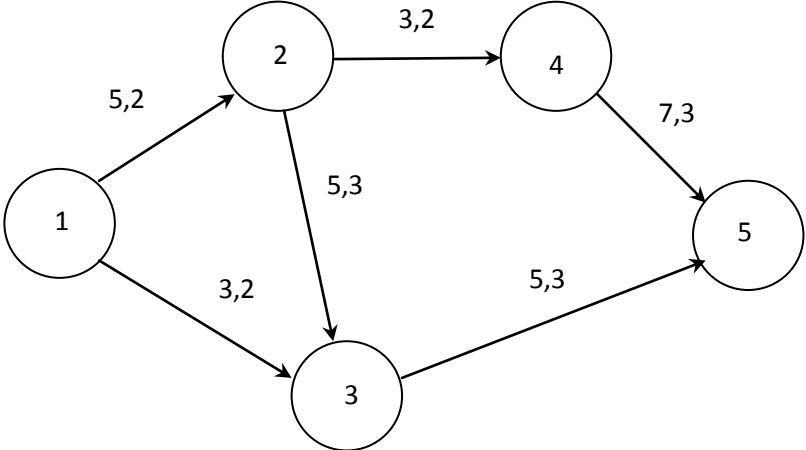
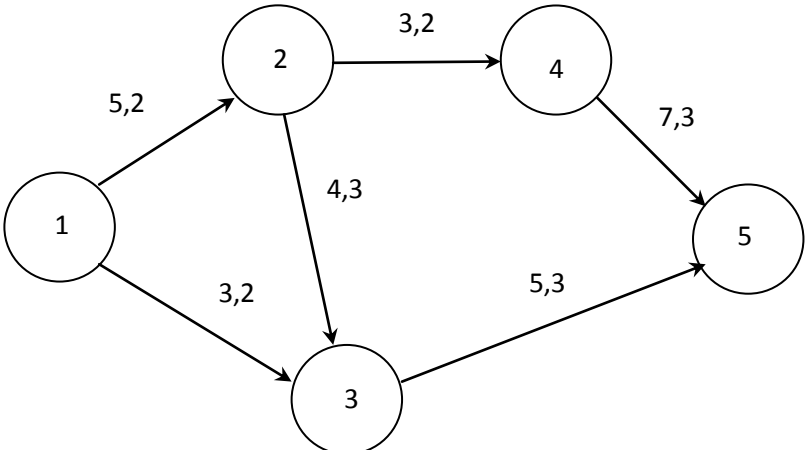
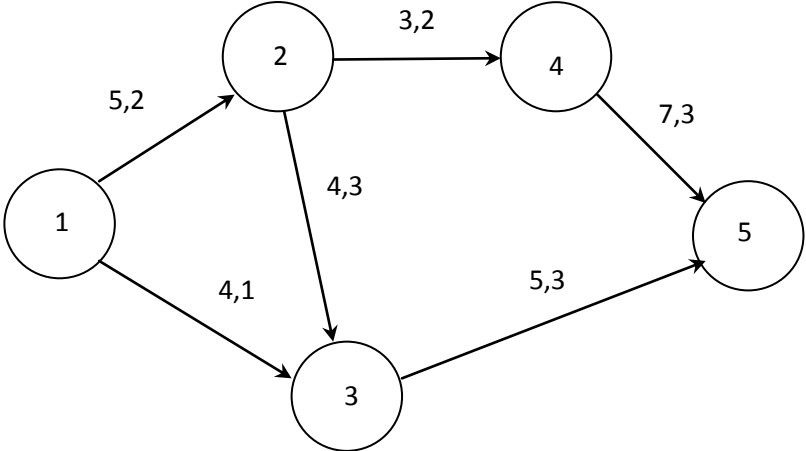
№	Сетевой график																																		
25	 <pre> graph LR     1((1)) -- 4 --&gt; 2((2))     1((1)) -- 3 --&gt; 3((3))     1((1)) -- 7 --&gt; 4((4))     2((2)) -- 3 --&gt; 4((4))     3((3)) -- 5 --&gt; 5((5))     4((4)) -- 8 --&gt; 5((5)) </pre>																																		
	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Параметры</th> <th colspan="6">Работы</th> </tr> <tr> <th>(1,2)</th> <th>(1,3)</th> <th>(1,4)</th> <th>(2,4)</th> <th>(3,5)</th> <th>(4,5)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>d_{i,j}</math></td> <td>4</td> <td>5</td> <td>7</td> <td>3</td> <td>8</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td><math>C_{i,j}</math></td> <td>30</td> <td>25</td> <td>60</td> <td>50</td> <td>38</td> <td>40</td> </tr> <tr> <td><math>h_{i,j}</math></td> <td>2</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>6</td> </tr> </tbody> </table>	Параметры	Работы						(1,2)	(1,3)	(1,4)	(2,4)	(3,5)	(4,5)	$d_{i,j}$	4	5	7	3	8	8	$C_{i,j}$	30	25	60	50	38	40	$h_{i,j}$	2	7	8	3	4	6
Параметры	Работы																																		
	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(2,4)	(3,5)	(4,5)																													
$d_{i,j}$	4	5	7	3	8	8																													
$C_{i,j}$	30	25	60	50	38	40																													
$h_{i,j}$	2	7	8	3	4	6																													
	<p>новая продолжительность проекта <math>t_0 = 16</math> дней</p>																																		

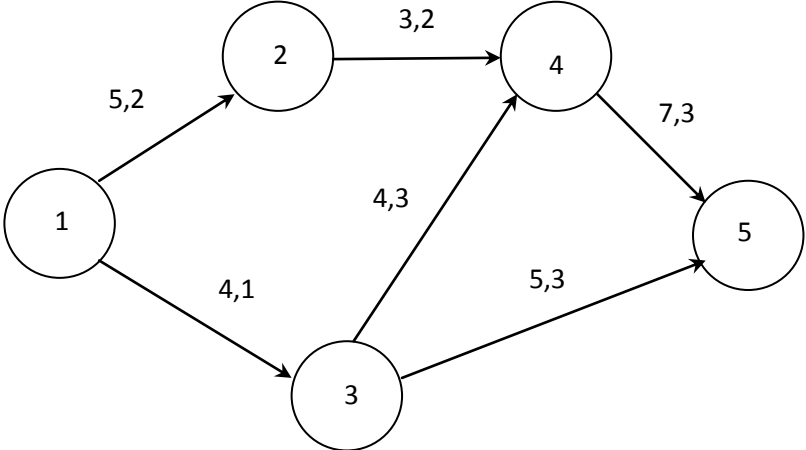
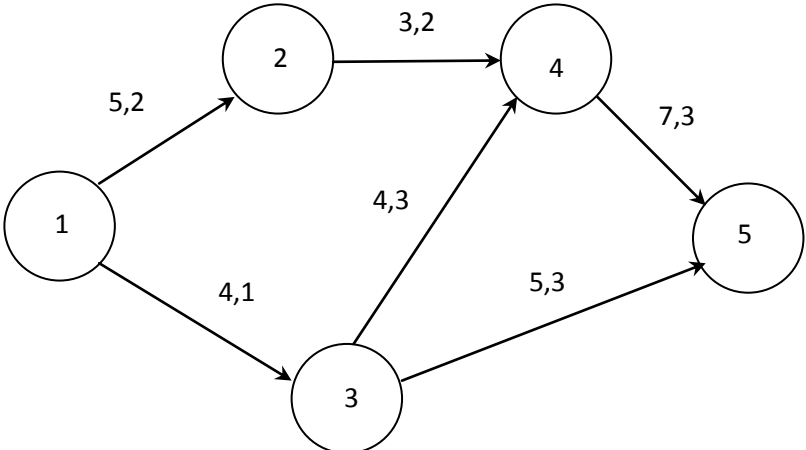
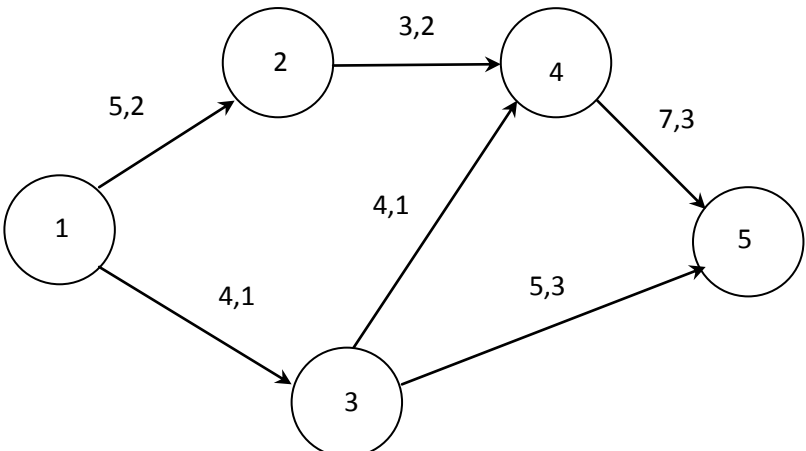
#### 4.2. Задание 2

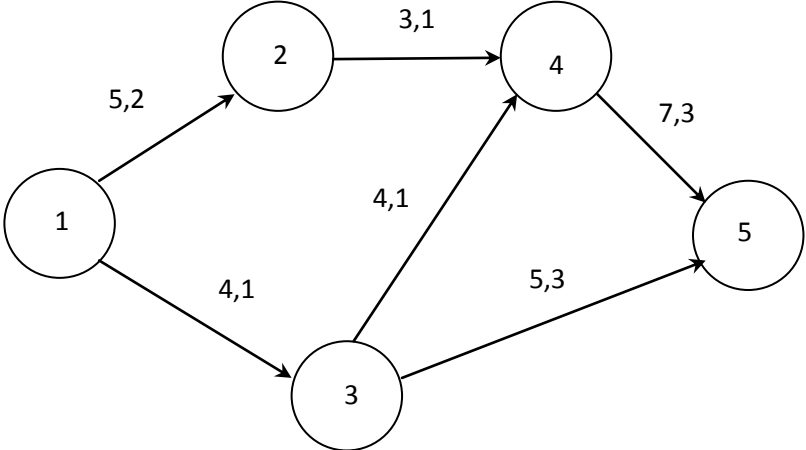
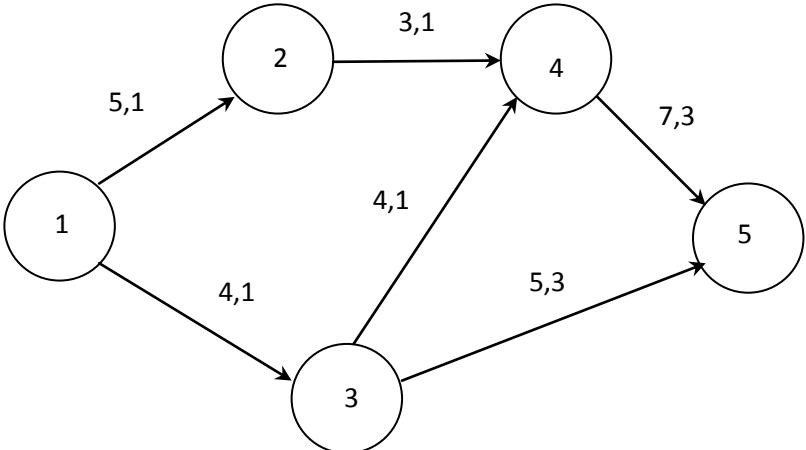
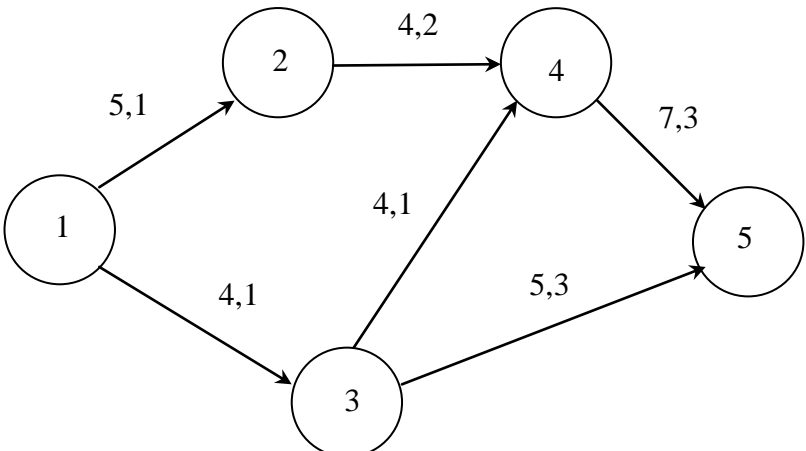
№	Сетевой график
1	 <pre> graph LR     1((1)) -- "4,1" --&gt; 2((2))     1((1)) -- "3,2" --&gt; 3((3))     1((1)) -- "7,2" --&gt; 4((4))     2((2)) -- "3,1" --&gt; 4((4))     3((3)) -- "5,3" --&gt; 5((5))     4((4)) -- "8,3" --&gt; 5((5)) </pre>
	<p><math>k_{1,2} = 0.1, k_{1,3} = 0.5, k_{1,4} = 0.1, k_{2,4} = 0.3, k_{3,5} = 0.2, k_{4,5} = 0.5</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 10</math> дней</p>

№	Сетевой график
2	 <p> <math>k_{1,2} = 0.1, k_{1,3} = 0.5, k_{1,4} = 0.1, k_{2,4} = 0.3, k_{3,5} = 0.3, k_{4,5} = 0.5</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 8</math> дней </p>
3	 <p> <math>k_{1,2} = 0.1, k_{1,3} = 0.2, k_{1,4} = 0.1, k_{2,4} = 0.3, k_{3,5} = 0.3, k_{4,5} = 0.5</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 9</math> дней </p>
4	 <p> <math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.2, k_{1,4} = 0.1, k_{2,4} = 0.3, k_{3,5} = 0.3, k_{4,5} = 0.5</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 10</math> дней </p>

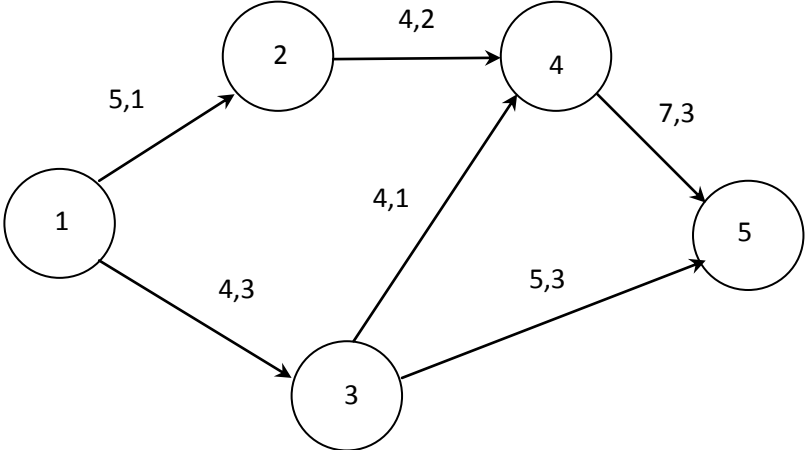
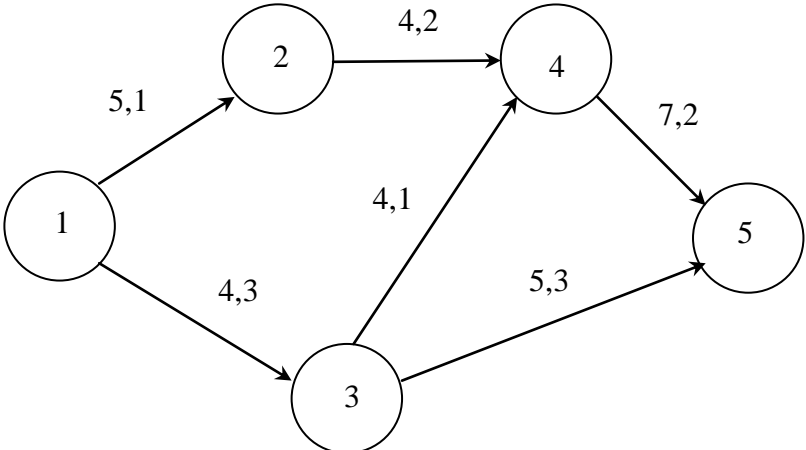
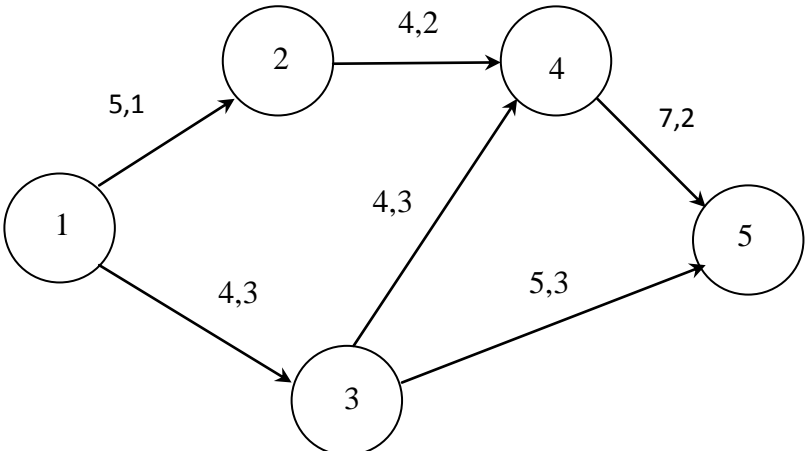
№	Сетевой график
5	 <p data-bbox="368 689 1394 801"> <math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.2, k_{1,4} = 0.1, k_{2,4} = 0.3, k_{3,5} = 0.3, k_{4,5} = 0.5</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 9</math> дней </p>
6	 <p data-bbox="368 1299 1394 1411"> <math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.2, k_{2,3} = 0.1, k_{2,4} = 0.3, k_{3,5} = 0.3, k_{4,5} = 0.5</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 10</math> дней </p>
7	 <p data-bbox="368 1908 1394 2020"> <math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.2, k_{2,3} = 0.2, k_{2,4} = 0.3, k_{3,5} = 0.3, k_{4,5} = 0.5</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 8</math> дней </p>

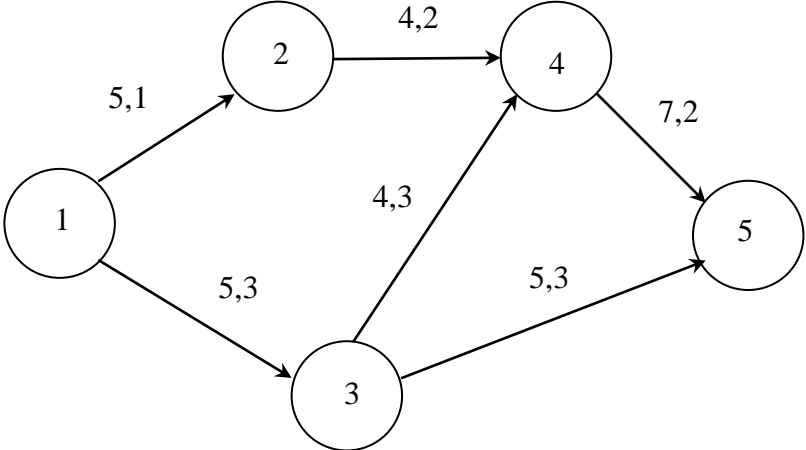
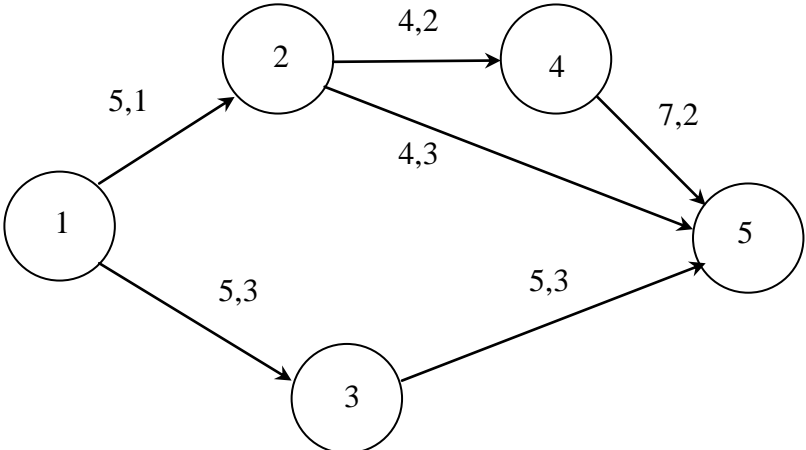
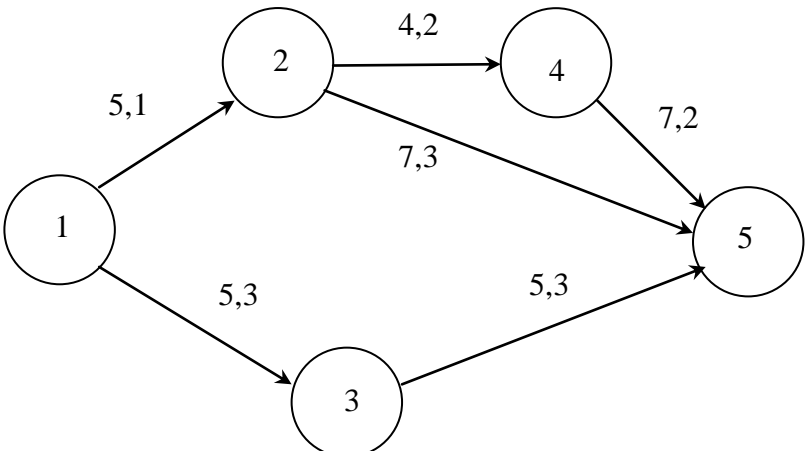
№	Сетевой график
8	 <p data-bbox="363 689 1396 743"><math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.2, k_{2,3} = 0.2, k_{2,4} = 0.2, k_{3,5} = 0.3, k_{4,5} = 0.5</math></p> <p data-bbox="411 761 1348 806">Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 8</math> дней</p>
9	 <p data-bbox="363 1305 1396 1359"><math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.2, k_{2,3} = 0.2, k_{2,4} = 0.2, k_{3,5} = 0.3, k_{4,5} = 0.5</math></p> <p data-bbox="411 1377 1348 1422">Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 11</math> дней</p>
10	 <p data-bbox="363 1921 1396 1975"><math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.25, k_{2,3} = 0.2, k_{2,4} = 0.2, k_{3,5} = 0.3, k_{4,5} = 0.5</math></p> <p data-bbox="411 1993 1348 2038">Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 11</math> дней</p>

№	Сетевой график
11	 <p data-bbox="359 689 1404 801"> <math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.25, k_{3,4} = 0.2, k_{2,4} = 0.2, k_{3,5} = 0.3, k_{4,5} = 0.5</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 10</math> дней </p>
12	 <p data-bbox="359 1299 1404 1411"> <math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.25, k_{3,4} = 0.2, k_{2,4} = 0.1, k_{3,5} = 0.3, k_{4,5} = 0.5</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 11</math> дней </p>
13	 <p data-bbox="359 1908 1404 2020"> <math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.25, k_{3,4} = 0.2, k_{2,4} = 0.15, k_{3,5} = 0.3, k_{4,5} = 0.5</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 10</math> дней </p>

№	Сетевой график
14	 <p data-bbox="347 689 1422 801"> <math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.25, k_{3,4} = 0.2, k_{2,4} = 0.15, k_{3,5} = 0.3, k_{4,5} = 0.5</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 9</math> дней </p>
15	 <p data-bbox="336 1299 1433 1411"> <math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.25, k_{3,4} = 0.25, k_{2,4} = 0.15, k_{3,5} = 0.3, k_{4,5} = 0.5</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 9</math> дней </p>
16	 <p data-bbox="336 1908 1433 2020"> <math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.25, k_{3,4} = 0.25, k_{2,4} = 0.15, k_{3,5} = 0.3, k_{4,5} = 0.4</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 10</math> дней </p>



№	Сетевой график
17	 <p data-bbox="336 689 1430 801"> <math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.25, k_{3,4} = 0.25, k_{2,4} = 0.15, k_{3,5} = 0.3, k_{4,5} = 0.4</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 12</math> дней </p>
18	 <p data-bbox="405 1299 1362 1406"> <math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.15, k_{3,4} = 0.15, k_{2,4} = 0.15, k_{3,5} = 0.3, k_{4,5} = 0.4</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 12</math> дней </p>
19	 <p data-bbox="336 1899 1430 2011"> <math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.15, k_{3,4} = 0.35, k_{2,4} = 0.15, k_{3,5} = 0.3, k_{4,5} = 0.4</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 12</math> дней </p>

№	Сетевой график
20	 <p> <math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.15, k_{3,4} = 0.35, k_{2,4} = 0.15, k_{3,5} = 0.2, k_{4,5} = 0.4</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 12</math> дней </p>
21	 <p> <math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.15, k_{2,5} = 0.35, k_{2,4} = 0.15, k_{3,5} = 0.2, k_{4,5} = 0.4</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 10</math> дней </p>
22	 <p> <math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.15, k_{2,5} = 0.30, k_{2,4} = 0.15, k_{3,5} = 0.2, k_{4,5} = 0.4</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 10</math> дней </p>

№	Сетевой график
23	<p> <math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.25, k_{2,5} = 0.30, k_{2,4} = 0.15, k_{3,5} = 0.2, k_{4,5} = 0.4</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 12</math> дней </p>
24	<p> <math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.15, k_{2,5} = 0.30, k_{2,4} = 0.15, k_{3,5} = 0.2, k_{4,5} = 0.4</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t^0 = 10</math> дней </p>
25	<p> <math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.15, k_{2,5} = 0.30, k_{2,4} = 0.15, k_{3,5} = 0.2, k_{4,5} = 0.4</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 12</math> дней </p>

## **5. Контрольные вопросы**

1. Дать математическое определение понятия сетевой график.
2. Каким образом связаны в сетевом графике события и работы.
3. Что означает свершение события?
4. Какие типичные числовые метки приписываются работам на сетевом графике?
5. Сформулировать математическую модель оптимизации сетевого графика по ресурсам.
6. Сформулировать математическую модель оптимизации сетевого графика по времени выполнения.