

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Емельянов Сергей Геннадьевич

Должность: ректор

Дата подписания: 01.09.2018

Уникальный программный ключ:

9ba7d3e34c012eba476ffd2d064cf2781953be250bd2374d76f5c0ce536f0c6

## МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Юго-Западный государственный университет»  
(ЮЗГУ)

Кафедра программной инженерии



## ОПТИМИЗАЦИЯ СЕТЕВЫХ ГРАФИКОВ

Методические указания к практическому занятию  
по дисциплине «Методы оптимальных решений»  
для студентов направления подготовки  
38.03.01 «Экономика»

Курск 2018

УДК 519.6

Составители: В.В. Свиридов, Т.В. Алябьева

Рецензент:

кандидат технических наук, доцент кафедры программной инженерии  
ЮЗГУ *В.В. Апальков*

**Оптимизация сетевых графиков:** методические указания к практическому занятию по дисциплине «Методы оптимальных решений» для студентов направления подготовки 38.03.01 «Экономика» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: В.В. Свиридов, Т.В. Алябьева. Курск, 2018. 36 с.

Изложены основные сведения об оптимизации сетевых графиков по времени выполнения и затратам ресурсов. Рассмотрены примеры выполнения заданий. Приведены варианты заданий, контрольные вопросы к защите практической работы.

Методические указания соответствуют требованиям рабочей программы по дисциплине «Методы оптимальных решений». Материал предназначен для студентов 38.03.01 «Экономика» очной и заочной форм обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 02.10.2018.. Формат 60 x 84 1/16.

Усл. печ. л.1,7. Уч.- изд. л.1,6. Тираж 100 экз. Заказ 2150. Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.

305040, Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

## Содержание

1. Цель занятия .....	4
2. Краткие теоретические сведения .....	5
2.1. Основные понятия теории сетевых графиков .....	5
2.2. Минимизация стоимости проекта при фиксированной его продолжительности .....	5
2.3. Задача о сокращении срока проекта на заданную величину при минимизации расходуемых средств .....	6
3. Примеры выполнения задания .....	7
4. Индивидуальные задания .....	15
4.1. Задание 1 .....	15
4.2. Задание 2 .....	27
5. Контрольные вопросы .....	36

# ОПТИМИЗАЦИЯ СЕТЕВЫХ ГРАФИКОВ

## 1. Цель занятия

Целью практического занятия является получение навыков по оптимизации сетевых графиков по времени выполнения и затратам ресурсов.

### Задание 1

Дан сетевой график с параметрами работ:

–  $d_{i,j}$  – минимально возможное время выполнения работ в срочном режиме;

–  $C_{i,j}$  – затраты ресурсов, необходимые для выполнения работы в срочном режиме;

–  $h_{i,j}$  – технологические коэффициенты в формуле  $c_{i,j} = C_{i,j} - h_{i,j}(t_{i,j} - d_{i,j})$  показывающие снижение затрат при возможном увеличении времени выполнения работ;

–  $t_{кр}$  – текущее время выполнения работ;

–  $t_0$  – требуемое время выполнения проекта, большее  $t_{кр}$ .

Требуется рассчитать минимальные суммарные затраты (то есть оптимизировать по ресурсам) на выполнения всех работ к указанному сроку.

### Задание 2

Требуется рассчитать величины дополнительных вложений  $x_{i,j}$  в отдельные работы проекта с тем, чтобы общий срок его выполнения не превышал заданной величины  $t_0$  (то есть оптимизировать по времени), а суммарный расход дополнительных средств был минимальным.

Известно, что вложение дополнительных средств  $x_{i,j}$  в работу  $(i,j)$  сокращает время ее выполнения до величины  $t'_{i,j} = t_{i,j} - k_{i,j}x_{i,j}$ , где  $k_{i,j}$  – технологические коэффициенты использования дополнительных средств. По этой формуле сокращение продолжительности работы не беспредельно, а реально возможно только до заданной величины  $d_{i,j}$ .

Требуется рассчитать время начала  $t_{i,j}^H$  каждой работы и время ее окончания  $t_{i,j}^0$ , так чтобы проект был выполнен в указанный срок  $t_0$ .

## 2. Краткие теоретические сведения

### 2.1. Основные понятия теории сетевых графиков

Сетевым графиком называется связный ориентированный ациклический граф  $G = (V, E)$ , в котором вершины  $V = \{1, 2, \dots, n\}$  – это события, а множество ребер  $E = \{(i, j)\}, i, j \in \{1, \dots, n\}$  – это работы проекта вида  $(i, j)$ , где  $i$  – событие, означающее начало работы, а  $j$  – событие, означающее окончание работы.

На практике работа – это любые действия, трудовые процессы, сопровождающиеся затратами ресурсов и времени и приводящие к определенным результатам.

На сетевых графиках работы изображаются отрезками прямых линий с указанием направления, то есть стрелками. Рядом со стрелкой указываются числовые характеристики: время выполнения работы, расход ресурсов, количество исполнителей и т.д.

Событие означает факт выполнения всех работ в него входящих или начала работ из него выходящих. На сетевых графиках события изображаются геометрическими фигурами (круги, квадраты и т.д.). События выражают логическую взаимосвязь работ, ни одна работа, исходящая из события не может начаться до завершения всех работ, входящих в событие.

Событие 1 называется исходным, это старт проекта, событие  $n$  – конечное, это факт завершения всех работ проекта.

### 2.2. Минимизация стоимости проекта при фиксированной его продолжительности

Пусть задан сетевой график процесса  $G = (V, E)$ . Известны продолжительности выполнения работ и их стоимость в срочном режиме  $(d_{i,j}, C_{i,j})$ .

Рассчитывается критическое (минимальное) время выполнения проекта  $t_{кр}$  и стоимость выполнения проекта  $C$  (максимальная). Для каждой работы известен коэффициент дополнительных затрат  $h_{i,j}$ .

Ставится задача минимизации стоимости проекта при заданном приемлемом сроке  $t_0$  выполнения проекта за счет увеличения времени выполнения отдельных работ.

После оптимизации все работы будут критическими, так как время их выполнения будет максимальным. Ни одно событие и ни

одна работа не будут иметь резерва, время начала и окончания каждой работы совпадает с временами свершения начального и конечного события.

В данной задаче неизвестными величинами являются времена событий  $t_i, i = 2, \dots, n-1$ . Для начального события время известно:  $t_1 = 0$ . Продолжительность  $t_{i,j}$  работы  $(i, j)$  в искомом плане равняется  $t_j - t_i$ , а стоимость будет равна  $c_{i,j} = C_{i,j} - h_{i,j}(t_j - t_i - d_{i,j})$ .

Математическая модель задачи имеет вид:

$$z = \sum_{e=(i,j) \in E} (C_{i,j} - h_{i,j}(t_j - t_i - d_{i,j}));$$

$$t_j - t_i \geq d_{i,j}, (i, j) \in E;$$

$$t_1 = 0, t_n \leq T_0.$$

Данная задача относится к классу задач линейного программирования и может быть решена симплекс-методом.

### **2.3. Задача о сокращении срока проекта на заданную величину при минимизации расходуемых средств**

Требуется рассчитать величины дополнительных вложений  $x_{i,j}$  в отдельные работы проекта с тем, чтобы общий срок его выполнения не превышал заданной величины  $t_0$ , а суммарный расход дополнительных средств был минимальным.

Известно, что вложение дополнительных средств  $x_{i,j}$  в работу  $(i, j)$  сокращает время ее выполнения до величины  $t'_{i,j} = t_{i,j} - k_{i,j}x_{i,j}$ , где  $k_{i,j}$  – технологические коэффициенты использования дополнительных средств. По этой формуле сокращение продолжительности работы не беспредельно, а реально возможно только до заданной величины  $d_{i,j}$ . Требуется рассчитать время начала  $t_{i,j}^H$  каждой работы и время ее окончания  $t_{i,j}^0$ , так чтобы проект был выполнен в указанный срок  $t_0$ .

Математическая модель задачи имеет вид:

$$z = \sum_{(i,j) \in E} x_{i,j} \rightarrow \min,$$

$$t_{i,n}^0 \leq t_0, (i,n) \in E,$$

$$t_{i,j}^0 - t_{i,j}^H \geq d_{i,j}, (i,j) \in E,$$

$$t_{i,j}^0 - t_{i,j}^H = t_{i,j} - k_{i,j}x_{i,j}, (i,j) \in E,$$

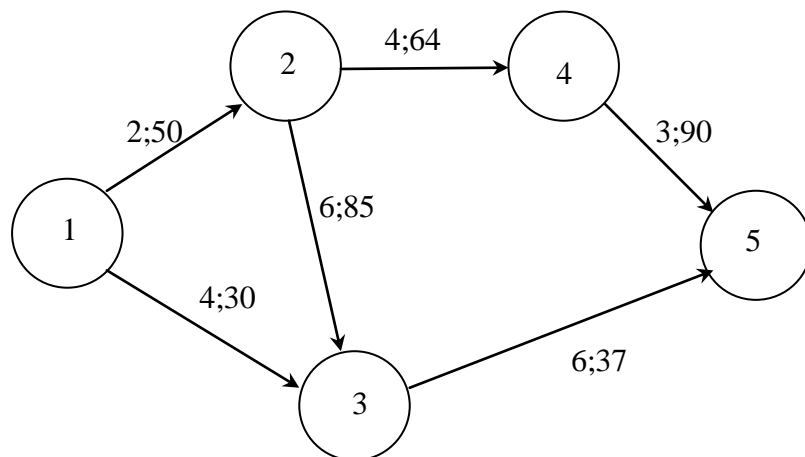
$$t_{j,r}^H \geq t_{i,j}^0, \forall (i,j), (j,r) \in E;$$

$$t_{i,j}^H \geq 0, t_{i,j}^0 \geq 0, x_{i,j} \geq 0, (i,j) \in E.$$

### 3. Примеры выполнения задания

#### Пример 1.

Дан сетевой график:



Для каждой работы известна ее продолжительность  $t_{i,j}$  (первое число на сетевом графике) и минимально возможное время ее выполнения  $d_{i,j}$  (второе число на сетевом графике).

Параметры работ даны в таблице:

Параметры	Работы					
	(1,2)	(1,3)	(2,3)	(2,4)	(3,5)	(4,5)
$d_{i,j}$	2	4	6	4	6	3
$C_{i,j}$	50	30	85	64	37	90
$h_{i,j}$	5	3	12	7	4	6

Определяем время выполнения как длину самого длинного пути 1–2–3–5 в сетевом графике:  $t_{кр} = 14$ .

Текущая цена проекта равна  $C = 50 + 30 + 85 + 64 + 37 + 90 = 356$ .

Требуется максимально снизить расходы на проект так, чтобы новая продолжительность проекта составляла  $t^0 = 17$  дней.

Построим ценовую функцию и приведем ее к стандартному виду:

$$\begin{aligned}c(t_2, t_3, t_4) &= 50 - 5(t_2 - t_1) + 30 - 3(t_3 - t_1 - 4) + 85 - 12(t_3 - t_2 - 6) + 64 - \\ &- 7(t_4 - t_2 - 4) + 37 - 4(t_5 - t_3 - 6) + 90 - 6(t_5 - t_4 - 3) = \\ &= 50 + 30 + 85 + 64 + 37 + 90 + 12 + 72 + 28 + 24 + 18 + (5 + 3)t_1 + \\ &+ (-5 + 12 + 7)t_2 + (-3 - 12 + 4)t_3 + (-7 + 6)t_4 + (-4 - 6)t_5 = \\ &= 520 + 8 \cdot 0 + 14 \cdot t_2 - 11t_3 - t_4 - 17 \cdot 10 = 350 + 14t_2 - 11t_3 - t_4\end{aligned}$$

Система ограничений имеет вид:

$$t_2 - t_1 = t_2 - 0 = t_2 \geq 2;$$

$$t_2 - t_1 = t_3 - 0 = t_3 \geq 4;$$

$$t_3 - t_2 \geq 6;$$

$$t_4 - t_2 \geq 4;$$

$$t_5 - t_3 \geq 17 - t_3 \geq 6 \Leftrightarrow t_3 \leq 11;$$

$$t_5 - t_4 = 17 - t_4 \geq 3 \Leftrightarrow t_4 \leq 14;$$

$$t_2 \geq 0, \quad t_3 \geq 0, \quad t_4 \geq 0.$$

Окончательно получаем математическую модель задачи:

$$z = -14t_2 + 11t_3 + t_4 \rightarrow \max;$$

$$-t_2 \leq -2;$$

$$-t_3 \leq -4;$$

$$-t_3 + t_2 \leq -6;$$

$$-t_4 + t_2 \leq -4;$$

$$t_3 \leq 11;$$

$$t_4 \leq 14;$$

$$t_2 \geq 0, \quad t_3 \geq 0, \quad t_4 \geq 0.$$

Приведем задачу к каноническому виду:



$$z \rightarrow \max;$$

$$z + 14t_2 - 11t_3 - t_4 = 0;$$

$$-t_2 + s_1 = -2;$$

$$-t_3 + s_2 = -4;$$

$$-t_3 + t_2 + s_3 = -6;$$

$$-t_4 + t_2 + s_4 = -4;$$

$$t_3 + s_5 = 11;$$

$$t_4 + s_6 = 14;$$

$$t_2 \geq 0, t_3 \geq 0, t_4 \geq 0, s_1 \geq 0, s_2 \geq 0, s_3 \geq 0, s_4 \geq 0, s_5 \geq 0, s_6 \geq 0.$$

Рассмотрим начальную симплекс-таблицу:

$B$	$z$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$s_5$	$s_6$	Реш.
$z$	1	14	-11	-1	0	0	0	0	0	0	0
$s_1$	0	-1	0	0	1	0	0	0	0	0	-2
$s_2$	0	0	-1	0	0	1	0	0	0	0	-4
$s_3$	0	1	-1	0	0	0	1	0	0	0	-6
$s_4$	0	1	0	-1	0	0	0	1	0	0	-4
$s_5$	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	11
$s_6$	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	14

Симплекс-преобразованиями делаем таблицу допустимой:

$B$	$z$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$s_5$	$s_6$	Реш.
$z$	1	14	-11	-1	0	0	0	0	0	0	0
$s_1$	0	-1	0	0	1	0	0	0	0	0	-2
$s_2$	0	0	-1	0	0	1	0	0	0	0	-4
$s_3$	0	1	-1	0	0	0	1	0	0	0	-6
$s_4$	0	1	0	-1	0	0	0	1	0	0	-4
$s_5$	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	11
$s_6$	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	14

$B$	$z$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$s_5$	$s_6$	Реш.
$z$	1	3	0	-1	0	0	-11	0	0	0	66
$s_1$	0	-1	0	0	1	0	0	0	0	0	-2
$s_2$	0	-1	0	0	0	1	-1	0	0	0	2
$t_3$	0	-1	1	0	0	0	-1	0	0	0	6
$s_4$	0	1	0	-1	0	0	0	1	0	0	-4
$s_5$	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	5
$s_6$	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	14

$B$	$z$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$s_5$	$s_6$	Реш.
$z$	1	2	0	0	0	0	-11	-1	0	0	70
$s_1$	0	-1	0	0	1	0	0	0	0	0	-2
$s_2$	0	-1	0	0	0	1	-1	0	0	0	2
$t_3$	0	-1	1	0	0	0	-1	0	0	0	6
$t_4$	0	-1	0	1	0	0	0	-1	0	0	4
$s_5$	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	5
$s_6$	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	10

$B$	$z$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$s_5$	$s_6$	Реш.
$z$	1	0	0	0	2	0	-11	-1	0	0	66
$t_2$	0	1	0	0	-1	0	0	0	0	0	2
$s_2$	0	0	0	0	-1	1	-1	0	0	0	4
$t_3$	0	0	1	0	-1	0	-1	0	0	0	8
$t_4$	0	0	0	1	-1	0	0	-1	0	0	6
$s_5$	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	3
$s_6$	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	8

Приведем таблицу к оптимальному виду:

$B$	$z$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$s_5$	$s_6$	Реш.
$z$	1	0	0	0	2	0	-11	-1	0	0	66
$t_2$	0	1	0	0	-1	0	0	0	0	0	2
$s_2$	0	0	0	0	-1	1	-1	0	0	0	4
$t_3$	0	0	1	0	-1	0	-1	0	0	0	8
$t_4$	0	0	0	1	-1	0	0	-1	0	0	6
$s_5$	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	3
$s_6$	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	8

$B$	$z$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$s_5$	$s_6$	Реш.
$z$	1	0	0	0	13	0	0	-1	11	0	99
$t_2$	0	1	0	0	-1	0	0	0	0	0	2
$s_2$	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	7
$t_3$	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	11
$t_4$	0	0	0	1	-1	0	0	-1	0	0	6
$s_3$	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	3
$s_6$	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	8

$B$	$z$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$s_5$	$s_6$	Реш.
$z$	1	0	0	0	14	0	0	0	11	1	107
$t_2$	0	1	0	0	-1	0	0	0	0	0	2
$s_2$	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	7
$t_3$	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	11
$t_4$	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	14
$s_3$	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	3
$s_4$	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	8

Получили оптимальное решение:

$$t_2 = 2; t_3 = 11; t_4 = 14; z = 107 \rightarrow c = 350 - 107 = 243.$$

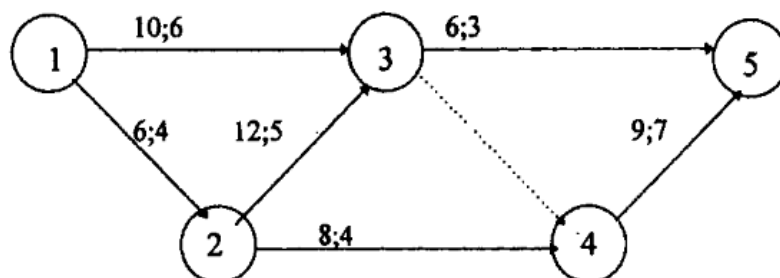
Таким образом, при допустимом увеличении продолжительности проекта с 14 до 17 дней затраты уменьшаются с 356 у.е. до 243 у.е., экономия при этом составляет  $356 - 243 = 116$  у.е.

Новые затраты на работы при этом будут

- (1, 2) –  $2 - 0 = 2$  дня,
- (1, 3) –  $11 - 0 = 11$  дней,
- (2, 3) –  $11 - 2 = 9$  дней,
- (2, 4) –  $14 - 2 = 12$  дней,
- (3, 5) –  $17 - 11 = 6$  дней,
- (4, 5) –  $17 - 14 = 3$  дня.

### Пример 2.

Проект представлен сетевым графиком:



Для каждой работы известна ее продолжительность  $t_{i,j}$  (первое число на сетевом графике) и минимально возможное время ее выполнения  $d_{i,j}$  (второе число на сетевом графике).

Задан требуемый срок выполнения проекта  $t_0 = 22$  (для исходных данных  $t_{kr} = 24$ ). Известны технологические коэффициенты использования дополнительных средств:  $k_{1,2} = 0.1, k_{1,3} = 0.5, k_{2,3} = 0.1, k_{2,4} = 0.3, k_{3,5} = 0.2, k_{4,5} = 0.5$

Требуется рассчитать величины:

$t_{i,j}^H$  – времена начала работ,  $t_{i,j}^O$  – времена окончания работ,  $X_{i,j}$  – размер денежных ресурсов, выделяемых на работу таким образом, чтобы:

- 1) Суммарный объем выделяемых ресурсов был минимальным;
- 2) Время выполнения каждой работы было не меньше заданной величины  $d_{i,j}$ ;
- 3) Время выполнения всего комплекса работ не превосходило  $t_0$ .

**Решение.**

Запишем математическую модель задачи:

$$z = x_{1,2} + x_{1,3} + x_{2,3} + x_{2,4} + x_{3,5} + x_{4,5} \rightarrow \min;$$

$$t_{1,2}^O - t_{1,2}^H = 6 - 0.1x_{1,2};$$

$$t_{1,3}^O - t_{1,3}^H = 10 - 0.5x_{1,3};$$

$$t_{2,3}^O - t_{2,3}^H = 12 - 0.1x_{2,3};$$

$$t_{3,5}^O - t_{3,5}^H = 6 - 0.2x_{3,5};$$

$$t_{2,4}^O - t_{2,4}^H = 8 - 0.3x_{2,4};$$

$$t_{4,5}^O - t_{4,5}^H = 9 - 0.5x_{4,5};$$

$$\begin{aligned}
t_{1,2}^O - t_{1,2}^H &\geq 4; \\
t_{1,3}^O - t_{1,3}^H &\geq 6; \\
t_{2,3}^O - t_{2,3}^H &\geq 5; \\
t_{3,5}^O - t_{3,5}^H &\geq 3; \\
t_{2,4}^O - t_{2,4}^H &\geq 4; \\
t_{4,5}^O - t_{4,5}^H &\geq 7; \\
t_{1,2}^H = 0; t_{1,2}^O &\leq t_{2,3}^H; t_{1,2}^O \leq t_{2,4}^H; \\
t_{1,3}^H = 0; t_{1,3}^O &\leq t_{3,5}^H; t_{1,3}^O \leq t_{4,5}^H; \\
t_{2,3}^O &\leq t_{3,5}^H; t_{2,3}^O \leq t_{4,5}^H; \\
t_{2,4}^O &\leq t_{4,5}^H; \\
t_{3,5}^O &\leq 22; \\
t_{4,5}^O &\leq 22;
\end{aligned}$$

Решим построенную математическую модель в пакете MathCad:

```

X12 := 10  X13 := 10  X23 := 10  X24 := 10
X35 := 10  X45 := 10
tn12 := 0  to12 := 0  tn23 := 0  to23 := 0
tn13 := 0  to13 := 0  tn24 := 0  to24 := 0
tn35 := 0  to35 := 0
tn45 := 0  to45 := 0

z(tn12,to12,tn13,to13,tn23,to23,tn24,to24,tn35,to35,tn45,to45,X12,X13,X23,X24,X35,X45) := X12 + X13 + X23 + X24 + X35 + X45

Given
to12 - tn12 = 6 - 0.1·X12  to13 - tn13 = 10 - 0.5·X13
to23 - tn23 = 12 - 0.1·X23  to35 - tn35 = 6 - 0.2·X35
to24 - tn24 = 8 - 0.3·X24  to45 - tn45 = 9 - 0.5·X45
to12 - tn12 ≥ 4  to13 - tn13 ≥ 6
to23 - tn23 ≥ 5  to35 - tn35 ≥ 3
to24 - tn24 ≥ 4  to45 - tn45 ≥ 7
tn12 = 0  tn13 = 0  X12 ≥ 0  X13 ≥ 0
to12 ≤ tn23  to12 ≤ tn24  X23 ≥ 0  X24 ≥ 0
to13 ≤ tn35  to13 ≤ tn45

```

$$\begin{aligned}
& \text{to23} \leq \text{tn35} & \text{to23} \leq \text{tn45} & \quad X_{35} \geq 0 & \quad X_{45} \geq 0 \\
& \text{to24} \leq \text{tn45} \\
& \text{to35} \leq 22 & \text{to45} \leq 22
\end{aligned}$$

Минимизация затрат

$$Q := \text{minimize}(z, \text{tn12}, \text{to12}, \text{tn13}, \text{to13}, \text{tn23}, \text{to23}, \text{tn24}, \text{to24}, \text{tn35}, \text{to35}, \text{tn45}, \text{to45}, X_{12}, X_{13}, X_{23}, X_{24}, X_{35}, X_{45})$$

Найденные сроки начала и завершения работ

$$\underline{\text{tn12}} := Q_0 = 0 \quad \underline{\text{to12}} := Q_1 = 5.917$$

$$\underline{\text{tn13}} := Q_2 = 0 \quad \underline{\text{to13}} := Q_3 = 10$$

$$\underline{\text{tn23}} := Q_4 = 5.917 \quad \underline{\text{to23}} := Q_5 = 15$$

$$\underline{\text{tn24}} := Q_6 = 5.917 \quad \underline{\text{to24}} := Q_7 = 13.917$$

$$\underline{\text{tn35}} := Q_8 = 15 \quad \underline{\text{to35}} := Q_9 = 21$$

$$\underline{\text{tn45}} := Q_{10} = 15 \quad \underline{\text{to45}} := Q_{11} = 22$$

Найденные величины затрат на ускорение работ

$$\underline{X_{12}} := Q_{12} = 0.833$$

$$\underline{X_{13}} := Q_{13} = 0$$

$$\underline{X_{23}} := Q_{14} = 29.167$$

$$\underline{X_{24}} := Q_{15} = 0$$

$$\underline{X_{35}} := Q_{16} = 0$$

$$\underline{X_{45}} := Q_{17} = 4$$

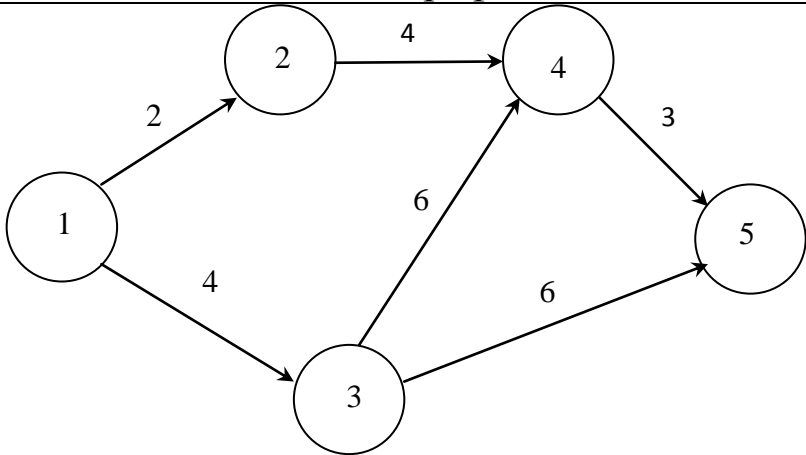
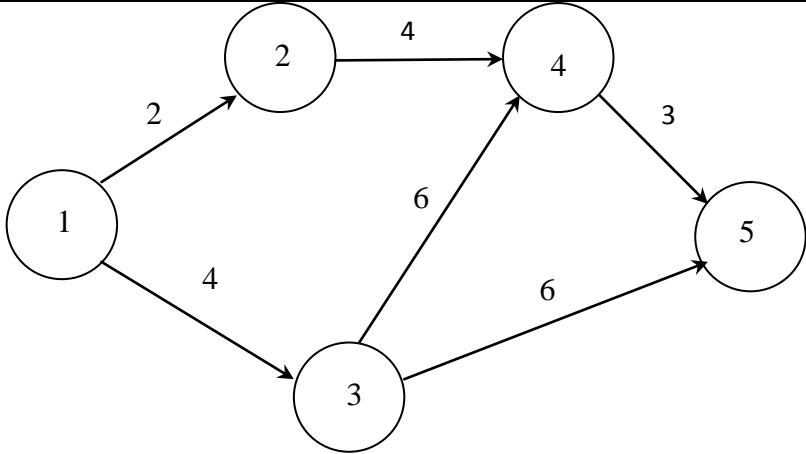
Минимальные суммарные затраты

$$\underline{W} := z(\text{tn12}, \text{to12}, \text{tn13}, \text{to13}, \text{tn23}, \text{to23}, \text{tn24}, \text{to24}, \text{tn35}, \text{to35}, \text{tn45}, \text{to45}, X_{12}, X_{13}, X_{23}, X_{24}, X_{35}, X_{45})$$

$$W = 34$$

## 4. Индивидуальные задания

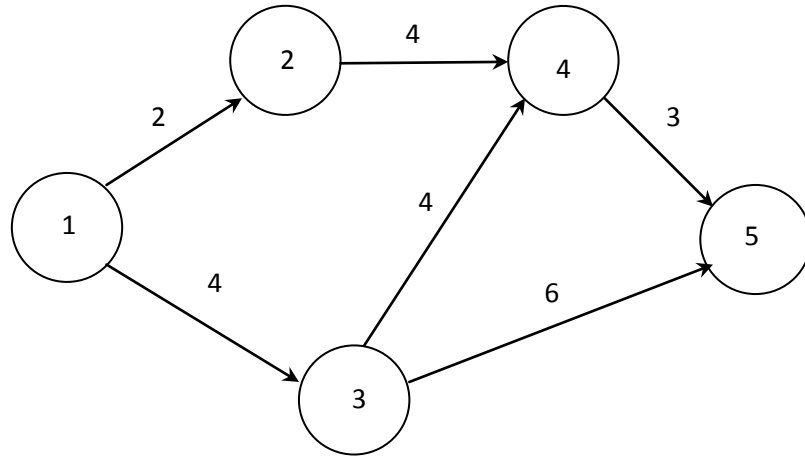
### 4.1. Задание 1

№	Сетевой график																																		
1	 <table border="1" data-bbox="365 822 1398 1095"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Параметры</th> <th colspan="6">Работы</th> </tr> <tr> <th>(1,2)</th> <th>(1,3)</th> <th>(2,3)</th> <th>(2,4)</th> <th>(3,5)</th> <th>(4,5)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>d_{i,j}</math></td> <td>2</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td><math>C_{i,j}</math></td> <td>50</td> <td>30</td> <td>85</td> <td>64</td> <td>37</td> <td>90</td> </tr> <tr> <td><math>h_{i,j}</math></td> <td>5</td> <td>3</td> <td>10</td> <td>7</td> <td>4</td> <td>6</td> </tr> </tbody> </table> <p data-bbox="443 1120 1321 1160">новая продолжительность проекта <math>t_0 = 19</math> дней</p>	Параметры	Работы						(1,2)	(1,3)	(2,3)	(2,4)	(3,5)	(4,5)	$d_{i,j}$	2	4	6	4	6	3	$C_{i,j}$	50	30	85	64	37	90	$h_{i,j}$	5	3	10	7	4	6
Параметры	Работы																																		
	(1,2)	(1,3)	(2,3)	(2,4)	(3,5)	(4,5)																													
$d_{i,j}$	2	4	6	4	6	3																													
$C_{i,j}$	50	30	85	64	37	90																													
$h_{i,j}$	5	3	10	7	4	6																													
2	 <table border="1" data-bbox="365 1653 1398 1926"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Параметры</th> <th colspan="6">Работы</th> </tr> <tr> <th>(1,2)</th> <th>(1,3)</th> <th>(3,4)</th> <th>(2,4)</th> <th>(3,5)</th> <th>(4,5)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>d_{i,j}</math></td> <td>2</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td><math>C_{i,j}</math></td> <td>50</td> <td>30</td> <td>85</td> <td>60</td> <td>37</td> <td>90</td> </tr> <tr> <td><math>h_{i,j}</math></td> <td>5</td> <td>3</td> <td>10</td> <td>7</td> <td>4</td> <td>6</td> </tr> </tbody> </table> <p data-bbox="443 1951 1321 1991">новая продолжительность проекта <math>t_0 = 20</math> дней</p>	Параметры	Работы						(1,2)	(1,3)	(3,4)	(2,4)	(3,5)	(4,5)	$d_{i,j}$	2	4	6	4	6	3	$C_{i,j}$	50	30	85	60	37	90	$h_{i,j}$	5	3	10	7	4	6
Параметры	Работы																																		
	(1,2)	(1,3)	(3,4)	(2,4)	(3,5)	(4,5)																													
$d_{i,j}$	2	4	6	4	6	3																													
$C_{i,j}$	50	30	85	60	37	90																													
$h_{i,j}$	5	3	10	7	4	6																													

№

## Сетевой график

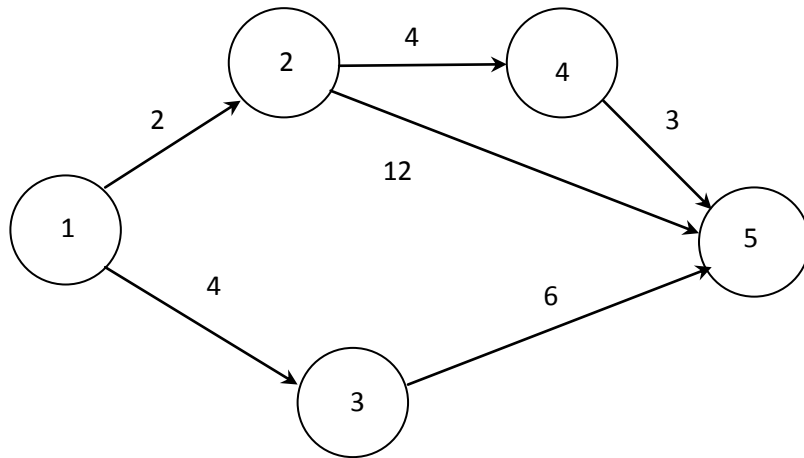
3



Параметры	Работы					
	(1,2)	(1,3)	(3,4)	(2,4)	(3,5)	(4,5)
$d_{i,j}$	2	4	6	4	6	3
$C_{i,j}$	50	30	85	60	37	90
$h_{i,j}$	5	3	10	7	4	6

новая продолжительность проекта  $t_0 = 20$  дней.

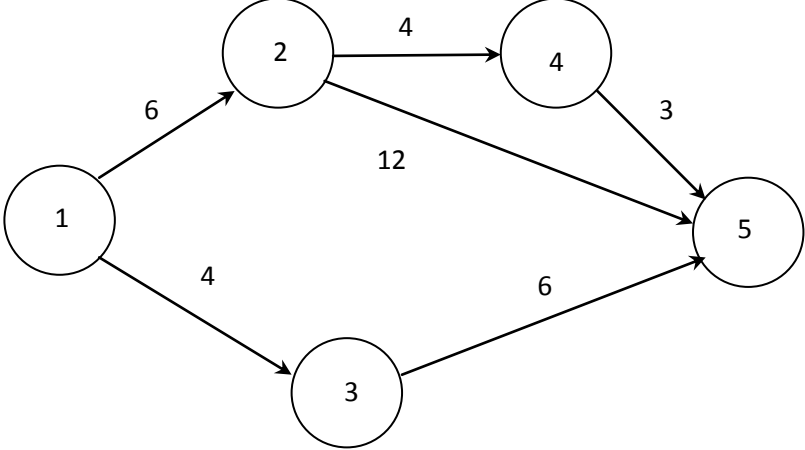
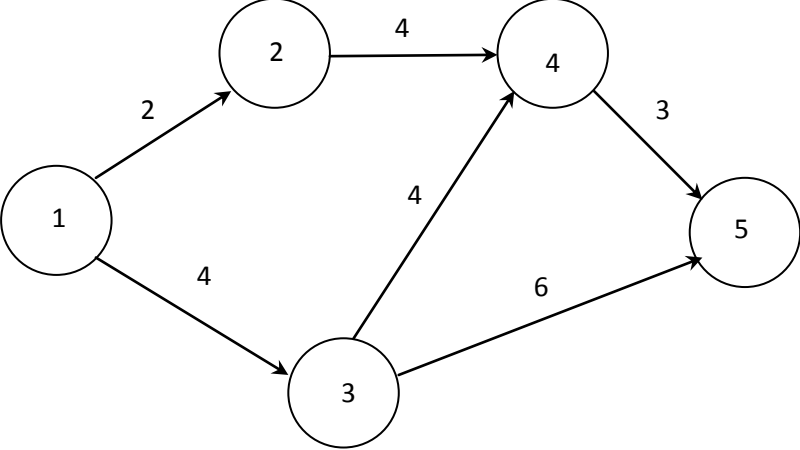
4



Параметры	Работы					
	(1,2)	(1,3)	(2,5)	(2,4)	(3,5)	(4,5)
$d_{i,j}$	2	4	12	4	6	3
$C_{i,j}$	50	30	85	60	37	90
$h_{i,j}$	5	3	10	7	4	6

новая продолжительность проекта  $t_0 = 22$  дней.

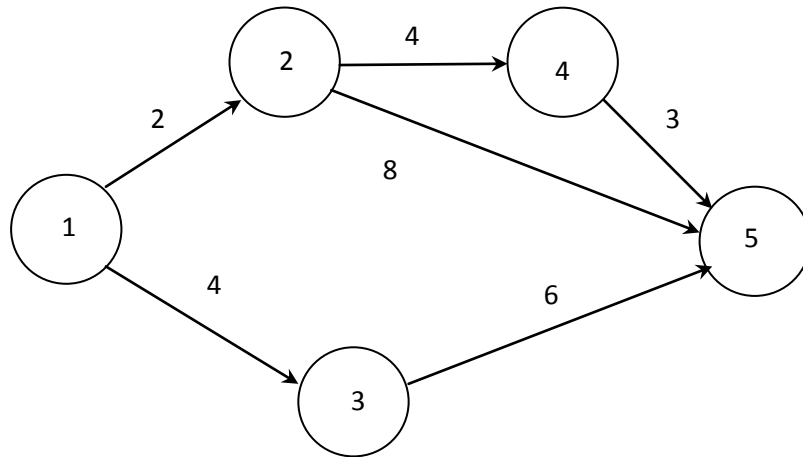


№	Сетевой график																																		
5	 <table border="1" data-bbox="368 689 1398 958"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Параметры</th> <th colspan="6">Работы</th> </tr> <tr> <th>(1,2)</th> <th>(1,3)</th> <th>(2,5)</th> <th>(2,4)</th> <th>(3,5)</th> <th>(4,5)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>d_{i,j}</math></td> <td>2</td> <td>4</td> <td>12</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td><math>C_{i,j}</math></td> <td>50</td> <td>30</td> <td>85</td> <td>60</td> <td>38</td> <td>60</td> </tr> <tr> <td><math>h_{i,j}</math></td> <td>5</td> <td>3</td> <td>10</td> <td>7</td> <td>4</td> <td>6</td> </tr> </tbody> </table> <p data-bbox="437 987 1326 1025">новая продолжительность проекта <math>t_0 = 25</math> дней.</p>	Параметры	Работы						(1,2)	(1,3)	(2,5)	(2,4)	(3,5)	(4,5)	$d_{i,j}$	2	4	12	4	6	3	$C_{i,j}$	50	30	85	60	38	60	$h_{i,j}$	5	3	10	7	4	6
Параметры	Работы																																		
	(1,2)	(1,3)	(2,5)	(2,4)	(3,5)	(4,5)																													
$d_{i,j}$	2	4	12	4	6	3																													
$C_{i,j}$	50	30	85	60	38	60																													
$h_{i,j}$	5	3	10	7	4	6																													
6	 <table border="1" data-bbox="368 1529 1398 1798"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Параметры</th> <th colspan="6">Работы</th> </tr> <tr> <th>(1,2)</th> <th>(1,3)</th> <th>(3,4)</th> <th>(2,4)</th> <th>(3,5)</th> <th>(4,5)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>d_{i,j}</math></td> <td>2</td> <td>4</td> <td>12</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td><math>C_{i,j}</math></td> <td>50</td> <td>30</td> <td>85</td> <td>60</td> <td>38</td> <td>60</td> </tr> <tr> <td><math>h_{i,j}</math></td> <td>5</td> <td>7</td> <td>10</td> <td>7</td> <td>4</td> <td>6</td> </tr> </tbody> </table> <p data-bbox="437 1827 1326 1865">новая продолжительность проекта <math>t_0 = 23</math> дней.</p>	Параметры	Работы						(1,2)	(1,3)	(3,4)	(2,4)	(3,5)	(4,5)	$d_{i,j}$	2	4	12	4	6	3	$C_{i,j}$	50	30	85	60	38	60	$h_{i,j}$	5	7	10	7	4	6
Параметры	Работы																																		
	(1,2)	(1,3)	(3,4)	(2,4)	(3,5)	(4,5)																													
$d_{i,j}$	2	4	12	4	6	3																													
$C_{i,j}$	50	30	85	60	38	60																													
$h_{i,j}$	5	7	10	7	4	6																													

№

## Сетевой график

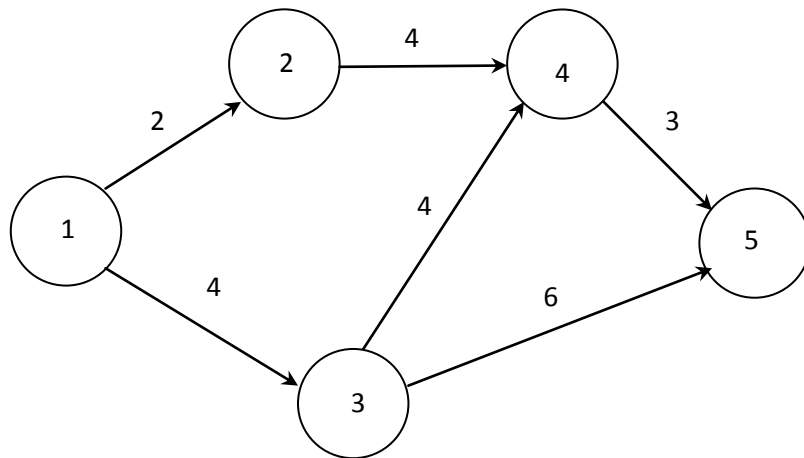
7



Параметры	Работы					
	(1,2)	(1,3)	(2,5)	(2,4)	(3,5)	(4,5)
$d_{i,j}$	2	4	8	4	6	3
$C_{i,j}$	40	30	85	60	38	60
$h_{i,j}$	5	7	10	7	4	6

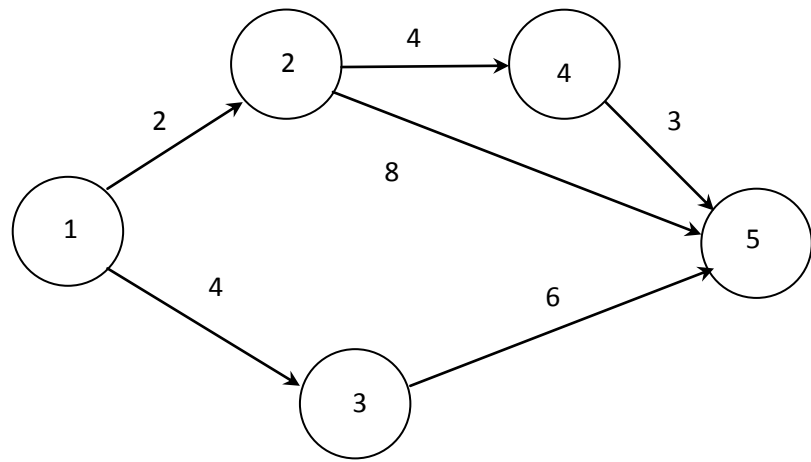
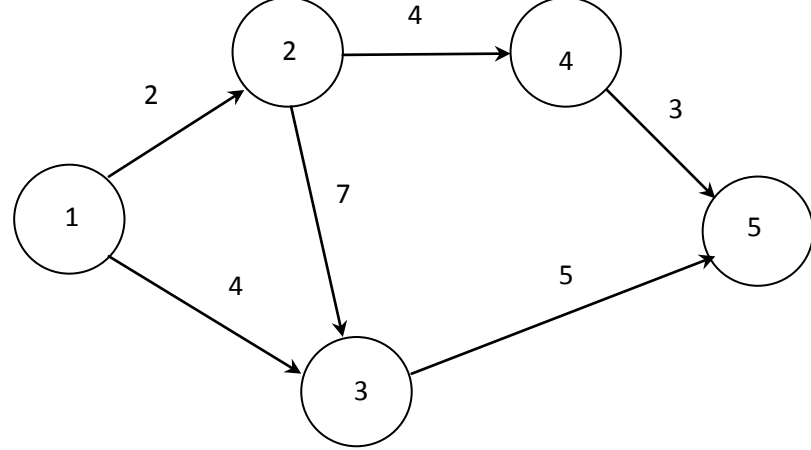
новая продолжительность проекта  $t_0 = 24$  дней

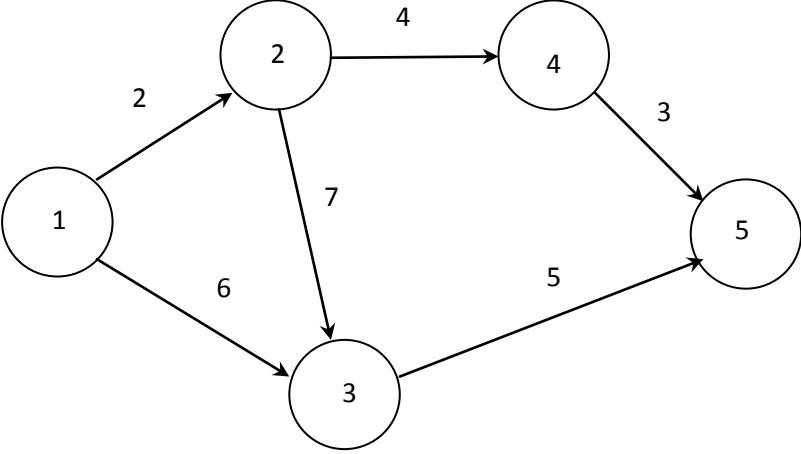
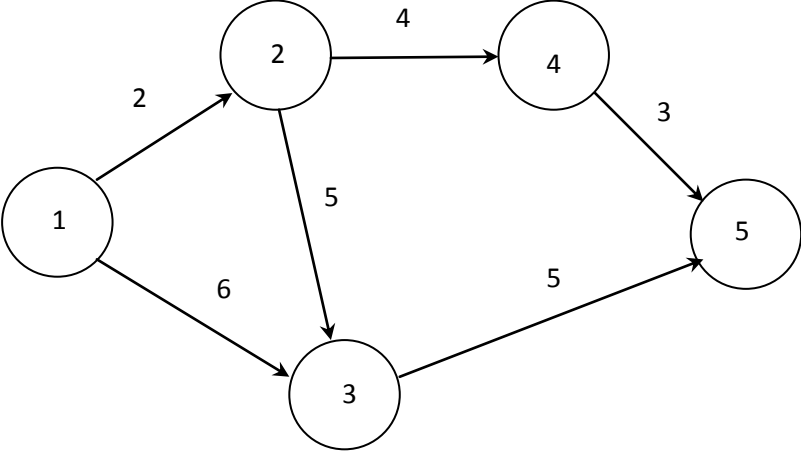
8



Параметры	Работы					
	(1,2)	(1,3)	(3,4)	(2,4)	(3,5)	(4,5)
$d_{i,j}$	2	4	4	4	6	3
$C_{i,j}$	40	30	70	60	38	60
$h_{i,j}$	5	7	10	7	4	6

новая продолжительность проекта  $t_0 = 21$  дней

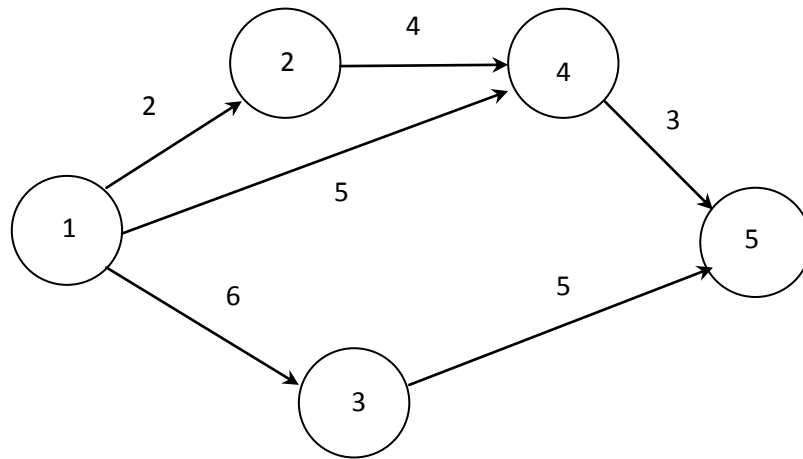
№	Сетевой график																																		
9	 <table border="1" data-bbox="367 694 1396 974"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Параметры</th> <th colspan="6">Работы</th> </tr> <tr> <th>(1,2)</th> <th>(1,3)</th> <th>(2,5)</th> <th>(2,4)</th> <th>(3,5)</th> <th>(4,5)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>d_{i,j}</math></td> <td>2</td> <td>4</td> <td>7</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td><math>C_{i,j}</math></td> <td>45</td> <td>30</td> <td>60</td> <td>60</td> <td>38</td> <td>60</td> </tr> <tr> <td><math>h_{i,j}</math></td> <td>3</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>7</td> <td>4</td> <td>6</td> </tr> </tbody> </table> <p data-bbox="438 985 1324 1041">новая продолжительность проекта <math>t_0 = 19</math> дней</p>	Параметры	Работы						(1,2)	(1,3)	(2,5)	(2,4)	(3,5)	(4,5)	$d_{i,j}$	2	4	7	4	6	3	$C_{i,j}$	45	30	60	60	38	60	$h_{i,j}$	3	7	8	7	4	6
Параметры	Работы																																		
	(1,2)	(1,3)	(2,5)	(2,4)	(3,5)	(4,5)																													
$d_{i,j}$	2	4	7	4	6	3																													
$C_{i,j}$	45	30	60	60	38	60																													
$h_{i,j}$	3	7	8	7	4	6																													
10	 <table border="1" data-bbox="367 1534 1396 1814"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Параметры</th> <th colspan="6">Работы</th> </tr> <tr> <th>(1,2)</th> <th>(1,3)</th> <th>(2,3)</th> <th>(2,4)</th> <th>(3,5)</th> <th>(4,5)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>d_{i,j}</math></td> <td>2</td> <td>4</td> <td>7</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td><math>C_{i,j}</math></td> <td>45</td> <td>30</td> <td>70</td> <td>60</td> <td>38</td> <td>60</td> </tr> <tr> <td><math>h_{i,j}</math></td> <td>3</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>7</td> <td>4</td> <td>6</td> </tr> </tbody> </table> <p data-bbox="438 1825 1324 1881">новая продолжительность проекта <math>t_0 = 19</math> дней</p>	Параметры	Работы						(1,2)	(1,3)	(2,3)	(2,4)	(3,5)	(4,5)	$d_{i,j}$	2	4	7	4	5	3	$C_{i,j}$	45	30	70	60	38	60	$h_{i,j}$	3	7	8	7	4	6
Параметры	Работы																																		
	(1,2)	(1,3)	(2,3)	(2,4)	(3,5)	(4,5)																													
$d_{i,j}$	2	4	7	4	5	3																													
$C_{i,j}$	45	30	70	60	38	60																													
$h_{i,j}$	3	7	8	7	4	6																													

№	Сетевой график																																		
11	 <table border="1" data-bbox="368 689 1398 958"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Параметры</th> <th colspan="6">Работы</th> </tr> <tr> <th>(1,2)</th> <th>(1,3)</th> <th>(2,3)</th> <th>(2,4)</th> <th>(3,5)</th> <th>(4,5)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>d_{i,j}</math></td> <td>2</td> <td>6</td> <td>7</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td><math>C_{i,j}</math></td> <td>45</td> <td>30</td> <td>70</td> <td>60</td> <td>38</td> <td>60</td> </tr> <tr> <td><math>h_{i,j}</math></td> <td>3</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>7</td> <td>4</td> <td>6</td> </tr> </tbody> </table> <p data-bbox="443 987 1321 1025">новая продолжительность проекта <math>t_0 = 18</math> дней</p>	Параметры	Работы						(1,2)	(1,3)	(2,3)	(2,4)	(3,5)	(4,5)	$d_{i,j}$	2	6	7	4	5	3	$C_{i,j}$	45	30	70	60	38	60	$h_{i,j}$	3	7	8	7	4	6
Параметры	Работы																																		
	(1,2)	(1,3)	(2,3)	(2,4)	(3,5)	(4,5)																													
$d_{i,j}$	2	6	7	4	5	3																													
$C_{i,j}$	45	30	70	60	38	60																													
$h_{i,j}$	3	7	8	7	4	6																													
12	 <table border="1" data-bbox="368 1552 1398 1821"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Параметры</th> <th colspan="6">Работы</th> </tr> <tr> <th>(1,2)</th> <th>(1,3)</th> <th>(2,3)</th> <th>(2,4)</th> <th>(3,5)</th> <th>(4,5)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>d_{i,j}</math></td> <td>2</td> <td>6</td> <td>5</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td><math>C_{i,j}</math></td> <td>45</td> <td>30</td> <td>70</td> <td>60</td> <td>38</td> <td>60</td> </tr> <tr> <td><math>h_{i,j}</math></td> <td>3</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>7</td> <td>4</td> <td>6</td> </tr> </tbody> </table> <p data-bbox="443 1850 1321 1888">новая продолжительность проекта <math>t_0 = 20</math> дней</p>	Параметры	Работы						(1,2)	(1,3)	(2,3)	(2,4)	(3,5)	(4,5)	$d_{i,j}$	2	6	5	4	5	3	$C_{i,j}$	45	30	70	60	38	60	$h_{i,j}$	3	7	8	7	4	6
Параметры	Работы																																		
	(1,2)	(1,3)	(2,3)	(2,4)	(3,5)	(4,5)																													
$d_{i,j}$	2	6	5	4	5	3																													
$C_{i,j}$	45	30	70	60	38	60																													
$h_{i,j}$	3	7	8	7	4	6																													

№

## Сетевой график

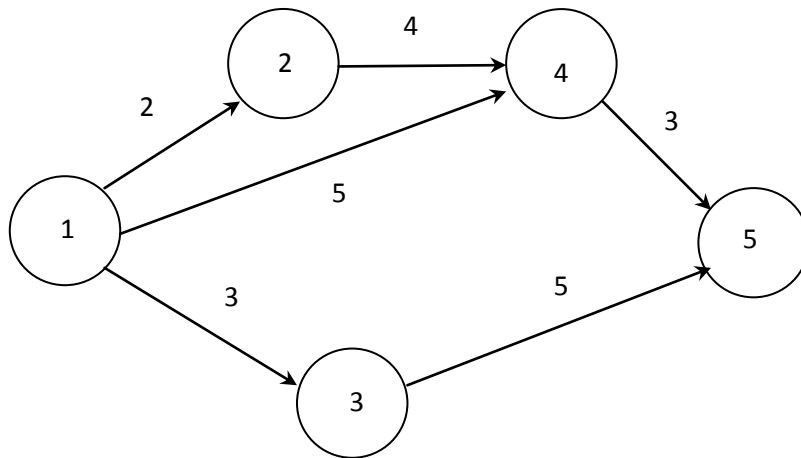
13



Параметры	Работы					
	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(2,4)	(3,5)	(4,5)
$d_{i,j}$	2	6	5	4	5	3
$C_{i,j}$	45	30	70	60	38	60
$h_{i,j}$	3	7	8	7	4	6

новая продолжительность проекта  $t_0 = 15$  дней

14



Параметры	Работы					
	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(2,4)	(3,5)	(4,5)
$d_{i,j}$	2	3	5	4	5	3
$C_{i,j}$	45	20	70	60	38	60
$h_{i,j}$	3	7	8	7	4	6

новая продолжительность проекта  $t_0 = 15$  дней

№	Сетевой график																																			
15	<div style="text-align: center;"> </div> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <thead> <tr> <th data-bbox="363 685 603 734">Параметры</th> <th colspan="6" data-bbox="603 685 1398 734">Работы</th> </tr> <tr> <th data-bbox="363 734 603 786"></th> <th data-bbox="603 734 737 786">(1,2)</th> <th data-bbox="737 734 871 786">(1,3)</th> <th data-bbox="871 734 1005 786">(1,4)</th> <th data-bbox="1005 734 1139 786">(2,4)</th> <th data-bbox="1139 734 1273 786">(3,5)</th> <th data-bbox="1273 734 1398 786">(4,5)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="363 786 603 837"><math>d_{i,j}</math></td> <td data-bbox="603 786 737 837">2</td> <td data-bbox="737 786 871 837">3</td> <td data-bbox="871 786 1005 837">5</td> <td data-bbox="1005 786 1139 837">4</td> <td data-bbox="1139 786 1273 837">5</td> <td data-bbox="1273 786 1398 837">5</td> </tr> <tr> <td data-bbox="363 837 603 889"><math>C_{i,j}</math></td> <td data-bbox="603 837 737 889">45</td> <td data-bbox="737 837 871 889">20</td> <td data-bbox="871 837 1005 889">70</td> <td data-bbox="1005 837 1139 889">60</td> <td data-bbox="1139 837 1273 889">38</td> <td data-bbox="1273 837 1398 889">40</td> </tr> <tr> <td data-bbox="363 889 603 940"><math>h_{i,j}</math></td> <td data-bbox="603 889 737 940">3</td> <td data-bbox="737 889 871 940">7</td> <td data-bbox="871 889 1005 940">8</td> <td data-bbox="1005 889 1139 940">7</td> <td data-bbox="1139 889 1273 940">4</td> <td data-bbox="1273 889 1398 940">6</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center; margin-top: 10px;">новая продолжительность проекта <math>t_0 = 16</math> дней</p>	Параметры	Работы							(1,2)	(1,3)	(1,4)	(2,4)	(3,5)	(4,5)	$d_{i,j}$	2	3	5	4	5	5	$C_{i,j}$	45	20	70	60	38	40	$h_{i,j}$	3	7	8	7	4	6
Параметры	Работы																																			
	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(2,4)	(3,5)	(4,5)																														
$d_{i,j}$	2	3	5	4	5	5																														
$C_{i,j}$	45	20	70	60	38	40																														
$h_{i,j}$	3	7	8	7	4	6																														
16	<div style="text-align: center;"> </div> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <thead> <tr> <th data-bbox="363 1525 603 1574">Параметры</th> <th colspan="6" data-bbox="603 1525 1398 1574">Работы</th> </tr> <tr> <th data-bbox="363 1574 603 1626"></th> <th data-bbox="603 1574 737 1626">(1,2)</th> <th data-bbox="737 1574 871 1626">(1,3)</th> <th data-bbox="871 1574 1005 1626">(1,4)</th> <th data-bbox="1005 1574 1139 1626">(2,4)</th> <th data-bbox="1139 1574 1273 1626">(3,5)</th> <th data-bbox="1273 1574 1398 1626">(4,5)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="363 1626 603 1677"><math>d_{i,j}</math></td> <td data-bbox="603 1626 737 1677">2</td> <td data-bbox="737 1626 871 1677">3</td> <td data-bbox="871 1626 1005 1677">5</td> <td data-bbox="1005 1626 1139 1677">3</td> <td data-bbox="1139 1626 1273 1677">5</td> <td data-bbox="1273 1626 1398 1677">5</td> </tr> <tr> <td data-bbox="363 1677 603 1729"><math>C_{i,j}</math></td> <td data-bbox="603 1677 737 1729">48</td> <td data-bbox="737 1677 871 1729">20</td> <td data-bbox="871 1677 1005 1729">70</td> <td data-bbox="1005 1677 1139 1729">60</td> <td data-bbox="1139 1677 1273 1729">38</td> <td data-bbox="1273 1677 1398 1729">40</td> </tr> <tr> <td data-bbox="363 1729 603 1780"><math>h_{i,j}</math></td> <td data-bbox="603 1729 737 1780">2</td> <td data-bbox="737 1729 871 1780">7</td> <td data-bbox="871 1729 1005 1780">8</td> <td data-bbox="1005 1729 1139 1780">7</td> <td data-bbox="1139 1729 1273 1780">4</td> <td data-bbox="1273 1729 1398 1780">6</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center; margin-top: 10px;">новая продолжительность проекта <math>t_0 = 16</math> дней</p>	Параметры	Работы							(1,2)	(1,3)	(1,4)	(2,4)	(3,5)	(4,5)	$d_{i,j}$	2	3	5	3	5	5	$C_{i,j}$	48	20	70	60	38	40	$h_{i,j}$	2	7	8	7	4	6
Параметры	Работы																																			
	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(2,4)	(3,5)	(4,5)																														
$d_{i,j}$	2	3	5	3	5	5																														
$C_{i,j}$	48	20	70	60	38	40																														
$h_{i,j}$	2	7	8	7	4	6																														

№	Сетевой график																																		
17	<pre> graph LR     1((1)) -- 2 --&gt; 2((2))     1((1)) -- 3 --&gt; 3((3))     1((1)) -- 10 --&gt; 5((5))     2((2)) -- 3 --&gt; 4((4))     3((3)) -- 5 --&gt; 5((5))     4((4)) -- 5 --&gt; 5((5)) </pre> <table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Параметры</th> <th colspan="6">Работы</th> </tr> <tr> <th>(1,2)</th> <th>(1,3)</th> <th>(1,5)</th> <th>(2,4)</th> <th>(3,5)</th> <th>(4,5)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>d_{i,j}</math></td> <td>2</td> <td>3</td> <td>10</td> <td>3</td> <td>5</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td><math>C_{i,j}</math></td> <td>48</td> <td>20</td> <td>70</td> <td>60</td> <td>38</td> <td>40</td> </tr> <tr> <td><math>h_{i,j}</math></td> <td>2</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>7</td> <td>4</td> <td>6</td> </tr> </tbody> </table> <p>новая продолжительность проекта <math>t_0 = 13</math> дней</p>	Параметры	Работы						(1,2)	(1,3)	(1,5)	(2,4)	(3,5)	(4,5)	$d_{i,j}$	2	3	10	3	5	5	$C_{i,j}$	48	20	70	60	38	40	$h_{i,j}$	2	7	8	7	4	6
Параметры	Работы																																		
	(1,2)	(1,3)	(1,5)	(2,4)	(3,5)	(4,5)																													
$d_{i,j}$	2	3	10	3	5	5																													
$C_{i,j}$	48	20	70	60	38	40																													
$h_{i,j}$	2	7	8	7	4	6																													
18	<pre> graph LR     1((1)) -- 2 --&gt; 2((2))     1((1)) -- 3 --&gt; 3((3))     1((1)) -- 10 --&gt; 5((5))     2((2)) -- 3 --&gt; 4((4))     3((3)) -- 8 --&gt; 5((5))     4((4)) -- 5 --&gt; 5((5)) </pre> <table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Параметры</th> <th colspan="6">Работы</th> </tr> <tr> <th>(1,2)</th> <th>(1,3)</th> <th>(1,5)</th> <th>(2,4)</th> <th>(3,5)</th> <th>(4,5)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>d_{i,j}</math></td> <td>2</td> <td>3</td> <td>10</td> <td>3</td> <td>8</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td><math>C_{i,j}</math></td> <td>48</td> <td>20</td> <td>70</td> <td>60</td> <td>38</td> <td>40</td> </tr> <tr> <td><math>h_{i,j}</math></td> <td>2</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>7</td> <td>4</td> <td>6</td> </tr> </tbody> </table> <p>новая продолжительность проекта <math>t_0 = 13</math> дней</p>	Параметры	Работы						(1,2)	(1,3)	(1,5)	(2,4)	(3,5)	(4,5)	$d_{i,j}$	2	3	10	3	8	5	$C_{i,j}$	48	20	70	60	38	40	$h_{i,j}$	2	7	8	7	4	6
Параметры	Работы																																		
	(1,2)	(1,3)	(1,5)	(2,4)	(3,5)	(4,5)																													
$d_{i,j}$	2	3	10	3	8	5																													
$C_{i,j}$	48	20	70	60	38	40																													
$h_{i,j}$	2	7	8	7	4	6																													

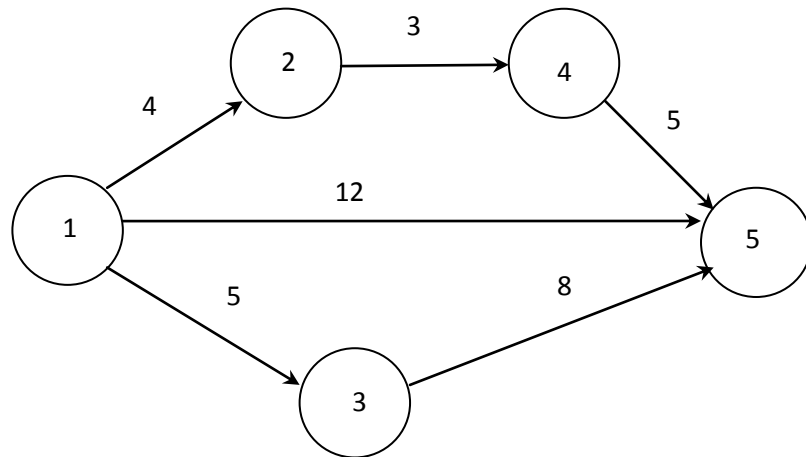
№	Сетевой график																																		
19	<pre> graph LR     1((1)) -- 4 --&gt; 2((2))     1((1)) -- 3 --&gt; 3((3))     1((1)) -- 10 --&gt; 5((5))     2((2)) -- 3 --&gt; 4((4))     3((3)) -- 8 --&gt; 5((5))     4((4)) -- 5 --&gt; 5((5)) </pre> <table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Параметры</th> <th colspan="6">Работы</th> </tr> <tr> <th>(1,2)</th> <th>(1,3)</th> <th>(1,5)</th> <th>(2,4)</th> <th>(3,5)</th> <th>(4,5)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>d_{i,j}</math></td> <td>4</td> <td>3</td> <td>10</td> <td>3</td> <td>8</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td><math>C_{i,j}</math></td> <td>38</td> <td>20</td> <td>70</td> <td>60</td> <td>38</td> <td>40</td> </tr> <tr> <td><math>h_{i,j}</math></td> <td>2</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>7</td> <td>4</td> <td>6</td> </tr> </tbody> </table> <p>новая продолжительность проекта <math>t_0 = 14</math> дней</p>	Параметры	Работы						(1,2)	(1,3)	(1,5)	(2,4)	(3,5)	(4,5)	$d_{i,j}$	4	3	10	3	8	5	$C_{i,j}$	38	20	70	60	38	40	$h_{i,j}$	2	7	8	7	4	6
Параметры	Работы																																		
	(1,2)	(1,3)	(1,5)	(2,4)	(3,5)	(4,5)																													
$d_{i,j}$	4	3	10	3	8	5																													
$C_{i,j}$	38	20	70	60	38	40																													
$h_{i,j}$	2	7	8	7	4	6																													
20	<pre> graph LR     1((1)) -- 4 --&gt; 2((2))     1((1)) -- 5 --&gt; 3((3))     1((1)) -- 10 --&gt; 5((5))     2((2)) -- 3 --&gt; 4((4))     3((3)) -- 8 --&gt; 5((5))     4((4)) -- 5 --&gt; 5((5)) </pre> <table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Параметры</th> <th colspan="6">Работы</th> </tr> <tr> <th>(1,2)</th> <th>(1,3)</th> <th>(1,5)</th> <th>(2,4)</th> <th>(3,5)</th> <th>(4,5)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>d_{i,j}</math></td> <td>4</td> <td>5</td> <td>10</td> <td>3</td> <td>8</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td><math>C_{i,j}</math></td> <td>38</td> <td>25</td> <td>70</td> <td>60</td> <td>38</td> <td>40</td> </tr> <tr> <td><math>h_{i,j}</math></td> <td>2</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>7</td> <td>4</td> <td>6</td> </tr> </tbody> </table> <p>новая продолжительность проекта <math>t_0 = 15</math> дней</p>	Параметры	Работы						(1,2)	(1,3)	(1,5)	(2,4)	(3,5)	(4,5)	$d_{i,j}$	4	5	10	3	8	5	$C_{i,j}$	38	25	70	60	38	40	$h_{i,j}$	2	7	8	7	4	6
Параметры	Работы																																		
	(1,2)	(1,3)	(1,5)	(2,4)	(3,5)	(4,5)																													
$d_{i,j}$	4	5	10	3	8	5																													
$C_{i,j}$	38	25	70	60	38	40																													
$h_{i,j}$	2	7	8	7	4	6																													



№

## Сетевой график

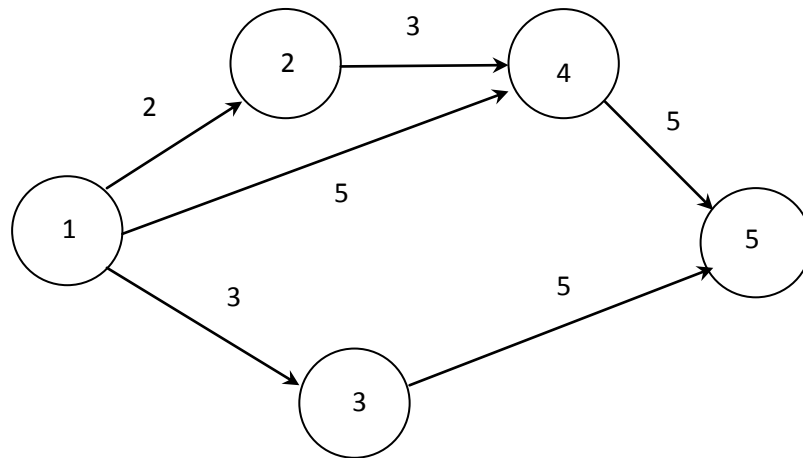
21



Параметры	Работы					
	(1,2)	(1,3)	(1,5)	(2,4)	(3,5)	(4,5)
$d_{i,j}$	4	5	12	3	8	5
$C_{i,j}$	38	25	60	60	38	40
$h_{i,j}$	2	7	8	7	4	6

новая продолжительность проекта  $t_0 = 17$  дней

22



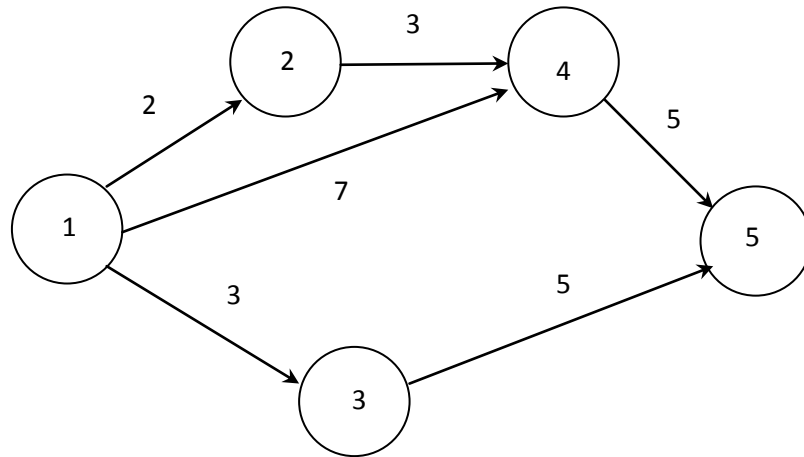
Параметры	Работы					
	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(2,4)	(3,5)	(4,5)
$d_{i,j}$	4	5	12	3	8	5
$C_{i,j}$	38	25	60	60	38	40
$h_{i,j}$	2	7	8	7	4	6

новая продолжительность проекта  $t_0 = 17$  дней

№

## Сетевой график

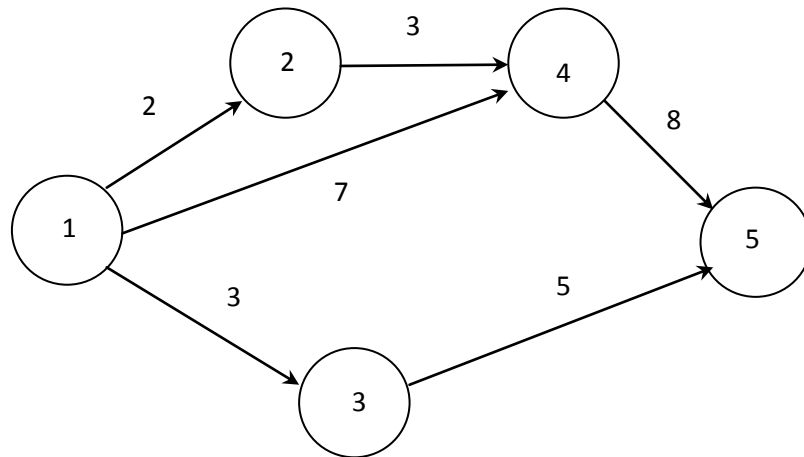
23



Параметры	Работы					
	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(2,4)	(3,5)	(4,5)
$d_{i,j}$	4	5	7	3	8	5
$C_{i,j}$	38	25	60	50	38	40
$h_{i,j}$	2	7	8	3	4	6

новая продолжительность проекта  $t_0 = 16$  дней

24



Параметры	Работы					
	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(2,4)	(3,5)	(4,5)
$d_{i,j}$	4	5	7	3	8	8
$C_{i,j}$	38	25	60	50	38	40
$h_{i,j}$	2	7	8	3	4	6

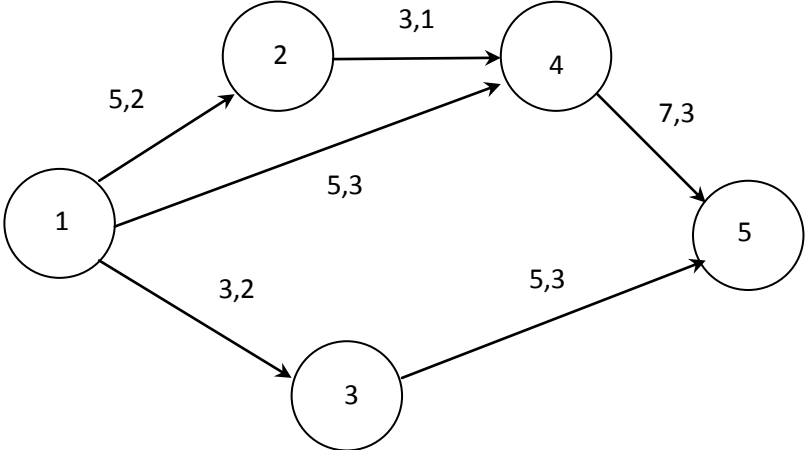
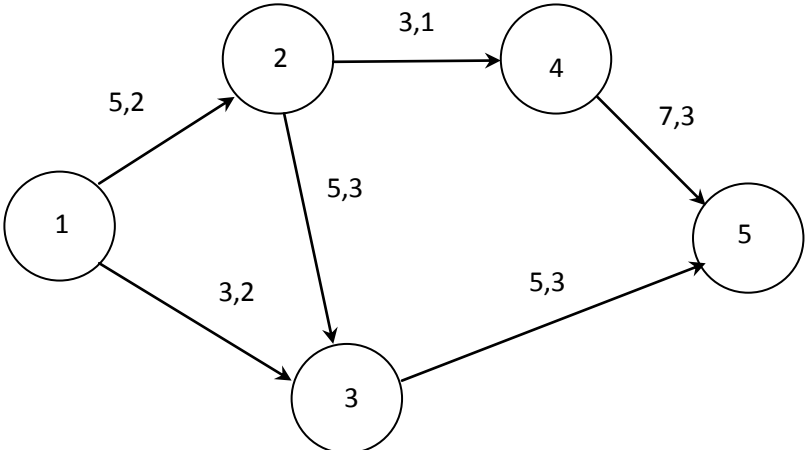
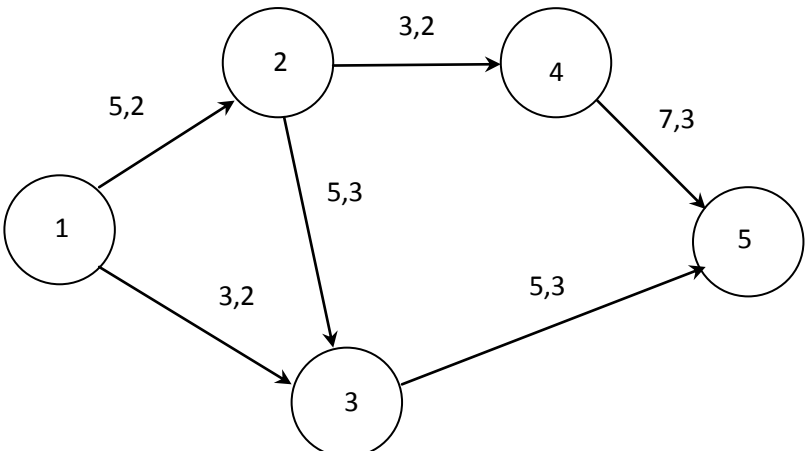
новая продолжительность проекта  $t_0 = 16$  дней

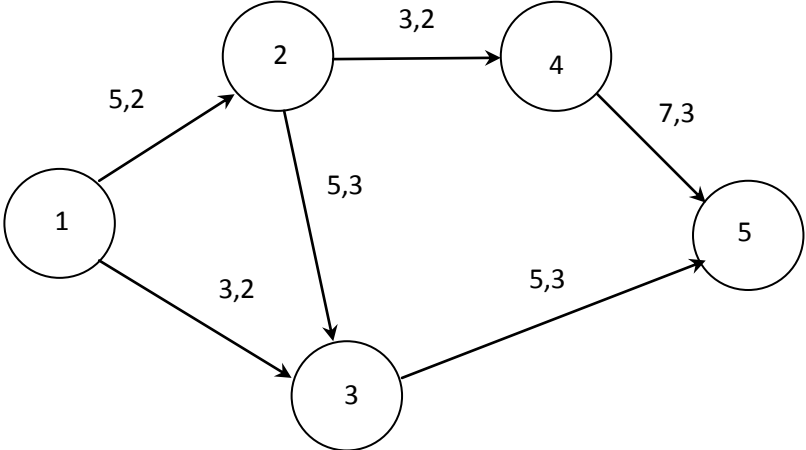
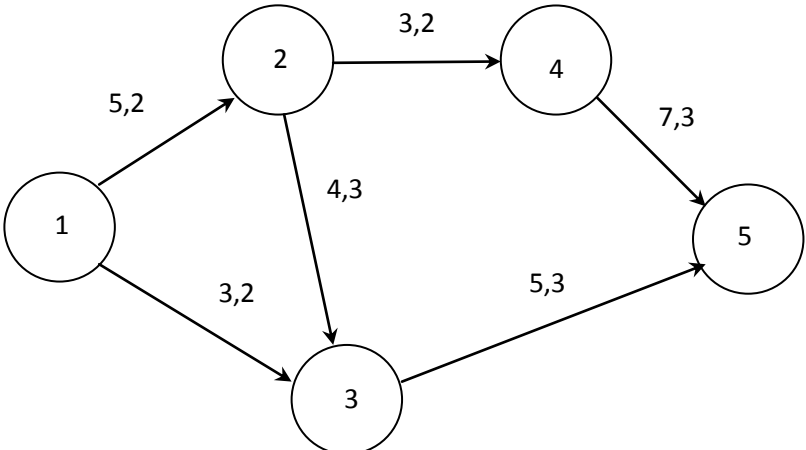
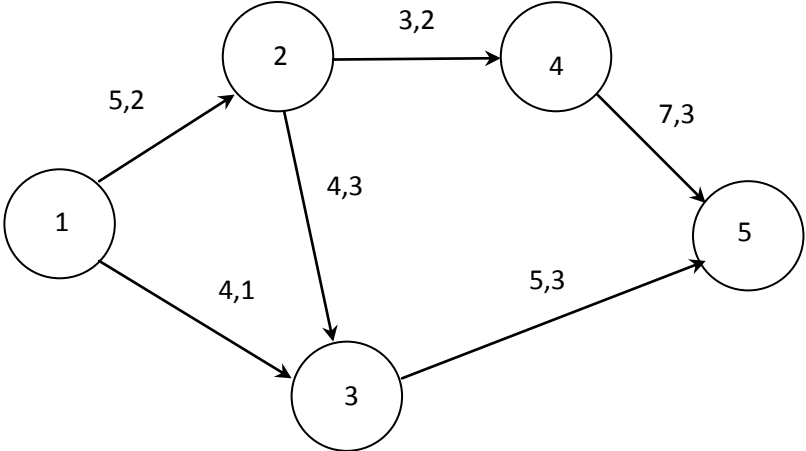
№	Сетевой график																																		
25	<pre> graph LR     1((1)) -- 4 --&gt; 2((2))     1((1)) -- 3 --&gt; 3((3))     1((1)) -- 7 --&gt; 4((4))     2((2)) -- 3 --&gt; 4((4))     3((3)) -- 5 --&gt; 5((5))     4((4)) -- 8 --&gt; 5((5))           </pre>																																		
	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Параметры</th> <th colspan="6">Работы</th> </tr> <tr> <th>(1,2)</th> <th>(1,3)</th> <th>(1,4)</th> <th>(2,4)</th> <th>(3,5)</th> <th>(4,5)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>d_{i,j}</math></td> <td>4</td> <td>5</td> <td>7</td> <td>3</td> <td>8</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td><math>C_{i,j}</math></td> <td>30</td> <td>25</td> <td>60</td> <td>50</td> <td>38</td> <td>40</td> </tr> <tr> <td><math>h_{i,j}</math></td> <td>2</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>6</td> </tr> </tbody> </table>	Параметры	Работы						(1,2)	(1,3)	(1,4)	(2,4)	(3,5)	(4,5)	$d_{i,j}$	4	5	7	3	8	8	$C_{i,j}$	30	25	60	50	38	40	$h_{i,j}$	2	7	8	3	4	6
Параметры	Работы																																		
	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(2,4)	(3,5)	(4,5)																													
$d_{i,j}$	4	5	7	3	8	8																													
$C_{i,j}$	30	25	60	50	38	40																													
$h_{i,j}$	2	7	8	3	4	6																													
	<p>новая продолжительность проекта <math>t_0 = 16</math> дней</p>																																		

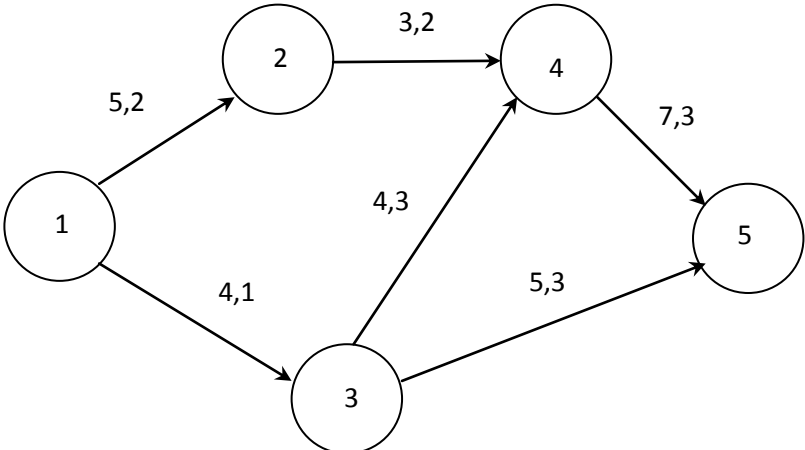
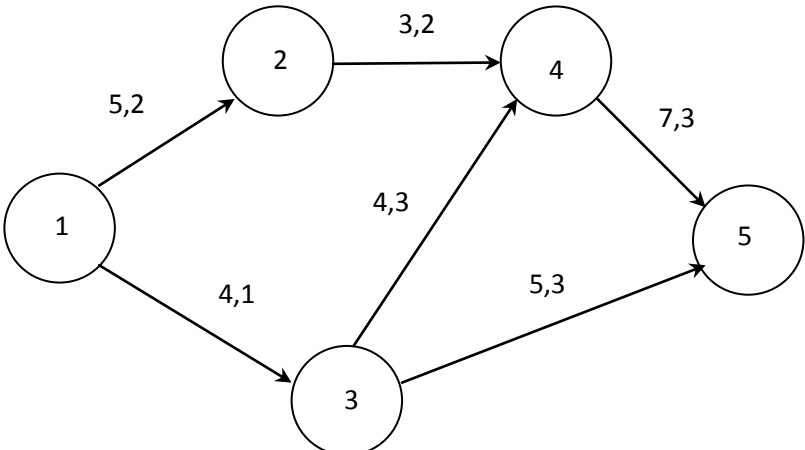
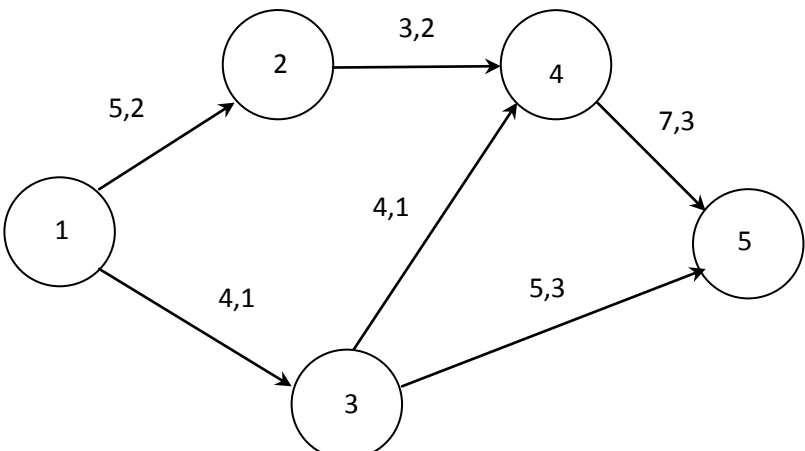
#### 4.2. Задание 2

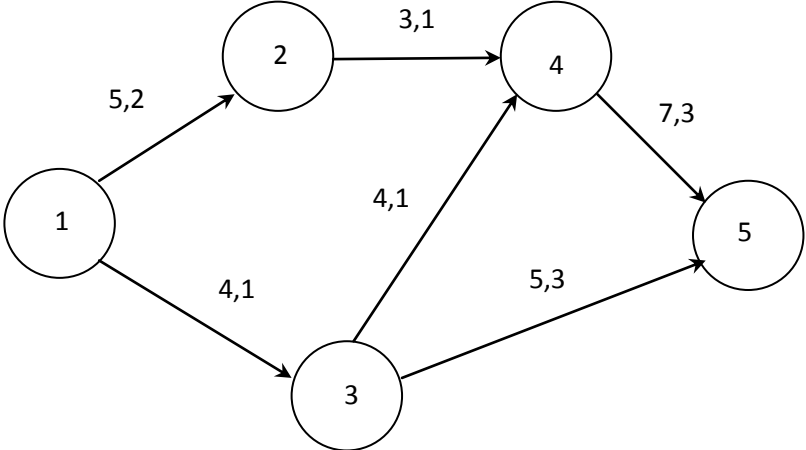
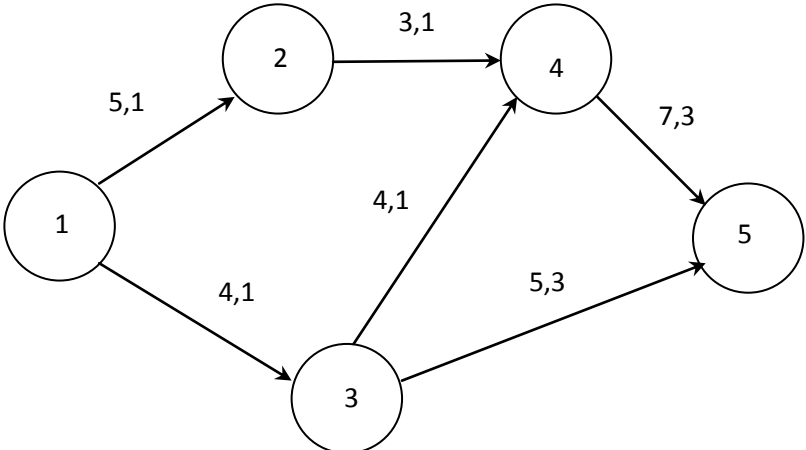
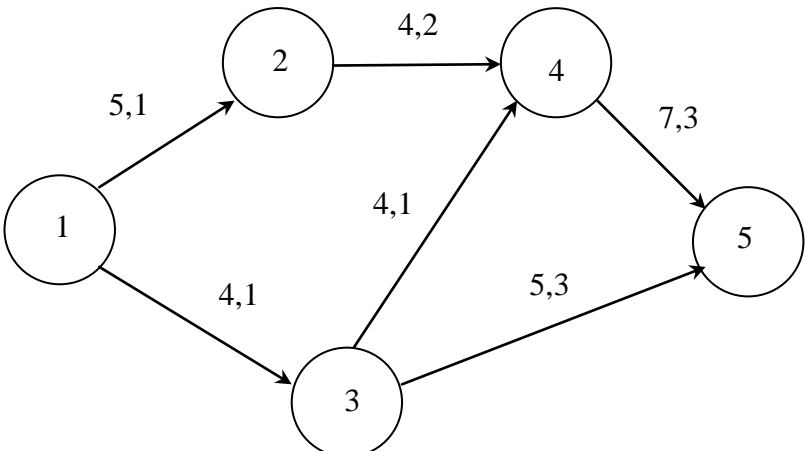
№	Сетевой график
1	<pre> graph LR     1((1)) -- "4,1" --&gt; 2((2))     1((1)) -- "3,2" --&gt; 3((3))     1((1)) -- "7,2" --&gt; 4((4))     2((2)) -- "3,1" --&gt; 4((4))     3((3)) -- "5,3" --&gt; 5((5))     4((4)) -- "8,3" --&gt; 5((5))           </pre>
	<p><math>k_{1,2} = 0.1, k_{1,3} = 0.5, k_{1,4} = 0.1, k_{2,4} = 0.3, k_{3,5} = 0.2, k_{4,5} = 0.5</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 10</math> дней</p>

№	Сетевой график
2	<p> <math>k_{1,2} = 0.1, k_{1,3} = 0.5, k_{1,4} = 0.1, k_{2,4} = 0.3, k_{3,5} = 0.3, k_{4,5} = 0.5</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 8</math> дней </p>
3	<p> <math>k_{1,2} = 0.1, k_{1,3} = 0.2, k_{1,4} = 0.1, k_{2,4} = 0.3, k_{3,5} = 0.3, k_{4,5} = 0.5</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 9</math> дней </p>
4	<p> <math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.2, k_{1,4} = 0.1, k_{2,4} = 0.3, k_{3,5} = 0.3, k_{4,5} = 0.5</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 10</math> дней </p>

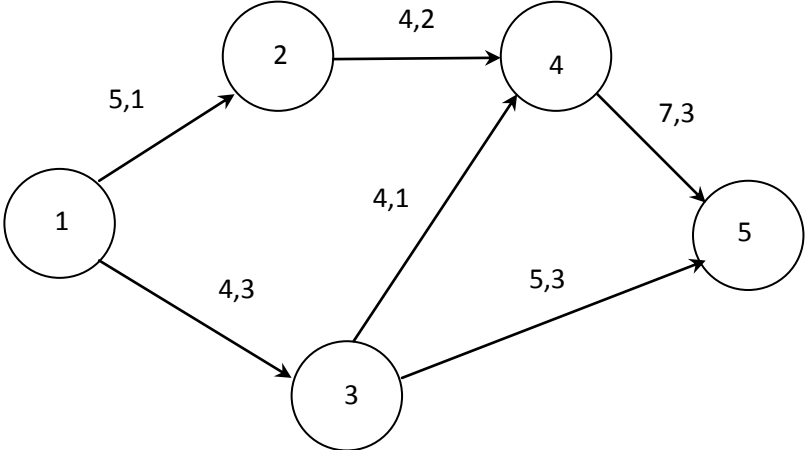
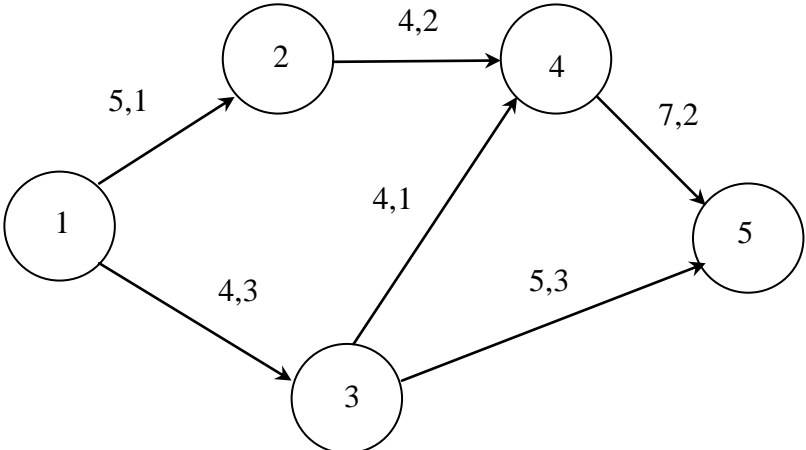
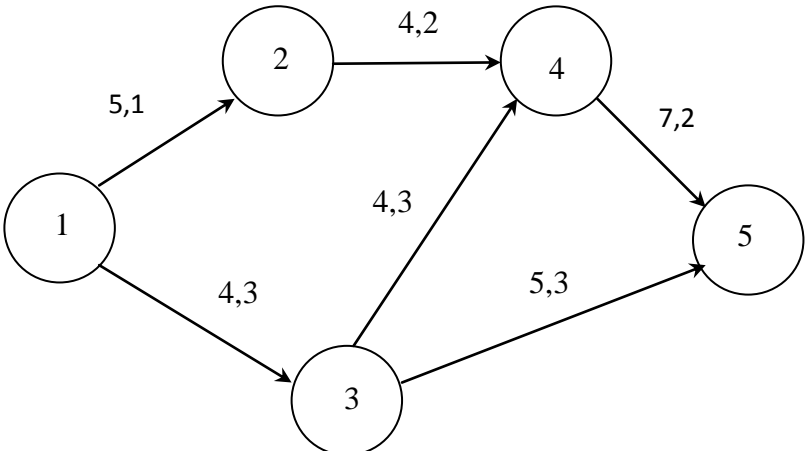
№	Сетевой график
5	 <p data-bbox="368 689 1394 801"> <math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.2, k_{1,4} = 0.1, k_{2,4} = 0.3, k_{3,5} = 0.3, k_{4,5} = 0.5</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 9</math> дней </p>
6	 <p data-bbox="368 1299 1394 1411"> <math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.2, k_{2,3} = 0.1, k_{2,4} = 0.3, k_{3,5} = 0.3, k_{4,5} = 0.5</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 10</math> дней </p>
7	 <p data-bbox="368 1908 1394 2020"> <math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.2, k_{2,3} = 0.2, k_{2,4} = 0.3, k_{3,5} = 0.3, k_{4,5} = 0.5</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 8</math> дней </p>

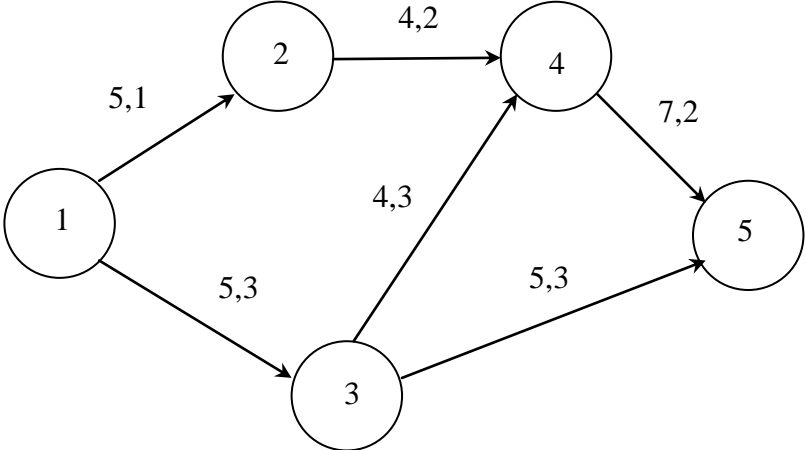
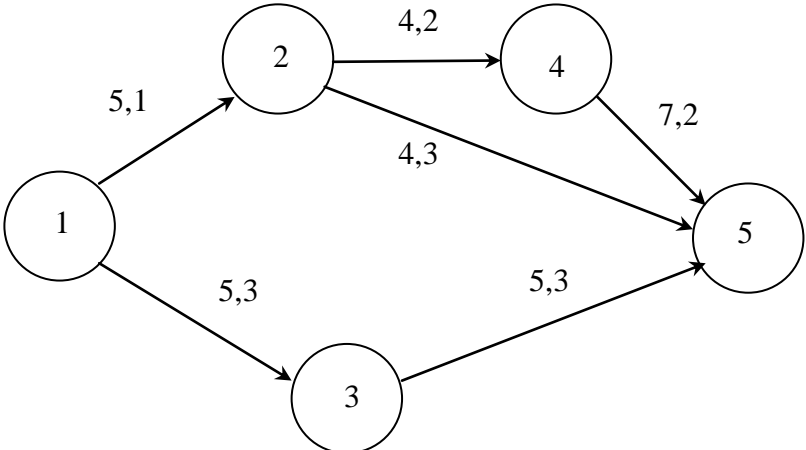
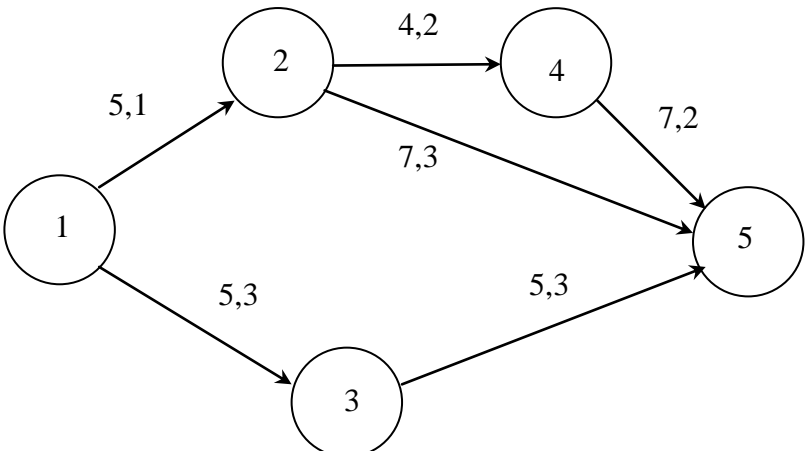
№	Сетевой график
8	 <p data-bbox="363 689 1396 743"><math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.2, k_{2,3} = 0.2, k_{2,4} = 0.2, k_{3,5} = 0.3, k_{4,5} = 0.5</math></p> <p data-bbox="414 761 1348 806">Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 8</math> дней</p>
9	 <p data-bbox="363 1305 1396 1359"><math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.2, k_{2,3} = 0.2, k_{2,4} = 0.2, k_{3,5} = 0.3, k_{4,5} = 0.5</math></p> <p data-bbox="406 1377 1356 1422">Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 11</math> дней</p>
10	 <p data-bbox="354 1921 1406 1975"><math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.25, k_{2,3} = 0.2, k_{2,4} = 0.2, k_{3,5} = 0.3, k_{4,5} = 0.5</math></p> <p data-bbox="406 1993 1356 2038">Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 11</math> дней</p>

№	Сетевой график
11	 <p data-bbox="357 689 1406 801"> <math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.25, k_{3,4} = 0.2, k_{2,4} = 0.2, k_{3,5} = 0.3, k_{4,5} = 0.5</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 10</math> дней </p>
12	 <p data-bbox="357 1299 1406 1411"> <math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.25, k_{3,4} = 0.2, k_{2,4} = 0.1, k_{3,5} = 0.3, k_{4,5} = 0.5</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 11</math> дней </p>
13	 <p data-bbox="346 1908 1417 2020"> <math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.25, k_{3,4} = 0.2, k_{2,4} = 0.15, k_{3,5} = 0.3, k_{4,5} = 0.5</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 10</math> дней </p>

№	Сетевой график
14	 <p data-bbox="347 689 1417 801"> <math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.25, k_{3,4} = 0.2, k_{2,4} = 0.15, k_{3,5} = 0.3, k_{4,5} = 0.5</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 9</math> дней </p>
15	 <p data-bbox="336 1299 1428 1411"> <math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.25, k_{3,4} = 0.25, k_{2,4} = 0.15, k_{3,5} = 0.3, k_{4,5} = 0.5</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 9</math> дней </p>
16	 <p data-bbox="336 1908 1428 2020"> <math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.25, k_{3,4} = 0.25, k_{2,4} = 0.15, k_{3,5} = 0.3, k_{4,5} = 0.4</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 10</math> дней </p>



№	Сетевой график
17	 <p data-bbox="336 689 1430 801"> <math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.25, k_{3,4} = 0.25, k_{2,4} = 0.15, k_{3,5} = 0.3, k_{4,5} = 0.4</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 12</math> дней </p>
18	 <p data-bbox="405 1299 1362 1402"> <math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.15, k_{3,4} = 0.15, k_{2,4} = 0.15, k_{3,5} = 0.3, k_{4,5} = 0.4</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 12</math> дней </p>
19	 <p data-bbox="336 1899 1430 2011"> <math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.15, k_{3,4} = 0.35, k_{2,4} = 0.15, k_{3,5} = 0.3, k_{4,5} = 0.4</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 12</math> дней </p>

№	Сетевой график
20	 <p data-bbox="336 689 1430 801"> <math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.15, k_{3,4} = 0.35, k_{2,4} = 0.15, k_{3,5} = 0.2, k_{4,5} = 0.4</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 12</math> дней </p>
21	 <p data-bbox="336 1299 1430 1411"> <math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.15, k_{2,5} = 0.35, k_{2,4} = 0.15, k_{3,5} = 0.2, k_{4,5} = 0.4</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 10</math> дней </p>
22	 <p data-bbox="336 1908 1430 2020"> <math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.15, k_{2,5} = 0.30, k_{2,4} = 0.15, k_{3,5} = 0.2, k_{4,5} = 0.4</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 10</math> дней </p>

№	Сетевой график
23	<p> <math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.25, k_{2,5} = 0.30, k_{2,4} = 0.15, k_{3,5} = 0.2, k_{4,5} = 0.4</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 12</math> дней </p>
24	<p> <math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.15, k_{2,5} = 0.30, k_{2,4} = 0.15, k_{3,5} = 0.2, k_{4,5} = 0.4</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t^0 = 10</math> дней </p>
25	<p> <math>k_{1,2} = 0.25, k_{1,3} = 0.15, k_{2,5} = 0.30, k_{2,4} = 0.15, k_{3,5} = 0.2, k_{4,5} = 0.4</math>  Требуемая продолжительность проекта <math>t_0 = 12</math> дней </p>

## **5. Контрольные вопросы**

1. Дать математическое определение понятия сетевой график.
2. Каким образом связаны в сетевом графике события и работы.
3. Что означает свершение события?
4. Какие типичные числовые метки приписываются работам на сетевом графике?
5. Сформулировать математическую модель оптимизации сетевого графика по ресурсам.
6. Сформулировать математическую модель оптимизации сетевого графика по времени выполнения.