

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Емельянов Сергей Геннадьевич

Должность: ректор

Дата подписания: 04.02.2021 18:59:27

Уникальный программный ключ:

9ba7d3e34c012eba476ffd2d064cf7781953be730df2374d16f3c0ce536f0fc6

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Юго-Западный государственный университет» (ЮЗГУ)

Кафедра высшей математики



НЕОПРЕДЕЛЁННЫЙ ИНТЕГРАЛ. ПРИЛОЖЕНИЯ ОПРЕДЕЛЁННОГО ИНТЕГРАЛА. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Индивидуальные задания к выполнению модуля 5,6,7
для студентов специальности «Таможенное дело»

Курск 2015

УДК 517

Составители: О.А. Бредихина, С.В. Шестахина

Рецензент

Кандидат технических наук, доцент кафедры высшей математики

Н.А. Моргунова

Неопределённый интеграл. Приложения определённого интеграла. Дифференциальные уравнения: индивидуальные задания к выполнению модуля 5,6,7 для студентов специальности «Таможенное дело» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: О.А. Бредихина, С.В. Шестахина. Курск, 2015. 24 с.

Представлены 11 заданий, каждое из которых содержит 50 вариантов в каждом по разделам математического анализа «Интегрирование функций. Приложения определённого интеграла. Дифференциальные уравнения». Приведены контрольные вопросы, а также список рекомендуемой литературы.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать _____ . Формат 60x84 1/16.

Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж экз. Заказ . Бесплатно.

Юго-западный государственный университет.

305040 Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

Содержание

| | |
|--------------------------------------|----|
| Введение..... | 4 |
| 1. Практические задания | |
| 1.1. Задание 1..... | 5 |
| 1.2. Задание 2..... | 6 |
| 1.3. Задание 3..... | 8 |
| 1.4. Задание 4..... | 9 |
| 1.5. Задание 5..... | 11 |
| 1.6. Задание 6..... | 13 |
| 1.7. Задание 7..... | 14 |
| 1.8. Задание 8..... | 16 |
| 1.9. Задание 9..... | 17 |
| 1.10. Задание 10..... | 19 |
| 1.11. Задание 11..... | 20 |
| 2. Контрольные вопросы..... | 22 |
| Список рекомендуемой литературы..... | 24 |

Введение

Системообразующим фактором математической подготовки будущих специалистов является самостоятельная учебная работа студентов, которая способствует развитию индивидуального творческого мышления, обеспечивает ритмическую работу студента в течение семестра, повышает его академическую активность. Студент должен помнить, что только при систематической и упорной самостоятельной работе можно овладеть приемами и методами решения задач по математике.

Предлагаемая методическая разработка является одним из блоков в модульно-рейтинговой системе дисциплины «Математика».

Для подготовки студента к защите выполненной работы представлен список литературы, отражающий в полной мере теоретический материал по данной теме и методические указания по выполнению индивидуальных заданий.

При защите работы студент обязан объяснить решение любого примера из задания.

Желаем успеха!

1. Практические задания

1.1 Задание 1

Найти интеграл, используя свойства интегралов и табличное интегрирование, результат проверить дифференцированием.

Таблица 1.1

| | | | |
|-----|---|-----|---|
| 1. | $\int \frac{2^x - 3^x}{4^x} dx$ | 2. | $\int \left(\frac{1-x}{x} \right)^2 dx$ |
| 3. | $\int \frac{3 - \sqrt{1+x^2}}{1+x^2} dx$ | 4. | $\int \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} dx$ |
| 5. | $\int \frac{5x^8 + 3}{x^3} dx$ | 6. | $\int \frac{x^2 + 2}{x^2 + 1} dx$ |
| 7. | $\int \frac{\sqrt{x^2 - 1} + 3}{\sqrt{x^2 - 1}} dx$ | 8. | $\int \frac{2x \sin^2 x + 3}{\sin^2 x} dx$ |
| 9. | $\int \frac{2^x \cdot e^x - 1}{2^x} dx$ | 10. | $\int \left(\sin x + \frac{e^x}{2} + \sqrt[6]{x} \right) dx$ |
| 11. | $\int \frac{1 - \sqrt{2-x^2}}{\sqrt{2-x^2}} dx$ | 12. | $\int \frac{2^x - 5^x}{e^x} dx$ |
| 13. | $\int \frac{(e^x + 1)^2}{e^{2x}} dx$ | 14. | $\int \frac{2 + \sqrt{x^2 - 1}}{x^2 - 1} dx$ |
| 15. | $\int \frac{3^x + 4^x}{2^x} dx$ | 16. | $\int \left(e^x - \frac{3}{1+x^2} \right) dx$ |
| 17. | $\int \frac{3 - \sqrt{4-x^2}}{4-x^2} dx$ | 18. | $\int (\sqrt{x} + \sqrt[4]{x})^2 dx$ |
| 19. | $\int \frac{4x \sin^2 x - 3}{\sin^2 x} dx$ | 20. | $\int \frac{\cos^3 x - 1}{\cos^2 x} dx$ |
| 21. | $\int \frac{5^x \cdot e^x + 4^x}{5^x} dx$ | 22. | $\int (\sqrt[3]{x} + 1)^2 dx$ |
| 23. | $\int \frac{3 dx}{\sqrt{4-x^2}}$ | 24. | $\int \frac{3^x + 5^x}{4^x} dx$ |
| 25. | $\int \frac{2 \cos^2 x + 3}{\cos^2 x} dx$ | 26. | $\int \frac{2x\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}} dx$ |
| 27. | $\int \frac{x^2}{x^2 + 4} dx$ | 28. | $\int \frac{5 - \sin^2 x}{\sin^2 x} dx$ |
| 29. | $\int \frac{2x+1}{\sqrt[5]{x}} dx$ | 30. | $\int \frac{1 - \sqrt{5+x^2}}{5+x^2} dx$ |

Продолжение таблицы 1.1

| | | | |
|-----|--|-----|---|
| 31. | $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+9}}$ | 32. | $\int \frac{x^2}{x^2+4} dx$ |
| 33. | $\int \frac{x \cdot 2^x - \sqrt{x}}{x} dx$ | 34. | $\int \frac{3 \sin x \cdot e^x - 4e^{2x}}{e^x} dx$ |
| 35. | $\int \frac{3 dx}{x^2-25}$ | 36. | $\int 3^x(2^x - 3^{-x}) dx$ |
| 37. | $\int \frac{\sqrt[3]{x} \sin^2 x + 1}{\sin^2 x} dx$ | 38. | $\int \frac{3}{36-x^2} dx$ |
| 39. | $\int \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} + \frac{3}{\sqrt[5]{x}} \right) dx$ | 40. | $\int \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$ |
| 41. | $\int \frac{5^x - 2^{2x}}{3^x} dx$ | 42. | $\int \frac{x^2}{x^2+9} dx$ |
| 43. | $\int \frac{2 + \sqrt{1+x^2}}{1+x^2} dx$ | 44. | $\int \frac{1 - \sqrt{2-x^2}}{\sqrt{2-x^2}} dx$ |
| 45. | $\int \frac{x^2 \sqrt{x^2-4} - 5}{\sqrt{x^2-4}} dx$ | 46. | $\int \frac{x^2+4}{x^2+1} dx$ |
| 47. | $\int (2\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}) dx$ | 48. | $\int \frac{xe^x - \sqrt{x}}{x} dx$ |
| 49. | $\int \frac{\sqrt{x^2-1} + 4}{\sqrt{x^2-1}} dx$ | 50. | $\int \left(\frac{1}{1+x^2} + \frac{3}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx$ |

1.2 Задание 2

Найти интеграл, используя метод замены переменной, подведения функции под знак дифференциала, результат проверить дифференцированием.

Таблица 1.2

| | | | |
|----|---|----|-----------------------------------|
| 1. | $\int \sqrt{\operatorname{tg} x} \frac{dx}{\cos^2 x}$ | 2. | $\int \frac{dx}{4x+3}$ |
| 3. | $\int \frac{dx}{1+3x}$ | 4. | $\int \frac{x}{2+x^4} dx$ |
| 5. | $\int \frac{\sqrt{\ln x + 4}}{x} dx$ | 6. | $\int \frac{\cos x dx}{\sin^3 x}$ |
| 7. | $\int (e^x + 4)^2 e^x dx$ | 8. | $\int \frac{dx}{\sqrt{2-3x}}$ |

Продолжение таблицы 1.2

| | | | |
|-----|--|-----|--|
| 9. | $\int \sin(9 - 2x) dx$ | 10. | $\int \frac{dx}{(2x + 3)^{3/5}}$ |
| 11. | $\int \frac{3^x dx}{1 + 3^{2x}}$ | 12. | $\int \cos \frac{7}{3} x dx$ |
| 13. | $\int \frac{xdx}{\cos(x^2 - 1)}$ | 14. | $\int e^{2x+5} dx$ |
| 15. | $\int \frac{dx}{\sin^2(2x + 3)}$ | 16. | $\int \sin^3 x \cos x dx$ |
| 17. | $\int \frac{\operatorname{arctg}^4 x}{1 + x^2} dx$ | 18. | $\int \sqrt[3]{\operatorname{arctg} x} \cdot \frac{dx}{1 + x^2}$ |
| 19. | $\int \frac{dx}{(2 - x)^2}$ | 20. | $\int \frac{dx}{\sin \frac{x}{5}}$ |
| 21. | $\int x \cos(x^2 - 2) dx$ | 22. | $\int \frac{dx}{\cos^2(3 - 4x)}$ |
| 23. | $\int \sqrt[3]{2x + 25} dx$ | 24. | $\int (1 - 2x)^{10} dx$ |
| 25. | $\int \frac{dx}{x \ln^3 x}$ | 26. | $\int e^x \sqrt{e^{2x} + 1} dx$ |
| 27. | $\int \frac{x}{\sqrt{4 - x^2}} dx$ | 28. | $\int \frac{x}{4 + x^2} dx$ |
| 29. | $\int \frac{dx}{\sin^2(x - 3)}$ | 30. | $\int \frac{dx}{\sqrt{3 - 2x}}$ |
| 31. | $\int 5^{1-2x} dx$ | 32. | $\int \frac{dx}{x \ln^3 x}$ |
| 33. | $\int \frac{e^x dx}{e^x + 1}$ | 34. | $\int \frac{xdx}{3 + 4x^4}$ |
| 35. | $\int x \cdot e^{x^2+2} dx$ | 36. | $\int \sqrt{1 + 5x} dx$ |
| 37. | $\int \frac{dx}{9 - 7x}$ | 38. | $\int \frac{dx}{\sin(1 - x)}$ |
| 39. | $\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1 - x^2}} dx$ | 40. | $\int \frac{\sin x}{(2 - \cos x)^2} dx$ |
| 41. | $\int \frac{dx}{x(\ln x + 1)}$ | 42. | $\int e^{0,1x+2} dx$ |
| 43. | $\int \cos(3x + 1) dx$ | 44. | $\int \frac{\operatorname{tg}^3 x dx}{\cos^2 x}$ |
| 45. | $\int 10^{2x+1} dx$ | 46. | $\int 3^{\sin x} \cos x dx$ |

Продолжение таблицы 1.2

| | | | |
|-----|-----------------------|-----|-------------------------------|
| 47. | $\int (1-5x)^{11} dx$ | 48. | $\int \frac{x^2 dx}{x^3 + 4}$ |
| 49. | $\int 5^{1-3x} dx$ | 50. | $\int \sin^5 x \cos x dx$ |

1.3 Задание 3

Найти интеграл, используя формулу интегрирования по частям, результат проверить дифференцированием.

Таблица 1.3

| | | | |
|-----|-----------------------------|-----|----------------------------|
| 1. | $\int \ln x dx$ | 2. | $\int 2x \sin 3x dx$ |
| 3. | $\int (3+2x) \cos x dx$ | 4. | $\int (4-3x) \cdot e^x dx$ |
| 5. | $\int (2x+3) \sin x dx$ | 6. | $\int e^x \cos x dx$ |
| 7. | $\int x \cdot 2^{3x+4} dx$ | 8. | $\int \arctg x dx$ |
| 9. | $\int \arccos x dx$ | 10. | $\int x \cdot e^{1-x} dx$ |
| 11. | $\int (3x-1) \cos x dx$ | 12. | $\int (1-4x) \sin x dx$ |
| 13. | $\int x \ln x dx$ | 14. | $\int x \cdot 3^{1-5x} dx$ |
| 15. | $\int (3-2x) \cos x dx$ | 16. | $\int \ln(2x-1) dx$ |
| 17. | $\int x \cdot e^{2x-1} dx$ | 18. | $\int (x+2) e^{5x} dx$ |
| 19. | $\int (2-x) \sin x dx$ | 20. | $\int x \arctg x dx$ |
| 21. | $\int 4x \cdot 5^{1-2x} dx$ | 22. | $\int (1-x) \cos x dx$ |
| 23. | $\int (x+1) 7^x dx$ | 24. | $\int x \cdot 2^{-x} dx$ |
| 25. | $\int \arccos(x+1) dx$ | 26. | $\int \ln(1-x) dx$ |
| 27. | $\int x \ln(3x+5) dx$ | 28. | $\int \arcsin 2x dx$ |

Продолжение таблицы 1.3

| | | | |
|-----|--|-----|---|
| 29. | $\int x \cdot e^{1-x} dx$ | 30. | $\int x \cdot e^{\frac{x}{3}} dx$ |
| 31. | $\int x \sin \frac{x}{3} dx$ | 32. | $\int (x-1)2^{x+5} dx$ |
| 33. | $\int x \cdot 2^{5x} dx$ | 34. | $\int \frac{x-2}{e^x} dx$ |
| 35. | $\int x \ln(x-1) dx$ | 36. | $\int e^{3x}(2x-1) dx$ |
| 37. | $\int x \cos(2-x) dx$ | 38. | $\int (x+2) \cdot 3^{\frac{x}{2}} dx$ |
| 39. | $\int (1+2x)2^x dx$ | 40. | $\int (1-x) \sin 5x dx$ |
| 41. | $\int \frac{x+1}{5^x} dx$ | 42. | $\int \ln\left(\frac{x}{2}+1\right) dx$ |
| 43. | $\int (x+1) \operatorname{arctg} x dx$ | 44. | $\int \arccos 2x dx$ |
| 45. | $\int (2x-1) \cdot 2^{-x} dx$ | 46. | $\int \frac{1-x}{e^x} dx$ |
| 47. | $\int x \cdot e^{1-5x} dx$ | 48. | $\int e^{x+1}(x-1) dx$ |
| 49. | $\int \frac{2x+1}{2^x} dx$ | 50. | $\int \operatorname{arctg}(2x+1) dx$ |

1.4 Задание 4

Найти интеграл, содержащий квадратный трехчлен в знаменателе, результат проверить дифференцированием.

Таблица 1.4

| | | | |
|----|-----------------------------------|-----|------------------------------------|
| 1. | $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+4x+5}}$ | 2. | $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+6x+25}}$ |
| 3. | $\int \frac{dx}{x^2-4x+8}$ | 4. | $\int \frac{dx}{x^2+2x+10}$ |
| 5. | $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+5}}$ | 6. | $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+4x+5}}$ |
| 7. | $\int \frac{dx}{x^2-10x+26}$ | 8. | $\int \frac{dx}{x^2+6x+18}$ |
| 9. | $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+4x+5}}$ | 10. | $\int \frac{dx}{4x^2+2x+3}$ |

Продолжение таблицы 1.4

| | | | |
|-----|---|-----|---|
| 11. | $\int \frac{dx}{4x^2 + 4x + 5}$ | 12. | $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 10x + 29}}$ |
| 13. | $\int \frac{dx}{2x^2 - 4x + 10}$ | 14. | $\int \frac{dx}{6x - 10 - x^2}$ |
| 15. | $\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 15}$ | 16. | $\int \frac{dx}{15x - 7 - 3x^2}$ |
| 17. | $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 6x + 13}}$ | 18. | $\int \frac{dx}{5x^2 - 4x + 1}$ |
| 19. | $\int \frac{dx}{x^2 - 14x + 50}$ | 20. | $\int \frac{dx}{x^2 + 14x + 48}$ |
| 21. | $\int \frac{dx}{\sqrt{-x^2 + 6x - 10}}$ | 22. | $\int \frac{dx}{x^2 + 10x + 29}$ |
| 23. | $\int \frac{dx}{\sqrt{-x^2 + 4x - 10}}$ | 24. | $\int \frac{dx}{x^2 + 8x + 17}$ |
| 25. | $\int \frac{dx}{x^2 - 12x + 40}$ | 26. | $\int \frac{dx}{x^2 + 12x + 37}$ |
| 27. | $\int \frac{dx}{x^2 - 4x + 20}$ | 28. | $\int \frac{dx}{\sqrt{-x^2 + 4x - 5}}$ |
| 29. | $\int \frac{dx}{x^2 + x + 1}$ | 30. | $\int \frac{dx}{\sqrt{-5 + 4x - x^2}}$ |
| 31. | $\int \frac{dx}{x^2 - 3x + 3}$ | 32. | $\int \frac{dx}{4x^2 + 4x + 10}$ |
| 33. | $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}}$ | 34. | $\int \frac{dx}{2x^2 - x + 1}$ |
| 35. | $\int \frac{dx}{x^2 + 3x + 3}$ | 36. | $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 6x + 13}}$ |
| 37. | $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 17}}$ | 38. | $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 10x + 26}}$ |
| 39. | $\int \frac{dx}{9x^2 - 6x + 5}$ | 40. | $\int \frac{dx}{x^2 + 4x + 8}$ |
| 41. | $\int \frac{dx}{\sqrt{4x - 8 - x^2}}$ | 42. | $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 2x + 17}}$ |
| 43. | $\int \frac{dx}{4x^2 - 12x + 10}$ | 44. | $\int \frac{dx}{16x^2 - 8x + 10}$ |
| 45. | $\int \frac{dx}{x^2 - 8x + 20}$ | 46. | $\int \frac{dx}{x^2 - 2x + 2}$ |

Продолжение таблицы 1.4

| | | | |
|-----|--|-----|---------------------------------------|
| 47. | $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 4x + 13}}$ | 48. | $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 5x + 1}}$ |
| 49. | $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}}$ | 50. | $\int \frac{dx}{x^2 - 10x + 29}$ |

1.5 Задание 5

С помощью определенного интеграла вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями.

Таблица 1.5

| | | | |
|-----|---|-----|---|
| 1. | $y = 4 - x^2, y = x^2 - 2x$ | 2. | $\begin{cases} x = 6 \cos t \\ y = 2 \sin t \end{cases}, y = \sqrt{3} \quad (y \geq \sqrt{3})$ |
| 3. | $\rho = 4 \cos 3\varphi, \rho = 2 \quad (\rho \geq 2)$ | 4. | $y = \sin x \cdot \cos^2 x, y = 0 \quad \left(0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right)$ |
| 5. | $\begin{cases} x = 2(t - \sin t) \\ y = 2(1 - \cos t) \end{cases}, y = 3$ $(0 \leq x \leq 4\pi, y \geq 3)$ | 6. | $\rho = \cos 2\varphi$ |
| 7. | $y = x\sqrt{9 - x^2}, y = 0 \quad (0 \leq x \leq 3)$ | 8. | $\begin{cases} x = \sqrt{2} \cos t \\ y = 2\sqrt{2} \sin t \end{cases}, y = 2 \quad (y \geq 2)$ |
| 9. | $\rho = \sqrt{3} \cos \varphi, \rho = \sin \varphi \quad \left(0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}\right)$ | 10. | $y = 2x - x^2 + 3, y = x^2 - 4x + 3$ |
| 11. | $\begin{cases} x = 3 \cos t \\ y = 8 \sin t \end{cases}, y = 4\sqrt{3} \quad (y \geq 4\sqrt{3})$ | 12. | $\rho = \sin 3\varphi$ |
| 13. | $y = (x - 2)^2, y = 4x - 8$ | 14. | $\begin{cases} x = 3(t - \sin t) \\ y = 3(1 - \cos t) \end{cases}, y = 3$ $(0 \leq x \leq 6\pi, y \geq 3)$ |
| 15. | $\rho = \cos 3\varphi$ | 16. | $y = \sqrt{4 - x^2}, y = 0, x = 0, x = 1$ |
| 17. | $\begin{cases} x = 4(t - \sin t) \\ y = 4(1 - \cos t) \end{cases}, y = 4$ $(0 \leq x \leq 8\pi, y \geq 4)$ | 18. | $\rho = \sin \varphi, \rho = 2 \sin \varphi$ |
| 19. | $x = 4 - (y - 1)^2, x = y^2 - 4y + 3$ | 20. | $\begin{cases} x = 2\sqrt{2} \cos t \\ y = 3\sqrt{2} \sin t \end{cases}, y = 3 \quad (y \geq 3)$ |
| 21. | $\rho = 1 + \sqrt{2} \cos \varphi$ | 22. | $y = x^2 \cos x, y = 0 \quad \left(0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right)$ |

Продолжение таблицы 1.5

| | | | |
|-----|--|-----|--|
| 23. | $\begin{cases} x = 6 \cos t \\ y = 4 \sin t \end{cases}, y = 2\sqrt{3} \quad (y \geq 2\sqrt{3})$ | 24. | $\rho = \frac{1}{2} + \cos \varphi$ |
| 25. | $y = (x+1)^2, y^2 = x+1$ | 26. | $\begin{cases} x = 10(t - \sin t) \\ y = 10(1 - \cos t) \end{cases}, y = 15$ $(0 \leq x \leq 20\pi, y \geq 15)$ |
| 27. | $\rho = 1 + \sqrt{2} \sin \varphi$ | 28. | $y = x\sqrt{36 - x^2}, y = 0 \quad (0 \leq x \leq 6)$ |
| 29. | $\begin{cases} x = 3 \cos t \\ y = 8 \sin t \end{cases}, y = 4 \quad (y \geq 4)$ | 30. | $\rho = \frac{3}{2} \cos \varphi, \rho = \frac{5}{2} \cos \varphi$ |
| 31. | $y = \frac{1}{x\sqrt{1 + \ln x}}, y = 0, x = 1, x = e^3$ | 32. | $\begin{cases} x = 6(t - \sin t) \\ y = 6(1 - \cos t) \end{cases}, y = 9$ $(0 \leq x \leq 12\pi, y \geq 9)$ |
| 33. | $\rho = 6 \sin \varphi, \rho = 4 \sin \varphi$ | 34. | $x = 4 - y^2, x = y^2 - 2y$ |
| 35. | $\begin{cases} x = 6(t - \sin t) \\ y = 6(1 - \cos t) \end{cases}, y = 6$ $(0 \leq x \leq 12\pi, y \geq 6)$ | 36. | $\rho = 3 \sin \varphi, \rho = 5 \sin \varphi$ |
| 37. | $y = (x-1)^2, y^2 = x-1$ | 38. | $\begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = 6 \sin t \end{cases}, y = 3 \quad (y \geq 3)$ |
| 39. | $\rho = 2 \sin \varphi, \rho = 4 \sin \varphi$ | 40. | $x = \sqrt{4 - y^2}, y = 0, x = 0, y = 1$ |
| 41. | $\begin{cases} x = 9(t - \sin t) \\ y = 9(1 - \cos t) \end{cases}, y = 9$ $(0 \leq x \leq 18\pi, y \geq 9)$ | 42. | $\rho = 4 \cos 4\varphi$ |
| 43. | $y = x\sqrt{4 - x^2}, y = 0 \quad (0 \leq x \leq 2)$ | 44. | $\begin{cases} x = 4 \cos t \\ y = 10 \sin t \end{cases}, y = 2 \quad (y \geq 2)$ |
| 45. | $\rho = 6 \sin 3\varphi, \rho = 3 \quad (\rho \geq 3)$ | 46. | $y = \frac{x}{(x^2 + 1)^2}, x = 1, y = 0$ |
| 47. | $\begin{cases} x = 4(t - \sin t) \\ y = 4(1 - \cos t) \end{cases}, y = 4$ $(0 \leq x \leq 16\pi, y \geq 4)$ | 48. | $\rho = 4 \sin 3\varphi, \rho = 2 \quad (\rho \geq 2)$ |
| 49. | $x = (y-2)^2, x = 4y-8$ | 50. | $\rho = \sin 2\varphi$ |

1.6 Задание 6

Вычислить длину дуги кривой, заданной явно, или параметрически, или в полярных координатах, используя определенный интеграл.

Таблица 1.6

| | | | |
|-----|--|-----|---|
| 1. | $\begin{cases} x = 5(t - \sin t) \\ y = 5(1 - \cos t) \end{cases}, (0 \leq t \leq \pi)$ | 2. | $\rho = \sqrt{2} \cdot e^\varphi, -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ |
| 3. | $y = \frac{x^2}{4} - \frac{\ln x}{2}, 1 \leq x \leq 2$ | 4. | $\begin{cases} x = e^t(\cos t + \sin t) \\ y = e^t(\cos t - \sin t) \end{cases}, (0 \leq t \leq \pi)$ |
| 5. | $\rho = 5(1 - \cos \varphi), -\frac{\pi}{3} \leq \varphi \leq 0$ | 6. | $y = \sqrt{1-x^2} + \arcsin x, 0 \leq x \leq \frac{7}{9}$ |
| 7. | $\begin{cases} x = \frac{1}{2} \cos t - \frac{1}{4} \cos 2t \\ y = \frac{1}{2} \sin t - \frac{1}{4} \sin 2t \end{cases}, \frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{2\pi}{3}$ | 8. | $\rho = \sqrt{2} \cdot e^\varphi, 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3}$ |
| 9. | $y = \ln \frac{5}{2x}, \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{8}$ | 10. | $\begin{cases} x = 10 \cos^3 t \\ y = 10 \sin^3 t \end{cases}, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ |
| 11. | $\rho = 6(1 + \sin \varphi), -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq 0$ | 12. | $y = \ln x, \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{15}$ |
| 13. | $\begin{cases} x = 4(\cos t + t \sin t) \\ y = 4(\sin t - t \cos t) \end{cases}, (0 \leq t \leq 2\pi)$ | 14. | $\rho = 3 \cdot e^{\frac{3\varphi}{4}}, 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3}$ |
| 15. | $y = -\ln \cos x, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{6}$ | 16. | $\begin{cases} x = e^t(\cos t + \sin t) \\ y = e^t(\cos t - \sin t) \end{cases}, \frac{\pi}{2} \leq t \leq \pi$ |
| 17. | $\rho = 5 \cdot e^{\frac{5\varphi}{12}}, -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ | 18. | $y = e^x + 6, \ln \sqrt{8} \leq x \leq \ln \sqrt{15}$ |
| 19. | $\begin{cases} x = 8 \cos^3 t \\ y = 8 \sin^3 t \end{cases}, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{6}$ | 20. | $\rho = 3(1 + \sin \varphi), -\frac{\pi}{6} \leq \varphi \leq 0$ |
| 21. | $y = \ln(x^2 - 1), 2 \leq x \leq 3$ | 22. | $\begin{cases} x = 3(t - \sin t) \\ y = 3(1 - \cos t) \end{cases}, \pi \leq t \leq 2\pi$ |
| 23. | $\rho = 3 \cdot e^{\frac{3\varphi}{4}}, -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ | 24. | $y = \sqrt{1-x^2} + \arccos x, 0 \leq x \leq \frac{8}{9}$ |
| 25. | $\begin{cases} x = 3(2 \cos t - \sin t) \\ y = 3(2 \sin t - \cos 2t) \end{cases}, (0 \leq t \leq 2\pi)$ | 26. | $\rho = 2(1 - \cos \varphi), -\pi \leq \varphi \leq -\frac{\pi}{2}$ |
| 27. | $y = \ln \sin x, \frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ | 28. | $\begin{cases} x = 4(t - \sin t) \\ y = 4(1 - \cos t) \end{cases}, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ |

Продолжение таблицы 1.6

| | | | |
|-----|---|-----|---|
| 29. | $\rho = 4 \cdot e^{\frac{4\varphi}{3}}, 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3}$ | 30. | $y = \ln 7 - \ln x, \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{8}$ |
| 31. | $\begin{cases} x = 6(\cos t + t \sin t) \\ y = 6(\sin t - t \cos t) \end{cases}, 0 \leq t \leq \pi$ | 32. | $\rho = 1 - \sin \varphi, -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq -\frac{\pi}{6}$ |
| 33. | $y = 1 - \ln \cos x, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{6}$ | 34. | $\begin{cases} x = \frac{7}{2}(2 \cos t - \cos 2t) \\ y = \frac{7}{2}(2 \sin t - \sin 2t) \end{cases}, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ |
| 35. | $\rho = 2 \cdot e^{\frac{4\varphi}{3}}, -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ | 36. | $y = e^x, \ln \sqrt{15} \leq x \leq \ln \sqrt{24}$ |
| 37. | $\begin{cases} x = 3(\cos t + t \sin t) \\ y = 3(\sin t - t \cos t) \end{cases}, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{3}$ | 38. | $\rho = 6 \cdot e^{\frac{12\varphi}{5}}, -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ |
| 39. | $y = \ln \cos x + 2, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{6}$ | 40. | $\begin{cases} x = 5 \sin^3 t \\ y = 5 \cos^3 t \end{cases}, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{3}$ |
| 41. | $\rho = 4(1 - \sin \varphi), 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{6}$ | 42. | $y = \arcsin x - \sqrt{1 - x^2}, 0 \leq x \leq \frac{15}{16}$ |
| 43. | $\begin{cases} x = 6 \cos^3 t \\ y = 6 \sin^3 t \end{cases}, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{3}$ | 44. | $\rho = 12 \cdot e^{\frac{12\varphi}{5}}, -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ |
| 45. | $y = e^x + 26, \ln \sqrt{8} \leq x \leq \ln \sqrt{24}$ | 46. | $\begin{cases} x = 2,5(t - \sin t) \\ y = 2,5(1 - \cos t) \end{cases}, \frac{\pi}{2} \leq t \leq \pi$ |
| 47. | $\rho = 8(1 - \cos \varphi), -\frac{2\pi}{3} \leq \varphi \leq 0$ | 48. | $y = 1 - \ln \sin x, \frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ |
| 49. | $\begin{cases} x = 2(2 \cos t - \cos 2t) \\ y = 2(2 \sin t - \sin 2t) \end{cases}, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{3}$ | 50. | $\rho = 5 \cdot e^{\frac{5\varphi}{12}}, 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3}$ |

1.7 Задание 7

Найти общий интеграл дифференциального уравнения с разделяющимися переменными.

Таблица 1.7

| | | | |
|----|------------------------|----|---|
| 1. | $y \ln y + xy' = 0$ | 2. | $\frac{\operatorname{tg} x \, dx}{\cos^2 x} + \frac{\operatorname{tg} y \, dy}{\cos^2 y} = 0$ |
| 3. | $(1 + e^x) y' = ye^x$ | 4. | $y(4 + e^x) dy - e^x dx = 0$ |
| 5. | $(5 + e^x) yy' = e^x$ | 6. | $(1 + y^2) dx = (1 + x^2) dy$ |
| 7. | $y - xy' = 1 + x^2 y'$ | 8. | $(2x + 1) dy = y^2 dx$ |

Продолжение таблицы 1.7

| | | | |
|-----|---|-----|---|
| 9. | $y' = (2y + 1) \operatorname{ctgx}$ | 10. | $y \ln y dx + x dy = 0$ |
| 11. | $x^2 y' + y^2 = 0$ | 12. | $\frac{dx}{x(y-1)} + \frac{dy}{y(x+2)} = 0$ |
| 13. | $y' \sin x = y \ln y$ | 14. | $(e^x + 8) dy - ye^x dx = 0$ |
| 15. | $y' = 2^{x-y}$ | 16. | $(1 + 2y) x dx + (1 + x^2) dy = 0$ |
| 17. | $xy' = \frac{y}{\ln x}$ | 18. | $(xy^2 + x) dx + (y - x^2 y) dy = 0$ |
| 19. | $yy' = -\frac{2x}{\cos y}$ | 20. | $3e^x \operatorname{tgy} dx + \frac{(2 - e^x)}{\cos^2 y} dy = 0$ |
| 21. | $y' \operatorname{tg} x - y = 1$ | 22. | $xy dx + \sqrt{1 - x^2} dy = 0$ |
| 23. | $(1 + e^x) yy' = e^x$ | 24. | $(3y^2 + 1) dy = 2x dx$ |
| 25. | $(x^2 + 9) y' = y^2$ | 26. | $\ln x dx + x \operatorname{tgy} dy = 0$ |
| 27. | $y' \sin x = y \ln y$ | 28. | $e^y (1 + x^2) dy - 2x(1 + e^y) dx = 0$ |
| 29. | $xy(1 + x^2) y' = 1 + y^2$ | 30. | $x\sqrt{5 + y^2} dx + y\sqrt{4 + x^2} dy = 0$ |
| 31. | $y' = \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tgy}$ | 32. | $6x dx - y dy = yx^2 dy - 3xy^2 dx$ |
| 33. | $y' \operatorname{ctg} x = y + 3$ | 34. | $ye^{2x} dx - (1 + e^{2x}) dy = 0$ |
| 35. | $y' \operatorname{tg} x = y^2 + 4$ | 36. | $2x dx - 2y dy = x^2 y dy - 2xy^2 dx$ |
| 37. | $y' \cos x = \frac{y}{\ln y}$ | 38. | $x\sqrt{1 - y^2} dx + y\sqrt{1 - x^2} dy = 0$ |
| 39. | $xy = y' \ln y$ | 40. | $5e^x \operatorname{tgy} dx + \frac{(1 - e^x) dy}{\cos^2 y} = 0$ |
| 41. | $e^{-y} (1 + y') = 1$ | 42. | $e^y (1 + x^2) dy - 2x(1 + e^y) dx = 0$ |
| 43. | $y' = (y + 1) e^{4x}$ | 44. | $x\sqrt{3 + y^2} dx + y\sqrt{2 + x^2} dy = 0$ |
| 45. | $y' \operatorname{ctg} x + y = 1$ | 46. | $2e^x \cdot \operatorname{ctgy} dx + (1 + e^x) \cdot \frac{1}{\sin^2 y} dy = 0$ |

Продолжение таблицы 1.7

| | | | |
|-----|----------------------------------|-----|---|
| 47. | $y' \sin x = y \ln^2 y$ | 48. | $(1 + e^{2x}) y^2 dy = e^x dx$ |
| 49. | $y' \operatorname{tg} x = y - 1$ | 50. | $\frac{xdx}{\sqrt{1-y^2}} + \frac{ydy}{\sqrt{1-x^2}} = 0$ |

1.8 Задание 8

Найти решение задачи Коши линейного дифференциального уравнения первого рода или дифференциального уравнения Бернулли.

Таблица 1.8

| | | | |
|-----|--|-----|---|
| 1. | $y' + y = xy^3, \quad y(0) = \sqrt{2}$ | 2. | $xy' - 2y = x^4, \quad y(-1) = -2$ |
| 3. | $y' - y = 2xy^2, \quad y(0) = \frac{1}{2}$ | 4. | $y' - \frac{y}{x} = \frac{-12}{x^3}, \quad y(1) = 4$ |
| 5. | $y' + xy = xy^3, \quad y(1) = 1$ | 6. | $y' + xy = -x^3, \quad y(0) = 3$ |
| 7. | $y' \cdot x + y = -xy^2, \quad y(1) = 1$ | 8. | $y' - \frac{y}{x} = \frac{\ln x}{x}, \quad y(1) = 1$ |
| 9. | $y' + 2xy = 2x^3 y^3, \quad y(0) = \sqrt{2}$ | 10. | $xy' + y = e^x, \quad y(1) = e$ |
| 11. | $xy' + y = -x^2 y^2, \quad y(1) = -1$ | 12. | $y' + 2xy = 2xe^{-x^2}, \quad y(0) = 4$ |
| 13. | $y' - y = xy^2, \quad y(0) = 1$ | 14. | $y' + x^2 y = x^2, \quad y(0) = -1$ |
| 15. | $y' + y = xy^2, \quad y(0) = 1$ | 16. | $y' + \frac{y}{x} = 3x, \quad y(1) = 1$ |
| 17. | $xy' + y = y^2 \ln x, \quad y(1) = 1$ | 18. | $y' + xy = x^3, \quad y(0) = -1$ |
| 19. | $y' + \frac{y}{x} = x^2 y^4, \quad y(1) = 1$ | 20. | $y' - 2xy = x, \quad y(0) = 0$ |
| 21. | $y' - 2xy = 3x^3 y^2, \quad y(0) = 1$ | 22. | $4xy' + y = 13x^3, \quad y(1) = 5$ |
| 23. | $2(xy' + y) = xy^2, \quad y(1) = 2$ | 24. | $y' - y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}, \quad y(0) = 0$ |
| 25. | $xy' - y = y^2 \ln x, \quad y(1) = 1$ | 26. | $xy' + y = x^2, \quad y(3) = 3$ |

Продолжение таблицы 1.8

| | | | |
|-----|---|-----|--|
| 27. | $xy' + 2y = 3x^5 y^2, \quad y(1) = -1$ | 28. | $x^2 y' + xy = 1, \quad y(1) = 1$ |
| 29. | $y' + xy = x^3 y^3, \quad y(0) = 1$ | 30. | $y' + \frac{3y}{x} = \frac{2}{x^3}, \quad y(1) = 1$ |
| 31. | $xy' + y = -x^2 y^2, \quad y(1) = 1$ | 32. | $xy' - 2y = x^4, \quad y(2) = 0$ |
| 33. | $xy' + y = xy^2, \quad y(1) = 1$ | 34. | $y' - \frac{3y}{x} = x, \quad y(1) = 2$ |
| 35. | $y' - 2y \operatorname{tg} x = -y^2 \sin^2 x, \quad y(0) = 1$ | 36. | $xy' + y = 1, \quad y(1) = 2$ |
| 37. | $x^3 y' - x^2 y = y^2, \quad y(1) = 0,5$ | 38. | $x^4 y' + x^3 y = 4, \quad y(1) = 0$ |
| 39. | $y'x + y = -xy^2, \quad y(e) = \frac{1}{e}$ | 40. | $y' - \frac{y}{x} = x^2, \quad y(1) = 0$ |
| 41. | $xy' + 2y = x^5 y^2, \quad y(1) = 1$ | 42. | $y' - 4xy = -4x^3, \quad y(0) = \frac{-1}{2}$ |
| 43. | $y' + xy = xy^3, \quad y(0) = 1$ | 44. | $y' \operatorname{tg} x - y + \frac{1}{\sin x} = 0, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ |
| 45. | $xy' + y = y^2 \ln x, \quad y(1) = 1$ | 46. | $x^2 y' + xy = 1, \quad y(e) = 1$ |
| 47. | $3(xy' + y) = xy^2, \quad y(1) = 3$ | 48. | $y' + \frac{y}{x} = \sin x, \quad y(\pi) = \frac{1}{\pi}$ |
| 49. | $2(y' + y) = xy^2, \quad y(0) = 2$ | 50. | $y' + 2xy = -2x^3, \quad y(1) = e^{-1}$ |

1.9 Задание 9

Найти общий интеграл дифференциального уравнения второго рода, используя соответствующую замену.

Таблица 1.9

| | | | |
|----|--------------------|----|--|
| 1. | $xy'' = 1 + \ln x$ | 2. | $xy'' - 2y' = 3x^3$ |
| 3. | $xy'' - y' = 4x^3$ | 4. | $y'' = 2(y' - 1) \operatorname{ctg} x$ |
| 5. | $2xy'' = y'$ | 6. | $y'' + y' \operatorname{tg} x = -\cos^2 x$ |
| 7. | $xy'' - y' = x$ | 8. | $x^3 y'' = 4 \ln x$ |

Продолжение таблицы 1.9

| | | | |
|-----|---|-----|---|
| 9. | $y'' = xe^x$ | 10. | $y'' = x + \cos x$ |
| 11. | $y'' = \frac{1}{1+x^2}$ | 12. | $y'' = (y')^2$ |
| 13. | $y'' = x \ln x$ | 14. | $x^2 y'' = (y')^2$ |
| 15. | $xy'' - 2y' = 2x^4$ | 16. | $y'' \operatorname{tg} 5x = 5y'$ |
| 17. | $y'' - y' \operatorname{ctg} x = \sin x$ | 18. | $y'' \operatorname{tg} x = y' + 1$ |
| 19. | $y'' = xe^{-x}$ | 20. | $-xy'' + 2y' = \frac{2}{x}$ |
| 21. | $y'' + 2x(y')^2 = 0$ | 22. | $y'' - y' \operatorname{tg} x = \sin x$ |
| 23. | $(1+x^2)y'' + 2xy' = x^3$ | 24. | $(1+e^x)y'' + y' = 0$ |
| 25. | $xy'' - y' - x^2 = 0$ | 26. | $xy'' + y' = \sqrt{x}$ |
| 27. | $y'' - y' \operatorname{tg} x = \cos x$ | 28. | $(3+e^x)y'' = e^x y'$ |
| 29. | $xy'' = 2$ | 30. | $xy'' + y' = 1 + \ln x$ |
| 31. | $y'' x \ln x = y'$ | 32. | $xy'' - y' + \frac{1}{x} = 0$ |
| 33. | $(1 + \sin x)y'' = \cos x \cdot y'$ | 34. | $x^5 y'' + x^4 y' = 1$ |
| 35. | $\operatorname{tg} x \cdot y'' = 2y'$ | 36. | $xy'' + y' + x = 0$ |
| 37. | $(1+e^x)y'' + y' = 0$ | 38. | $y'' = \frac{x}{\sqrt{(1-4x^2)^3}}$ |
| 39. | $y'' + y' \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}$ | 40. | $x^2 y'' + xy' = 1$ |
| 41. | $xy'' - y' = \ln x$ | 42. | $y'' + \frac{2x}{x^2+4} y' = x$ |
| 43. | $y'' + \frac{2x}{x^2+1} y' = 2x$ | 44. | $y'' \operatorname{ctg} 2x + 2y' = 0$ |
| 45. | $x^4 y'' + x^3 y' = 4$ | 46. | $y'' = \sin x + \cos x$ |

Продолжение таблицы 1.9

| | | | |
|-----|--|-----|---|
| 47. | $y'' + y' \operatorname{ctg} x = \sin x$ | 48. | $y'' - y' \operatorname{ctg} x = \sin x$ |
| 49. | $y'' = \frac{x}{\sqrt{(1-x^2)^3}}$ | 50. | $y'' - y' \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}$ |

1.10 Задание 10

Найти решение задачи Коши дифференциального уравнения второго рода, используя соответствующую замену.

Таблица 1.10

| | | | |
|-----|---|-----|---|
| 1. | $y'' + 2e^{-y} = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 2$ | 2. | $1 + (y')^2 = yy'', \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$ |
| 3. | $y'' = 98y^3, \quad y(1) = 1, \quad y'(1) = 7$ | 4. | $y'' = e^y \cdot y', \quad y(1) = 0, \quad y'(1) = 1$ |
| 5. | $y'' = 32 \sin^3 y \cos y, \quad y(1) = \frac{\pi}{2}, \quad y'(1) = 4$ | 6. | $yy'' = (y')^2, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2$ |
| 7. | $y'' = 72y^3, \quad y(2) = 1, \quad y'(2) = 6$ | 8. | $y'' \sqrt{y} = y', \quad y(1) = 1, \quad y'(1) = 2$ |
| 9. | $y'' - e^y y' = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$ | 10. | $y'' = 50y^3, \quad y(3) = 1, \quad y'(3) = 5$ |
| 11. | $y'' = 50 \sin^3 y \cos t, \quad y(1) = \frac{\pi}{2}, \quad y'(1) = 5$ | 12. | $y'' y^3 + 16 = 0, \quad y(1) = 2, \quad y'(1) = 2$ |
| 13. | $y'' = e^{2y}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$ | 14. | $y'' = 18y^3, \quad y(1) = 1, \quad y'(1) = 3$ |
| 15. | $3y'y'' = 2y, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1$ | 16. | $y'' + 18 \sin y \cos^3 y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 3$ |
| 17. | $y'' y^3 + 49 = 0, \quad y(3) = -7, \quad y'(3) = -1$ | 18. | $y'' + 8 \sin y \cos^3 y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 2$ |
| 19. | $(y-1)y'' = 2(y')^2, \quad y(1) = 2, \quad y'(1) = 1$ | 20. | $y'' y^3 + 64 = 0, \quad y(0) = 4, \quad y'(0) = 2$ |
| 21. | $y'' = 128y^3, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 8$ | 22. | $y'' - 12y^2 = 0, \quad y(0) = 0,5, \quad y'(0) = 1$ |
| 23. | $y'' y^3 + 4 = 0, \quad y(0) = -1, \quad y'(0) = -2$ | 24. | $2y'' = e^{4y}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0,5$ |
| 25. | $y'' + 32 \sin y \cos^3 y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 4$ | 26. | $y'' = 8y^3, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2$ |
| 27. | $y'' y^3 + 25 = 0, \quad y(2) = -5, \quad y'(2) = -1$ | 28. | $y'' y^3 + 1 = 0, \quad y(1) = -1, \quad y'(1) = -1$ |

Продолжение таблицы 1.10

| | | | |
|-----|---|-----|---|
| 29. | $y'' = 3\sqrt{y+1}, \quad y(2) = 0, \quad y'(2) = 2$ | 30. | $y''y^3 = 1, \quad y(0) = 0,5, \quad y'(0) = 0$ |
| 31. | $y'y'' = 18y, \quad y(1) = 1, \quad y'(1) = 3$ | 32. | $y'' = e^y, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = \sqrt{2}$ |
| 33. | $y''y^3 = 3, \quad y(1) = 1, \quad y'(1) = 1$ | 34. | $y'' = 2yy', \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1$ |
| 35. | $y'' + 50\sin y \cos^3 y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 5$ | 36. | $yy'' = (y')^2, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1$ |
| 37. | $2yy'' = 3(y')^2, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1$ | 38. | $y'' = 2\sin^3 y \cos y, \quad y(1) = \frac{\pi}{2}, \quad y'(1) = 1$ |
| 39. | $y''y^3 + 36 = 0, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 2$ | 40. | $yy'' = 3(y')^2, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1$ |
| 41. | $y'' = 32y^3, \quad y(4) = 1, \quad y'(4) = 4$ | 42. | $4y'' = e^{2y}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0,5$ |
| 43. | $y'' = 2y^3, \quad y(-1) = 1, \quad y'(-1) = 1$ | 44. | $1 + (y')^2 = 2yy'', \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$ |
| 45. | $y'' = 8\sin^3 y \cos y, \quad y(1) = \frac{\pi}{2}, \quad y'(1) = 2$ | 46. | $yy'' = (y')^2, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 3$ |
| 47. | $y''y^3 + 9 = 0, \quad y(1) = 1, \quad y'(1) = 3$ | 48. | $(y-2)y'' = 2(y')^2, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 1$ |
| 49. | $y'y'' = 2y, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$ | 50. | $2yy'' = 5 + (y')^2, \quad y(2) = 6, \quad y'(2) = 2$ |

1.11 Задание 11

Найти общий интеграл однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

Таблица 1.11

| | | | |
|----|------------------------|-----|-----------------------|
| 1. | $y'' + 2y' + y = 0$ | 2. | $y'' - 3y' - 4y = 0$ |
| 3. | $y'' + 121y = 0$ | 4. | $y'' - 6y' + 9y = 0$ |
| 5. | $y'' + 5y' + 6y = 0$ | 6. | $y'' - 6y' + 10y = 0$ |
| 7. | $y'' + 10y' + 25y = 0$ | 8. | $3y'' + y' = 0$ |
| 9. | $y'' + 4y' + 20y = 0$ | 10. | $y'' + 4y' + 4y = 0$ |

Продолжение таблицы 1.11

| | | | |
|-----|-------------------------|-----|--------------------------|
| 11. | $2y'' - y' - 3y = 0$ | 12. | $y'' + 9y = 0$ |
| 13. | $y'' - 8y' + 16y = 0$ | 14. | $y'' + 9y' + 20y = 0$ |
| 15. | $4y'' + 12y' + 25y = 0$ | 16. | $y'' - 10y' + 25y = 0$ |
| 17. | $y'' + y' - 20y = 0$ | 18. | $9y'' + y = 0$ |
| 19. | $y'' + 6y' + 9y = 0$ | 20. | $y'' + 3y' = 0$ |
| 21. | $y'' + 4y' + 13y = 0$ | 22. | $y'' - 2y' + y = 0$ |
| 23. | $y'' - y' - 2y = 0$ | 24. | $13y'' - 6y' + y = 0$ |
| 25. | $4y'' - 4y' + y = 0$ | 26. | $3y'' - y' = 0$ |
| 27. | $2y'' + 2y' + 5y = 0$ | 28. | $25y'' + 10y' + y = 0$ |
| 29. | $y'' - 7y' + 10y = 0$ | 30. | $5y'' - 4y' + y = 0$ |
| 31. | $y'' + 8y' + 16y = 0$ | 32. | $y'' - 5y' + 6y = 0$ |
| 33. | $8y'' - 4y' + y = 0$ | 34. | $16y'' + 40y' + 25y = 0$ |
| 35. | $y'' - y' = 0$ | 36. | $y'' + 81y = 0$ |
| 37. | $16y'' - 24y' + 9y = 0$ | 38. | $y'' + 7y' = 0$ |
| 39. | $y'' + 2y' + 5y = 0$ | 40. | $9y'' - 12y' + 4y = 0$ |
| 41. | $y'' - 2y' - 15y = 0$ | 42. | $y'' + 8y' + 20y = 0$ |
| 43. | $9y'' + 30y' + 25y = 0$ | 44. | $4y'' + y' = 0$ |
| 45. | $y'' + 64y = 0$ | 46. | $49y'' + 14y' + y = 0$ |
| 47. | $2y'' - y' = 0$ | 48. | $81y'' - 18y' + y = 0$ |

Продолжение таблицы 1.11

| | | | |
|-----|-----------------|-----|---------------------|
| 49. | $36y'' + y = 0$ | 50. | $2y'' - y' - y = 0$ |
|-----|-----------------|-----|---------------------|

2. Контрольные вопросы

1. Дайте определение первообразной функции.
2. Что называется неопределенным интегралом?
3. Дайте определение операции интегрирования. Запишите соотношения, устанавливающие связи между интегрированием и дифференцированием.
4. Сформулируйте основные свойства неопределенного интеграла.
5. В чем суть способа интегрирования, введением множителя $\varphi'(x)$ под знак дифференциала? Запишите соответствующую формулу.
6. Напишите формулу интегрирования по частям для неопределенного интеграла.
7. Укажите типы интегралов, вычисление которых целесообразно производить при помощи метода интегрирования по частям.
8. Понятие определенного интеграла.
9. Какова формула Ньютона-Лейбница для вычисления определенного интеграла?
10. Перечислите свойства определенного интеграла.
11. Вычисление площади плоской фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в декартовой системе координат, или в полярной системе координат, или заданной параметрически.
12. Вычисление длины дуги гладкой кривой, заданной следующим образом:
 - а) $y = f(x), a \leq x \leq b$;
 - б) $x = \varphi(y), c \leq y \leq d$;
 - в) $\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}, \alpha \leq t \leq \beta$;
 - г) $\rho = \rho(\varphi), \alpha \leq \varphi \leq \beta$.
13. Дайте определение дифференциального уравнения. Что называется решением дифференциального уравнения?
14. Что называется интегрированием дифференциального уравнения, а что – интегральной кривой?

15. Дайте определение порядка дифференциального уравнения.
16. Что называется общим решением дифференциального уравнения, частным решением?
17. Укажите общий вид дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными, а также алгоритм их решения.
18. Укажите общий вид линейных дифференциальных уравнений. При помощи какой замены решается тип данных уравнений?
19. Укажите общий вид дифференциальных уравнений Бернулли. При помощи какой замены решается тип данных уравнений?
20. Дайте определение дифференциальных уравнений высших порядков.
21. Укажите методы, позволяющие понизить порядок следующих дифференциальных уравнений:
- а) $y^{(n)} = f(x)$;
 - б) $y'' = f(x, y')$;
 - в) $y'' = f(y, y')$.
22. Укажите общий вид линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами и методы его решения.

Список рекомендуемой литературы

1. Ильин В.А., Куркина А.В. Высшая математика. М.: Проспект, 2011.-608с.
2. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления. Т.1, М.: Интеграл-Пресс, 2007.-416с.
3. Бойцова Е.А. Практикум по математике: Учебное пособие. Старый Оскол: ТНТ, 2014. -160с.
4. Сборник задач по математике для вузов: В 4 частях: Ч.2 / Под общей ред. А.В. Ефимова и А.С. Поспелова. - М.: Изд-во физ.-мат. литературы, 2009.-432с.
5. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. Ч.II. Учеб.пособие для вузов. - М.: Высшая школа, 1996. - 304с., 416с.
6. Кудрявцев Л.Д. Математический анализ. Т.1. М.: Высш. шк., 1973. 495 с.
7. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Т.1. М.: 1971. 615 с.
8. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика. Дифференциальное и интегральное исчисление. М.: Наука, 1980. 464 с.
9. Сборник задач по математике для вузов. Линейная алгебра и основы математического анализа./Под ред. А.В. Ефимова, Б.П. Демидовича. –М.:Наука, 1981.
10. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. М.: Наука, 1976. 470 с.