

## 8-й класс

8.6 Доказать, что при  $n \in N$  число  $A = n^4 + 2n^2 + 9$  является составным.

8.7 Найдите все целые значения  $a$ , при которых система уравнений

$$\begin{cases} 2x + 5y = 8 \\ 6x + ay = 10 \end{cases}$$

имеет решение. Укажите наибольшее из возможных значений  $a$ .

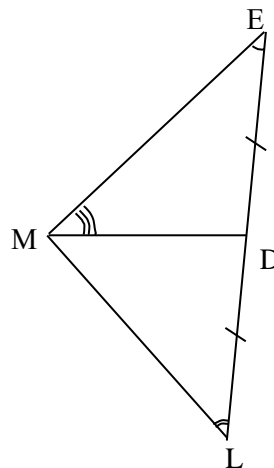
8.8 В деревне Сахаровка  $\frac{2}{5}$  всех мужчин женаты и  $\frac{2}{7}$  всех женщин замужем. Какая доля населения деревни состоит в браке?

8.9 Сто монет разложены в 10 стопок, по 10 монет в каждой. В одной из стопок все монеты фальшивые. Масса каждой нормальной монеты 5 г, а фальшивой – на 0,5 г меньше. Как при помощи одного взвешивания на весах с разновесами определить, в какой стопке находятся фальшивые монеты?

8.10 В треугольнике MEL провели медиану MD.

Оказалось, что  $\angle EMD = \angle E + \angle L$ ,  $MD = 4$  см.

Найти ML.



## 9-й класс

9.6 Докажите, что  $(2^{n+2} \cdot 3^n + 5n - 4) : 25$ .

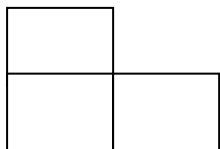
9.7 Решить уравнение:

$$(x + 3)^4 + (x + 5)^4 = 16.$$

9.8 Утром из пункта  $A$  в пункт  $B$  отправляется по течению моторная лодка. Одновременно из пункта  $B$  в пункт  $A$  выходит катер, собственная скорость которого в 1,4 раза больше собственной скорости моторной лодки. Известно, что лодка и катер встречаются в 12 часов дня, потом лодка прибывает в пункт  $B$  не позже 15 часов дня, а катер прибывает в пункт  $A$  не раньше 15 часов дня.

Найти время отправления лодки из пункта  $A$  в пункт  $B$ , если известно, что на путь из  $B$  в  $A$  лодка затрачивает не более 9 часов, а катер на путь из  $A$  в  $B$  затрачивает не менее 4,5 часов.

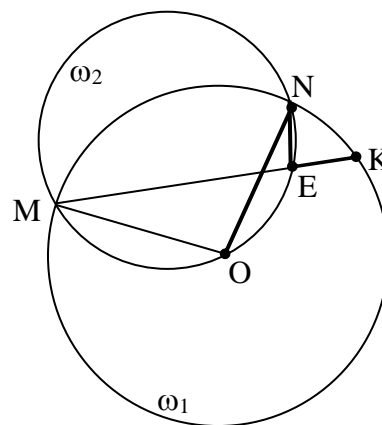
9.9 Существуют ли на клетчатой бумаге прямоугольник, который можно без пересечений замостить «уголками», изображенными на рисунке



с выполнением условий

- ✓ ни в какой точке не смыкается более трех «уголков»;
- ✓ никакие два «уголка» не образуют прямоугольник  $3 \times 2$  клетки?

9.10 Две окружности пересекаются в точках  $M$  и  $N$  (см. рис.1). При этом вторая окружность проходит через центр  $O$  первой окружности и некоторую точку  $E$  хорды  $MK$  первой окружности. Доказать, что  $NE = EK$



## 10 класс

**10.6** Натуральные числа  $m$  и  $n$  таковы: что  $99m = 91n$ , докажите, что  $m + n$  составное.

**10.7** Решить систему

$$\begin{cases} 2x^2 - xy - y^2 - 4x + 4y = 0, \\ x^2 + xy - 2y^2 - 5x + 5y = 0. \end{cases}$$

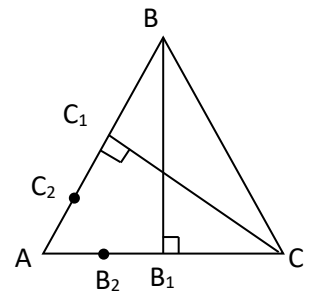
**10.8** Доказать неравенство

$$\frac{|a + b + c|}{2 + |a + b + c|} \leq \frac{|a|}{2 + |a|} + \frac{|b|}{2 + |b|} + \frac{|c|}{2 + |c|}.$$

**10.9** Дана геометрическая прогрессия с положительными членами. Известно, что 10-ый член этой прогрессии меньше 8, а 21-ый член больше 64. Докажите, что 87-ой член больше, чем  $2^{24}$ .

**10.10** Дан остроугольный треугольник  $ABC$ .

$BB_1$  и  $CC_1$  – высоты. На стороне  $CA$  отмечена точка  $B_2$  так, что  $CC_1 = CB_2$ . На стороне  $BA$  отмечена  $C_2$  так, что  $BB_1 = BC_2$ . Доказать, что  $C_1, C_2, B_1, B_2$  лежат на одной окружности.



## 11 класс

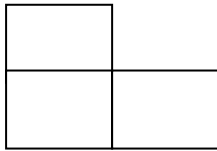
**11.6** В числе  $2*0*2*3*0*$  нужно заменить каждую из 5 звездочек на любую из цифр 0,1,2,3,4,5,6,7,8 (цифры могут повторяться) так, что полученное 10-значное число делилось на 36. Сколькими способами это можно сделать.

**11.7** Решить уравнение

$$\left(\frac{1}{\sin^6 x} + \frac{1}{\cos^4 2x}\right) (\sin^6 x + \cos^4 2x) = 4\cos^2 \left(\sqrt{\frac{\pi^2}{4} - x^2}\right)$$

**11.8** Решить уравнение:  $\sqrt[3]{2-x} = 1 - \sqrt{x-1}$ . В ответе указать сумму корней.

**11.9** Существуют ли на клетчатой бумаге прямоугольник, который можно без пересечений замостить «уголками», изображенными на рисунке



с выполнением условий

- ✓ ни в какой точке не смыкается более трех «уголков»;
- ✓ никакие два «уголка» не образуют прямоугольник  $3 \times 2$  клетки?

**11.10** Две окружности, радиусы которых равны, касаются внешним образом в точке С. АС – диаметр первой окружности  $\omega_1$ , СВ – диаметр второй окружности  $\omega_2$ . Прямая  $\ell$ , проходящая через точку А пересекает вторично  $\omega_1$  в точке Е, пересекает  $\omega_2$  в точках F и Р. На прямой  $\ell$  за точку Р взята точка М так, что  $EF=PM$ . Докажите, что  $AB=2MC$ .

