**РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЭКЗАМЕНУ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ПОНЯТИЙНЫЙ АППАРАТ МАТЕМАТИКИ»**

**1 КУРС, 1 СЕМЕСТР**

Экзаменационный тест содержит 16 заданий. 15 заданий оцениваются в два балла, 16-ое задание представляет собой трудную задачу.

Задания разделены по дидактическим единицам:

– Элементы математической логики и теории множеств (3 задания)

– Комплексные числа (2 задания),

– Матрицы, определители, системы линейных уравнений (4 задания),

– Векторная алгебра аналитическая геометрия (6 заданий),

Ниже идет перечень необходимых теоретических сведений и примерные типы экзаменационных задач, предварительный разбор которых поможет подготовиться к экзамену.

**I. Элементы математической логики и теории множеств**

**Логические операции над высказываниями, логическая символика. Понятия множества и его элемента. Подмножества. Число подмножеств конечного множества. Операции над множествами: пересечение, объединение и разность. Декартово произведение множеств.**

**Задача 1 *Высказывания, логическая символика***

А) Высказывания, которые являются истинными

1)  2) 

3)  4) 

Б) Логической формулой *А→*⌐*В*, где высказывание *А* – “Будет дождь”, высказывание *В* – “Дети пойдут гулять”, записывается выражение:

1. Если будет дождь, то дети пойдут гулять
2. Если не будет дождя, то дети пойдут гулять
3. Если будет дождь, то дети не пойдут гулять
4. Будет дождь, но дети пойдут гулять

**Задача 2 *Подмножества***

Утверждения, верные для данного множества 

1)  2) 

3)  4) 

**Задача 3 *Операции над множествами***

А) Для множеств и найти объединение множеств, пересечение множеств, разность и декартово произведение

Б) Записать выражение для множества, изображенное ниже с помощью диаграмм Эйлера-Венна



**II. Комплексные числа**

**Мнимая единица. Алгебраическая, тригонометрическая и экспоненциальная формы записи. Переход от одной записи к другой. Действия над комплексными числами, записанными в алгебраической форме. Комплексно сопряженные числа. Действия над комплексными числами, записанными в тригонометрической форме. Формула Муавра. Многочлены над множеством комплексных чисел. Основная теорема алгебры.**

**Задача 4**

Вычислить а)  б) 

**Задача 5**

А) Указать действительную и мнимую части комплексного числа 

Б) Указать модуль и аргумент комплексного числа 

В) Записать тригонометрическую и экспоненциальную форму комплексного числа 

Г) Изобразить  на комплексной плоскости, указать число, симметричное данному относительно а) начала координат, б) действительной оси, в) мнимой оси

**III. Матрицы, определители, системы линейных уравнений**

**Матрицы и действия с ними. Свойства операций над матрицами. Транспонированная матрица. Понятие определителя (через инверсии). Вычисление определителей 2-го и 3-го порядков через определение. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о разложении определителя по строке или столбцу. Обратная матрица: определение, алгоритм нахождения. Системы линейных уравнений: общие понятия. Методы решения систем линейных уравнений: Крамера, обратной матрицей, Гаусса. Исследования систем линейных уравнений.**

**Задача 6**

Для следующих матриц:

*А*=, *В*=, *С*= и *D*=

можно найти:

*1) А2 2) В2 3) А+В 4) А·В 5) А·С 6) С·А 7) С·В*

**Задача 7**

Определитель  равен \_\_\_\_\_\_\_\_.

**Задача 8**

Если определитель =1, то  равен \_\_\_\_\_

**Задача 9**

Если *А*=, где , и то *b21* равен \_\_\_\_\_

**Задача 10**

Значение коэффициента *k*, при котором данная ниже система линейных уравнений имеет бесконечное множество решений

*В реальном тесте могут быть вопросы типа: имеет бесконечное множество решений, не имеет решения, имеет единственное решение*

**IV. Векторная алгебра и аналитическая геометрия**

**Понятие вектора. Модуль вектора. Коллинеарные, компланарные векторы. Равные и противоположные векторы. Линейные операции над векторами: сложение, вычитание векторов, умножение вектора на число. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Базис векторного пространства. Координаты вектора в базисе и координатные свойства векторов. Координаты точки. Расстояние между точками, середина отрезка, деление отрезка в некотором отношении.**

**Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.**

**Основные идеи метода координат на плоскости и в пространстве. Линии и поверхности первого порядка.**

**Прямая на плоскости и все-все способы задания прямой на плоскости: задание прямой точкой и угловым коэффициентом, задание прямой точкой и направляющим вектором, задание прямой двумя точками, задание прямой в отрезках, задание прямой точкой и нормальным вектором, общее уравнение прямой на плоскости. Расстояние от точки до прямой на плоскости. Угол между прямыми на плоскости.**

**Прямая и плоскость в пространстве. Все-все способы задания. Угол между плоскостями в пространстве, угол между прямыми в пространстве, угол между прямой и плоскостью, расстояние от точки до плоскости в пространстве.**

**Линии второго порядка: эллипс, гипербола, парабола.**

**Задача 11**

А) Координаты точки *В*, если , , где *М* – середина *АВ*

Б) Координаты точки *М*, если , *В* и *М* делит *АВ* в отношении 3:1.

В) Известно, что  и , где . Найти координаты вектора .

**Задача 12** (на скалярное или векторное произведение векторов)

А) Найти скалярное произведение векторов  и , если ,  и .

Б) Найти угол между векторами  и .

В) При каком значении *λ* векторы  и  перпендикулярны?

Г) При каком значении *λ* векторы  и  коллинеарны?

Д) Вычислить работу силы  при перемещении материальной точки по отрезку прямой из положения  в положение .

**Задача 13** (на векторное или смешанное произведения векторов)

А) Вычислить площадь параллелограмма (или треугольника), построенного на векторах  и 

Б) Вычислить площадь треугольника *STR*, если ,  и .

В) Найти , если  и .

Г) Вычислить модуль вектора , если  и  и .

Д) Вычислить объем параллелепипеда (или треугольной призмы, или тетраэдра), построенного на векторах ,  и .

**Задача 14** (уравнение прямой на плоскости, плоскости и прямой в пространстве)

А) Составить параметрические и общее уравнения прямой, проходящей через точку , если  – направляющий вектор этой прямой.

Б) Составить каноническое и общее уравнения прямой на плоскости, проходящей через точки и 

В) Составить общее уравнение прямой, проходящей через точку  и имеющей угловой коэффициент 

Г) Составить общее уравнение прямой, проходящей через точку  параллельно прямой .

Д) Составить общее уравнение прямой, проходящей через точку  перпендикулярно прямой .

Е) Составить канонические уравнения прямой в пространстве, проходящей через точку , если  – направляющий вектор этой прямой.

Ё) Составить общее уравнение плоскости, проходящей через точки  если  – нормальный вектор этой плоскости.

Ж) Составить общее уравнение плоскости, проходящей через точку  параллельно векторам  и 

З) Составить общее уравнение плоскости, проходящей через точки  и 

И) 1. Вычислить угол между прямыми *p*1 и *p*2 в пространстве, если  .

Й) Вычислить угол между прямой и плоскостью .

К) Вычислить угол между плоскостями  и 

Л) Найти длину высоты *QH* тетраэдра *MNPQ*, если  и грань 

М) Вычислить расстояние от точки до плоскости 

**Задача 15**

А) Составить уравнение эллипса, если  – один из фокусов эллипса и

 – эксцентриситет эллипса. *Ответ: *

Б) Составить уравнение гиперболы, если прямые  – директрисы гиперболы и  – эксцентриситет гиперболы. *Ответ: *

В) Составить уравнение параболы, симметричной относительно оси *Ох*, директрисой которой является прямая . *Ответ: *