



УДК 621

Составитель Е.Н. Политов

Рецензент

Кандидат технических наук, доцент *А.Н. Рукавицын*

**Прикладная механика:** методические указания к выполнению самостоятельной работы для студентов направления 12.03.04 «Биотехнические системы и технологии» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост. Е.Н. Политов. Курск, 2022. 58 с.: ил. 20, табл. 12. Библиогр.: с. 58.

Методические указания содержат сведения по решению простейших типовых задач механики. Приведены варианты расчётных схем и примеры решения задач, правила оформления расчётно-графической работы, а также задания для самостоятельной работы и тестовые задания для самоконтроля по дисциплине «Прикладная механика».

Методические указания соответствуют требованиям федеральных государственных образовательных стандартов.

Предназначены для студентов направления 12.03.04 «Биотехнические системы и технологии» всех форм обучения, а также других специальностей, изучающих прикладную (техническую) механику.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 10.02.2022 . Формат 60x84 1/16  
Усл.печ.л. 3,2 . Уч.-изд.л. 3,0. Тираж 30 экз. Заказ 725 Бесплатно.  
Юго-Западный государственный университет.  
305040 Курск, ул. 50 лет Октября, 94

## Содержание

Введение	4
Основные требования по выполнению и защите расчётно-графических работ	4
1. Основные понятия механики	7
1.1. Тестовые задания для самоконтроля по разделу (теме) 1 «Основные понятия механики»	7
2. Кинематика	
2.1. Расчётно-графическая работа I. Определение кинематических параметров тел, совершающих вращательное и поступательное движение	11
2.2. Тестовые задания для самоконтроля по разделу (теме) 2 «Кинематика»	16
3. Статика	
3.1 Расчётно-графическая работа II. Определение реакций связей твёрдого тела	21
3.2 Тестовые задания для самоконтроля по разделу (теме) 3 «Статика»	26
4. Динамика	
4.1 Расчётно-графическая работа III. Применение теоремы об изменении кинетической энергии к решению задач динамики механической системы	30
4.2 Тестовые задания для самоконтроля по разделу (теме) 4 «Динамика»	36
5. Механизмы и машины	38
5.1. Решение задач об определении передаточного отношения зубчатых механизмов	38
5.2 Тестовые задания для самоконтроля по разделу (теме) 5 «Механизмы и машины»	40
6 Приводы	41
6.1 Расчётно-графическая работа IV. Расчет кинемати- ческих и силовых параметров передаточных механизмов	41
7. Основы расчета и проектирования оборудования	52
7.1. Расчётно-графическая работа V. Расчёт стержней на растяжение-сжатие	52
Рекомендуемый список литературы	58

## **Введение**

При изучении дисциплины «Прикладная механика» наибольшие трудности у студентов возникают при решении практических задач.

Вместе с тем именно решение задач в значительной степени способствует освоению требуемых компетенций, развитию инженерного мышления у студентов, приобретению ими необходимых навыков расчётов механизмов и элементов инженерных конструкций.

В настоящей методической разработке подробно рассмотрены решения типовых задач механики, а также изложены требования по выполнению и оформлению индивидуальных расчётно-графических работ. Приведены также некоторые тестовые задания для самоконтроля.

Перед решением задач желательно ознакомиться с рекомендуемой литературой (с. 58).

### **Основные требования по выполнению и защите расчётно-графических работ**

Все расчётно-графические работы выполняются на стандартных листах формата А4, скреплённых в тетрадь. Титульный лист оформляется в соответствии с требованиями ЕСКД. Пример оформления титульного листа приведен на рис. 1.

Расчётно-пояснительная записка должна быть достаточно краткой, без лишних подробных пояснений и теоретических выводов, имеющих в учебниках и других учебных пособиях, но не слишком краткой, содержащей одни только формулы и вычисления.

Формулы, приводимые в записке, должны быть, как правило, записаны сначала в общем виде, а затем уже должна быть произведена подстановка исходных данных и выполнены необходимые вычисления. При подстановке исходных данных нужно внимательно следить за соблюдением одинаковой размерности.

Все записи в расчётно-пояснительной записке ведутся чернилами синего или чёрного цвета на одной стороне писчей бумаги чётким разборчивым почерком, с расстоянием между строками 10-12 мм. Более предпочтительным является оформление записки с применением ЭВМ в любом текстовом редакторе (MS Word, Open Office и

др.), при этом желательно применение шрифтов 12 или 14 кегля и полуторный интервал между строками.

<b>МИНОБРНАУКИ РОССИИ</b>		
Федеральное государственное образовательное учреждение высшего образования «Юго-Западный государственный университет» (ЮЗГУ)		
<i>Кафедра механики, мехатроники и робототехники</i>		
<b>Расчётно-графическая работа по дисциплине «Прикладная механика»</b>		
<i>Вариант 11</i>		
Выполнил:	ст. гр. БМ-11б	Иванова А.С.
Проверил:	к.т.н., доц.	Политов Е.Н.
Курск 2023		

Рис. 1. Пример оформления титульного листа

Изложение текстового материала записки следует вести от первого лица или в безличной форме. Текст всей записки должен быть выдержан в едином стиле.

Графическая часть работы выполняется на бумаге формата А4 карандашом или гелевой ручкой чёрного цвета с применением необходимых чертёжных инструментов. Приветствуется использование компьютерных графических редакторов (Компас, AutoCad, MS Word, Corel Draw и др.).

В соответствии с заданием по числовым данным вычерчивается в масштабе расчетная схема, на которой проставляются исходные данные. На расчётной схеме должны быть отмечены все силовые, кинематические и динамические параметры (скорости и ускорения точек, силы и др.). Каждым студентом все задачи расчётно-

графической работы должны выполняться и отдаваться преподавателю на проверку в сроки, предусмотренные графиком работы студентов в текущем семестре. После исправления всех ошибок, отмеченных преподавателем при проверке, каждая задача расчётно-графической работы должна быть защищена.

На защиту студент получает задание на решение задачи по соответствующему разделу курса. Если студент решил задачу, и у преподавателя нет никаких дополнительных замечаний по расчётно-графической работе, то защита считается законченной. В случае если студент при защите не справляется с решением типовых задач, то преподавателем назначается дополнительная защита (не более двух раз).

## 1. Основные понятия механики

### 1.1. Тестовые задания для самоконтроля по разделу (теме) 1 «Основные понятия механики»

1. Раздел механики, в котором изучаются условия равновесия материальных тел, находящихся под действием сил, называется.....

- а). статика
- б). кинематика
- в). динамика
- г). кинетика

2. Раздел механики, в котором изучаются геометрические свойства движения материальных тел без учета действующих на них сил, называется.....

- а). кинематика
- б). статика
- в). динамика
- г). кинетика

3. Раздел механики, в котором изучаются законы движения материальных тел под действием сил, называется.....

- а). динамика
- б). кинематика
- в). статика
- г). кинетика

4. В курсе «сопротивление материалов» не решаются задачи на .... элементов конструкций:

- а). прочность
- б). жесткость
- в). устойчивость
- г). экономическую эффективность

5. Способность элементов конструкций сопротивляться разрушению под действием приложенных сил называется:

- а). прочность
- б). жесткость
- в). устойчивость
- г). надежность

6. способность элементов конструкций сопротивляться деформации называется:

- а). жесткость
- б). устойчивость
- в). надежность
- г). прочность

7. Способность элементов и конструкций сохранять определенную форму равновесия называется:

- а). жесткость
- б). устойчивость
- в). надежность
- г). прочность

8. Совокупность материальных точек или абсолютно твердых тел, связанных между собой общими законами движения или взаимодействия, называется:

- а). механической системой
- б). механизмом
- в). машиной
- г). физической моделью

9. Количественная мера механического действия одного материального тела на другое, характеризующая интенсивность и направление этого действия, называется:

- а). сила
- б). масса
- в). мощность
- г). давление
- д). энергия

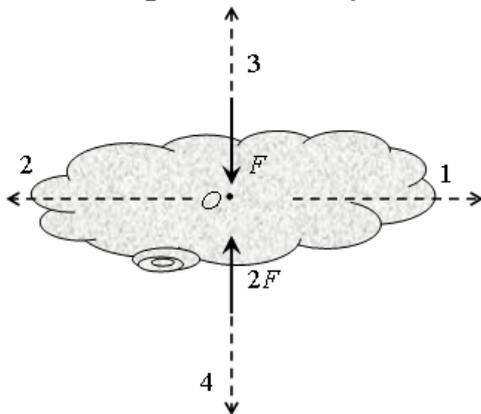
10. Кинематическим состоянием тела называется:

- а). состояние покоя или движения с неизменными параметрами  
 б). ускоренное движение  
 в). состояние невесомости  
 г). деформированное состояние

11. Наука, изучающая законы механического движения и механического взаимодействия, общие для любых тел, называется:.

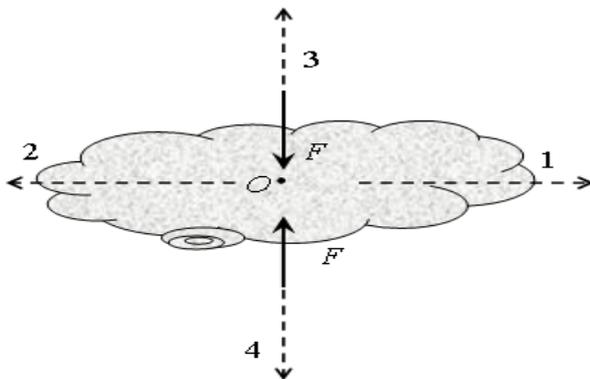
- а). Теоретическая механика  
 б). Кинематика  
 в). Теория механизмов и машин  
 г). Статистика

12. К телу приложены две силы, как показано на рисунке. В каком направлении будет двигаться тело?



- а). 1  
 б). 2  
 в). 3  
 г). 4  
 д). тело будет покоиться

13. К телу приложены две силы, как показано на рисунке. В каком направлении будет двигаться тело?

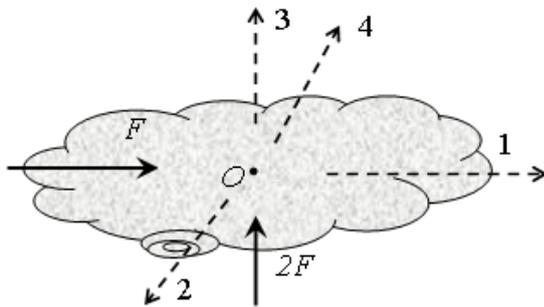


- а). 1  
 б). 2  
 в). 3  
 г). 4  
 д). тело будет покоиться

14. Устройство, выполняющее механические движения для преобразования энергии, материалов и информации с целью замены или облегчения физического и умственного труда человека, называется:

- а). машиной
- б). механизмом
- в). прибором
- г). конструкцией

15. К телу приложены две силы, как показано на рисунке. В каком направлении будет двигаться тело?



- а). 1
- б). 2
- в). 3
- г). 4
- д). тело будет покоиться

## 2. Кинематика

### 2.1. Расчетно-графическая работа I.

#### Определение кинематических параметров тел, совершающих вращательное и поступательное движение

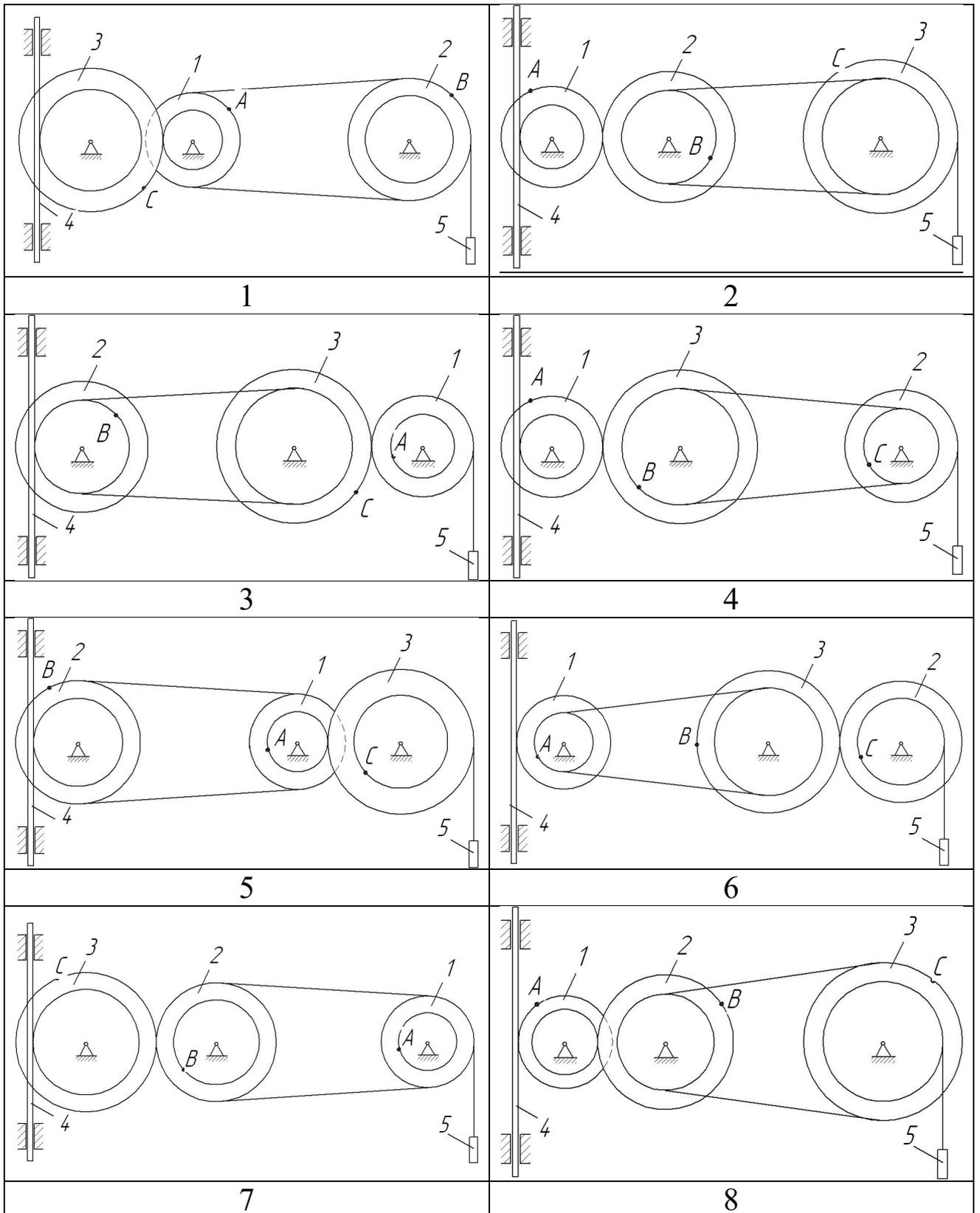
Механизм (см. рис. 2.1) состоит из ступенчатых колес 1-3, находящихся в зацеплении или связанных ременной передачей, зубчатой рейки 4 и груза 5, привязанного к концу нити, намотанной на одно из колес. Радиусы ступеней колес равны соответственно: у колеса 1 –  $r_1 = 0,05$  м,  $R_1 = 0,1$  м, у колеса 2 –  $r_2 = 0,15$  м,  $R_2 = 0,2$  м, у колеса 3 –  $r_3 = 0,25$  м,  $R_3 = 0,3$  м. На ободьях колес расположены точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ .

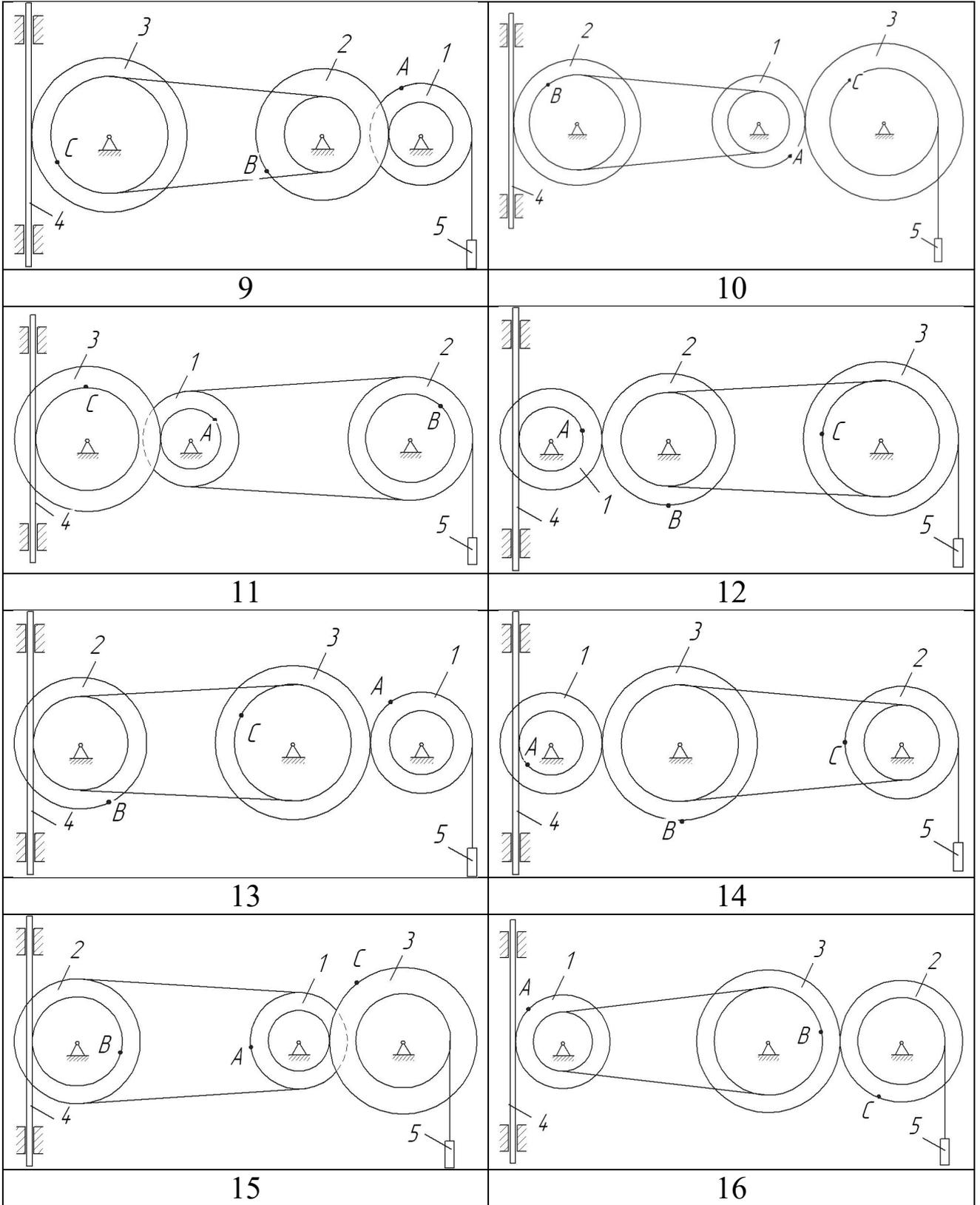
В столбце «Дано» таблицы 1 указан закон изменения скорости ведущего звена механизма, где  $\omega_1(t)$  — закон изменения угловой скорости колеса 1 (рад/с),  $v_5(t)$  — закон изменения скорости груза 5 (м/с) и т. д. Положительное направление для угловой скорости против хода часовой стрелки, для линейной скорости — вниз.

Определить в момент времени  $t_1 = 3$  с скорости тел 4 и 5, точек  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , а также угловые скорости всех колес. Определить указанные в таблице 2.1 в столбце «найти» ускорения ( $a$  — линейные,  $\varepsilon$  — угловые) соответствующих точек или тел.

Таблица 2.1 - Исходные данные для расчёта

Номер условия	Дано	Найти	Номер условия	Дано	Найти
1	$v_5 = 0,2(t^2 - 4)$	$\varepsilon_3, a_B, a_4$	11	$v_4 = 0,1(t^2 + 2t)$	$\varepsilon_2, a_A, a_5$
2	$\omega_1 = 2t^2 - 11$	$\varepsilon_2, a_C, a_5$	12	$\omega_1 = t^2 - 13$	$\varepsilon_3, a_A, a_5$
3	$\omega_2 = 7t - 3t^2$	$\varepsilon_2, a_A, a_4$	13	$\omega_2 = 4t^2 - 6t$	$\varepsilon_1, a_C, a_5$
4	$\omega_3 = 4t - t^2$	$\varepsilon_1, a_B, a_5$	14	$\omega_3 = 3t^2 - 7t$	$\varepsilon_2, a_A, a_4$
5	$\omega_1 = 5t - 2t^2$	$\varepsilon_2, a_C, a_4$	15	$\omega_1 = 5t + t^3$	$\varepsilon_3, a_C, a_5$
6	$\omega_2 = 2(t^2 - 2t)$	$\varepsilon_1, a_C, a_5$	16	$\omega_2 = 2t^2 - 8t$	$\varepsilon_1, a_C, a_5$
7	$v_4 = 0,3t^2 - 0,8$	$\varepsilon_3, a_B, a_5$	17	$v_5 = 0,3t^2 - 0,7$	$\varepsilon_3, a_A, a_4$
8	$v_5 = 0,3t^2 - 0,5t$	$\varepsilon_1, a_C, a_4$	18	$v_4 = 0,2t^2 - 0,4t$	$\varepsilon_2, a_C, a_5$
9	$\omega_3 = 8t - 3t^2$	$\varepsilon_2, a_A, a_4$	19	$\omega_3 = 9t - 2t^2$	$\varepsilon_1, a_B, a_4$
10	$v_4 = 0,5(t^3 - 4t)$	$\varepsilon_1, a_C, a_5$	20	$v_5 = 0,4t^3 - 0,8t$	$\varepsilon_2, a_C, a_4$





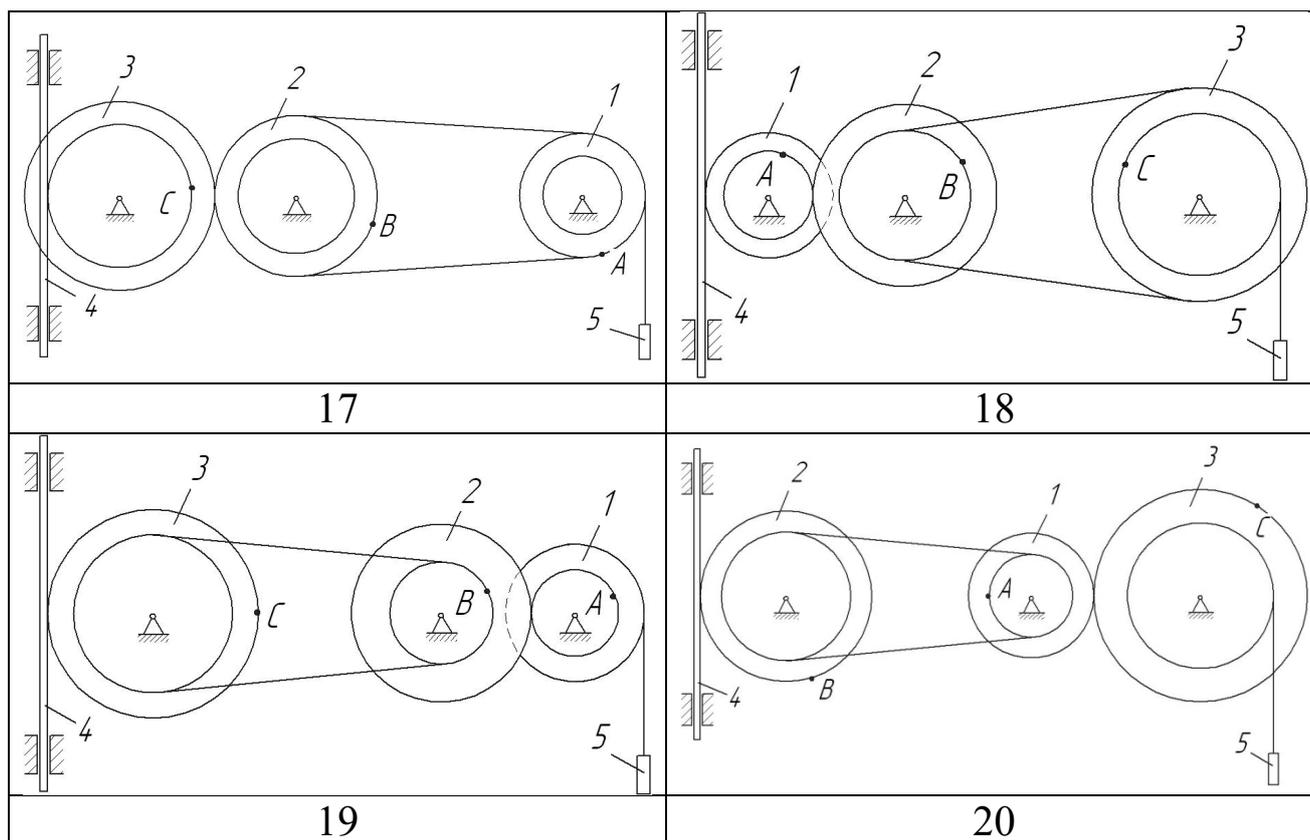


Рис. 2.1. Варианты расчётных схем механизмов

Пример выполнения задания.

Механизм состоит из ступенчатых колес 1-3, находящихся в зацеплении или связанных ременной передачей, зубчатой рейки 4 и груза 5, привязанного к концу нити, намотанной на одно из колес. Радиусы ступеней колес равны соответственно: у колеса 1 —  $r_1 = 2$  см,  $R_1 = 4$  см, у колеса 2 —  $r_2 = 6$  см,  $R_2 = 8$  см, у колеса 3 —  $r_3 = 12$  см,  $R_3 = 16$  см. На ободьях колес расположены точки A, B и C.

Дано	Найти	
	скорости	ускорения
$\omega_2 = 7t - 3t^2$	$v_5, \omega_3$	$\varepsilon_2, a_A, a_4$

Определить в момент времени  $t_1 = 2$  с указанные в таблице в столбцах «Найти» скорости ( $v$  — линейные,  $\omega$  — угловые) и ускорения ( $a$  — линейные,  $\varepsilon$  — угловые) соответствующих точек или тел ( $v_5$  — скорость груза 5 и т.д.).

## Решение

1) Определим угловую скорость и угловое ускорение колеса 2 в момент времени  $t_1 = 2$  с

$\omega_2 = 7t - 3t^2 = 7 \cdot 2 - 3 \cdot 2^2 = 2$  рад/с – угловая скорость колеса 2 направлена против часовой стрелки.

$\varepsilon_2 = \dot{\omega}_2 = 7 - 6t = 7 - 6 \cdot 2 = -5$  рад/с<sup>2</sup>

Угловое ускорение колеса 2 направлено по часовой стрелке (знак «-»).

Рассмотрим расчетную схему (см. рисунок 2.2).

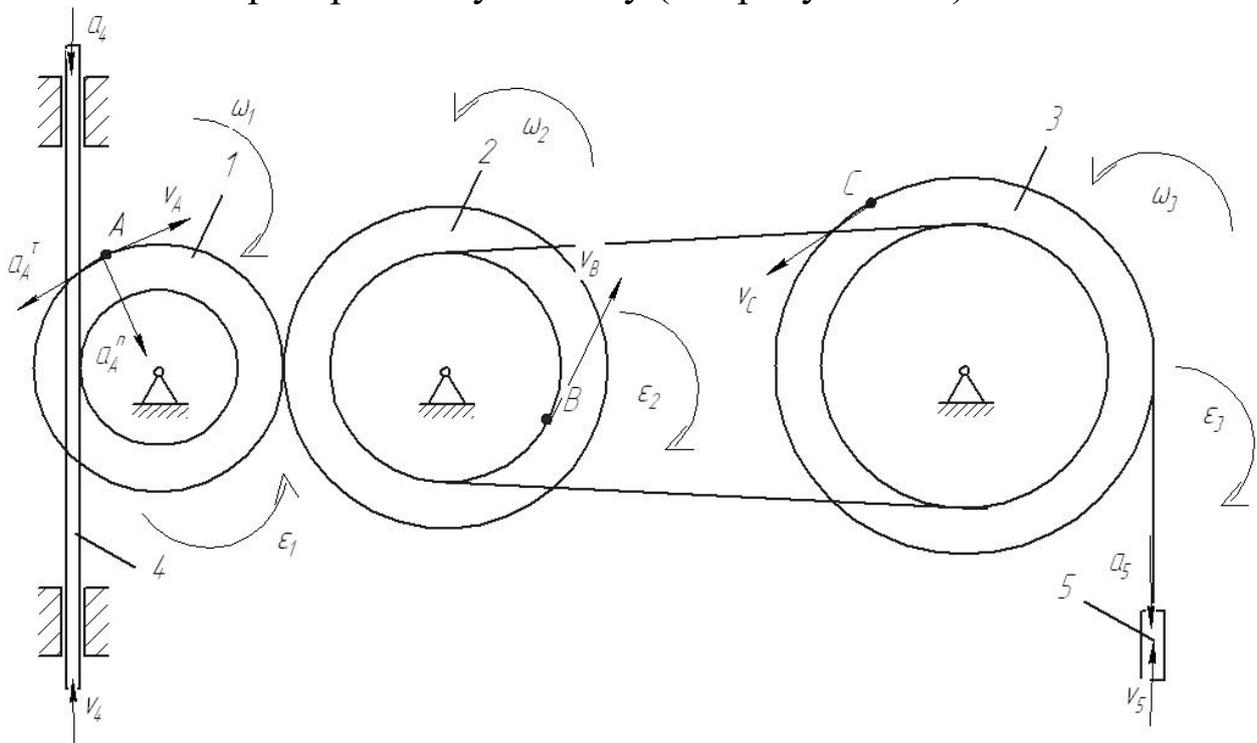


Рис. 2.2. Расчетная схема механизма с расстановкой векторов основных кинематических параметров

Определим кинематические соотношения.

$v_A = \omega_2 \cdot R_2 = 2 \cdot 8 = 16$  см/с – скорость точки  $A$ .

$\omega_1 = \frac{v_A}{R_1} = \frac{\omega_2 \cdot R_2}{R_1}$  – угловая скорость колеса 1.

$v_4 = \omega_1 \cdot r_1 = \frac{\omega_2 \cdot R_2 \cdot r_1}{R_1}$  – скорость рейки 4.

$v_B = \omega_2 \cdot r_2$  – скорость точки  $B$ .

$\omega_3 = \frac{v_B}{r_3} = \frac{\omega_2 \cdot r_2}{r_3} = \frac{2 \cdot 6}{12} = 1$  рад/с – угловая скорость колеса 3.

$$v_C = \omega_3 \cdot R_3 = \frac{\omega_2 \cdot r_2 \cdot R_3}{r_3} = \frac{2 \cdot 6 \cdot 16}{12} = 16 \text{ см/с} - \text{ скорость точки } C.$$

$$v_5 = v_C = 16 \text{ см/с}$$

2) Определим ускорения

$$\varepsilon_2 = 5 \text{ с}^{-2} - \text{ угловое ускорение колеса } 2.$$

$$a_4 = \dot{v}_4 = \frac{\varepsilon_2 \cdot R_2 \cdot r_1}{R_1} = \frac{5 \cdot 8 \cdot 2}{4} = 20 \text{ см/с}^2 - \text{ ускорение тела } 4.$$

$$\vec{a}_A = \vec{a}_A^{\tau} + \vec{a}_A^n - \text{ ускорение точки } A$$

$$a_A^{\tau} = \dot{v}_A = \varepsilon_2 \cdot R_2 = 5 \cdot 8 = 40 \text{ см/с}^2 - \text{ касательное ускорение}$$

точки  $A$

$$a_A^n = \frac{v_A^2}{R_1} = \frac{16^2}{4} = 64 \text{ см/с}^2 - \text{ нормальное ускорение точки } A$$

$$a_A = \sqrt{(a_A^{\tau})^2 + (a_A^n)^2} = \sqrt{40^2 + 64^2} = 75 \text{ см/с}^2$$

Ответ:  $\omega_3 = 1 \text{ рад/с}$

$$v_C = 16 \text{ см/с}$$

$$\varepsilon_2 = 5 \text{ с}^{-2} \quad a_4 = 20 \text{ см/с}^2$$

$$a_A = 75 \text{ см/с}^2$$

## 2.2. Тестовые задания для самоконтроля по разделу (теме) 2 «Кинематика»

1. Точка движется по окружности радиуса  $R = 1$  м со скоростью  $v(t) = 3 - 2t$  (м/с). Полное ускорение точки в момент времени  $t_1 = 2$  с равно... м/с<sup>2</sup>

а).  $\sqrt{5}$

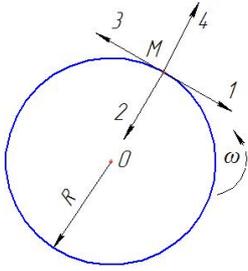
б). 3

в). 2

г). 5

2. Колесо вращается вокруг оси, проходящей через его центр (точка  $O$ ) с угловой скоростью  $\omega = 3t - t^2$

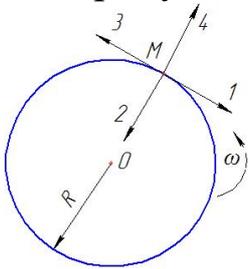
В момент времени  $t = 2$  с скорость точки  $M$  направлена в сторону вектора ...



- а). 1
- б). 2
- в). 3
- г). 4

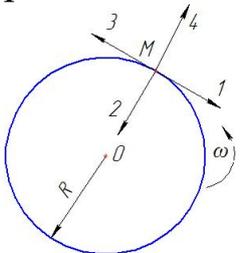
$$\omega = 3t - t^2$$

В момент времени  $t = 2$  с нормальное ускорение точки  $M$  направлено в сторону вектора ...



- а). 1
- б). 2
- в). 3
- г). 4

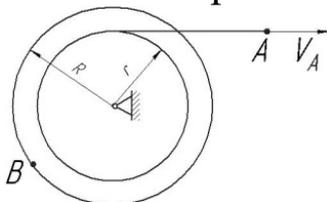
4. Колесо вращается вокруг оси, проходящей через его центр (точка  $O$ ) с угловой скоростью  $\omega = 3t - t^2$ . В момент времени  $t = 2$  с полное ускорение точки  $M$  определяется геометрической суммой векторов ...



- а). 1 и 2
- б). 2 и 3
- в). 3 и 4
- г). 4 и 1

5. Скорость точки  $A$  нити определяется законом  $V_A = 2t + 4$  (м).

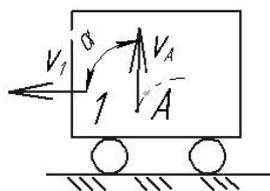
В момент времени  $t_1 = 2$  с скорость точки  $B$  равна .... м/с



- а). 16
- б). 4
- в). 8
- г). 12

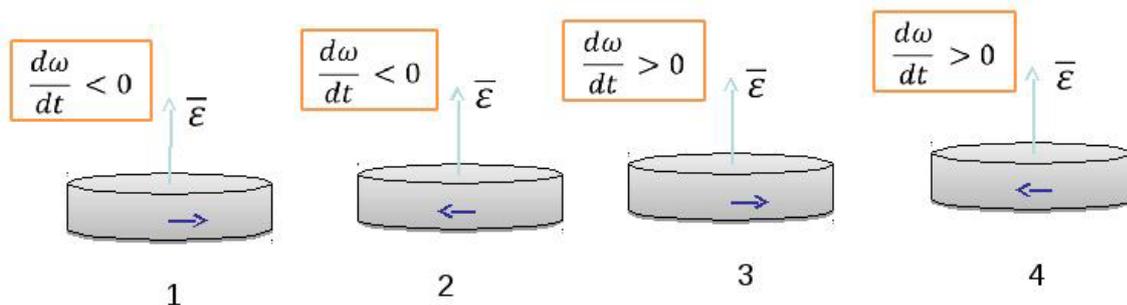
6. Тележка 1 движется по горизонтальной поверхности со скоростью  $V_1 = 2$  м/с. Относительно тележки движется точка  $A$ , в текущий момент её скорость равна  $V_A = 2$  м/с и составляет угол  $\alpha = 90^\circ$  с поверхностью движения.

Абсолютная скорость точки  $A$  равна .....м/с:



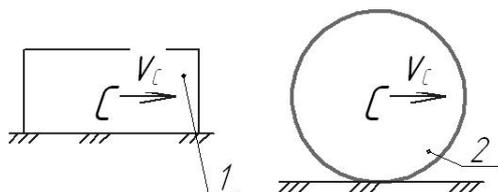
- а). 4
- б). 0
- в). 2
- г).  $\sqrt{8}$

7. На каком из рисунков при указанных направлениях вращения правильно отображено направление углового ускорения?



8. На рисунке показаны два тела.

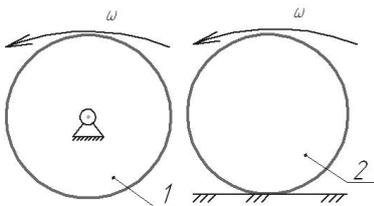
Какое из тел совершает плоскопараллельное движение?:



- а). 1
- б). 2
- в). оба
- г). ни одно

9. На рисунке показаны два тела.

Какое из тел совершает поступательное движение?:



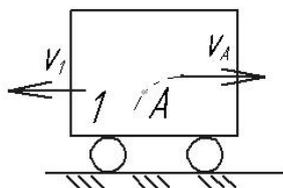
- а). 1
- б). 2
- в). оба
- г). ни одно

10. Кинематическим состоянием тела называется:

- а). состояние покоя или движения с неизменными параметрами
- в). состояние невесомости
- г). деформированное состояние

11. Тележка 1 движется по горизонтальной поверхности со скоростью  $V_1 = 3$  м/с. Относительно тележки движется точка  $A$ , в текущий

момента её скорость равна  $V_A = 4$  м/с и направлена параллельно поверхности движения. Абсолютная скорость точки  $A$  равна ..... м/с:



- а). 0
- б). 5
- в). 7
- г). 1

12. Какая из перечисленных величин *не* определяется в разделе кинематика?:

- а. сила
- б. ускорение
- в. траектория
- г. скорость

13. Какая из перечисленных величин определяется в разделе кинематика?

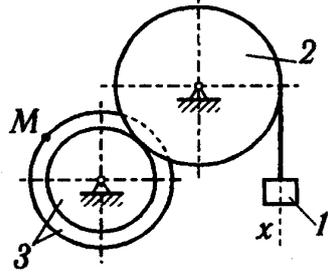
- а. реакция связи
- б. проекция силы
- в. момент силы
- г. ускорение

14. Чертёж, на котором изображены векторы, равные по модулю и направлениям ускорениям различных точек механизма в данный момент, называется.....?

- а). план скоростей
- б). план сил
- в). план ускорений
- г). план положений

15. Какая из перечисленных величин *не* определяется в разделе кинематика:

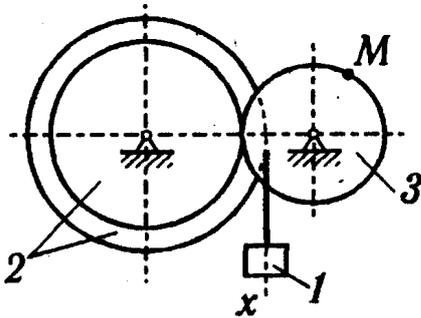
- а). Ньютоново ускорение
- б). кориолисово ускорение
- в). относительное ускорение
- г). переносное ускорение
- д). нормальное ускорение



16. Задано уравнение прямолинейного поступательного движения груза 1  $x = t^2 - 2t$

Радиусы колёс:  $r_3 = 1$  м;  $R_3 = 2$  м;  $R_2 = 2$  м  
в момент времени  $t_1 = 2$  с скорость точки  $M$  механизма равна...

17. Задано уравнение прямолинейного поступательного движения груза 1  $x = t^2 - 2t$



Радиусы колёс:  $r_3 = 1$  м;  $R_3 = 2$  м;  $R_2 = 2$  м  
М

в момент времени  $t_1 = 2$  с полное ускорение точки  $M$  механизма равно...

18. При равномерном движении точки по окружности нормальное и касательное её ускорения соответственно...:

- а.  $a^n = 0$   $a^\tau = 0$
- б.  $a^n \neq 0$   $a^\tau = 0$
- в.  $a^n = 0$   $a^\tau \neq 0$
- г.  $a^n \neq 0$   $a^\tau \neq 0$

19. При неравномерном движении точки по прямой нормальное и касательное её ускорения соответственно ...:

- а.  $a^n = 0$   $a^\tau = 0$
- б.  $a^n \neq 0$   $a^\tau = 0$
- в.  $a^n = 0$   $a^\tau \neq 0$
- г.  $a^n \neq 0$   $a^\tau \neq 0$

20. Если нормальное и касательное ускорения точки равны нулю, то точка совершает .... движение:

- а. прямолинейное равномерное
- б. прямолинейное неравномерное
- в. криволинейное неравномерное
- г. криволинейное равномерное



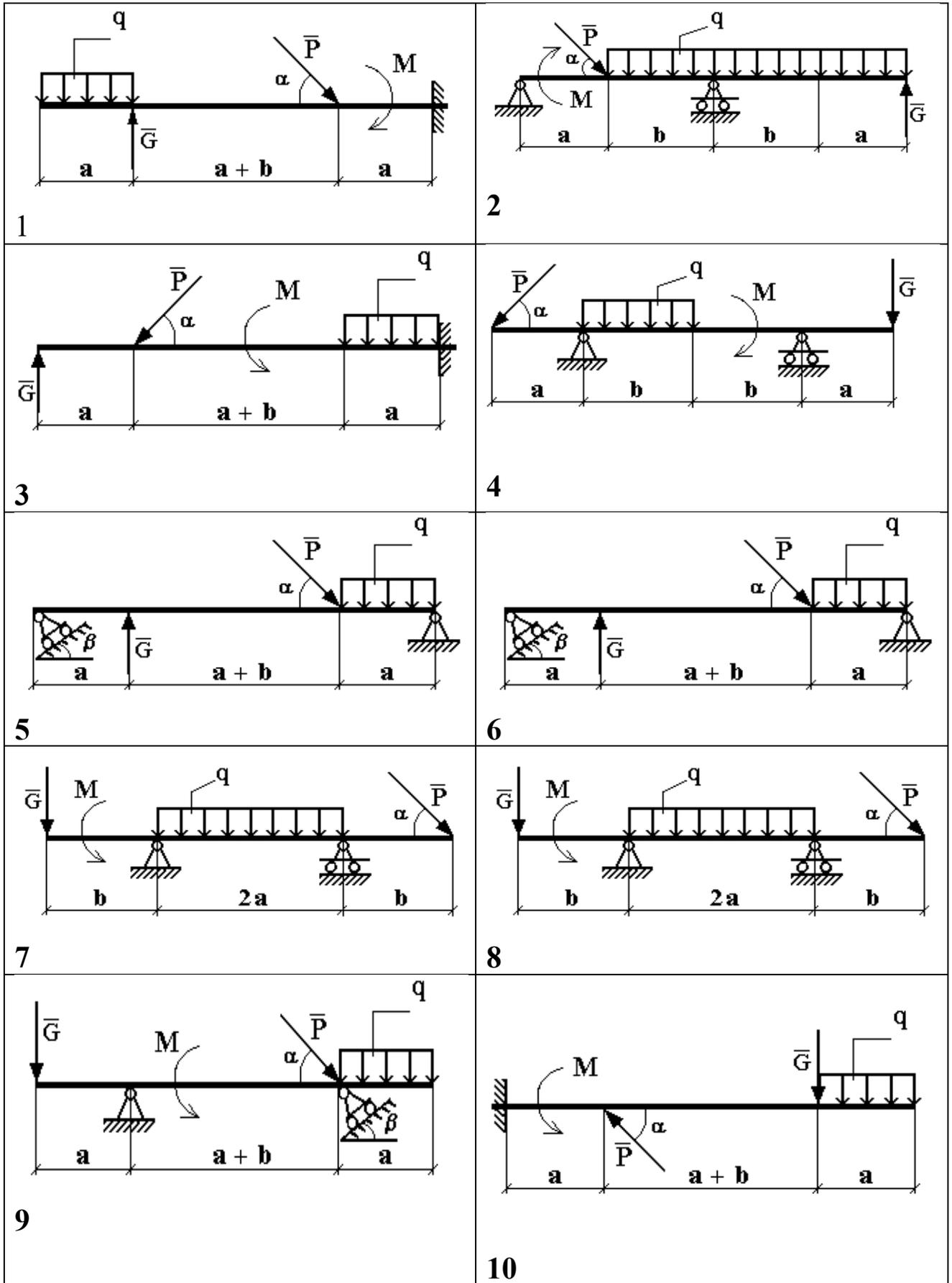
### 3. Статика

#### ***3.1 Расчетно-графическая работа II. Определение реакций связей твёрдого тела***

Для заданной схемы (рис. 3.1) определить реакции опор горизонтальной балки от заданной нагрузки. Необходимые для расчета данные приведены в табл. 3.1.

Таблица 3.1 - Исходные данные к расчету

Вариант	Нагрузка				Размеры		Углы	
	<b>P</b> Н	<b>G</b> Н	<b>q</b> Н/м	<b>M</b> Н* м	<b>a</b> м	<b>b</b> м	<b>α</b> градус	<b>β</b> градус
1	200	120	8	80	1,5	3	30	45
2	80	160	12	80	2,5	1	60	30
3	100	140	16	90	3,5	1,5	45	60
4	250	20	4	40	1,5	2,5	45	60
5	60	240	20	100	3,2	2,4	60	45
6	120	180	8	60	3,0	2,2	30	45
7	80	120	10	20	2,4	3,0	45	30
8	100	60	6	140	2,6	1,4	45	60
9	100	80	12	120	2	3	30	60
10	150	60	10	80	3	2	60	30
11	200	40	06	60	2,5	1,5	45	30
12	250	20	4	40	1,5	2,5	45	60
13	60	240	20	100	3,2	2,4	60	45
14	120	180	8	60	3,0	2,2	30	45
15	80	120	10	20	2,4	3,0	30	30
16	100	60	6	140	2,6	1,4	60	60
17	180	40	4	70	1	2	30	45
18	120	160	15	90	2,0	1,5	45	30
19	100	40	20	60	2,5	2	60	45
20	250	120	8	140	1,5	2	45	60



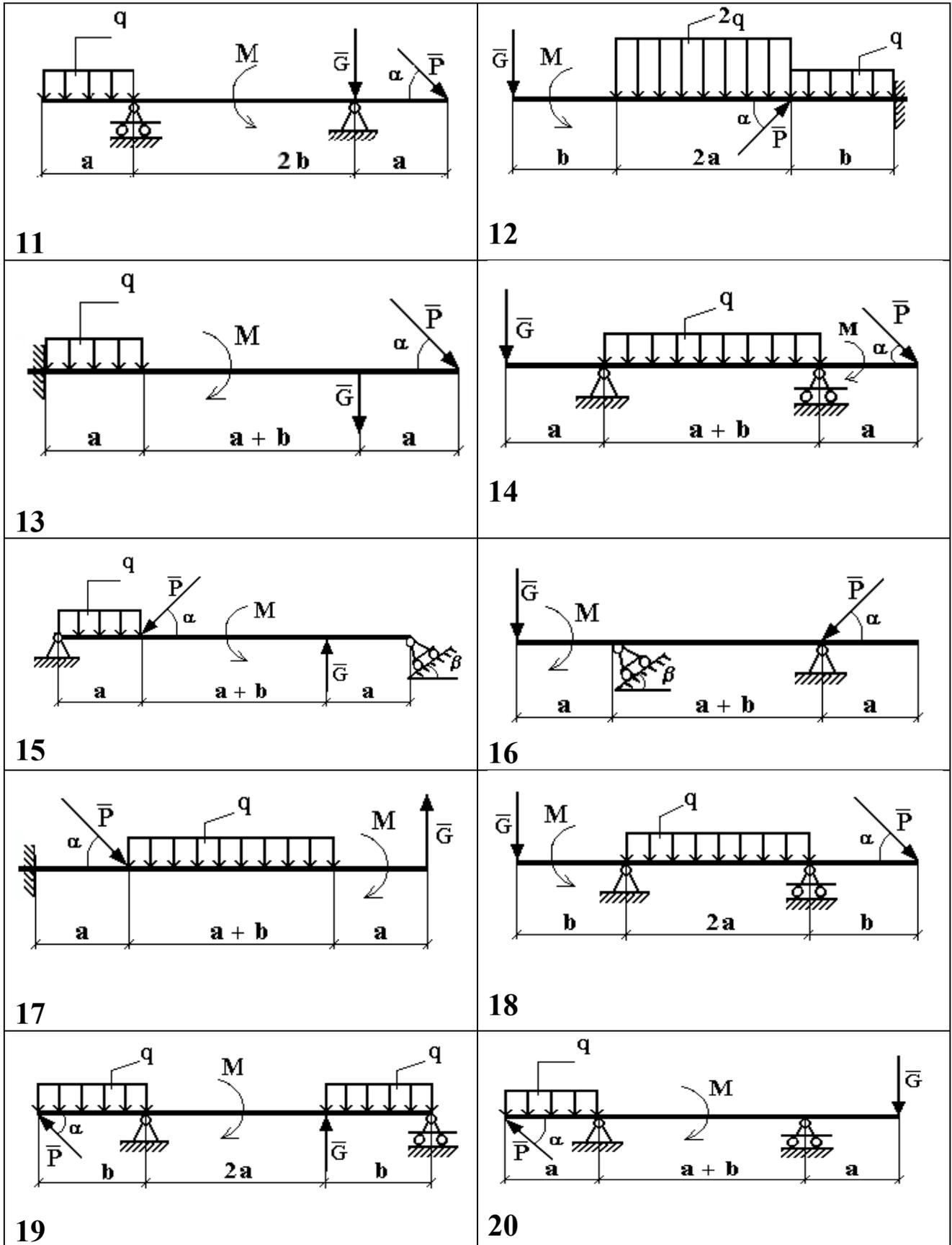


Рис. 3.1. Варианты расчётных схем механизмов

**Пример решения задания.**

Определить реакции опор горизонтальной балки от заданной нагрузки.

**Дано:**

Схема балки (рис. 3.2).

$$P = 20 \text{ кН}, G = 10 \text{ кН}, M = 4 \text{ кН} \cdot \text{м}, q = 2 \text{ кН/м}, a = 2 \text{ м}, b = 3 \text{ м}, \alpha^0 = 30^0.$$

Определить реакции опор в точках А и В.

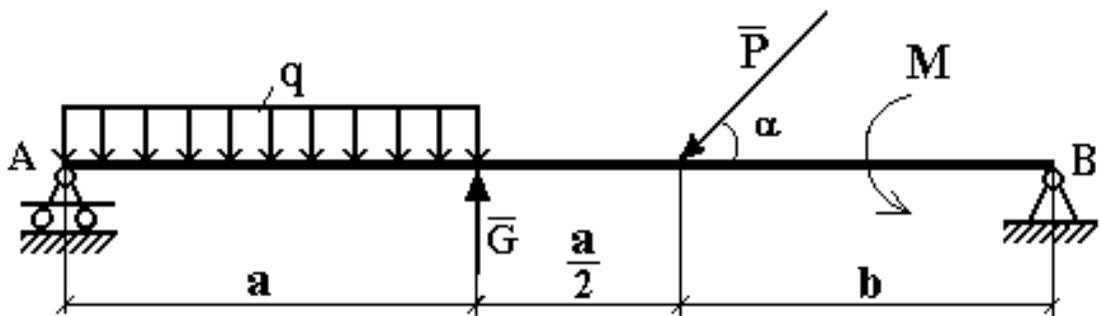


Рис. 3.2 Схема нагружения балки

**Решение:**

Рассмотрим равновесие балки АВ (рис. 3.3).

К балке приложена уравновешенная система сил, состоящая из активных сил и сил реакции.

**Активные** (заданные) силы:

$\bar{P}$ ,  $\bar{G}$ ,  $\bar{Q}$ , пара сил с моментом  $M$ , где

$\bar{Q}$  - сосредоточенная сила, заменяющая действие распределенной вдоль отрезка АС нагрузки интенсивностью  $q$ .

Величина

$$Q = q \cdot AC = q \cdot a = 2 \cdot 2 \frac{\text{кН}}{\text{м}} \cdot \text{м} = 4 \text{ кН}.$$

Линия действия силы  $\bar{Q}$  проходит через середину отрезка АС.

**Силы реакции** (неизвестные силы):

$\bar{R}_A$ ,  $\bar{X}_B$ ,  $\bar{Y}_B$ .

$\bar{R}_A$  - заменяет действие отброшенного подвижного шарнира (опора А).

Реакция  $\bar{R}_A$  перпендикулярна поверхности, на которую опираются катки подвижного шарнира.

$\bar{X}_B, \bar{Y}_B$  - заменяют действие отброшенного неподвижного шарнира (опора В).

$\bar{X}_B, \bar{Y}_B$  - составляющие реакции  $\bar{R}_B$ , направление которой заранее неизвестно.

### Расчетная схема

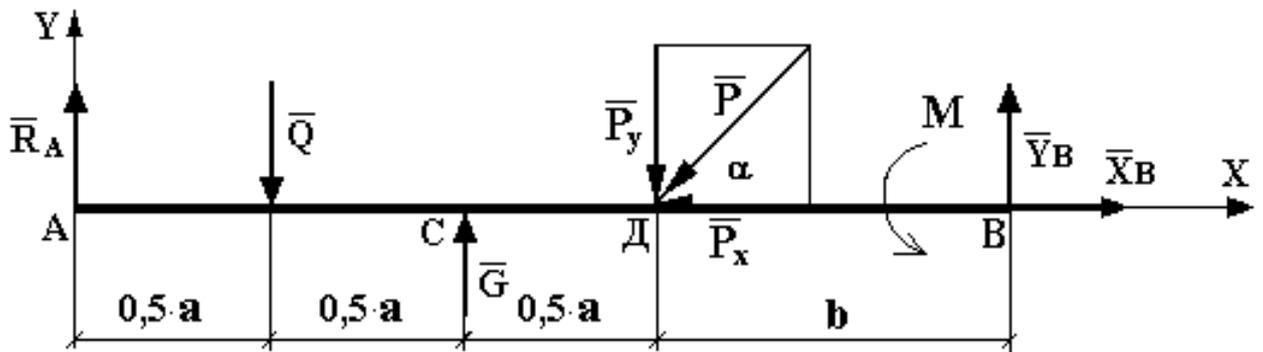


Рис. 3.3 Расчетная схема для определения реакций связей

Для полученной плоской произвольной системы сил можно составить три уравнения равновесия:

$$\sum F_{KX} = 0, \quad \sum F_{KY} = 0, \quad \sum M_0(\bar{F}_K) = 0.$$

Задача является статически определимой, так как число неизвестных сил ( $\bar{R}_A, \bar{X}_B, \bar{Y}_B$ ) - три - равно числу уравнений равновесия.

Поместим систему координат  $XY$  в точку А, ось  $AX$  направим вдоль балки. За центр моментов всех сил выберем точку В.

Составим уравнения равновесия:

- 1)  $\sum F_{KX} = 0 \rightarrow X_B - P \cdot \cos \alpha = 0;$
- 2)  $\sum F_{KY} = 0 \rightarrow R_A - Q + G - P \cdot \sin \alpha + Y_B = 0;$
- 3)  $\sum M_B(\bar{F}_K) = 0 \rightarrow M + P \cdot \sin \alpha \cdot b - G \cdot (b + 0,5 \cdot a) + Q \cdot (a + b) - R_A \cdot (1,5 \cdot a + b) = 0.$

Решая систему уравнений, найдем  $\bar{R}_A, \bar{X}_B, \bar{Y}_B$ .

①  $\rightarrow X_B = P \cdot \cos \alpha = 20 \cdot \cos 30^\circ \approx 20 \cdot 0,866 = 17,32 \text{ кН.}$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{3} \rightarrow R_A &= \frac{1}{(1,5 \cdot a + b)} [M + P \cdot \sin \alpha \cdot b - G \cdot (b + 0,5 \cdot a) + Q \cdot (a + b)] = \\
 &= \frac{1}{1,5 \cdot 2} \cdot [4 + 20 \cdot \sin 30^\circ \cdot 3 - 10 \cdot (3 + 1) + 4 \cdot (2 + 3)] = \frac{1}{6} \cdot [4 + 30 - 40 + 20] = \\
 &= \frac{14}{6} \approx 2,333 \text{ кН}.
 \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} \rightarrow Y_B = Q - G + P \cdot \sin \alpha - R_A = 4 - 10 + 20 \cdot \sin 30^\circ - 2,333 = 4 - 2,333 = 1,667 \text{ кН}.$$

Определив  $\bar{X}_B$ ,  $\bar{Y}_B$ , найдем величину силы реакции неподвижного шарнира

$$R_B = \sqrt{X_B^2 + Y_B^2} = \sqrt{17,32^2 + 1,667^2} = \sqrt{299,9824 + 2,778889} \approx 17,4 \text{ кН}.$$

В целях проверки составим уравнение

$$\sum M_D(\bar{F}_K) = -R_A \cdot 1,5 \cdot a + Q \cdot a - G \cdot 0,5 \cdot a + M + Y_B \cdot b.$$

Если в результате подстановки в правую часть этого равенства данных задачи и найденных сил реакций получим нуль, то задача решена - верно.

$$\begin{aligned}
 \sum M_D(\bar{F}_K) &= -2,333 \cdot 1,5 \cdot 2 + 4 \cdot 2 - 10 \cdot 1 + 4 + 1,667 \cdot 3 = -6,999 + 8 - 10 + 4 + 5,001 = \\
 &= 17,001 - 16,999 = 0,002 \approx 0.
 \end{aligned}$$

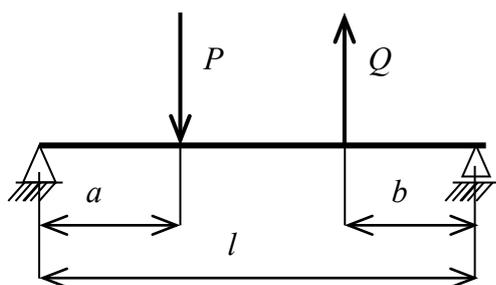
Реакции найдены верно. Неточность объясняется округлением при вычислении  $R_A$ .

**Ответ:**  $R_A = 2,333 \text{ кН}$ .

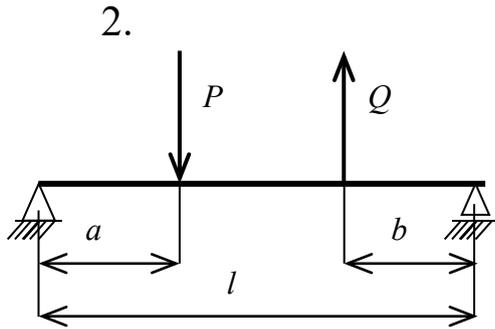
$$R_B = 17,4 \text{ кН}.$$

### 3.2 Тестовые задания для самоконтроля по разделу (теме) 3 «Статика»

1.

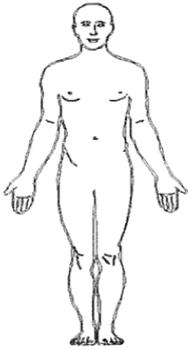


$P = 8 \text{ кН}$     $Q = 4 \text{ кН}$     $a = 1 \text{ м};$   
 $b = 1 \text{ м};$     $l = 3 \text{ м}$   
 Реакция в левой опоре равна ....



$P = 6 \text{ кН}$     $Q = 12 \text{ кН}$     $a = 1 \text{ м}$ ;  
 $b = 1 \text{ м}$ ;    $l = 3 \text{ м}$   
 Реакция в правой опоре равна ....

3. Куда переместится центр масс человека, если он поднимет обе руки из положения, показанного на рисунке, вертикально вверх ?

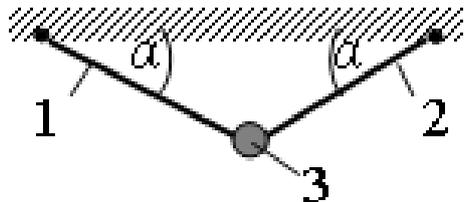


- а. вниз
- б. вверх
- в. влево
- г. вправо
- д. никуда

4. Для плоской произвольной системы сил можно составить ..... независимых уравнений равновесия

- а. 3
- б. 6
- в. 2
- г. 4
- д. 5

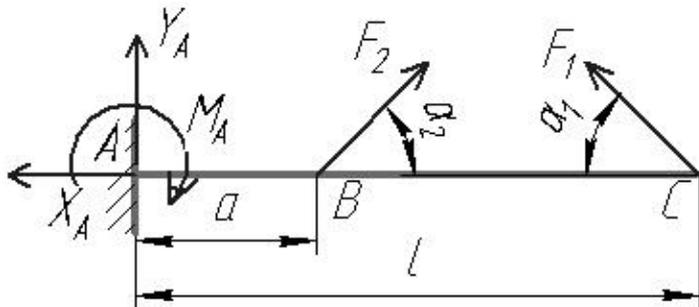
5. Груз 3 массой 2 кг подвешен на двух нитях, угол наклона нитей  $\alpha = 30^\circ$ . Сила натяжения нити равна ...



- а). 20 Н
- б). 10 Н
- в). 17,3 Н
- г). 0

6. В точке C консольной балки приложена сила  $F_1 = 10 \text{ Н}$  под углом  $\alpha_1 = 30^\circ$ , в точке B – сила  $F_2 = 20 \text{ Н}$  под углом  $\alpha_2 = 45^\circ$ .

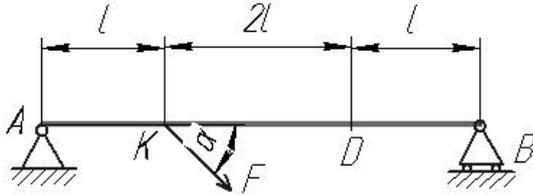
$l = 0,1 \text{ м}, a = 0,03 \text{ м}$ . Реакция  $X_A$  равна .....



- а. 9,1 Н
- б. 5,5 Н
- в. 10 Н
- г. 0

$7F = 10 \text{ Н}, l = 1 \text{ м}, \alpha = 30^\circ$

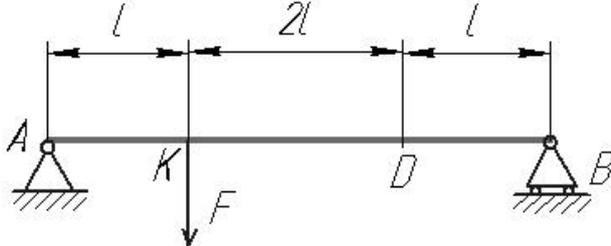
Момент силы  $F$  относительно точки  $A$  равен ...



- а. 8,7 Н·м
- б. 5 Н·м
- в. 13,7 Н·м
- г. 0

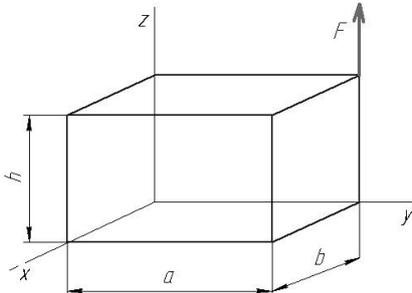
8. В точке  $K$  двухопорной балки приложена сила  $F = 20 \text{ Н}$ .  $l = 0,1 \text{ м}$ .

Реакция связи в точке  $B$  равна .....



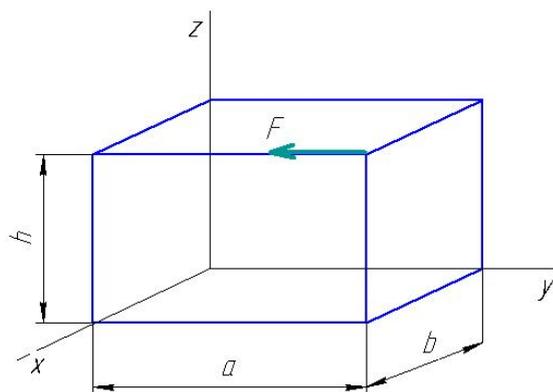
- а. 15 Н
- б. 5 Н
- в. 2 Н
- г. 0

9. Момент силы  $F$  относительно оси  $x$  равен.....



- а.  $F \cdot a$
- б.  $F \cdot b$
- в.  $F \cdot h$
- г. 0

10. Момент силы  $F$  относительно оси  $y$  равен.....:



- а.  $F \cdot a$
- б.  $F \cdot b$
- в.  $F \cdot h$
- г. 0

11 Какая из перечисленных величин *не* определяется в разделе «статика»:

- а. реакция связи
- б. проекция силы
- в. ускорение
- г. момент силы

12. Для плоской произвольной системы сил можно составить ..... независимых уравнений равновесия

- а. 3
- б. 6
- в. 2
- г. 4
- д. 5

13. Для пространственной сходящейся системы сил можно составить ..... независимых уравнений равновесия

- а. 3
- б. 6
- в. 2
- г. 4
- д. 5

#### 4. Динамика

##### 4.1 Расчетно-графическая работа III. Применение теоремы об изменении кинетической энергии к решению задач динамики механической системы

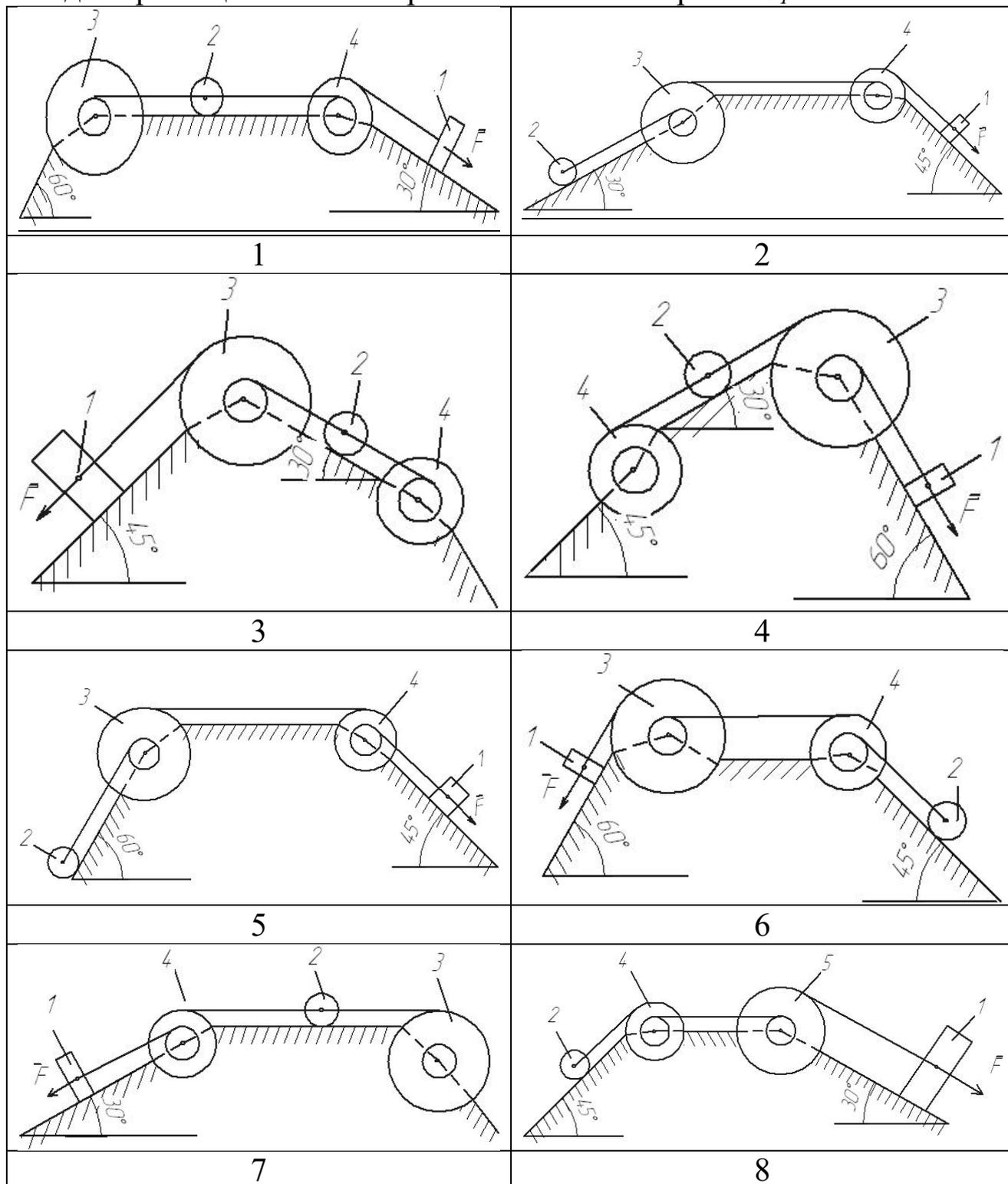
Механическая система состоит из груза 1 (коэффициент трения груза о плоскость  $f = 0,1$ ), цилиндрического сплошного однородного катка 2 и ступенчатых шкивов 3 и 4 с радиусами ступеней  $R_3 = 0,4$  м,  $r_3 = 0,2$  м,  $R_4 = 0,3$  м,  $r_4 = 0,2$  м (массу каждого шкива считать равномерно распределенной по его внешнему ободу) (рис. 4.1, табл. 4.1). Тела системы соединены друг с другом невесомыми нитями, намотанными на шкивы; участки нитей параллельны соответствующим плоскостям.

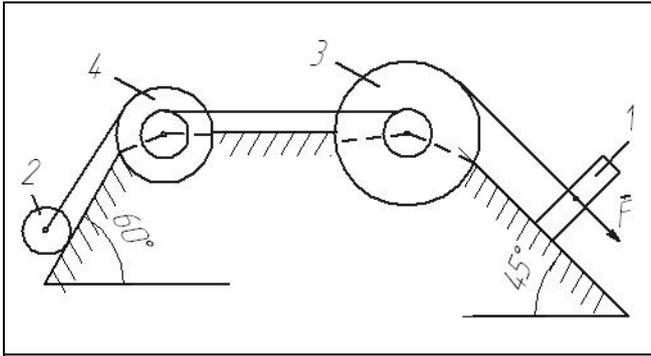
Таблица 4.1- Исходные данные для расчёта

Номер условия	$m_1$ кг	$m_2$ кг	$m_3$ кг	$m_4$ кг	$M_3$ Н·м	$M_4$ Н·м	$F$ Н	$S_1$ м
1	6	2	2	1	6	0	200	1,2
2	3	4	6	8	0	4	220	0,8
3	2	2	4	1	3	0	240	0,6
4	8	1	2	6	0	6	260	1,4
5	8	2	4	5	9	0	280	1,6
6	3	6	2	8	0	8	300	1,0
7	5	4	6	3	6	0	320	0,8
8	6	2	4	1	3	0	340	1,6
9	8	4	6	10	0	4	360	1,4
10	2	1	4	6	0	8	380	1,0
11	5	3	2	1	0	5	390	1,0
12	6	5	4	7	5	0	400	0,9
13	3	6	4	2	0	4	410	0,7
14	6	2	1	4	4	0	420	1,0
15	6	2	3	4	0	8	430	0,6
16	4	5	6	7	8	0	440	0,9
17	7	3	6	4	0	7	450	0,7
18	5	2	4	3	0	6	460	1,1
19	8	5	6	7	6	0	470	1,1
20	2	3	4	5	7	0	480	1,0

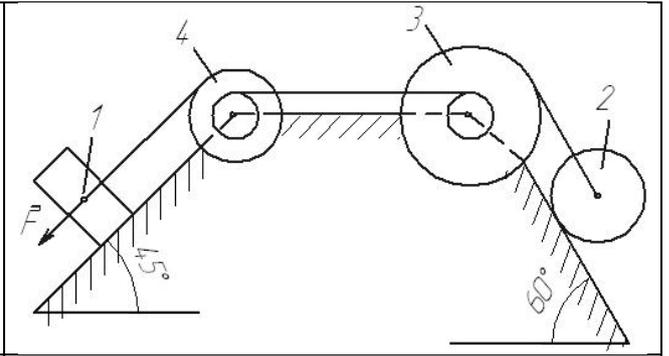
Под действием силы  $F$  и сил тяжести система приходит в движение из состояния покоя. При движении системы на шкивы 3 и 4 действуют постоянные моменты сил сопротивлений, равные соответственно  $M_3$  и  $M_4$

Определить значение скорости груза 1 в тот момент времени, когда перемещение точки приложения силы  $F$  равно  $s_1$ .

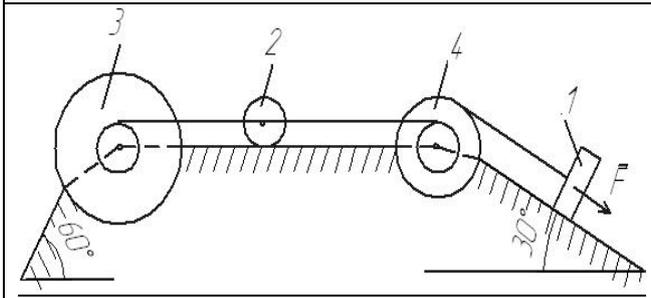




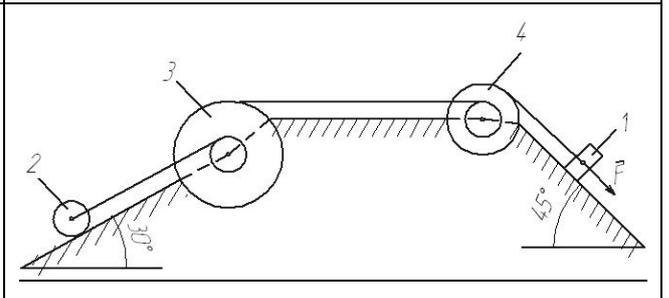
9



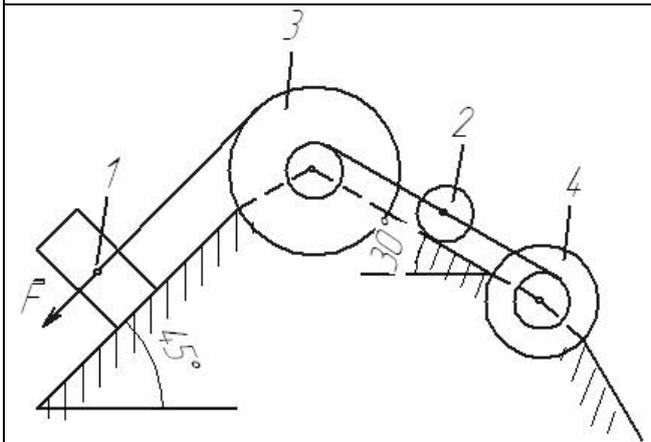
10



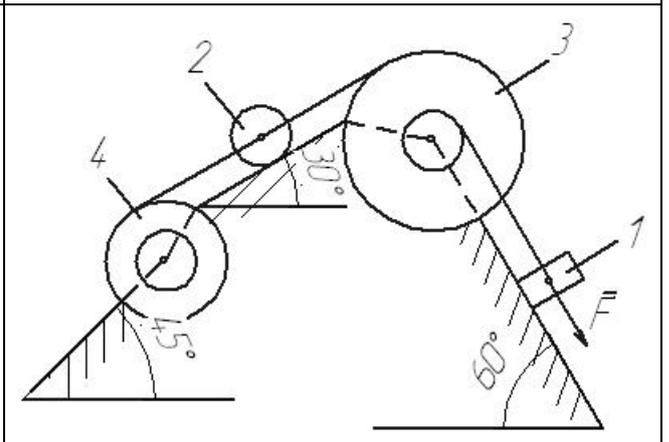
11



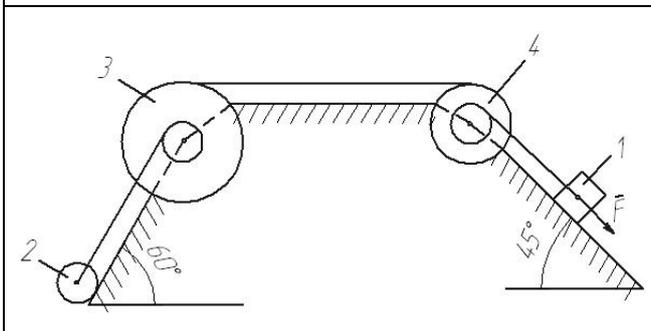
12



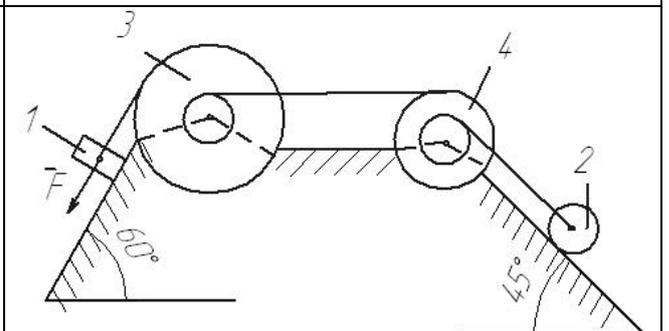
13



14



15



16

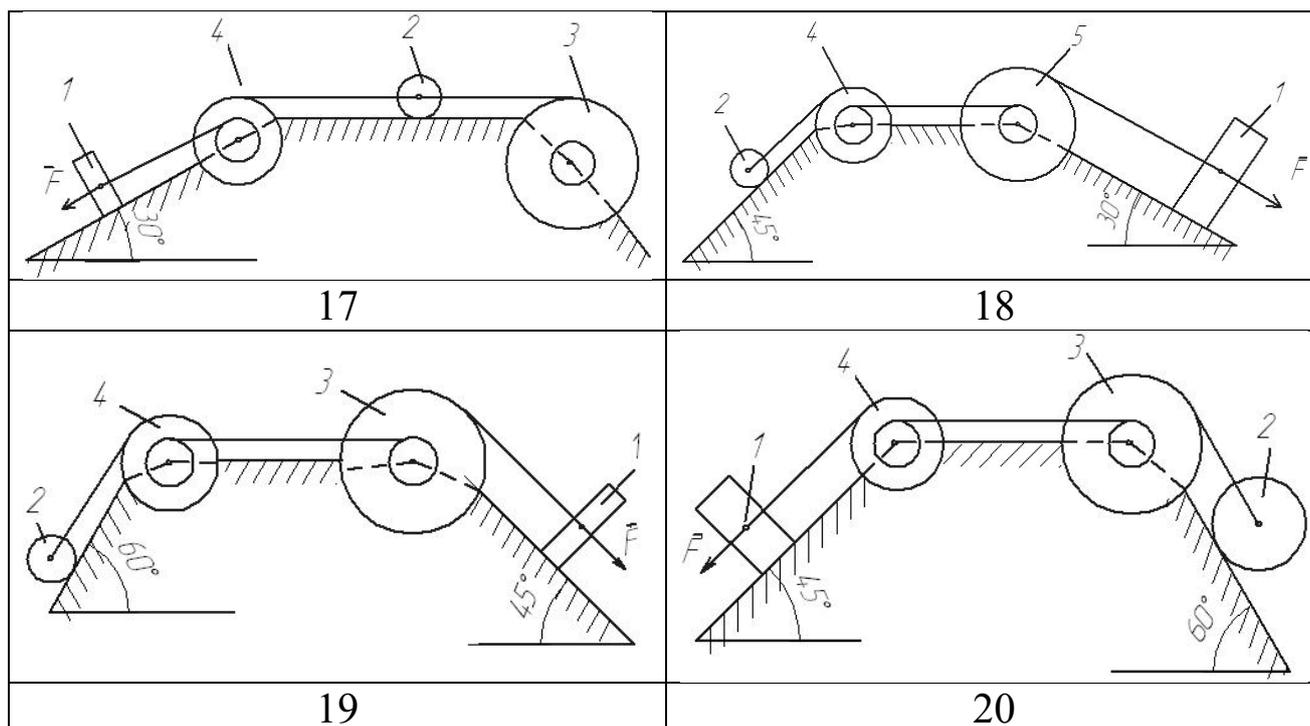


Рис. 4.1. Варианты расчётных схем механизмов

Пример решения задания.

Механическая система состоит из грузов  $1$  и  $2$  (коэффициент трения грузов о плоскость  $f = 0,1$ ), цилиндрического сплошного однородного катка  $3$  и ступенчатых шкивов  $4$  и  $5$  с радиусами ступеней  $R_4 = 0,3$  м,  $r_4 = 0,1$  м,  $R_5 = 0,2$  м,  $r_5 = 0,1$  м (массу каждого шкива считать равномерно распределенной по его внешнему ободу) Тела системы соединены друг с другом нитями, намотанными на шкивы; участки нитей параллельны соответствующим плоскостям (см. рис. 4.2 и табл. 4.2).

Под действием силы  $F$  и сил тяжести система приходит в движение из состояния покоя. При движении системы на шкивы  $4$  и  $5$  действуют постоянные моменты сил сопротивлений, равные соответственно  $M_4$  и  $M_5$ . Определить скорости груза  $1$  в тот момент времени, когда перемещение точки приложения силы  $F$  равно  $s_1$ .

Таблица 4.2 – Данные для расчета

$m_1$ кг	$m_2$ кг	$m_3$ кг	$m_4$ кг	$m_5$ кг	$M_4$ Н·м	$M_5$ Н·м	$F$ , Н	$S_1$ м
6	0	4	0	8	0,3	0	240	1,6

## Решение

1) Используем теорему об изменении кинетической энергии механической системы:

$$T - T_0 = \sum A_i$$

В начальный момент времени система покоится:  $T_0 = 0$

Тогда получим:

$$T = \sum A_i$$

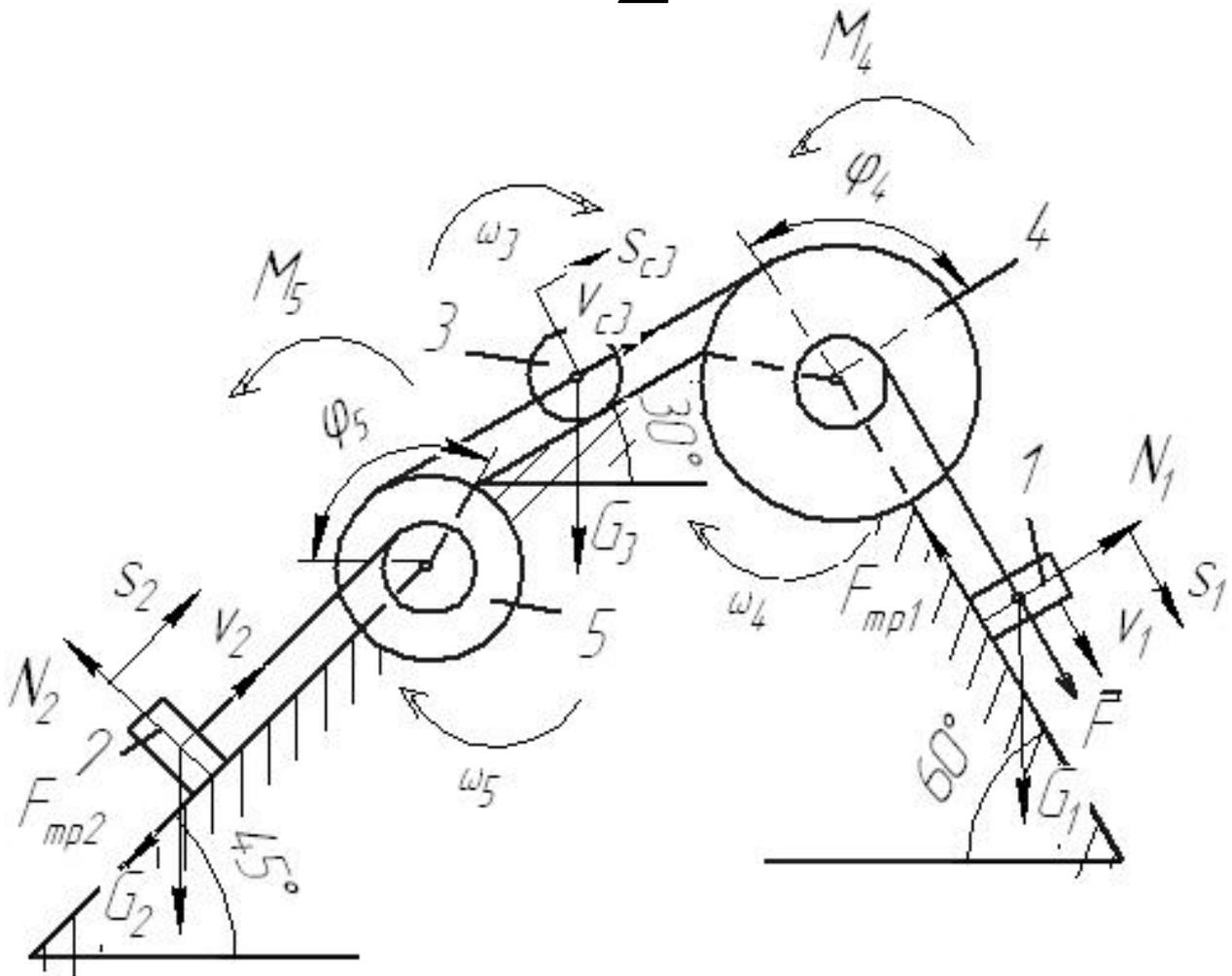


Рис. 4.2. Расчетная схема

2) Определим кинетическую энергию системы в конечный момент времени, когда пройденный телом 1 путь составит  $s_1$ .

$$T = T_1 + T_3 + T_5$$

Найдем кинетические энергии тел, имеющих ненулевую массу.

$$T_1 = m_1 v_1^2 / 2 - \text{поступательное движение}$$

$$T_5 = J_5 \omega_5^2 / 2 - \text{вращательное движение}$$

где  $J_5 = m_5 R_5^2$  – момент инерции колеса 5.

$$T_3 = m_3 v_{c3}^2 / 2 + J_3 \omega_3^2 / 2 - \text{плоское движение}$$

где  $J_3 = m_3 R_3^2 / 2$  – момент инерции колеса 3.

Выразим все скорости через скорость 1 тела  $v_1$ .

$$\omega_4 = \frac{v_1}{r_4}$$

$$v_{c3} = \omega_4 R_4 = 3v_1 \quad \omega_3 = \frac{v_{c3}}{R_3} = \frac{3v_1}{R_3}$$

$$\omega_5 = \frac{v_{c3}}{R_5} = \frac{3v_1}{R_5} \quad v_2 = \omega_5 r_5 = 1,5v_1$$

Тогда получим выражение для кинетической энергии системы в конечный момент:

$$T = m_1 v_1^2 / 2 + 9m_3 v_1^2 / 2 + 9m_3 v_1^2 / 4 + 9m_5 v_1^2 / 2$$

$$T = v_1^2 \left( m_1 / 2 + 9m_3 / 2 + 9m_3 / 4 + 9m_5 / 2 \right)$$

Получим:

$$T = v_1^2 \left( 6/2 + 9 \cdot 4/2 + 9 \cdot 4/4 + 9 \cdot 8/2 \right) = 66v_1^2$$

3) Найдём сумму работ внешних сил за время движения системы.

$$A_F = F \cdot s_1 = 240 \cdot 1,6 = 384 \text{ Дж} - \text{работа силы } F.$$

$A_{G_1} = G_1 s_1 \cos 30^\circ = 6 \cdot 9,8 \cdot 1,6 \cdot \cos 30^\circ = 81,5 \text{ Дж}$  - работа силы тяжести  $G_1$ .

$$A_{F_{mp1}} = -F_{mp1} s_1 - \text{работа силы трения } F_{mp1}.$$

$$F_{mp1} = fN = fG_1 \sin 30^\circ$$

$$A_{F_{mp1}} = -fG_1 s_1 \sin 30^\circ = -0,1 \cdot 6 \cdot 9,8 \cdot 1,6 \cdot \sin 30^\circ = -4,7 \text{ Дж}$$

$$A_{M_4} = -M_4 \varphi_4 - \text{работа момента сопротивления } M_4.$$

$$\varphi_4 = s_1 / r_4$$

$$A_{M_4} = -M_4 s_1 / r_4 = -\frac{0.3 \cdot 1.6}{0.1} = -4,8 \text{ Дж}$$

$A_{G_3} = -G_3 s_{c3} \cos 60^\circ$  - работа силы тяжести  $G_3$ .

$$s_{c3} = 3 \cdot s_1$$

$$A_{G_3} = -3G_3 s_1 \cos 60^\circ = -3 \cdot 4 \cdot 9.8 \cdot 1.6 \cdot \cos 60^\circ = -94.1 \text{ Дж}$$

Работа остальных сил и моментов равна нулю.

Тогда:

$$\sum A_i = 384 + 81,5 - 4,7 - 4,8 - 94,1 = 362 \text{ Дж}$$

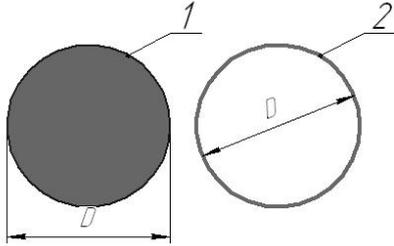
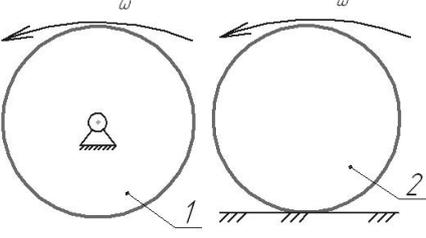
4) Получим:

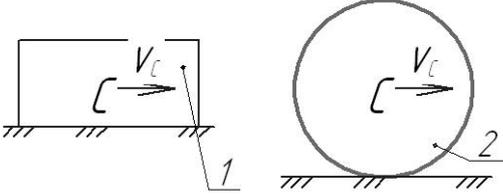
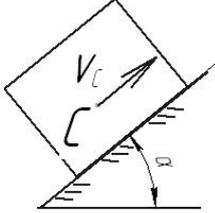
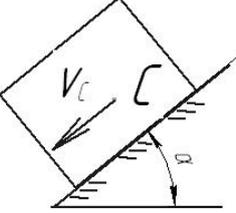
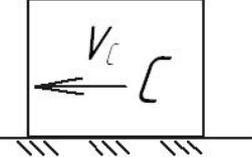
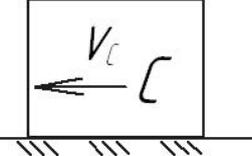
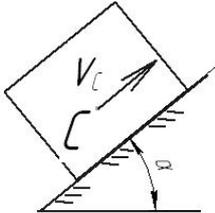
$$66v_1^2 = 362$$

откуда:

$$v_1 = \sqrt{362/66} = 2,34 \text{ м/с}$$

#### 4.2 Тестовые задания для самоконтроля по разделу (теме) 4 «Динамика»

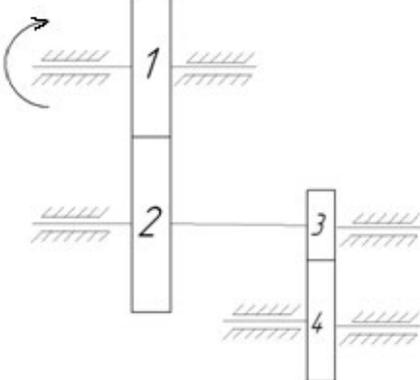
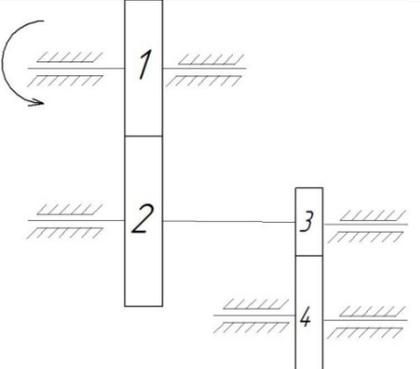
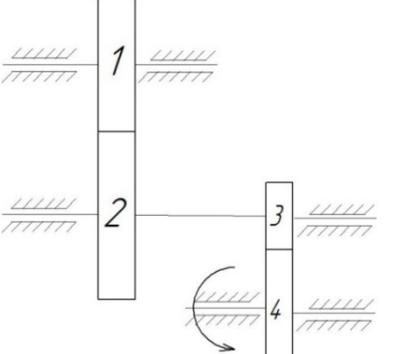
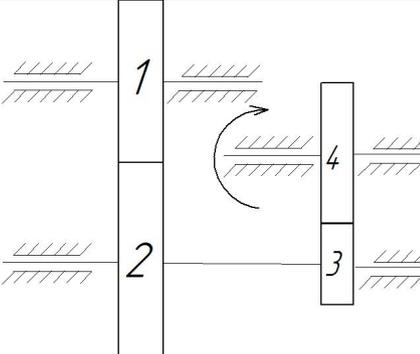
<p>На рис. 1 изображен сплошной однородный цилиндр, на рис. 2 – диск, масса которого равномерно распределена по внешнему ободу. Массы дисков равны. Момент инерции какого тела больше?</p>		<p>Варианты ответа:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="radio"/> 1</li> <li><input type="radio"/> 2</li> <li><input type="radio"/> они равны</li> </ul>
<p>На рисунке показаны два диска одинаковой массы и размеров, имеющие равные угловые скорости. Диск 1 вращается вокруг неподвижной оси, диск 2 – катится по неподвижной поверхности. Кинетическая</p>		<p>Варианты ответа:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="radio"/> 1</li> <li><input type="radio"/> 2</li> <li><input type="radio"/> они равны</li> </ul>

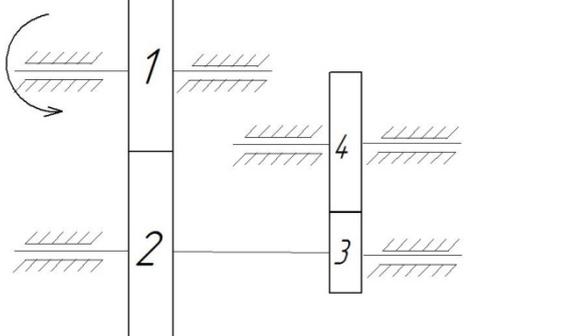
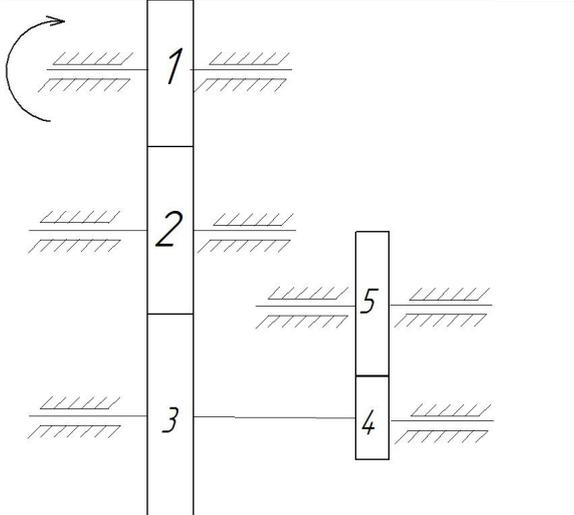
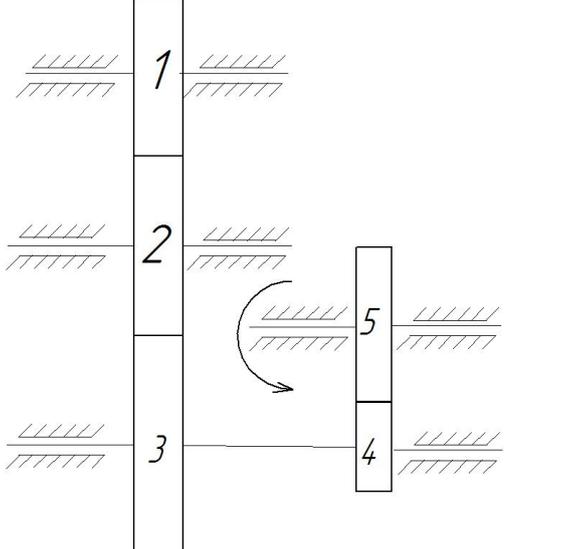
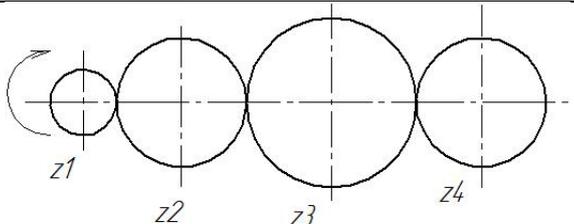
энергия какого тела больше?		
<p>На рисунке показаны два тела с одинаковым моментом инерции и скоростью центра масс. Кинетическая энергия какого тела больше?</p>		<p>Варианты ответа:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="radio"/> 1</li> <li><input type="radio"/> 2</li> <li><input type="radio"/> они равны</li> </ul>
<p>Работа силы тяжести тела, движущегося по наклонной поверхности, как показано на рисунке, ....</p>		<p>Варианты ответа:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="radio"/> положительна</li> <li><input type="radio"/> отрицательна</li> <li><input type="radio"/> равна нулю</li> <li><input type="radio"/> не может быть определена</li> </ul>
<p>Работа силы тяжести тела, движущегося по наклонной поверхности, как показано на рисунке, ....</p>		<p>Варианты ответа:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="radio"/> положительна</li> <li><input type="radio"/> отрицательна</li> <li><input type="radio"/> равна нулю</li> <li><input type="radio"/> не может быть определена</li> </ul>
<p>Работа силы тяжести тела, движущегося по поверхности, как показано на рисунке, ....</p>		<p>Варианты ответа:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="radio"/> положительна</li> <li><input type="radio"/> отрицательна</li> <li><input type="radio"/> равна нулю</li> <li><input type="radio"/> не может быть определена</li> </ul>
<p>Работа силы трения тела, движущегося по поверхности, как показано на рисунке, ....</p>		<p>Варианты ответа:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="radio"/> положительна</li> <li><input type="radio"/> отрицательна</li> <li><input type="radio"/> равна нулю</li> <li><input type="radio"/> не может быть определена</li> </ul>
<p>Работа силы трения тела, движущегося по наклонной поверхности, как показано на рисунке, ....</p>		<p>Варианты ответа:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="radio"/> положительна</li> <li><input type="radio"/> отрицательна</li> <li><input type="radio"/> равна нулю</li> <li><input type="radio"/> не может быть определена</li> </ul>

## 5. Механизмы и машины

### 5.1. Решение задач об определении передаточного отношения зубчатых механизмов

Решите задачу в соответствии с вариантом

1		<p>Числа зубьев колес зубчатой передачи: <math>z_1=20</math>, <math>z_2=40</math>, <math>z_3=10</math>, <math>z_4=20</math>. Угловая скорость колеса 1 равна 30 рад/с. Найти угловую скорость колеса 4</p>
2		<p>Числа зубьев колес зубчатой передачи: <math>z_1=40</math>, <math>z_2=20</math>, <math>z_3=20</math>, <math>z_4=40</math>. Угловая скорость колеса 1 равна 10 рад/с. Найти угловую скорость колеса 4</p>
3		<p>Числа зубьев колес зубчатой передачи: <math>z_1=20</math>, <math>z_2=40</math>, <math>z_3=50</math>, <math>z_4=100</math>. Угловая скорость колеса 4 равна 20 рад/с. Найти угловую скорость колеса 1</p>
4		<p>Числа зубьев колес зубчатой передачи: <math>z_1=20</math>, <math>z_2=50</math>, <math>z_3=18</math>, <math>z_4=36</math>. Угловая скорость колеса 4 равна 20 рад/с. Найти угловую скорость колеса 1</p>

5		<p>Числа зубьев колес зубчатой передачи: <math>z_1=45</math>, <math>z_2=15</math>, <math>z_3=60</math>, <math>z_4=30</math>. Угловая скорость колеса 1 равна 12 рад/с. Найти угловую скорость колеса 4</p>
6		<p>Числа зубьев колес зубчатой передачи: <math>z_1=40</math>, <math>z_2=25</math>, <math>z_3=20</math>, <math>z_4=50</math>, <math>z_5=20</math>. Угловая скорость колеса 1 равна 10 рад/с. Найти угловую скорость колеса 5</p>
7		<p>Числа зубьев колес зубчатой передачи: <math>z_1=70</math>, <math>z_2=40</math>, <math>z_3=140</math>, <math>z_4=200</math>, <math>z_5=500</math>. Угловая скорость колеса 5 равна 50 рад/с. Найти угловую скорость колеса 1</p>
8		<p>Числа зубьев колес зубчатой передачи: <math>z_1=40</math>, <math>z_2=80</math>, <math>z_3=100</math>, <math>z_4=20</math>. Угловая скорость колеса 1 равна 10 рад/с. Найти угловую скорость колеса 4</p>

## 5.2 Тестовые задания для самоконтроля по разделу (теме) 5 «Механизмы и машины»

<p>Укажите названия механизма и его звеньев.</p>	<p>Укажите названия механизма и его звеньев.</p>
<p>Укажите названия механизма и его звеньев.</p>	<p>Укажите название механизма и его звеньев.</p>
<p>1) Укажите название передачи. 2) Как определить передаточное отношение передачи?</p>	<p>1) Укажите название передачи. 2) Как определить передаточное отношение передачи?</p>
<p>1) Укажите название передачи. 2) Как определить передаточное отношение передачи?</p>	<p>1) Укажите название передачи. 2) Как определить передаточное отношение передачи?</p>
<p>1) Укажите название передачи. 2) Как определить передаточное отношение передачи?</p>	<p>1) Укажите название передачи. 2) Как определить передаточное отношение передачи?</p>

## 6 Приводы

### 6.1 Расчетно-графическая работа IV. Расчет кинематических и силовых параметров передаточных механизмов

#### Краткие теоретические сведения

Одним из основных элементов машины является передаточный механизм, установленный между двигателем и исполнительным органом.

На рис. 6.1 дана типовая схема машины.

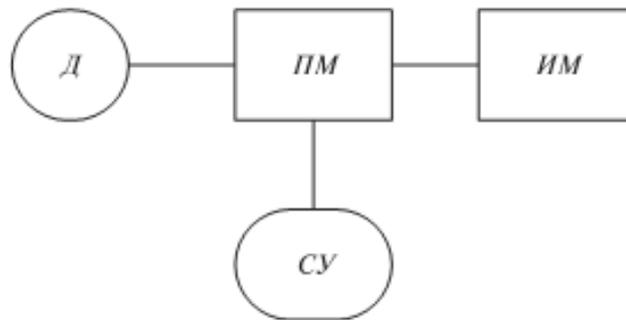


Рис. 6.1 Типовая схема машины:

Д – двигатель, ПМ – передаточный механизм, ИМ – исполнительный механизм, СУ – система управления приводом

Передаточный механизм должен обеспечивать с заданной степенью точности передачу движения и его преобразование, быть экономичным и безопасным в работе.

#### 1. Передаточное отношение привода

Важнейшей характеристикой передач вращательного движения является **передаточное отношение**, которое показывает, во сколько раз угловая скорость  $\omega$  (или частота вращения  $n$ ) ведомого звена больше или меньше угловой скорости (частоты вращения) ведущего звена.

$$U = \frac{\omega_{\text{ведущ}}}{\omega_{\text{ведом}}} = \frac{n_{\text{ведущ}}}{n_{\text{ведом}}}, \quad (1)$$

где  $\omega_{\text{ведущ}}$  – угловая скорость ведущего звена;

$\omega_{\text{ведом}}$  – угловая скорость ведомого звена.

Для зубчатых передач передаточное отношение можно определить, зная число зубьев каждого из колес:

$$U = \frac{z_2}{z_1} \quad (2)$$

Для цепных передач передаточное отношение можно определить, зная число зубьев ведущей и ведомой звездочек:

$$U = \frac{z_2}{z_1} \quad (3)$$

Для ременных передач передаточное отношение можно определить, зная диаметры ведущего и ведомого шкивов:

$$U = \frac{d_2}{d_1} \quad (4)$$

Для фрикционных передач передаточное отношение можно определить, зная диаметры ведущего и ведомого катков:

$$U = \frac{d_2}{d_1} \quad (5)$$

Привод может включать несколько передаточных механизмов (ступеней). При этом значение общего передаточного отношения определяется произведением передаточных отношений отдельных кинематических ступеней привода

$$u_{об} = u_{12} \cdot u_{23} \dots u_n = \frac{\omega_1}{\omega_n} \quad (6)$$

### Пример 1.

Определить частоту вращения вала 1, если диаметры шкивов равны соответственно (мм):  $d_1 = 200$ ,  $d_2 = 400$ , число зубьев звездочек цепной передачи:  $z_2 = 180$ ,  $z_3 = 540$ , а частота вращения звездочки 3  $n_3 = 200$  об/мин (рис. 6.2)

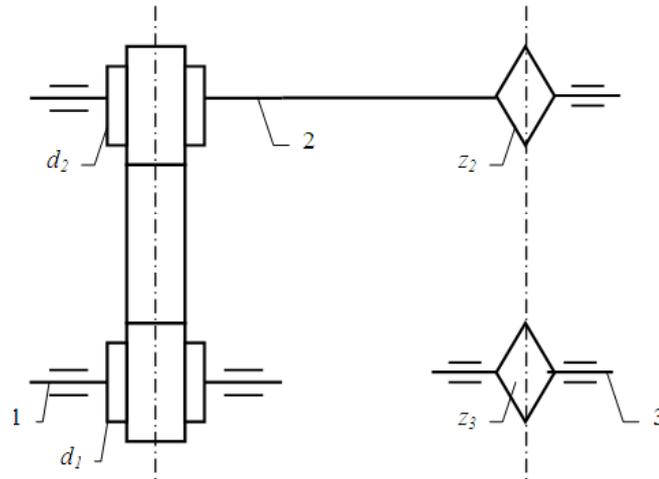


Рис. 6.2 Кинематическая схема привода с ременно-цепным передаточным механизмом

Решение.

Данный передаточный механизм является двухступенчатым: первая ступень – ременная передача (вращение передается с шкива 1 на шкив 2), вторая ступень – цепная передача (вращение передается с звездочки 2 на звездочку 3).

Общее передаточное отношение определим по формуле (6):

$$u_{об} = u_{12} \cdot u_{23} = \frac{n_1}{n_3}$$

$$u_{12} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{400}{200} = 2$$

$$u_{23} = \frac{z_3}{z_2} = \frac{540}{180} = 3$$

Тогда

$$u_{об} = u_{12} \cdot u_{23} = 2 \cdot 3 = 6$$

и

$$n_1 = n_3 \cdot u_{об} = 200 \cdot 6 = 1200 \text{ об / мин}$$

### Пример 2

Определить частоту вращения вала 3, если диаметры шкивов равны соответственно (мм):  $d_1 = 300$ ,  $d_2 = 750$ , числа зубьев конической шестерни и колеса:  $z_2 = 50$ ,  $z_3 = 100$ ,  $n_1 = 2500$  об/мин (рис. 6.3).

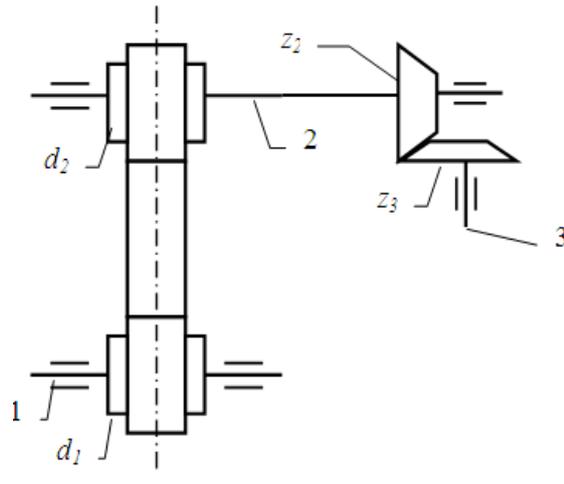


Рис. 6.3 Кинематическая схема привода с ременно-коническим передаточным механизмом

Решение.

Данный передаточный механизм является двухступенчатым: первая ступень – ременная передача (вращение передается с шкива 1 на шкив 2), вторая ступень – коническая зубчатая передача (вращение передается с шестерни 2 на колесо 3).

Общее передаточное отношение определим по формуле (6):

$$u_{об} = u_{12} \cdot u_{23} = \frac{n_1}{n_3}$$

$$u_{12} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{750}{300} = 2.5$$

$$u_{23} = \frac{z_3}{z_2} = \frac{100}{50} = 2$$

Тогда

$$u_{об} = u_{12} \cdot u_{23} = 2,5 \cdot 2 = 5$$

и

$$n_3 = \frac{n_1}{u_{об}} = \frac{2500}{5} = 500 \text{ об / мин}$$

## 2. Коэффициент полезного действия передачи, мощность

Если к ведущему валу передачи подвести мощность  $P_1$ , то с ведомого можно будет отобрать мощность  $P_2$ , которая несколько

меньше затраченной  $P_1$  (следствие потерь на трение и др. сопротивления). Эти потери выражаются коэффициентом полезного действия:

$$\eta = P_2/P_1 \quad (7)$$

Поскольку

$$P = T \cdot \omega \quad (8)$$

и

$$\omega = (\pi \cdot n)/30 \quad (9)$$

где  $T$  – момент вращения;

$\omega$  - угловая скорость,

$$\text{то } \eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2 \omega_2}{T_1 \omega_1} = \frac{T_2 n_2}{T_1 n_1} = \frac{T_2}{T_1 u_{12}} \quad (10)$$

В силовой (понижающей) передаче (редуктор)

$$\omega_1 > \omega_2, \quad T_2 > T_1, \quad T_2 = T_1 \cdot u_{12} \cdot \eta$$

### Пример 3.

Определить мощность и крутящий момент, передаваемые колесом, если известны числа зубьев шестерни и колеса: ( $Z_1 = 18, Z_2 = 45$ ).  $T_1 = 10$  Н·м,  $n_1 = 900$  об/мин. Коэффициент полезного действия передачи принять  $\eta = 0.95$

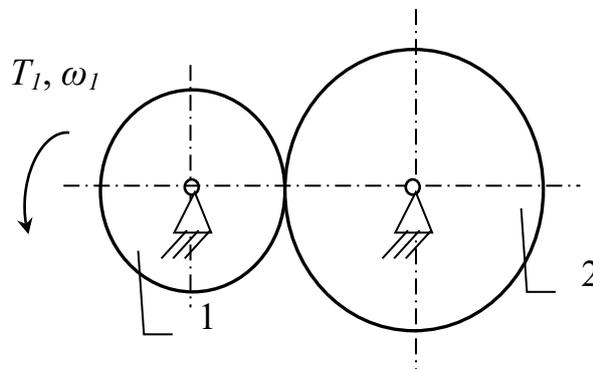


Рис. 6.4 Расчетная схема передачи

Решение (см. рис.6.4).

Мощность на ведущем колесе определим по формуле (8):

$$P_1 = T_1 \cdot \omega_1,$$

где  $\omega_1 = (\pi \cdot n_1)/30 = (\pi \cdot 900)/30 = 94,2$  рад/с – угловая скорость ведущего колеса (шестерни)

$$P_1 = 10 \cdot 94,2 = 942 \text{ Вт}$$

Мощность на ведомом колесе определим из (7):

$$P_2 = P_1 \cdot \eta = 942 \cdot 0,95 = 895 \text{ Вт} \quad (P_2 < P_1)$$

Передаточное отношение

$$U = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

Для зубчатых передач передаточное отношение можно определить, зная число зубьев каждого из колес:

$$U = \frac{z_2}{z_1} = \frac{45}{18} = 2.5$$

Тогда

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{U} = \frac{94.2}{2.5} = 37.7 \quad (\text{рад/с})$$

Тогда крутящий момент на валу ведомого колеса будет равен:

$$T_2 = \frac{P_2}{\omega_2} = \frac{895}{37.7} = 23.7 \quad \text{Н}\cdot\text{м}$$

Ответ:  $P_2 = 895 \text{ Вт}$ ,  $T_2 = 23.7 \text{ Н}\cdot\text{м}$

### Задания для расчёта

#### Задание IV.1.

Определить (см. рис. 6.5) угловую скорость ведомого шкива 3 (или ведущего 1), если заданы диаметры шкивов и угловая скорость ведущего звена (или ведомого) (см. табл. 6.1).

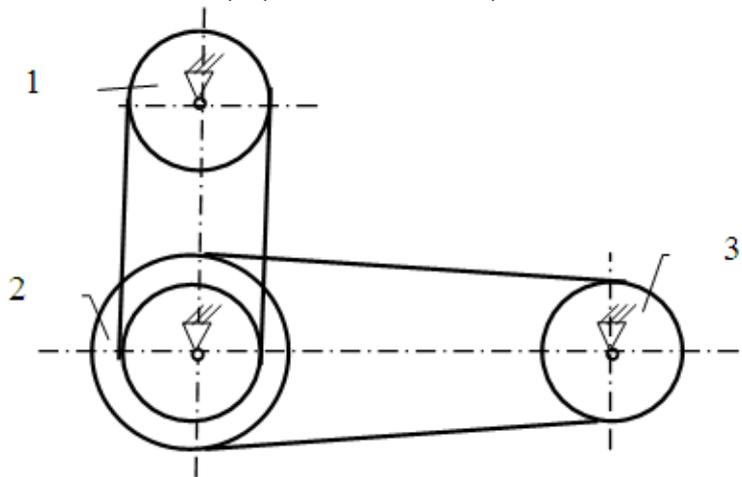


Рис. 6.5

Таблица 6.1 – Исходные данные для расчета задания IV.1.

№ варианта	Диаметры шкивов, мм				Угловая скорость, рад/с		Найти
	$d_1$	$d_2$ (внутренний)	$D_2$ (внешний)	$d_3$	$\omega_1$	$\omega_3$	
1	110	210	410	310	100	-	$\omega_3$
2	120	220	420	320	200	-	$\omega_3$
3	130	230	430	330	300	-	$\omega_3$
4	140	240	440	340	400	-	$\omega_3$
5	150	250	450	350	500	-	$\omega_3$
6	160	260	460	360	-	90	$\omega_1$
7	170	270	470	370	-	80	$\omega_1$
8	180	280	480	380	-	70	$\omega_1$
9	190	290	490	390	-	60	$\omega_1$
10	200	300	500	400	-	50	$\omega_1$

Задание IV.2.

Определить (см. рис. 6.6) угловую скорость ведомого звена 3 (или ведущего 1), если заданы числа зубьев колес и звездочек и угловая скорость ведущего звена (или ведомого) (см. табл. 6.2).

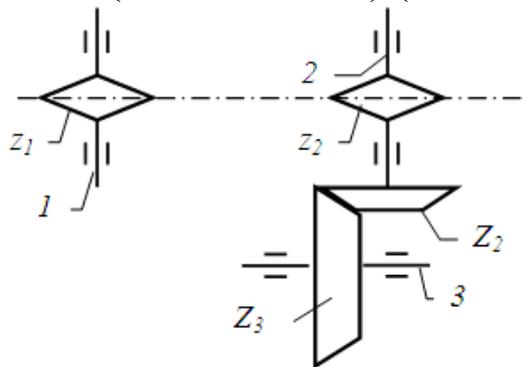


Рис. 6.6

Таблица 6.2 – Исходные данные для расчета задания IV.2.

№ варианта	Числа зубьев				Угловая скорость, рад/с		Найти
	звездочек		колес		$\omega_1$	$\omega_3$	
	$z_1$	$z_2$	$Z_2$	$Z_3$			
1	11	31	21	51	10	-	$\omega_3$
2	12	32	22	52	20	-	$\omega_3$
3	13	33	23	53	30	-	$\omega_3$
4	14	34	24	54	40	-	$\omega_3$

5	15	35	25	55	50	-	$\omega_3$
6	16	36	26	56	-	9	$\omega_1$
7	17	37	27	57	-	8	$\omega_1$
8	18	38	28	58	-	7	$\omega_1$
9	19	39	29	59	-	6	$\omega_1$
10	20	40	30	60	-	5	$\omega_1$

### Задание IV.3.

Определить (см. рис. 6.7) угловую скорость ведомого колеса 4 (или ведущего 1), если заданы числа зубьев колес и угловая скорость ведущего звена (или ведомого) (см. табл. 6.3).

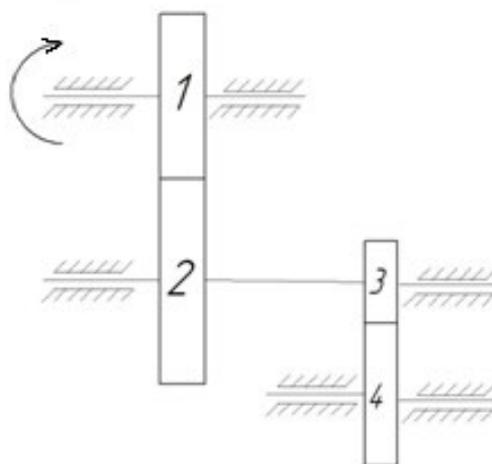


Рис. 6.7

Таблица 6.3 – Исходные данные для расчета задания IV.3.

№ варианта	Числа зубьев колес				Угловая скорость, рад/с		Найти
	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$z_4$	$\omega_1$	$\omega_4$	
1	18	29	21	41	100	-	$\omega_4$
2	52	82	22	56	300	-	$\omega_4$
3	43	33	23	39	230	-	$\omega_4$
4	34	74	27	46	410	-	$\omega_4$
5	25	39	27	51	150	-	$\omega_4$
6	46	36	24	49	-	90	$\omega_1$
7	18	39	27	48	-	80	$\omega_1$
8	62	99	77	101	-	200	$\omega_1$
9	49	81	27	73	-	120	$\omega_1$
10	21	62	26	53	-	180	$\omega_1$

Задание IV.4.

Определить мощность и крутящий момент, передаваемые ведомым колесом 2 (или ведущим 1) (см. рис. 6.8), если известны числа зубьев шестерни и колеса, КПД передачи  $\eta_{12}$ , крутящий момент на входном  $T_1$  или выходном ( $T_2$ ) колесе и частота вращения ведущего звена (или ведомого) (см. табл. 6.4).

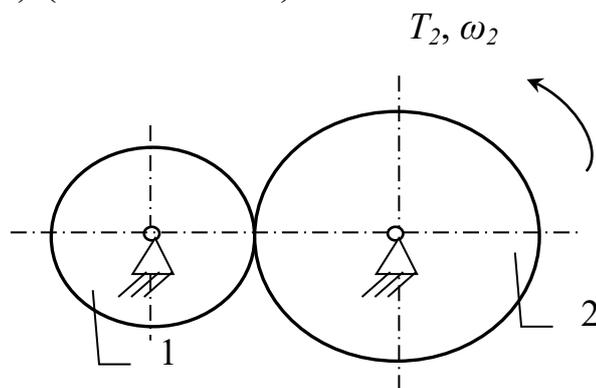


Рис. 6.8

Таблица 6.4 – Исходные данные для расчета задания IV.4.

№ варианта	Число зубьев		крутящий момент, Н·м		Частота вращения, об/мин		КПД	Найти	
	$z_1$	$z_2$	$T_1$	$T_2$	$n_1$	$n_2$		$\eta_{12}$	$T$
1	110	210	1	-	1000	-	0,98	$T_2$	$n_2$
2	120	220	2	-	2000	-	0,97	$T_2$	$n_2$
3	130	230	3	-	-	900	0,96	$T_2$	$n_1$
4	140	240	4	-	-	800	0,95	$T_2$	$n_1$
5	150	250	5	-	-	700	0,98	$T_2$	$n_1$
6	160	260	-	6	3000	-	0,97	$T_1$	$n_2$
7	170	270	-	7	4000	-	0,96	$T_1$	$n_2$
8	180	280	-	8	5000	-	0,95	$T_1$	$n_2$
9	190	290	-	9	-	600	0,97	$T_1$	$n_1$
10	200	300	-	10	-	500	0,96	$T_1$	$n_1$

Задание IV.5.

Определить мощность и крутящий момент, передаваемые ведомым шкивом 2 (или ведущим 1) (см. рис. 6.9), если известны диаметры шкивов, КПД ременной передачи  $\eta_{12}$ , крутящий момент на вход-

ном  $T_1$  или выходном ( $T_2$ ) колесе и частота вращения ведущего звена (или ведомого) (см. табл. 6.5).

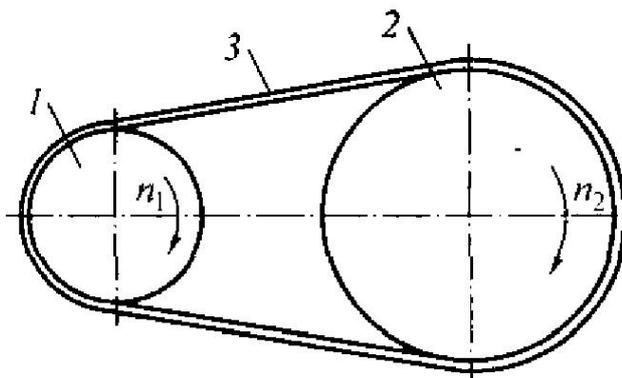


Рис. 6.9

Таблица 6.5 – Исходные данные для расчета задания IV.5.

№ варианта	Диаметры шкивов, мм		крутящий момент, Н·м		Частота вращения, об/мин		КПД	Найти	
	$d_1$	$d_2$	$T_1$	$T_2$	$n_1$	$n_2$		$\eta_{12}$	$T$
1	150	310	1.2	-	1100	-	0,91	$T_2$	$n_2$
2	160	330	2.3	-	2200	-	0,92	$T_2$	$n_2$
3	170	350	3.4	-	-	990	0,93	$T_2$	$n_1$
4	180	390	4.5	-	-	880	0,94	$T_2$	$n_1$
5	190	410	5.6	-	-	770	0,91	$T_2$	$n_1$
6	200	430	-	6.7	3300	-	0,95	$T_1$	$n_2$
7	210	440	-	7.8	4400	-	0,94	$T_1$	$n_2$
8	220	450	-	8.9	5500	-	0,93	$T_1$	$n_2$
9	230	470	-	9.1	-	660	0,92	$T_1$	$n_1$
10	240	490	-	10.0	-	550	0,9	$T_1$	$n_1$

#### Задание IV.6.

Определить мощность и крутящий момент, передаваемые ведомой звёздочкой 2 (или ведущий 1) (см. рис. 6.10), если известны числа зубьев звёздочек, КПД цепной передачи  $\eta_{12}$ , крутящий момент на входном  $T_1$  или выходном ( $T_2$ ) валу и частота вращения ведущего звена (или ведомого) (см. табл. 6.6).

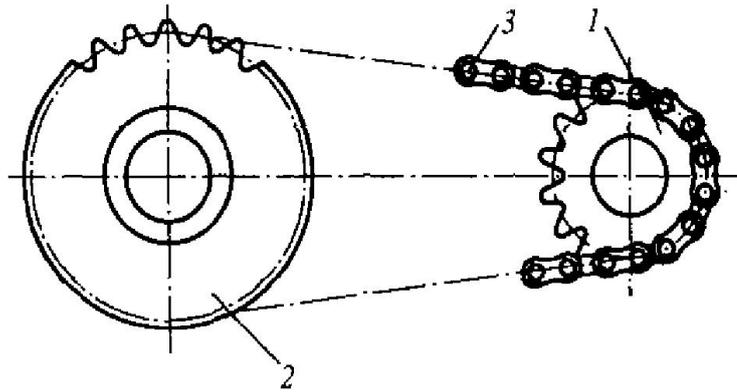


Рис. 6.10

Таблица 6.6 – Исходные данные для расчета задания IV.6.

№ варианта	Число зубьев звездочек		крутящий момент, Н·м		Частота вращения, об/мин		КПД $\eta_{12}$	Найти	
	$z_1$	$z_2$	$T_1$	$T_2$	$n_1$	$n_2$		$T$	$n$
1	50	110	11	-	1300	-	0,96	$T_2$	$n_2$
2	60	130	23	-	2200	-	0,97	$T_2$	$n_2$
3	70	150	34	-	-	900	0,96	$T_2$	$n_1$
4	18	39	14	-	-	800	0,97	$T_2$	$n_1$
5	19	41	6	-	-	750	0,95	$T_2$	$n_1$
6	44	76	-	7	3300	-	0,96	$T_1$	$n_2$
7	39	72	-	8	4400	-	0,97	$T_1$	$n_2$
8	26	45	-	9	5000	-	0,95	$T_1$	$n_2$
9	54	83	-	10	-	650	0,97	$T_1$	$n_1$
10	62	90	-	18	-	550	0,95	$T_1$	$n_1$

## 7. Основы расчета и проектирования оборудования

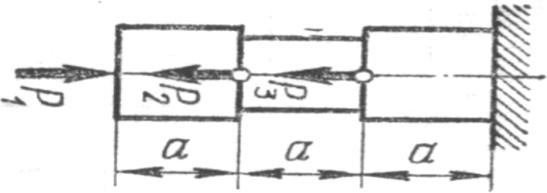
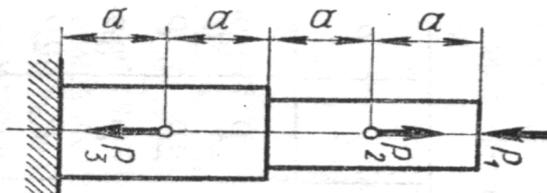
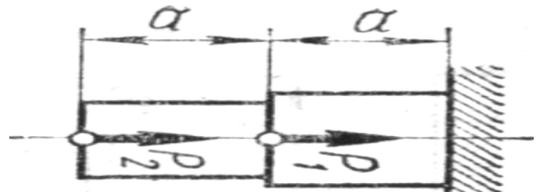
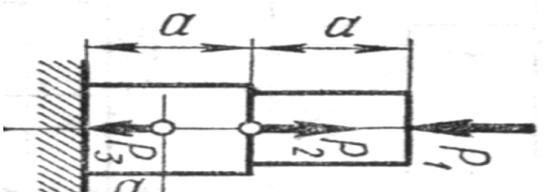
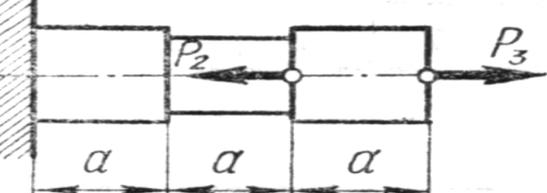
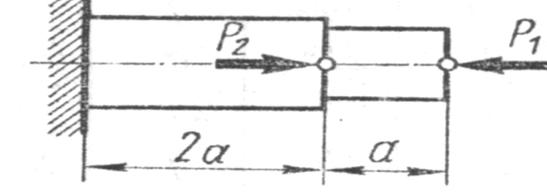
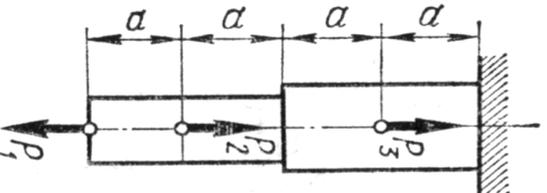
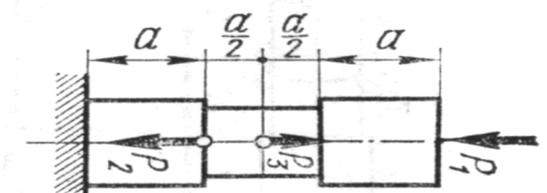
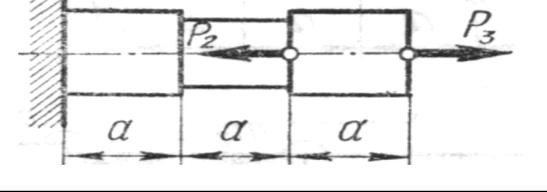
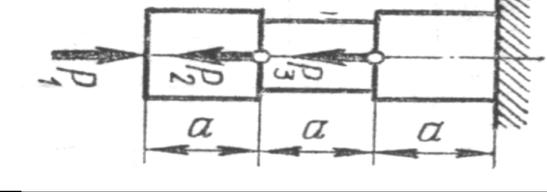
### 7.1. Расчетно-графическая работа V.

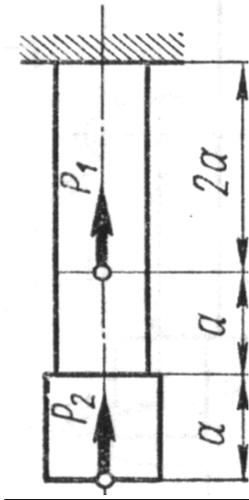
#### Расчёт стержней на растяжение-сжатие

Для заданной схемы (рис.7.1) требуется:

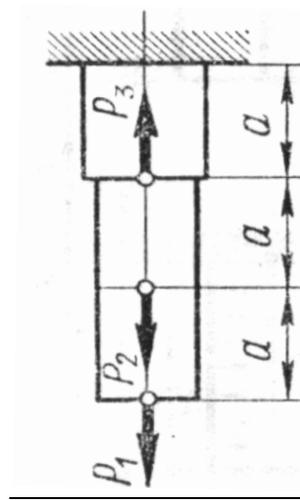
1. Построить эпюру осевых нагрузок.
2. Определить размер *квадратного* сечения стержня исходя из условий прочности.

Данные для расчёта взять из таблицы 7.1.

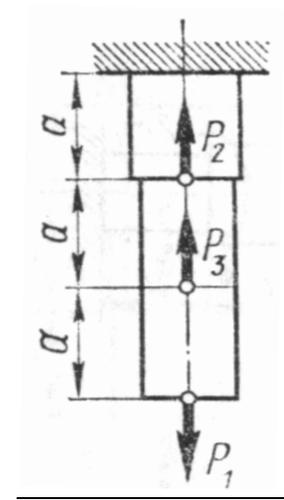
 <p style="text-align: center;">1</p>	 <p style="text-align: center;">2</p>
 <p style="text-align: center;">3</p>	 <p style="text-align: center;">4</p>
 <p style="text-align: center;">5</p>	 <p style="text-align: center;">6</p>
 <p style="text-align: center;">7</p>	 <p style="text-align: center;">8</p>
 <p style="text-align: center;">9</p>	 <p style="text-align: center;">10</p>



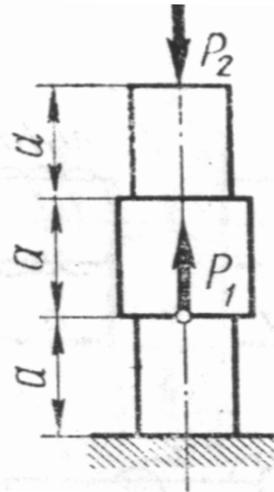
11



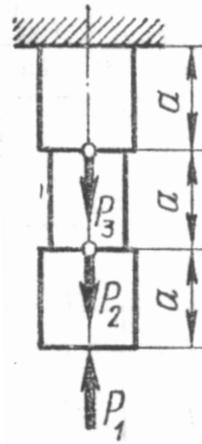
12



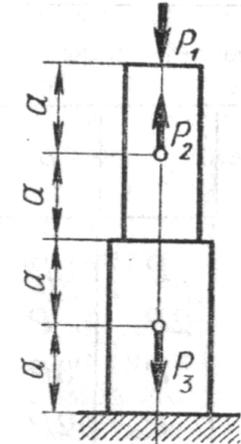
13



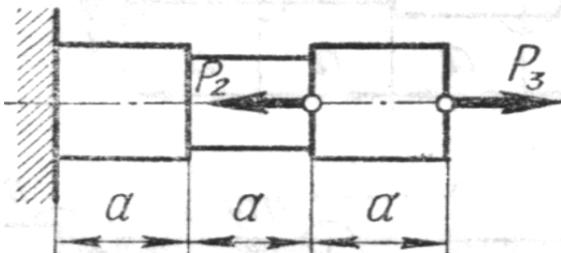
14



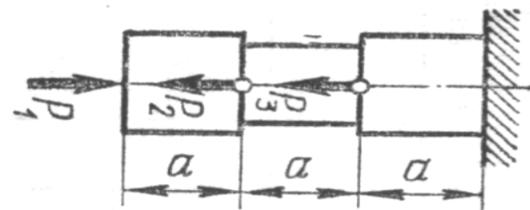
15



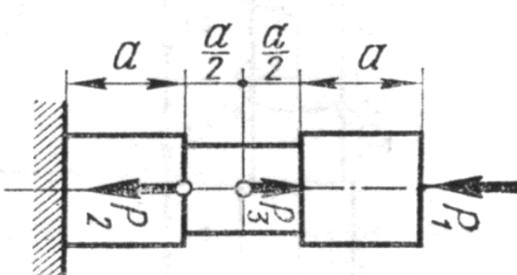
16



17



18



19



20

Рис. 7.1. Варианты расчётных схем стержней

Таблица 7.1 - Исходные данные для расчёта

Вариант	Сила, кН			Продоль- ный раз- мер $a$ , м	Допускаемое нормальное напряжение $[\sigma]$ , МПа
	$P_1$	$P_2$	$P_3$		
1	10	20	30	1	100
2	8	16	24	1,5	110
3	6	12	18	2	120
4	3	10	6	0,8	90
5	15	4	9	1,2	130
6	12	7	8	1,6	95
7	10	7	20	1	105
8	12	14	5	1,5	140
9	6	9	12	2	125
10	12	9	6	0,8	120
11	10	8	6	1,2	110
12	6	8	10	1,6	100
13	14	4	8	1	130
14	4	9	5	1,5	180
15	6	10	7	2	80
16	5	4	3	0,8	200
17	7	6	10	1,2	85
18	5	10	12	1,6	170
19	9	7	5	1	160
20	3	5	6	2	150

Пример выполнения задания.

Для заданной схемы (рис.7.2) требуется:

3. Построить эпюру осевых нагрузок.
4. Определить размер *квадратного* сечения стержня исходя из условий прочности.

Данные для расчёта взять их таблицы 7.2.

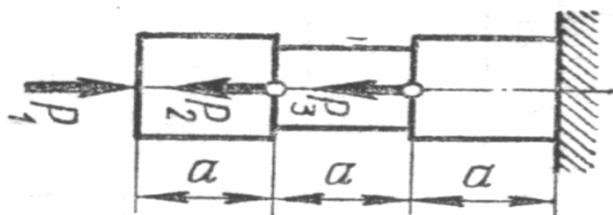


Рис. 7.2 Расчетная схема стержня

Таблица 7.2 - Исходные данные для расчёта

Сила, кН			Допускаемое нормальное напряжение $[\sigma]$ , МПа
$P_1$	$P_2$	$P_3$	
6	12	18	200

Решение.

Расставим характерные точки (сечения) – те, в которых приложены нагрузки или изменяется характер поперечного сечения (форма, размер).

В данном случае таких характерных точек 4:  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  (рис. 7.3).

Таким образом, необходимо рассмотреть 3 характерных участка бруса, начиная с правого конца его, т.е. с точки  $A$ .

Рассмотрим характерный участок  $AB$ .

Мысленно проведём поперечное сечение бруса  $I-I$  между точками  $A$  и  $B$ , отбросим левую часть бруса, оставив в рассмотрении правую, действие отброшенной части заменив реакцией.

Из условия равновесия (равенство проекций сил на ось  $x$ , получим:

$$N = -P_1 = -6 \text{ кН}, \quad \text{т.е. внутренняя}$$

продольная сила в сечении  $I-I$  является сжимающей.

Значение внутренней силы  $N$  неизменно на всём участке  $AB$ .

Выбирая масштаб, строим соответствующий участок эпюры продольных сил (в размерности кН), сила  $N$  на участке  $AB$  постоянна.

Далее рассмотрим участок  $BC$ .

Проведем сечение  $II-II$  в произвольном месте между точками  $B$  и  $C$ . Отбросим левую часть, её действие заменим реакцией.

Из условия равновесия имеем:

$$N = P_2 - P_1 = 12 - 6 = 4 \text{ кН}, \quad \text{т.е. внутренняя}$$

продольная сила в сечении  $II-II$  является растягивающей.

Строим соответствующий участок эпюры продольных сил, сила  $N$  на участке  $BC$  постоянна.

Участок  $CD$ :

$$N = P_3 + P_2 - P_1 = 18 + 12 - 6 = 24 \text{ кН},$$

Строим соответствующие участки эпюры продольных сил.

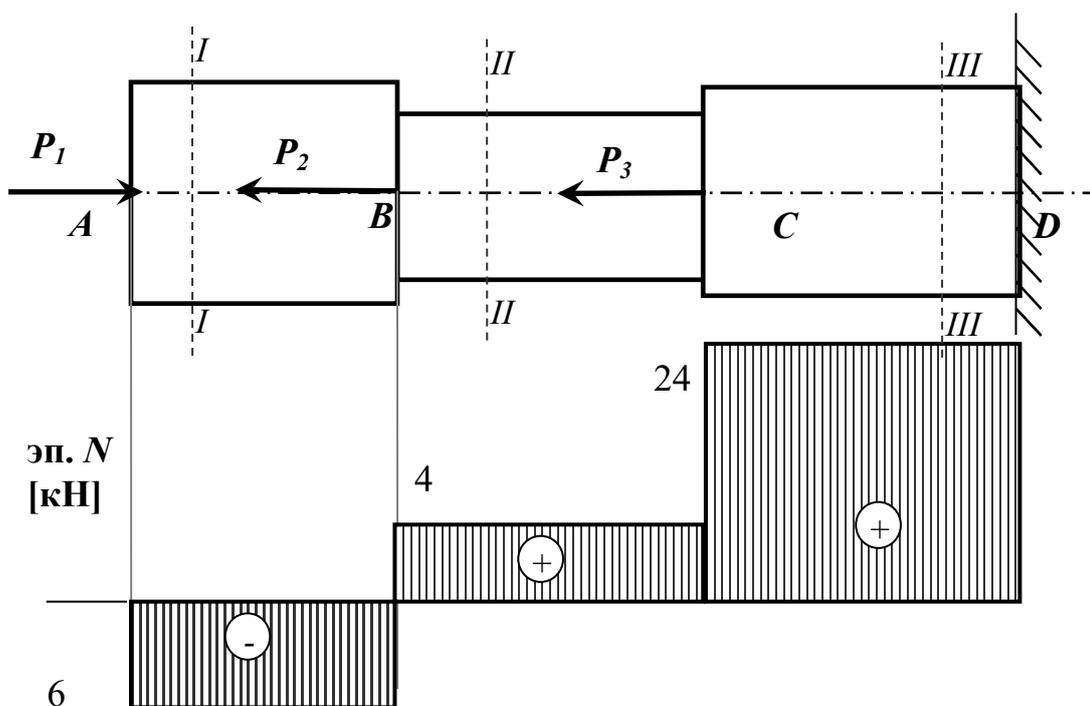


Рис. 7.3. Расчётная схема и эпюра внутренних продольных усилий стержня

Условие прочности при растяжении (сжатии) стержня имеет вид:

$$\sigma_{\max} = \left| \frac{N}{A} \right|_{\max} \leq [\sigma], \quad (1)$$

где  $\sigma_{\max}$  – наибольшее по модулю нормальное напряжение на соответствующей ступени стержня,  $N$  – продольное усилие в сечении стержня,  $A$  – площадь поперечного сечения соответствующей ступени бруса,  $[\sigma]$  – допускаемое нормальное напряжение, зависящее от материала стержня.

Поскольку поперечные сечения бруса квадратные, то сторона квадрата  $h$  определится как:  $h = \sqrt{A}$ .

В данном случае брус имеет две ступени, соответственно необходимо рассмотреть условия равновесия (1) для каждой из ступеней.

Для ступени 1:

$$\sigma_{\max} = \left| \frac{N_I}{F_1} \right|_{\max} \leq [\sigma],$$

где  $N_I$  – продольная внутренняя сила в сечении  $I$  (наибольшая по модулю для участка  $AB$ ),  $F_1$  – площадь поперечного сечения ступени 1

Тогда размер сечения для ступени 1 определится из выражения:

$$h_1 \geq \sqrt{\frac{N_I}{[\sigma]}} \quad (2)$$

Для ступени 2 :

$$\sigma_{\max} = \left| \frac{N_{II}}{F_2} \right|_{\max} \leq [\sigma],$$

где  $N_{II}$  – продольная внутренняя сила в сечении  $II$  (наибольшая по модулю для участка  $BC$ ),  $F_2$  – площадь поперечного сечения ступени 2

Тогда размер сечения для ступени 2 определится из выражения:

$$h_2 \geq \sqrt{\frac{N_{II}}{[\sigma]}} \quad (3)$$

Для ступени 3 :

$$\sigma_{\max} = \left| \frac{N_{III}}{F_3} \right|_{\max} \leq [\sigma],$$

где  $N_{III}$  – продольная внутренняя сила в сечении  $III$  (наибольшая по модулю для участка  $CD$ ),  $F_3$  – площадь поперечного сечения ступени 3

Тогда размер сечения для ступени 2 определится из выражения:

$$h_3 \geq \sqrt{\frac{N_{III}}{[\sigma]}} \quad (4)$$

Подставляя числовые данные в выражения (2) и (3), определим размеры поперечных сечений стержня, при которых прочность бруса будет обеспеченной.

$$h_1 = \sqrt{\frac{6 \cdot 10^3}{200 \cdot 10^6}} = 0.0055 \text{ (м) или } 6 \text{ мм}$$

$$h_2 = \sqrt{\frac{4 \cdot 10^3}{200 \cdot 10^6}} = 0.0045 \text{ (м) или } 5 \text{ мм}$$

$$h_3 = \sqrt{\frac{24 \cdot 10^3}{200 \cdot 10^6}} = 0.0109 \text{ (м) или } 11 \text{ мм}$$

Ответ:  $h_1 = 6 \text{ мм}$ ,  $h_2 = 5 \text{ мм}$ ,  $h_3 = 11 \text{ мм}$

### Рекомендуемый список литературы

1. Яцун, С.Ф. Кинематика, динамика и прочность машин, приборов и аппаратуры : учебное пособие: С.Ф. Яцун, В.Я. Мищенко, Е.Н.Политов – М : Альфа-М : ИНФРА-М, 2015.-208с.
2. Локтионова, О.Г. Лекции по теоретической механике: учебное пособие / О.Г. Локтионова, С.Ф. Яцун, О.В. Емельянова; Юго-Зап. Гос. Ун-т. Курск, 2014.-188с.
3. Основы механики : учебное пособие / С. Ф. Яцун [и др.]. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва : ИНФРА-М, 2021. - 248 с.
4. Яцун, С.Ф. Основы функционирования технических систем : учебное пособие / С. Ф. Яцун, А. Н. Рукавицын, Е. Н. Политов ; Юго-Западный государственный университет. - Курск : Университетская книга, 2019. - 195 с.
5. Манжосов, В.К. Механика [Электронный ресурс]: учебно-практическое пособие / В.К. Манжосов, О.Д. Новикова, А.А. Новиков; Ульяновск : УлГТУ, 2012. - 342 с. : ил., табл., схем. - Библ. в кн. - Университетская библиотека online:  
<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=363451>