

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна

Должность: проректор по учебной работе

Дата подписания: 20.12.2021 10:42:58

Уникальный программный ключ:

0b817ca911e6668abb15a5b426d39e5f1c11eabb175e943df4a4851fda56d089

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)**

Кафедра телекоммуникаций

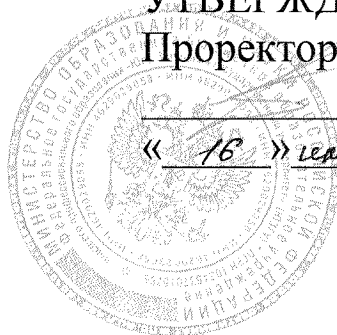
УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

О.Г. Локтионова

« 16 » *декабрь*

2013 г.



ВРЕМЕННАЯ ДИСКРЕТИЗАЦИЯ И ВОССТАНОВЛЕНИЕ НЕПРЕРЫВНЫХ СИГНАЛОВ (ТЕОРЕМА КОТЕЛЬНИКОВА)

**Методические указания
по выполнению лабораторной работы № 2
по курсу «Общая теория связи»**

Курск 2013

УДК 621.391 (075)

Составители: С.Г. Лукьянюк, И.Г. Бабанин, С.С. Хотынюк

Рецензент

Кандидат технических наук, старший научный сотрудник,
профессор кафедры *А.М. Потапенко*

Временная дискретизация и восстановление непрерывных сигналов (теорема Котельникова): методические указания по выполнению лабораторной работы № 2 по курсу «Общая теория связи» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: С.Г. Лукьянюк, И.Г. Бабанин, С.С. Хотынюк. Курск, 2013. 14 с.: ил. 4.

Содержат методические указания по выполнению лабораторной работы № 2 «Временная дискретизация и восстановление непрерывных сигналов (теорема Котельникова)» по курсу «Общая теория связи».

Методические указания соответствуют требованиям программы, утверждённой УМО по направлению подготовки 210700.62 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи», и рабочей программы дисциплины «Общая теория связи»

Предназначены для студентов направления подготовки 210700.62 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи» дневной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано печать . Формат 60x84/16.
Усл. печ. л. 0,7. Уч.-изд. л. 0,6 Тираж 100 экз. Заказ. ¹⁹ Бесплатно
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

Оглавление

1. Цель работы	4
2. Краткая характеристика исследуемых цепей и сигналов	4
3. Домашнее задание	5
4. Основы теории	6
5. Лабораторное задание	10
6. Методические указания	10
7. Отчёт	12
8. Контрольные вопросы	13

1 Цель работы

Исследование процессов дискретизации и восстановления непрерывных сигналов.

2 Краткая характеристика исследуемых цепей и сигналов

Исследуемое устройство (рисунок 1) размещено на сменном блоке ТЕОРЕМА КОТЕЛЬНИКОВА и представляет собой дискретизатор (обозначенный на макете как перемножитель сигналов) и набор из трех фильтров – восстановителей с разными частотами среза. Источники исследуемых сигналов S_1 , S_2 и S_3 находятся в блоке ИСТОЧНИКИ СИГНАЛОВ, а сами сигналы представляют собой суммы гармоник с частотами 2, 4 и 6 кГц. (При необходимости исследуемый сигнал может быть усложнен добавлением еще одного гармонического сигнала с частотой 1кГц с помощью сумматора стенда).

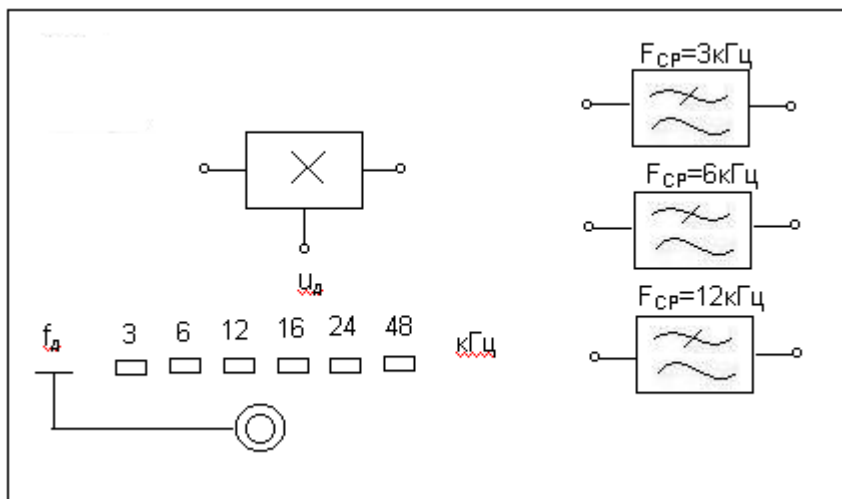


Рисунок 1 – Передняя панель сменного блока ТЕОРЕМА КОТЕЛЬНИКОВА

Дискретизатор, формирующий отсчеты $s(k\Delta t)$ непрерывного сигнала $s(t)$, выполняет функцию перемножителя этого сигнала на короткие импульсы напряжения дискретизации $u_{\text{дискр}}$. В данном случае дискретизатор выполнен по схеме аналогового коммутато-

ра, пропускающего входной сигнал $s(t)$ на выход в течение короткого времени существования импульсов дискретизации. Временной интервал между соседними отсчетами дискретизированного сигнала $s(k\Delta t)$ зависит от выбора частоты дискретизации f_d :

$$\Delta t = 1/f_d. \quad (1)$$

Эта частота может изменяться дискретно при нажатии кнопки f_d , при этом выбранное значение этой частоты индицируется светодиодом ($f_d = 3, 6, 12, 16, 24$ и 48 кГц). Все упомянутые выше частоты (частоты дискретизации и частоты гармоник исследуемых сигналов) жестко синхронизированы, что упрощает наблюдение процессов на осциллографе.

В качестве фильтров – восстановителей используются три активных ФНЧ четвертого порядка с частотами среза 3, 6 и 12 кГц. Для снятия импульсных характеристик фильтров используется генератор коротких импульсов δ – функций (гнезда $\delta(t)$ в блоке ИСТОЧНИКИ СИГНАЛОВ).

В соответствии с теоремой Котельникова отсчеты, следующие через интервалы времени $\Delta t = 1/2F_v$, где F_v – верхняя частота сигнала, могут быть преобразованы в исходный сигнал после прохождения через идеальный ФНЧ с частотой среза $F_{cp} = F_v$. В работе используются реальные ФНЧ с недостаточно крутыми спадами АЧХ после частоты среза. Поэтому на практике выбирают Δt несколько меньше (а иногда и в несколько раз меньше), чем требуется в теореме Котельникова с тем, чтобы реальный ФНЧ с АЧХ трапецевидной формы позволял выделить спектр исходного сигнала из спектра дискретизированного сигнала, что гарантирует отсутствие искажений при обратном преобразовании (восстановлении) сигнала.

В качестве измерительных приборов используются двухлучевой осциллограф и ПК, работающий в режимах осциллографа и анализатора спектра.

3 Домашнее задание

Изучить раздел «Дискретизация непрерывных сигналов во времени» по конспекту лекций и литературе:

- Лукьянюк, С. Г. Теория электрической связи. Сигналы, помехи и системы передачи: учебное пособие. / С. Г. Лукьянюк, А. М. Потапенко / Юго-Зап. гос. ун-т. Курск, 2012. 235 с.
- Зюко, А.Г., Кловский, Д.Д., Коржик, В.И. и др. Теория электрической связи. – М.: Радио и связь, 1998, с. 44 ÷ 49;
- Баскаков, И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Высшая школа, 2005, с. 122 ÷ 126.

4 Основы теории

В соответствии с теоремой Котельникова сигнал, описываемый непрерывной функцией $s(t)$ с ограниченным спектром, полностью определяется своими значениями $s(n\Delta t)$, отсчитанными через интервалы времени $\Delta t = 1/(2F_v)$, где F_v – верхняя частота сигнала (ширина спектра сигнала).

Реальные сигналы конечной длительности имеют бесконечные частотные спектры. Практически ширину спектра исходного сигнала ограничивают некоторой верхней частотой F_v так, чтобы в диапазоне частот от 0 до F_v была сосредоточена более 90% его энергии. Эту полосу частот принято называть практической шириной спектра $\Delta f_{\text{пр}} = F_v$, а спектральными составляющими сигнала с частотами $f > F_v$ пренебрегают.

В основе математического описания временной дискретизации непрерывных сигналов лежит периодическая последовательность δ – импульсов с периодом $T = \Delta t = 1/(2F_v)$. Взятие отсчетов исходного сигнала эквивалентно умножению его временной функции на последовательность δ – импульсов. Дискретизированная функция передаваемого сигнала будет представлять собой сигнал с амплитудно-импульсной модуляцией (АИМ).

Отсчеты исходного сигнала могут быть переданы на противоположную сторону любым способом. На приёмной стороне системы связи осуществляется восстановление исходного сообщения по принимаемой последовательности отсчётов.

В соответствии с рядом Котельникова непрерывная функция является разложением её в ряд по ортогональной системе функций отсчета вида $(\sin x)/x$:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} s(n\Delta t) \frac{\sin \Omega_B(t - n\Delta t)}{\Omega_B(t - n\Delta t)}. \quad (2)$$

Представление заданной функции $s(t)$ рядом Котельникова иллюстрируется на рисунке 2.

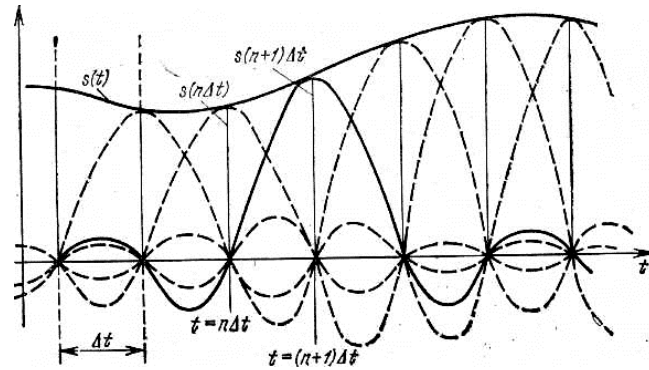


Рисунок 2 – Представление сигнала рядом Котельникова

Таким образом, ряд Котельникова указывает на способ восстановления исходного сигнала по последовательности отсчетов путем формирования для каждого отсчета $s(n\Delta t)$ функции $\varphi_n(t) = \sin \Omega_B(t - n\Delta t) / \Omega_B(t - n\Delta t)$ с соответствующей амплитудой и последующим суммированием всех функций. Техническим устройством, формирующим отклик вида $(\sin x)/x$ при воздействии δ – импульса, является идеальный фильтр нижних частот (ФНЧ) с полосой пропускания, равной F_B .

Процесс восстановления исходной функции по последовательности отсчетов на приёмной стороне показан на рисунке 3. На вход ФНЧ через интервалы времени Δt поступают короткие импульсы с амплитудами, соответствующими (пропорциональными) отсчетам $s(n\Delta t)$. Напряжение на выходе ФНЧ будет представлять собой сумму его откликов на каждый из входных импульсов. В моменты времени $n\Delta t$ только один из откликов (на данный импульс) не равен нулю и максимален, а отклики от всех других импульсов отсчета равны нулю. В остальные промежуточные моменты времени $(n - 1)\Delta t < t < (n + 1)\Delta t$ суммируется бесконечное количество откликов.

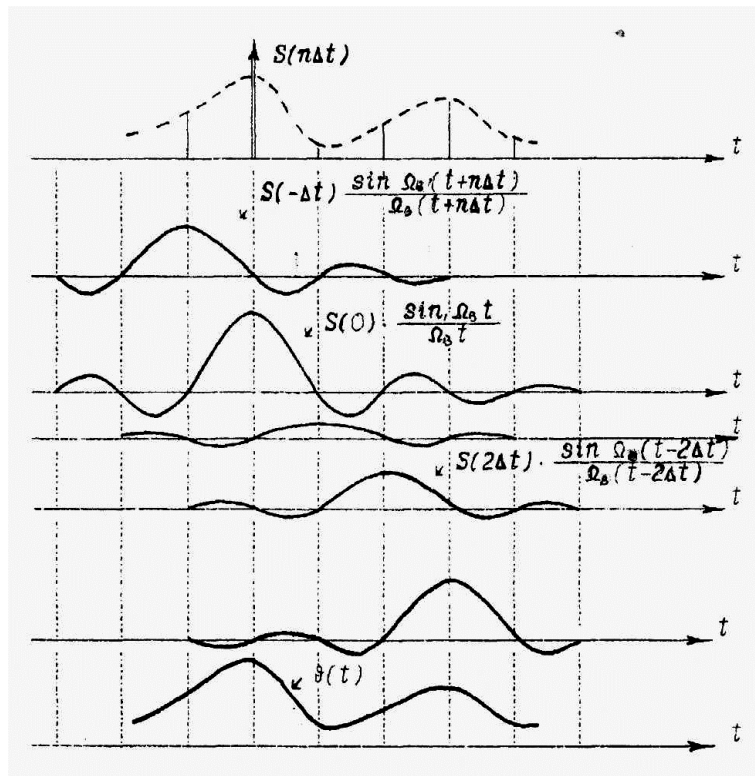


Рисунок 3 – Восстановления исходной функции по последовательности отсчётов

При практическом использовании теоремы и ряда Котельникова для восстановления непрерывного сигнала по дискретным отсчётам неизбежно будут возникать погрешности восстановления, обуславливающие отличие принятого сигнала $v(t)$ от передаваемого $u(t)$. Наиболее важной причиной этого является отличие характеристик реальных ФНЧ от идеального.

1) У идеального ФНЧ АЧХ $K(\omega)$ имеет прямоугольную форму, т. е.:

$$K_{\text{иф}}(\omega) = \begin{cases} K_0 & \text{при } 0 \leq \omega \leq \omega_B \\ 0 & \text{при } \omega > \omega_B \end{cases}, \quad (3)$$

а ФЧХ $\varphi_{\text{иф}}(\omega) = \omega t$ – линейна. То есть идеальный ФНЧ с одинаковым коэффициентом передачи пропускает все частотные составляющие спектра входного сигнала в пределах полосы пропускания $\Delta\omega_{\text{пр}} = \omega_B$ и полностью отфильтровывает (подавляет) составляющие с частотами $\omega > \Delta\omega_{\text{пр}}$.

Реализовать ФНЧ с АЧХ (3) практически невозможно. У реальных ФНЧ АЧХ не обеспечивает резкого ограничения спектра на граничной частоте среза фильтра $f_{\text{ср}} = F_{\text{в}}$, а имеет наклонный участок определенной крутизны. Следовательно, в полосу пропускания фильтра будут попадать и внеполосные спектральные составляющие дискретизированного сигнала. Кроме того, реальные ФНЧ в пределах полосы пропускания имеют определённую неравномерность АЧХ. Все это приведет к искажению формы сигнала на выходе ФНЧ, т. е. к увеличению ошибки восстановления.

2) Неидеальность АЧХ и ФЧХ реальных ФНЧ будут вызывать и неполное совпадение их импульсной характеристики:

$$g(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K(\omega) e^{-j\varphi(\omega)} e^{j\omega t} d\omega \quad (4)$$

с функцией вида $\sin \Omega_{\text{в}}(t - n\Delta t) / \Omega_{\text{в}}(t - n\Delta t)$ в моменты времени $n\Delta t$. Это приводит к тому, что сигнал на выходе фильтра в моменты времени $n\Delta t$ определяется не одним отсчетом, а всеми (многими) предшествующими.

3) Реальные фильтры имеют конечную «память» (конечное время запаздывания сигнала на выходе относительно входного δ – импульса) и, следовательно, будут суммировать одновременно конечное число отсчетов (вместо бесконечного в случае идеального ФНЧ). Это является причиной увеличения ошибки восстановления.

Количественно погрешность восстановления, характеризующую степень несоответствия восстановленного сигнала $v(t)$ исходному переданному $u(t)$, оценивают величиной относительной среднеквадратической ошибки (СКО):

$$\overline{\varepsilon^2} = \frac{[u(t) - v(t)]^2}{u^2(t)} = \frac{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [u(t) - v(t)]^2 dt}{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt}. \quad (5)$$

5 Лабораторное задание

5.1 Произвести дискретизацию одного из сложных сигналов (S_1 , S_2 или S_3).

5.2 Исследовать спектры исходного и дискретизированного сигналов.

5.3 Исследовать частотные и импульсные характеристики фильтров – восстановителей.

5.4 Исследовать процесс восстановления дискретизированных сигналов.

6 Методические указания

6.1 Дискретизация сигнала

6.1.1 Выберите один из трех сигналов (например, S_1) в блоке ИСТОЧНИКИ СИГНАЛОВ и подайте его на вход «А» ПК, работающего в режиме спектроанализатора (входы ПК находятся в нижней части стенда справа).

6.1.2 С помощью спектроанализатора ПК получите спектр сигнала и определите его верхнюю частоту (F_B).

6.1.3 Рассчитайте требуемую частоту дискретизации f_d и установите её на макете кнопкой « f_d ».

6.1.4 Соедините входы двухлучевого осциллографа со входом и выходом дискретизатора, установите режим внешней синхронизации осциллографа (от гнезда С1 блока ИСТОЧНИКИ). Вход спектроанализатора подключите к выходу дискретизатора.

6.1.5 Зафиксируйте в отчёте временные диаграммы в следующем порядке (с сохранением масштаба по оси времени):

- исследуемый сигнал $S(t)$;
- сигнал дискретизации (гнездо нижнего входа перемножителя);
- выходной дискретизированный сигнал $s(k\Delta t)$.

С экрана монитора ПК зарисуйте спектры перечисленных выше сигналов.

6.1.6 Переключите кнопкой частоту дискретизации f_d на 1-2 шага выше и ниже выбранного значения f_d , при этом наблюдайте

изменения в осциллограммах и спектрограммах сигнала на выходе дискретизатора. Наиболее характерные случаи зафиксируйте в отчёте.

6.2 Исследование фильтров

С целью выбора наилучшего из трех ФНЧ в качестве фильтра - восстановителя необходимо определить частоту среза каждого из них по АЧХ и по импульсной характеристике $g(t)$. Кроме того, АЧХ фильтров необходима для последующей коррекции f_d , а импульсная реакция $g(t)$ нужна для объяснения процесса восстановления сигнала.

6.2.1 Снятие АЧХ фильтра проводится путем подачи на его вход гармонического сигнала с напряжением 1 В и с частотой 1 кГц от встроенного генератора в блоке ИСТОЧНИКИ СИГНАЛОВ. К выходу фильтра подключите встроенный цифровой вольтметр переменного напряжения или осциллограф. Плавно увеличивая частоту генератора, снимите частотную характеристику $U_{\text{ВЫХ}} = \varphi(f)$ с шагом 1 – 2 кГц так, чтобы зафиксировать частоту среза $f_{\text{ср}}$, на которой $U_{\text{ВЫХ}}$ окажется в $\sqrt{2}$ раз меньше, чем на частоте 1 кГц, а также частоты, на которых $U_{\text{ВЫХ}}$ уменьшится до 0,1 и 0,05 от $U_{\text{ВЫХ}}$ (1 кГц). Постройте на одном графике АЧХ трёх фильтров и отметьте на них уточненные значения частот среза $f_{\text{ср}}$. Выберите лучший фильтр - восстановитель для исследуемого сигнала.

6.2.2 Снятие импульсной реакции ФНЧ производится путём подачи на вход фильтра коротких импульсов (с гнезда « $\delta(t)$ » блока ИСТОЧНИКИ). Осциллограмма выходного сигнала будет соответствовать импульсной реакции фильтра $g(t)$. Зарисуйте осциллограммы $g(t)$ для трёх фильтров, фиксируя на них значения «нулей» (рисунок 4) по шкале на экране осциллографа с учетом масштаба развёртки (мкс/дел). Определите $\Delta t'$ для каждого ФНЧ и найдите частоты среза по формуле $f_{\text{ср}} = 1/(2\Delta t')$.

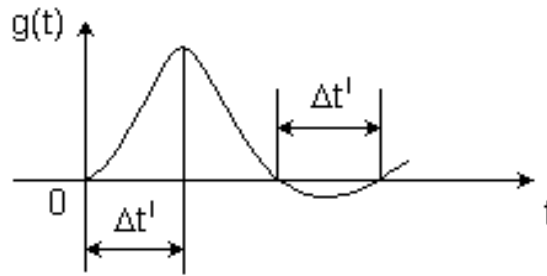


Рисунок 4 – Импульсная характеристика реального ФНЧ

6.2.3 По пунктам 6.2.1 или 6.2.2 выберите фильтр, наиболее пригодный для восстановления дискретизированного сигнала.

6.3 Восстановление дискретизированного сигнала

6.3.1 Сопоставьте спектры, снятые по п. 6.1.6 с АЧХ выбранного фильтра – восстановителя и скорректируйте частоту дискретизации, увеличив её на 1 - 2 шага от расчетного значения с тем, чтобы спектр исходного сигнала $s(t)$ можно было выделить из спектра дискретизированного сигнала с помощью выбранного реального ФНЧ.

6.3.2 Соедините выход дискретизатора со входом выбранного ФНЧ, установите на макете уточненное в п. 6.3.1. значение f_d . Подключите один из входов осциллографа ко входу дискретизатора, а второй – к выходу ФНЧ и зафиксируйте в отчёте осциллограммы исходного и восстановленного сигнала.

6.3.3 Изменяя частоту дискретизации на 1 - 2 шага от скорректированного значения f_d , зафиксируйте наиболее характерные осциллограммы восстановленных сигналов. В отчёте приведите заключение о том, допустимо ли изменять интервал между отсчетами дискретизированного сигнала Δt .

6.3.4 Установите прежнее значение f_d , замените выбранный ФНЧ на другой, а затем и на третий фильтр. Зафиксируйте в отчёте осциллограммы восстановленных сигналов с указанием f_{cp} ФНЧ.

6.3.5 Соедините вход дискретизатора с источником периодической последовательности прямоугольных импульсов, в качестве которого используется КОДЕР-1. Установите тумблерами КОДЕРА-1 любую комбинацию из одной единицы и четырех нулей. При этом на выходе КОДЕРА-1 формируются прямоугольные импульсы длительностью 450 мкс с периодом 7650 мкс. Проведя анализ

спектра этого сигнала, выберите f_d и фильтр восстановитель. Зафиксируйте осциллограммы и спектры входного, дискретизированного и восстановленного сигналов.

7 Отчет

Отчёт по форме и содержанию должен соответствовать требованиям, изложенным в разделе 3 (Оформление отчётов) Общих положений.

Отчёт должен содержать:

- 1) структурную схему соединений лабораторной установки для выполнения исследований;
- 2) осциллограммы, спектрограммы сигналов и характеристики фильтров по всем пунктам задания;
- 3) обобщение результатов исследований с выводами.

8 Контрольные вопросы

- 1) Каков практический смысл в дискретизации аналоговых сигналов?
- 2) Сформулируйте теорему Котельникова.
- 3) При каких условиях теорема Котельникова гарантирует двойное преобразование сигналов (дискретизация и восстановление) без искажений?
- 4) Могут ли быть дискретизированы и затем восстановлены импульсы прямоугольной формы?
- 5) Каков алгоритм восстановления дискретизированного сигнала?
- 6) Какова роль ряда Котельникова в объяснении процесса восстановления сигнала?
- 7) Какую функцию выполняет ФНЧ?
- 8) С какой целью в работе исследовались спектры исходного и дискретизированного сигналов?
- 9) Можно ли произвольно увеличивать или уменьшать Δt между отсчетами? К чему это может привести?
- 10) В чем отличие идеального и реального ФНЧ?

11) С чем связана необходимость корректировать значение частоты дискретизации?

12) Какие функциональные узлы необходимы для дискретизации непрерывного сигнала?

13) Все ли аналоговые сигналы могут быть:

- дискретизированы во времени;

- восстановлены после дискретизации.

14) Назовите причины, вызывающие искажения при восстановлении дискретизированных сигналов.