МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра телекоммуникаций

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
____________О.Г. Локтионова
«_16_» _июня_________2013 г.

ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕКТРОВ СИГНАЛОВ

Методические указания
по выполнению лабораторной работы № 1
по курсу «Общая теория связи»

Курск 2013

УДК 621.391 (075)

Составители: С.Г. Лукьянюк, И.Г. Бабанин, С.С. Хотынюк

Рецензент

Кандидат технических наук, старший научный сотрудник, профессор кафедры *А.М. Потапенко*

Исследование спектров сигналов: методические указания по выполнению лабораторной работы № 1 по курсу «Общая теория связи» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: С.Г. Лукьянюк, И.Г. Бабанин, С.С. Хотынюк. Курск, 2013. 12 с.: ил. 5.

Содержат методические указания по выполнению лабораторной работы № 1 «Исследование спектров сигналов» по курсу «Общая теория связи».

Методические указания соответствуют требованиям типовой программы, утверждённой УМО по направлению подготовки 210700.62 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи».

Предназначены для студентов направления подготовки 210700.62 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи» дневной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать . Формат 60х841/16.
Усл. печ. л. 0,7 . Уч.-изд. л. 0,6 . Тираж 100 экз. Заказ. 18 Бесплатно
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

Оглавление

1 Цель работы

Исследование формы и спектра гармонических сигналов и периодических последовательностей импульсов. Формирование навыков спектрального анализа сигналов с помощью ПК.

2 Краткая характеристика исследуемых цепей и сигналов

В работе используются блоки ИСТОЧНИКИ СИГНАЛОВ, сумматор (Σ) и КОДЕК-1 универсального лабораторного стенда.

Источниками простейших гармонических сигналов с частотами 1 и 2 кГц являются гнёзда «~ 1 кГц» и «~ 2 кГц» (два левых верхних гнезда стенда), а также сигналы от встроенного диапазонного генератора ГЕНЕРАТОР НЧ.

Источниками сигналов сложной формы, состоящих из двух гармоник (2 и 4 кГц, 2 и 6 кГц), являются гнезда S1, S2 и S3. Два последних сигнала отличаются фазой третьей гармоники. Все сигналы стенда (кроме встроенного диапазонного генератора) получены от общего кварцевого генератора путем деления частоты и жестко синхронизированы.

Источником импульсной последовательности является блок КОДЕР-1, позволяющий формировать произвольную пятисимвольную последовательность, повторяющуюся с периодом 17Т, где Т = 450 мкс – длительность одного символа.

В качестве измерительных приборов используются: встроенный вольтметр стенда, двухлучевой осциллограф и ПК в режимах двухлучевого осциллографа и анализатора спектра.

3 Домашнее задание

3.1 Изучите по конспекту лекций и литературе разделы о спектрах сигналов:

- Лукьянюк, С. Г. Теория электрической связи. Сигналы, помехи и системы передачи: учебное пособие. / С. Г. Лукьянюк, А. М. Потапенко / Юго-Зап. гос. ун-т. Курск, 2012. 235 с.;
- Баскаков, С.И. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Высшая школа, 2005, с 38 – 60;

- Гоноровский, И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Советское радио, 1977, с. 31 - 39.

3.2 Проведите необходимые расчёты спектров исследуемых сигналов.

4 Основы теории

4.1 Гармонический анализ периодических колебаний

Периодическую функцию $x(t) = x(t - nT)$ (T – период повторения) можно представить суммой гармонических колебаний с частотами, кратными основной частоте $f_1 = 1/T$ ($\omega_1 = 2\pi/T$) с амплитудами A_k и начальными фазами φ_k (ряд Фурье):

$$x(t) = \sum_{k=0}^{\infty} A_k \cos(k\omega_1 t - \varphi_k),$$

где $A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$, $\varphi_k = arctg\,\dfrac{b_k}{a_k}$,

a_k и b_k – коэффициенты разложения функции x(t) в ряд Фурье:

$$a_k = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t)\cos(k\omega_1 t)dt,\ b_k = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t)\sin(k\omega_1 t)dt.$$

Совокупность амплитуд A_k (k = 0, 1, 2, ...) образует ***амплитудный спектр сигнала***, а совокупность фаз φ_k (k = 0, 1, 2, ...) – фазовый спектр сигнала. Линейчатый амплитудный спектр периодического сигнала $x(t)$ изображён на рисунке 1.

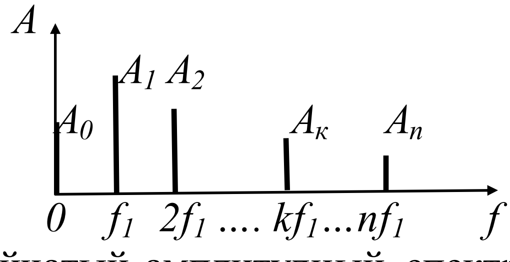


Рисунок 1 – Линейчатый амплитудный спектр периодического сигнала

4.2 Спектр прямоугольных импульсов

При выборе начала отсчёта времени по рисунку 2 функция является чётной.

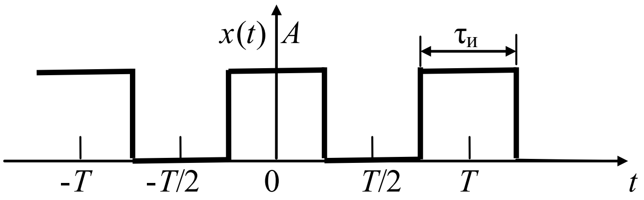


Рисунок 2 – Периодическая последовательность прямоугольных импульсов

Определим коэффициенты разложения в ряд Фурье a_k и b_k:

$$a_k = \frac{2}{T}\int_{-\frac{\tau_и}{2}}^{\frac{\tau_и}{2}} A\cos k\omega_1 t dt = \frac{2A}{T}\cdot\frac{\sin k\omega_1 t}{k\omega_1}\Bigg|_{-\frac{\tau_и}{2}}^{\frac{\tau_и}{2}} = \frac{4A}{k\omega_1 T}\cdot\sin\frac{k\omega_1\tau_и}{2};$$

$T/\tau_и = q$ – скважность последовательности;

$$a_k = \frac{2A}{q}\cdot\frac{\sin\frac{k\omega_1\tau_и}{2}}{\frac{k\omega_1\tau_и}{2}} = \frac{2A}{q}\cdot\sin c\left(\frac{k\omega_1\tau_и}{2}\right) = \frac{2A}{q}\cdot\sin c\left(\frac{\pi k}{q}\right);\ a_0 = \frac{2A}{q};$$

$$b_k = \frac{2}{T}\int_{-\frac{\tau_и}{2}}^{\frac{\tau_и}{2}} x(t)\sin\left(k\omega_1 t\right)dt = 0$$ (подынтегральная функция нечётная).

Ряд Фурье запишем для заданного сигнала в виде

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + a_1\cos\omega_1 t + a_2\cos 2\omega_1 t + a_3\cos 3\omega_1 t + ... + a_k\cos k\omega_1 t =$$

$$= \frac{A}{q}\left[1 + 2\sum_{k=1}^{\infty}\sin c\left(\frac{\pi k}{q}\right)\cos k\omega_1 t\right].$$

Для q = 2 коэффициенты a_k равны:

$$a_0 = A,\ a_k = A\sin c(\frac{k\omega_1\tau_u}{2}) = A\sin c(\frac{\pi k}{2}),\ \text{при}\ k > 0.$$

Спектр этой последовательности показан на рисунке 3. Обобщённый амплитудный спектр произвольной периодической импульсной последовательности представлен на рисунке 4.

Ширина спектра сигнала равна, в данном случае, $\Delta\omega = 2\pi/\tau_и$ ($\Delta f = 1/\tau_и$).

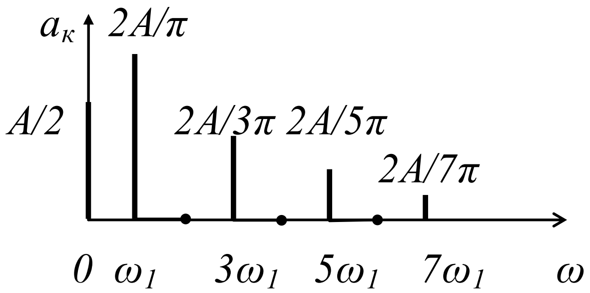


Рисунок 3 – Амплитудный спектр периодического сигнала ($q = 2$)

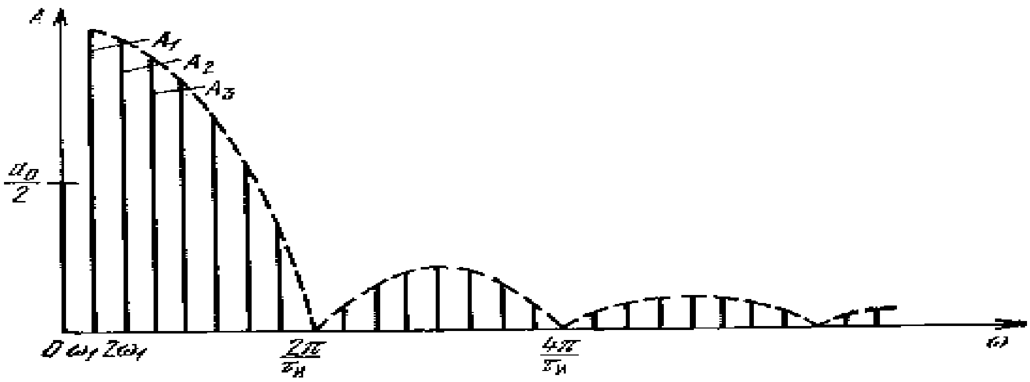


Рисунок 4 – Амплитудный спектр периодической импульсной последовательности

Из последнего рисунка видно: при больших значениях скважности q спектр сигнала содержит большое число медленно убывающих по амплитуде гармоник; расстояние между соседними гармониками очень мало, а их амплитуды близки по величине. В спектре отсутствуют гармоники с частотой $\omega = 2n\pi/\tau_и$, $n =$ 1, 2, … Чем короче импульс (меньше его длительность $\tau_и$), тем шире спектр сигнала $\Delta\omega$, т.е. ширина спектра определяется только длительностью импульса $\tau_и$.

4.3 Гармонический анализ непериодических функций

Разложение в тригонометрический ряд Фурье обобщается на случай непериодических функций $x(t)$ путём устремления $T \to \infty$ или $f_1 = 1/T \to 0$:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}(f) e^{j2\pi ft} df = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}(\omega) e^{j\omega t} d\omega,$$

где $\dot{S}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt$ – спектральная плотность (СП) непериодического сигнала,

$\Delta f = f_1 = 1/T$ – частотный разнос между линиями спектра периодического сигнала,

т. е. непериодическая функция $x(t)$ представляется суммой гармонических компонент $e^{j2\pi ft}$(на положительных и отрицательных частотах) с бесконечно малыми амплитудами $\dot{S}(f)\,df$. Модуль $|\dot{S}(f)|$ определяет сплошной (непрерывный) спектр непериодического сигнала, а $\arg \dot{S}(f) = \varphi(f)$ – сплошной (непрерывный) фазовый спектр непериодического сигнала.

4.4 Спектральная плотность прямоугольного видеоимпульса

Прямоугольный импульс, определяемый выражением:

$$s(t) = \begin{cases} A & \text{при} -\frac{\tau_и}{2} \le t \le \frac{\tau_и}{2}, \\ 0 & \text{при } t < -\frac{\tau_и}{2} \quad и \quad t > \frac{\tau_и}{2}, \end{cases}$$

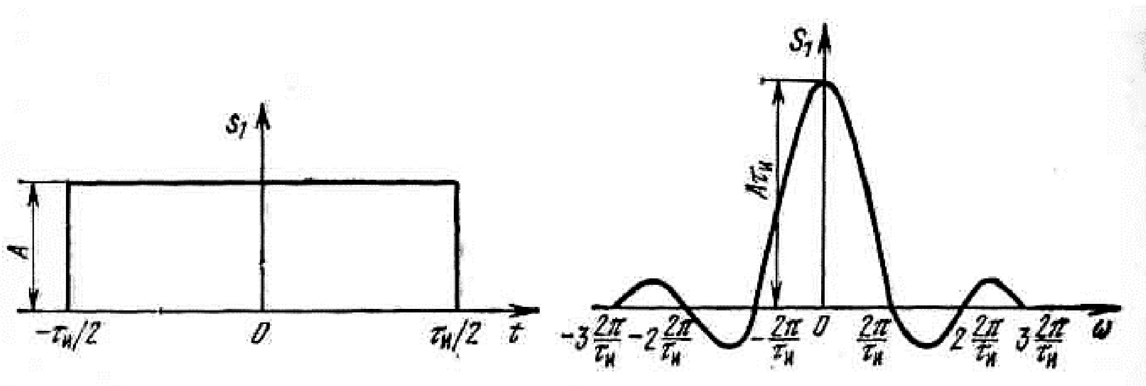
представлен на рисунке 5.

Спектральную плотность прямоугольного видеоимпульса равна (рисунок 5, б):

$$\dot S(\omega) = \int_{-\frac{\tau_и}{2}}^{\frac{\tau_и}{2}} A e^{-j\omega t} dt = -\frac{A}{j\omega}\left(e^{-\frac{j\omega\tau_и}{2}} - e^{\frac{j\omega\tau_и}{2}}\right) = \frac{2A}{\omega}\sin\frac{\omega\tau_и}{2} =$$

$$= A\tau_и\left[\frac{\sin\frac{\omega\tau_и}{2}}{\frac{\omega\tau_и}{2}}\right] = A\tau_и\cdot\sin c\left(\frac{\omega\tau_и}{2}\right).$$

Произведение $A\tau_и$, равное площади импульса, определяет значение спектральной плотности импульса при $\omega = 0$, т. е. $\dot S(0) = A\tau_и$. Этот вывод распространяется на импульсы произвольной формы.



а) б)

Рисунок 5 – Диаграмма а) и график спектральной плотности б) прямоугольного видеоимпульса

При удлинении импульса (увеличении длительности $\tau_и$) расстояние между нулями функции $S(\omega)$ сокращается, что равносильно сужению спектра. Значение $S(0)$ при этом возрастает. При укорочении импульса (уменьшении длительности $\tau_и$), наоборот, расстояние между нулями функции $S(\omega)$ увеличивается (расширение спектра), а значение $S(0)$ уменьшается.

Около 90% всей энергии импульса сосредоточено в полосе частот от 0 до $f_1 = 1/\tau_и$.

5 Лабораторное задание

5.1 Наблюдайте осциллограммы и измерьте спектры простых гармонических сигналов.

5.2 Исследуйте форму и спектры сложных гармонических сигналов.

5.3 Исследуйте связь формы и спектра периодических последовательностей прямоугольных импульсов.

6 Методические указания

6.1 Исследование моногармонического сигнала.

6.1.1 Подключите осциллограф к гнезду «~ 1 кГц» стенда. Ручку регулятора уровня сигнала установите в среднее положение. Зафиксируйте в отчете осциллограмму сигнала и измерьте его период по делениям на экране с учётом цены деления (мкс/дел.) переключателя развертки.

6.1.2 С помощью специального кабеля из комплекта стенда соедините гнездо «~ 1 кГц» со входом ПК, расположенным в нижней части стенда правее сменного блока.

Анализ спектров проводите с помощью ПК, используя программу «Спектроанализатор».

Зафиксируйте в отчёте спектр сигнала, указав условия эксперимента, амплитуды (в делениях) и точные значения частот спектральных линий (в обозначениях на стенде – округленные значения частот).

6.2 Исследование сложных гармонических сигналов

6.2.1 Подключите сигнал с гнезда S_1 блока ИСТОЧНИКИ СИГНАЛОВ на вход осциллографа, зафиксируйте форму исследуемого сигнала $s_1(t)$, определите его период. Подайте сигнал на вход ПК, зафиксируйте амплитуды и частоты спектральных составляющих сигнала.

6.2.2 Повторите выполнение работ по п. 6.2.1 для сигналов S_2 и S_3.

6.2.3 Подайте на один из входов сумматора (Σ) стенда сигнал S_2, на второй его вход – сигнал с гнезда «~ 1 кГц». Наблюдая осциллограмму сигнала на выходе сумматора, плавно увеличьте уровень сигнала «~ 1 кГц», добиваясь заметного изменения формы суммарного сигнала. Зафиксируйте осциллограмму (с указанием периода) и спектр полученного суммарного сигнала.

6.3 Подайте сигнал с выхода «~ 1 кГц» ИСТОЧНИКА СИГНАЛОВ и сигнал с частотой 1,3 кГц от встроенного ГЕНЕРАТОРА НЧ на входы сумматора, установив напряжение каждого из них по 0,5 В (для контроля напряжения используйте встроенный вольтметр или осциллограф). Подайте суммарный сигнал сначала на осциллограф, зафиксируйте его форму с указанием периода суммарного сигнала, а затем – на вход ПК и зафиксируйте его спектр с указанием амплитуд и частот спектральных составляющих.

6.4 Периодическая последовательность прямоугольных импульсов формируется в блоке КОДЕР-1. «0» и «1» цифрового сигнала задаются пятью тумблерами (b_1 – b_5) со светодиодной индикацией с надписью ПЕРЕДАНО.

6.4.1 Соедините выходные гнезда КОДЕРА-1 со входами осциллографа и ПК.

6.4.2 Наберите в КОДЕРЕ-1 комбинацию 10000 (длительность импульса T = 450 мкс, а период – $17T$). Зафиксируйте в отчетё форму и спектр сигнала с указанием их параметров.

6.4.3 Повторите работы по п. 6.4.2, изменив комбинацию в КОДЕРЕ-1 на 11000 (длительность импульса $2T$, период – $17T$).

6.4.4 Повторить работы по п. 6.4.2, изменив комбинацию в КОДЕРЕ-1 на 11100 (длительность импульса $3T$, период – $17T$).

7 Отчёт

Отчёт по форме и содержанию должен соответствовать требованиям, изложенным в разделе 3 (Оформление отчётов) Общих положений.

Отчёт по каждому пункту исследований должен содержать:

1) структурную схему соединений лабораторной установки для выполнения исследований;
2) осциллограмму с указанием периода и аплитуды сигнала;
3) спектрограмму с указанием амплитуд и частот спектральных составляющих;
4) обобщение результатов и выводы.

8 Контрольные вопросы

1) Какова математическая связь формы периодического сигнала и его спектра?

2) Какова математическая связь формы непериодических (однократных) сигналов и их спектров?

3) Меняется ли спектр сложного сигнала при прохождении его через линейную цепь (например, ФНЧ)?

4) Меняется ли форма моногармонического сигнала при прохождении его через линейную цепь?

5) Меняется ли форма сложного сигнала при прохождении его через линейную цепь?

6) Что такое спектральная плотность амплитуд?

7) Влияет ли фазовый спектр сигнала на его форму?

8) От каких параметров сигнала и как зависит спектр периодической последовательности прямоугольных импульсов?

9) Как связана длительность сигнала и ширина его спектра?

10) Имеется ли связь и какая между периодом сложного сигнала и нижней частотой его спектра?