

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна
Должность: проректор по учебной работе
Дата подписания: 28.02.2022 20:35:15
Уникальный программный ключ:
0b817ca911e6668abb13a5d426d39e5f1c11eabbf73e943df4a4851fda56d089

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра региональной экономики и менеджмента

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
О.Г. Локтионова
« 14 » 12 2021 г.



Количественные методы в менеджменте

Методические рекомендации для выполнения
самостоятельной работы для студентов направления подготовки
38.03.02

Курск 2021

УДК 338
Составитель: О.А. Крыжановская

Рецензент
кандидат экономических наук, доцент *Ю.С. Положенцева*

Количественные методы в менеджменте: методические рекомендации для выполнения самостоятельной работы для студентов направления подготовки 38.03.02 / Юго-Зап. гос. ун-т.: сост. О.А. Крыжановская; - Курск, 2021. - 41 с.

Предназначены студентам направления подготовки 38.03.02 Менеджмент для выполнения самостоятельной работы по дисциплине «Количественные методы в менеджменте». Содержат теоретические основы и практические рекомендации по вопросам применения количественных методов в менеджменте.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать _____ Формат 60x84 1/16.
Усл. печ. л. _____. Уч.-изд. л. _____. Тираж ____ экземпляров.
Заказ ¹⁵⁵⁶..... Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

Цель дисциплины

Дать научное представление о методах, моделях и приемах, позволяющих получать количественное выражение закономерностей экономического развития на основе использования математического и статистического инструментария в менеджменте; овладение навыками построения экономико-математических моделей и интерпретации полученных результатов для обоснования управленческих решений с учетом знания современных информационных технологий и программных средств при решении профессиональных задач в сфере управления бизнесом.

Задачи дисциплины

- Изучение методов сбора статистической информации, методов обработки результатов наблюдений.
- Освоение методов расчета важнейших статистических показателей, приемов статистического анализа процессов и явлений.
- Овладение методологией эконометрического моделирования, идентификации и верификации моделей, содержательной интерпретации формальных результатов.
- Получение опыта анализа конкретных экономических ситуаций и применения на практике экономико-математических моделей для обоснования управленческих решений с учетом знания современных информационных технологий и программных средств при решении профессиональных задач в сфере управления бизнесом

Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Содержание
1	Статистическое наблюдение, статистическая сводка, группировка и таблицы Абсолютные и относительные величины.	Статистическое наблюдение как основной этап статистического анализа. Виды и способы статистического наблюдения. Сводка и статистические группировки, их виды. Выбор группировочного признака. Методы вторичной группировки статистического материала. Требования, предъявляемые к статистическим таблицам. Абсолютные величины, их значение в статистическом исследовании. Вид абсолютных величин и способы их получения. Относительные величины в статистике. Виды относительных величин. Способы их расчета и формы выражения. Взаимосвязь абсолютных и относительных величин, необходимость их комплексного применения.
2	Средние величины и показатели вариации. Статистическое изучение взаимосвязи социально-экономических явлений.	Средняя, ее сущность. История вопроса. Виды средних. Средняя арифметическая и средняя гармоническая простая и взвешенная, степенные средние. Выбор форм средней. Структурные средние. Мода и медиана, использование их в дискретных и интервальных рядах распределения. Сопоставление моды, медианы и средней величины. Показатели вариации и задачи их статистического изучения. Дисперсия и среднее квадратическое отклонение. Коэффициент вариации и его значение при исследовании статистической совокупности. Изучение связи - одна из важнейших задач экономического анализа. Форма и виды связей. Основные методы статистики, применяемые в анализе связи между явлениями: метод проведения параллельных данных, метод группировок, балансовый метод, графический.

Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Содержание
3	Задачи эконометрики в области социально- экономических исследований. Основные этапы эконометрического моделирования. Линейная модель множественной регрессии. Множественная регрессия и корреляция.	<p>Сущность понятия «эконометрика». Модельное описание конкретных количественных взаимосвязей, существующих между анализируемыми показателями. Основные задачи, решаемые с помощью эконометрики. Три основных класса моделей, которые применяются для анализа или прогноза. Этапы эконометрического моделирования - постановочный, априорный, параметризация, информационный, идентификация модели, верификация модели. Развитие информационных технологий. Компьютерные эконометрические пакеты.</p> <p>Экономические явления как результат действия большого числа совокупно действующих факторов. Задача исследования зависимости одной переменной Y от нескольких объясняющих переменных X_1, X_2, \dots, X_n. Множественный регрессионный анализ. Причинность, регрессия, корреляция. Понятие результативных и факторных признаков. Корреляционно-регрессионный анализ в экономике. Анализ и обобщение статистической информации. Построение уравнения множественной регрессии. Метод наименьших квадратов (МНК). Отбор факторов и выбор вида уравнения регрессии. Требования к факторам, включаемым во множественную регрессию. Мультиколлинеарность. Оценка качества регрессии. F-критерий Фишера. t-критерий Стьюдента. Построение модели связи в стандартизованном масштабе. Интерпретация моделей регрессии. Коэффициенты эластичности. Уравнение регрессии в стандартизованном масштабе. Средние коэффициенты эластичности, частные коэффициенты эластичности, индекс множественной корреляции, частные коэффициенты корреляции, коэффициент множественной детерминации.</p>

Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Содержание
4	<p>Нелинейные модели регрессии и их линеаризация. Балансовый метод в экономике. Модель межотраслевого баланса.</p>	<p>Нелинейные функции. Производственные функции. Функции спроса. Модели, нелинейные по параметрам. Модели, нелинейные по переменным. Оценка параметров нелинейных моделей. Линеаризация модели преобразованием исходных переменных и введением новых. Методы нелинейной оптимизации на основе исходных переменных. Преобразование к линейному виду путем логарифмирования. Экономическая сущность производственной функции. Основные виды производственных функций. Геометрическая интерпретация (изокванты). Производственная функция Кобба-Дугласа. Характеристики производственных функций. Линейное уравнение, связывающее темпы прироста. Эффект масштаба производства. Функция Кобба-Дугласа с автономным темпом технического прогресса. Коэффициенты частной эластичности. Понятие о балансовом методе. Схема межотраслевого баланса производства и распределения продукции. Математический аппарат межотраслевого баланса. Виды балансов. Динамическая и статическая модели межотраслевого баланса.</p>

Тема 1. Статистическое наблюдение, статистическая сводка, группировка и таблицы. Абсолютные и относительные величины.

Предмет, метод и задачи статистики.

Тесты и задания для самоконтроля

1. Термин «статистика» происходит от слова:
 - а) status (лат.) - состояние;
 - б) stato (ит.) - государство;
 - в) statista (ит.) - знаток государства.
2. Статистика - это:
 - а) отрасль практической деятельности;
 - б) наука;
 - в) математический критерий.
3. Статистика - это:
 - а) опубликованный массив числовых сведений;
 - б) отрасль практической деятельности.
4. Статистика изучает качественные особенности явлений, иллюстрируя их количественными характеристиками:
 - а) да;
 - б) нет.
5. Статистика изучает количественную сторону явлений с учетом их качественных особенностей:
 - а) да;
 - б) нет.
6. Статистика изучает совокупности:
 - а) с одинаковыми значениями признака;
 - б) с различными значениями признака у разных единиц совокупности;
 - в) изменяющиеся значения признака во времени.
7. В функции Росстата входит:
 - а) организация и обеспечение единства методологии сбора и обработки информации органами государственной статистики;
 - б) методическое руководство сбором и обработкой статистическими органами данных общественных движений, партий и т.п.

8. Нумерацией установите правильную последовательность стадий статистического исследования:

- 1- статистическое наблюдение;
- 2- статистическая сводка;
- 3- статистический анализ.

9. Статистическая закономерность - это определенный порядок:

- а) состояния;
- б) соотношения;
- в) изменения явлений.

10. Студенты данной группы получили на экзамене по статистике оценку «отлично». Эти студенты по указанному признаку составили статистическую совокупность:

- а) да;
- б) нет.

Статистическое наблюдение. Сводка и группировка статистических: данных.

Вопросы для самоконтроля

1. Перечислите специфические методы, присущие статистическому исследованию.

2. Что такое статистическая совокупность?

3. Должны ли быть обязательно качественно однородными единицы, входящие в статистическую совокупность, и почему?

4. Перечислите статистические признаки, характеризующие единицы статистической совокупности?

5. Что представляют собой статистические показатели? Назовите их виды.

6. Каковы отличительные особенности статистической закономерности?

7. Назовите этапы статистического исследования и их содержание.

8. Каковы задачи статистического наблюдения?

9. Перечислите организационные формы, виды и способы статистического наблюдения.

10. В чем состоят задачи группировок?

11. Назовите виды группировок.

12. Что такое ряд распределения? Назовите виды рядов распределения.

13. Каковы элементы, виды и правила построения таблиц?

14. Какие виды графиков используются для наглядного представления статистических данных?

Самостоятельная работа

I. По периодическим изданиям за текущий год, статистическим ежегодникам, сайтам ФСГС, Курскстата привести примеры:

- Статистических совокупностей. Указать признаки, характеризующие совокупность. Дать их характеристику.

- Статистических группировок. Указать их задачи и виды.

II. *Темы рефератов:*

1. Закон больших чисел и его роль в изучении статистических закономерностей.

2. Проблемы организации статистического наблюдения в современных условиях и его роль в информационном обеспечении заинтересованных пользователей.

3. Вторичная группировка данных.

4. Принципы построения и виды статистических таблиц.

5. Графический метод в статистике. Виды графиков и принципы их построения.

Тесты и задания для самоконтроля

1. Статистическое наблюдение заключается:

а) в регистрации признаков, отобранных у каждой единице совокупности;

б) в расчленении множества единиц изучаемой совокупности на группы по определенным, существенным для них признакам;

в) в разделении однородной совокупности на группы, характеризующие ее структуру по какому-либо варьирующему признаку.

2. Статистическая совокупность, в которой протекают исследуемые социально-экономические явления и процессы, - это:

а) единица наблюдения;

б) объект наблюдения;

в) отчетная единица.

3. Перечень признаков (или вопросов), подлежащих регистрации в процессе наблюдения, называется:

- а) отчетностью;
- б) статистическим формуляром;
- в) программой наблюдения.

4. Отметьте виды статистического наблюдения по времени регистрации:

- а) сплошное;
- б) текущее или непрерывное;
- в) документальное;
- г) единовременное.

5. Отметьте формы статистического наблюдения:

- а) статистическая отчетность;
- б) специально организованное наблюдение;
- в) непосредственное наблюдение;
- г) опрос;
- д) регистры.

6. Отметьте виды статистического наблюдения по охвату единиц совокупности:

- а) документальное;
- б) сплошное;
- в) выборочное;
- г) монографическое;
- д) основного массива.

7. Документальное наблюдение - это:

- а) вид статистического наблюдения;
- б) способ статистического наблюдения;
- в) форма статистического наблюдения.

8. Статистическая отчетность - это:

- а) вид статистического наблюдения;
- б) способ статистического наблюдения;
- в) форма статистического наблюдения.

9. Монографическое наблюдение - это:

- а) вид статистического наблюдения;
- б) способ статистического наблюдения;
- в) форма статистического наблюдения.

10. Выборочное наблюдение – это разновидность:

- а) сплошного наблюдения;
- б) несплошного наблюдения;
- в) метода основного массива;
- г) текущего наблюдения.

Абсолютные, относительные и средние величины.

Вопросы для самоконтроля

1. Дайте понятие абсолютной величины. Приведите примеры абсолютных величин.
2. Назовите виды единиц измерения абсолютных величин.
3. Что представляет собой относительная величина?
4. Охарактеризуйте основные виды относительных величин.
5. Приведите примеры относительных величин динамики.
6. Приведите примеры относительных величин планового задания.
7. Приведите примеры относительных величин выполнения плана.
8. Приведите примеры относительных величин выполнения плана.
9. Приведите примеры относительных величин структуры.
10. Приведите примеры относительных величин координации.
11. Приведите примеры относительных величин интенсивности.
12. Приведите примеры относительных величин сравнения.
13. Дайте определение средней.
14. Какова роль средних в регулировании действия случайных причин и определении среднего уровня явления и в чем смысл научно обоснованного использования средних величин?
15. Какие виды средних величин применяются в статистике? Какие средние величины используются чаще всего?
16. Как исчисляется средняя арифметическая простая и в каких случаях она применяется?
17. Как исчисляется средняя арифметическая взвешенная и в

каких случаях она применяется?

18. Как исчисляется средняя арифметическая из вариационного ряда ?

19. Почему средняя арифметическая интервального ряда является приближенной средней, от чего зависит степень ее приближения?

20. Каковы основные свойства средней арифметической?

21. Каков алгоритм исчисления средней арифметической из вариационного ряда по способу моментов? В чем его преимущества?

22. Для чего служит средняя гармоническая? Чем она отличается от средней арифметической?

23. Как исчисляется средняя гармоническая простая, и в каких случаях она применяется?

24. Как исчисляется средняя гармоническая взвешенная, в каких случаях она применяется?

25. Как исчисляется средняя геометрическая, где она применяется?

26. Как исчисляются мода и медиана в дискретном и интервальном рядах распределения?

27. Как определяются мода и медиана графическим способом в интервальном ряду распределения?

Самостоятельная работа

1. По периодическим изданиям за текущий год, статистическим ежегодникам, сайтам ФСГС, Куркстата привести примеры абсолютных величин, относительных величин, средних величин.

2. Темы рефератов:

1. Выявление и статистический анализ абсолютных показателей, характеризующих население и экономику городов Курской области.

2. Выявление и статистический анализ относительных показателей, характеризующих тенденцию развития городов Курской области.

3. Условия научного применения метода средних величин.

4. Свойства средней арифметической. Упрощенные

способы расчета средней арифметической.

5. Использование средних показателей в статистическом анализе.

Тесты и задания для самоконтроля

1. Конкретный размер абсолютных величин зависит от:
 - а) степени распространения явления;
 - б) степени развитости явления;
 - в) продолжительности интервала времени, в течение которого явление наблюдалось;
 - г) единиц измерения.
2. Обобщающие абсолютные величины характеризуют:
 - а) отдельные единицы совокупности;
 - б) определенные части совокупности;
 - в) всю совокупность в целом.
3. Для преобразования натуральных единиц измерения в условно-натуральные необходимо воспользоваться:
 - а) коэффициентами перевода;
 - б) коэффициентами пересчета;
 - в) коэффициентами опережения;
 - г) коэффициентами замедления.
4. Если коэффициент перевода меньше единицы, то какой из двух показателей больше:
 - а) натуральный;
 - б) условно натуральный.
5. Промилле, записанное в виде десятичной дроби, составляет:
 - а) 0,1;
 - б) 0,01;
 - в) 0,001;
 - г) 0,0001.
6. Относительная величина выполнения плана есть отношение уровней:
 - а) планируемого к достигнутому за предшествующий период (момент) времени;
 - б) достигнутого в отчетном периоде к запланированному;
 - в) достигнутого в отчетном периоде к достигнутому за предшествующий период (момент) времени.

7. Отношения частей изучаемой совокупности к одной из них, принятой за базу сравнения, называются относительными величинами:

- а) планового задания;
- б) выполнения плана;
- в) динамики;
- г) структуры;
- д) координации;
- е) сравнения;
- ж) интенсивности.

8. Отношения одноименных абсолютных показателей, соответствующих одному и тому же периоду или моменту времени, относящихся к различным совокупностям, называются относительными величинами:

- а) планового задания;
- б) выполнения плана;
- в) динамики;
- г) структуры;
- д) координации;
- е) сравнения;
- ж) интенсивности.

9. Отношение текущего показателя к предшествующему или базисному показателю представляет собой относительную величину:

- а) динамики;
- б) планового задания;
- в) выполнений плана;
- г) структуры;
- д) координации;
- е) сравнения;
- ж) интенсивности.

10. Имеются следующие данные о численности постоянного населения области по состоянию на начало 2003 г. (тыс. чел.): все население - 1298,9, в том числе мужчин - 600,2, женщин - 698,7. Исчислите относительную величину координации, т.е. сколько мужчин приходится на 1000 женщин области:

- а) 859;

- б) 537,9;
- в) 462.

**Тема №2. Средние величины и показатели вариации.
Статистическое изучение взаимосвязи социально-
экономических явлений.**

Показатели вариации.

Вопросы для самоконтроля

1. Что представляет собой вариация признака, от чего зависят ее размеры?
2. Что такое размах вариации, по какой формуле он исчисляется, в чем его недостаток как показателя вариации?
3. Что представляет собой среднее линейное отклонение, его формулы; в чем его недостатки как показателя вариации?
4. Какой показатель вариации называется дисперсией? По каким формулам она рассчитывается?
5. Что называется средним квадратическим отклонением? По каким формулам оно вычисляется?
6. Что представляет собой дисперсия альтернативного признака? Чему она равна?
7. Какие основные свойства дисперсии?
8. В чем сущность упрощенного расчета дисперсии и среднего квадратического отклонения?
9. Почему дисперсия и среднее квадратическое отклонение не всегда являются достаточными для характеристики вариации признака в изучаемых совокупностях?
10. Коэффициент вариации как показатель, формула его вычисления и значение для экономического анализа.
11. На какие две большие группы делятся причины, факторы, вызывающие вариацию признака?
12. Какая вариация называется систематической, случайной?
13. Что характеризует межгрупповая дисперсия, ее формула?
14. Как определяются внутригрупповые дисперсии, средняя из внутригрупповых дисперсий, их формулы?
15. Что собой представляет правило сложения дисперсий, в

чем его практическое значение?

16. Что называется эмпирическим коэффициентом детерминации, каков его смысл?

17. Что называется эмпирическим корреляционным отношением, в чем его смысл?

Самостоятельная работа

1. По периодическим изданиям за текущий год, статистическим ежегодникам, сайтам ФСГС, Курскстата привести примеры показателей вариации.

2. Расчетно-аналитическая работа

Расчет и статистический анализ показателей вариации, характеризующих население и экономику городов Курской области.

Тесты и задания для самоконтроля

1. Вариация - это:

а) изменяемость величины признака у отдельных единиц совокупности;

б) изменение структуры статистической совокупности во времени;

в) изменение состава совокупности.

2. Отметьте показатели, характеризующие абсолютный размер колеблемости признака около средней величины;

а) размах вариации;

б) коэффициент вариации;

в) дисперсия;

г) среднее квадратическое отклонение;

д) среднее линейное отклонение.

3. Наилучшей характеристикой для сравнения вариации различных совокупностей служит:

а) размах вариации;

б) дисперсия;

в) среднее квадратическое отклонение;

г) коэффициент вариации.

4. Если уменьшить все значения признака на одну и ту же величину A , то дисперсия от этого:

а) уменьшится;

б) не изменится.

5. Признак совокупности принимает два значения: 10 и 20. Частость первого из них 30%, второго - 70%. Определите коэффициент вариации, если среднее арифметическое значение равно 17, а среднее квадратическое отклонение - 4,1:

а) 4,14%;

б) 24,1%.

6. Покажите, как характеризует совокупность и среднюю арифметическую величину, равную 17, коэффициент вариации, равный 24,1%:

а) совокупность однородна, а средняя типична;

б) совокупность разнородна, а средняя типична;

в) совокупность однородна, а средняя не является типичной величиной;

г) совокупность разнородна, а средняя не является типичной величиной.

7. Какие из приведенных чисел могут быть значениями эмпирического корреляционного отношения:

а) 0,4;

б) 2,7;

в) 1;

г) 0,7;

д) 0,2;

е) 0,9;

ж) -2,5;

з) -1,5.

9. Общая дисперсия признака равна:

а) дисперсии групповых средних (межгрупповой) плюс средней из внутригрупповых дисперсий;

б) дисперсии групповых средних (межгрупповой) минус средней из внутригрупповых дисперсий.

9. Коэффициент детерминации измеряет:

а) вариацию, сложившуюся под влиянием всех факторов;

б) степень тесноты связи между признаками;

в) силу влияния факторного признака на результативный.

10. Величина дисперсии альтернативного признака существует в интервале:

- а) 0,0-0,25;
- б) 0,0-0,50;
- в) 0,0-1,0.

Выборочное наблюдение.

Вопросы для самоконтроля

1. Какое наблюдение называется выборочным?
2. В чем преимущества выборочного наблюдения перед сплошным?
3. Какие вопросы необходимо решить для проведения выборочного наблюдения?
4. Каковы условия правильного отбора единиц совокупности при выборочном наблюдении?
5. Как производятся собственно-случайный, механический, типический и серийный отборы?
6. В чем различие повторной и бесповторной выборки?
7. Почему при выборочном наблюдении неизбежны ошибки и как они классифицируются?
8. Что представляет собой средняя ошибка выборки (для средней и доли)?
9. По каким расчетным формулам находят средние ошибки выборки (для средней и доли) при повторном и бесповторных отборах?
10. Что характеризует предельная ошибка выборки и по каким формулам она исчисляется (для средней и доли)?
11. Что показывает коэффициент доверия?
12. Зачем и как исчисляются предельные статистические ошибки выборки (для средней и доли)?
13. По каким формулам определяется необходимая численность выборки, обеспечивающая с определенной вероятностью заданную точность наблюдения?

Самостоятельная работа

1. По периодическим изданиям за текущий год, сайтам ФСГС, Курскстата привести примеры выборочных наблюдений.

2. Темы рефератов

1. Применение выборочного метода на практике.

2. Методы, виды и способы формирования выборочных совокупностей.

3. Методы статистической оценки надежности выборочных показателей.

Тесты для самоконтроля

1. Выборочное наблюдение в сравнении со сплошным позволяет расширить программу исследования:

- а) да;
- б) нет.

2. Величина ошибки выборки зависит от:

- а) величины самого вычисляемого параметра;
- б) единиц измерения параметра;
- в) объема численности выборки.

3. Размер ошибки выборки прямо пропорционален:

- а) дисперсии признака;
- б) среднему квадратическому отклонению признака.

4. Величина ошибки выборки обратно пропорциональна:

- а) численности единиц выборочной совокупности;
- б) квадратному корню из этой численности.

5. Увеличение доверительной вероятности:

- а) увеличивает ошибку выборки;
- б) уменьшает ошибку выборки.

6. Механический отбор всегда бывает:

- а) повторным;
- б) бесповторным.

7. Типический отбор применяется в тех случаях, когда генеральная совокупность:

- а) неоднородна по показателям, подлежащим изучению;
- б) однородна по показателям, подлежащим изучению.

8. *Укажите*, связана ли величина t с объемом выборки:

- а) связана;
- б) не связана.

9. *Укажите*, от чего зависит величина t .

а) от вероятности, с которой необходимо гарантировать пределы ошибки выборки;

- б) от объема генеральной совокупности.

10. Укажите, что произойдет предельной ошибкой выборки, если дисперсию (σ^2) увеличить в 4 раза:

- а) уменьшится в 2 раза;
- б) увеличится в 2 раза;
- в) не изменится.

Статистические методы изучения взаимосвязей.

Вопросы для самоконтроля

1. В чем состоит отличие между функциональной и стохастической связью?
2. Что собой представляет корреляционная связь?
3. Какими статистическими методами исследуются функциональные и корреляционные связи?
4. В чем достоинства и недостатки метода параллельных рядов и аналитических группировок?
5. Какие основные задачи решают с помощью корреляционного и регрессионного анализа?
6. Дайте определение статистической модели.
7. Охарактеризуйте основные проблемы и правила построения однофакторной линейной регрессионной модели.
8. В чем состоит значение уравнения регрессии?
9. Что характеризуют коэффициенты регрессии?
10. Метод определения параметров уравнения регрессии.
11. Зачем необходима проверка адекватности регрессионной модели?
12. Как осуществляется проверка значимости коэффициентов регрессии?
13. Какими показателями измеряется теснота корреляционной связи?
14. Какое значение имеет расчет коэффициента детерминации?
15. Линейные коэффициенты корреляции и детерминации, их смысл и назначение.
16. Проверка существенности показателей тесноты связи как необходимое условие распространения выводов по результатам выборки на всю генеральную совокупность. Как она

осуществляется?

17. Как экономически охарактеризовать однофакторную регрессионную модель?

18. Какой экономический смысл имеют коэффициенты эластичности?

19. Основные проблемы и правила построения многофакторной корреляционной модели.

20. Сущность и назначение парных и частных коэффициентов корреляции.

21. Сущность и значение совокупного коэффициента множественной корреляции и совокупного коэффициента детерминации.

22. Как проверить адекватность в целом? Значимость коэффициента регрессии? Какие критерии для этого можно использовать?

23. Как экономически интерпретировать многофакторную регрессионную модель?

24. Какой экономический смысл имеют коэффициенты эластичности?

25. Каким образом выделить факторы в изменении которых заложены наибольшие возможности в управлении изменением результативного признака?

26. Какие непараметрические методы применяют для моделирования связи?

Самостоятельная работа

Темы рефератов

1. Сущность и этапы корреляционно-регрессионного анализа.

2. Парная регрессия на основе метода наименьших квадратов.

3. Собственно-корреляционные параметрические методы изучения связи.

4. Проверка адекватности регрессионной модели.

5. Многофакторный корреляционно-регрессионный анализ.

6. Измерение связи неколичественных переменных.

Тесты для самоконтроля

1. Дайте правильный ответ.

По характеру различают связи:

- а) функциональные и корреляционные;
- б) функциональные, криволинейные и прямые;
- в) корреляционные и обратные;
- г) статистические и прямые.

2. *Дайте* правильный ответ.

При прямой (положительной) связи с увеличением факторного признака:

- а) результативный признак уменьшается;
- б) результативный признак не изменяется;
- в) результативный признак увеличивается.

3. Какие методы используются для выявления наличия, характера и направления связи в статистике?

- а) средних величин;
- б) сравнения параллельных рядов;
- в) метод аналитической группировки;
- г) относительных величин;
- д) графический метод.

4. Какой метод используется для выявления формы воздействия одних факторов на другие?

- а) корреляционный анализ;
- б) регрессионный анализ;
- в) индексный анализ;
- г) дисперсионный анализ.

5. Какой метод используется для количественной оценки силы воздействия одних факторов на другие?

- а) корреляционный анализ;
- б) регрессионный анализ;
- в) метод аналитической группировки;
- г) метод средних величин.

6. *Расположите* по степени важности следующие обстоятельства при выборе теоретической формы корреляционной взаимосвязи:

- а) объем изучаемой совокупности (численность ее единиц);
- б) предварительный теоретический анализ внутренних связей явлений;
- в) фактически сложившиеся закономерности в связном изменении явлений.

7. Какие показатели по своей величине существуют в пределах от минус до плюс единицы?

- а) эмпирический коэффициент детерминации;
- б) теоретический коэффициент детерминации;
- в) линейный коэффициент корреляции;
- г) эмпирическое корреляционное отношение;
- д) теоретическое корреляционное отношение (индекс корреляции).

8. Коэффициент регрессии при однофакторной модели показывает:

- а) на сколько единиц изменяется функция при изменении аргумента на одну единицу;
- б) на сколько процентов изменяется функция на одну единицу изменения аргумента.

9. Коэффициент эластичности показывает:

- а) на сколько процентов изменяется функция с изменением аргумента на одну единицу своего измерения;
- б) на сколько процентов изменяется функция с изменением аргумента на 1%;
- в) на сколько единиц своего измерения изменяется функция с изменением аргумента на 1%.

10. Величина индекса корреляции, равная 1,587, свидетельствует:

- а) об отсутствии взаимосвязи между признаками;
- б) о слабой их взаимосвязи;
- в) о заметной или сильной (тесной) взаимосвязи;
- г) об ошибках в вычислениях.

Ряды динамики.

Вопросы для самоконтроля

1. Какими наиболее распространенными статистическими методами осуществляется изучение тренда в рядах динамики?
2. В чем сущность метода укрупнения интервалов и для чего он применяется?
3. Как производится сглаживание рядов динамики способом скользящей (подвижной) средней? В чем достоинства и недостатки этого метода?

4. В чем сущность метода аналитического выравнивания динамических рядов?
5. Как определяется тип уравнения тенденции динамики?
6. Охарактеризуйте технику выравнивания ряда динамики по прямой.
7. Что представляют собой сезонные колебания, в чем практическое значение их изучения?
8. Как исчисляются индексы сезонности?
9. Каким методом пользуются, если уровень явления проявляет тенденцию к росту или снижению? В чем его сущность?
10. Что такое экстраполяция рядов динамики?
11. Дайте определение ряда динамики. Из каких элементов он состоит и каков их смысл?
12. Какие динамические ряды называются моментными и почему их уровни нельзя суммировать?
13. Какие ряды статистических величин называются интервальными? Почему их уровни можно суммировать? Приведите примеры.
14. Какие приемы применяются для преобразования несопоставимых рядов динамики в сопоставимые?
15. Как исчисляется средняя для интервального ряда? Приведите примеры.
16. Как исчисляется средняя для моментного ряда? Приведите примеры.
17. Что характеризуют показатели абсолютного прироста и как они исчисляются?
18. Что представляет собой темп роста? Как он исчисляется?
19. Какая существует взаимосвязь между последовательными цепными коэффициентами роста и базисным коэффициентом роста за соответствующий период? Каково практическое применение этой взаимосвязи?
20. Что показывает абсолютное значение одного процента прироста и как оно исчисляется?
21. Чему равен средний абсолютный прирост?
22. По какой формуле исчисляется средний темп роста?
23. Как исчисляется средний темп прироста?
24. Что собой представляют коэффициенты опережения,

ускорения и замедления?

Самостоятельная работа

Темы рефератов

1. Методы смыкания и сравнения рядов динамики.
2. Методы изучения сезонных колебаний.
3. Методы сглаживания рядов динамики.
4. Методы выявления основной тенденции (тренда) в рядах динамики.
5. Автокорреляция в рядах динамики.

Тесты для самоконтроля

1. По малому предприятию имеются данные об остатках задолженности по кредиту на начало каждого месяца года. Представленный ряд является:

- а) интервальным;
- б) атрибутивным;
- в) моментным.

2. Цепной абсолютный прирост показывает, что данный уровень отличается от предыдущего:

- а) на столько-то единиц;
- б) на столько-то процентов;
- в) во столько-то раз.

3. Базисный темп роста показывает, что данный уровень отличается от базисного:

- а) на столько-то единиц;
- б) на столько-то процентов;
- в) во столько-то раз.

4. Абсолютные приросты могут быть:

- а) положительными величинами;
- б) отрицательными величинами;

5. Темпы роста исчисляются как:

- а) отношение уровней ряда;
- б) разность уровней ряда.

6. Каждый базисный абсолютный прирост равен:

- а) сумме последовательных цепных абсолютных приростов;
- б) разности соответствующих базисных абсолютных приростов;
- в) произведению цепных абсолютных приростов.

7. Каждый цепной темп роста равен:

- а) произведению последовательных цепных темпов роста;
- б) частному от деления последующего базисного темпа роста на предыдущий;
- в) разности соответствующих базисных абсолютных приростов.

8. Абсолютное значение одного процента прироста равно:

- а) отношению цепного абсолютного прироста к цепному темпу прироста;
- б) отношению базисного абсолютного прироста к базисному темпу прироста.

9. Базисный темп прироста определяется:

- а) отношением базисного абсолютного прироста к базисному уровню;
- б) вычитанием 100% из базисного темпа прироста в процентах;
- в) вычитанием единицы из базисного коэффициента роста.

10. Средний темп роста определяется по формуле:

- а) средней арифметической;
- б) средней геометрической;
- в) средней квадратической;
- г) средней гармонической.

Тема №3. Задачи эконометрики в области социально-экономических исследований. Основные этапы эконометрического моделирования. Линейная модель множественной регрессии. Множественная регрессия и корреляция.

Эконометрика – быстроразвивающаяся отрасль науки, цель которой состоит в том, чтобы придать количественные меры экономическим отношениям. Описание экономических систем математическими методами, или эконометрика, дает заключение о реальных объектах и связях по результатам выборочного обследования или моделирования. Вместе с тем, чтобы сделать вывод о том, какие из полученных результатов являются достоверными, а какие сомнительными или просто

необоснованными, необходимо уметь оценивать их надежность и величину погрешности.

Зарождение эконометрики является следствием междисциплинарного подхода к изучению экономики. Эта наука возникла в результате взаимодействия и объединения трех компонент: экономической теории, статистических и математических методов. Впоследствии к ним присоединилось развитие вычислительной техники как условие развития эконометрики.

Таким образом, *эконометрика* – это наука, которая дает количественное выражение взаимосвязей экономических явлений и процессов. В результате статистико-математического анализа экономических отношений вырабатываются рекомендации по повседневным проблемам делового мира. При этом экономические показатели и процессы рассматриваются в общем случае как случайные величины и случайные процессы, требующие их статистической интерпретации. Основными элементами такого подхода являются понятия случайной величины и распределения ее вероятностей.

Становление и развитие эконометрического метода происходили на основе так называемой высшей статистики – на методах парной и множественной регрессии, парной, частной и множественной корреляции, выделения тренда и других компонент временного ряда, на статистическом оценивании. Исследование объективно существующих связей между явлениями – важнейшая задача теории статистики.

Социально-экономические явления представляют собой результат одновременного воздействия большого числа причин. При изучении этих явлений необходимо выявлять основные причины, абстрагируясь от второстепенных.

Основные этапы эконометрического моделирования и классификация моделей

Для изучения различных экономических явлений экономисты используют их прощенные формальные описания, называемые *экономическими моделями*.

Модель – это условный образ объекта, построенный для упрощения его исследования. Математическая модель

экономического объекта – это его отображение в виде совокупности уравнений, неравенств, логических отношений, графиков. Математические модели широко применяются в бизнесе, экономике, общественных науках, исследовании экономической активности и даже в исследовании политических процессов.

В настоящее время эконометрика располагает огромным разнообразием типов моделей – от больших макроэкономических моделей, включающих несколько сот, а иногда и тысяч уравнений, до малых коинтеграционных моделей, предназначенных для решения специфических проблем.

К основным задачам эконометрики можно отнести следующие:

- Построение эконометрических моделей, т.е. представление экономических моделей в математической форме, удобной для проведения эмпирического анализа. Данную проблему принято называть проблемой *спецификации*. Зачастую она может быть решена несколькими способами.

- Оценка параметров построенной модели, делающих выбранную модель наиболее адекватной реальным данным. Это так называемый этап *параметризации*.

- Проверка качества найденных параметров модели и самой модели в целом. Иногда этап анализа называют этапом *верификации*.

- Использование построенных моделей для объяснения поведения исследуемых экономических показателей, прогнозирования и предсказания, а также для осмысленного проведения экономической политики.

Можно выделить три основных класса моделей, которые применяются для анализа и / или прогноза.

1. **Модели временных рядов.** К этому классу относятся модели:

$$\text{тренда: } y(t) = T(t) + \varepsilon_t,$$

где $T(t)$ – временной тренд заданного параметрического вида, ε_t - случайная компонента;

$$\text{сезонности: } y(t) = S(t) + \varepsilon_t,$$

где $S(t)$ – периодическая (сезонная) компонента, ε_t -

случайная (стохастическая) компонента;

$$\text{тренда и сезонности: } y(t) = T(t) + S(t) + \varepsilon_t \quad (\text{аддитивная})$$

или

$$y(t) = T(t) \cdot S(t) + \varepsilon_t$$

(мультипликативная),

где $T(t)$ – временной тренд заданного параметрического вида, $S(t)$ – периодическая (сезонная) компонента, ε_t – случайная компонента.

К моделям временных рядов относится множество более сложных моделей, таких, как модели адаптивного прогноза, модели авторегрессии и скользящего среднего и др. Их общей чертой является то, что они объясняют поведение временного ряда, исходя только из его предыдущих значений. Такие модели могут применяться, например, для изучения и прогнозирования объема продаж авиабилетов, спроса на мороженое, краткосрочного прогноза процентных ставок и т.п.

2. **Регрессионные модели с одним уравнением.** В таких моделях зависимая (объясняемая) переменная y представляется в виде функции $f(x, \beta) = f(x_1, \dots, x_k, \beta_1, \dots, \beta_p)$, где x_1, \dots, x_k – независимые (объясняющие) переменные, а β_1, \dots, β_p – параметры. В зависимости от вида функции $f(x, \beta)$ модели делятся на линейные и нелинейные. Например, можно исследовать спрос на мороженое как функцию от времени, температуры воздуха, среднего уровня доходов или зависимость зарплаты от возраста, пола, уровня образования, стажа работы и т.п.

Область применения таких моделей, даже линейных, значительно шире, чем моделей временных рядов.

3. **Системы одновременных уравнений.** Эти модели описываются системами уравнений. Системы могут состоять из тождеств и регрессионных уравнений, каждое из которых может, кроме объясняющих переменных, включать в себя также объясняемые переменные из других уравнений системы. Таким образом, имеется набор объясняемых переменных, связанных через уравнения системы. Примером может служить модель спроса и предложения. Системы одновременных уравнений требуют

относительно более сложный математический аппарат. Они могут использоваться для моделей страновой экономики и др.

При моделировании экономических процессов мы встречаемся с двумя типами данных:

- *пространственные данные;*
- *временные ряды.*

Примером пространственных данных является, например, набор сведений (объем производства, количество работников, доход и др.) по разным фирмам в один и тот же момент времени (пространственный срез). Другим примером могут являться данные по курсам покупки/продажи наличной валюты в какой-то день по обменным пунктам города.

Примерами временных данных могут быть ежеквартальные данные по инфляции, средней заработной плате, национальному доходу, денежной эмиссии за последние годы или, например, ежедневный курс доллара США на ММВБ, цены фьючерсных контрактов на поставку доллара США (ММБ) и котировки ГКО (ММВБ) за два последних года.

Отличительной чертой временных данных является то, что они естественным образом упорядочены по времени, кроме того наблюдения в близкие моменты времени часто бывают зависимыми.

Процесс эконометрического моделирования происходит в течение нескольких этапов. В основе *первого этапа* статистического изучения связей лежит качественный анализ явления, связанный с анализом его природы методами экономической теории, социологии, конкретной экономики. *Второй этап* – построение модели связи. Он базируется на методах статистики: группировки, средних величин, таблиц и т.д. *Третий этап* – интерпретация результатов. Он вновь связан с качественными особенностями изучаемого явления.

Существует множество методов изучения связей, выбор конкретного из которых зависит от цели исследования и от поставленной задачи. Связи между признаками и явлениями классифицируются по ряду оснований. Признаки по их значению для изучения взаимосвязи делятся на два класса:

1. **Факторные (факторы)** – это признаки, обуславливающие

изменение других, связанных с ними признаков.

2. Результативные – это признаки, изменяющиеся под действием факторных признаков.

Связи между явлениями и их признаками классифицируются по **степени тесноты, по направлению** (выделяют *прямую* и *обратную* связь), по **аналитическому выражению** (выделяют *прямолинейные* – или просто *линейные* – и *нелинейные* – или *криволинейные*).

Для выявления наличия связи, ее характера и направления используются следующие методы: *метод приведения параллельных данных* (основан на сопоставлении двух или нескольких рядов статистических величин, что позволяет установить наличие связи и получить представление о ее характере), *аналитических группировок, графический, корреляции и регрессии*.

«Модель парной линейной регрессии»

По имеющимся данным требуется:

- 1) вычислить дескриптивные (описательные) статистики:
 - выборочные средние,
 - выборочную дисперсию,
 - выборочное среднее квадратичное отклонение,
 - нижний и верхний квартили выборочного распределения,
 - размах выборки,
 - 95- и 99%-ные доверительные интервалы для оценки математического ожидания (и дисперсии) исходя из того, что выборочные данные имеют нормальное распределение;
- 2) вычислить выборочный коэффициент корреляции и оценить его значимость на 5%-ном уровне;
- 3) построить корреляционное поле заданных переменных и сформулировать гипотезу о виде связи;
- 4) вычислить параметры уравнения парной регрессионной модели;
- 5) оценить значимость построенного уравнения регрессии с помощью F -критерия;
- 6) оценить качество построенного уравнения регрессии с помощью коэффициента детерминации R^2 ;
- 7) построить 95%-ные интервалы для оценок параметров уравнения регрессии;

8) рассчитать прогнозное значение, если значение независимой переменной увеличится на 10% от его среднего значения. Построить 95%-ный доверительный интервал для прогнозного значения;

9) оценить с помощью коэффициента эластичности (среднего) силу связи независимой переменной с зависимой;

10) рассчитать параметры уравнений регрессий других форм: степенной, логарифмической, экспоненциальной и др.

«Модель множественной линейной регрессии»

Предприятие ведет продажу однородной сельскохозяйственной продукции. Руководство предприятия проводит изучение зависимости объема продаж от выбранной цены. При этом оно проводит рекламную акцию и несет некоторые расходы на рекламу. Данные¹ наблюдений приведены в табл. 1, где Q — объем продаж (кг); P — цена одной единицы продукции (руб.), R — расходы на рекламу (100 руб.).

Таблица 1

Data: MULTISTAT 4v * 20c			
Лабораторная работа №2. Мис			
NUM VAL	1	2	3
	ОБЪЕМ ПРО	ЦЕНА	РЕКЛАМ ЗАТРА
1	525.0	5.92	4.79
2	567.0	6.50	3.61
3	396.0	6.54	5.49
4	726.0	6.11	2.78
5	265.0	6.62	5.74
6	615.0	5.15	1.34
7	370.0	5.02	5.81
8	789.0	5.02	3.39
9	513.0	6.77	3.47
10	661.0	5.57	3.59
11	407.0	6.67	5.19
12	608.0	6.92	3.27
13	399.0	6.97	4.69
14	631.0	6.59	3.79
15	545.0	6.50	4.29
16	512.0	6.86	2.71
17	845.0	5.09	2.21
18	571.0	6.08	3.09
19	539.0	6.36	4.65
20	620.0	6.22	1.97

Требуется:

1) найти зависимость объема (Q) продаж от цены (P) и рекламных расходов (R);

2) экономически обосновать знаки коэффициентов в построенных моделях;

3) рассмотреть модель, учитывающую, что для расходов на рекламу существует эффект насыщения, т. е. начиная с некоторого момента вложения в рекламу перестают приводить к увеличению объема продаж. Рассмотреть зависимость вида $Q = b_0 + b_1P_i + b_2R_i + b_3R_i^2 + e_i$;

4) найти МНК-оценки коэффициентов множественной регрессии. Оценить значимость полученного уравнения в целом и значимость отдельных коэффициентов;

5) оценить прогностические возможности полученного регрессионного уравнения, учитывая коэффициент детерминации;

6) найти 95%-ные доверительные интервалы коэффициентов $b_i, i = 0, 1, 2$;

7) дать экономическую интерпретацию коэффициентов множественной регрессии;

8) найти объем продаж при цене единицы продукции 6 руб. и рекламных расходах 280 руб. Вычислить 95%-ный доверительный интервал для величины объема продаж.

3 «Множественная регрессия и корреляция»

Множественная регрессия – уравнение связи с несколькими независимыми переменными:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_p),$$

где y – зависимая переменная (результативный признак);

x_1, x_2, \dots, x_p – независимые переменные (факторы).

Для построения уравнения множественной регрессии чаще используются следующие функции:

- линейная $y = a + b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_px_p + \varepsilon$;
- степенная $y = a \cdot x_1^{b_1} \cdot x_2^{b_2} \cdot \dots \cdot x_p^{b_p} \cdot \varepsilon$;
- экспонента $y = e^{a + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + \dots + b_p \cdot x_p + \varepsilon}$;
- гипербола $y = \frac{1}{a + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + \dots + b_p \cdot x_p + \varepsilon}$.

Можно использовать и другие функции, приводимые к линейному виду.

Для оценки параметров уравнения множественной регрессии

применяют *метод наименьших квадратов* (МНК). Для линейных уравнений и нелинейных уравнений, приводимых к линейным, строится следующая система нормальных уравнений, решение которой позволяет получить оценки параметров регрессии:

$$\begin{aligned} \sum y &= na + b_1 \sum x_1 + b_2 \sum x_2 + \dots + b_p \sum x_p, \\ \sum yx_1 &= a \sum x_1 + b_1 \sum x_1^2 + b_2 \sum x_1x_2 + \dots + b_p \sum x_px_1, \\ &\dots\dots\dots \\ \sum yx_p &= a \sum x_p + b_1 \sum x_1x_p + b_2 \sum x_2x_p + \dots + b_p \sum x_p^2. \end{aligned}$$

Для ее решения может быть применен метод определителей:

$$a = \frac{\Delta a}{\Delta}, \quad b_1 = \frac{\Delta b_1}{\Delta}, \dots, \quad b_p = \frac{\Delta b_p}{\Delta},$$

где $\Delta a, \Delta b_1, \dots, \Delta b_p$ – частные определители, которые получаются заменой соответствующего столбца матрицы определителя системы данными левой части системы;

$$\Delta = \begin{vmatrix} n & \sum x_1 & \sum x_2 & \dots \sum x_p \\ \sum x_1 & \sum x_1^2 & \sum x_2x_1 & \dots \sum x_px_1 \\ \sum x_2 & \sum x_1x_2 & \sum x_2^2 & \dots \sum x_px_2 \\ \sum x_p & \sum x_1x_p & \sum x_2x_p & \dots \sum x_p^2 \end{vmatrix} - \text{определитель системы.}$$

Другой вид уравнения множественной регрессии – *уравнение регрессии в стандартизованном масштабе*:

$$t_y = \beta_1 t_{x_1} + \beta_2 t_{x_2} + \dots + \beta_p t_{x_p},$$

где $t_y = \frac{y - \bar{y}}{\sigma_y}$, $t_{x_i} = \frac{x_i - \bar{x}_i}{\sigma_{x_i}}$ – стандартизованные переменные;

β_i – стандартизованные коэффициенты регрессии.

К уравнению множественной регрессии в стандартизованном масштабе применим МНК. Стандартизованные коэффициенты регрессии (β -коэффициенты) определяются из следующей системы уравнений:

$$\begin{aligned} r_{yx_1} &= \beta_1 + \beta_2 r_{x_2x_1} + \beta_3 r_{x_3x_1} + \dots + \beta_p r_{x_px_1}, \\ r_{yx_2} &= \beta_1 r_{x_2x_1} + \beta_2 + \beta_3 r_{x_3x_2} + \dots + \beta_p r_{x_px_2}, \\ &\dots\dots\dots \\ r_{yx_p} &= \beta_1 r_{x_px_1} + \beta_2 r_{x_px_2} + \beta_3 r_{x_px_3} + \dots + \beta_p. \end{aligned}$$

Связь коэффициентов множественной регрессии b_i со стандартизованными коэффициентами β_i описывается соотношением $b_i = \beta_i \frac{\sigma_y}{\sigma_{x_i}}$. Параметр a определяется как $a = \bar{y} - b_1 \bar{x}_1 - b_2 \bar{x}_2 - \dots - b_p \bar{x}_p$.

Средние коэффициенты эластичности для линейной регрессии рассчитываются по формуле: $\bar{\mathcal{E}}_{yx_j} = b_j \frac{\bar{x}_j}{\bar{y}}$.

Для расчета частных коэффициентов эластичности применяется следующая формула: $\mathcal{E}_{yx_i} = b_i \cdot \frac{x_i}{y_{x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_p}}$.

Тесноту совместного влияния факторов на результат оценивает индекс множественной корреляции:

$$R_{yx_1, x_2, \dots, x_p} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{\text{ост}}^2}{\sigma_y^2}}.$$

Значение индекса множественной корреляции лежит в пределах от 0 до 1 и должно быть больше или равно максимальному парному индексу корреляции:

$$R_{yx_1, x_2, \dots, x_p} \geq r_{yx_i} \quad (i = \overline{1, p}).$$

Индекс множественной корреляции для уравнения в стандартизованном масштабе можно записать в виде:

$$R_{yx_1, x_2, \dots, x_p} = \sqrt{\sum \beta_i r_{yx_i}}.$$

При линейной зависимости коэффициент множественной корреляции можно определить через матрицу парных коэффициентов корреляции:

$$R_{yx_1, x_2, \dots, x_p} = \sqrt{1 - \frac{\Delta r}{\Delta r_{11}}}, \quad \text{где} \quad \Delta r = \begin{vmatrix} 1 & r_{yx_1} & r_{yx_2} & \dots & r_{yx_p} \\ r_{yx_1} & 1 & r_{x_1 x_2} & \dots & r_{x_1 x_p} \\ r_{yx_2} & r_{x_2 x_1} & 1 & \dots & r_{x_2 x_p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{yx_p} & r_{x_p x_1} & r_{x_p x_2} & \dots & 1 \end{vmatrix} -$$

определитель матрицы парных коэффициентов корреляции;

$$\Delta r_{11} = \begin{vmatrix} 1 & r_{x_1x_2} & \dots & r_{x_1x_p} \\ r_{x_2x_1} & 1 & \dots & r_{x_2x_p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{x_px_1} & r_{x_px_2} & \dots & 1 \end{vmatrix}$$
 – определитель матрицы межфакторной корреляции.

Частные коэффициенты (или индексы) корреляции, измеряющие влияние на y фактора x_i при неизменном уровне других факторов, можно определить по формуле

$$r_{yx_i \cdot x_1x_2 \dots x_{i-1}x_{i+1} \dots x_p} = \sqrt{1 - \frac{1 - R_{yx_1x_2 \dots x_i \dots x_p}^2}{1 - R_{yx_1x_2 \dots x_{i-1}x_{i+1} \dots x_p}^2}}$$

или по рекуррентной

формуле

$$r_{yx_i \cdot x_1x_2 \dots x_p} = \frac{r_{yx_i \cdot x_1x_2 \dots x_{p-1}} - r_{yx_p \cdot x_1x_2 \dots x_{p-1}} r_{x_ix_p \cdot x_1x_2 \dots x_{p-1}}}{\sqrt{(1 - r_{yx_p \cdot x_1x_2 \dots x_{p-1}}^2)(1 - r_{x_ix_p \cdot x_1x_2 \dots x_{p-1}}^2)}}.$$

Частные коэффициенты корреляции изменяются в пределах от -1 до 1 .

Качество построенной модели в целом оценивает коэффициент (индекс) детерминации. Коэффициент множественной детерминации рассчитывается как квадрат индекса множественной корреляции: $R_{yx_1x_2 \dots x_p}^2$.

Скорректированный индекс множественной детерминации содержит поправку на число степеней свободы и рассчитывается по формуле:

$$\hat{R}^2 = 1 - (1 - R^2) \frac{(n-1)}{(n-m-1)},$$

где n – число наблюдений; m – число факторов.

Значимость уравнения множественной регрессии в целом оценивается с помощью F-критерия Фишера: $F = \frac{R^2}{1 - R^2} \cdot \frac{n - m - 1}{m}$.

Частный F-критерий оценивает статистическую значимость присутствия каждого из факторов в уравнении. В общем виде для фактора x_i частный F-критерий определится как

$$F_{\text{част}x_i} = \frac{R_{yx_1 \dots x_i \dots x_p}^2 - R_{yx_1 \dots x_{i-1}x_{i+1} \dots x_p}^2}{1 - R_{yx_1 \dots x_i \dots x_p}^2} \cdot \frac{n - m - 1}{1}.$$

Оценка значимости коэффициентов чистой регрессии с помощью t-критерия Стьюдента сводится к вычислению значения

$t_{b_i} = \frac{b_i}{m_{b_i}} = \sqrt{F_{x_i}}$, где m_{b_i} – средняя квадратическая ошибка

коэффициента регрессии b_i , которая может быть определена по

следующей формуле:
$$m_{b_i} = \frac{\sigma_y \cdot \sqrt{1 - R_{yx_1 \dots x_p}^2}}{\sigma_{x_i} \cdot \sqrt{1 - R_{x_i x_1 \dots x_p}^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{n - m - 1}}.$$

При построении уравнения множественной регрессии может возникнуть проблема *мультиколлинеарности* факторов, их тесной линейной связанности.

Считается, что две переменные явно *коллинеарны*, т.е. находятся между собой в линейной зависимости, если $r_{x_i x_j} \geq 0,7$.

По величине парных коэффициентов корреляции обнаруживается лишь явная коллинеарность факторов. Наибольшие трудности в использовании аппарата множественной регрессии возникают при наличии *мультиколлинеарности* факторов. Чем сильнее мультиколлинеарность факторов, тем менее надежна оценка распределения суммы объясненной вариации по отдельным факторам с помощью метода наименьших квадратов.

Для оценки мультиколлинеарности факторов может использоваться *определитель матрицы парных коэффициентов корреляции между факторами*.

Если бы факторы не коррелировали между собой, то матрица парных коэффициентов корреляции между факторами была бы единичной матрицей, поскольку все недиагональные элементы $r_{x_i x_j}$ ($x_i \neq x_j$) были бы равны нулю. Так, для включающего три объясняющих переменных уравнения

$$y = a + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + \varepsilon$$

матрица коэффициентов корреляции между факторами имела бы определитель, равный 1:

$$\text{Det}|R| = \begin{vmatrix} r_{x_1 x_1} & r_{x_2 x_1} & r_{x_3 x_1} \\ r_{x_1 x_2} & r_{x_2 x_2} & r_{x_3 x_2} \\ r_{x_1 x_3} & r_{x_2 x_3} & r_{x_3 x_3} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1,$$

так как $r_{x_1 x_1} = r_{x_2 x_2} = r_{x_3 x_3} = 1$ и $r_{x_1 x_2} = r_{x_1 x_3} = r_{x_2 x_3} = 0$.

Если же, наоборот, между факторами существует полная линейная зависимость и все коэффициенты корреляции равны 1, то

определитель такой матрицы равен 0:

$$\text{Det}|R| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

Чем ближе к 0 определитель матрицы межфакторной корреляции, тем сильнее мультиколлинеарность факторов и ненадежнее результаты множественной регрессии. И наоборот, чем ближе к 1 определитель матрицы межфакторной корреляции, тем меньше мультиколлинеарность факторов.

Проверка мультиколлинеарности факторов может быть проведена методом испытания гипотезы о независимости переменных H_0 : $\text{Det}|R|=1$. Доказано, что величина $\left[n-1 - \frac{1}{6}(2 \cdot m + 5) \lg \text{Det}R \right]$ имеет приближенное распределение χ^2 с $\left(\frac{1}{2} \cdot n \cdot (n-1) \right)$ степенями свободы. Если фактическое значение χ^2 превосходит табличное (критическое) $\chi_{\text{факт}}^2 > \chi_{\text{табл}(df, \alpha)}^2$, то гипотеза H_0 отклоняется. Это означает, что $\text{Det}|R| \neq 1$, недиагональные ненулевые коэффициенты корреляции указывают на коллинеарность факторов. Мультиколлинеарность считается доказанной.

Для применения МНК требуется, чтобы дисперсия остатков была *гомоскедастичной*. Это значит, что для каждого значения фактора x_j остатки ε_i имеют одинаковую дисперсию. Если это условие не соблюдается, то имеет место *гетероскедастичность*.

При нарушении гомоскедастичности мы имеем неравенства $\sigma_{\varepsilon_i}^2 \neq \sigma_{\varepsilon_j}^2 \neq \sigma^2$, $j \neq i$.

При малом объеме выборки для оценки гетероскедастичности может использоваться метод Гольдфелда – Квандта. Основная идея теста Гольдфелда – Квандта состоит в следующем:

1) упорядочение n наблюдений по мере возрастания переменной x ;

2) исключение из рассмотрения C центральных наблюдений; при этом $(n-C):2 > p$, где p – число оцениваемых параметров:

3) разделение совокупности из $(n-C)$ наблюдений на две группы (соответственно с малыми и с большими значениями фактора x) и определение по каждой из групп уравнений регрессии;

4) определение остаточной суммы квадратов для первой (S_1) и второй (S_2) групп и нахождение их отношения: $R = S_1 : S_2$.

При выполнении нулевой гипотезы о гомоскедастичности отношение R будет удовлетворять F-критерию со степенями свободы $((n-C-2p)/2)$ для каждой остаточной суммы квадратов. Чем больше величина R превышает табличное значение F-критерия, тем более нарушена предпосылка о равенстве дисперсий остаточных величин.

Уравнения множественной регрессии могут включать в качестве независимых переменных качественные признаки (например, профессия, пол, образование, климатические условия, отдельные регионы и т.д.). Чтобы ввести такие переменные в регрессионную модель, их необходимо упорядочить и присвоить им те или иные значения, т.е. качественные переменные преобразовать в количественные.

Такого вида сконструированные переменные принято в эконометрике называть *фиктивными переменными*. Например, включать в модель фактор «пол» в виде фиктивной переменной можно в следующем виде:

$$z = \begin{cases} 1 - \text{мужской} \\ 0 - \text{женский} \end{cases} \text{пол.}$$

Коэффициент регрессии при фиктивной переменной интерпретируется как среднее изменение зависимой переменной при переходе от одной категории (женский пол) к другой (мужской пол) при неизменных значениях остальных параметров. На основе t-критерия Стьюдента делается вывод о значимости влияния фиктивной переменной, существенности расхождения между категориями.

Тема 4. Нелинейные модели регрессии и их линеаризация. Балансовый метод в экономике. Модель межотраслевого баланса.

Многие экономические зависимости не являются линейными по своей сути, и поэтому их моделирование линейными уравнениями регрессии, безусловно, не даст положительного результата. Это означает, что нужно оценить уравнение нелинейной регрессии. Для такой оценки существуют различные пути, одним из которых является линеаризация нелинейной модели. Рассмотрим этот процесс на примере производственной функции.

Производственная функция (ПФ) – это функция, независимая переменная которой принимает значения объемов *затрачиваемого* или *используемого ресурса* (фактора производства), а зависимая переменная – значения объемов *выпускаемой продукции*: $y=f(x)$.

Производственная функция нескольких переменных – это функция, независимые переменные x_1, \dots, x_n которой принимают значения объемов затрачиваемых или используемых ресурсов (число переменных n равно числу ресурсов), а значение функции имеет смысл величин объемов выпуска: $y = f(x_1, \dots, x_n)$.

В данной формуле $y (y \geq 0)$ – скалярная величина; x_1, \dots, x_n – координаты вектора x . Таким образом $f(x_1, \dots, x_n)$ является числовой функцией нескольких или многих переменных x_1, \dots, x_n . В связи с этим ее называют многоресурсной или многофакторной ПФ. Точнее ее вид $f(x_1, \dots, x_n, a)$, где a – вектор параметров ПФ.

При построении ПФ для региона или страны в целом в качестве величины годового выпуска Y чаще берут совокупный продукт (доход) региона или страны, исчисляемый обычно в *неизменных*, а не в текущих *ценах*, а в качестве ресурсов рассматривают *основной капитал* ($x_1 (= K)$ – объем *используемого* в течение года основного капитала), *живой труд* ($x_2 (= L)$ – количество единиц *затрачиваемого* в течение года живого труда), исчисляемые обычно в стоимостном выражении. Таким образом строят двухфакторную ПФ $f(x_1, x_2)$ или $Y = f(K, L)$. От нее

переходят к трехфакторной (вводят объемы используемых природных ресурсов). Если ПФ строится по данным временных рядов, то в качестве особого фактора роста производства может быть включен технический прогресс.

Для моделирования отдельного региона или страны в целом часто используется ПФ вида $Y = AK^\alpha L^\beta$, которая называется ПФ Кобба-Дугласа (ПФКБ). Она принадлежит к классу мультипликативных ПФ.

В ПФКБ α и β эластичности выпуска по затратам капитала и труда соответственно. Сумма этих коэффициентов является таким важным экономическим показателем, как *отдача от масштаба*. При $\alpha + \beta = 1$ говорят о *постоянной отдаче от масштаба* (во сколько раз увеличиваются затраты ресурсов, во столько же раз увеличивается выпуск). При $\alpha + \beta < 1$ имеет место *убывающая отдача от масштаба* (увеличение объема выпуска меньше увеличения затрат ресурсов). При $\alpha + \beta > 1$ – *возрастающая отдача от масштаба* (увеличение объема выпуска больше увеличения затрат ресурсов).

ПФ называется *статической*, если ее параметры и ее характеристика f не зависят от времени t .

ПФ называется *динамической*, если:

- 1) время t фигурирует в качестве самостоятельной переменной величины (фактора производства), влияющей на объем выпускаемой продукции;
- 2) параметры ПФ и ее характеристика f зависят от времени t .

При построении ПФ *научно-технический прогресс* (НТП) может быть учтен с помощью множителя НТП, e^{pt} , где параметр (число) p ($p > 0$) характеризует *темпы прироста* выпуска под влиянием НТП:

$$y(t) = e^{pt} f(x_1(t), x_2(t)) \quad (t=0, 1, \dots, T)$$

Оценка параметров ПФ обычно проводится с помощью метода наименьших квадратов.

ПФ должна удовлетворять ряду свойств:

- 1) $f(0,0) = 0$. Это означает, что без ресурсов нет выпуска.

Если $f(0, x_2) = f(x_1, 0) = 0$, то при отсутствии хотя бы одного из ресурсов нет выпуска.

- 2) $x(1) \geq x(0) \Rightarrow f(x(1)) > f(x(0))$

$(x(k) = (x_1(k), x_2(k), k = 0, 1))$.

3) Если $x > 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_i^2} \leq 0$ ($i=1, 2$), $x = (x_1, x_2)$.

Это означает, что с ростом затрат одного (i -го) ресурса при неизменном количестве другого ресурса величина прироста выпуска на каждую дополнительную единицу i -го ресурса не растет (*закон убывающей эффективности*).

Если $x > 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1 \partial x_2} \geq 0$, $x = (x_1, x_2)$, то при росте одного ресурса предельная эффективность другого ресурса возрастает. Если выполнены оба условия 3), то график ПФ есть выпуклая вверх горка в положительной ортанте Ox_1x_2y .

4) $f(tx_1, tx_2) = t^p f(x_1, x_2)$. Это означает, что ПФ является *однородной функцией* степени $p > 0$. При $p > 1$ с ростом масштаба производства в t раз (число $t > 1$), то есть с переходом от вектора x к вектору tx , объем выпуска возрастает в t^p ($> t$) раз, то есть имеем *рост эффективности* производства от *роста масштаба* производства. При $p < 1$ имеем *падение эффективности* производства от *роста масштаба* производства. При $p = 1$ имеем *постоянную эффективность* производства при *росте его масштаба* (или имеем независимость удельного выпуска от масштаба производства).

Для ПФКБ $y = a_0 x_1^\alpha x_2^\beta$ ($\alpha + \beta = 1$) свойства 1 – 4 выполняются.

Линеаризация производственной функции

Линейная ПФ (ЛПФ) имеет вид: $y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2$ (двухфакторная) и $y = a_0 + a_1 x_1 + \dots + a_n x_n$ (многофакторная). ЛПФ принадлежит к классу аддитивных ПФ (АПФ). Переход от мультипликативной (МПФ) к аддитивной осуществляется с помощью операции логарифмирования. Для двухфакторной МПФ $y = a_0 x_1^\alpha x_2^\beta$ этот переход имеет вид:

$$\ln y = \ln a_0 + \alpha \ln x_1 + \beta \ln x_2.$$

Полагая $\ln y = w$; $\ln x_1 = v_1$; $\ln x_2 = v_2$, получаем аддитивную ПФ $w = \ln a_0 + \alpha v_1 + \beta v_2$.

СЕС-функция

Обобщение ПФКБ может вестись в различных направлениях. Наиболее известным обобщением является функция СЕС, или ПЭЗ, - функция с постоянной эластичностью замещения. Эластичность замещения σ – это мера «кривизны» изоквант (линий уровня) ПФ.

«Кривизну» измеряет величина $\frac{1}{\sigma}$. Эластичность замещения

труда капиталом $\sigma_{LK} = \frac{d\left(\ln\left(\frac{K}{L}\right)\right)}{d\left(\ln\left(\frac{Y_L}{Y_K}\right)\right)}$ показывает, на сколько

процентов изменится капиталовооруженность $\left(\frac{K}{L}\right)$ при изменении предельной нормы замены труда капиталом $\left(\frac{Y_L}{Y_K}\right)$ на 1%.

Величина $\frac{1}{\sigma}$ показывает относительное изменение тангенса угла наклона линии уровня в расчете на единицу отношения $\left(\frac{K}{L}\right)$.

Линейная ПФ имеет нулевую «кривизну» и, соответственно, бесконечную эластичность замещения ∞ . Функция Кобба-Дугласа имеет эластичность замещения, равную единице. В реальной экономике степень взаимозаменяемости ресурсов может быть различной, соответственно различной (а не только нулевой, бесконечной или единичной) может быть и эластичность замещения. Это ставит задачу оценки более общих формул ПФ, в частности ПФ с постоянной, но произвольной эластичностью замещения. Такая функция (*функция СЕС*) описывается формулой $Y = A(uK^{-p} + (1-u)L^{-p})^{-n/p}$, где $p \geq -1$; $n > 0$ - степень однородности; $A > 0$; $0 < u < 1$.

Эластичность замещения для такой функции равна $\frac{1}{1+p}$. Если $p = -1$, то получаем функцию с линейными изоквантами, при $p \rightarrow 0$ в пределе получаем ПФ Кобба-Дугласа, при $p \rightarrow \infty$ - ПФ Леонтьева.