

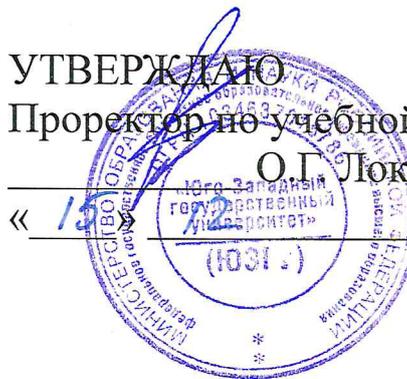
Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Емельянова Оксана Геннадьевна  
Должность: проректор по учебной работе  
Дата подписания: 18.02.2017 16:26:49  
Уникальный программный ключ:  
0b8177e94106268a4bba7d4001f9e917016e9102546146420c1e3a0005

## МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Юго-Западный государственный университет»  
(ЮЗГУ)

Кафедра региональной экономики и менеджмента

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной работе  
О.Г. Луктионова  
« 18 » / 2 / 2017 г.



### СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ

Методические рекомендации для практической работы студентов  
направления подготовки 38.03.02 Менеджмент

Курск 2017

УДК 65.01

Составитель: Вертакова Ю.В., Ю.С. Положенцева

Рецензент

Доктор экономических наук, профессор *В.А Плотников*

**Социально-экономическое прогнозирование:** методические рекомендации для практической работы / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Ю.В. Вертакова, Ю.С. Положенцева. Курск, 2017. 163 с.: ил. 48, табл. 76, прилож. 2. Библиогр.: с. 151-154.

Методические рекомендации определяют порядок проведения практической работы. Содержат необходимые задания и критерии оценки практической работы студентов, которая играет особую роль в подготовке бакалавров.

Методические рекомендации помогают сформировать студентам знания и навыки в области экономики, развить у студентов перспективное мышление и творческие способности к исследовательской деятельности, усвоить необходимые компетенции, формируемые в результате изучения учебной дисциплины.

Для студентов, обучающихся по направлению подготовки 38.03.02 Менеджмент очной и заочной форм обучения при изучении дисциплины «Социально-экономическое прогнозирование».

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 15.12.17 . Формат 60x84 1/16.

Усл. печ. л. 9,5. Уч.-изд. л. 8,6. Тираж 100 экз. Заказ 3814. Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет

305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

## **СОДЕРЖАНИЕ**

1. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ	4
2. СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ	7
3. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ	151
ПРИЛОЖЕНИЯ	155

# 1. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

## Цель дисциплины

Целью преподавания дисциплины является освоение теоретических знаний и овладение практическими умениями и навыками самостоятельной работы в области прогнозирования социально-экономических процессов и явлений, а также анализа экономических результатов составляют основу эффективного управленческого решения, оценки влияния возникших изменений в экономической ситуации на функционирование экономических объектов, находить новые решения по корректировке их деятельности.

## Задачи дисциплины

- рассмотрение теоретико-методологических основ современного прогнозирования;
- развитие умений использования отечественные и международные концепции прогнозирования, инструментарий их составления, варианты основных социально-экономических прогнозов;
- изучение важнейших методов и приемов прогнозирования с учетом особенностей управления и планирования в организации;
- развитие практических навыков построения прогнозов на базе пакета прикладных программ при разработке управленческих решений;
- овладение теоретическими и практическими методами прогнозирования в современных рыночных условиях;
- приобретение студентами умений и навыков по автоматизации подготовки прогнозов с целью сокращения затрат времени и средств на такую подготовку, увеличения числа рассматриваемых вариантов решений.

Знания и умения, которыми должен обладать студент, успешно освоивший дисциплину:

### **знать:**

- значение прогнозирования и планирования в современных экономических условиях;

- основные задачи и методы прогнозирования и планирования;
- специфику прогнозирования показателей конъюнктуры рынка, спроса и предложения, банкротства предприятия;
- методы прогнозирования, применяемые в процессе разработки и реализации управленческого решения;
- методы построения прогнозов на основе данных управленческого учета.

**уметь:**

- применять базовые знания методов и принципов прогнозирования и планирования в условиях рынка, его теории и практики в различных видах профессиональной деятельности;
- соединять теоретические методы с хозяйственной практикой при разработке и реализации управленческих решений;
- применять методы прогнозирования в анализе производственно-хозяйственной деятельности и по результатам анализа разрабатывать обоснованные управленческие решения;
- моделировать и прогнозировать социально-экономические процессы, определять основные направления их развития.

**владеть:**

- комплексом современных методов прогнозирования и моделирования в области построения прогнозов социально-экономических явлений и процессов;
- навыками организации и проведения экспертных оценок;
- методами прогнозирования социально-экономических явлений и процессов;
- методами оценки качества прогнозов.

**Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины**

умением моделировать бизнес-процессы и использовать методы реорганизации бизнес-процессов в практической деятельности организаций (ПК-13);

владением навыками оценки инвестиционных проектов, финансового планирования и прогнозирования с учетом роли финансовых рынков и институтов (ПК-16);

способностью оценивать экономические и социальные условия осуществления предпринимательской деятельности,

выявлять новые рыночные возможности и формировать новые бизнес-модели (ПК-17).

## 2. СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

### Тема №1 Экономические методы прогнозирования и их классификация.

1. Используя рекомендуемые источники литературы и Интернет - ресурсы, охарактеризуйте особенности развития теории и практики прогнозирования в российских экономических условиях.

2. Назовите выдающихся ученых в области прогнозных исследований. В чем заключался их вклад в развитие прогнозной науки? Сравните исторические условия формирования парадигмы экономического прогнозирования в России и других странах.

3. Проанализируйте генетический и нормативно-целевой подходы к прогнозному процессу. Изучите историю формирования подходов и докажите необходимость их синтеза в разработке прогнозов на различных уровнях развивающейся экономики.

4. Используя справочную правовую систему «Консультант», прочтите Федеральный закон «О государственном прогнозировании и программах социально-экономического развития Российской Федерации» от 20 июля 1995 г. Выразите свою точку зрения по поводу его содержания и предложите возможные дополнения к статьям закона. Уточните, разработаны ли аналогичные нормативно-законодательные документы в региональном законодательстве субъекта Федерации.

5. По материалам официального сайта Института народнохозяйственного прогнозирования Российской академии наук (ИНП РАН) ([www.ecfor.ru](http://www.ecfor.ru)) охарактеризуйте основные направления деятельности этой организации в текущем году. Изучите рынок консалтинговых услуг в области прогнозно-аналитических исследований по материалам периодической печати и информации в сети Интернет.

6. Осуществите обзор дефиниции «прогнозирование», а также приведите различные варианты классификации методов прогнозирования.

## Тема №2 Прогнозирования социально-экономических явлений и процессов методом экстраполяции тренда

### *Теоретическая часть*

Временной (динамический) ряд – это набор значений какого-либо показателя за несколько последовательных моментов или периодов времени.

Отдельные наблюдения называются уровнями ряда.

Самым распространенным статистическим методом, используемым для прогнозирования экономической динамики, является метод прогнозной экстраполяции (экстраполяции трендов), который основан на статистическом наблюдении динамики определенного показателя, определении тенденции его развития и продолжении этой тенденции для будущего периода. Таким образом, при помощи метода экстраполяции тренда закономерности прошлого развития объекта переносятся в будущее.

Выделяют два основных блока среди методов экстраполяции динамических рядов:

1. Аналитические:
  - 1.1. Простая экстраполяция
  - 1.2. Экстраполяция тренда
2. Адаптивные.

Этапы прогнозирования на основе экстраполяции тренда:

- 1) анализ и обработка исходной информации, проверка ряда динамики на наличие тренда;
- 2) выбор вида функции, описывающей временной ряд;
- 3) определение параметров прогнозной функции;
- 4) расчет точечных и интервальных прогнозов.

Временной ряд содержит результаты наблюдения за процессом на некотором участке времени, называемым участком наблюдения.

Участок упреждения – это отрезок времени от последнего наблюдения до того момента, для которого необходимо получить прогноз.

Математической моделью тренда является аппроксимирующая функция, которая строится на основе ретроспективных данных временного ряда.

При построении тренда, прежде чем его подобрать под динамический ряд, статистически проверяют гипотезу о его существовании. Для этой цели используют следующие методы: проверка разности средних, использование поворотных точек, корреляция рангов, применение критерия Кокса и Стюарта, Валлиса и Мура, метод серий, др. При прогнозировании динамических рядов аппроксимируют временные ряды наблюдаемых показателей следующими элементарными функциями:

- 1)  $y = a + b_1 \times t$
- 2)  $y = a + b_1 \times t + b_2 \times t^2$
- 3)  $y = a + b_1 \times t + b_2 \times t^2 + b_3 \times t^3$
- 4)  $y = a + b \times \ln(t)$
- 5)  $y = a \times b^t$
- 6)  $y = a \times t^b$
- 7)  $y = a + \frac{b}{t}$
- 8)  $y = \frac{a}{a + b \times e^{-t}}$
- 9)  $y = \sin t, y = \cos t$ .

Иногда встречаются случаи, когда для экстраполяции применяют несколько типов кривых – комбинированные функции.

Выделить тренд можно тремя путями:

1. Метод скользящей средней
2. Метод укрупнения интервала
3. Метод аналитического выравнивания.

При прогнозировании по возможности необходимо исключать полиномиальные функции высоких порядков, оставляя только порядок величиной 2-3. Это связано с тем, что зачастую полином с высокой степенью может быть достаточно хорошо подогнан под временной ряд, но давать не интерпретируемые или неправильные прогнозы.

После подбора прогнозной функции обычно оцениваются ее параметры с помощью МНК. Это позволяют сделать множество программных пакетов, таких как SPSS, Statistica, CurveExpert, TableCurve.

При простой экстраполяции динамического ряда прогнозная оценка (точечный прогноз) на период упреждения рассчитывается как средняя арифметическая значений интервала оценивания, после чего

обычно рассчитывают доверительный интервал с учетом уровня значимости и стандартного отклонения средней – интервальный прогноз.

Интервальный прогноз рассчитывается на основе стандартной ошибки прогноза:

$$S_r = \sqrt{\frac{\sum (Y_i - Y_f)^2}{n - p}}$$

Где  $Y_i$  - фактическое значение ряда в момент времени  $i$ ,

$Y_f$  - прогнозное значение,

$p$  – число степеней свободы.

### *Практическая часть*

*Цель:* освоение методики прогнозирования показателей методом экстраполяции трендов.

*Задание:* построить прогноз значений показателей методом экстраполяции трендов, используя программные продукты MSExcel и Advance Grapher.

*Ход работы.*

1. Имеются данные о выпуске продукции предприятием ООО «Восток-сервис» за 12 месяцев, тыс. шт. (таблица 1).

Таблица 1 – Выпуск продукции, тыс. шт.

Месяц	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Объем выпуска, тыс. шт.	14,03	13,06	12,52	13,49	13,47	16,36	20,44	21,45	23,23	26,37	22,48	25,51

Ведем гипотезу  $H_0$  о наличии тренда в ряде динамики; гипотеза  $H_1$  – тренд отсутствует. Используя программный продукт MSOfficeExcel, построим уравнение регрессии и определим коэффициент детерминации. Для этого составляем технологическую таблицу 2.

Таблица 2 – Технологическая таблица

x	y	y-уср.	(y-уср.)^2	Yx	y-yx	(y-yx)^2
1	14,03	-4,51	20,30	11,12	2,90	8,42
2	13,06	-5,47	29,91	12,47	0,59	0,35
3	12,52	-6,01	36,10	13,82	-1,29	1,67
4	13,48	-5,05	25,46	15,16	-1,68	2,82
5	13,42	-5,11	26,15	16,51	-3,09	9,56
6	16,35	-2,18	4,73	17,85	-1,50	2,25
7	20,44	1,91	3,64	19,20	1,24	1,53
8	21,45	2,92	8,50	20,55	0,90	0,81
9	23,23	4,70	22,08	21,89	1,34	1,79
10	26,37	7,84	61,50	23,24	3,13	9,82
11	22,48	3,95	15,63	24,58	-2,10	4,41
12	25,51	6,98	48,75	25,93	-0,42	0,17
Сумма	222,34		302,74			43,60
Ср. значение	18,53					
$\sigma^2$ объясн.	21,59	$F_{\text{факт.}} = \sqrt{\frac{\text{объясн.}}{\text{общ.}}}$				0,93
$\sigma^2$ общ.	25,23					

Получили следующие уравнение регрессии и коэффициент детерминации:

$$y = 1,3462x + 9,7783;$$

$$R^2 = 0,856.$$

Уравнение регрессии говорит о том, что связь между  $y$  и  $x$  прямая.

Индекс детерминации, равный 85%, означает, что 85% вариации объемов выпуска продукции ( $y$ ) объясняется вариацией времени ( $x$ ).

Оценим качество построенной модели с помощью  $F$  – критерия Фишера.

Введем гипотезу  $H_0$  о статистической незначимости уравнения регрессии и показателя тесноты связи. Найдем  $F_{\text{факт.}}$ .

$$F_{\text{факт.}} = 0,93.$$

Сравним полученное значение с  $F_{\text{табл.}} = 4,96$ ;

$F_{\text{факт.}} < F_{\text{табл.}}$ , следовательно, гипотеза  $H_0$  отклоняется и признается статистическая значимость уравнения регрессии и показателя тесноты связи.

По исходным данным с помощью метода экстраполяции трендов построим прогноз показателя объема выпуска (тыс. шт.) по линейной модели зависимости  $y=a+bt$ .

Для нахождения параметров заданной функции применим МНК:

$$E = \sum (y - a - b \cdot t)^2 \rightarrow \min$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial E}{\partial a} = -2 \sum (y - a - b \cdot t) = 0; \\ \frac{\partial E}{\partial b} = -2 \sum (y - a - b \cdot t) \cdot t = 0; \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum a + \sum bt = \sum y; \\ \sum at + \sum bt^2 = \sum yt; \\ na + b \sum t = \sum y; \\ a \sum t + b \sum t^2 = \sum yt. \end{array} \right.$$

Для расчета параметров построим технологическую таблицу 3.

Таблица 3 – Технологическая таблица для расчета параметров системы уравнений

	t	y	t <sup>2</sup>	y*t
	1	14,03	1	14,03
	2	13,06	4	26,12
	3	12,52	9	37,57
	4	13,48	16	53,94
	5	13,42	25	67,08
	6	16,35	36	98,12
	7	20,44	49	143,06
	8	21,45	64	171,56
	9	23,23	81	209,06
	10	26,37	100	263,72
	11	22,48	121	247,31
	12	25,51	144	306,14
Сумма	78	222,34	650	1637,71

Система уравнений примет следующий вид:

$$\begin{cases} 12a + 78b = 222,34; \\ 78a + 650b = 637,71 \end{cases}$$

Используя формулы Крамера для решения системы уравнений, получаем:

$$a = 55,23;$$

$$b = -5,65.$$

Таким образом, уравнение имеет вид:

$$y = 55,23 - 5,65t.$$

В прогнозном периоде средний уровень выпуска составит 18,53 тыс. шт. (точечный прогноз).

2. Построим графики фактического и прогнозного ряда объема выпуска ООО «Восток-сервис» с помощью MS Excel.

На рисунке 1 изобразим наложение на выпуск продукции линейной функции.

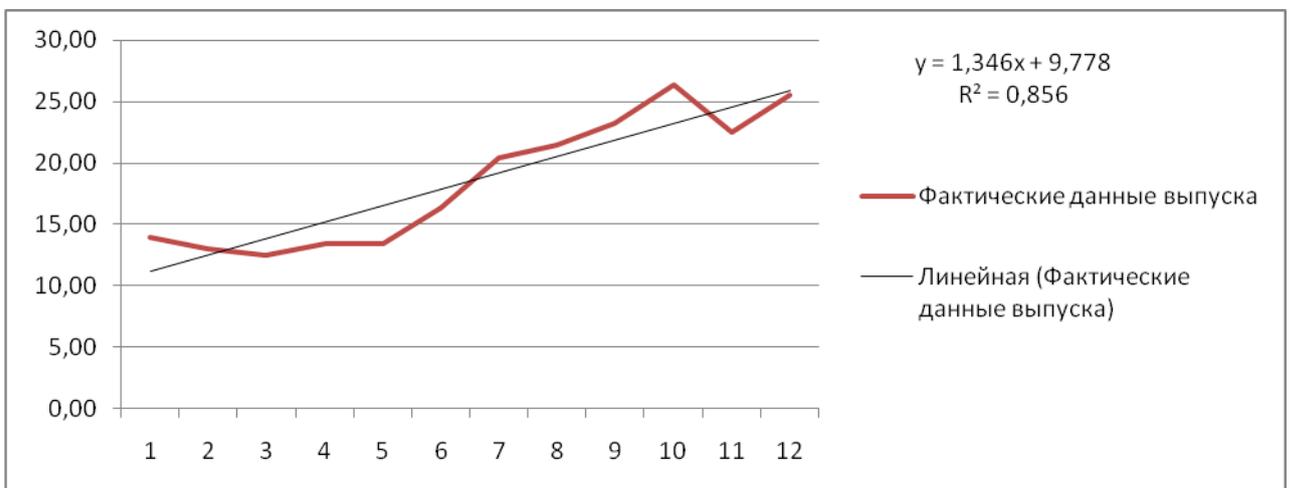


Рисунок 1 – Аппроксимация зависимости показателя выпуска продукции от времени линейной функцией

На рисунке 2 используем для аппроксимации логарифмическую функцию.

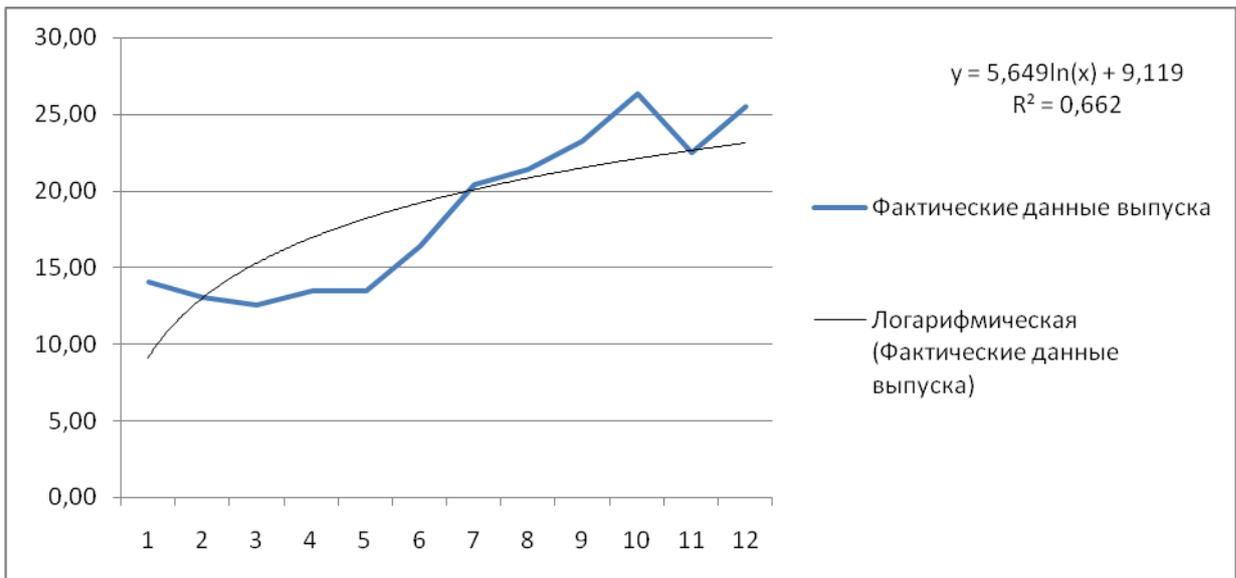


Рисунок 2 – Аппроксимация зависимости показателя выпуска продукции от времени логарифмической функцией

На рисунке 3 – Аппроксимация зависимости показателя выпуска от времени полиномиальной функцией 2-ой степени.

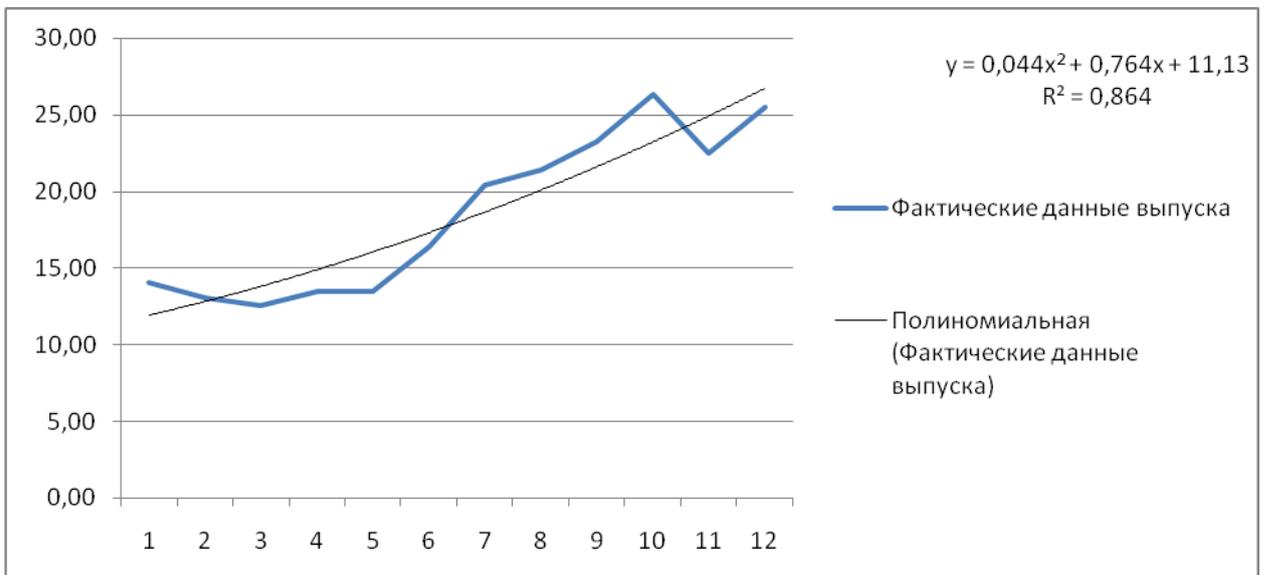


Рисунок 3 - Аппроксимация зависимости показателя выпуска продукции от времени полиномиальной функцией 2-ой степени

Аппроксимация зависимости величины выпуска от времени степенной функцией представлена на рисунке 4.

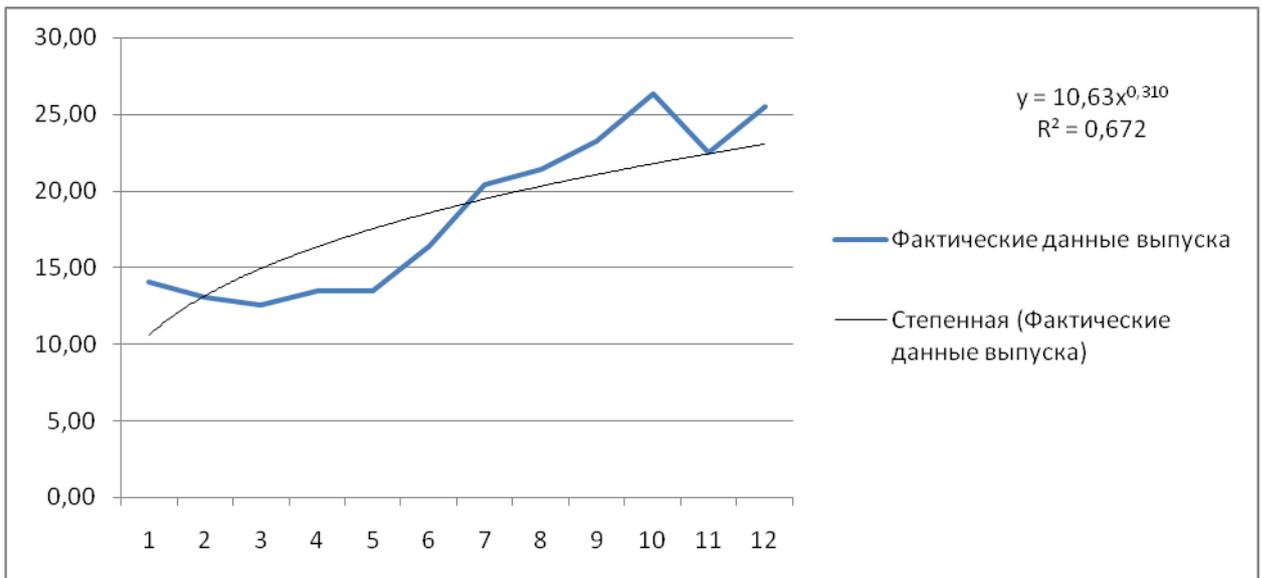


Рисунок 4 - Аппроксимация зависимости показателя выпуска продукции от времени степенной функцией

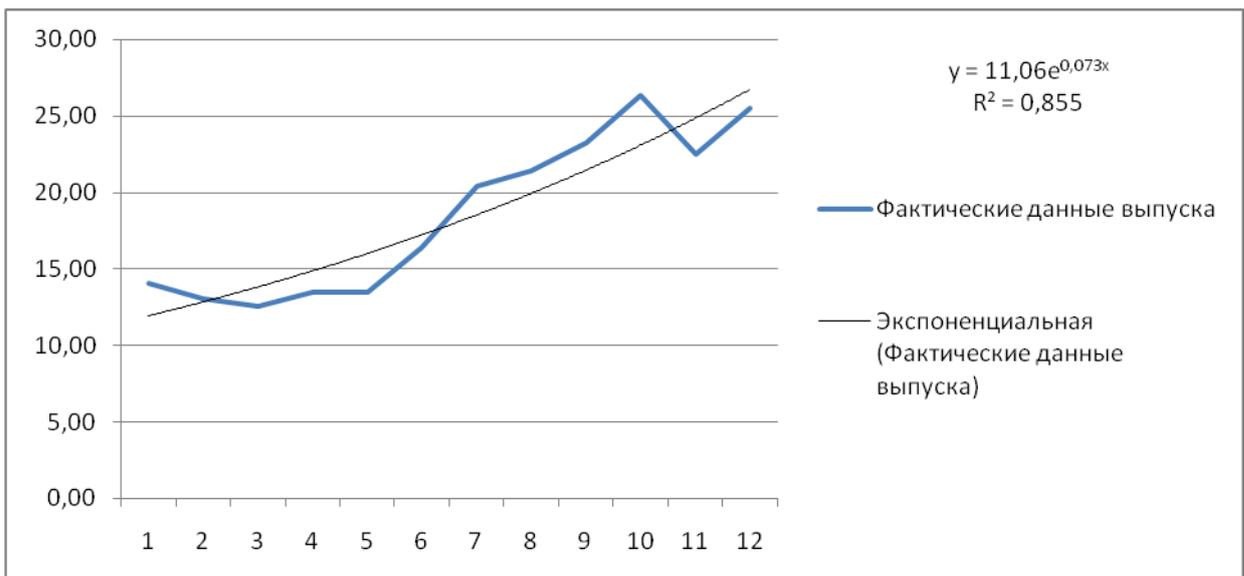


Рисунок 5 – Аппроксимация зависимости показателя выпуска продукции от времени экспоненциальной функцией

Таким образом, мы видим, что наложение линии тренда с помощью различных элементарных функций накладывает отпечаток на вид линии тренда и носит в себе элемент субъективизма.

Рассчитаем среднюю ошибку аппроксимации и проведем оценку качества прогноза.

Для интервального прогноза составим технологическую таблицу 4.

Таблица 4 – Технологическая таблица расчета показателей аппроксимации

x	y	yt	y-yt мод.	(y-yt мод.)/y	(y-yt)^2
1	14,03	18,53	4,51	0,32	20,30
2	13,06	18,53	5,47	0,42	29,91
3	12,52	18,53	6,01	0,48	36,10
4	13,48	18,53	5,05	0,37	25,46
5	13,42	18,53	5,11	0,38	26,15
6	16,35	18,53	2,18	0,13	4,73
7	20,44	18,53	1,91	0,09	3,64
8	21,45	18,53	2,92	0,14	8,50
9	23,23	18,53	4,70	0,20	22,08
10	26,37	18,53	7,84	0,30	61,50
11	22,48	18,53	3,95	0,18	15,63
12	25,51	18,53	6,98	0,27	48,75
Сумма	222,34	222,36	56,62	3,29	302,74

Рассчитаем стандартное отклонение:

$$S = 5,25$$

Таким образом, в прогнозном периоде средний уровень выпуска будет находиться в интервале [13,28; 23,78].

Рассчитаем среднюю ошибку аппроксимации:

$$A = 3,29/12 * 100\% = 27,39\% = 27,4\%$$

Так как ошибка прогноза  $A = 27,4\% > 12\%$ , то полученный прогноз нельзя назвать адекватной реальным условиям.

Построим прогноз значений показателей выпуска продукции ООО «Восток-сервис» методом экстраполяции трендов с помощью программного продукта Advance Grapher.

Программа Advance Grapher предназначена для построения и преобразования графиков функций различного вида и обеспечивает демонстрацию связи формулы и графика функций.

Построение графиков функций можно производить в декартовой и полярной системах координат. Пользователь может самостоятельно задать функцию вида  $y = f(x)$ , параметрического вида  $y = f(t)$ ,  $x = g(t)$  или полярную функцию  $r = r(t)$ . Имеется набор «стандартных» функций: степенных, тригонометрических и гиперболических. К графикам функций можно строить касательные.

Advance Grapher даёт возможность производить над функциями и их графиками различные преобразования: смещение графика функций относительно координатных осей, сжатие,

растяжение, зеркальное отображение относительно осей координат. Можно производить взаимные преобразования нескольких функций, такие как сложение функций, умножение и деление одной функции на другую, преобразование вида  $f(g(x))$ . При этом соответствующие преобразования одновременно влияют как на графическое изображение функции, так и на её аналитический вид.

Имеются различного рода графические возможности, предназначенные для оформления графиков функций, для придания им более наглядного вида. Можно ставить надписи, отмечать точки, отрезки, интервалы и многое другое.

Так как для построения функций используются численные, а не аналитические методы, возможны некоторые неточности построения в сложных критических точках.

С помощью программы Advance Grapher можно создавать симуляции, демонстрирующие различные математические законы и теоремы, связанные с графиками и их функциями.

На рисунке 6 изобразим график зависимости выпуска продукции ( $y$ ) от времени ( $t$ ).

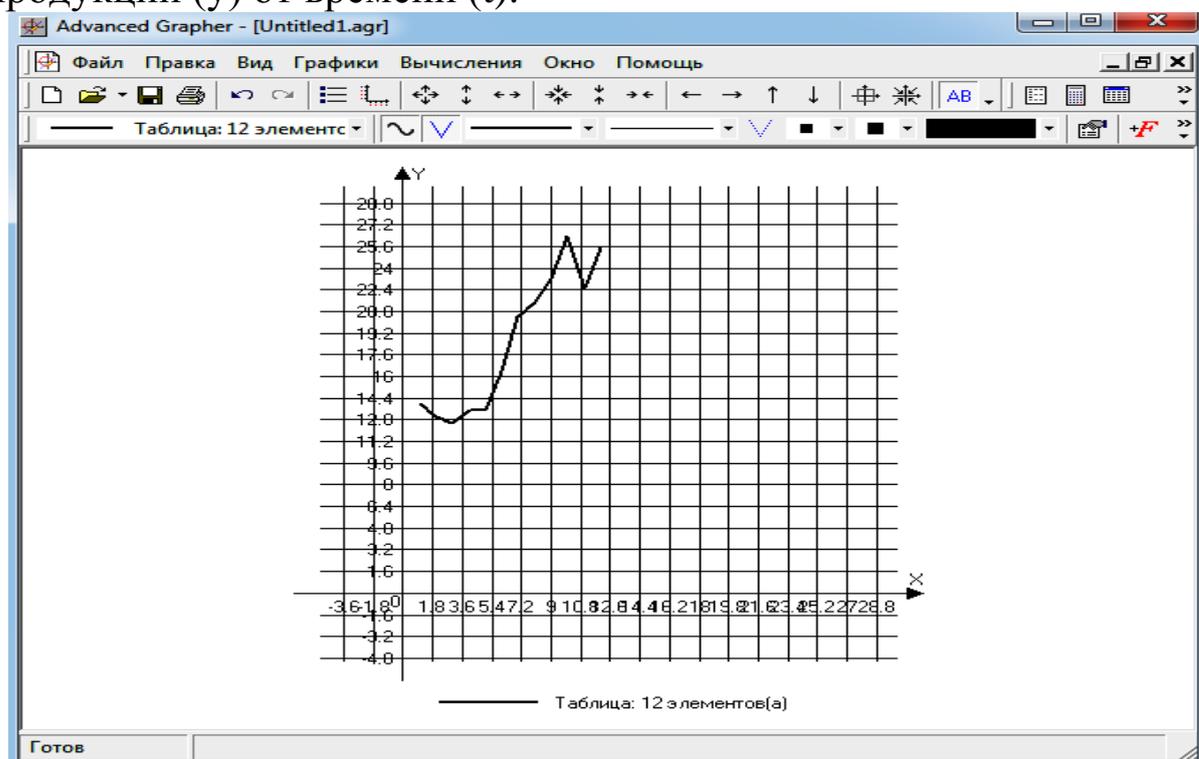


Рисунок 6 – График функции в Advance Grapher

Далее, используя инструмент «Регрессионный анализ», построим различные виды регрессий в программе на рисунках 7-14.

На рисунке 7 изобразим наложение линейной функции  $y = a \cdot x + b$ :

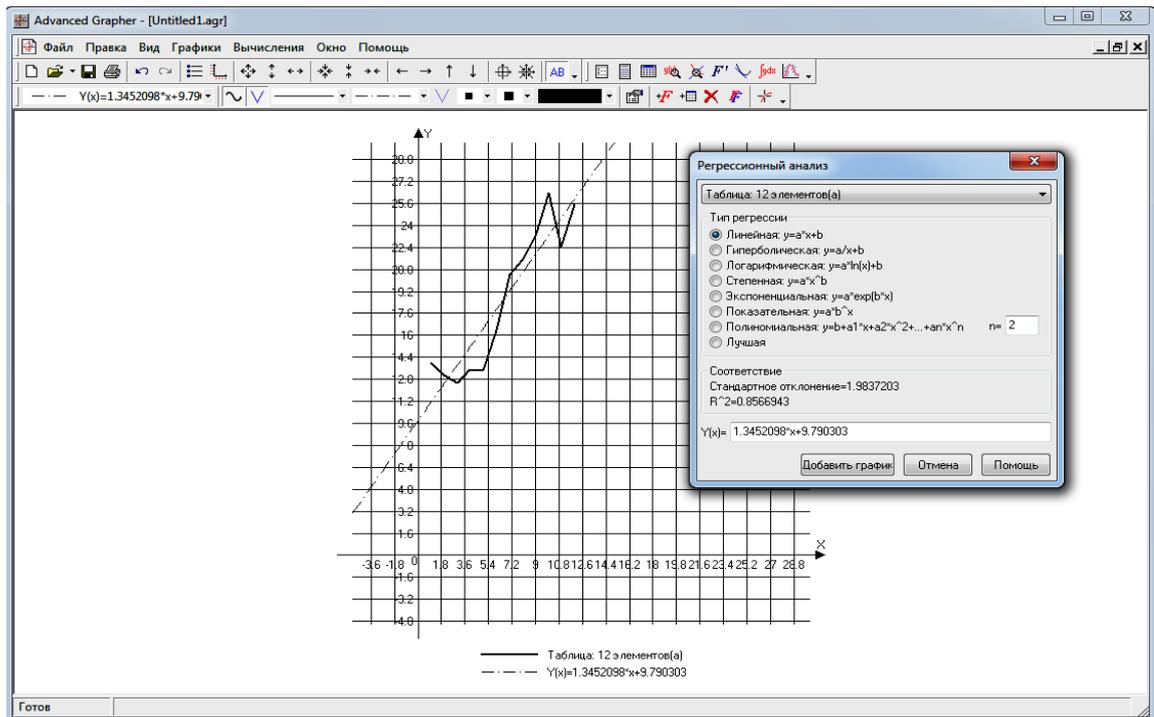


Рисунок 7 – Аппроксимация зависимости показателя выпуска продукции от времени экспоненциальной функцией

На рисунке 8 изобразим наложение гиперболической функции вида  $y = a/x + b$ :

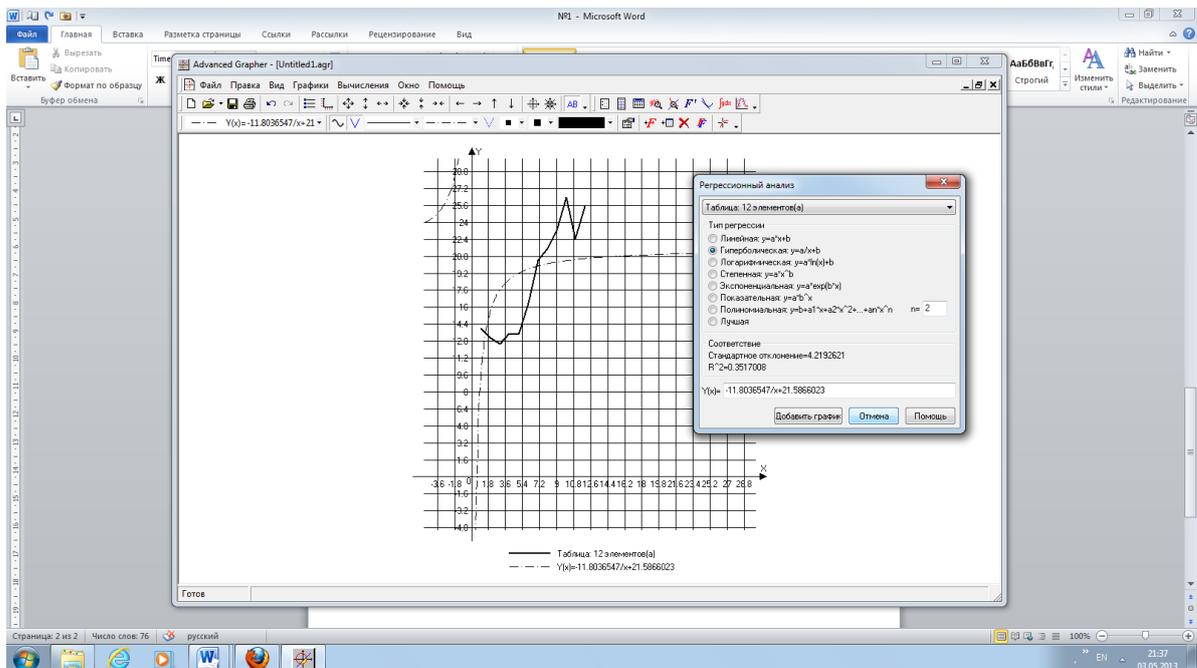


Рисунок 8 – Аппроксимация зависимости показателя выпуска продукции от времени гиперболической функцией

На рисунке 9 наложим на график логарифмической функции  $y = a \cdot \ln(x) + b$ :

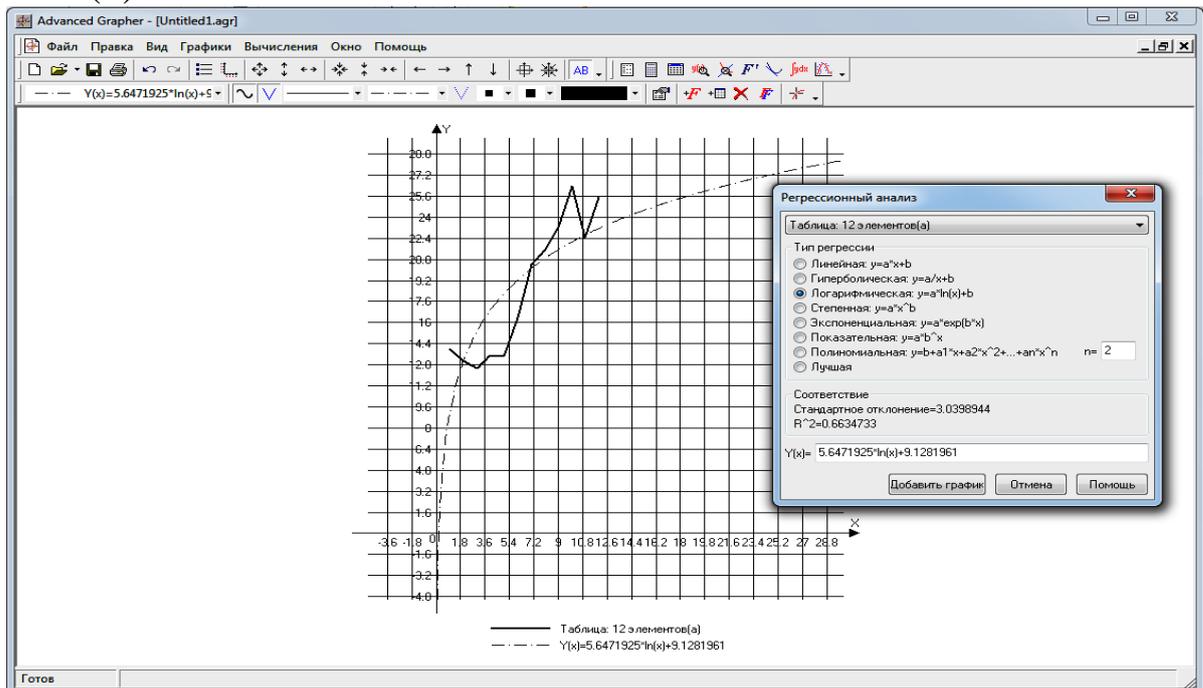


Рисунок 9 – Аппроксимация зависимости показателя выпуска продукции от времени логарифмической функцией

На рисунке 10 изобразим наложение степенной функции вида  $y = a \cdot x^b$ :

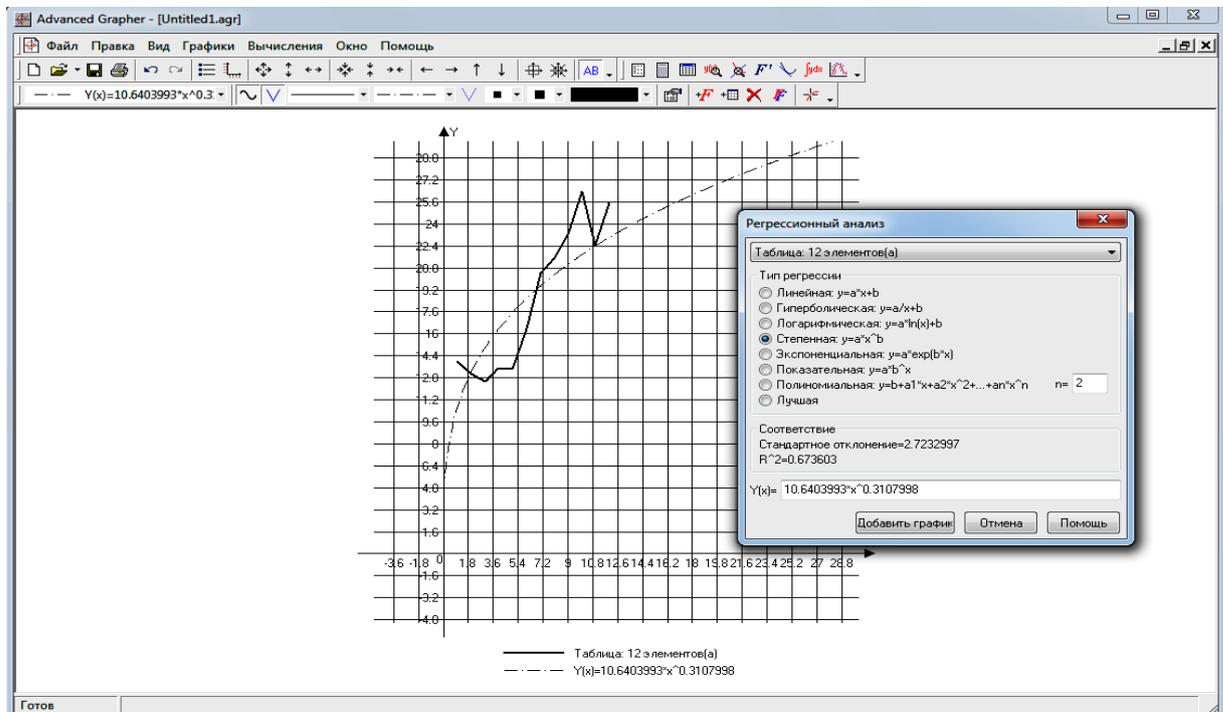


Рисунок 10 – Аппроксимация зависимости показателя выпуска продукции от времени степенной функцией

На рисунке 11 изобразим наложение экспоненциальной функции вида  $y = a \cdot \exp(b \cdot x)$ :

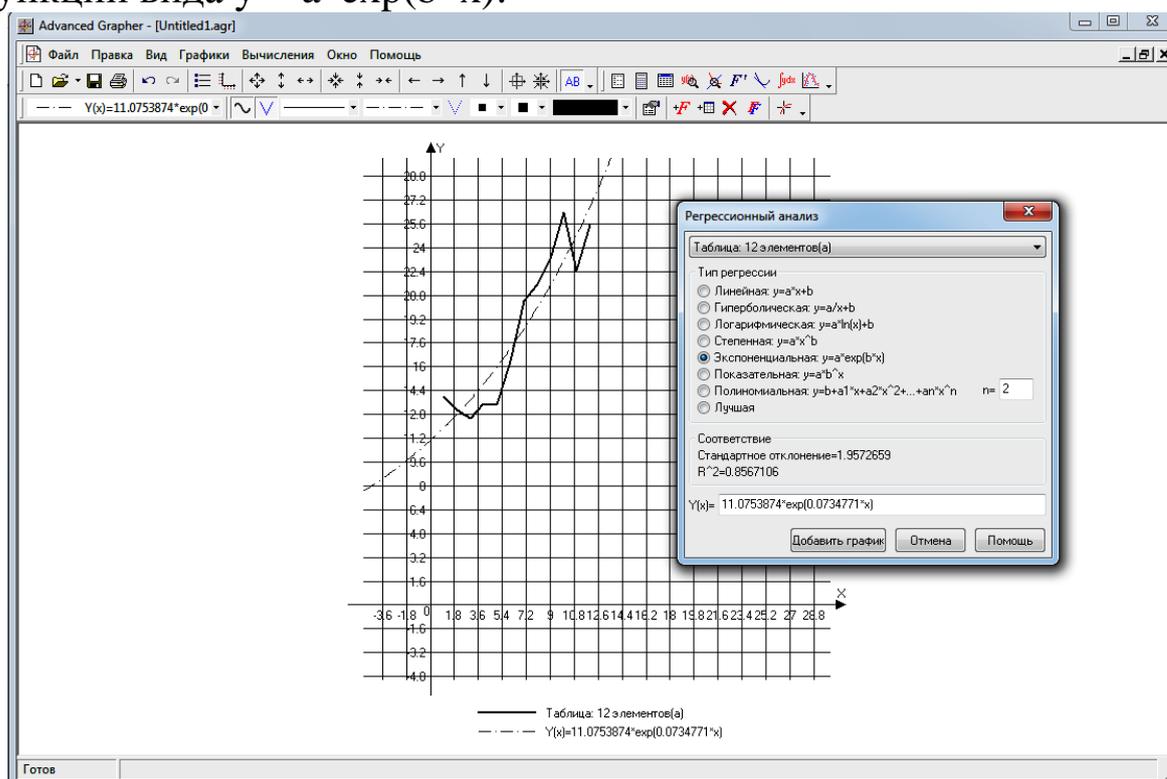


Рисунок 11 – Аппроксимация зависимости показателя выпуска продукции от времени экспоненциальной функцией

На рисунке 12 изобразим наложение показательной функции вида  $y = a \cdot b^x$ :

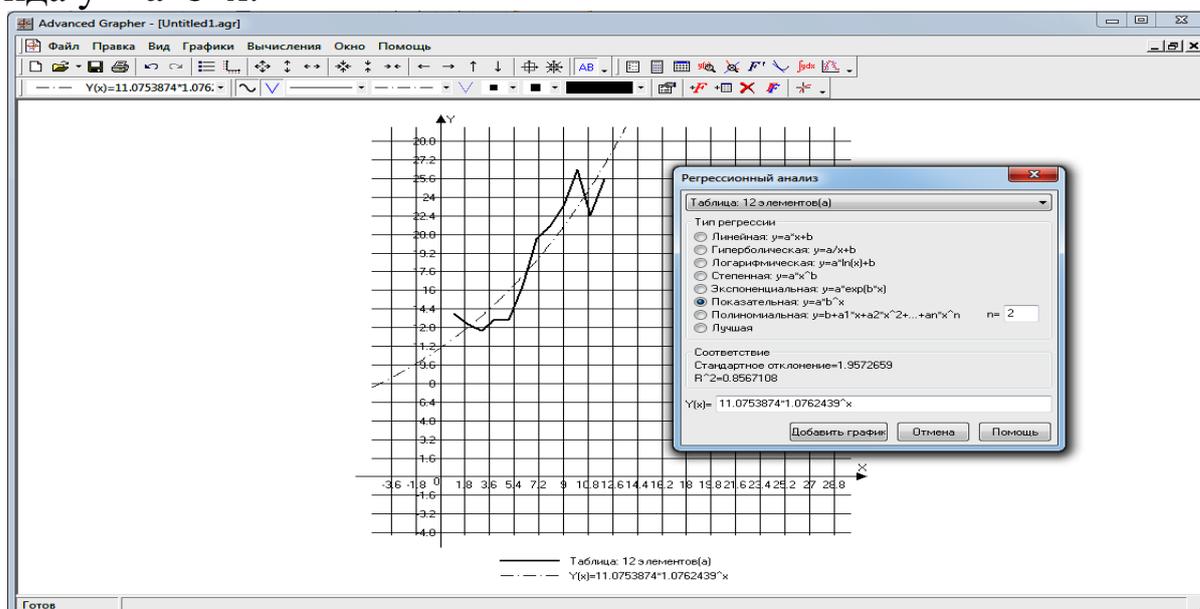


Рисунок 12 – Аппроксимация зависимости показателя выпуска продукции от времени показательной функцией

На рисунке 13 изобразим наложение полиномиальной функции:  $y = b \cdot a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + a_n \cdot x^n$ :

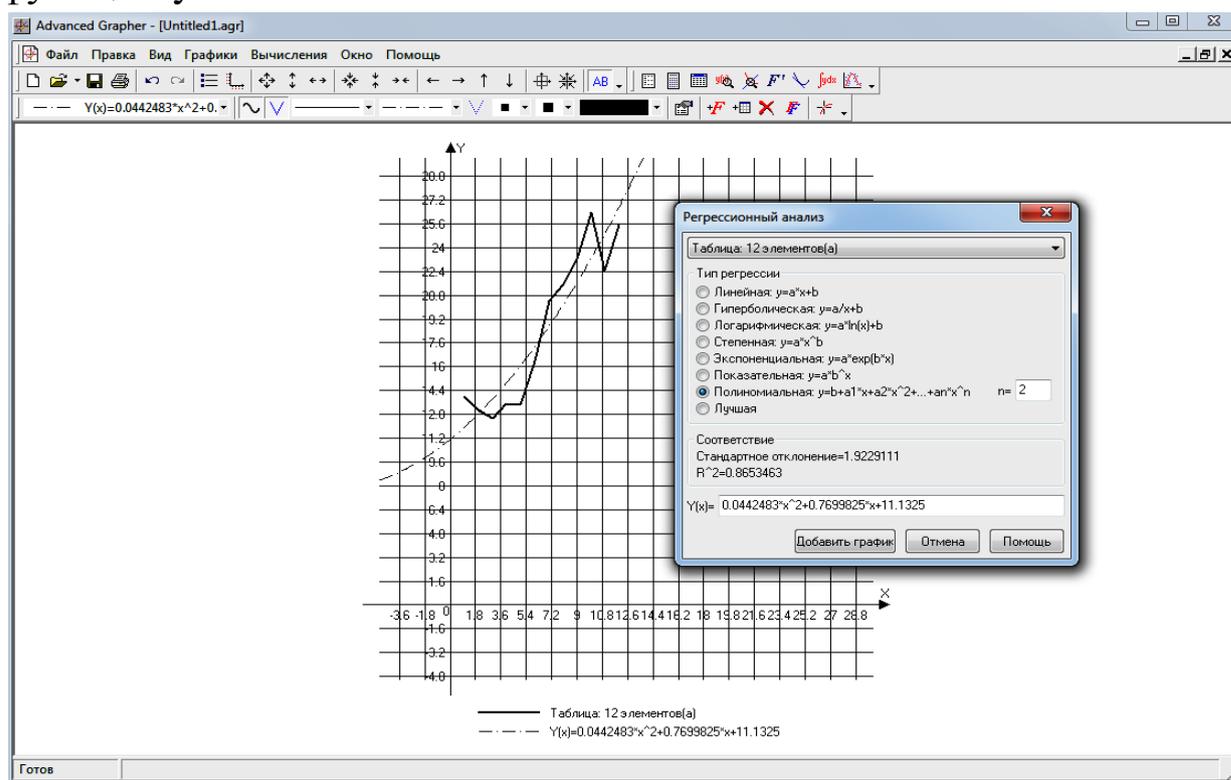


Рисунок 13 – Аппроксимация зависимости показателя выпуска продукции от времени полиномиальной функцией

Таким образом, мы видим, что наложение линии тренда с помощью различных элементарных функций накладывает отпечаток на вид линии тренда и носит в себе элемент субъективизма.

В таблице 5 проведем оценку функций, приведя стандартное отклонение и коэффициент детерминации для каждого и полученных уравнений.

Таблица 5 – Оценка функций

Вид функции	Уравнение	Стандартное отклонение	Коэффициент детерминации
Линейная	$y = 1.3452098 \cdot x + 9.790303$	1.9837	0.8567
Гиперболическая	$y = -11.8036547/x + 21.5866023$	4.2192	0.3517
Логарифмическая	$y = 5.6471925 \cdot \ln(x) + 9.1281961$	3.0399	0.6635
Степенная	$y = 10.6403993 \cdot x^{0.3107998}$	2.7233	0.6736
Экспоненциальная	$y = 11.0753874 \cdot \exp(0.0734771 \cdot x)$	1.9573	0.8567

Показательная	$y = 11.0753874 * 1.0762439^x$	1.9573	0.8567
Полиномиальная	$y = 0.0442483 * x^2 + 0.7699825 * x + 11.1325$	1.9229	0.8653

Анализируя данные таблицы, скажем, что наиболее адекватно и точно объем выпуска ООО «Восток-сервис» в ретроспективном периоде описывает полиномиальная функция, которой соответствует максимальное значение  $R^2=0,8653$ .

Сравнивая результаты, полученные с использованием MSExcel и Advance Grapher, мы получили идентичные результаты наложения элементарных функций, и как наиболее отвечающую требованиям временного ряда полиномиальную функцию. Таким образом, осуществлять наложение линии тренда практически и при использовании программы Advance Grapher.

3. Подберем комбинированную функцию, описывающую зависимость выпуска от времени.

$$y(t) = a + u \cos(2\pi/n)t + v \sin(2\pi/n)t$$

Построим технологическую таблицу 6.

Таблица 6 – Технологическая таблица для нахождения комбинированной функции

t	y	a	u	v	yp(t)	Остатки	Квадрат остатков
1	14,03	9,778332	0,98284196	0,99017029	11,12448588	2,90	8,41
2	13,06				12,47063991	0,59	0,35
3	12,52				13,81679393	-1,29	1,68
4	13,48				15,16294796	-1,68	2,82
5	13,42				16,50910198	-3,09	9,57
6	16,35				17,85525601	-1,50	2,25
7	20,44				19,20141003	1,24	1,53
8	21,45				20,54756405	0,90	0,81
9	23,23				21,89371808	1,34	1,78
10	26,37				23,2398721	3,13	9,81
11	22,48				24,58602613	-2,10	4,42
12	25,51				25,93218015	-0,42	0,18
78	222,34				222,3399962	0,00	43,60

Построим графики зависимостей на рисунке 14.

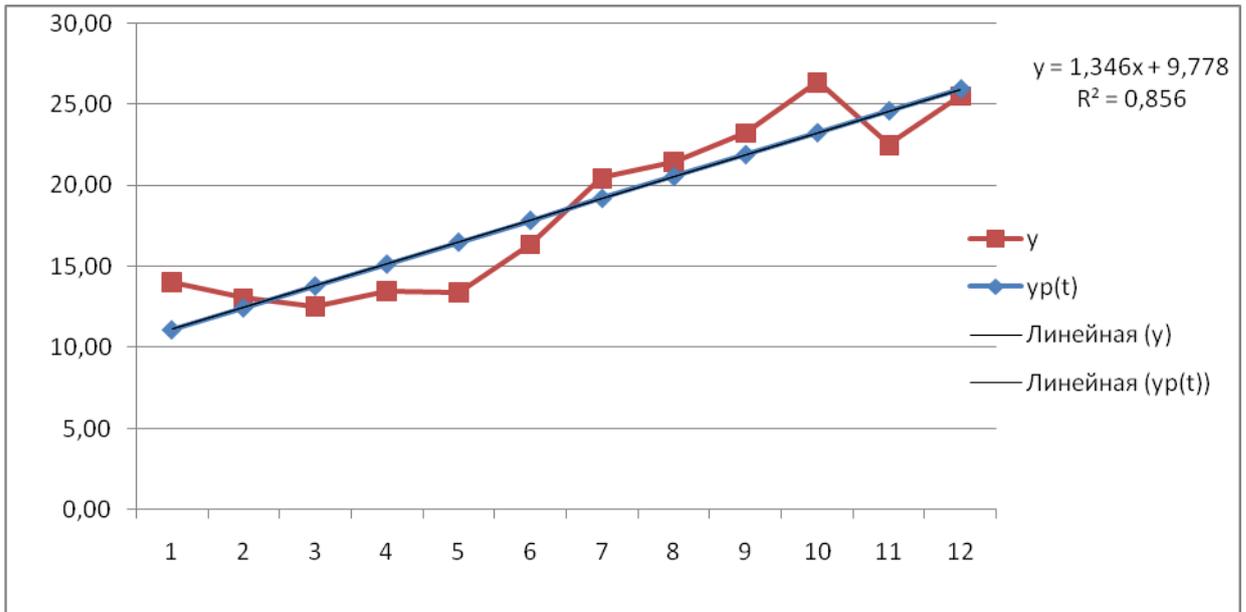


Рисунок 14 – Аппроксимация зависимости показателя объема реализации автомобильных шин от времени с помощью комбинированной функции.

С помощью функции «Поиск решений» находим параметры уравнения, минимизируя сумму квадратов остатков.

Получили уравнение следующего вида:

$$y(t) = 9,78 + 0,98\cos(2\pi/n)t + 0,99 \sin(2\pi/n)t$$

Рассчитаем среднюю ошибку аппроксимации и коэффициент детерминации. Построим следующую технологическую таблицу 7.

Таблица 7 – Технологическая таблица

t	y	yp(t)	y-yp(t)	(y-yp(t))^2	y-yp(t)мод.	y-yp(t)мод./y	(y-уср.)^2
1	12,47	11,12	1,35	1,82	1,82	0,15	72,25
2	13,06	12,47	0,59	0,35	0,35	0,03	82,65
3	12,52	13,81	-1,29	1,66	1,66	0,13	73,14
4	13,48	15,16	-1,68	2,81	2,81	0,21	90,52
5	13,42	16,51	-3,09	9,57	9,57	0,71	89,23
6	16,35	17,86	-1,51	2,27	2,27	0,14	153,36
7	20,44	19,2	1,24	1,53	1,53	0,07	271,16
8	21,45	20,57	0,88	0,77	0,77	0,04	305,38
9	23,23	21,9	1,33	1,77	1,77	0,08	370,91
10	26,37	23,24	3,13	9,81	9,81	0,37	501,85
11	22,48	24,59	-2,11	4,44	4,44	0,20	342,73
12	25,51	25,93	-0,42	0,17	0,17	0,01	464,06
78	220,79	222,34	-1,55	2,42	2,42	0,01	47008,74
156	441,57	444,7	-3,13	39,38	39,38	2,14	49825,97

$$A = 17,83\%.$$

В среднем расчетные значения отклоняются от фактических на 17,83%, качество модели оценивается как допустимое, т. к. средняя ошибка аппроксимации находится в пределах допустимого уровня.

Рассмотрим функции с оценкой их адекватности.

Таблица 8 – Перечень функций и их оценка

Перечень функций		R <sup>2</sup>
Наименование	Вид	
Линейная	$y = 1,3462x + 9,7783$	0,856
Полиномиальная 2-ой степени	$y = 0,0448x^2 + 0,7642x + 11,136$	0,8648
Логарифмическая	$y = 5,6491\ln(x) + 9,1192$	0,6624
Степенная	$y = 10,634x^{0,3109}$	0,6722
Экспоненциальная	$y = 11,066e^{0,0735x}$	0,8557

Основываясь на значениях коэффициента детерминации можно сделать вывод, что наиболее точно объем выпуска описывает полиномиальная функция, которой соответствует максимальное значение  $R^2=0,8648$ .

$$y = 0,0448x^2 + 0,7642x + 11,136.$$

Рассчитаем точечные оценки прогноза:

$$y(13) = 433,55;$$

$$y(14) = 854,64;$$

$$y(15) = 1695,46.$$

Рассчитаем стандартную ошибку уравнения по формуле:

$$S_r = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - y_f)^2}{n - p}}$$

Таблица 9 – Технологическая таблица расчета стандартной ошибки уравнения функции

t	y	ур.	E(t)	E(t)^2	t-tcp.	(t-tcp.)^2
1	12,47	11,945	0,53	0,28	-11	121
2	13,06	12,8436	0,22	0,05	-10	100
3	12,52	13,8318	-1,31	1,72	-9	81
4	13,48	14,9096	-1,43	2,03	-8	64
5	13,42	16,077	-2,66	7,08	-7	49
6	16,35	17,334	-0,98	0,96	-6	36
7	20,44	18,6806	1,76	3,08	-5	25
8	21,45	20,1168	1,33	1,76	-4	16
9	23,23	21,6426	1,59	2,52	-3	9
10	26,37	23,258	3,11	9,70	-2	4

11	22,48	24,963	-2,48	6,15	-1	1
12	25,51	26,7576	-1,25	1,55	0	0
7	220,79	222,3596	-1,57	36,88	-66	506

По данным таблицы рассчитаем верхнюю и нижнюю границу интервальных прогнозов.

$$S_r = \sqrt{\frac{36,88}{12 - 3}} = 2,02$$

$$S_{yf} = 2,02 * \sqrt{1 + \frac{1}{12} + \frac{(13 - 7)^2}{506}} = 2,02 * 1,072 = 2,165.$$

Нижняя граница (t = 13): 433,55 – 2,165 = 431,385

Верхняя граница (t = 13): 433,55 + 2,165 = 435,715

$$S_{yf} = 2,02 * \sqrt{1 + \frac{1}{12} + \frac{(14 - 7)^2}{506}} = 2,02 * 1,063 = 2,194.$$

Нижняя граница (t = 14): 854,64 – 2,194 = 852,446

Верхняя граница (t = 14): 854,64 + 2,194 = 856,834

$$S_{yf} = 2,02 * \sqrt{1 + \frac{1}{12} + \frac{(15 - 7)^2}{506}} = 2,02 * 1,1 = 2,222$$

Нижняя граница (t = 15): 1695,46 – 2,222 = 1693,238

Верхняя граница (t = 15): 1695,46 + 2,222 = 1697,682

Построим сводную итоговую таблицу 10.

Таблица 10 - Точечные и интервальные прогнозные оценки

t	Точечный прогноз, $Y_p(t)$	Интервальный прогноз, $Y_p(t)$	
		Нижняя граница	Верхняя граница
11	433,55	431,385	435,715
12	854,64	852,446	856,834
13	1695,46	1693,238	1697,682

### Выводы.

При использовании метода экстраполяции трендов, был получен прогноз объема выпуска продукции ООО «Восток – сервис» на последующие три года различными способами. Наиболее вероятный прогноз дала полиномиальная функция 2-ой степени  $y = 0,0448x^2 + 0,7642x + 11,136$ , т.е. средняя ошибка аппроксимации наименьшая, а коэффициент детерминации

наибольший. Наложение элементарных функций было осуществлено с помощью программных продуктов MSExcel и Advance Grapher. В периоде упреждения наблюдается тенденция увеличения объема выпуска продукции, что подтверждают точные и интервальные прогнозы, полученные с помощью аппроксимирующей функции.

### **Тема №3 Прогнозирование сезонных колебаний. Адаптивные методы прогнозирования.**

#### **Прогнозирование сезонных колебаний** *Теоретическая часть*

Существует несколько подходов к анализу структуры временных рядов, содержащих сезонные и циклические колебания. Расчет значений сезонной компоненты производится методом скользящей средней и построение аддитивной или мультипликативной модели временного ряда. Общий вид аддитивной модели:

$$Y = T + S + E.$$

Эта модель предполагает, что каждый уровень временного ряда может быть представлен как произведение трендовой (Т), сезонной (S) и случайной (E) компонент. Общий вид мультипликативной модели выглядит так:

$$Y = T * S * E.$$

Процесс построения модели включает следующие этапы:

- 1) выравнивание исходного ряда методом скользящей средней;
- 2) расчет значений сезонной компоненты S;
- 3) устранение сезонной компоненты из исходных уровней ряда, получение выровненных данных (Т+Е) в аддитивной или (Т\*Е) в мультипликативной модели;
- 4) аналитическое выравнивание уровней и расчет значений Т с использованием полученного уравнения тренда;
- 5) расчет полученных по модели значений (Т+S) или (Т\*S);
- 6) расчет абсолютных или относительных ошибок.

Процесс прогнозирования по аддитивной и мультипликативной моделям имеет отличия, обусловленные спецификой моделей.

#### *Практическая часть*

*Цель:* Изучение методологической основы прогнозирования сезонных колебаний.

*Задание:* Построить прогноз значений показателей с учетом сезонности.

*Ход работы.*

Используя данные о динамике объемов продаж за 21 месяц, определить прогнозные значения объемов продаж на 7 месяцев с учетом сезонности. Данные приведены в таблице 11.

Таблица 11 – Фактические данные объемов продаж

Время	№ месяца	Фактические данные объемов продаж
1 год		
Июнь	1	4500
Июль	2	4735
Август	3	3026
Сентябрь	4	3258
Октябрь	5	2507
Ноябрь	6	1199
Декабрь	7	1049
2 год		
Январь	8	2753
Февраль	9	3105
Март	10	4232
Апрель	11	4103
Май	12	4400
Июнь	13	4255
Июль	14	5720
Август	15	2640
Сентябрь	16	2150
Октябрь	17	2300
Ноябрь	18	1468
Декабрь	19	2670
3 год		
Январь	20	2049
Февраль	21	4238

Подберем комбинированную функцию, описывающую зависимость объема производства продукции предприятия от времени:

$$y_t = a + u \cos(2\pi/n)t + v \sin(2\pi/n)t$$

Найдем параметры данного уравнения с помощью функции «Поиск решения» программного продукта MS Excel. Результаты работы представим в таблице 12.

Таблица 12 – Технологическая таблица для расчета параметров комбинированной функции

t	y	a	u	v	Yp(t)	Остатки	Квадрат остатков
1	4500	3459,13	-25,66	-7,20	3432,49	1067,51	1139579,48
2	4735				3405,85	1329,16	1766653,10
3	3026				3379,20	-353,20	124750,82
4	3258				3352,56	-94,56	8940,96
5	2507				3325,91	-818,91	670617,70
6	1199				3299,27	-2100,27	4411127,18
7	1049				3272,62	-2223,62	4944504,62
8	2753				3245,98	-492,98	243029,34
9	3105				3219,34	-114,34	13072,70
10	4232				3192,69	1039,31	1080161,64
11	4103				3166,05	936,95	877879,80
12	4400				3139,40	1260,60	1589103,67
13	4355				3112,76	1242,24	1543161,97
14	5720				3086,12	2633,88	6937349,44
15	2640				3059,47	-419,47	175955,91
16	2150				3032,83	-882,83	779383,23
17	2300				3006,18	-706,18	498693,99
18	1498				2979,54	-1481,54	2194956,43
19	2670				2952,89	-282,89	80029,23
20	2049				2926,25	-877,25	769567,97
21	4238				2899,61	1338,39	1791298,29
Сумма	66487						31639817,45

Искомая комбинированная функция имеет вид:  $y_t = 3459,133 - 25,661 \cos(2\pi/n)t - 7,201 \sin(2\pi/n)t$

Графически комбинированная функция, описывающая зависимость объемов продаж от времени, представлена на рисунке 15.

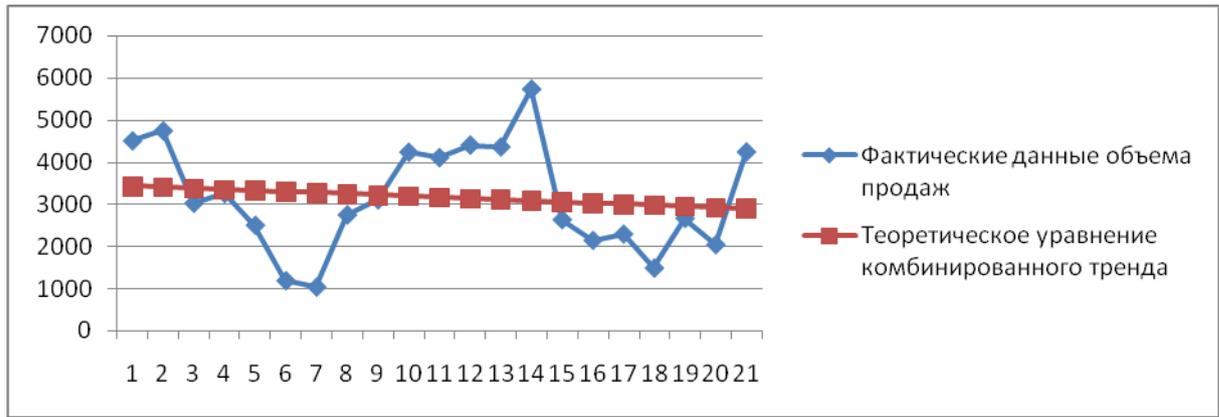


Рисунок 16 – Аппроксимация зависимости показателя объема продаж от времени с помощью комбинированной функции

Далее спрогнозируем объем продаж на 7 месяцев с учетом сезонности (таблица 3).

Таблица 13 – Динамика объемов продаж

t	y	yt-1	yt-2	yt-3	yt-4	yt-5
1	4500					
2	4735	4500				
3	3026	4735	4500			
4	3258	3026	4735	4500		
5	2507	3258	3026	4735	4500	
6	1199	2507	3258	3026	4735	4500
7	1049	1199	2507	3258	3026	4735
8	2753	1049	1199	2507	3258	3026
9	3105	2753	1049	1199	2507	3258
10	4232	3105	2753	1049	1199	2507
11	4103	4232	3105	2753	1049	1199
12	4400	4103	4232	3105	2753	1049
13	4355	4400	4103	4232	3105	2753
14	5720	4355	4400	4103	4232	3105
15	2640	5720	4355	4400	4103	4232
16	2150	2640	5720	4355	4400	4103
17	2300	2150	2640	5720	4355	4400
18	1498	2300	2150	2640	5720	4355
19	2670	1498	2300	2150	2640	5720
20	2049	2670	1498	2300	2150	2640
21	4238	2049	2670	1498	2300	2150

Последовательность коэффициентов автокорреляции уровней первого, второго и последующих порядков называют автокорреляционной функцией временного лага.

Значения коэффициентов корреляции представлены в таблице 14.

Таблица 14 – Коэффициенты автокорреляции

Лаг	Коэффициент автокорреляции
1	0,53
2	0,28
3	-0,10
4	-0,44
5	-0,67
6	0,60
7	0,31
8	-0,03
9	-0,41
10	0,60
11	0,27
12	-0,07
13	0,60
14	0,26
15	0,58

По графику исходного ряда (рисунок 1) и значениям коэффициента автокорреляции можно установить наличие приблизительно равной амплитуды колебаний. Это свидетельствует о возможном существовании в ряде аддитивной модели. Рассчитаем ее коэффициенты в таблице 15.

Таблица 15 – Расчет выровненных значений  $T$  и ошибок  $E$  в аддитивной модели

t	y	$S_t$	$T+E = Y_t - S_t$	T	T+S	$E = Y_t - (T+S)$
1	4500	554,15	3945,85	3432,49	3986,64	-554,15
2	4735	-1342,03	6077,03	3405,84	2063,81	1342,03
3	3026	847,55	2178,45	3379,20	4226,75	-847,55
4	3258	710,38	2547,62	3352,56	4062,93	-710,38
5	2507	-770,05	3277,05	3325,91	2555,87	770,05
6	1199	554,15	644,85	3299,27	3853,42	-554,15
7	1049	-1342,03	2391,03	3272,62	1930,59	1342,03
8	2753	847,55	1905,45	3245,98	4093,53	-847,55
9	3105	710,38	2394,62	3219,34	3929,71	-710,38
10	4232	-770,05	5002,05	3192,69	2422,64	770,05
11	4103	554,15	3548,85	3166,05	3720,19	-554,15
12	4400	-1342,03	5742,03	3139,40	1797,37	1342,03
13	4355	847,55	3507,45	3112,76	3960,31	-847,55
14	5720	710,38	5009,62	3086,12	3796,49	-710,38
15	2640	-770,05	3410,05	3059,47	2289,42	770,05
16	2150	554,15	1595,85	3032,83	3586,97	-554,15

17	2300	-1342,03	3642,03	3006,18	1664,15	1342,03
18	1498	847,55	650,45	2979,54	3827,09	-847,55
19	2670	710,38	1959,62	2952,89	3663,27	-710,38
20	2049	-770,05	2819,05	2926,25	2156,20	770,05
21	4238	554,15	3683,85	2899,61	3453,75	-554,15
22	1531	-1342,03	2872,96	2872,96	1530,93	1342,03
23	3694	847,55	2846,32	2846,32	3693,87	-847,55
24	3530	710,38	2819,67	2819,67	3530,05	-710,38
25	2023	-770,05	2793,03	2793,03	2022,98	770,05
26	3321	554,15	2766,39	2766,39	3320,53	-554,15
27	1398	-1342,03	2739,74	2739,74	1397,71	1342,03
28	3561	847,55	2713,10	2713,10	3560,65	-847,55

Заметим, что прогнозное значение уровня временного ряда в аддитивной модели, искомое согласно условиям задачи – это сумма трендовой и сезонной компонент: Рассчитаем прогнозные значения объемов продаж до октября 3-его года в таблице 16.

Таблица 16 – Расчет прогнозных значений объемов продаж

t	y	Si	T+E = Yt - Si	T	T+S	E = Yt - (T+S)
1	4500	554,1468	3945,8532	3432,489	3986,636	-554,1468
2	4735	-1342,03	6077,03	3405,845	2063,815	1342,03
3	3026	847,55	2178,45	3379,201	4226,751	-847,55
4	3258	710,3766	2547,6234	3352,557	4062,933	-710,3766
5	2507	-770,047	3277,047	3325,913	2555,866	770,047
6	1199	554,1468	644,8532	3299,268	3853,415	-554,1468
7	1049	-1342,03	2391,03	3272,624	1930,594	1342,03
8	2753	847,55	1905,45	3245,98	4093,53	-847,55
9	3105	710,3766	2394,6234	3219,336	3929,713	-710,3766
10	4232	-770,047	5002,047	3192,692	2422,645	770,047
11	4103	554,1468	3548,8532	3166,048	3720,194	-554,1468
12	4400	-1342,03	5742,03	3139,403	1797,373	1342,03
13	4355	847,55	3507,45	3112,759	3960,309	-847,55
14	5720	710,3766	5009,6234	3086,115	3796,492	-710,3766
15	2640	-770,047	3410,047	3059,471	2289,424	770,047
16	2150	554,1468	1595,8532	3032,827	3586,974	-554,1468
17	2300	-1342,03	3642,03	3006,183	1664,153	1342,03
18	1498	847,55	650,45	2979,539	3827,089	-847,55
19	2670	710,3766	1959,6234	2952,894	3663,271	-710,3766
20	2049	-770,047	2819,047	2926,25	2156,203	770,047
21	4238	554,1468	3683,8532	2899,606	3453,753	-554,1468
22	1531	-1342,03	2872,96193	2872,962	1530,932	1342,03
23	3694	847,55	2846,31778	2846,318	3693,868	-847,55

24	3530	710,3766	2819,67362	2819,674	3530,05	-710,3766
25	2023	-770,047	2793,02947	2793,029	2022,982	770,047
26	3321	554,1468	2766,38532	2766,385	3320,532	-554,1468
27	1398	-1342,03	2739,74117	2739,741	1397,711	1342,03
28	3561	847,55	2713,09702	2713,097	3560,647	-847,55

Таким образом, точечные оценки прогноза с учетом сезонных колебаний имеют следующие значения:

$$\begin{aligned} y(22) &= 1531; & y(26) &= 3321; \\ y(23) &= 3694; & y(27) &= 1398; \\ y(24) &= 3530; & y(28) &= 3561. \\ y(25) &= 2023; \end{aligned}$$

*Выводы.*

В результате выполненной лабораторной работы, нами были изучены основы прогнозирования с учетом сезонности, и определены прогнозные значения на конкретном примере.

#### **Тема №4 Прогнозирование с помощью скользящей средней** *Теоретическая часть*

Адаптивные методы прогнозирования представляют собой подбор и адаптацию на основании вновь поступившей информации моделей прогнозирования. Основное свойство этих методов: при поступлении новых данных значение прогноза меняется, адаптируясь к вновь поступившей информации, и становится, таким образом, более чувствительным к ней.

К адаптивным методам относятся методы скользящего среднего, экспоненциального сглаживания, метод гармонических весов, авторегрессия и адаптивный дискриминантный анализ.

Скользящие средние позволяют сгладить как случайные, так и периодические колебания, выявить имеющуюся тенденцию в развитии процесса и поэтому служат важным инструментом при фильтрации компонент временного ряда.

Прогнозное значение при применении скользящего среднего определяется по формуле скользящей средней:

$$Y_{t+1}^f = m_t = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=t}^{t-n+1} Y_i$$

где  $n$  – период сглаживания.

Главный недостаток этого метода заключается в том, что все включенные в расчет данные имеют общий вес  $1/n$ .

В основе метода авторегрессии лежит гипотеза стационарности изучаемого явления, то есть сохранения статистических характеристик явления без изменений.

В основе метода гармонических весов лежит взвешивание скользящего показателя, но вместо скользящей средней используется идея скользящего тренда. Для осуществления прогноза данным методом исходный ряд разбивается на фазы  $k$ . Для оценки параметров используется метод наименьших квадратов. Затем находится среднее значение  $y_{i(t)}$  по формуле:

$$y_j(\omega) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{nj} y_j(\omega)$$

Далее рассчитываются приросты по формуле:

$$\omega_{t+1} = f_{(t+1)} - f_t$$

Средняя приростов определяется по формуле:

$$\omega = \sum_{t=1}^{n-1} C_{t+1}^n * \omega_{t+1}$$

где  $C_{t+1}^n$  – гармонические коэффициенты.

Далее прогнозирование производится так же, как и при простых методах прогноза, то есть путем прибавления к последнему значению ряда динамики среднего прироста:

$$y_t = y_t^* + \omega$$

Данный метод прогнозирования применяется, когда есть уверенность, что тенденция в будущем описывается главной кривой, то есть в ряду отсутствуют сезонные и циклические колебания.

Метод экспоненциального сглаживания. Основная идея этого метода состоит в том, чтобы придать более поздним данным больший вес, чем ранним данным. Особенность его заключается в том, что в процедуре выравнивания каждого наблюдения используются только значения предыдущих уровней ряда динамики, взятых с определенным весом.

Сглаженное значение уровня ряда определяется по формуле:

$$S_t = \alpha * y_t + (1 - \alpha) * S_{t-1}.$$

Английский ученый Р.Г. Браун предложил следующую формулу расчета параметра сглаживания:

$$\alpha = \frac{2}{m + 1}$$

В качестве удовлетворительного практического компромисса рекомендуются значения  $\alpha$  в пределах от 0,1 до 0,3.

Для линейной модели  $y_t = a_0 + a_1 t$

-начальные условия

$$S_0^{[1]} = a_0 - \frac{1-\alpha}{\alpha} * a_1$$

$$S_0^{[2]} = a_0 - \frac{2(1-\alpha)}{\alpha} * a_1$$

экспоненциальные средние первого и второго порядка

$$S_t = \alpha * y_t + (1-\alpha) * S_{t-1}$$

Прогноз осуществляется по формуле:

$$y_t^* = a_0 + a_1 * t$$

$$a_0 = 2S_t^{[1]} - S_t^{[2]}$$

$$a_1 = \frac{\alpha}{1-\alpha} * [S_t^{[1]} - S_t^{[2]}]$$

Применение методов гармонических весов и экспоненциального сглаживания требует предварительного анализа внешней и внутренней среды прогнозируемого объекта. Результаты анализа являются основанием для выбора адаптивного метода.

### *Практическая часть*

*Цель:* Освоение методов гармонических весов и экспоненциального сглаживания.

*Задание:* Построить прогноз значений показателей методом гармонических весов и методом экспоненциального сглаживания.

*Ход работы.*

*Задача 1. Метод гармонических весов*

Имеются следующие данные (таблица 17).

Таблица 17 – Исходные данные

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
y	21,1	22,6	25,6	24,3	26,9	28,7	31,8	38,1	33,7	36,5	36,7	39,1

По исходным данным с помощью метода гармонических весов построим прогноз величины прибыли от продаж предприятия. Для этого разобьем исходную выборку на фазы, каждая из которых равна 3-м уровням. Для каждой фазы рассчитаем линейный тренд.

$$y_1 = 18,6 + 2,25 * t \quad (t=1,2,3)$$

$$y_2 = 22,46 + 0,85 * t \quad (t=2,3,4)$$

$$y_3 = 24,3 + 0,65 * t \quad (t=3,4,5)$$

$$y_4 = 22,23 + 2,2 * t \quad (t=4,5,6)$$

$$y_5 = 24,23 + 2,45 * t \quad (t=5,6,7)$$

$$y_6 = 23,46 + 4,7 * t \quad (t=6,7,8)$$

$$y_7 = 32,63 + 0,95 * t \quad (t=7,8,9)$$

$$y_8 = 37,7 - 0,8 * t \quad (t=8,9,10)$$

$$y_9 = 32,63 + 1,5 * t \quad (t=9,10,11)$$

$$y_{10} = 34,83 + 1,3 * t \quad (t=10,11,12)$$

С помощью полученных уравнений определяем значение скользящего тренда

Таблица 18 – Технологическая таблица расчета значений скользящего тренда, приростов, весов информации и гармонических весов

t	y	y(t)	Приросты	Вес информации $m_i$	$m_i$	Гармонические веса $C_i$	Средний прирост
1	21,1	20,85					
2	22,6	23,63	1,03	0,09	0,09	0,01	0,01
3	25,6	25,54	-0,06	0,19	0,10	0,02	0,00
4	24,3	27,85	3,55	0,30	0,11	0,03	0,10
5	26,9	30,76	3,86	0,43	0,13	0,04	0,15
6	28,7	35,65	6,95	0,57	0,14	0,05	0,36
7	31,8	38,04	6,24	0,74	0,17	0,07	0,42
8	38,1	38,95	0,85	0,94	0,20	0,09	0,07
9	33,7	41,22	7,52	1,19	0,25	0,11	0,81
10	36,5	43,36	6,86	1,52	0,33	0,14	0,95
11	36,7	43,87	7,17	2,02	0,50	0,18	1,32
12	39,1	44,05	4,95	3,02	1,00	0,27	1,36

Найдем средний абсолютный прирост по формуле:

$$\omega = \sum_{t=1}^{n-1} C_{t+1}^n * \omega_{t+1} = 5,54$$

Рассчитаем прогнозные значения по формуле:

$$y_t = y_t^* + \omega$$

Результаты прогноза:

$$Y_p(t=13) = 44,64$$

$$Y_p(t=14) = 50,18$$

$$Y_p(t=15) = 55,72$$

Таким образом, методом гармонических весов были спрогнозированы величины, которые согласно прогнозу в 13 периоде увеличатся с 39,1 до 44,64 и так далее.

*Задача 2. Метод экспоненциального сглаживания*

Имеются следующие данные (таблица 19).

Таблица 19– Фактические данные

$t_{yi}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$y_i$	13,88	15,12	16,21	18,59	20,14	21,7	17,61	19,28	23,34	25,3	27,36	28,55

Спрогнозируем фактические данные на три периода с помощью метода экспоненциального сглаживания.

Уравнение регрессии примет следующий вид:

$$y = 12,58 + 1,231t$$

Определим параметр сглаживания по формуле:

$$\alpha = \frac{2}{m + 1}$$

Таким образом, получим:

$$\alpha = \frac{2}{12 + 1} = 0,154$$

Найдем первоначальные условия средней арифметической уровней ряда по формулам.

$$S_0^{[1]} = a_0 - \frac{1 - \alpha}{\alpha} * a_1$$

$$S_0^{[2]} = a_0 - \frac{2(1 - \alpha)}{\alpha} * a_1$$

Подставив значения, получим следующее:

$$S_0^{[1]} = 12,58 - \frac{1 - 0,154}{0,154} * 1,231 = 5,809$$

$$S_0^{[2]} = 12,58 - \frac{2(1 - 0,154)}{0,154} * 1,231 = -0,961$$

Найдем экспоненциальные средние по формуле:

$$S_t = \alpha * y_t + (1 - \alpha) * S_{t-1}$$

$$S_{t_1}^{[1]} = 0,154 * 13,88 + (1 - 0,154) * 5,82 = 7,06$$

$$S_{t_2}^{[2]} = 0,154 * 7,06 + (1 - 0,154) * (-0,95) = 0,271$$

Прогноз осуществим по формуле:

$$y_t^* = a_0 + a_1 * t$$

$$a_0 = 2S_t^{[1]} - S_t^{[2]}$$

$$a_1 = \frac{\alpha}{1 - \alpha} * [S_t^{[1]} - S_t^{[2]}]$$

Получим следующие значения:

$$a_0 = 2 * 7,06 - 0,284 = 13,834$$

$$a_1 = \frac{0,154}{1 - 0,154} * [7,06 - 0,284] = 1,232$$

Найдем прогнозные значения на 3 периода:

$$y_{t13}^* = 13,834 + 1,232 * 13 = 29,86$$

$$y_{t14}^* = 13,834 + 1,232 * 14 = 31,096$$

$$y_{t15}^* = 13,834 + 1,232 * 15 = 32,328$$

Определим сглаженное значение и построим технологическую таблицу 20.

Таблица 20 – Технологическая таблица экспоненциального сглаживания

$t_{yi}$	$y_i$	S
1	13,88	13,880
2	15,12	14,071
3	16,21	15,288
4	18,59	16,576
5	20,14	18,828
6	21,7	20,380
7	17,61	21,071
8	19,28	17,867
9	23,34	19,905
10	25,3	23,642
11	27,36	25,617
12	28,55	27,543

Уравнение регрессии будет иметь следующий вид:

$$y_{st} = 12,12 + 1,143 * t$$

$$y_{s13} = 12,12 + 1,143 * 13 = 26,979$$

$$y_{s14} = 12,12 + 1,143 * 14 = 28,122$$

$$y_{s15} = 12,12 + 1,143 * 15 = 29,265$$

*Выводы.*

Таким образом, применив методику экспоненциального сглаживания был получен прогноз на последующие три периода 2 различными способами. Оба способа показали увеличение объема продаж. Также в ходе данной лабораторной работы было определено, что адаптивные методы более оптимальны, так как позволяют строить самокорректирующиеся модели, которые, учитывая результат прогноза, сделанного на предыдущем шаге, способны оперативно реагировать на изменяющиеся условия и на этой основе дать на ближайшую перспективу более точные прогнозы.

## Тема №5 Прогнозирование с помощью множественной линейной регрессии и производственной функции

### *Теоретическая часть*

Производственная функция – это функциональная модель производства, определяющая «выход» валового продукта (Y) по данным о «входе» - производственным факторам X.

Различают два вида производственных функций: с взаимозаменяемыми ресурсами и с взаимодополняемыми ресурсами.

Наибольшее применение в прикладном экономическом прогнозировании имеют два типа ПФ: мультипликативная, чаще именуемая Кобба-Дугласа, и функция с постоянной эластичностью заменяемых ресурсов.

Производственные функции могут быть статистическими и динамическими. В первых не учитывается время как фактор, изменяющий основные характеристики изучаемой зависимости.

Самая распространенная статистическая функция – функция Кобба-Дугласа – рассчитывается по формуле

$$Y = a * L^{\alpha} * K^{\beta}, \text{ где}$$

Y – величина общественного продукта;

L – затраты труда,

K – объем производственных фондов,

$\alpha, \beta$ , a – параметры производственной функции.

С помощью модели производственной функции можно рассчитать следующие показатели развития производственной сферы.

1) Показатели производительности труда – отношение величины общественного продукта к совокупным затратам труда;

$$Пт = Y/L = \alpha L^{\alpha-1} K^{\beta}$$

Это выражение характеризует среднюю производительность труда, то есть показывает среднее количество продукции, приходящееся на единицу затрат труда.

2) Фондовооруженность труда характеризует обеспеченность промышленно-производственного персонала основными производственными фондами:

$$\frac{K}{L} = a^{-\frac{1}{\beta}} Y^{\frac{1}{\beta}} L^{-1-\frac{\alpha}{\beta}}$$

3) Потребность в одном из ресурсов при заданном объеме производства и величине другого ресурса определяется по формуле:

$$L = \left( \frac{Y}{\alpha K^\beta} \right)^{\frac{1}{\alpha}}$$

$$K = \left( \frac{Y}{\alpha L^\alpha} \right)^{\frac{1}{\beta}}$$

На основе модели производственной функции можно охарактеризовать уровень развития изучаемой сферы производства и степень использования основных факторов производства, разработать генетические и нормативно-целевые прогнозы.

### *Практическая часть*

*Цель:* Изучение нелинейных регрессионных моделей и практического использования в прогнозировании производственных функций

*Задание:*

1) На основе графиков, построенных для аргументов функции сформулировать гипотезу о возможных значениях  $\alpha, \beta, \gamma$ .

2) Рассчитать параметры производственной функции и сравнить гипотетические значения с расчетными.

3) Верифицировать  $X_{\text{факт.}}$  с  $X_{\text{расч.}}$ ; проверить адекватность регрессионной модели.

4) Используя полученное регрессионное уравнение составить уравнение производительности труда, фондовооруженности, предельной производительности труда, выразить значение одного ресурса через другой ресурс.

5) Осуществить целевой прогноз: на основе заданной траектории численности работников и эволюционного значения валового продукта в периоде упреждения определить значение стоимости основных фондов  $t=13,14,15$ ; снижение численности – 1% за период.

6) Сделать вывод о полученных результатах.

*Ход работы.*

Рекомендуемая модель производственной функции с автономным темпом технического прогресса:

$$X(t) = A_0 e^{\gamma t} F^\alpha(t) L^\beta(t)$$

$X(t)$  – объем производства

$L(t)$  – численность работников

$F(t)$  – стоимость основных производственных фондов

$\gamma$  – автономный темп технического прогресса

$A_0, \alpha$  – коэффициенты функции ( $A_0$  – вектор производственной функции,  $\alpha$  – параметр).

Таблица 21 – Исходные данные

Годы	t	Валовой выпуск X(t), тыс. пар	Стоимость основных производственных фондов F(t), тыс. руб	Численность работников L(t), чел.
2000	1	49149	38540	789
2001	2	13396	38001	764
2002	3	15692	37900	730
2003	4	25186	35716	748
2004	5	23148	35266	751
2005	6	14131	35128	764
2006	7	37078	35004	775
2007	8	26206	33295	780
2008	9	85206	33209	739
2009	10	85146	32960	728
2010	11	86000	31297	724
2011	12	86130	32450	719

Построим графики функций  $X(t)$ ,  $F(t)$ ,  $L(t)$  в одной системе координат, при этом по оси абсцисс отложим время, а по оси ординат условные единицы (для  $X(t)$  – выпуска продукции, для  $L(t)$  – труда, для  $F(t)$  – стоимости основных производственных фондов (ОПФ)).

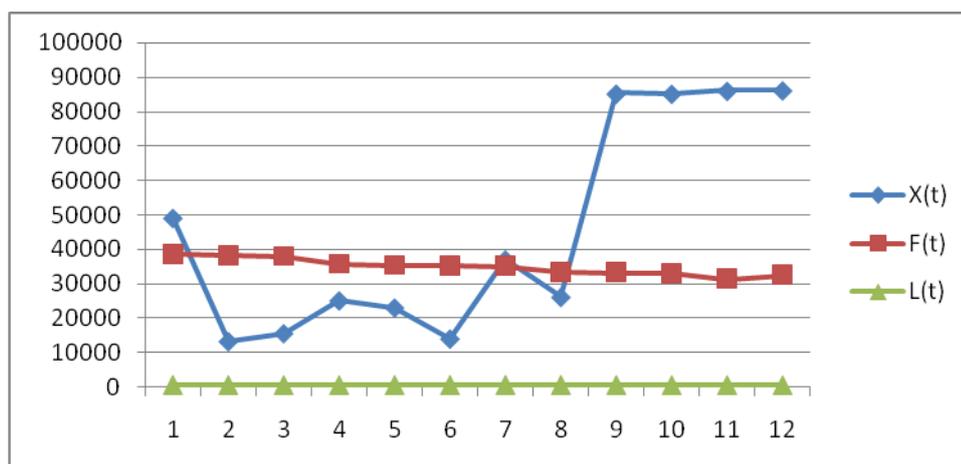


Рисунок 17 – Графики функций X(t), F(t), L(t)

Рассмотрев данный график можно сделать выводы, что на большем ретроспективном отрезке, определяющим фактором является стоимость основных производственных фондов. Можно выдвинуть гипотезу об отрицательности  $\alpha$ .

Учитывая, что объем выпуска увеличивается, L(t) уменьшается, и F(t) снижается, можно предположить, что  $\gamma$  является положительным числом.

Гипотеза значений  $\alpha, \beta, \gamma: \alpha \in (0; 1); \beta \in (0; 0,6)$ .

Рассчитаем параметры производственной функции

$$X(t) = A_0 e^{\gamma t} F^\alpha(t) L^\beta(t)$$

Рассчитаем параметры функции методом наименьших квадратов.

Прологарифмируем обе части производственной функции  
 $\ln A_0 = a$

$$\ln x(t) = \ln A_0 + \gamma t + \alpha \ln F(t) + (1 - \alpha) \ln L(t) = a + \gamma t + \ln L(t) + \alpha \ln \frac{F(t)}{L(t)}$$

$$\begin{cases} \frac{dE}{da} = -2 \sum_1^n \left( \ln x - a - \gamma t - \ln L - \alpha \ln \frac{F}{L} \right) = 0 & \left( \frac{F}{L} \right)^2 \rightarrow \min \\ \frac{dE}{d\gamma} = -2 \sum_1^n \left( \ln x - a - \gamma t - \ln L - \alpha \ln \frac{F}{L} \right) t = 0 \\ \frac{dE}{d\alpha} = -2 \sum_1^n \left( \ln x - a - \gamma t - \ln L - \alpha \ln \frac{F}{L} \right) \ln \frac{F}{L} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sum_1^n a + \sum_1^n \gamma + \sum_1^n \ln L + \sum_1^n \alpha \ln \frac{F}{L} = \sum_1^n \ln x \\ \sum_1^n at + \sum_1^n \gamma^2 + \sum_1^n t \ln L + \sum_1^n \alpha t \ln \frac{F}{L} = \sum_1^n t \ln x \\ \sum_1^n a \ln \frac{F}{L} + \sum_1^n \gamma \ln \frac{F}{L} + \sum_1^n \ln L \ln \frac{F}{L} + \sum_1^n \alpha \ln^2 \frac{F}{L} = \sum_1^n \ln x \ln \frac{F}{L} \end{cases}$$

$$\begin{cases} na + \gamma \sum_1^n t + \sum_1^n \ln L + \alpha \sum_1^n \ln \frac{F}{L} = \sum_1^n \ln x \\ a \sum_1^n t + \gamma \sum_1^n t^2 + \sum_1^n t \ln L + \alpha \sum_1^n t \ln \frac{F}{L} = \sum_1^n t \ln x \\ a \sum_1^n \ln \frac{F}{L} + \gamma \sum_1^n t \ln \frac{F}{L} + \sum_1^n \ln L \ln \frac{F}{L} + \alpha \sum_1^n \ln^2 \frac{F}{L} = \sum_1^n \ln x \ln \frac{F}{L} \end{cases}$$

Составим технологическую таблицу для расчета параметров производственной функции.

Таблица 22 – Технологическая таблица для расчета параметров производственной функции

t	t <sup>2</sup>	t · ln L	t · ln(F/L)	t · ln x	ln L	ln(F/L)	ln x	ln L · ln(F/L)	ln <sup>2</sup> (F/L)	ln x · ln(F/L)
1	1	6,67	6,67	10,80	10,80	3,89	3,89	25,94	15,12	42,01
2	4	6,64	26,55	9,50	38,01	3,91	15,63	25,94	15,26	37,13
3	9	6,59	59,34	9,66	86,95	3,95	35,55	26,04	15,60	38,16
4	16	6,62	105,88	10,13	162,14	3,87	61,86	25,58	14,95	39,18
5	25	6,62	165,54	10,05	251,24	3,85	96,23	25,49	14,82	38,68
6	36	6,64	238,99	9,56	344,02	3,83	137,81	25,41	14,66	36,58
7	49	6,65	325,99	10,52	515,52	3,81	186,71	25,35	14,52	40,09
8	64	6,66	426,19	10,17	651,12	3,75	240,25	25,00	14,09	38,19
9	81	6,61	535,03	11,35	919,58	3,81	308,23	25,13	14,48	43,20
10	100	6,59	659,03	11,35	1135,21	3,81	381,27	25,13	14,54	43,28
11	121	6,58	796,76	11,36	1374,81	3,77	455,74	24,80	14,19	42,80
12	144	6,58	947,21	11,36	1636,36	3,81	548,58	25,06	14,51	43,29
Σ	650	79,45	4293,18	125,83	7125,77	46,05	2471,75	304,87	176,73	482,58

Подставим значения в систему:

$$\begin{cases} 12a + 78\gamma + 7125,77 + 46,05\alpha = 2471,75; \\ 78a + 650 + 79,45 + 4293,18\alpha = 125,83; \\ 46,05a + 4293,18\gamma + 304,87 + 176,73\alpha = 482,58 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12a + 78\gamma + 46,05\alpha = -4654,02; \\ 78a + 650 + 4293,18\alpha = 46,38; \\ 46,05a + 4293,18\gamma + 176,73\alpha = 177,71. \end{cases}$$

Решим систему с помощью формул Крамера. Найдем определители следующих матриц:

Главный определитель:

$$\Delta = \begin{bmatrix} 12 & 78 & 46,05 \\ 78 & 650 & 4293,18 \\ 46,05 & 4293,18 & 176,73 \end{bmatrix} = -191425004$$

Первый определитель для вычисления а:

$$\Delta_a = \begin{bmatrix} -4654,02 & 78 & 46,05 \\ 46,38 & 650 & 4293,18 \\ 177,71 & 4293,18 & 176,73 \end{bmatrix} = -85302529004$$

Второй определитель для вычисления  $\gamma$ :

$$\Delta_\gamma = \begin{bmatrix} 12 & -4654,02 & 46,05 \\ 78 & 46,38 & 4293,18 \\ 46,05 & 177,71 & 176,73 \end{bmatrix} = -863655940$$

Третий определитель для вычисления  $\alpha$ :

$$\Delta_\alpha = \begin{bmatrix} 12 & 78 & -4654,02 \\ 78 & 650 & 46,38 \\ 46,05 & 4293,18 & 177,71 \end{bmatrix} = -1421156872$$

Найдем решение данной системы уравнений. Согласно описанному выше методу, данная система уравнений имеет решения:

$$a = 5,62$$

$$\gamma = 4,51$$

$$\alpha = 0,42$$

Производственная функция имеет вид:

$$X(t) = 275,73e^{4,51*t} * F^{7,42} * L^{0,58}$$

Расчетные значения параметров производственной функции находятся в интервалах предварительно сформулированной гипотезы относительно  $A_0, \gamma, \alpha$ ,

что говорит о верном гипотетическом предположении.

Таблица 23 -Верификация  $X_{расч.}$  с  $X_{факт.}$

t	$X_{факт.}$	$X_{расч.}$	$\frac{ X_{факт.} - X_{расч.} }{X_{факт.}}$
1	49149	49012	0,0028
2	13396	12400	0,0744
3	15692	15687	0,0003
4	25186	25185	0,0000
5	23148	23151	0,0001
6	14131	14140	0,0006
7	37078	37125	0,0013
8	26206	26287	0,0031
9	85206	85324	0,0014
10	85146	85150	0,0000
11	86000	85952	0,0006
12	86130	85981	0,0017

78	546468	545394	0,0863
----	--------	--------	--------

Проверим адекватность регрессионной модели:

$$A = 1/12 * 0,0863 * 100\% = 0,72\%$$

Так как  $A = 0,72\% < 12\%$ , то регрессионная модель адекватна к реальным условиям.

Расчет показателей развития сферы производства:

1) расчет производительности труда:

$$\frac{X(t)}{L(t)} = A_0 * e^{yt} * F^\alpha(t) * L^{\beta-1}(t) = 275,73 * e^{4,51t} * F^{7,42} * L^{0,42}$$

2) уравнение предельной производительности труда:

$$\frac{\partial X(t)}{\partial L(t)} = A_0 * e^{yt} * F^\alpha(t) * \beta L^{\beta-1} = 275,73 * e^{4,51t} * F^{7,42} * 0,42 L^{0,42}$$

3) уравнение фондовооруженности

$$\frac{F(t)}{L(t)} = (A_0 e^{y \cdot t})^{\frac{1}{\alpha}} * X^{\frac{1}{\alpha}}(t) * L^{-1-\frac{\beta}{\alpha}} = (275,73 * e^{4,51t})^{-0,17} * X^{0,18}(t) * L^{-0,25}(t)$$

Разработка прогноза:

Определим значения стоимости основных производственных фондов для  $t=13,14,15$ . Определим прогнозные значения валового выпуска с помощью экстраполяции трендов.

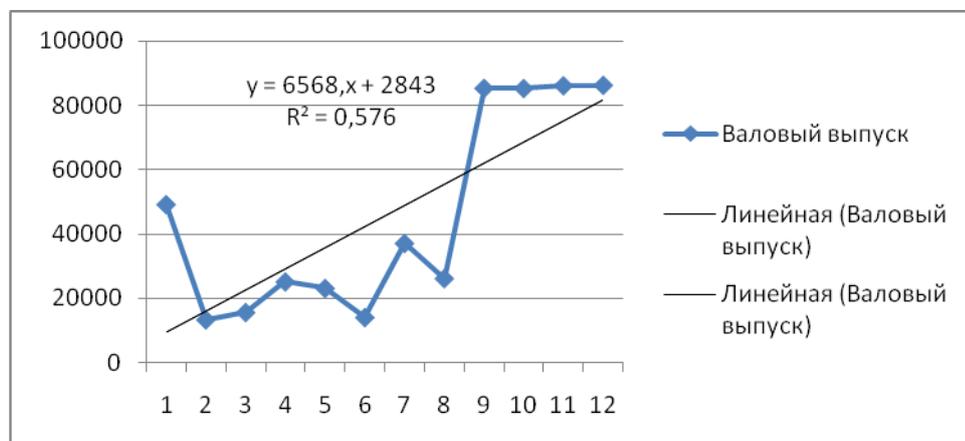


Рисунок 18 - Аппроксимация тенденции показателя валового выпуска

Используя полученное уравнение тренда  $y = 6568 t + 2843$ , рассчитаем:

$$X(13) = 6568 * 13 + 2843 = 88227;$$

$$X(14) = 6568 * 14 + 2843 = 94795;$$

$$X(15) = 6568 * 15 + 2843 = 101363.$$

Определим прогнозные значения численности работников  $L(t)$  для  $t=13,14,15$  с помощью экстраполяции трендов.

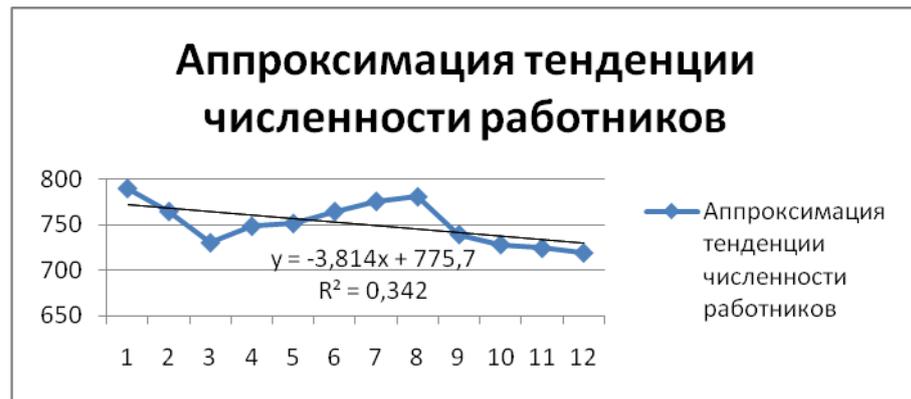


Рисунок 19 – аппроксимация тенденции численности работников

Используя полученное уравнение тренда  $y = -3,814t + 775,7$ , рассчитаем:

$$L(13) = -3,814 * 13 + 775,7 = 726,12$$

$$L(14) = 772,304$$

$$L(15) = 718,49.$$

Определим прогнозные значения стоимости ОПФ по формуле:

$$F(13) = \left( \frac{88227}{275,73e^{4,51*13}} * 726,12 \right)^{1/5,62} = 33421$$

$$F(14) = \left( \frac{94795}{275,73e^{4,51*14}} * 772,304 \right)^{1/5,62} = 35799$$

$$F(15) = \left( \frac{101363}{275,73e^{4,51*15}} * 718,49 \right)^{1/5,62} = 35820.$$

Результаты расчетов представлены в таблице 24.

Таблица 24 – Результаты прогноза параметров производственной функции

t	X(t)	L(t)	F(t)
13	88227	726,12	33421
14	94795	772,304	35799
15	101363	718,49	35820

### Выводы.

В результате проведенных расчетов получена модель производственной функции  $X(t) = 275,73e^{4,51*t} * F^{7,42} * L^{0,58}$ . Ошибка аппроксимации  $0,72\% < 12\%$ , полученная нелинейная регрессия адекватна реальным условиям, и ее можно использовать для прогнозирования.

В ходе проделанной работы построен график зависимости объема производства, численности работников и стоимости

основных производственных фондов от времени, на основе анализа которых выдвинуты гипотезы о возможных значениях  $\alpha, \beta, \gamma$ ;

Рассчитаны параметры производственной функции. Их значения:  $\alpha = 0,42$ ,  $\beta = 0,58$ ,  $\gamma = 4,51$ . Их сравнение с гипотетическими значениями позволяет говорить о полном совпадении.

Проведена верификация фактических и расчетных значений объема производства. Были составлены уравнения производительности труда, фондовооруженности, предельной производительности труда, выражены значения одного ресурса через другой ресурс.

Осуществлен целевой прогноз: на основе заданной траектории численности работников и эволюционного значения валового продукта в периоде упреждения определено значение стоимости основных фондов  $t=13, 14, 15$  при снижении численности – 1% за период.

## **Прогнозирование на основе множественной линейной регрессии**

### *Теоретическая часть*

В экономических исследованиях часто изучаются связи между случайными и неслучайными величинами. Такие связи называют регрессионными, а метод их изучения - регрессионным анализом.

Экономические явления определяются, как правило, большим числом совокупно действующих факторов. В связи с этим часто возникает задача исследования зависимости одной переменной  $Y$  от нескольких объясняющих переменных  $X_1, X_2, \dots, X_n$ . Эта задача решается с помощью множественного регрессионного анализа.

В общей форме прямолинейное уравнение регрессии имеет вид:

$$y = a_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_m x_m,$$

где  $y$  - результативный признак, исследуемая переменная;

$x_i$  - обозначение фактора (независимая переменная);

$m$  - общее число факторов;

$a_0$  - постоянный (свободный) член уравнения;

$b_i$  - коэффициент регрессии при факторе.

Увеличение результативного признака  $y$  при изменении фактора  $x_i$  на единицу равно коэффициенту регрессии  $b_i$  (с

положительным знаком); уменьшение - (с отрицательным знаком).

В матричной форме модель множественной линейной регрессии запишется следующим образом:

$$Y = Xb + \varepsilon,$$

где  $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T$  - матрица–столбец значений зависимой переменной размера  $n$  (знак «Т» означает транспонирование);

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1m} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nm} \end{bmatrix} - \text{матрица значений, объясняющих}$$

переменных;

$b = (b_0, b_1, \dots, b_m)^T$  - матрица–столбец (вектор) параметров размера  $m+1$ ;

$$\varepsilon = (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n)^T - \text{матрица–столбец (вектор) остатков размера } n.$$

В зависимости от числа факторов, влияющих на результативный показатель, различают парную и множественную регрессии.

При оценке параметров уравнения регрессии (вектора  $b$ ) применяется метод наименьших квадратов: неизвестные параметры выбираются таким образом, чтобы сумма квадратов отклонений фактических значений от значений, найденных по уравнению регрессии, была минимальной:

$$E = \sum_{i=1}^n (y_i - y_{xi})^2 = (Y - Xb)(Y - Xb)^T \rightarrow \min$$

Решением этой задачи является вектор  $b = (X^T X)^{-1} X^T Y$ .

Оценка качества регрессионного уравнения осуществляется по совокупности критериев адекватности модели фактическим условиям и статистической достоверности регрессии:

- средняя относительная ошибка аппроксимации (не должна превышать 12%):

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \cdot \sum \left| \frac{y_i - \hat{y}_{xi}}{y_i} \right| \cdot 100\% ;$$

- коэффициент детерминации  $R^2$  характеризует долю вариации зависимой переменной, обусловленной регрессией или изменчивостью объясняющих переменных:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - y_{xi})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}.$$

Чем ближе  $R^2$  к единице, тем лучше построенная регрессионная модель описывает зависимость между объясняющими и зависимой переменной;

- в процессе оценки качества регрессии проверяется значимость уравнения регрессии и его коэффициентов. На основе дисперсионного анализа сравниваются объясненная и остаточная дисперсии на одну степень свободы для расчета значения  $F$  – критерия Фишера, используемого для оценки значимости уравнения регрессии. Значимость коэффициентов регрессии проверяется на основе  $t$ -критерия Стьюдента.

В линейной модели множественной регрессии  $\hat{y}_x = b_0 + b_1x_1 + \dots + b_mx_m$  коэффициенты регрессии  $b_i$  характеризуют среднее изменение результата с изменением соответствующего фактора на единицу при неизменном значении других факторов, закрепленных на среднем уровне.

На практике часто бывает необходимо сравнить влияние на зависимую переменную различных объясняющих переменных, когда последние выражаются разными единицами измерения. В этом случае используют стандартизованные коэффициенты регрессии  $\beta_i$  и коэффициенты эластичности  $\mathcal{E}_i$  ( $i=1, 2, \dots, m$ ).

Уравнение регрессии в стандартизованной форме обычно представляют в виде:

$$t_y = \beta \cdot t_{x1} + \beta_2 \cdot t_{x2} + \dots + \beta_m \cdot t_{xm} + \varepsilon,$$

где  $t_y = \frac{y - \bar{y}}{\sigma_y}$ ,  $t_x = \frac{x_1 - \bar{x}_1}{\sigma_{x1}}$  - стандартизованные переменные.

Заменив значения  $y$  на  $t_y$ , а значения  $x$  на  $t_x$  получаем нормированные, или стандартизованные переменные.

В результате такого нормирования средние значения всех стандартизованных переменных равны нулю, а дисперсии равны единице, то есть  $\bar{t}_y = \bar{t}_{x1} = \dots = \bar{t}_{xm} = 0$ ,  $\sigma_1 = \sigma_{x1} = \dots = \sigma_{xm} = 1$ .

Коэффициенты обычной («чистой») регрессии связаны со стандартизованными коэффициентами следующим соотношением:

$$b_i = \beta_i \frac{\sigma_y}{\sigma_{xi}}.$$

Стандартизованные коэффициенты показывают, на сколько стандартных отклонений (сигм) изменится в среднем результат, если соответствующий фактор  $x_1$  изменится на одно стандартное отклонение (одну сигму) при неизменном среднем уровне других

факторов. Сравнивая стандартизованные коэффициенты друг с другом, можно ранжировать факторы по силе их воздействия на результат.

Коэффициент эластичности рассчитывается по формуле:

$$\bar{\varepsilon} = f'(x) \frac{x}{y},$$

где  $f'(x)$  - производная, характеризующая соотношение приростов результата и фактора для соответствующей формы связи.

Средние коэффициенты эластичности находят по формуле:

$$\bar{\varepsilon}_{yx_i} = b_i \cdot \frac{\bar{x}_i}{\bar{y}_{xi}}.$$

Коэффициент эластичности показывает, на сколько процентов (от средней) изменится в среднем  $Y$  при увеличении только фактора  $X_i$  на 1%.

При эконометрическом моделировании реальных экономических процессов предпосылки КЛММР нередко оказываются нарушенными: дисперсии остатков модели не одинаковы (гетероскедастичность остатков) или наблюдается корреляция между остатками в разные моменты времени (автокоррелированные остатки).

Проверить модель на гетероскедастичность можно с помощью следующих тестов: ранговой корреляции Спирмена; Голдфельда-Квандта, Уайта, Глейзера. В случае выявления гетероскедастичности остатков для оценки параметров регрессии используется обобщенный метод наименьших квадратов (ОМНК).

Влияние результатов предыдущих наблюдений на результаты последующих приводит к тому, что случайные величины (ошибки)  $\varepsilon_i$  в регрессионной модели становятся зависимыми. Такие модели называются моделями с наличием автокорреляции.

Как правило, если автокорреляция присутствует, то наибольшее влияние на последующее наблюдение оказывает результат предыдущего наблюдения. Наличие автокорреляции между соседними уровнями ряда можно определить с помощью теста Дарбина-Уотсона. Расчетное значение критерия Дарбина-Уотсона определяется по формуле

$$d = \frac{\sum_{i=2}^n (\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}$$

и находится в интервале от 0 до 4. По таблицам критических точек распределения Дарбина-Уотсона для заданного уровня значимости  $\alpha = 0,05$ , числа наблюдений ( $n$ ) и количества объясняющих переменных ( $m$ ) находят пороговые значения  $d_n$  (нижняя граница) и  $d_v$  (верхняя граница).

Если расчетное значение:

$d_g < d < 4 - d_g$ , то гипотеза об отсутствии автокорреляции не отвергается (принимается);

$d_n < d < d_g$  или  $4 - d_g < d < 4 - d_n$ , то вопрос об отвержении или принятии гипотезы остается открытым (расчетное значение попадает в зону неопределенности);

$0 < d < d_n$ , то принимается альтернативная гипотеза о наличии положительной автокорреляции;

$4 - d_n < d < 4$ , то принимается альтернативная гипотеза о наличии отрицательной автокорреляции.

Недостаток теста Дарбина-Уотсона заключается в том, что он, во-первых, содержит зоны неопределенности; во-вторых, он позволяет выявить наличие автокорреляции только между соседними уровнями, тогда как автокорреляция может существовать и между более отдаленными наблюдениями. Поэтому, наряду с тестом Дарбина-Уотсона для проверки наличия автокорреляции используются тест серий (Бреуша-Годфри), Q-тест Льюинга-Бокса и др. Наиболее распространенным приемом устранения автокорреляции во временных рядах является построение авторегрессионных моделей.

### *Практическая часть*

*Цель:* освоение методики прогнозирования показателей с помощью множественной линейной регрессии.

*Задание:* построить прогноз значений показателей с помощью множественной линейной регрессии, используя программные продукты MSExcel и пакет IBMSPSSStatistics.

*Ход работы.*

Имеются данные о динамике зависимой величины  $Y$  и 5 независимых переменных  $X_1$ - $X_5$ .

Таблица 25 – Исходные данные для построения регрессионной модели

Год	Среднемесячная реальная заработная плата ( $X_1$ ), руб	Денежные доходы населения, млн.руб. ( $X_2$ )	Объем работ, выполненных по виду деятельности "Строительство" (в фактически действовавших ценах), млн.руб. ( $X_3$ )	Платные услуги населению во всех каналах реализации, млн.руб. ( $X_4$ )	Основные фонды по полной учетной стоимости (на конец года), млн. руб. ( $X_5$ )	Инвестиции в основной капитал (в фактически действовавших ценах), млн.руб. ( $Y$ )
2000	1320.6	4996	2067,1	554	39748	1398
2001	1453.6	22397	2202.3	2075	137988	5425
2002	3973.7	49471	4372.5	5968	249278	10112
2003	4889.1	61301	6041.2	7750	246170	15198
2004	5475.9	74305	7125.6	10819	259718	17865
2005	6924.9	94752	10257.2	15211	290680	23241
2006	8856.8	120575	14665.9	18644	327734	33523
2007	11437.4	158697	20444.9	23828	360692	46752
2008	12487.7	174655	19970.0	26153	399626	41183
2009	14006.5	198448	23305.9	29025	410368	44836
2010	14890,1	199500	24053,7	30190	429671	46759
2011	15019	219780	2459,1	31763	432650	47635

Исследуем зависимость  $Y$  от факторов  $X_1$ - $X_5$ . Для этого построим уравнение линейной множественной регрессии двумя способами:

- матричным способом;
- в среде Excel с помощью специальной функции.

В результате реализации матричного способа были получены следующие данные.

$b = (b_0, b_1, \dots, b_m)^T$  – матрица-столбец параметров уравнения.

Для транспонирования матрицы в Microsoft Excel необходимо произвести следующие действия:

- 1) Выделить диапазон, включающий матрицу, которую нужно транспонировать;
- 2) Копировать его;
- 3) Выбрать свободную ячейку → Правка → Специальная вставка;
- 4) Отметить «Значения» и «Транспонировать» → ОК.

Для произведения операций над матрицами можно использовать следующие функции Microsoft Excel:

МУМНОЖ – перемножение матриц;

МОБР – поиск обратной матрицы.

Для того чтобы найти матрицу-столбец параметров уравнения, нужно:

1) в свободной ячейке ввести формулу следующего вида:

=МУМНОЖ(МУМНОЖ(МОБР(МУМНОЖ(B27:U31;B4:F23)));  
B27:U31);I4:I23)

где координаты ячеек B27:U31 соответствуют  $X^T$ ;

B4:F23 – X;

I4:I23 - Y.

2) начиная с ячейки, в которой введена данная формула, выделить диапазон с количеством столбцов, равным 1, и количеством строк, равным числу независимых переменных + 1;

3) нажать клавишу F2, а затем - клавиши CTRL+SHIFT+ENTER.

В результате проделанных расчетов получили следующие значения:

$$\begin{vmatrix} -85332,66 \\ -0,995 \\ 0,0669 \\ 0,22 \\ 1,278 \\ 0,0136 \end{vmatrix}$$

То есть уравнение множественной линейной регрессии зависимости Y от X1-X5 имеет вид:

$$Y = -85332,66 - 0.995 \cdot X_1 + 0.0669 \cdot X_2 + 0.22 \cdot X_3 + 1.278 \cdot X_4 + 0.0136 \cdot X_5$$

Найдем параметры уравнения множественной линейной регрессии с помощью специальной функции Microsoft Excel.

1) Выбрать свободную ячейку;

2) Открыть диалоговое окно функции «Аргументы функции» (Вставка → Функции → ЛИНЕЙН → ОК);

3) В поле «Известные значения y» ввести множество значений y, которые уже известны для соотношения  $y = m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2 + \dots + b$ ;

4) В поле «Известные\_значения\_x» ввести диапазон известных значений X. Если массив «Известные\_значения\_u» имеет один столбец, то каждый столбец массива «Известные\_значения\_x» интерпретируется как отдельная переменная. Если массив «Известные\_значения\_u» имеет одну строку, то каждая строка массива «Известные\_значения\_x» интерпретируется как отдельная переменная.

5) В полях «Конст» и «Статистика» ввести «истина» (это приведет к тому, что при расчетах  $b$  не будет предполагаться равным 0, а также к расчету дополнительной статистики по регрессии) →ОК;

6) Начиная с ячейки, в которой введена данная формула, выделить диапазон с количеством столбцов, равным количеству независимых переменных + 1, и количеством строк, равным 5;

7) Нажать клавишу F2, а затем - клавиши CTRL+SHIFT+ENTER.

В результате получаем данные следующего вида (таблица 2):

Таблица 26 – Результаты поиска параметров уравнения множественной линейной регрессии, отражающие зависимость Y от факторов  $X_1$ - $X_5$ .

Показатель	Значение
Y-пересечение	-85332,66
Переменная X 1	-0,995
Переменная X 2	0,0669
Переменная X 3	0,2463
Переменная X 4	1,278
Переменная X 5	0,0136

Проведем анализ построенной нами модели. Для этого оценим коэффициент детерминации  $R^2$ , стандартную ошибку регрессии, статистическую значимость уравнения регрессии (по F-критерию Фишера) и статистическую значимость коэффициентов регрессии на основе t-критерия Стьюдента.

Коэффициент детерминации рассчитывается по формуле:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - y_i^*)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}.$$

Стандартная ошибка регрессии  $S = \sqrt{S^2}$ , где  $S^2 = \sum \frac{e_i^2}{n-k-1}$  - необъясненная дисперсия (мера разброса зависимой переменной вокруг линии регрессии);  $n$  — число наблюдений (в нашем примере равно 20),  $k$  - число объясняющих переменных.

Таблица 27 – Регрессионная статистика

Регрессионная статистика	Значения
Множественный R	1,00
R-квадрат	0,99
Нормированный R-квадрат	0,85
Стандартная ошибка	3433,49
Наблюдения	12,00

Значение множественного коэффициента детерминации, представленное в таблице 37, составляет 0,99. Это свидетельствует о том, что изменения зависимой переменной  $Y$  в основном (на 99%) можно объяснить изменениями включенных в модель объясняющих переменных –  $X_1$ - $X_5$ . Такое значение свидетельствует об адекватности модели.

Значение стандартной ошибки, представленное в таблице 37, составляет 3433,49.

Оценим статистическую значимость уравнения регрессии (по F-критерию Фишера). Для этого необходимо знать расчетное и табличное значение F.

Значение  $F_{\text{КРИТ}}$  равно 4,38. Так как  $F_r$  больше  $F_{\text{КРИТ}}$  ( $213,97 > 4,38$ ), уравнение регрессии следует признать значимым.

Оценим статистическую значимость коэффициентов регрессии на основе t-критерия Стьюдента. Для этого рассчитаем значение t-статистики для каждого параметра построенного нами уравнения как отношение значения параметра к стандартной ошибке параметра, представленной в таблице 28.

Таблица 28 - Расчет t-статистики для параметров уравнения зависимости Y от факторов X1-X5

	Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика
Y-пересечение			
Переменная X 1	-0,995591639	3,069078879	-1,324394282
Переменная X 2	0,066980395	0,297724276	2,224974585
Переменная X 3	0,246336054	0,221303837	1,113112442
Переменная X 4	1,27810651	1,478719817	2,864333118
Переменная X 5	0,013608992	0,018581097	2,732410607

Табличное значение составляет 2,16. Значимыми можно назвать те коэффициенты, для которых  $|t_{расч}| > t_{табл}$ . Это неравенство соблюдается для коэффициентов при факторах X2, X4 и X5. Таким образом, факторы X1 и X3 не существенны, и их включение в модель нецелесообразно.

Исключим несущественные факторы X1, X3 и построим уравнение зависимости Y от объясняющих переменных X2, X4 и X5. Результаты регрессионного анализа приведены в таблице 5.

Таблица 29 - Результаты поиска параметров уравнения множественной линейной регрессии, отражающего зависимость Y от факторов X2, X4 и X5

	Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика
Y-пересечение	1154,741198	4008,322274	0,288085917
Переменная X 2	-0,115691575	0,205541634	-2,562861997
Переменная X 4	2,164707123	1,305799066	2,657764337
Переменная X 5	0,011820088	0,028817146	2,410175523

Таблица 30 – Регрессионная статистика

Регрессионная статистика	
Множественный R	0,985713786
R-квадрат	0,971631667
Нормированный R-квадрат	0,835993543
Стандартная ошибка	3423,781391
Наблюдения	12

Оценим точность и адекватность полученной модели.

По данным таблицы делаем вывод, что значение  $R^2 = 0,97$  свидетельствует о том, что вариация зависимой переменной  $Y$  по-прежнему в основном (на 97%) можно объяснить вариацией включенных в модель переменных  $X_2$ ,  $X_4$  и  $X_5$ . Это свидетельствует об адекватности модели.

Стандартная ошибка регрессии во втором случае меньше, чем в первом.

Расчетное значение  $F$ -критерия Фишера составляет 91,33486308.

$F_{табл} = 3,24$ , Так как  $F_r$  больше  $F_{крит}$  ( $91,33 > 3,24$ ), уравнение регрессии следует признать значимым.

Табличное значение  $t$ -критерия Стьюдента составляет 1,96. Значимыми можно назвать те коэффициенты, для которых  $|t_{расч}| > t_{табл}$ . Это неравенство соблюдается для коэффициентов при всех факторах ( $X_2$ ,  $X_4$  и  $X_5$ ). Т.е. все параметры построенного нами уравнения являются значимыми.

Таким образом, модель зависимости переменной  $Y$  запишется следующим образом:

$$Y = 1154,74 - 0,116 * X_2 + 2,16 * X_4 + 0,0112 * X_5.$$

Параметры модели имеют следующую интерпретацию. Коэффициент  $b_1 = -0,116$ , означает, что при уменьшении только фактора  $X_2$  на единицу результативный показатель  $Y$  уменьшится на 0,116; то, что коэффициент  $b_2 = 2,16$ , означает, что увеличение только фактора  $X_4$  на 1 приводит в среднем к увеличению  $Y$  на 2,16; то, что коэффициент  $b_3 = 0,0112$  означает, что увеличение только фактора  $X_5$  на 1 приводит в среднем к увеличению  $Y$  на 0,0112.

Осуществим прогноз на два периода по множественной линейной регрессии. При этом одну часть показателей зададим нормативно ( $X_2$ ) с условием, что темп роста значений показателей должен быть равен среднему темпу роста показателя за период наблюдения. Значения других показателей ( $X_4$ ,  $X_5$ ) определим с помощью временного тренда.

Таблица 31 - Определение среднего темпа роста переменной X<sub>2</sub>

X <sub>2</sub>	Темп роста X <sub>2</sub>
4996	
22397	4,482986
49471	2,208823
61301	1,23913
74305	1,212134
94752	1,275177
120575	1,272533
158697	1,316168
174655	1,100556
198448	1,136229
199500	1,005301
219780	1,101654
Сумма	17,35069
Среднее	1,445891

Таким образом,

$$X_{13} = 219780 * 1,445891 = 317777,92;$$

$$X_{14} = 317777,92 * 1,445891 = 457600,2;$$

$$X_{15} = 457600,2 * 1,445891 = 658944,28.$$

Для факторов X<sub>4</sub> и X<sub>5</sub> с помощью MicrosoftExcel построим уравнение временного тренда. Для фактора X<sub>4</sub> среди линейного, логарифмического, полиномиального, степенного и экспоненциального типа линии тренда наибольшим коэффициентом детерминации характеризуется полиномиальное уравнение тренда вида:

$$X_4 = -36,71t^2 + 3596t - 4559$$

Для фактора X<sub>5</sub> – логарифмическое уравнение тренда вида:

$$X_5 = 15844 \ln(t) + 34786$$

Таким образом,

$$X_{4_{13}} = -36,71 * 13^2 + 3596 * 13 - 4559 = 35985;$$

$$X_{4_{14}} = -36,71 * 14^2 + 3596 * 14 - 4559 = 40572;$$

$$X_{4_{15}} = -36,71 * 15^2 + 3596 * 15 - 4559 = 41121,25;$$

$$X_{5_{13}} = 15844 \ln(13) + 34786 = 75425,06;$$

$$X_{5_{14}} = 15844 \ln(14) + 34786 = 76599,22;$$

$$X_{5_{15}} = 15844 \ln(15) + 34786 = 77692,35.$$

Подставим полученные прогнозные значения в построенную модель зависимости Y от X<sub>2</sub>, X<sub>4</sub> и X<sub>5</sub> и рассчитаем прогнозные значения Y:

$$Y_{13} = 1154,74 - 0,116 * 317777,92 + 2,1647 * 35985 + 0,0112 * 75425,06 = 43034$$

$$Y_{14} = 1154,74 - 0,116 * 457600,2 + 2,1647 * 40572 + 0,0112 * 76599,22 = 46757,23$$

$$Y_{15} = 1154,74 - 0,116 * 658944,28 + 2,1647 * 41121,25 + 0,0112 * 77692,35 = 54602,52.$$

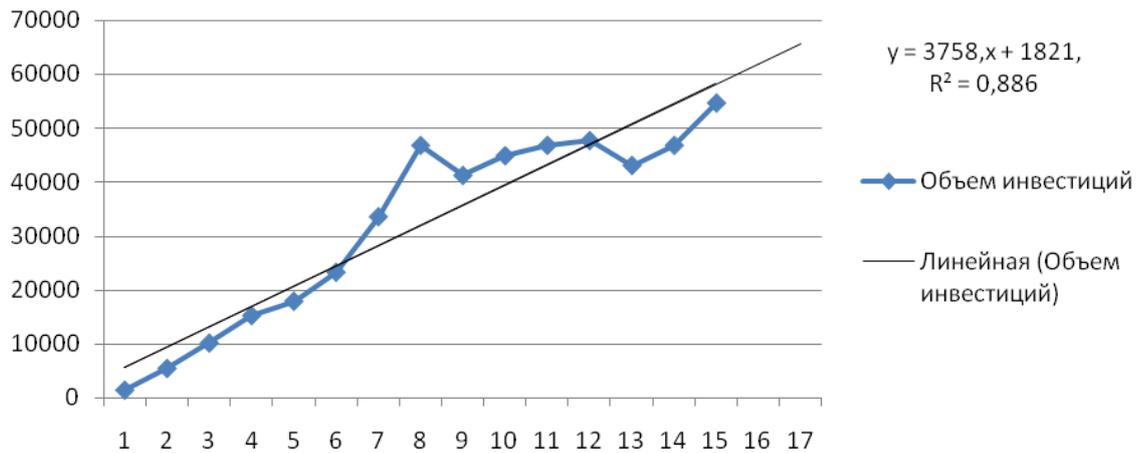


Рисунок 21 - Аппроксимация зависимости показателя объема инвестиций от времени линейной функцией

Таким образом, точечная прогнозная оценка переменной  $Y$  в 13,14-м и 15-м периодах соответственно равна 43034, 46757,23 и 54602,52 млн. руб.

### Использование программного продукта IBMSPSSStatistics

Введем в SPSS данные о значениях факторных признаков  $X_1$ - $X_5$  и результативном признаке  $Y$  (рисунок 2).

	X1	X2	X3	X4	X5	Y	пер	пер	пер	пер	пер
1	13	49	20	55	39	13					
2	14	22	22	20	13	54					
3	39	49	43	59	24	10					
4	48	61	60	77	24	15					
5	54	74	71	10	25	17					
6	69	94	10	15	29	23					
7	88	12	14	18	32	33					
8	11	15	20	23	36	46					
9	12	17	19	26	39	41					
10	14	19	23	29	41	44					
11	14	19	24	30	42	46					
12	.	.	.	.	.	.					
13											
14											
15											
16											
17											

Рисунок 22 – Ввод данных в SPSS

Далее осуществим ряд операций, которые позволяет сделать SPSS в отношении множественной линейной регрессии.

*1. Выбор факторных признаков для построения регрессионной модели на основе анализа матрицы коэффициентов корреляции.*

Для построения матрицы парной корреляции всех переменных с помощью пакета SPSS необходимо выполнить следующие действия:

1. Выбрать в верхней строке меню Анализ – Корреляция – Парные.
2. Переменные, относительно которых проверяется степень корреляционной связи, поочередно переместить в поле тестируемых переменных справа (рисунок 3).
3. Начать расчет путем нажатия ОК.

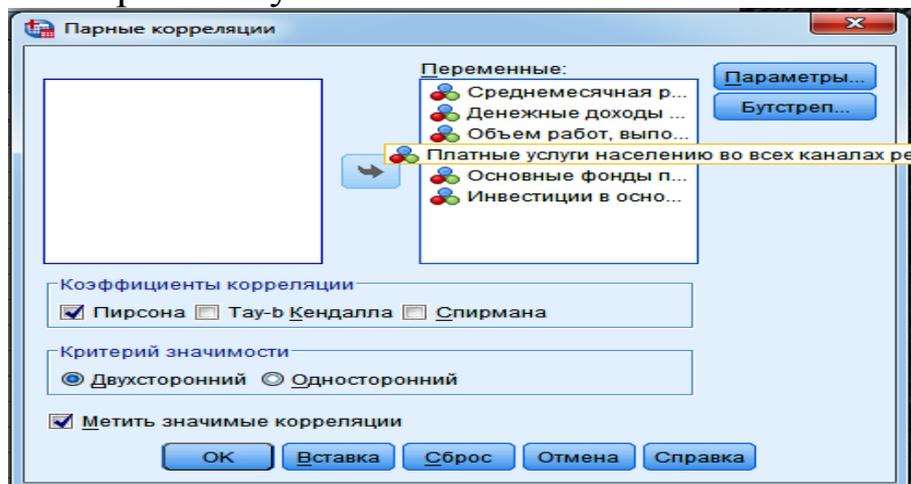


Рисунок 23 - Построение матрицы парной корреляции в SPSS

В результате в выходной области появиться матрица парной корреляции всех переменных (рисунок 23). Полученные результаты содержат: коэффициент корреляции Пирсона, вероятность ошибки, соответствующая предположению о ненулевой корреляции, и количество использованных пар значений  $n=11$ .

Коэффициент корреляции  $R$  между двумя переменными указывает на силу связи между ними и принимает значения между  $-1$  и  $+1$ . При этом, если значение находится ближе к  $1$ , то это означает наличие сильной связи, а если ближе к  $0$ , то слабой.

		Среднемесячная реальная заработная плата, руб. X1	Денежные доходы населения, млн.руб. X2	Объем работ, выполненных по виду деятельности и "строительство", млн. руб. X3	Платные услуги населению во всех каналах реализации, млн.руб. X4	Основные фонды по полной учетной стоимости (на конец года), млн. руб. X5	Инвестиции в основной капитал, млн. руб. X7
Среднемесячная реальная заработная плата, руб. X1	Корреляция Пирсона	1	,459	,157	-,144	-,317	-,459
	Знч.(2-сторон)		,156	,644	,673	,343	,156
	N	11	11	11	11	11	11
Денежные доходы населения, млн.руб. X2	Корреляция Пирсона	,459	1	,425	,137	-,353	-,732
	Знч.(2-сторон)	,156		,193	,688	,287	,010
	N	11	11	11	11	11	11
Объем работ, выполненных по виду деятельности "строительство", млн. руб. X3	Корреляция Пирсона	,157	,425	1	,340	-,407	-,525
	Знч.(2-сторон)	,644	,193		,307	,215	,098
	N	11	11	11	11	11	11
Платные услуги населению во всех каналах реализации, млн.руб. X4	Корреляция Пирсона	-,144	,137	,340	1	-,051	-,540
	Знч.(2-сторон)	,673	,688	,307		,881	,087
	N	11	11	11	11	11	11
Основные фонды по полной учетной стоимости (на конец года), млн. руб. X5	Корреляция Пирсона	-,317	-,353	-,407	-,051	1	,174
	Знч.(2-сторон)	,343	,287	,215	,881		,610
	N	11	11	11	11	11	11
Инвестиции в основной капитал, млн. руб. X7	Корреляция Пирсона	-,459	-,732	-,525	-,540	,174	1
	Знч.(2-сторон)	,156	,010	,098	,087	,610	
	N	11	11	11	11	11	11

\*. Корреляция значима на уровне 0.05 (2-сторон.).

Рисунок 24 – Матрица коэффициентов парной корреляции

Анализ матрицы коэффициентов парной корреляции показал, что зависимая переменная, то есть инвестиции в основной капитал  $Y$ , имеет тесную связь с такими факторами, как денежные доходы населения  $X2$  (коэффициент корреляции равен  $-0,732$ ) при уровне значимости, равном  $0,05$ ; платные услуги населению во всех каналах реализации  $X4$  (коэффициент корреляции равен  $-0,540$ ); основные фонды по полной учетной стоимости  $X5$  (коэффициент корреляции равен  $0,174$ ). Однако факторы  $X4$  и  $X5$  тесно связаны

между собой ( $r_{4 \times 5} = 0.51$ ), что свидетельствует о наличии мультиколлинеарности. Из этих двух переменных оставим в модели  $X_4$  - платные услуги населению во всех каналах реализации.

На основе анализа матрицы коэффициентов парной корреляции делаем вывод о целесообразности построения двухфакторного регрессионного уравнения  $Y=f(X_2, X_4)$ .

### *2.2. Построение линейного уравнения регрессии.*

По заданию необходимо было построить регрессионную модель со значимыми факторами в линейной форме.

Оценка параметров регрессии осуществляется по методу наименьших квадратов. Для проведения регрессионного анализа с помощью пакета SPSS выполним следующие действия:

1. Выберем в верхней строке меню Анализ – Регрессия – Линейная.
2. Поместим переменную  $Y$  в поле для зависимых переменных, объявив переменные  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_2$ ,  $X_4$ ,  $X_5$  независимыми (рисунок 5).
3. Используется установленный по умолчанию в поле «Метод» Исключение.
4. В полях панели Статистики следует отметить флажками Оценки, Согласие модели и критерий Дурбина-Уотсона (в нашей литературе – критерий Дарбина-Уотсона) (рисунок 6), затем нажмите Продолжить.
5. В полях панели Сохранить отметьте необходимые поля (Рис. 7) и нажмите Продолжить.
6. Не меняйте значения, установленные по умолчанию в полях панели Параметры. Они будут использованы для определения критерия Фишера с доверительной вероятностью 0,95.
7. Начните вычисления нажатием ОК.

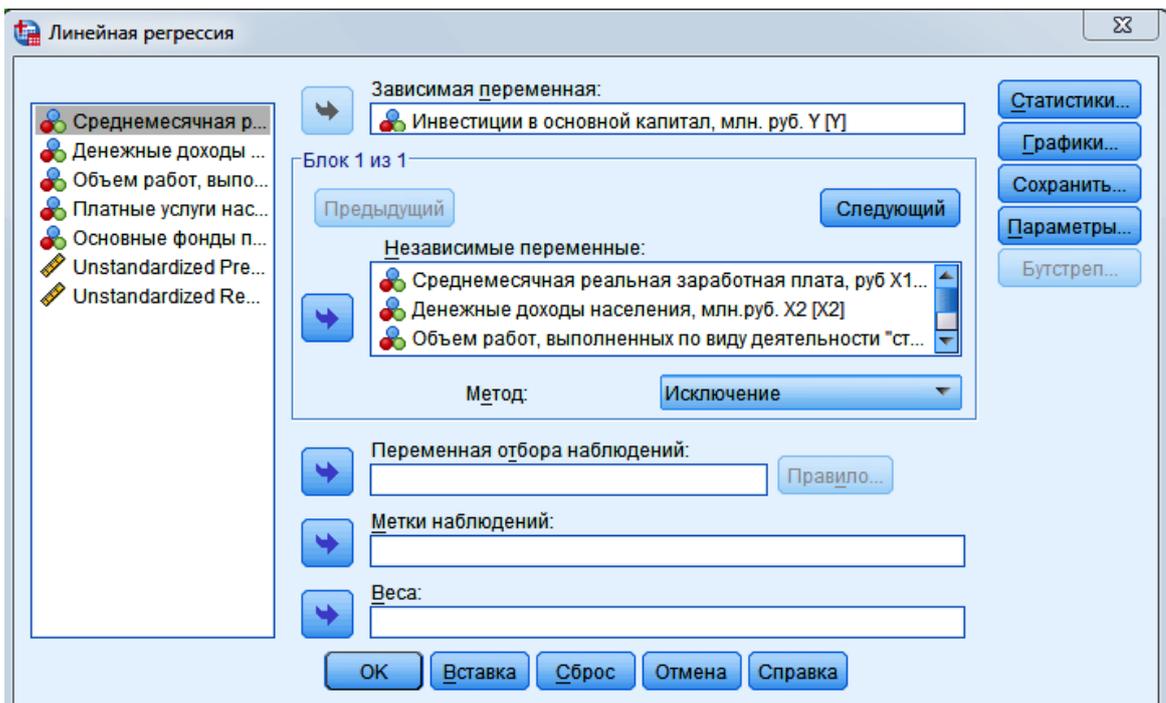


Рисунок 25 – Диалоговое окно Линейная регрессия

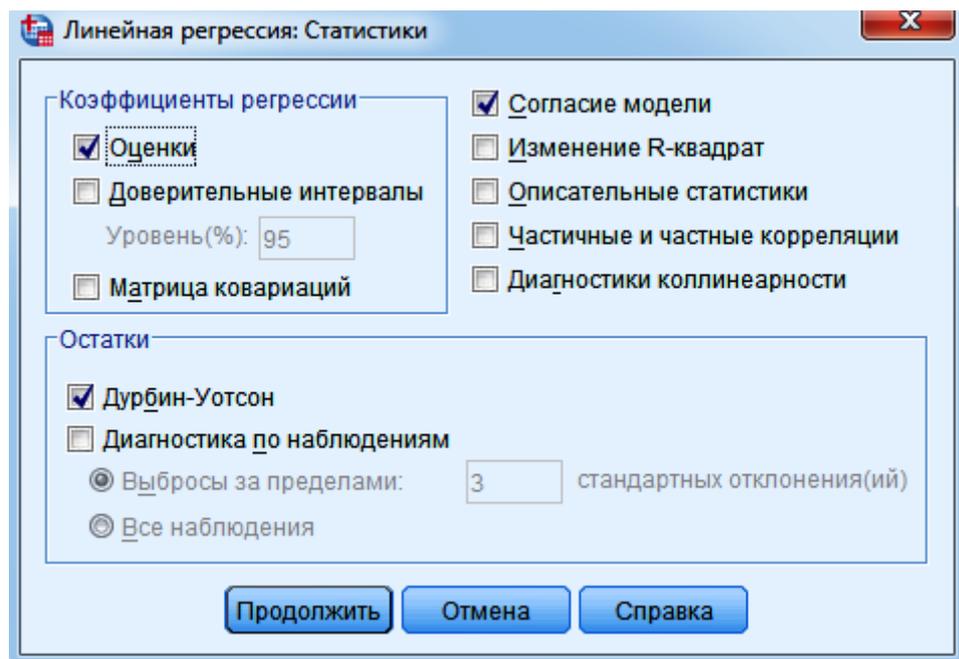


Рисунок 26 – Диалоговое окно Линейная регрессия: Статистики

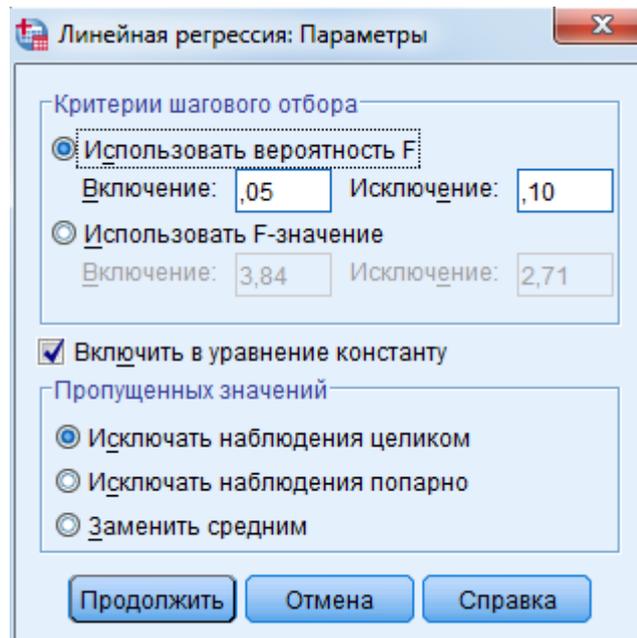


Рисунок 27 – Диалоговое окно Линейная регрессия: Параметры  
Результаты регрессионного анализа приведены в следующих таблицах.

При последовательном подборе переменных в SPSS предусмотрена автоматизация, основанная на значимости включения и исключения переменных.

В таблице 32 перечислены переменные, которые были последовательно исключены на каждом шаге.

Таблица 32 – Введенные или удаленные переменные

Введенные или удаленные переменные			
Модель	Включенные переменные	Исключенные переменные	Метод
1	Основные фонды по полной учетной стоимости (на конец года), млн. руб. X5, Платные услуги населению во всех каналах реализации, млн.руб. X4, Среднемесячная реальная заработная плата, руб X1, Объем работ, выполненных по виду деятельности "строительство", млн. руб. X3, Денежные доходы населения, млн.руб. X2b	.	Принудительное включение
2	.	Объем работ, выполненных по виду деятельности "строительство", млн. руб. X3	Исключение (критерий: вероятность F-исключения $\geq$ ,100).
3	.	Основные фонды по полной учетной стоимости (на конец года), млн. руб. X5	Исключение (критерий: вероятность F-исключения $\geq$ ,100).
4	.	Среднемесячная реальная заработная плата, руб X1	Исключение (критерий: вероятность F-исключения $\geq$ ,100).

а Зависимая переменная: Инвестиции в основной капитал, млн. руб. Y			
--	--	--	--

В таблице 33 приведены значения коэффициента детерминации, коэффициента множественной корреляции, стандартная ошибка, коэффициент Дарбина – Уотсона последовательно для всех моделей. В последней строке приводятся данные для окончательной модели.

Таблица 33 – Сводка для модели

Модель	R	R-квадрат	Скорректированный R-квадрат	Стд. ошибка оценки	Дурбин-Уотсон
1	,915a	,837	,675	9,075	
2	,903b	,816	,693	8,822	
3	,892c	,795	,708	8,606	
4	,856d	,733	,666	9,192	3,261
Предикторы: (конст) Основные фонды по полной учетной стоимости (на конец года), млн. руб. X5, Платные услуги населению во всех каналах реализации, млн.руб. X4, Среднемесячная реальная заработная плата, руб X1, Объем работ, выполненных по виду деятельности "строительство", млн. руб. X3, Денежные доходы населения, млн.руб. X2 <sub>a</sub>					
Предикторы: (конст) Основные фонды по полной учетной стоимости (на конец года), млн. руб. X5, Платные услуги населению во всех каналах реализации, млн.руб. X4, Среднемесячная реальная заработная плата, руб X1, Денежные доходы населения, млн.руб. X2 <sub>b</sub>					
Предикторы: (конст) Платные услуги населению во всех каналах реализации, млн.руб. X4, Среднемесячная реальная заработная плата, руб X1, Денежные доходы населения, млн.руб. X2 <sub>c</sub>					
Предикторы: (конст) Платные услуги населению во всех каналах реализации, млн.руб. X4, Денежные доходы населения, млн.руб. X2 <sub>d</sub>					

В таблице 34 приведены результаты дисперсионного анализа и значения F-критерия, полученные на каждом шаге.

Таблица 34 – Дисперсионный анализ

Модель		Сумма квадратов	ст.св.	Средний квадрат	F	Знч.
1	Регрессия	2121,152	5	424,230	5,151	,048b
	Остаток	411,757	5	82,351		
	Всего	2532,909	10			
2	Регрессия	2065,908	4	516,477	6,636	,022c
	Остаток	467,001	6	77,833		
	Всего	2532,909	10			
3	Регрессия	2014,434	3	671,478	9,066	,008d
	Остаток	518,475	7	74,068		
	Всего	2532,909	10			
4	Регрессия	1856,906	2	928,453	10,988	,005e
	Остаток	676,003	8	84,500		
	Всего	2532,909	10			
а Зависимая переменная: Инвестиции в основной капитал, млн. руб. Y						
b Предикторы: (конст) Основные фонды по полной учетной стоимости (на конец года), млн. руб. X5, Платные услуги населению во всех каналах реализации, млн.руб. X4,						

Среднемесячная реальная заработная плата, руб X1, Объем работ, выполненных по виду деятельности "строительство", млн. руб. X3, Денежные доходы населения, млн.руб. X2
с Предикторы: (конст) Основные фонды по полной учетной стоимости (на конец года), млн. руб. X5, Платные услуги населению во всех каналах реализации, млн.руб. X4, Среднемесячная реальная заработная плата, руб X1, Денежные доходы населения, млн.руб. X2
d Предикторы: (конст) Платные услуги населению во всех каналах реализации, млн.руб. X4, Среднемесячная реальная заработная плата, руб X1, Денежные доходы населения, млн.руб. X2
eПредикторы: (конст) Платные услуги населению во всех каналах реализации, млн.руб. X4, Денежные доходы населения, млн.руб. X2

В таблице 35 в первом столбце указан номер модели, во втором – перечисляются используемые в модели независимые переменные, а в третьем столбце содержатся коэффициенты уравнения регрессии. В четвертом столбце содержатся стандартные ошибки коэффициентов уравнения регрессии, в пятом – стандартизованные коэффициенты, а в шестом – t- статистика, используемая для проверки значимости коэффициентов уравнения регрессии.

Таблица 35 – Коэффициенты

Модель		Нестандартизованные коэффициенты		Стандартизованные коэффициенты	t	Знч.
		B	Стд. Ошибка	Бета		
1	(Константа)	76,330	15,790		4,834	,005
	Среднемесячная реальная заработная плата, руб X1	-,191	,124	-,327	-1,536	,185
	Денежные доходы населения, млн.руб. X2	-,294	,128	-,515	-2,300	,070
	Объем работ, выполненных по виду деятельности "строительство", млн. руб. X3	-,147	,179	-,181	-,819	,450
	Платные услуги населению во всех каналах реализации, млн.руб. X4	-,348	,148	-,465	-2,357	,065
	Основные фонды по полной учетной стоимости (на конец года), млн. руб. X5	-,364	,361	-,209	-1,010	,359
2	(Константа)	71,369	14,177		5,034	,002
	Среднемесячная реальная заработная плата, руб X1	-,188	,121	-,321	-1,553	,172

	Денежные доходы населения, млн.руб. X2	-,324	,119	-,569	-2,732	,034
	Платные услуги населению во всех каналах реализации, млн.руб. X4	-,386	,136	-,516	-2,831	,030
	Основные фонды по полной учетной стоимости (на конец года), млн. руб. X5	-,270	,332	-,155	-,813	,447
3	(Константа)	61,225	6,571		9,317	,000
	Среднемесячная реальная заработная плата, руб X1	-,169	,116	-,289	-1,458	,188
	Денежные доходы населения, млн.руб. X2	-,302	,113	-,530	-2,681	,031
	Платные услуги населению во всех каналах реализации, млн.руб. X4	-,381	,133	-,509	-2,865	,024
4	(Константа)	57,100	6,335		9,013	,000
	Денежные доходы населения, млн.руб. X2	-,382	,105	-,671	-3,639	,007
	Платные услуги населению во всех каналах реализации, млн.руб. X4	-,335	,138	-,438	-2,430	,041
а. Зависимая переменная: Инвестиции в основной капитал, млн. руб. Y						

Уравнение регрессии зависимости инвестиций в основной капитал от денежных доходов населения и платных услуг населению во всех каналах реализации, полученное на последнем шаге можно записать в следующем виде:

$$y = 57.100 - 0.382x_2 - 0.335x_4$$

Коэффициенты уравнения регрессии показывают, что при уменьшении денежных доходов населения на один млн. руб. инвестиции в основной капитал уменьшится на 0,382 млн. руб., при уменьшении платных услуг населению на один млн. руб. инвестиции в основной капитал уменьшатся на 0,335 млн. руб.

### 3. Оценка качества модели

Оценка качества уравнения регрессии производится с помощью коэффициентов детерминации  $R^2$  и множественной корреляции  $R$ . Их значения можно найти в таблице 9.

Коэффициент детерминации  $R^2 = 0,733$  показывает долю вариации результативного признака под воздействием изучаемых факторов. Следовательно, около 73% вариации зависимой переменной учтено в модели и обусловлено влиянием включенных факторов.

Коэффициент множественной корреляции  $R = 0,856$  показывает тесноту связи зависимой переменной  $Y$  со всеми включенными в модель объясняющими факторами.

Проверку значимости уравнения регрессии произведем на основе F-критерия Фишера (таблица 10). Значение критерия Фишера  $F = 10,988$ .

Вероятность ошибки  $\alpha$ , соответствующая расчетному значению F-критерия, выводится в правой колонке под заголовком "Значимость". Ее величина свидетельствует о значимости уравнения регрессии ( $p < 0,005$ ).

Уравнение регрессии следует признать адекватным, модель считается значимой.

#### 4. Построение прогноза

Для построения прогноза вначале необходимо ввести прогнозные значения выбранных факторов  $X_2 = 31$  и  $X_4 = 75$  (рисунок 25).

	X1	X2	X3	X4	X5	Y	PRE_1	RES_1	пер	пер
1	13	49	20	55	39	13	19,92933	-6,92933		
2	14	22	22	20	13	54	41,98560	12,01440		
3	39	49	43	59	24	10	18,58750	-8,58750		
4	48	61	60	77	24	15	7,96470	7,03530		
5	54	74	71	10	25	17	25,47387	-8,47387		
6	69	94	10	15	29	23	16,15569	6,84431		
7	88	12	14	18	32	33	46,47696	-13,47696		
8	11	15	20	23	36	46	43,65353	2,34647		
9	12	17	19	26	39	41	41,88307	-.88307		
10	14	19	23	29	41	44	40,11260	3,88740		
11	14	19	24	30	42	46	39,77714	6,22286		
12	.	31	.	75	.	.	.	.		
13	.	.	.	.	.	.	.	.		
14	.	.	.	.	.	.	.	.		
15	.	.	.	.	.	.	.	.		
16	.	.	.	.	.	.	.	.		
17	.	.	.	.	.	.	.	.		

Рисунок 25 – Ввод прогнозных значений факторов  $X_2$  и  $X_4$

Затем следует запустить процедуру Анализ – Регрессия – Линейная и в качестве независимых переменных указать Расходы на рекламу и Индекс потребительских расходов (рисунок 26).

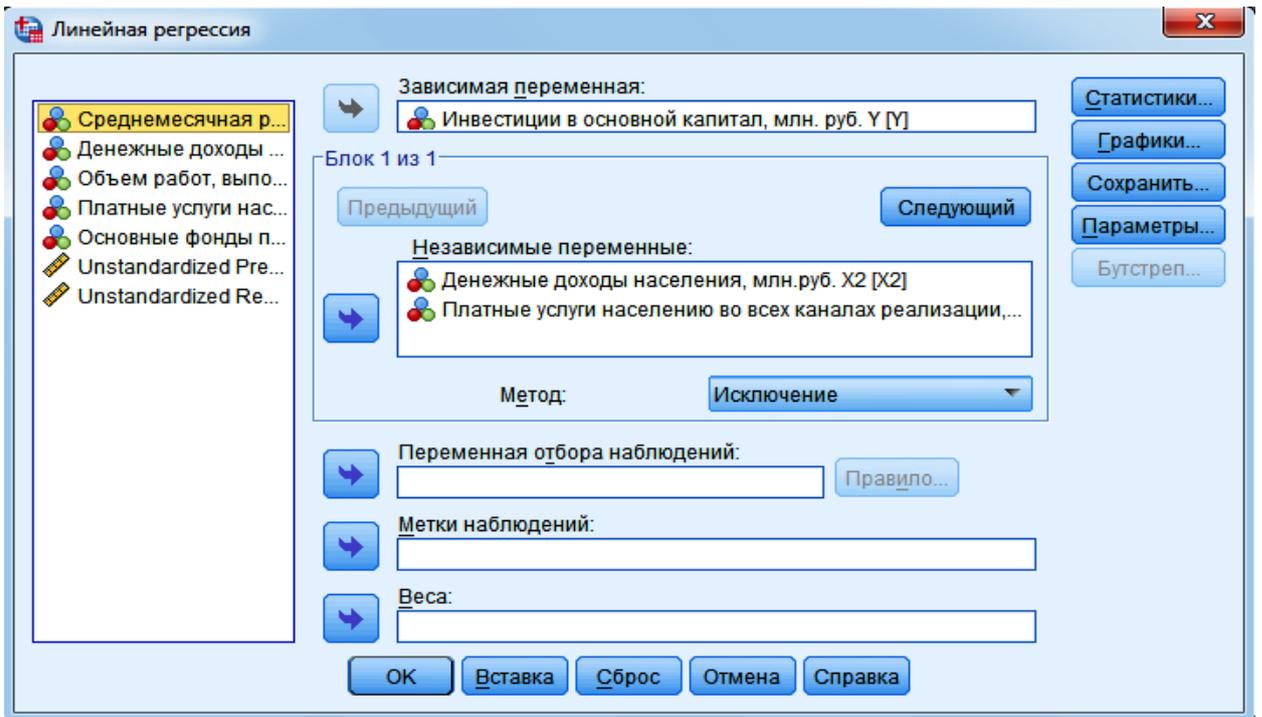


Рисунок 27 – Линейная регрессия

В полях панели Сохранить следует обязательно отметить необходимость сохранения Интервалов предсказания для отдельных значений с вероятностью 90% (рисунок 28) и нажмите Продолжить.

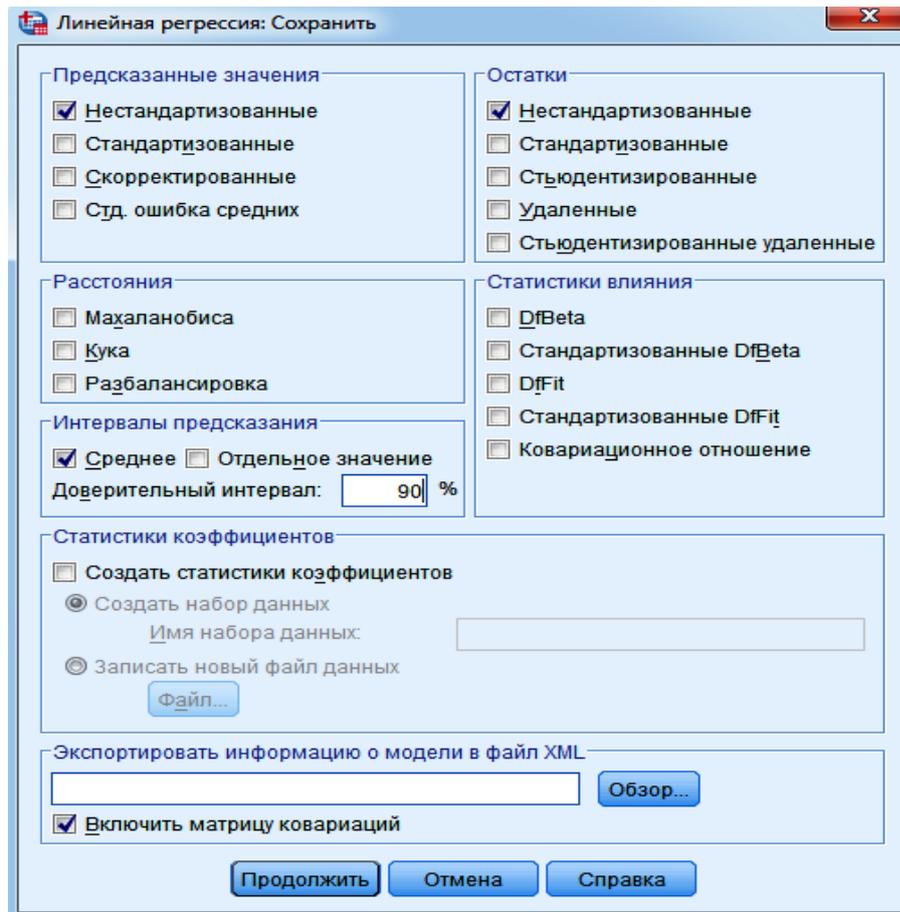


Рисунок 28 – Линейная регрессия: Сохранить  
 На рис. 29 приведены результаты прогнозирования по модели регрессии: точечный прогноз, верхняя и нижняя границы.

	PRE_1	RES_1	PRE_2	RES_2	LMCI_1	UMCI_1	пер	пер	пер
1	19,92933	-6,92933	19,92933	-6,92933	12,22007	27,63860			
2	41,98560	12,01440	41,98560	12,01440	35,22110	48,75009			
3	18,58750	-8,58750	18,58750	-8,58750	10,12587	27,04913			
4	7,96470	7,03530	7,96470	7,03530	-4,67112	20,60053			
5	25,47387	-8,47387	25,47387	-8,47387	14,59624	36,35151			
6	16,15569	6,84431	16,15569	6,84431	2,89926	29,41212			
7	46,47696	-13,47696	46,47696	-13,47696	38,48825	54,46567			
8	43,65353	2,34647	43,65353	2,34647	36,43977	50,86729			
9	41,88307	-,88307	41,88307	-,88307	35,07405	48,69209			
10	40,11260	3,88740	40,11260	3,88740	33,63077	46,59443			
11	39,77714	6,22286	39,77714	6,22286	33,30863	46,24565			
12	.	.	20,09696	.	7,82353	32,37038			
13	.	.	.	.	.	.			
14	.	.	.	.	.	.			
15	.	.	.	.	.	.			
16	.	.	.	.	.	.			
17	.	.	.	.	.	.			

Рисунок 29 – Результаты прогнозирования

Таким образом, с вероятностью 90% инвестиции в основной капитал в прогнозируемом периоде составят от 7,82353 до 32,37038 млн. руб.

#### *Выводы.*

В ходе выполнения задания мы построили уравнение множественной линейной регрессии двумя способами – матричным и с помощью MSExcel, рассчитали коэффициенты полученной модели, оценили ее адекватность и статистическую значимость; построили модель со статистически значимыми факторами. Также нами была дана интерпретация параметров модели и осуществлен прогноз на два периода на основе множественной линейной регрессии со статистически значимыми факторами. Таким образом, точечная прогнозная оценка переменной  $Y$  в 13-м, 14-м и 15-м периодах соответственно равна 43034; 46757,23; 54602,52.

Применив в качестве инструмента регрессионного анализа программный продукт IBMSPSSStatistics, мы произвели выбор факторных признаков для построения регрессионной модели на основе анализа матрицы коэффициентов корреляции,

построили линейное уравнение регрессии, оценили качество модели и построили прогноз, согласно которому инвестиции в основной капитал в периоде упреждения составят от 7,82 до 32,37 млн. руб.

## **Тема №6 Методы экспертных оценок. Прогнозирование банкротства предприятий.**

### *Теоретическая часть*

Метод «Дельфи» относится к группе экспертных методов прогнозирования, и наравне с методом «Мозговой штурм» принадлежит к оценкам с обратной связью.

Сущность метода состоит в том, что в результате серии действий независимых экспертов формируется некое обобщённое мнение, являющееся более правильным, чем мнение каждого эксперта в отдельности. Своё название Дельфи-метод получил из-за условной схожести своего принципа с Дельфийским Оракулом.

Метод «Дельфи» целесообразно применять в ситуациях, когда:

1. Имеющиеся или доступные данные не пригодны для решения проблемы;
2. В распоряжении нет нужных данных;
3. Нет достаточного времени для сбора необходимых данных;
4. Процесс получения и анализа необходимых данных слишком дорогостоящий.

Особенности метода «Дельфи»:

Использование результатов предыдущих туров опросов

Анонимность

Статистическая характеристика группового ответа

Прямые дебаты заменены тщательно разработанной программой последовательных индивидуальных опросов (с помощью анкет) и, используя обратную связь, т. е. доводя до сведения экспертов мнение, полученное посредством рассчитанного согласованного мнения по предшествующим вопросам той или иной прогнозируемой проблемы получить более уточненную оценку.

Оптимальным является месячный интервал между опросами экспертов.

Сбор и обработка индивидуальных мнений экспертов о прогнозах развития объекта производится, исходя из следующих принципов:

1. вопросы в анкетах ставятся таким образом, чтобы можно было дать количественную характеристику ответам экспертов;
2. опрос экспертов проводится в несколько туров, в ходе которых вопросы и ответы все более уточняются.
3. все опрашиваемые эксперты знакомятся после каждого тура с результатами опроса;
4. эксперты обосновывают оценки и мнения, отклоняющиеся от мнения большинства;
5. статистическая обработка ответов производится последовательно от опроса к опросу с целью получения обобщающих характеристик.

Перед рассылкой анкеты эксперту объясняется сущность проблемы.

Для реализации обратной связи при использовании метода необходима многотуровая процедура. Экспертиза чаще всего проводится в 4 тура.

Оценки экспертов оцениваются с помощью расчета следующих показателей:

Коэффициент вариации:

$$v =$$

где  $\sigma$  – среднее квадратическое отклонение оценок;

$$= \frac{\sqrt{\left( \sum_{i=1}^n [(xi - x_{\text{ср.}})^2] \right)}}{n},$$

где  $x_{\text{ср.}}$  – среднее значение оценки,

$X_i$  – оценка каждого эксперта,

$N$  – число экспертов.

Коэффициент вариации определяет степень согласованности мнений экспертов, его значение не должно превышать 33%;

Медиана – значение оценки, которое находится в середине ранжированного ряда;

Нижний квартиль – значение оценки, определяющей 25% наиболее ранних оценок (из всех имеющихся);

Верхний квартиль – значение оценки, определяющей 25% наиболее поздних оценок (из всех имеющихся).

### *Практическая часть*

*Цель:* освоение методики прогнозирования методом «Дельфи»

*Задание:* построить прогноз значений курсов евро и доллара США на 01.01.2014г., используя метод «Дельфи».

*Ход работы.*

Для проведения исследования и получения прогнозных данных методом «Дельфи» была выбрана группа экспертов, состоящая из 17 человек. Предварительно исследователями была собрана и обработана информация о динамике курсов евро и доллара США в ретроспективном периоде, составляющем 14 лет, а также факторы, оказывающие влияние на курсы валют по отношению к российскому рублю.

В таблице 1 представлена динамика курсов евро и доллара США в ретроспективном периоде.

Таблица 36 - Динамика курсов евро и доллара США в ретроспективном периоде

Год	Динамика курса евро к рублю	Динамика курса доллара США к рублю
1999	24,09	20,65
2000	27,20	27,00
2001	26,14	28,16
2002	26,62	30,14
2003	33,27	31,78
2004	37,10	29,45
2005	37,84	27,75
2006	34,19	28,78
2007	34,70	26,33
2008	35,93	24,55
2009	41,43	29,39
2010	43,46	30,19
2011	40,49	30,35
2012	41,67	32,20
2013	40,23	30,37

На рисунке 30 изобразим динамику курсов валют в 1999-2013 гг. графически.

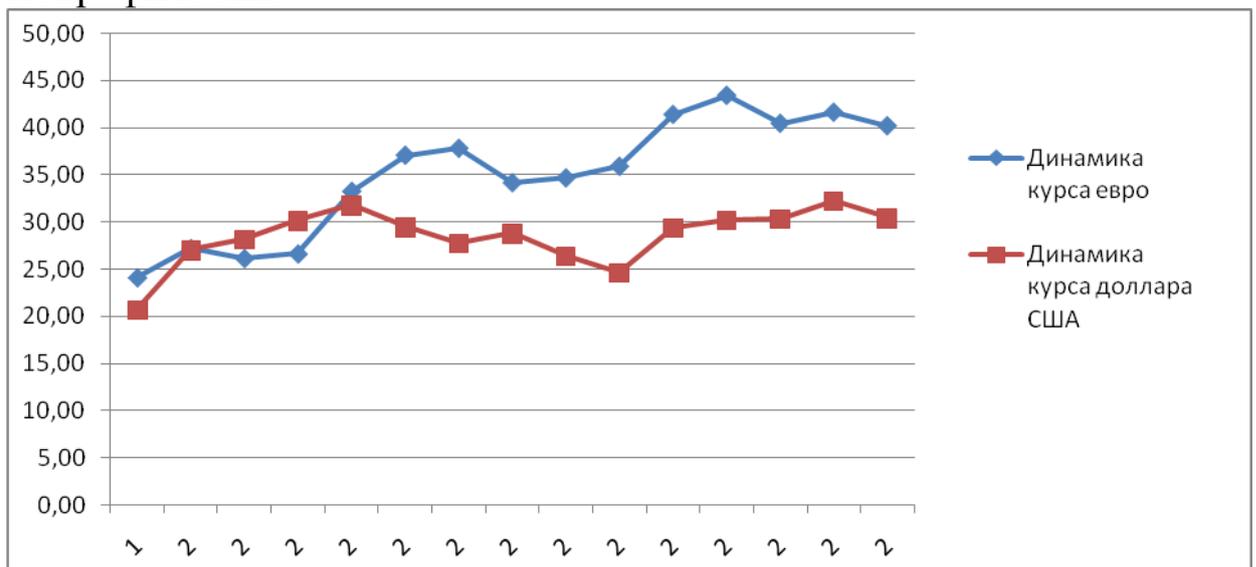


Рисунок 30- Динамика курсов валют в 1999-2013 гг.

Далее рассмотрим подробней динамику курсов валют в 2011 и 2012 году помесячно для получения более детальной информации об изменениях курсов (таблица 3, рисунки 3, 4).

Таблица 36 – Динамика курсов валют в 2011 и 2012 гг.

Месяц	2011 г.		2012 г.	
	Курс доллара США	Курс евро	Курс доллара США	Курс евро
Январь	30,35	40,49	31,87	40,76
Февраль	29,8	40,58	30,31	39,97
Март	28,9	39,81	29,03	39,1
Апрель	28,51	40,39	29,35	39,17
Май	27,33	40,52	29,37	38,82
Июнь	27,98	40,24	32,92	40,81
Июль	27,87	40,42	32,53	41,06
Август	27,52	39,64	32,21	39,51
Сентябрь	28,93	41,76	32,57	40,72
Октябрь	32,11	43,41	31,25	40,15
Ноябрь	30,12	42,25	31,37	40,65
Декабрь	31,4	41,76	30,81	40,08

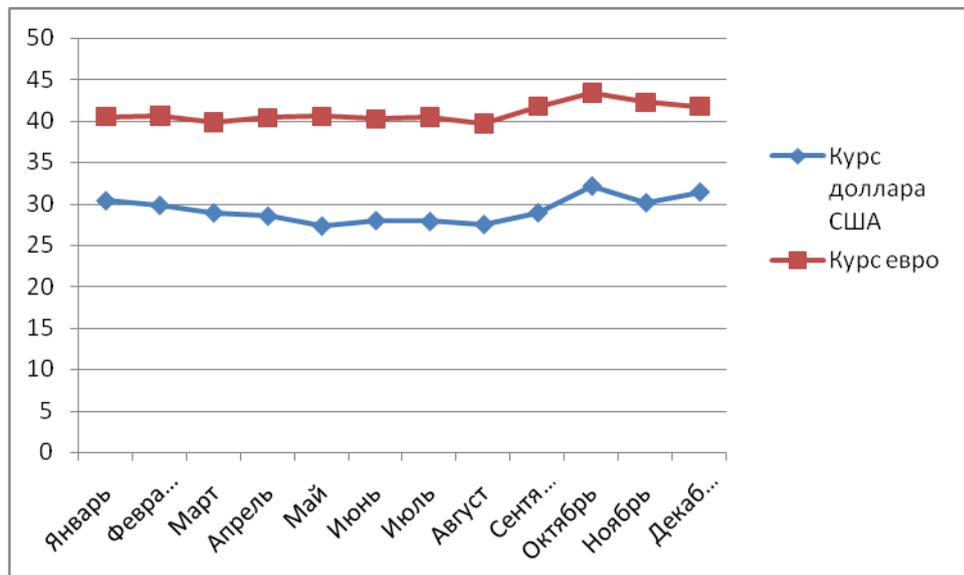


Рисунок 30 – Динамика курсов доллара США и евро, 2011 г.

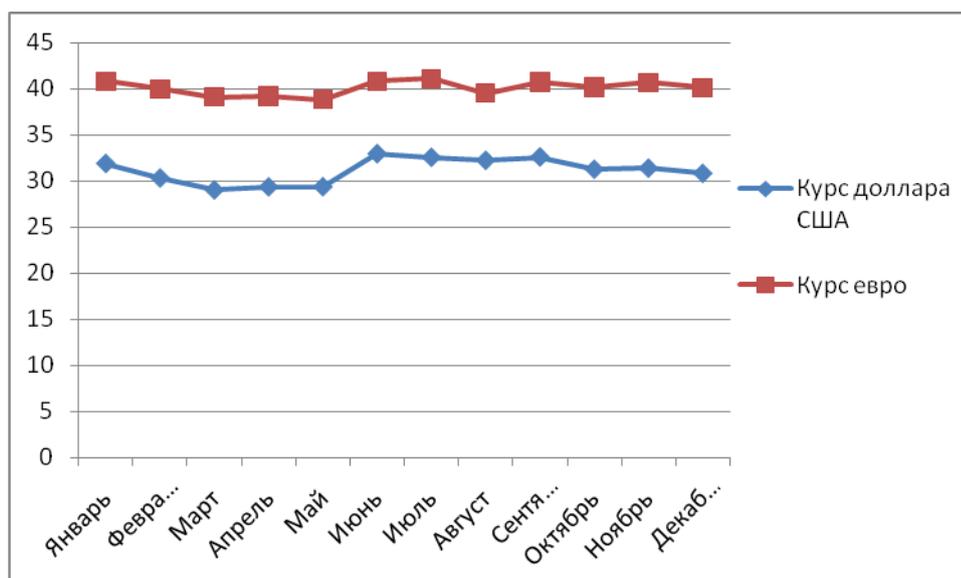


Рисунок 31 – Динамика курсов доллара США и евро, 2012 г.

Перечислим факторы, оказывающие влияние на курс евро:

1. Процентная ставка ЕЦБ (с её помощью регулируется инфляционное давление и темпы экономического роста)

2. Кратковременные и долговременные государственные обязательства (большая доходность обеспечивает высокий спрос, что положительно влияет на курс евро)

3. Макроэкономическая статистика (ключевыми индикаторами здесь являются: прирост ВВП, уровень безработицы, промышленное производство, индекс деловых ожиданий, торговый баланс)

4. Индексы европейского фондового рынка (являются хорошим ориентиром для определения существующих тенденций в экономике стран Еврозоны)

5. Кросс-курсы по отношению к другим ведущим валютам

6. Политические факторы (в последнее время всё большее значение на курс евро оказывает этот фактор и решения Евросоюза по преодолению долгового кризиса периферийных стран сообщества (Греция, Испания и т.д.))

Факторы, оказывающие влияние на курс доллара США:

1. Экономические:

- индекс потребительских цен;
- индекс промышленных цен;
- уровень безработицы;
- ВВП;
- показатель платежного баланса.

2. Финансовые:

- учётная ставка (ставка, которую комитет запрашивает у различных банков);
- ставка фондов (является процентом, который выплачивают друг другу разные депозитные учреждения для погашения суточных ссуд);
- тридцатилетние казначейские обязательства (длинные бонды);
- трёхмесячные евро-долларовые депозиты;
- проценты по государственным ценным бумагам.

### 3. Внешние:

- доверие (может вызвать буквально обвал курса, для его уменьшения достаточно заявить, кому-либо из крупных участников валютного рынка, про отказ использовать в расчётах доллар США);
- изменение цен на нефть и золото (поднятие цен на нефть неукоснительно ведёт к удешевлению американской валюты, т.к. США является одним из самых крупных потребителей нефти, такая же зависимость отслеживается при изменении цен на золото);
- участие в конфликтах (США постоянно участвует в различных военных конфликтах, успех или поражение также в некоторой мере вызывает реакцию курса).

### 4. Политические

### 5. Погодные условия и катаклизмы.

Итак, перед проведением исследования экспертам была предложена выше представленная информация о динамике курсов валют и факторах, оказывающих влияние на ее динамику.

Далее экспертам были предложены для заполнения анкеты I тура экспертизы (таблица 37).

Таблица 37 – Анкета I тура экспертизы

Вопрос	Ответ	Вопрос	Ответ
Каким будет курс доллара США на 1 января 2014 г.?		Каким будет курс евро на 1 января 2014 г.?	

Результаты, собранные исследователями, были обработаны в MSExcel, и представлены в технологических таблицах 5 и 6 для курсов доллара США и евро соответственно.

Таблица 38 – Результаты экспертизы I тура (доллар США)

№	xi	(xi-хср.)	(xi-хср.) <sup>2</sup>	(xi-хср.) <sup>2</sup> /n
1	29,2	-2,3	5,29	0,31
2	29,7	-1,8	3,24	0,19
3	29,8	-1,7	2,89	0,17
4	30,35	-1,15	1,3225	0,08
5	31,1	-0,4	0,16	0,01
6	31,15	-0,35	0,1225	0,01
7	31,2	-0,3	0,09	0,01
8	31,2	-0,3	0,09	0,01
9	31,25	-0,25	0,0625	0,00
10	31,3	-0,2	0,04	0,00
11	31,4	-0,1	0,01	0,00
12	31,5	0	0	0,00
13	31,65	0,15	0,0225	0,00
14	32,3	0,8	0,64	0,04
15	33	1,5	2,25	0,13
16	33,1	1,6	2,56	0,15
17	37	5,5	30,25	1,78
Сумма	536,2	0,7	49,04	2,88
Среднее значение	31,54			

Таблица 39 – Результаты экспертизы I тура (евро)

№	xi	(xi-хср.)	(xi-хср.) <sup>2</sup>	(xi-хср.) <sup>2</sup> /n
1	37,4	-3,66	13,40	0,79
2	39,11	-1,95	3,80	0,22
3	39,6	-1,46	2,13	0,13
4	39,7	-1,36	1,85	0,11
5	40	-1,06	1,12	0,07
6	40,24	-0,82	0,67	0,04
7	40,3	-0,76	0,58	0,03
8	40,98	-0,08	0,01	0,00
9	41,05	-0,01	0,00	0,00
10	41,3	0,24	0,06	0,00
11	41,4	0,34	0,12	0,01
12	41,5	0,44	0,19	0,01
13	41,57	0,51	0,26	0,02
14	42,33	1,27	1,61	0,09
15	42,5	1,44	2,07	0,12
16	44	2,94	8,64	0,51
17	45	3,94	15,52	0,91
Сумма	697,98	-0,04	52,04	3,06
Среднее значение	41,06			

Анализ мнений экспертов представим в таблице 40.

Таблица 40 – Анализ мнений экспертов и расчет оценок

Показатель	Доллар США	Евро
Среднеквадратическое отклонение	1,6984	1,7493
Коэффициент вариации	5,38	4,26
Медиана	31,25	41,05
Нижний квартиль	30,35	39,7
Верхний квартиль	32,3	42,33

Таким образом, по результатам I тура экспертизы получили следующие прогнозные значения курсов валют:

- курс доллара США = 31,54 российских рубля;
- курс евро = 41,06 российских рубля.

На рисунке 5 представим значения курсов валют в ретроспективном периоде и периоде упреждения, полученные по итогам I тура экспертизы.

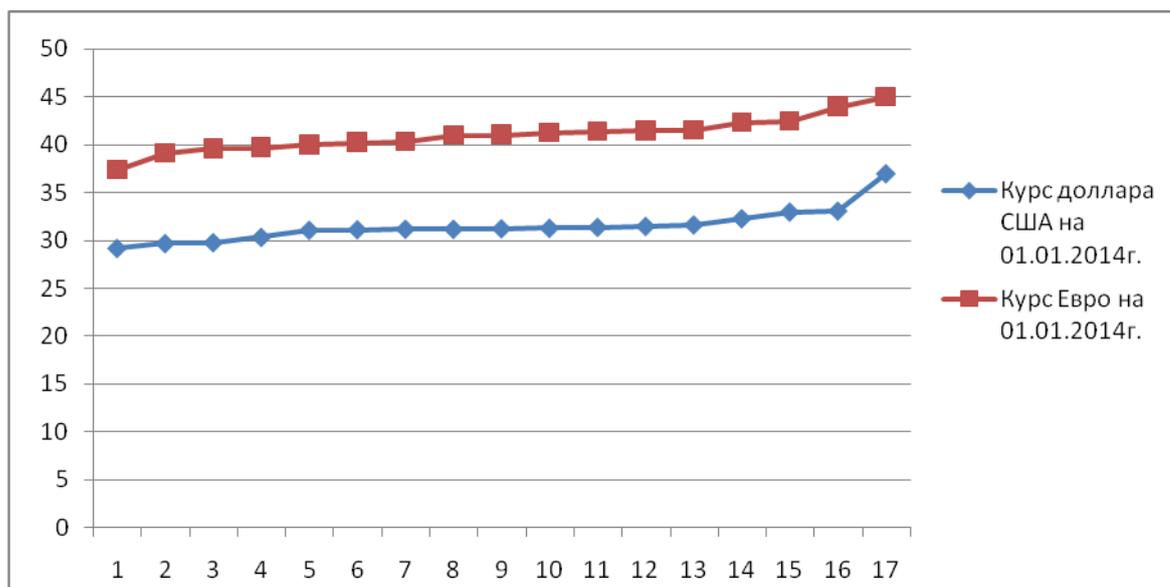


Рисунок 32 – Значения курсов доллара США и евро по итогам I тура экспертизы

Оценим степень согласованности мнений экспертов: коэффициенты ковариации равен 53,8 и 42,6%;  $53,8\% > 33\%$ ,  $42,6\% > 33\%$ , значит, мнения экспертов не согласованны.

Для проведения II тура экспертизы экспертам предлагается заполнить анкеты, содержащие итоги проведения I тура экспертизы (таблица 41).

Таблица 41 - Анкета II тура экспертизы

Вопрос	Результаты I тура	Ваш старый ответ	Ваш новый ответ	Аргументы
Каким будет курс доллара США на 1 января 2014 г.?	(30,35;32,3)			
Каким будет курс евро на 1 января 2014 г.?	(39,7;42,33)			

Результаты, собранные исследователями, также были обработаны в MSExcel, и представлены в технологических таблицах 9 и 10 для курсов доллара США и евро соответственно.

Таблица 42 – Результаты экспертизы II тура (доллар США)

№	xi	(xi-хср.)	(xi-хср.) <sup>2</sup>	(xi-хср.) <sup>2</sup> /n
1	30	-1,59	2,53	0,15
2	30	-1,59	2,53	0,15
3	30	-1,59	2,53	0,15
4	30,35	-1,24	1,54	0,09
5	31	-0,59	0,35	0,02
6	31,15	-0,44	0,19	0,01
7	31,2	-0,39	0,15	0,01
8	31,2	-0,39	0,15	0,01
9	31,3	-0,29	0,08	0,00
10	31,5	-0,09	0,01	0,00
11	31,5	-0,09	0,01	0,00
12	31,6	0,01	0,00	0,00
13	32	0,41	0,17	0,01
14	32,5	0,91	0,83	0,05
15	32,8	1,21	1,46	0,09
16	33	1,41	1,99	0,12
17	36	4,41	19,45	1,14
Сумма	537,1	0,07		2,00
Среднее значение	31,59412			

Таблица 43 – Результаты экспертизы II тура (евро)

№	$x_i$	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2/n$
1	39,11	-2,02	4,08	0,24
2	39,70	-1,43	2,04	0,12
3	39,70	-1,43	2,04	0,12
4	40,00	-1,13	1,28	0,08
5	40,30	-0,83	0,69	0,04
6	40,67	-0,46	0,21	0,01
7	40,80	-0,33	0,11	0,01
8	41,00	-0,13	0,02	0,00
9	41,00	-0,13	0,02	0,00
10	41,00	-0,13	0,02	0,00
11	41,00	-0,13	0,02	0,00
12	41,20	0,07	0,00	0,00
13	41,25	0,12	0,01	0,00
14	41,40	0,27	0,07	0,00
15	42,00	0,87	0,76	0,04
16	44,00	2,87	8,24	0,48
17	45,00	3,87	14,98	0,88
Сумма	699,13	-0,08	34,59	2,03
Среднее значение	41,13			

Анализ мнений экспертов представим в таблице 44.

Таблица 44 – Анализ мнений экспертов и расчет оценок

Показатель	Доллар США	Евро
Среднеквадратическое отклонение	1,4135	1,4248
Коэффициент вариации	3,18	3,36
Медиана	31,3	41
Нижний квартиль	30,35	40
Верхний квартиль	32,5	41,4

Таким образом, по результатам II тура экспертизы получили следующие прогнозные значения курсов валют:

- курс доллара США = 31,56 российских рубля;
- курс евро = 41,13 российских рубля.

На рисунке 6 представим значения курсов валют в ретроспективном периоде и периоде упреждения, полученные по итогам II тура экспертизы.

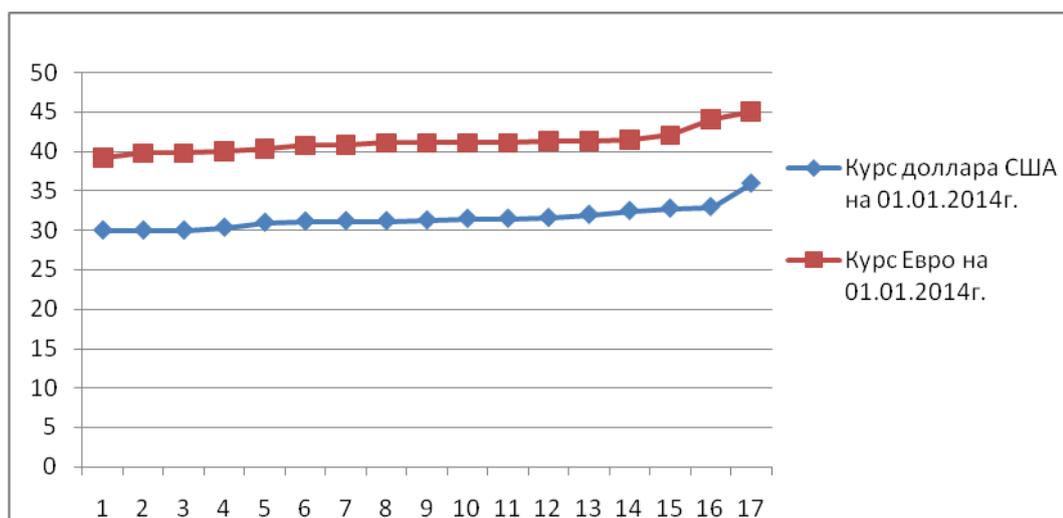


Рисунок 32 – Значения курсов доллара США и евро по итогам II тура экспертизы

Оценим степень согласованности мнений экспертов: коэффициенты ковариации равен 31,8 и 33,6%;  $31,8\% < 33\%$ ,  $33,6\% < 33\%$ , значит, мнения экспертов согласованны и полученные прогнозные значения можно считать адекватными и достоверными.

#### *Выводы.*

Таким образом, нами был применен метод «Дельфи» для прогнозирования курсов валют доллара США и евро на 01.01.2014 г. В результате проведения двух туров экспертизы была достигнута согласованность мнений экспертов и получены следующие результаты:

1. Курс доллара США на 01.01.2014 г. составит 31,56 российский рубль;
2. Курс евро на 01.01.2014г. составит 41,13 российский рубль.

### **Прогнозирование банкротства предприятий.**

#### **Анализ потенциального банкротства по зарубежной методике**

В зарубежной и российской экономической литературе предлагается несколько отличающихся методик и математических моделей диагностики вероятности наступления банкротства организаций. В зарубежных странах для оценки риска банкротства и кредитоспособности предприятий широко используются факторные модели известных западных экономистов Альтмана,

Лиса, Таффлера, Тишоу и др., разработанные с помощью многомерного дискриминантного анализа [28, 628].

Наиболее широкую известность получила модель Альтмана:

$$Z = 0,717x_1 + 0,847x_2 + 3,107x_3 + 0,42x_4 + 0,995x_5 \quad (1)$$

где  $x_1$  - собственный оборотный капитал / сумма активов;  
 $x_2$  - нераспределенная прибыль / сумма активов;  
 $x_3$  - прибыль до уплаты процентов / сумма активов;  
 $x_4$  - балансовая стоимость собственного капитала / заемный капитал;  
 $x_5$  - объем продаж (выручка) / сумма активов.

Модель Альтмана представляет собой пятифакторную модель, построенную по данным успешно действующих и обанкротившихся промышленных предприятий США. Итоговый коэффициент вероятности банкротства  $Z$  рассчитывается с помощью пяти показателей, каждый из которых был наделен определенным весом, установленным статистическими методами.

Если значение  $Z < 1,23$ , то это признак высокой вероятности банкротства, тогда как значение  $Z > 1,23$ , и более свидетельствует о малой его вероятности.

Дискриминантная модель, разработанная Лис для Великобритании, получила следующее выражение:

$$Z = 0,063x_1 + 0,092x_2 + 0,057x_3 + 0,001x_4 \quad (2)$$

где  $x_1$  - оборотный капитал / сумма активов;  
 $x_2$  - прибыль от реализации / сумма активов;  
 $x_3$  - нераспределенная прибыль / сумма активов;  
 $x_4$  - собственный капитал / заемный капитал.  
 Здесь предельное значение равняется 0,037.

Модель британского ученого Таффлера была разработана в 1997 г. на основе оценки ключевых показателей финансово-хозяйственной деятельности корпорации. В основу расчета положено исчисление четырех показателей финансового состояния организации и предложены весовые коэффициенты для каждого из

них. В качестве индикативных показателей автором предлагаются следующие: отношение прибыли от продаж к сумме краткосрочных обязательств; отношение оборотного капитала к сумме обязательств; отношение краткосрочных обязательств к сумме активов; отношение выручки от продаж к сумме активов:

$$Z=0.53x_1+0.13x_2+0.18x_3+0.16x_4$$

(3)

где  $x_1$  – прибыль от реализации / краткосрочные обязательства;

$x_2$  - оборотные активы / сумму обязательств;

$x_3$  - краткосрочные обязательства / сумма активов;

$x_4$  – выручка / сумма активов.

Если величина Z- счета больше 0,3, это говорит о том, что у фирмы неплохие долгосрочные перспективы, если меньше 0,2, то банкротство более чем вероятно.

Однако следует отметить, что использование таких моделей требует больших предосторожностей. Тестирование предприятий по данным моделям показало, что не в полной мере подходят для оценки риска банкротства наших субъектов хозяйствования по следующим обстоятельствам:

1. Данные модели разработаны очень давно (1960-1970гг.)
2. Не может быть универсальных моделей, которые бы подходили для всех отраслей даже отдельно взятой страны.

Вместе с тем следует отметить, что недостатком дискриминантных моделей является отсутствие четких границ для отнесения предприятий к классу банкротов или не банкротов. Если предприятие по модели набирает значение Z-счета, близкое или равное константе дискриминации, то трудно его квалифицировать на предмет финансовой устойчивости или неустойчивости.

В целом необходимо отметить, что зарубежные модели прогнозирования банкротства не в полной мере могут применяться для оценки деятельности отечественных компаний, поскольку не учитывают специфику финансовой отчетности российских организаций и отраслевые особенности сферы деятельности. При этом очевидно, что значения финансовых коэффициентов для предприятий различных отраслей могут интерпретироваться по-разному.

## Анализ потенциального банкротства по российской методике

Перед началом процедуры банкротства проводят анализ бухгалтерского баланса, при этом в соответствии с методикой анализа банкротства рассчитывают два коэффициента [23, с. 128]:

1. Коэффициент обеспеченности собственными оборотными средствами

$$K_{\text{сос н. г.}} = \frac{COc}{Oc} = \frac{СК-ВНА}{Oc} > 0,1 \quad (5)$$

где СОС- собственные оборотные средства;

СК- собственный капитал;

ВНА- внеоборотные активы предприятия;

Ос- основные средства.

В 2007 г. С. Кучеренко на базе отечественных организаций был разработан коэффициент прогнозирования банкротства.

Эта дискриминантная модель позволяет прогнозировать непосредственно процедуру банкротства, характеризуя предрасположенность организации к процедуре на перспективу до двух лет.

В модели при  $Z < 10,3$  – организация подвержена банкротству в течение ближайшего периода. Значения  $Z$ , находящиеся в промежутке  $10,3 - 11,6$  – являются зоной неопределенности, в этом случае имеется одинаковая вероятность обоих результатов исхода. При  $Z > 11,6$  в организации в течение ближайших двух лет не будет инициирована процедура банкротства. Модель способна с точностью до 89,3 % информировать о наступлении процедуры банкротства организации в течение ближайшего года и с точностью до 92,9 % - в течение двухлетнего периода.

$$Z_{\text{ПРБ}} = -0,748x_1 + 15,288x_2 + 15,435x_3 - 17,667x_4 + 9,378x_5 - 0,375x_6 \quad (6)$$

где  $x_1$  – коэффициент абсолютной ликвидности;

$x_2$  – коэффициент рентабельности оборотных активов;

$x_3$  – коэффициент рентабельности продаж;

$x_4$  – коэффициент рентабельности производства;  
 $x_5$  - коэффициент оборачиваемости оборотных активов;  
 $x_6$  – коэффициент фондоотдачи.

Учеными Иркутской государственной экономической академии предложена своя четырехфакторная модель прогноза риска банкротства (модель R), которая имеет следующий вид:

$$R = 8.38 * K1 + K2 + 0.054 * K3 + 0.63 * K4 \quad (7)$$

где  $K1$  - оборотный капитал/актив;  $K2$  - чистая прибыль/собственный капитал;  $K3$  - выручка от реализации/актив;  $K4$  - чистая прибыль/затраты.

Вероятность банкротства предприятия в соответствии со значением модели R определяется следующим образом (таб. 45)

Таблица 45 - Вероятность банкротства предприятия в соответствии со значением модели R

Значение R	Вероятность банкротства, процентов
Меньше 0	Максимальная (90-100)
0-0,18	Высокая (60-80)
0,18-0,32	Средняя (35-50)
0,32-0,42	Низкая (15-20)
Больше 0,42	Минимальная (до 10)

Коэффициент прогноза банкротства (Кпб) характеризует удельный вес чистых оборотных средств в сумме актива баланса.

Можно также использовать в качестве механизма предсказания банкротства цену предприятия. На скрытой стадии банкротства начинается незаметное, особенно если не наложен специальный учет, снижение данного показателя по причине неблагоприятных тенденций как внутри, так и вне предприятия.

Цена предприятия (V) определяется капитализацией прибыли по формуле:

$$V = \frac{P}{K} \quad (8)$$

где  $P$  - ожидаемая прибыль до выплаты налогов, а также процентов по займам и дивидендов;

$K$  - средневзвешенная стоимость пассивов (обязательств) фирмы (средний процент, показывающий проценты и дивиденды, которые необходимо будет выплачивать в соответствии со сложившимися на рынке условиями за заемный и акционерный капиталы).

Снижение цены предприятия означает снижение его прибыльности либо увеличение средней стоимости обязательств (требования банков, акционеров и других вкладчиков средств). Прогноз ожидаемого снижения требует анализа перспектив прибыльности и процентных ставок. Целесообразно рассчитывать цену предприятия на ближайшую и долгосрочную перспективу

Российские ученые Р.С. Сайфуллин и Г. Г. Кадыков предприняли попытку адаптировать модель Z- счета Э. Альтмана к российским условиям. Они предложили использовать для оценки финансового состояния предприятий число:

$$R = 2 * K_0 + 0,1 * K_{ТЛ} + 0,08 * K_{И} + 0,45 * K_{М} + K_{ПР}$$

(9)

где  $K_0$  - коэффициент обеспеченности собственными средствами;

$K_{ТЛ}$  - коэффициент текущей ликвидности-

$K_{И}$  - коэффициент оборачиваемости активов;

$K_{М}$  – рентабельность реализации продукции;

$K_{ПР}$  – рентабельность собственного капитала.

При полном соответствии финансовых коэффициентов их минимальным нормативным уровням рейтинговое число будет равно единице, организация будет иметь удовлетворительное состояние экономики. Финансовое состояние предприятий с рейтинговым числом меньше единицы характеризуется как удовлетворительное.

Подводя итог по разделу можно сказать, что для оценки банкротства предприятий используются модели, разработанные такими отечественными экономистами как: Кучеренко, Р.С. Сайфуллиным и Г.Г. Кадыковым, а так же учеными Иркутского экономической академии.

## **Тема №7 Прогнозирование с помощью нейронных сетей.**

## Теоретическая часть

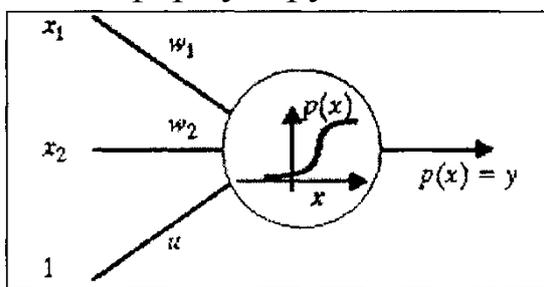
В последние 10-15 лет идет активное развитие аналитических систем нового типа. В их основе - технологии искусственного интеллекта, имитирующие природные процессы. Наиболее популярными и проверенными из этих технологий являются нейронные сети и генетические алгоритмы.

Нейронные сети в каком-то смысле являются имитациями мозга, поэтому с их помощью успешно решаются разнообразные «нечеткие» задачи - распознавание образов, речи, рукописного текста, выявление закономерностей, классификация, прогнозирование.

С точки зрения классификации прогнозирование с применением нейронных сетей следует отнести в особый класс методов, т.к. с одной стороны они в качестве входа используют как статистическую, так и экспертную информацию, а в качестве выхода они имеют, как правило, количественные данные; с другой стороны алгоритм обучения их похож на экспертную систему.

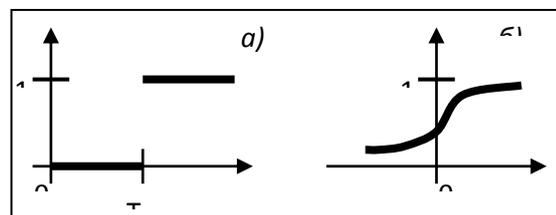
Теория искусственных нейронных сетей в настоящее время проходит этап формирования, что обуславливает разнообразие постановок проблем и основных определений. Исследователи наделяют искусственные нейроны разнообразными свойствами, которые, по их мнению, адекватны функциям биологических нейронов и позволяют получать решение актуальных для исследователя задач.

Сформулируем основные понятия нейронных сетей.



Искусственный нейрон, далее просто нейрон,  $V_j$ ,  $j=\{1,2,\dots,n\}$ , где  $n$ -размерность пространства входных сигналов, задается совокупностью своих входов  $X_{ji}$ ,  $i=\{1,2,\dots,n\}$ , весами входов  $W_{ji}$ , функцией активации  $p(x)$  и передаточной функцией  $r_j$ . Функция

активации определяет состояние нейрона в зависимости от значений его входов, весов входов и, возможно, предыдущих состояний. Для удобства

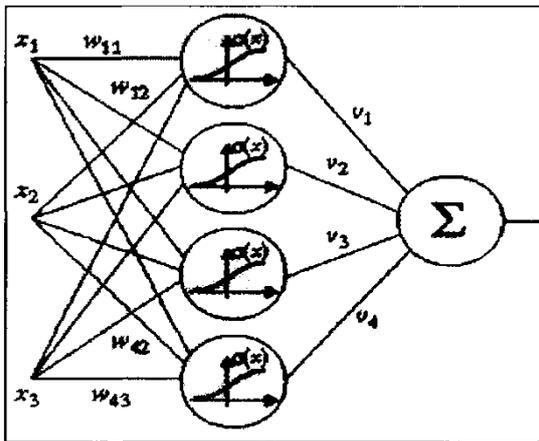


к нейрону добавляют еще один вход (и еще один вес и), считая, что на этот вход всегда подается сигнал силы 1. Нейрон суммирует эти сигналы, затем применяет к сумме некоторую фиксированную функцию  $p$  и выдает на выходе сигнал силы

$$Y = p(W_1X_1 + W_2X_2 + \dots + W_nX_n + U)$$

Одноместная передаточная функция  $p$  определяет выходной сигнал нейрона как функцию его состояния. Наиболее распространенными передаточными функциями являются ступенчатая пороговая (а), линейная пороговая, сигмоидальная (б), а также линейная и даже гауссиана.

Линейные нейронные сети используют нейроны с линейной передаточной функцией. Нелинейные применяют пороговую или сигмоидальную передаточные функции. Нейронная сеть образуется



путем объединения выходов нейронов с входами. При этом граф межнейронных соединений может быть ациклическим либо произвольным циклическим. Вид графа служит одним из классификационных признаков типа нейронной сети.

Легко видеть, что, приняв некоторое соглашение о времени срабатывания нейронов, мы получаем аппарат для задания алгоритмов

посредством нейронных сетей.

Пятиступенчатый процесс создания нейросетевой модели:

1. Определение пространства признаков. Решение о том, какую входную информацию использовать и что сетевая модель должна делать.

2. Решение о том, как представлять информацию и сбор ее в виде примеров.

3. Определение нейронной сети. Выбор входов сети и спецификация выходов. Так как уже сделаны первые два шага, то этот шаг выполняется почти автоматически.

4. Обучение модели.

5. Тестирование обученной модели.

Далее этот пяти шаговый процесс применяется для различных проблем с разным представлением данных в нейросетевой модели.

Нейросети хорошо справляются с двумя типами задач: с задачами классификации и предсказания на временных рядах. К задачам того рода относятся большинство финансово-экономических задач: оценка рейтинга ценных бумаг; анализ займов, кредитное планирование, прогноз экономической активности на следующий месяц, формирование портфеля ценных бумаг, оценка кредитных рисков, прогноз финансовых показателей, анализ биржевых и рыночных тенденций, прогноз экономических и биржевых индикаторов, прогноз курсов валют, прогноз цен на продукцию промышленных предприятий, прогноз цен на недвижимость, прогноз ставок межбанковского кредита, прогноз остатков на корреспондентских счетах банков, прогноз цен на разные виды зерна по многим странам, прогноз макроэкономических показателей региона и др.

### *Практическая часть*

*Цель:* освоение методики прогнозирования методом построения нейронных сетей.

*Задание:* спрогнозировать объем продаж основной продукции ОАО «Электроагрегат», используя программный эмулятор NeuralAnalyzer 2.0, и сравнить прогноз, полученный нейронной сетью с итогами прогнозирования методом экстраполяции тренда.

*Ход работы.*

ОАО «Электроагрегат» является промышленным предприятием, специализирующемся на выпуске передвижных источников энергопитания мощностью от 0,5 до 1000 кВт, генераторов переменного тока, преобразователей частоты, а также широкой гаммы товаров народного потребления (насосы «Малыш», стиральные машины «Малютка», трансформаторы, ведра, крышки и т.д.).

Сложность прогнозирования объема продаж электроагрегатов в стоимостном выражении вызвана тем, что динамика продаж продукции предприятия чрезвычайно сложна и плохо поддается формализации (таблица 46).

Таблица 46 - Выручка ОАО «Электроагрегат» в динамике с 2001 по 2005 г. (тыс. руб.)

Дата	Выручка								
янв.01	21850	янв.02	10175	янв.03	10500	янв.04	13975	янв.05	14520
фев.01	20850	фев.02	16885	фев.03	16860	фев.04	15925	фев.05	16850
мар.01	23250	мар.02	12320	мар.03	12960	мар.04	19045	мар.05	21450
апр.01	16650	апр.02	20515	апр.03	23640	апр.04	23660	апр.05	22365
май.01	20400	май.02	21175	май.03	22320	май.04	30485	май.05	35265
июн.01	21550	июн.02	27445	июн.03	31980	июн.04	34970	июн.05	33250
июл.01	14150	июл.02	23045	июл.03	22140	июл.04	28860	июл.05	29620
авг.01	16550	авг.02	18040	авг.03	19740	авг.04	19565	авг.05	21125
сен.01	20150	сен.02	24970	сен.03	24180	сен.04	27300	сен.05	28450
окт.01	10950	окт.02	18920	окт.03	20280	окт.04	21385	окт.05	23595
ноя.01	12000	ноя.02	14245	ноя.03	11760	ноя.04	14495	ноя.05	15455
дек.01	5750	дек.02	29315	дек.03	27420	дек.04	37245	дек.05	38955

Построим по данным таблицы 46 рисунок 32 с гистограммой динамики продаж продукции в тыс. руб. за 5 лет.

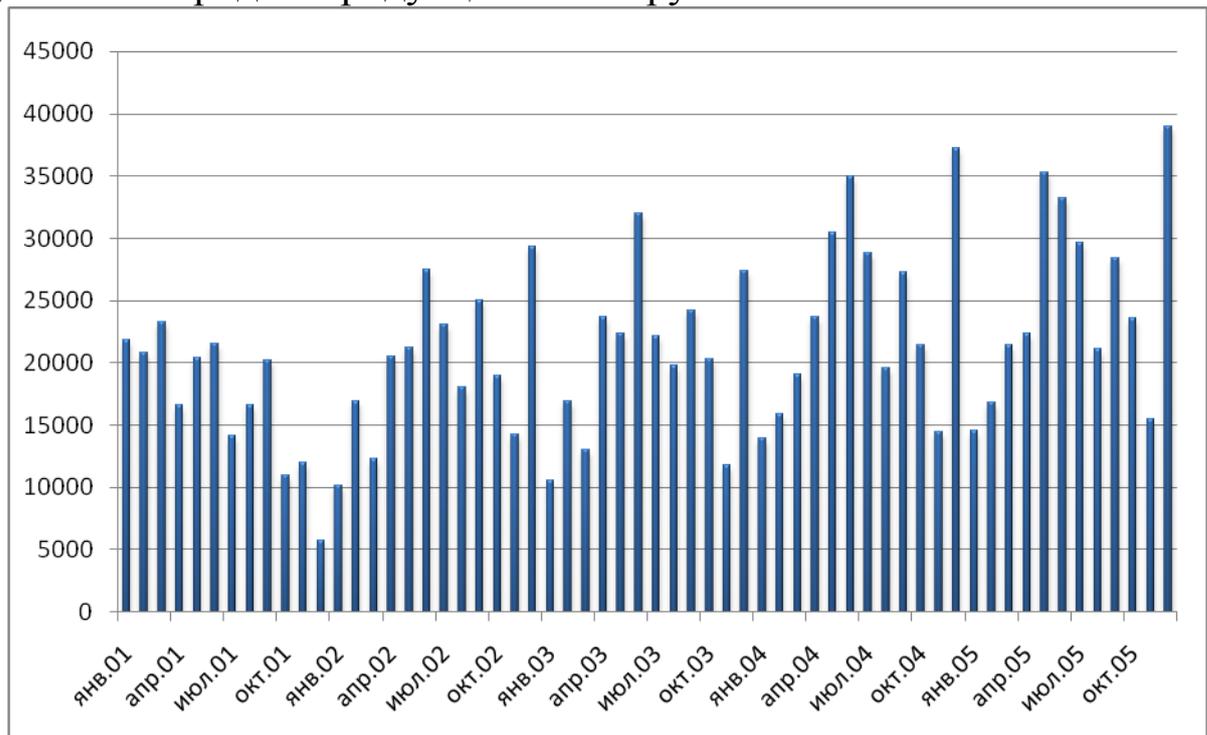


Рисунок 32 - Объем продаж ОАО «Электроагрегат» (2001-2005 г.), тыс. руб.

Если для прогнозирования объема продаж ОАО «Электроагрегат» использовать линейный тренд (рисунок 2) и рассчитать его формулу и точность аппроксимации ( $R^2=0.1872$ ), то

получится, что величина достоверности подбора функции будет недопустимо мала, что накладывает запрет на использование метода прогнозирования с помощью линейного тренда.

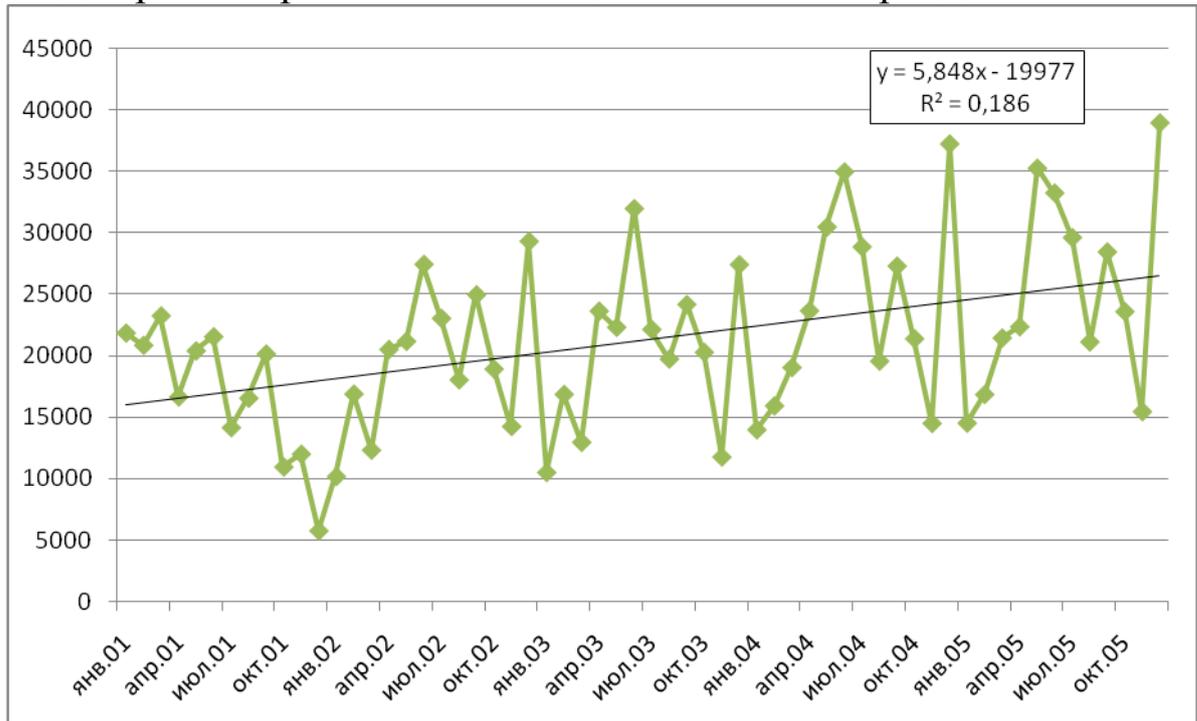


Рисунок 33 - Тренд объема продаж ОАО «Электроагрегат» за 2001-2005 гг.

Дополнительный анализ показал, что логарифмический, полиномиальный, степенной и экспоненциальный тренды также не могут использоваться по выше обозначенной причине. Максимальное значение  $R^2=0,2468$  получено при использовании полиномиальной функции шестого порядка. Даже с помощью такой сложной функции невозможно адекватно отразить динамический ряд объема продаж ОАО «Электроагрегат» за 2001-2005 гг.

Это позволяет сделать вывод о неприемлемости метода экстраполяции тренда для прогнозирования объема продаж продукции ОАО «Электроагрегат».

Попробуем решить данную проблему с помощью применения новых методов прогнозирования, таких как использование в прогнозировании нейронных сетей. Для практического применения выберем NeuralAnalyzer 2.0 - программный эмулятор нейронной сети. Эта система реализована на базе нейронной сети с возможностью использования для обучения одной из парадигм:

- обратного распространения (Back Propagation);
- Resilient Propagation;
- сопряженных градиентов (Conjugate Gradient);

– радиальная базисная функция (Radial Basis Function).

Удобный интерфейс и встроенная возможность получать данные из различных источников позволят вам легко и быстро применять NeuralAnalyzer в реальных бизнес приложениях.

Начнем построение нейронной сети с определения пространства признаков. В качестве основных входных признаков выберем:

1. Выручка (t), тыс. руб.;
2. Ставка рефинансирования (t), %;
3. Цена барреля нефти (t), долларов;
4. Период (месяц).

Показатель «выручка» был выбран входным потому, что нейронная сеть должна обучиться на этом примере поведению ее динамики.

Показатель «ставка рефинансирования» был выбран входным по причине важности этого показателя для макроэкономического развития экономики государства. Чем ниже ставка рефинансирования, тем лучше дела обстоят в экономике.

Показатель «цена барреля нефти» был выбран потому, что основными покупателями электроагрегатов являются нефтяные компании и от их доходов зависит число заказов у исследуемого предприятия. А чем выше цена нефти на бирже, тем выше доходы нефтяных предприятий и соответственно больше заказов у ОАО «Электроагрегат».

Показатель «период» был выбран входным, так как наблюдается определенная цикличность в динамике продаж предприятия и ввод этого показателя в нейронную сеть позволит ей учесть сезонность продаж электроагрегатов.

В качестве выхода сети будет использоваться выручка (t+1), тыс. руб. Это значит, что все входящие данные используются при построении нейронной модели для выявления влияния на итоговый результат (выручка), получаемый в таком же по названию месяце, но уже следующего года. Сдвиг идет на 12 месяцев (год). Это сделано для того, чтобы, получая данные о продажах, например за 2005 год ежемесячно, оперативно вводить эти данные о продажах и современные значения других входных показателей в нейронную модель получать прогноз продаж на год вперед на этот же месяц. Таким образом, будет осуществляться непрерывное прогнозирование. В январе 2005 года будет получен прогноза

продаж на январь 2006 года, в феврале 2005 года – на февраль 2006 года и т.д.

Сформируем в программе MicrosoftExcel таблицы с данными для экспорта в программу NeuralAnalyzer (таблицы 2 - 5). В них представлены данные за 2001-2004 годы. Данные за 2005 год будут использоваться для прогнозирования значений выручки в 2006 году и поэтому в обучении нейронной сети использоваться не будут.

Таблица 47 - Данные для экспорта в NeuralAnalyzer за 2001 ГОД

Дата	Выручка (t), тыс. руб.	Ставка рефинансирования, %	Цена нефти, у.е. / бар.	Выручка (t+1), тыс. руб.	Период
январь.01	21850	25	22.2	10175	январь
фев.01	20850	25	22.35	16885	февраль
мар.01	23250	25	22.15	12320	март
апр.01	16650	25	22.33	20515	апрель
май.01	20400	25	22.49	21175	май
июн.01	21550	25	22.62	27445	июнь
июл.01	14150	25	22.55	23045	июль
авг.01	16550	25	22.83	18040	август
сен.01	20150	25	22.61	24970	сентябрь
окт.01	10950	25	22.84	18920	октябрь
ноя.01	12000	25	23.05	14245	ноябрь
дек.01	5750	25	23.46	29315	декабрь

Таблица 48 - Данные для экспорта в NeuralAnalyzer за 2002 год

Дата	Выручка (t), тыс. руб./	Ставка рефинансирования, %	Цена нефти, у.е. / бар.	Выручка (t+1), тыс. руб.	Период
январь.02	10175	25	23.9	10500	январь
фев.02	16885	25	24.56	16860	февраль
мар.02	12320	25	24.97	12960	март
апр.02	20515	23	24.99	23640	апрель
май.02	21175	23	24.89	22320	май
июн.02	27445	23	25.44	31980	июнь
июл.02	23045	23	25.4	22140	июль
авг.02	18040	21	26.01	19740	август
сен.02	24970	21	26.32	24180	сентябрь
окт.02	18920	21	26.65	20280	октябрь
ноя.02	14245	21	26.8	11760	ноябрь
дек.02	29315	21	26.83	27420	декабрь

Таблица 49 - Данные для экспорта в NeuralAnalyzer за 2003 год

Дата	Выручка (t), тыс. руб.	Ставка рефинансирования, %	Цена нефти, у.е. / бар.	Выручка (t+1), тыс. руб.	Период
янв.03	10500	21	27.7	13975	январь
фев.03	16860	21	30.4	15925	февраль
мар.03	12960	18	31.1	19045	март
апр.03	23640	18	31.5	23660	апрель
май.03	22320	18	31	30485	май
июн.03	31980	18	31.7	34970	июнь
июл.03	22140	16	32.1	28860	июль
авг.03	19740	16	33.2	19565	август
сен.03	24180	16	33.4	27300	сентябрь
окт.03	20280	16	32.9	21385	октябрь
ноя.03	11760	16	33	14495	ноябрь
дек.03	27420	16	34	37245	декабрь

Таблица 50 - Данные для экспорта в NeuralAnalyzer за 2004 год

Дата	Выручка (t), тыс. руб.	Ставка рефинансирования, %	Цена нефти, у.е. / бар.	Выручка (t+1), тыс. руб.	Период
янв.04	13975	16	36.1	14520	январь
фев.04	15925	14	39.5	16850	февраль
мар.04	19045	14	40.1	21450	март
апр.04	23660	14	41.8	22365	апрель
май.04	30485	14	42.2	35265	май
июн.04	34970	14	43.2	33250	июнь
июл.04	28860	13	43	29620	июль
авг.04	19565	13	42.2	21125	август
сен.04	27300	13	43.8	28450	сентябрь
окт.04	21385	13	42.6	23595	октябрь
ноя.04	14495	13	41.4	15455	ноябрь
дек.04	37245	13	45.7	38955	декабрь

Создадим новый проект в NeuralAnalyzer. Выберем источник экспорта данных (программа MicrosoftExcel). Определим тип поля переменных. Показатели: выручка (t), ставка рефинансирования, цена нефти, период будут использованы как входные переменные, а показатель выручка (t+1) как целевая функция (рисунок 34).

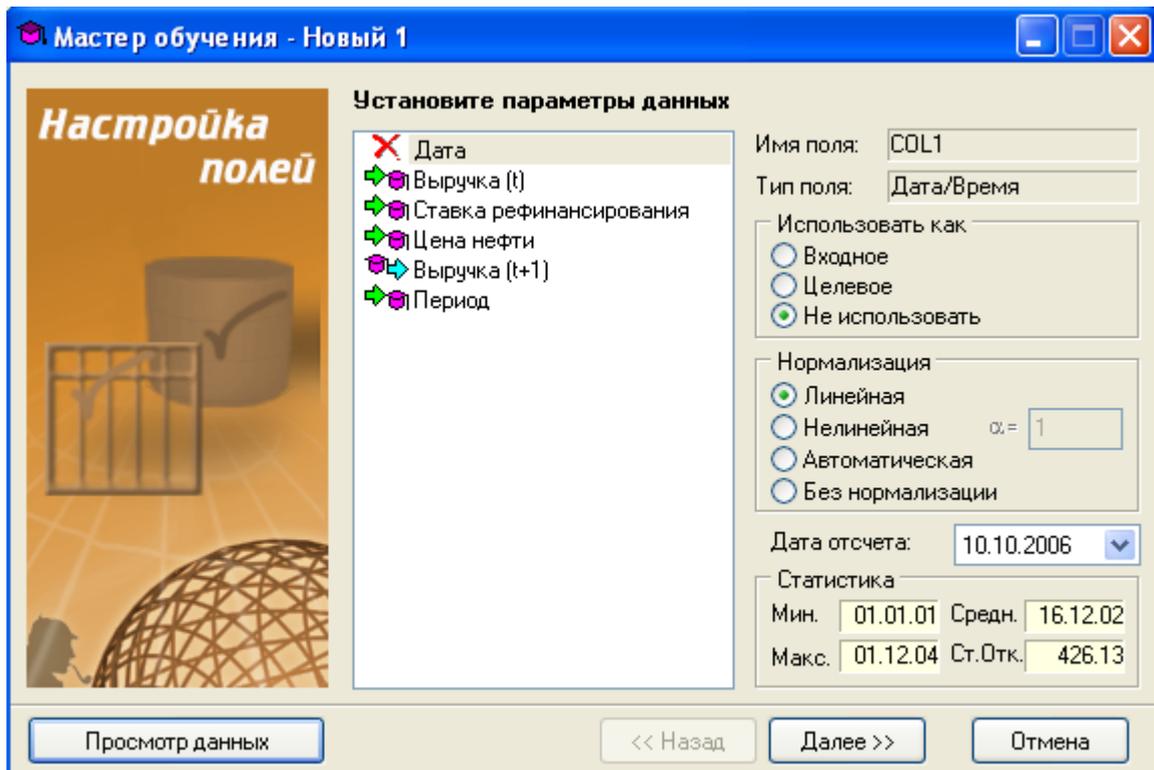


Рисунок 34 - Определение в программе NeuralAnalyzer параметров данных

Настроим основные параметры сети (рисунок 34).

Алгоритм: Back-Propagation.

Активационная функция: сигмоида.

Крутизна сигмоиды: 1.

Скорость обучения: 0,10.

Момент: 0,90.

Эти значения рекомендованы при прогнозировании в руководстве пользователя программы NeuralAnalyzer.

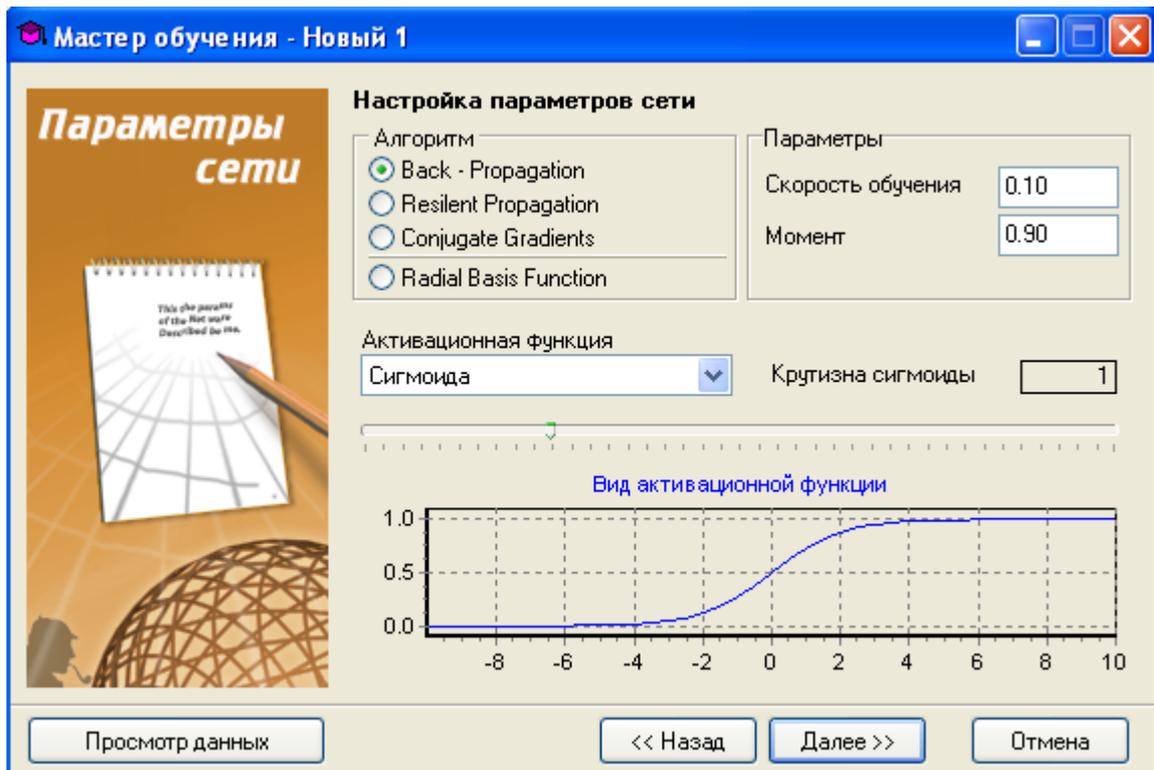


Рисунок 35 - Настройка в программе NeuralAnalyzer параметров сети

Настроим параметры обучения нейронной сети (рисунок 36).

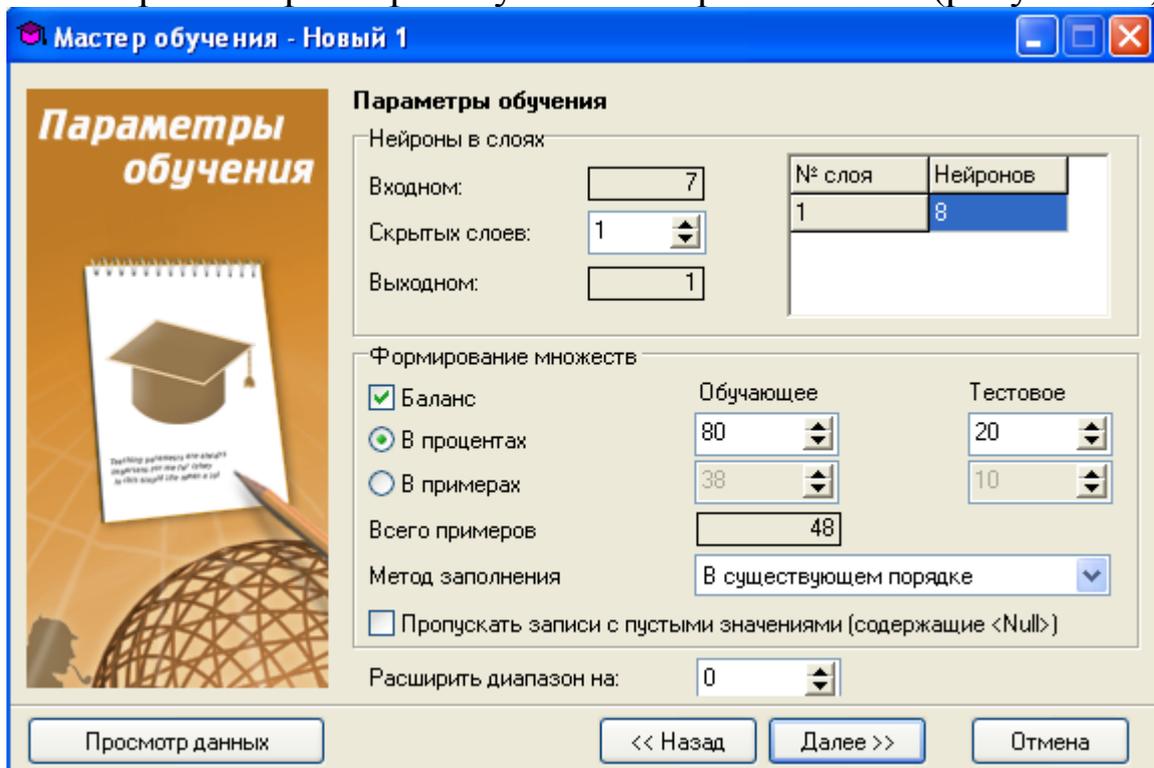


Рисунок 36 - Настройка в программе NeuralAnalyzer параметров обучения сети

При анализе входных и выходных параметров модели установим значения числа нейронов во входном слое и выходном слое (7 и 1 соответственно). Был выбран дополнительно один скрытый слой. При формировании множеств существующая выборка была разбита на 80% для обучающей совокупности и 20% для тестовой совокупности.

Настроим параметры условий остановки обучения нейронной сети (рисунок 37). Выбранное значение в программе NeuralAnalyzer 10000 эпох.

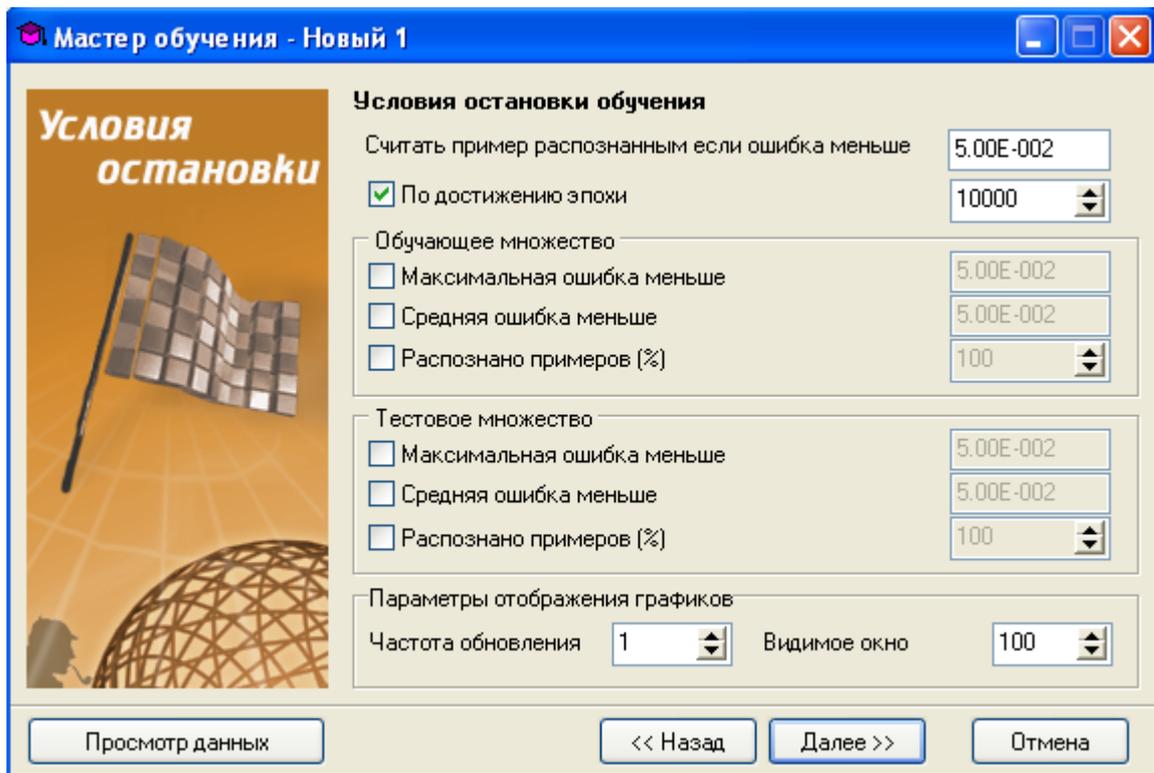


Рисунок 37 - Настройка в программе NeuralAnalyzer условий остановки обучения

Далее составили описание общей конфигурации системы (рисунок 37). Следующим этапом построения нейронной модели является окно обучения сети (рисунок 38). Программа автоматически рассчитала рекомендуемые для нашего проекта критерии. После этого компьютер начинает процесс обучения нейронной сети, который на современном мощном компьютере занимает довольно длительное время.

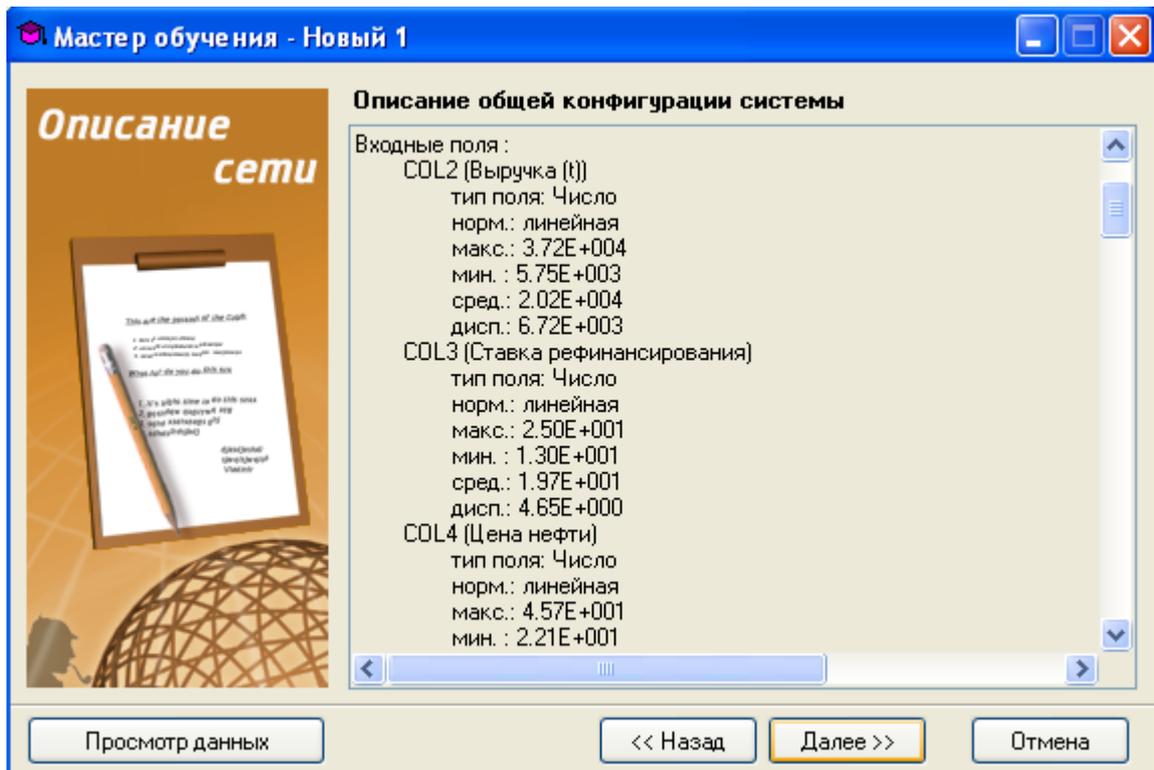


Рисунок 38 - Описание общей конфигурации системы

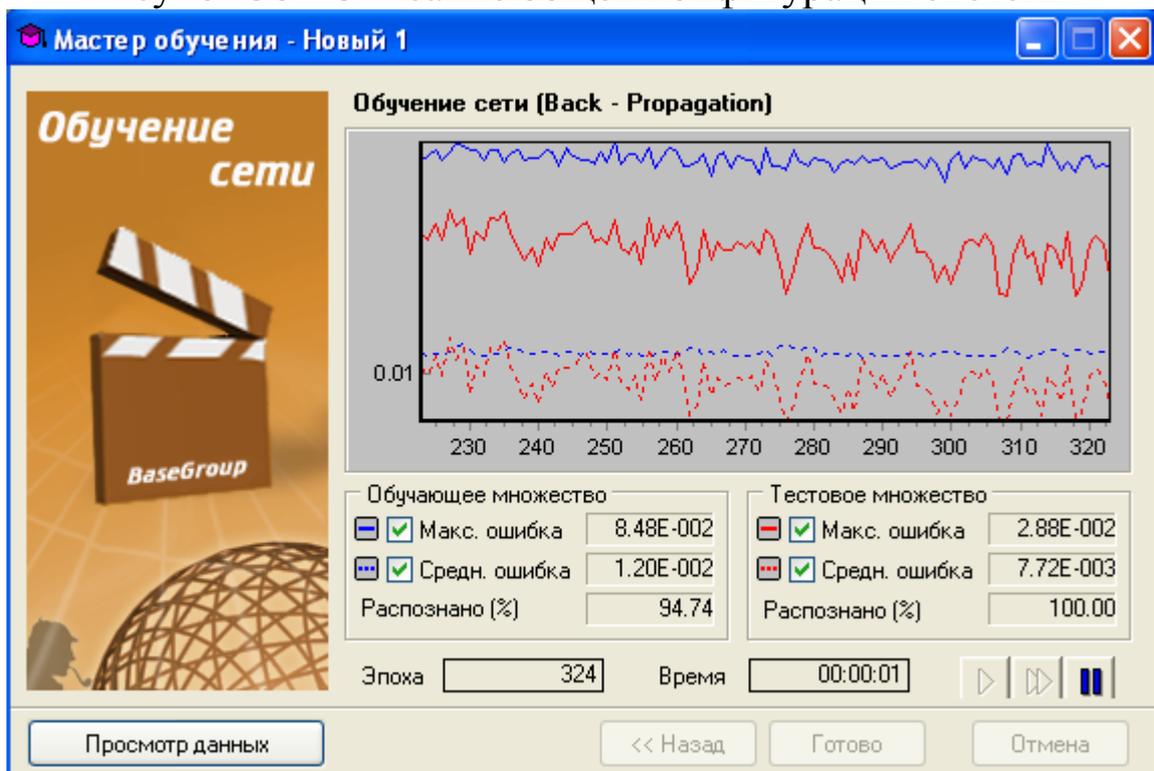


Рисунок 38 - Обучение сети

После окончания обучения программа NeuralAnalyzer позволяет получить определенные аналитические и графические материалы для тестирования качества ее работы.

Проведем тестирование адекватности выдаваемого моделью нейронной сети прогноза. С этой целью можно использовать окно вывода данных (рисунок 9), где предпоследний справа столбец содержит значения среднеквадратической ошибки по каждому месяцу прогнозирования. Она невелика.

Дата	Выручка (t)	Ставка рефинансирования	Цена нефти	Выручка (t+1)	Период	[NET] Ср.кв.ошибка	[NET] Выручка (t+1)
01.11.2004	14495	13	41.4	15455	ноябрь	0.0855	27353.5625429323
01.08.2004	19565	13	42.2	21125	август	0.0505	30274.8664393453
01.07.2004	28860	13	43	29620	июль	0.0436	38123.0746226396
01.04.2004	23660	14	41.8	22365	апрель	0.0373	30223.4222020555
01.03.2004	19045	14	40.1	21450	март	0.0249	27872.5938817949
01.10.2004	21385	13	42.6	23595	октябрь	0.0163	28795.0092090945
01.06.2004	34970	14	43.2	33250	июнь	0.0033	35602.1770347299
01.05.2004	30485	14	42.2	35265	май	0.002	37072.0268851316
01.01.2002	10175	25	23.9	10500	январь	0.0016	12144.1958716441
01.11.2001	12000	25	23.05	14245	ноябрь	0.0015	12679.8184525072
01.09.2004	27300	13	43.8	28450	сентябрь	0.0015	26853.5679278382
01.01.2001	21850	25	22.2	10175	январь	0.0004	10965.260899813
01.11.2002	14245	21	26.8	11760	ноябрь	0.0004	12574.5720561552
01.01.2003	10500	21	27.7	13975	январь	0.0004	13192.728896858
01.02.2002	16885	25	24.56	16860	февраль	0.0001	16482.7938323744
01.11.2003	11760	16	33	14495	ноябрь	0.0001	14803.0076192031
01.01.2004	13975	16	36.1	14520	январь	0.0001	14114.7006223562
01.09.2002	24970	21	26.32	24180	сентябрь	3.54518184933742E-5	23937.6600321162
01.03.2002	12320	25	24.97	12960	март	2.69852086873822E-5	13171.4310068431
01.09.2003	24180	16	33.4	27300	сентябрь	1.58477409789903E-5	27462.0277755146
01.06.2001	21550	25	22.62	27445	июнь	1.48503864842236E-5	27288.1535600634
01.03.2003	12960	18	31.1	19045	март	1.42521335525169E-5	18891.3453424279
01.07.2002	23045	23	25.4	22140	июль	1.39103762248235E-5	21988.1987927146
01.04.2002	20515	23	24.99	23640	апрель	1.03933898284039E-5	23508.7847247342
01.10.2003	20280	16	32.9	21385	октябрь	8.503790020255E-6	21266.3105680373
01.12.2004	37245	13	45.7	38955	декабрь	7.75083929390321E-6	38841.6868915138
01.05.2003	22320	18	31	30485	май	7.15811368749062E-6	30376.1057160983
01.09.2001	20150	25	22.61	24970	сентябрь	5.57164045237178E-6	24865.6619575067
01.05.2002	21175	23	24.89	22320	май	5.10382641399266E-6	22219.444258102
01.07.2003	22140	16	32.1	28860	июль	2.91569965230572E-6	28790.5012201562
01.02.2001	20850	25	22.35	16885	февраль	2.23582132598338E-6	16945.8589330959
01.08.2001	16550	25	22.83	18040	август	2.11635670889834E-6	17980.7892963689
01.12.2002	29315	21	26.83	27420	декабрь	1.98002993420754E-6	27362.7280901985

Рисунок 39 - Окно вывода данных

Однако удобнее для этого использовать графики фактической выручки и выручки, спрогнозированной в нейронной сети за период 2001-2004 гг. (рисунок 10). На рисунке видно, что значения выручки (t+1) и Net выручки (t+1) в большинстве случаев совпадают.

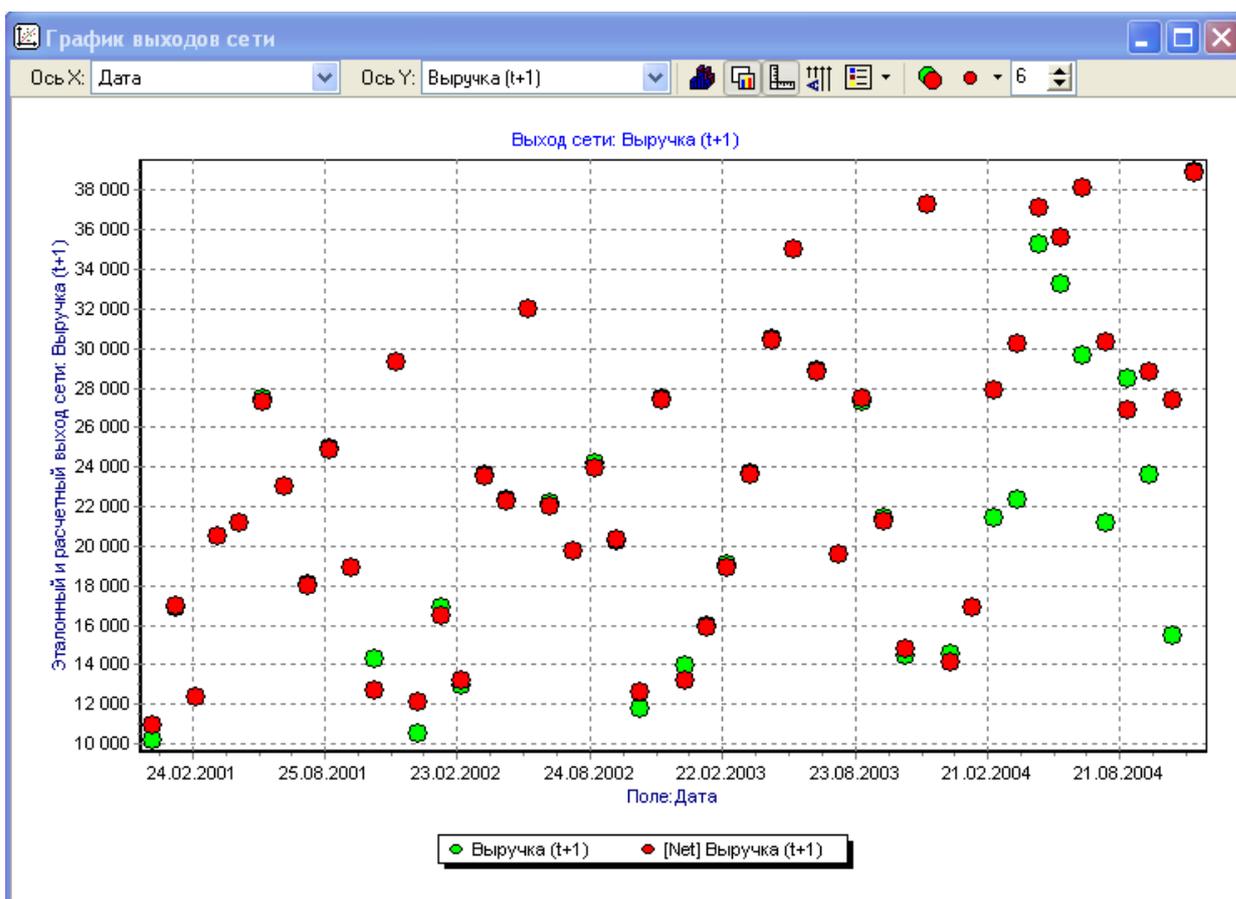


Рисунок 40 - Сравнение фактической и прогнозируемой выручки в период 2001-2004 гг.

Если обратиться к рисунку 11, где представлены данные об эталонном и расчетном выходах сети по показателям: фактическая и прогнозируемая выручка в период 2001-2004 гг., то можно увидеть, что большинство расчетных (прогнозируемых) значений выручки находятся на эталонной линии. Наибольшие ошибки приходятся на диапазон выручки с 15 000 тыс. руб. до 30 000 тыс. руб. в месяц.

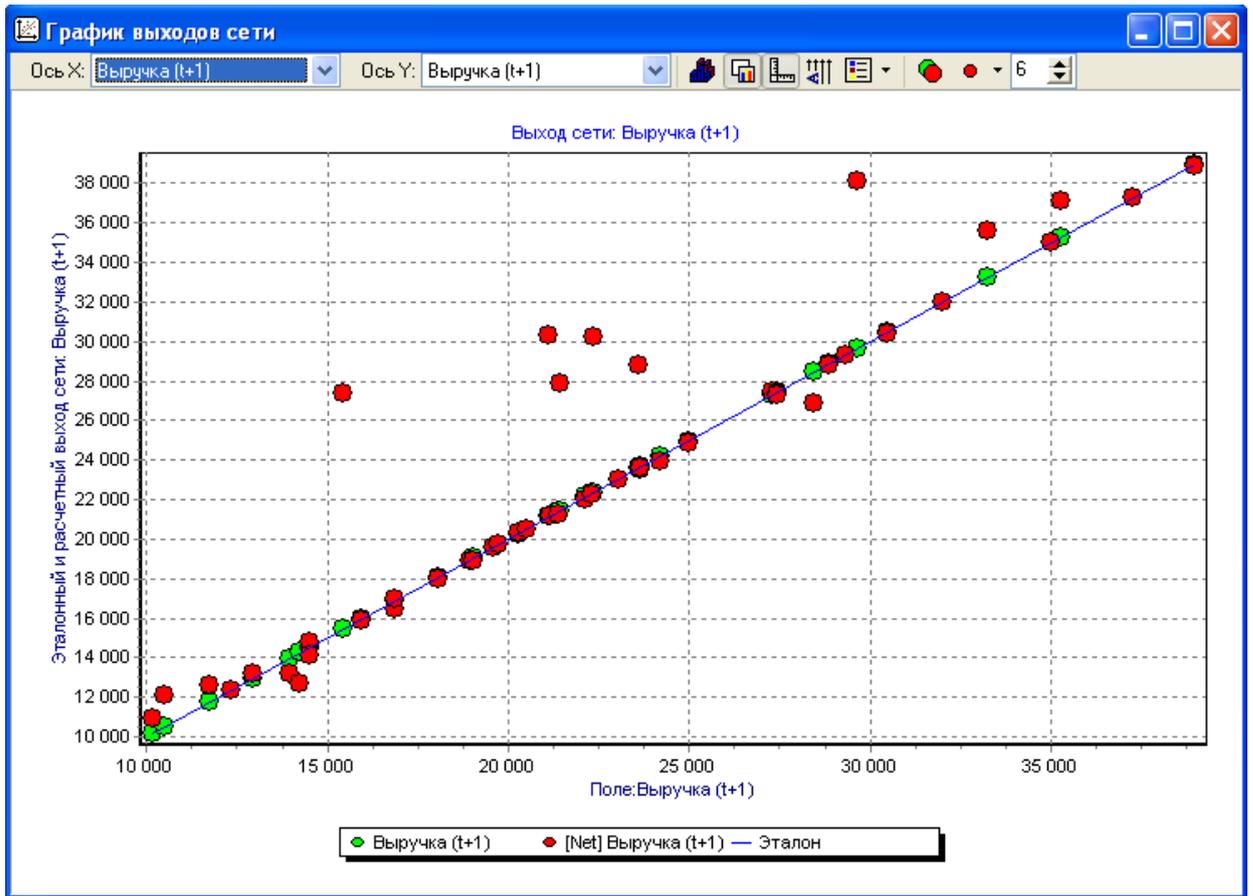


Рисунок 41 - Эталонный и расчетный выход сети по показателям: фактическая и прогнозируемая выручка в период 2001-2004 гг.

Это свидетельствует о том, что нейронная сеть смогла построить зависимости адекватные существующим тенденциям и ее можно использовать для получения прогноза на 2006 год. Это также подтверждает и рассчитанные показатели статистики (рисунок 42) по всем показателям, как входным, так и выходным.

Статистика [Записей: 48]										
NN	Поле	Мин.	Макс.	Средн.	Стд. Откл.	Сумма	Сумма ...	Медиана	Пустые	Уник.
1	Дата	1.01.2001	1.12.2004	16.12.2002	4.26E+02			3.76E+04	0	
2	Выручка (t)	5.75E+003	3.72E+004	2.02E+004	6.72E+003	9.72E+005	2.18E+010	2.04E+004	0	
3	Ставка рефинансиро	1.30E+001	2.50E+001	1.97E+001	4.65E+000	9.46E+002	1.97E+004	2.10E+001	0	
4	Цена нефти	2.21E+001	4.57E+001	3.05E+001	7.58E+000	1.46E+003	4.72E+004	2.77E+001	0	
5	Выручка (t+1)	1.02E+004	3.90E+004	2.23E+004	7.25E+003	1.07E+006	2.63E+010	2.15E+004	0	
6	Период								0	12
7	[NET] Ср. кв. ошибка	1.08E-008	8.55E-002	5.62E-003	1.63E-002	2.70E-001	1.41E-002	1.04E-005	0	
8	[NET] Выручка (t+1)	1.10E+004	3.88E+004	2.33E+004	7.78E+003	1.12E+006	2.89E+010	2.30E+004	0	

Рисунок 42 - Статистика по параметрам

Для прогнозирования значений показателя выручки на 2006 годы будем использовать данные за 2005 год (таблица 51).

Таблица 51 - Данные для ввода в NeuralAnalyzer за 2005 год для получения прогноза на 2006 год

Дата	Выручка (t), тыс. руб.	Ставка рефинансирования, %	Цена нефти, у.е. / бар.	Выручка (t+1), тыс. руб.	Период
январь.05	14520	13	49.2	?	январь
февр.05	16850	13	50.44	?	февраль
мар.05	21450	13	51.26	?	март
апр.05	22365	13	50.94	?	апрель
май.05	35265	13	51.75	?	май
июн.05	33250	13	51.75	?	июнь
июл.05	29620	13	52.63	?	июль
авг.05	21125	13	51.6	?	август
сен.05	28450	13	53.28	?	сентябрь
окт.05	23595	13	54.05	?	октябрь
ноя.05	15455	13	57.71	?	ноябрь
дек.05	38955	13	57.27	?	декабрь

Чтобы получить прогноз на месяц, например январь (рисунок 42) необходимо ввести в модель значения входных факторов и нажать кнопку – расчет.

Поле	Значение
Выручка (t)	14520
Ставка рефинансирования	13
Цена нефти	49.2
Период	январь
Выручка (t+1)	18029.4254882222

Рисунок 43 - Окно расчета прогноза продаж на январь 2006 года

Последовательное прогнозирование объема продаж по месяцам позволило сформировать таблицу 52.

Таблица 52 - Прогноз выручки предприятия на 2006 год нейросетью

Дата	Выручка (t+1), тыс. руб.	Дата	Выручка (t+1), тыс. руб.
январь.06	18029	июль.06	38479
февр.06	20368	авг.06	35278
мар.06	34096	сен.06	27309
апр.06	35950	окт.06	34356
май.06	36259	ноя.06	37341
июн.06	35637	дек.06	38838

Построим график динамики прогнозной выручки в 2006 году (рисунок 42)

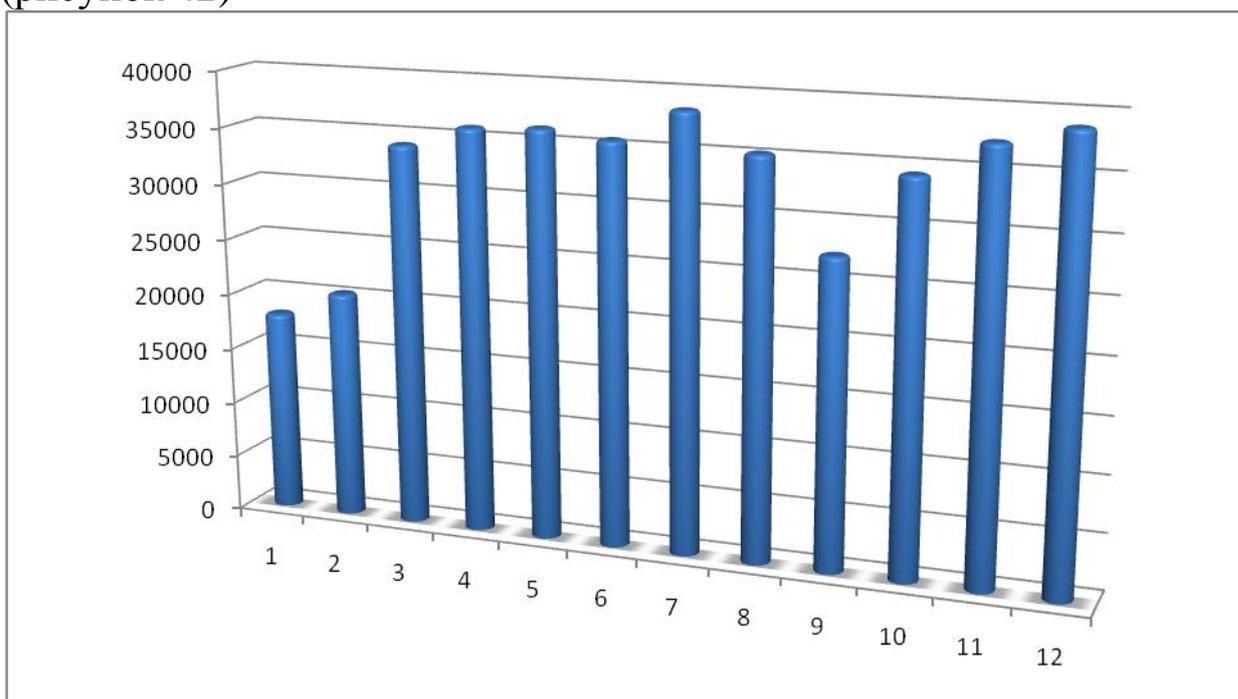


Рисунок 42 - Прогноз выручки на 2006 год нейросетью

Если рассчитать сумму продаж за год, то получим значение 391940 тыс. руб. Сравним эту цифру с данными, полученными методом экстраполяции линейного тренда (рисунок 43, таблица 53).

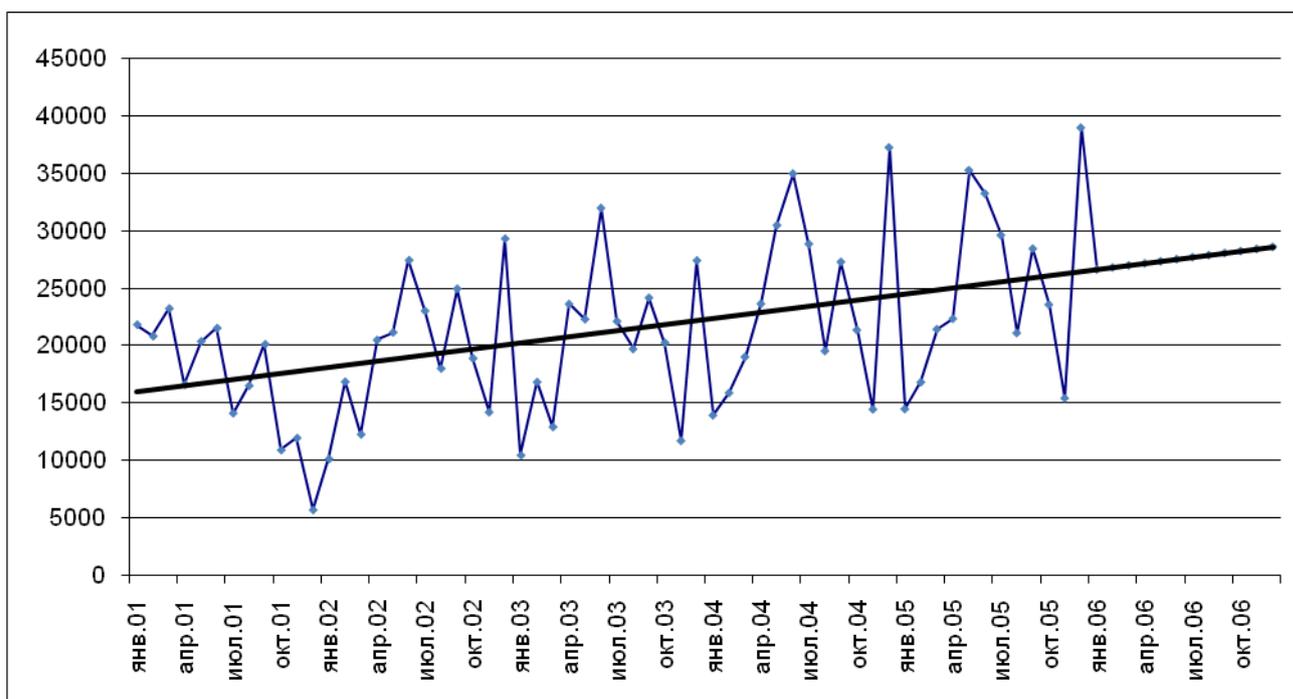


Рисунок 43 - Прогноз выручки на 2006 год линейным трендом

Таблица 54 - Прогноз выручки предприятия на 2006 год линейным трендом

Дата	Выручка, тыс. руб.	Дата	Выручка, тыс. руб.
январь.06	0026645.6	июль.06	27714.4
февраль.06	26823.7	август.06	27892.5
март.06	27001.8	сентябрь.06	28070.7
апрель.06	27180.0	октябрь.06	28248.8
май.06	27358.1	ноябрь.06	28426.9
июнь.06	27536.2	декабрь.06	28605.1

Если рассчитать сумму продаж за год, то получим значение 331503,8 тыс. руб.

Сравним полученные двумя способами прогнозы на графике (рисунок 44).

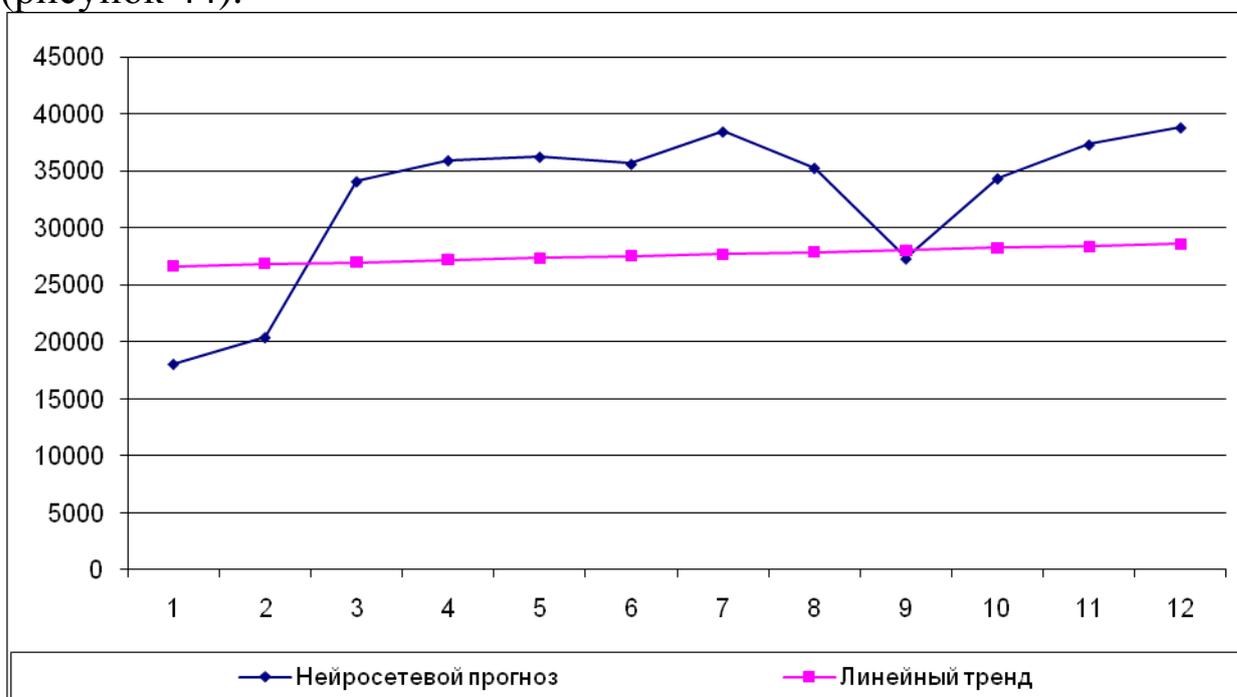


Рисунок 44 - Результаты прогнозов выручки на 2006 год нейросетью и по линейному тренду

Сравнение результатов прогнозов нейросетью и по линейному тренду показало, что линейный тренд не учитывает колебания спроса в течение года, а нейронная сеть выявила определенную сезонность и в своем прогнозе учла ее. Также она учла влияние факторов - ставки рефинансирования и цены нефти, поэтому, по нашему мнению, этот прогноз является более предпочтительным. Соединим ретроспективные и прогнозные (нейросетевые) значения выручки в одном графике (рисунок 45).

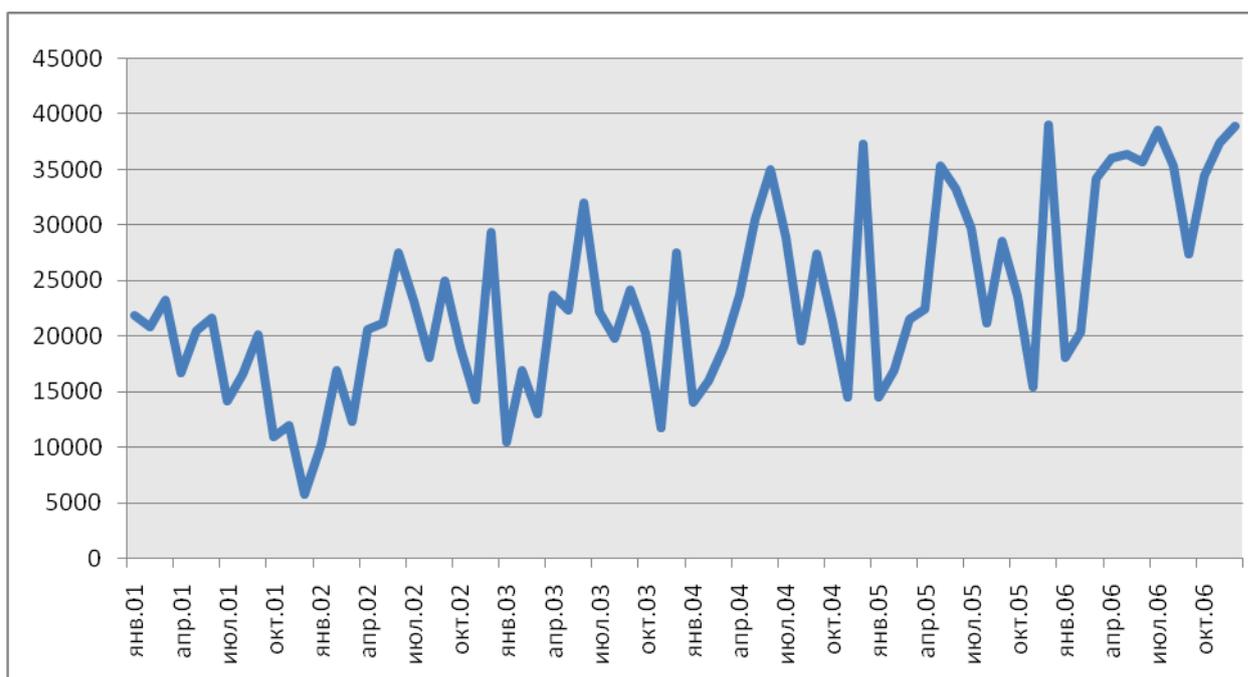


Рисунок 45 - Динамический ряд выручки с 2001 по 2006 гг.

На рисунке 45 видно, что, в отличие от линейного тренда, прогноз нейросетью визуально сложно отделить от ретроспективной линии выручки. Прогноз как бы сливается с историческим прошлым воедино.

### **Выводы.**

Таким образом, в процессе выполнения лабораторной работы мы изучили метод прогнозирования с помощью нейронных сетей, прогнозируя объем продаж продукции ОАО «Электроагрегат» в программном эмуляторе NeuralAnalyzer 2.0. Также мы произвели сравнение полученных результатов прогнозирования методом нейросети с результатом прогнозирования объемов продаж методом экстраполяции тренда и сделали вывод о том, что линейный тренд не учитывает колебания спроса в течение года, а нейронная сеть выявила определенную сезонность и в своем прогнозе учла ее. Также она учла влияние факторов - ставки рефинансирования и цены нефти, поэтому, по нашему мнению, этот прогноз является более предпочтительным.

## *Теоретическая часть*

Демографическое предвидение может иметь разный диапазон: от общей оценки будущей численности населения страны или региона до детального расчета предполагаемой возрастно-половой структуры или состава населения по другим признакам. Общую оценку часто называют демографическим прогнозом; детальный расчет – проекцией населения.

Различают прогнозы трех видов: реалистические, предостерегающие, аналитические. В реалистических прогнозах говорится о том, что будет, а не о том, что может быть. Предостерегающие прогнозы позволяют обнаружить такие перспективы, которые обязательно следует избегать. Аналитические прогнозы используют для изучения влияний изменений в уровне плодovitости и смертности на возрастную структуру населения.

Достоверность демографического прогноза зависит от:

- 1) точности исходной информации,
  - 2) обоснованности гипотез об изменении демографических процессов под влиянием всего комплекса социально-экономических условий,
  - 3) продолжительности периода, на который делается прогноз.
- Различаются краткосрочные (до 5 лет), среднесрочные (до 30 лет) и долгосрочные (30-60 лет) прогнозы.

С технологической стороны различают три основных вида прогнозов в зависимости от характера применяемого метода расчета:

- 1) демографические прогнозы путем экстраполяции;
- 2) регрессионные модели динамики населения;
- 3) перспективные расчеты населения.

Наиболее известными и простыми моделями, характеризующими изменение численности населения в целом, являются модели экспоненциального и логистического роста численности населения.

### *Экспоненциальный рост*

Рост численности населения определяется по формуле:

$$L_t = L_0 \times e^{pt}$$

где  $L_t$  - численность населения через  $t$  лет,

$L_0$  - численность населения в базисном году,

$p$  – коэффициент естественного прироста.

Время, необходимое для удвоения численности населения, находится по формуле:

$$t = \frac{\ln 2}{\ln(1 + p/c)},$$

где  $c$  – постоянная величина (1000 или 10000) в зависимости от того, как исчислен естественный прирост.

*Логистический рост.*

Логистическая кривая имеет вид зависимости:

$$L_t = \frac{L_n}{1 + e^{at+b}}.$$

Чтобы рассчитать параметры уравнения необходимо решить систему из трех уравнений:

$$\begin{aligned} L_n &= \frac{2L_0L_1L_2 - L_1^2(L_0 + L_2)}{L_0L_2 - L_1^2}; \\ a &= \frac{1}{t_1 - t_0} \times \ln \frac{(L_n - L_1) \times L_0}{(L_n - L_0) \times L_1}; \\ b &= \ln \frac{L_n - L_0}{L_0} - at_0. \end{aligned}$$

Метод компонент (передвижек возрастов)

В отличие от экстраполяционного и аналитического методов он позволяет получать не только общую численность населения, но и его распределение по полу и возрасту. Расчет численности населения широко применяемым методом передвижки возрастов заключается в прогнозировании возрастной структуры численности населения в зависимости от возрастных показателей рождаемости, смертности и миграции, также административно-территориальных преобразований сельских населенных пунктов в городские и наоборот.

Двойное название данного метода прогнозирования связано с тем, что его применение основано на использовании уравнения демографического баланса:

$$P_1 = P_0 + B - D + M_i + M_o,$$

где  $P_0$  и  $P_1$  - численность населения соответственно в начале и конце периода,

$B$  – число рождений за период,

$D$  – число смертей за период,

$M_i$  - миграционный поток за период,

$M_o$  - миграционный отток за период.

При этом все слагаемые, кроме  $P_0$ , называют компонентами изменения численности населения за период.

Суть данного метода состоит в «отслеживании» движения отдельных когорт во времени в соответствии с заданными (прогнозными) параметрами рождаемости, смертности и миграции.

### *Практическая часть*

*Цель:* освоение методики демографического прогнозирования.

*Задание:*

- 1) Определить численность населения через  $t$  лет и время, необходимое для удвоения численности населения на основе модели экспоненциального роста численности;
- 2) Определить численность населения на основе модели логистического роста;
- 3) Определить численность населения на основе метода компонент (передвижка возрастов)

*Ход работы.*

1) На материалах Курской области проанализируем демографические тенденции и разработаем соответствующие прогнозы.

Таблица 55 – Динамика численности населения Курской области (на начало года, чел.) в 2000-2012 гг.

Года	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Численность, чел	12817 33	12664 67	12350 91	12310 97	12144 63	11991 23	11838 84	11707 30	11624 75	11554 17	11270 81	11256 48
Естественный прирост населения (на 1000 человек населения)	-10,1	-10,1	-10,4	-10,9	-10,4	-11,1	-10,1	-7,9	-7,6	-6,8	-6,4	-5,2

Определим численность населения через  $t$  лет и время, необходимое для удвоения численности населения на основе модели экспоненциального роста численности:

$$L_t = L_0 e^{pt} \quad (1)$$

где,  $t$  – число прогнозируемых лет;

$L_t$  – численность населения через  $t$  лет;

$L_0$  – численность населения в базисном году;

$p$  – естественный (убыль) прирост населения.

Формулу 1 преобразовывают и она получает следующий вид:

$$L_t = L_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{c}\right)^t \quad (2)$$

$c$  – постоянное число сто, тысяча, десять тысяч в зависимости от того в каких единицах выбран естественный прирост.

Используем формулу (2) найдем численность населения через 5, 10, 15, 20 лет при определенном естественном приросте и  $L_0 = 1125648$ .

Прогноз через 5 лет:

$$L_t = 1125648 \cdot (1 + 0,05)^5 = 1154072$$

$$L_t = 1125648 \cdot (1 + 0,010)^5 = 1183067$$

$$L_t = 1125648 \cdot (1 + 0,015)^5 = 1212643$$

$$L_t = 1125648 \cdot (1 + 0,020)^5 = 1242806$$

$$L_t = 1125648 \cdot (1 + 0,025)^5 = 1273567$$

$$L_t = 1125648 \cdot (1 + 0,030)^5 = 1304935$$

Прогноз через 10 лет:

$$L_t = 1125648 \cdot (1 + 0,05)^{10} = 1833562$$

$$L_t = 1125648 \cdot (1 + 0,010)^{10} = 1243416$$

$$L_t = 1125648 \cdot (1 + 0,015)^{10} = 1306360$$

$$L_t = 1125648 \cdot (1 + 0,020)^{10} = 1372159$$

$$L_t = 1125648 \cdot (1 + 0,025)^{10} = 1440925$$

$$L_t = 1125648 \cdot (1 + 0,030)^{10} = 1512777$$

Прогноз через 15 лет:

$$L_t = 1125648 \cdot (1 + 0,05)^{15} = 2340141$$

$$L_t = 1125648 \cdot (1 + 0,010)^{15} = 1306842$$

$$L_t = 1125648 \cdot (1 + 0,015)^{15} = 1407321$$

$$L_t = 1125648 \cdot (1 + 0,020)^{15} = 1514974$$

$$L_t = 1125648 \cdot (1 + 0,025)^{15} = 1630274$$

$$L_t = 1125648 \cdot (1 + 0,030)^{15} = 1753723$$

Прогноз через 20 лет:

$$L_t = 1125648 \cdot (1 + 0,05)^{20} = 2986679$$

$$L_t = 1125648 \cdot (1 + 0,010)^{20} = 1373504$$

$$L_t = 1125648 \cdot (1 + 0,015)^{20} = 1516085$$

$$L_t = 1125648 \cdot (1 + 0,020)^{20} = 1672654$$

$$L_t = 1125648 \cdot (1 + 0,025)^{20} = 1844505$$

$$L_t = 1125648 * (1 + 0,030)^{20} = 2033045$$

Для определения время выразим из формулы (2)  $t$  и получим следующее уравнение:

$$t = \frac{\ln(2)}{\ln\left(1 + \frac{p}{c}\right)} \quad (3)$$

Определим необходимое количество времени для удвоения численности населения при естественном приросте 5, 10, 15, 20, 25, 30 и используя формулу (3) получим:

$$t = \ln(2) / \ln(1+0,005) = 138,976$$

$$t = \ln(2) / \ln(1+0,010) = 69,660$$

$$t = \ln(2) / \ln(1+0,015) = 46,556$$

$$t = \ln(2) / \ln(1+0,020) = 35,003$$

$$t = \ln(2) / \ln(1+0,025) = 28,070$$

$$t = \ln(2) / \ln(1+0,030) = 23,450$$

Полученные значения вынесем в таблицу 56.

Таблица 56 – Прогнозирование численности населения

Естественный прирост	Время прогнозирования				Время необходимое для удвоения численности
	5	10	15	20	
5	1154072	1833562	2340141	2986679	138.9757216
10	1183067	1243416	1306842	1373504	69.66071689
15	1212643	1306360	1407321	1516085	46.55552563
20	1242806	1514974	1514974	1672654	35.00278878
25	1273567	1630274	1630274	1844505	28.07103453
30	1304935	1512777	1753723	2033045	23.44977225

2) Логическая функция характеризует рост населения сначала в ускоренном темпе, до критического момента после этого темп роста уменьшается и стремится к 0.

$$L_t = \frac{L_n}{1 + e^{a \cdot t + b}} \quad (4)$$

$L_n$  - критическая численность  
 $a$  и  $b$  – параметры

В демографической науке разработаны приемы, позволяющие найти для данной функции все необходимые параметры, в частности можно применить методику дестимулирования для значения  $L_n$ , параметров  $a$  и  $b$  получим следующие уравнения:

$$L_n = \frac{2 \cdot L_0 \cdot L_1 \cdot L_2 - (L_1)^2 \cdot (L_1 + L_2)}{L_0 \cdot L_2 - (L_1)^2} \quad (5)$$

$$a = \frac{1}{t_1 - t_0} \cdot \ln \left[ \frac{(L_n - L_1) \cdot L_0}{(L_n - L_0) \cdot L_1} \right] \quad (6)$$

$$b = \ln \left( \frac{L_n - L_0}{L_n} \right) - a \cdot t_0 \quad (7)$$

Определим на основе логистической модели перспективную численность на 2030 года на основе условий указанных в таблице 57.

Таблица 57 – Численность населения Курской области

Года	Численность (чел.)
1880	2371012
1930	1483305
1980	1398889

Определим критическую численность населения используя данные из таблицы 3 и формулы (5):

$$L_n = \frac{2 * 2,37 * 1,5 * 1,4 - 1,5 * (2,37 + 1,4)}{2,37 * 1,4 - 1,5^2} = 2,3711 \text{ млн. чел.} \quad (8)$$

Определим коэффициенты уравнения (4) используя таблицу 3 и формулы (6) и (7), получаем:

$$\alpha = \frac{1}{1930 - 1880} * \ln \frac{(2,3711 - 1,5) * 2,4}{(2,3711 - 2,37) * 1,5} = 0,062545$$

$$\beta = \ln \frac{2,3711 - 2,37}{2,37} - 0,063 * 1880 = -125,26$$

После произведенных вычислений получаем следующее уравнение, которое имеет вид:

$$L_t = \frac{2,3711}{1 + e^{0,063 \cdot t - 125,26}}$$

Подставляем в уравнение (8) год на который необходимо произвести прогноз (2030 год) и получаем прогнозную численность данного года:

$$L_t = \frac{2,3711}{1 + e^{0,063 \cdot 2030 - 125,26}} = 0,159168$$

3) Определим численность методом экстраполяции на 2014 год. Спрогнозировать численность населения Курской области на 2014 год возможно на основе следующих вариантов.

На основе данных значений средний абсолютный прирост, средний темп роста, средний темп прироста можно спрогнозировать численность населения по следующим формулам:

1) по среднему абсолютному приросту

$$L = L_0 + t \Delta$$

(9)

2) по среднему темпу роста

$$L = L_0 * T_p^t \quad (10)$$

3) по среднему темпу прироста

$$L = L_0 * (1 + T_{пр})^t \quad (11)$$

где:  $\bar{\Delta}$  - средний абсолютный прирост

$T_p$  - средний темп роста

$T_{пр}$  - средний темп прироста

Таблица 58 - Общие коэффициенты рождаемости, смертности, естественного прироста (на 1000 чел. населения)

	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Россия											
Число родившихся	9,1	9,8	10,2	10,4	10,2	10,4	11,3	12,1	12,4	12,5	12,6
Число умерших	15,6	16,3	16,4	16,0	16,1	15,2	14,6	14,6	14,2	14,2	13,5
Естест. прирост.	-6,5	-6,5	-6,2	-5,6	-5,9	-4,8	-3,3	-2,5	-1,8	-2	-0,9
Курская область											
Число родившихся	8,1	8,2	8,8	9,0	8,6	9,0	10,1	10,7	10,8	11,2	11,6
Число умерших	18,2		19,7	19,4	19,7	19,1	18,0	18,3	17,6	17,6	16,8
Естест. прирост.	-10,1	-10,4	-10,9	-10,4	-11,1	-10,1	-7,9	-7,6	-6,8	-6,4	-5,2

Имеется численность населения Курской области на 2011 год:  $L_0=1125648$  чел. Коэффициент естественной убыли на 2011 год  $p = -5,2$ . Предполагаем, что он останется неизменным в течение последующих 3 лет. Используя формулу (4) тогда численность населения области на 2014 год будет равна:

$$L = 1125648 * e^{-0,0052*3} = 1108213 \text{ (чел.)}$$

По данным табл. 4 можно проследить, что естественная убыль растет из года в год, поэтому к 2014 году она будет иной, т.е. существенно отличаться от данных 2011 года.

Для определения численности необходимо определить среднее значение естественного прироста (убыли) определяется по следующей формуле:

$$\bar{d} = ((p_{i+1} - p_i) + (p_{i+2} - p_{i+1}) + \dots + (p_{i+n} - p_{i+(n-1)})) / n \quad (12)$$

где,  $\bar{d}$  - среднее значение изменения коэффициента естественного прироста (убыли);

$p_i$  - коэффициента естественного прироста (убыли) за  $i$  год.

По формуле (12) найдем значение среднего изменения коэффициента естественной убыли (за последние 11 лет):

$$\bar{d} = ((-10,4+10,1) + (-10,9 + 10,4) + (-10,4 + 10,9) + (-11,1 + 10,4) + (-10,1+11,1) + (-7,9+10,1) + (-7,6+7,9) + (-6,8+7,6) + (-6,4+6,8) + (-5,2+6,4)) / 12 = 0,408333$$

Следовательно, к 2012 году коэффициент естественной убыли составит (-4,8); к 2013г. – (-4,4); к 2014г. – (-4).

Используем формулу (1): тогда численность населения к 2012 году составит:

$$L = 589 * e^{(-0,0112 - 0,0115 - 0,0118)} = 569,09 \text{ (тыс. чел.)}$$

Численность населения Курской области можно рассчитать и по статистическим характеристикам динамики (средний абсолютный прирост, средний темп роста, средний темп прироста) и сравнить с численностью населения России, рассчитанной тем же методом.

Аналогичные вычисления произведем по России в целом, и тогда получим следующие расчеты:

$$L = 143369 * e^{-0,009*3} = 139547,4 \text{ (тыс. чел.)}$$

$$\bar{d} = ((-6,5+6,5) + (-6,2+6,5) + (-5,6+6,2) + (-5,9+5,6) + (-4,8+5,9) + (-3,3+4,8) + (-2,5+3,3) + (-1,8+2,5) + (-2+1,8) + (-0,9+2)) / 10 = 0,56$$

В 2012 году естественная убыль составит (-0,34); в 2013 году – 0,22; в 2014 году – 0,78.

$$L = 143369 * e^{(-0,0034 + 0,0022 + 0,78)} = 312534 \text{ (тыс. чел.)}$$

В результате произведенных вычислений видно что в Курской области происходит улучшение показателя естественного прироста, и в среднем по России естественная убыль понемногу сокращается в результате более высокого увеличения рождаемости над увеличением смертности.

Численность населения Курской в 2011 составляла 1125 тыс. чел., а в 2006 году  $L_0 = 1183$ . Тогда общий абсолютный прирост за 5 лет  $1125 - 1183 = -58$ .

Следовательно средний абсолютный прирост  $\Delta = -58 / 5 = -11,6$ ; средний темп роста  $T_p = (1125 / 1183)^{1/5} = 98,9\%$ ; средний темп убыли  $T_{пр} = 0,011\%$ ;

Полученные расчеты подставим в формулы среднего абсолютного прироста, среднему темпу роста и среднему темпу прироста, через 3 года т.е. к 2014 году, население Курска составит:

1) по среднему абсолютному приросту

$$L = L_0 + t \Delta = 1125 + 3 * (-11,6) = 1090,2 \text{ (тыс. чел)}$$

2) по среднему темпу роста

$$L = L_0 * T_p^t = 1125 * (0,989)^3 = 1088,28 \text{ (тыс. чел)}$$

3) по среднему темпу прироста

$$L = L_0 * (1 + T_{пр})^t = 1125 * (1 - 0,011)^3 = 1088,28 \text{ (тыс. чел)}$$

Рассчитаем аналогичные вычисления по России:

Численность населения в России в 2011 составляла 142865 тыс. чел., а в 2006 году –  $L_0 = 142753$ . Тогда общий абсолютный прирост за 5 лет  $142865 - 142753 = 112$ .

Следовательно средний абсолютный прирост  $\Delta = 112 / 5 = 22,4$ ; средний темп роста  $T_p = (142865 / 142753)^{1/5} = 100\%$ ; средний темп убыли  $T_{пр} = 0,0001\%$ ;

Полученные расчеты подставим в формулы среднего абсолютного прироста, среднему темпу поста и среднему темпу прироста, через 3 лет т.е. к 2014 году, население России составит:

1) по среднему абсолютному приросту

$$L = L_0 + t \Delta = 142865 + 3 * (112) = 143201 \text{ (тыс. чел)}$$

2) по среднему темпу роста

$$L = L_0 * T_p^t = 142865 * (1,00)^3 = 142865 \text{ (тыс. чел)}$$

3) по среднему темпу прироста

$$L = L_0 * (1 + T_{пр})^t = 142865 * (1 - 0,0001)^3 = 142822,1448 \text{ (тыс. чел)}$$

Получаем, что по России темпы снижения численности населения незначительно сокращаются.

4) Рассчитаем численность трудоспособного населения Курской области. К трудоспособному населению относятся женщины 16-54 лет и мужчины 16-59 лет. Составим прогноз численности трудоспособного населения Курской области к 2017 году с помощью перспективных расчетов половозрастной структуры населения, а именно метода передвижки возрастных групп.

Используем данные о соотношении численности женщин по пятилетним возрастам и формулу (11) рассчитаем коэффициенты дожития до 59 лет у женщин:

$$P_1 = 56,7 / 49,7 = 1,14; P_2 = 84,4 / 56,7 = 1,49; P_3 = 97,4 / 84,4 = 1,15;$$

$$P_4 = 82,7 / 97,4 = 0,85; P_5 = 81,5 / 82,7 = 0,99; P_6 = 77,6 / 81,5 = 0,95;$$

$$P_7 = 83,7 / 77,6 = 1,08; P_8 = 108,4 / 83,7 = 1,3; P_9 = 100,3 / 108,4 = 0,93;$$

$$P_{10} = 84,7 / 100,3 = 0,84; P_{11} = 43,6 / 84,7 = 0,52.$$

После расчета коэффициента дожития спрогнозируем численность женщин на 2007 г., 2012 г., 2017 г., используя формулу (12).

Прогнозируем численность женщин на 2007 г.

$$J_{(4-9)} = J_{(0-4)} * P_1 = 24,2 * 1,14 = 27,64 \text{ тыс. чел.}$$

$$J_{(10-14)} = J_{(5-9)} * P_2 = 27,6 * 1,49 = 41,08 \text{ тыс. чел.}$$

$$J_{(15-19)} = J_{(10-14)} * P_3 = 41,1 * 1,15 = 47,43 \text{ тыс. чел.}$$

$$J_{(20-24)} = J_{(15-19)} * P_4 = 49,1 * 0,85 = 41,69 \text{ тыс. чел.}$$

$$J_{(25-29)} = J_{(20-24)} * P_5 = 42,5 * 0,99 = 41,88 \text{ тыс. чел.}$$

$$J_{(30-34)} = J_{(25-29)} * P_6 = 41,4 * 0,95 = 39,42 \text{ тыс. чел.}$$

$$J_{(35-39)} = J_{(30-34)} * P_7 = 39,3 * 1,08 = 42,39 \text{ тыс. чел.}$$

$$J_{(40-44)} = J_{(35-39)} * P_8 = 43,5 * 1,3 = 56,34 \text{ тыс. чел.}$$

$$J_{(45-49)} = J_{(40-44)} * P_9 = 54,6 * 0,93 = 50,52 \text{ тыс. чел.}$$

$$J_{(50-54)} = J_{(45-49)} * P_{10} = 51,6 * 0,84 = 43,57 \text{ тыс. чел.}$$

$$J_{(55-59)} = J_{(50-54)} * P_{11} = 43,1 * 0,52 = 23,22 \text{ тыс. чел.}$$

Аналогично спрогнозируем на 2012 г. и получаем следующую численность женщин:

$$J_{(10-14)} = J_{(5-9)} * P_2 = 27,64 * 1,49 = 41,10 \text{ тыс. чел.}$$

$$J_{(15-19)} = J_{(10-14)} * P_3 = 41,08 * 1,15 = 47,41 \text{ тыс. чел.}$$

$$J_{(20-24)} = J_{(15-19)} * P_4 = 47,43 * 0,85 = 40,27 \text{ тыс. чел.}$$

$$J_{(25-29)} = J_{(20-24)} * P_5 = 41,69 * 0,99 = 41,08 \text{ тыс. чел.}$$

$$J_{(30-34)} = J_{(25-29)} * P_6 = 41,88 * 0,95 = 39,88 \text{ тыс. чел.}$$

$$J_{(35-39)} = J_{(30-34)} * P_7 = 39,42 * 1,08 = 42,52 \text{ тыс. чел.}$$

$$J_{(40-44)} = J_{(35-39)} * P_8 = 42,39 * 1,3 = 54,90 \text{ тыс. чел.}$$

$$J_{(45-49)} = J_{(40-44)} * P_9 = 56,4 * 0,93 = 50,13 \text{ тыс. чел.}$$

$$J_{(50-54)} = J_{(45-49)} * P_{10} = 50,52 * 0,84 = 42,66 \text{ тыс. чел.}$$

$$J_{(55-59)} = J_{(50-54)} * P_{11} = 43,57 * 0,52 = 22,43 \text{ тыс. чел.}$$

Спрогнозирую численность женщин на 2017 г.

$$J_{(15-19)} = J_{(10-14)} * P_3 = 41,10 * 1,15 = 47,43 \text{ тыс. чел.}$$

$$J_{(20-24)} = J_{(15-19)} * P_4 = 47,41 * 0,85 = 40,26 \text{ тыс. чел.}$$

$$J_{(25-29)} = J_{(20-24)} * P_5 = 40,27 * 0,99 = 39,69 \text{ тыс. чел.}$$

$$J_{(30-34)} = J_{(25-29)} * P_6 = 41,08 * 0,95 = 39,12 \text{ тыс. чел.}$$

$$J_{(35-39)} = J_{(30-34)} * P_7 = 39,88 * 1,08 = 43,01 \text{ тыс. чел.}$$

$$J_{(40-44)} = J_{(35-39)} * P_8 = 42,52 * 1,3 = 55,06 \text{ тыс. чел.}$$

$$J_{(45-49)} = J_{(40-44)} * P_9 = 54,90 * 0,93 = 50,08 \text{ тыс. чел.}$$

$$J_{(50-54)} = J_{(45-49)} * P_{10} = 50,13 * 0,84 = 44,02 \text{ тыс. чел.}$$

$$J_{(55-59)} = J_{(50-54)} * P_{11} = 42,66 * 0,52 = 21,96 \text{ тыс. чел.}$$

Все полученные расчеты с несем в таблицу 59.

Таблица 59 - Перспективные расчеты численности женщин

Возрастные группы	Численность живущих в тыс. чел.	Коэффициент дожития Р	Численность женщин в году, лет			
			2002 тыс. чел.	2007 тыс. чел.	2012 тыс. чел.	2017 тыс. чел.
0-4	49.7	1.14084507	24.2	22.95	22.63	22.31
4-9	56.7	1.488536155	27.6	27.61	26.18	25.82
10-14	84.4	1.154028436	41.1	41.08	41.10	38.97
15-19	97.4	0.849075975	49.1	47.43	47.41	47.43
20-24	82.7	0.985489722	42.5	41.69	40.27	40.26
25-29	81.5	0.952147239	41.4	41.88	41.08	39.69
30-34	77.6	1.078608247	39.3	39.42	39.88	39.12
35-39	83.7	1.295101553	43.5	42.39	42.52	43.01
40-44	108.4	0.925276753	54.6	56.34	54.90	55.06
45-49	100.3	0.8444666	51.6	50.52	52.13	50.80
50-54	84.7	0.514757969	45.1	43.57	42.66	44.02
55-59	43.6	---	24.5	23.22	22.43	21.96
Σ	950.7		2486.5	2485.10	2485.19	2485.44

Среднее число женщин вычисляется по данным таблицы 4 используя формулу (13).

Определим среднюю численность женщин за период с 2002 г. по 2007 г.

$$15 - 19 \text{ лет } (49,1 + 47,43)/2 = 48,27 \text{ тыс. чел.}$$

$$20 - 24 \text{ года } (42,5 + 41,69)/2 = 42,09 \text{ тыс. чел.}$$

$$25 - 29 \text{ лет } (41,4 + 41,88)/2 = 41,68 \text{ тыс. чел.}$$

$$30 - 34 \text{ года } (39,3 + 39,42)/2 = 39,36 \text{ тыс. чел.}$$

$$35 - 39 \text{ лет } (43,5 + 42,39)/2 = 42,94 \text{ тыс. чел.}$$

$$40 - 44 \text{ года } (54,6 + 56,34)/2 = 55,47 \text{ тыс. чел.}$$

45 – 49 лет  $(51,6 - 50,52)/2 = 51,09$  тыс. чел.

Определим среднюю численность женщин за период с 2007 г. по 2012г.

15 – 19 лет  $(47,43 + 47,41)/2 = 47,42$  тыс. чел.

20 – 24 года  $(41,69 + 40,27)/2 = 40,98$  тыс. чел.

25 – 29 лет  $(41,88 + 41,08)/2 = 41,48$  тыс. чел.

30 – 34 года  $(39,42 + 39,88)/2 = 39,65$  тыс. чел.

35 – 39 лет  $(42,39 + 42,52)/2 = 42,45$  тыс. чел.

40 – 44 года  $(56,34 + 54,9)/2 = 55,56$  тыс. чел.

45 – 49 лет  $(50,52 + 52,13)/2 = 51,32$  тыс. чел.

Аналогично произведем вычисления средней численности женщин за период с 2012г. по 2017г.

15 – 19 лет  $(47,41 + 47,43)/2 = 47,42$  тыс. чел.

20 – 24 года  $(40,27 + 40,26)/2 = 40,26$  тыс. чел.

25 – 29 лет  $(41,08 + 39,69)/2 = 40,39$  тыс. чел.

30 – 34 года  $(39,88 + 39,12)/2 = 39,50$  тыс. чел.

35 – 39 лет  $(42,52 + 43,01)/2 = 42,77$  тыс. чел.

40 – 44 года  $(54,9 + 55,06)/2 = 54,98$  тыс. чел.

45 – 49 лет  $(52,13 + 50,08)/2 = 51,46$  тыс. чел.

Затем находим число родившихся детей у женщин данных возрастных категорий за периоды 2002 г. по 2007 г., 2007 г. по 2012 г. и 2012 г. по 2017 г. Родившихся найдем перемножая возрастной коэффициент рождаемости и среднее число женщин получаем:

- за период от 2002 г. до 2007 г.

$(15 - 19) 0,318 * 48,27 = 15,35$  тыс. чел.;  $(20 - 24) 0,965 * 42,09 = 40,62$  тыс. чел.;  $(25 - 29) 0,618 * 41,64 = 25,73$  тыс. чел.;  $(30 - 34) 0,322 * 39,36 = 12,62$  тыс. чел.;  $(35 - 39) 0,11 * 42,94 = 4,72$  тыс. чел.;  $(40 - 44) 0,022 * 55,47 = 1,22$  тыс. чел.;  $(45 - 49) 0,01 * 51,06 = 0,05$  тыс. чел.;

- за период от 2007 г. до 2012 г.

$(15 - 19) 0,318 * 47,42 = 15,08$  тыс. чел.;  $(20 - 24) 0,965 * 40,98 = 39,55$  тыс. чел.;  $(25 - 29) 0,618 * 41,48 = 25,64$  тыс. чел.;  $(30 - 34) 0,322 * 39,65 = 12,77$  тыс. чел.;  $(35 - 39) 0,11 * 42,45 = 4,67$  тыс. чел.;  $(40 - 44) 0,022 * 55,62 = 1,22$  тыс. чел.;  $(45 - 49) 0,01 * 51,32 = 0,05$  тыс. чел.;

- за период от 2012 г. до 2017 г.

$(15 - 19) 0,318 * 47,42 = 15,08$  тыс. чел.;  $(20 - 24) 0,965 * 40,26 = 38,85$  тыс. чел.;  $(25 - 29) 0,618 * 40,39 = 24,96$  тыс. чел.;  $(30 - 34)$

$0,322 * 39,50 = 12,72$  тыс. чел.;  $(35 - 39) 0,11 * 42,77 = 4,70$  тыс. чел.;  $(40 - 44) 0,022 * 54,98 = 1,22$  тыс. чел.;  $(45 - 49) 0,01 * 51,46 = 0,05$  тыс. чел.

Полученные значения внесем в таблицу 60.

Таблица 60 – Перспективный расчет числа рождений

Возрастные группы	Возрастные коэффициенты рождаемости %	Средний число женщин за период, тыс. чел			Число родившихся за период, тыс. чел.		
		2002 - 2007	2007 - 2012	2012 - 2017	2002 - 2007	2007 - 2012	2012 - 2017
15 - 19.	31.8	48.27	47.42	47.42	15.35	15.08	15.08
20 - 24.	96.5	42.09	40.98	40.26	40.62	39.55	38.85
25 - 29.	61.8	41.64	41.48	40.39	25.73	25.64	24.96
30 - 34.	32.2	39.36	39.65	39.50	12.67	12.77	12.72
35 - 39.	11	42.94	42.45	42.77	4.72	4.67	4.70
40 - 44.	2.2	55.47	55.62	54.98	1.22	1.22	1.21
45 - 49.	0.1	51.06	51.32	51.46	0.05	0.05	0.05
Всего	---	---	---	---	100.37	98.98	97.58
В том числе девочек	---	---	---	---	46.17	45.53	44.89
Из них доживущие до конца 5 лет	---	---	---	---	22.95	22.63	22.31
В том числе мальчиков	---	---	---	---	54.20	53.45	52.69
Из них доживущие до конца 5 лет	---	---	---	---	26.9	26.6	26.2

Общее число рождений в таблице 6 определяется как произведения среднего числа женщин данной возрастной группы на коэффициенты рождаемости. Для выделения числа девочек (мальчиков) умножаем суммарное число родившихся на 0,54 (0,46), что соответствует соотношению мальчиков и девочек среди родившихся. Для выделения числа девочек (мальчиков), остающихся в живых к концу каждого десятилетия, умножаем число родившихся девочек (мальчиков) на среднее число живущих в интервале 0-4 года.

Используя данные в таблице можно отметить численность девочек от 0 до 4 лет за период 2007 год, 2012 год, 2017 год. Далее определим численность девочек в возрасте от 5 до 9 лет за 2012 и 2017 года:

$$2012 \text{ год } 22,95 * 1,14 = 26,18 \text{ тыс. чел.}$$

$$2017 \text{ год } 22,63 * 1,14 = 25,85 \text{ тыс. чел.}$$

Определим численность девочек в возрасте от 10 до 14 лет в 2017 году получаем:

$$26,18 * 1,49 = 38,97 \text{ тыс. чел.}$$

Аналогичные вычисления произведем по прогнозированию численности мужчин и полученные данные вынесем в таблицу 7.

Таблица 61 – Перспективный расчет численности мужчин

Возрастные группы	Сумма чисел живущих $\sum L$	Коэффициент дожития Р	Численность мужчин в году, тыс. чел			
			2002	2007	2012	2017
0-4	49.7	1.140845	25.5	26.9	26.6	26.2
4 - 9.	56.7	1.488536	29.1	29.09	30.69	30.35
10 -14.	84.4	1.154028	43.3	43.32	43.30	45.68
15 -19.	97.4	0.849076	48.2	49.97	49.99	49.97
20 - 24.	82.7	0.98549	40.2	40.93	42.43	42.44
25 - 29.	81.5	0.952147	40.1	39.62	40.33	41.81
30 - 34.	77.6	1.078608	38.3	38.18	37.72	38.40
35 - 39.	83.7	1.295102	42.3	41.31	41.18	40.69
40 - 44.	108.4	0.925277	53.9	54.78	53.50	53.34
45 - 49.	100.3	0.844467	48.8	49.87	50.69	49.50
50 - 54.	84.7	0.514758	39.6	41.21	42.12	42.81
55 - 59.	43.6	---	19.1	20.38	21.21	21.68
$\Sigma$			2470.4	2482.56	2491.76	2499.87

Таким образом, если в 2002 году численность трудоспособного населения составляла 367,1 тыс. чел. женщин и 370,5 тыс. чел. мужчин, т.е. 737,6 тыс. чел., то в 2017 году численность трудоспособного населения составит: 359,38 тыс. чел. женщин и 380,64 тыс. чел. мужчин, т.е. 740,03 тыс. чел. Интересен тот факт, что при общем снижении численности населения области численность трудоспособного населения увеличится, но не значительно. Это объясняется ростом численности мужчин трудоспособного возраста.

#### *Выводы.*

В результате выполненной лабораторной работы, были выполнены все задачи и сделаны следующие выводы:

- по России темпы снижения численности населения незначительно сокращаются;
- в Курской области происходит улучшение показателя естественного прироста, и в среднем по России естественная убыль понемногу сокращается в результате более высокого увеличения рождаемости над увеличением смертности.

## Прогнозирование методом «Цепи Маркова»

### *Теоретическая часть*

В теории вероятностного моделирования к наиболее изучаемым и исследованным относятся модели, у которых случайный процесс функционирования относится к классу марковских процессов, т. е. марковские модели.

Случайный процесс, протекающий в системе, называется марковским, если для любого момента времени вероятностные характеристики процесса в будущем зависят от его состояния в данный момент и не зависят от того, когда и как система пришла в это состояние.

При исследовании экономических и, в частности, производственных систем наибольшее применение имеют марковские случайные процессы с дискретными состояниями и непрерывным временем. В процессе с дискретными состояниями все его возможные состояния можно заранее перечислить, т. е. состояния системы принадлежат к конечному множеству  $Z = \{z_j\}$ .

В процессе с непрерывным временем смена состояний может произойти в любой случайный момент; при этом считается, что переход системы из одного состояния в другое происходит мгновенно.

Метод прогнозирования на основе теории цепей Маркова может быть использован для прогноза множества показателей, которые меняются из года в год одновременно, но непосредственно функциональные связи между ними не установлены ввиду отсутствия информации или сложности этих связей.

В основе прогноза, построенного на основе простых цепей Маркова, лежит вычисление матрицы перехода, элементами которой являются вероятности перехода прогнозируемых параметров из одного состояния в другое, от одного значения к другому.

Матрица переходных вероятностей для момента  $t_1$  (т.е. через два интервала  $\tau$ ) есть не что иное, как результат произведения двух исходных матриц, т.е.  $\Gamma(\tau)^2$ ; для момента  $t_2$  —  $\Gamma(\tau)^3$  и т.д.

Вектор вероятностей состояний в любой  $i$ -тый момент времени ( $P(t_i)$ ) есть произведение вектора состояний в начальный момент ( $P(t_0)$ ) и матрицы перехода  $\Gamma(\tau)^i$ :

$$P(t_i) = P(t_0) \cdot \Gamma(\tau)^i$$

Примером использования равенства Маркова в прогнозировании может служить оценка вероятности исполнения прогноза численности занятых в определенной сфере производства.

Логические методы применяются для прогнозирования, когда требуется описать будущее развитие объекта, используя информацию об объектах-аналогах или научно-техническую информацию. В условиях деформирования ретроспективной информации об объекте прогнозирования кризисными социально-экономическими явлениями это существенно расширяет возможности научного предвидения.

Равенство Маркова применяется в прогнозировании демографических показателей, конъюнктуры рынков продукции и рынков труда. Логические методы и марковские процессы являются важной составной частью прогнозно-аналитического инструментария, могут быть использованы в комплексных системах прогнозирования в сочетании с другими методами.

### *Практическая часть*

*Цель:* освоение марковского метода определения численности работников.

*Задание:* Освоить марковский метод определения численности работников.

*Ход работы.*

Имеются данные о численности работников предприятия ЗАО «Курск-сервис» за период с 2000 по 2012гг. (таблица 62).

Таблица 62 – Исходные данные для расчетов

Год	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Ч <sub>план</sub>	550	551	556	560	558	554	550	551	554	557	562	550	553
Ч <sub>факт</sub>	550	552	562	545	564	552	553	550	557	558	562	547	564

Согласно предложенным данным о динамике численности работающих на предприятии ЗАО «Курск-сервис» за 12 лет указанная экономическая категория может находиться в одном из трех состояний:

1) численность плановая равна численности фактической:  
 $Ч_{\text{план}} = Ч_{\text{факт}}$ ;



2012									
Итого	0	2	1	1	0	4	0	3	0

Следовательно, матрица переходов  $\Gamma(\tau) = \begin{vmatrix} 0 & 0,67 & 0,33 \\ 0,2 & 0 & 0,8 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$

Найдём матрицу переходных вероятностей  $\Gamma(\tau)^2$ :

$$\Gamma(\tau)^2 = \begin{vmatrix} 0 & 0,67 & 0,33 \\ 0,2 & 0 & 0,8 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 0 & 0,67 & 0,33 \\ 0,2 & 0 & 0,8 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,134 & 0,33 & 0,536 \\ 0 & 0,934 & 0,066 \\ 0,2 & 0 & 0,8 \end{vmatrix}$$

Таким образом,

$$P(t_{13}) = \begin{vmatrix} 0,16 & 0,58 & 0,33 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 0,134 & 0,33 & 0,536 \\ 0 & 0,934 & 0,066 \\ 0,2 & 0 & 0,8 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,08744 & 0,594512 & 0,388440 \end{vmatrix}$$

Вероятность того, что на конец 2013-го года  $Ч_\phi = Ч_n$  составляет 0,08744. Вероятность того, что на конец 13-го года  $Ч_\phi > Ч_n$  составляет 0,594512. Вероятность того, что на конец 13-го года  $Ч_\phi < Ч_n$  составляет 0,388440.

Таким образом, с вероятностью  $p=0,47$  ( $0,08744+0,388440$ ) можно утверждать, что прогнозная численность на предприятии будет не меньше фактической на конец 13-го года.

## Прогнозирование трудоспособного населения

### Теоретическая часть

#### 1. Прогнозирование потребности региона в кадрах

Для прогнозирования ресурсного потенциала региона могут применяться самые разные математические функции. Наиболее часто используются линейная, экспоненциальная и логистическая функции. Использование математических методов имеет ряд недостатков. Математические функции, в основном, применяются для прогнозирования численности населения небольших территорий. Метод компонент открывает перед разработчиками демографического прогноза более широкие возможности. Марковские процессы позволяют определить вероятности исполнения прогноза. Метод прогнозирования на основе теории цепей Маркова может быть использован для прогноза множества показателей.

При построении прогноза используются подходы и методики, разработанные современными учеными, предполагающие применение как математических моделей, так и экспертных оценок. В итоге была создана методика, в основу которой лег подход, предусматривающий построение прогноза потребности региона в кадрах в два этапа:

1. прогнозирование значения общей потребности региона в кадрах;
2. распределение полученного значения в соответствии со структурой потребности по уровням образования, профессиям и группам специальностей.

Соответственно, при выполнении работы ставятся следующие задачи:

1. Сбор исходных данных и оценка текущей и ретроспективной потребности региона в кадрах, а также ее структуры;
2. Разработка математической модели для прогнозирования потребности региона в кадрах и обеспечение ее необходимыми для построения прогноза данными.

При решении первой задачи потребность региона в кадрах была определена как количество свободных рабочих мест, возникших на территории региона и остающихся не занятыми в связи с отсутствием соответствующих им кадров. В соответствии с этим, в качестве основания для оценки текущей потребности было решено использовать значение количества вакансий, регистрируемых Федеральной службой занятости населения (ФСЗН). Однако для использования этого значения его необходимо было скорректировать по следующим причинам:

- регистрация новой вакансии на территории региона может стать следствием движения рабочей силы, таким образом, возникновение одного свободного рабочего места может повлечь за собой регистрацию нескольких вакансий, в результате перехода работника из одной организации в другую;

- некоторые организации предпочитают решать задачу привлечения кадров самостоятельно, при этом данные о свободных рабочих местах в ФСЗН не сообщаются, таким образом, количество зарегистрированных вакансий не соответствует действительности.

В связи с этим, для оценки общей потребности региона в кадрах было решено произвести следующие корректировки:

$$N_{\text{общ},t} = \frac{V_t(1 - K_{\text{дв.}})}{K_{\text{с.з.}}}$$

где:  $N_{\text{общ},t}$  - оценка общей потребности региона в кадрах для периода времени  $t$ ;  $V_t$  - количество вакансий, зафиксированных ФСЗН в течение периода времени  $t$ ;

$K_{\text{дв.}}$  - доля вакансий возникших в результате движения рабочей силы;

$K_{\text{с.з.}}$  - доля вакансий зарегистрированных ФСЗН, от общего количества вакансий.

Для оценки значений  $K_{\text{дв.}}$  и  $K_{\text{с.з.}}$ , а так же долей распределения потребности по уровням образования, профессиям и укрупнённым группам специальностей используются данные, полученные в результате экспертного опроса. В качестве инструментария опроса используются анкеты, разосланные среди всех муниципальных образований. Полученные анкеты анализируются, а структура выборки корректируется таким образом, чтобы соответствовать реальному распределению организаций региона по ВЭД.

Дальнейшая обработка позволяет получить значения, показывающие распределение потребности по уровням образования:

$ed_n$  - доля потребности в специалистах с начальным профессиональным образованием;

$ed_c$  - доля потребности в специалистах со средним профессиональным образованием;

$ed_в$  - доля потребности в специалистах с высшим профессиональным образованием.

При этом выполняется условие:

$$ed_n + ed_c + ed_в = 1$$

Также были получены три вектора коэффициентов, показывающих долю потребности в кадрах для группы специальностей или профессии относительно количества требующихся специалистов с соответствующим уровнем образования:

$$A_n = (k_{n,i}); i = 1...56$$

$$A_c = (k_{c,i}); i = 1...28$$

$$A_в = (k_{в,i}); i = 1...28$$

где:  $A_n$  - вектор коэффициентов для начального профессионального образования;  $A_c$  - вектор коэффициентов для среднего профессионального образования;  $A_e$  - вектор коэффициентов для высшего профессионального образования;  $k_{n,i}$  - доля потребности в специалистах с начальным образованием и  $i$ -й профессией;  $k_{c,i}$  - доля потребности в специалистах с средним образованием и специальностью из  $i$ -й группы специальностей;  $k_{e,i}$  - доля потребности в специалистах с высшим образованием и специальностью из  $i$ -й группы специальностей.

## 2. Прогнозирование ресурсного потенциала рынка труда Курской области

Традиционная методика оценки трудового потенциала населения с использованием метода «передвижки по возрастам» базируется на формуле:

$$\dot{O}I_i = \left( \sum_{i=18}^{60} N_t^{Mi} + \sum_{i=18}^{55} N_t^{Жi} \right) \times (1 - b_t),$$

где  $N_t^{Mi}, N_t^{Жi}$  - численность трудоспособных мужчин и женщин  $i$ -ой возрастной группы в  $t$ -ом году;

$b_t$  - доля нетрудоспособных инвалидов в  $t$ -м году [15, с. 43].

Нами осуществлена корректировка традиционной методики оценки трудового потенциала с позиций более полного учета в ней основных тенденций в изменении сальдо миграции, состояния здоровья населения и уровня образовательной подготовки:

$$\dot{O}I = k_z \cdot k_o \cdot \left( \sum_{i=18}^{60} N_t^{Mi} + \sum_{i=18}^{55} N_t^{Жi} \right) \cdot (1 - b_t) \cdot (1 + m_t),$$

где  $k_z$  - понижающий коэффициент, отражающий связь между состоянием здоровья занятых в экономике и количеством отработанного ими рабочего времени в  $t$ -м году;

$k_o$  - повышающий коэффициент, отражающий связь между уровнем образования занятых в экономике и уровнем их производительности труда в  $t$ -м году;

$m_t$  - доля сальдо миграции в  $t$ -м году в общей численности трудоспособного населения.

Исходной информацией для расчета являются данные Госкомстата РФ:

- распределение населения по полу и возрасту;
- возрастные коэффициенты смертности, дифференцированные по полу (поскольку уровень по возрастной смертности существенно различается у мужчин и женщин);
- возрастные коэффициенты рождаемости - среднее число рождений на 1000 женщин соответствующей возрастной группы (Приложение К).

Принципиальная схема расчетов методом «передвижки» выглядит следующим образом. Чтобы получить численность населения любой возрастной группы через 5 лет после начала расчетов, из ее первоначальной численности следует исключить лиц, умерших в этой возрастной группе в текущей пятилетке (тем самым как бы «передвинуть» оставшихся в живых на 5 лет вперед). Для этого следует воспользоваться формулой:

$$N_{t+l}^i = N_t^i \cdot p^i,$$

где  $N_t^i$  - численность населения  $i$ -й возрастной группы в  $t$ -м году;

$p^i$  - коэффициент дожития (коэффициент передвижки) населения  $i$ -й возрастной группы в  $t$ -м году для следующих  $l$  лет. Коэффициент показывает долю оставшихся в живых к концу расчетного периода;

$l$ - «шаг» расчета ( $l=5$ ).

Из-за различий в уровнях возрастной смертности между полами расчеты были проведены отдельно для мужчин и отдельно для женщин.

Затем рассчитывается будущее число рождений – численность детей, родившихся в течение каждого «шага» расчета (так называемая «нулевая» группа). Общее число рождений определяется возрастным уровнем рождаемости и численностью женщин той или иной возрастной группы по формуле:

$$\times_{\delta i a \ddot{a}} = \sum_{i=15}^{49} (N^{Ai} \cdot k_{\delta i a \ddot{a} . i} \cdot l),$$

где  $N^{Ai}$  – численность женщин  $i$ -ой возрастной группы детородного возраста (15-49 лет);

$k_{\text{рожд}.i}$  – возрастной коэффициент рождаемости женщин  $i$ -ой возрастной группы.

Поскольку перспективный расчет численности населения осуществляется раздельно для мужчин и для женщин, в общем

числе рождений  $Ч_{\text{рожд}}$  следует определить количество новорожденных мальчиков и девочек. Известно, что доля мальчиков и девочек среди родившихся - величина практически постоянная, составляющая 0,524 и 0,476 соответственно.

Затем следует определить, сколько же мальчиков и девочек из числа новорожденных останется в живых к первому «шагу» перспективного расчета:

$$N_{i\bar{n}\bar{d}}^i = \times_{\delta i \bar{a} \bar{a}}^i \cdot (1 - k_{\bar{n}i}^i \cdot l),$$

$$N_{i\bar{n}\bar{d}}^{\bar{A}} = \times_{\delta i \bar{a} \bar{a}}^{\bar{A}} \cdot (1 - k_{\bar{n}i}^{\bar{A}} \cdot l),$$

где  $k_{\bar{n}i}^i, k_{\bar{n}i}^{\bar{A}}$  - возрастные коэффициенты смертности мальчиков и девочек в «нулевой» возрастной группе соответственно (при шаге расчета 5 лет к «нулевой» группе будут отнесены все дети в возрасте от 0 до 4 лет).

Прогнозные оценки численности и половозрастной структуры населения региона, полученные методом «передвижки», должны быть скорректированы с учетом коэффициентов  $k_z$  и  $k_o$ .

Коэффициент  $k_z$  количественно представляет собой коэффициент, отражающий потери рабочего времени вследствие заболеваемости занятого населения в  $t$ -м году.

Для расчета коэффициента  $k_z$  используются следующие статистические показатели:

- число случаев заболеваемости с временной утратой трудоспособности на 100 работающих;
- число календарных дней временной нетрудоспособности на 100 работающих;
- годовой фонд рабочего времени, дн.

Коэффициент  $k_z$  может быть рассчитан по формуле:

$$k_z = \frac{\hat{O}_t - \hat{I} \hat{a}_t}{\hat{O}_t},$$

где  $\hat{O}_t$  - годовой фонд рабочего времени, дней в году  $t$  (принят равным 220 календарных дней);

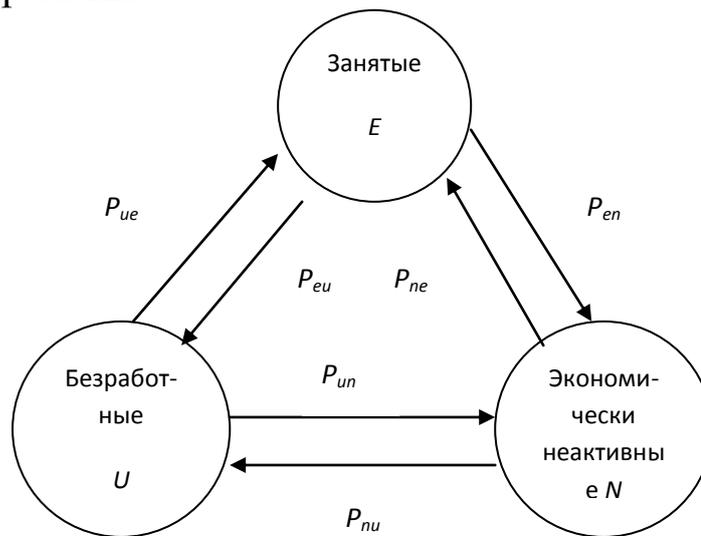
$\hat{I} \hat{a}_t$  - среднегодовые потери рабочего времени вследствие заболеваемости занятых в экономике в году  $t$ , календарных дней на одного занятого.

Возможные значения коэффициента  $k_z$  представлены в таблице 64.

Таблица 64 - Значения коэффициента  $k_z$ 

Среднегодовые потери рабочего времени в расчете на 1-го занятого в экономике, в днях	$k_z$	Среднегодовые потери рабочего времени в расчете на 1-го занятого в экономике, в днях	$k_z$
1	0,995	8	0,964
2	0,991	9	0,959
3	0,986	10	0,955
4	0,982	11	0,950
5	0,977	12	0,945
6	0,973	13	0,941
7	0,986	14	0,936

В последнее время оценка потоков трудовых ресурсов, изменяющих статус в занятости, иногда проводится на основе определения вероятности перемещения между группами занятого, безработного и неактивного населения. Вероятность ( $P$ ) рассчитывается как доля определенной группы лиц, которая переходит из  $i$ -го состояния в  $j$ -ое состояние за определенный промежуток времени.



Основные потоки на рынке труда

Явным преимуществом такой модели является несложность расчетов, простота в применении, возможность проследить тенденции и причины изменения статусов при изучении ее динамики в перспективе. Исследования по данной модели были впервые проведены в 1993 - 1994 гг. в странах Восточной Европы и в 1993 - 1996 гг. в Российской Федерации независимым агентством социологических исследований (г. Москва).

Среди недостатков модели можно отметить необходимость тщательного подхода к определению количественного и качественного состава части обследуемой совокупности, а также соблюдение принципа сопоставимости при проведении повторных исследований, неточность получаемых результатов, особенно для регионов с небольшой численностью населения (до 500 тыс. чел.).

Укрупненные трудовые потоки находятся главным образом под влиянием факторов макроэкономического характера. К наиболее важным из них относятся: общая экономическая ситуация в регионе, демографические процессы, динамика объемов производства, процессы создания и ликвидации рабочих мест, кредитно-денежная политика, процессы приватизации и акционирования, структурные изменения в производстве, динамика цены рабочей силы, политические преобразования, состояние сырьевой базы и природно-климатические условия, в частности сезонность.

Таким образом, данная модель позволяет оценить шесть потоков:

1. Из группы экономически неактивного населения в группу занятых могут переходить лица, достигшие трудоспособного возраста, нашедшие доходное занятие; пенсионеры и студенты, решившие совмещать свой статус с работой; лица младше трудоспособного возраста, нашедшие работу; лица, которые были заняты ведением домашнего хозяйства, но решили сменить вид деятельности и вернуться (начать) к выполнению трудовых функций.

2. Из группы экономически неактивного населения в группу безработных переходит та часть вышеназванных лиц, которым присвоен статус безработных. Студенты, закончившие учебные заведения и лица, возраст которых приблизился к трудоспособному (и при этом они не поступили в специальное учебное заведение), пополняют либо группу занятых, если они нашли работу, либо группу безработных в противном случае.

3. От безработных к неактивному населению перемещаются потоки лиц, достигших пенсионного возраста (или преждевременно выходящие на пенсию в соответствии с законодательством); граждан, получивших инвалидность; лиц, снятых с учета (например, переходящие в группу занятых ведением домашнего хозяйства); лиц, обучающихся с отрывом от производства.

4. Из группы безработных к занятым, разумеется, переходят лица, нашедшие работу.

5. Из группы занятых к безработным, соответственно, переходят теряющие работу.

6. Занятые могут перемещаться к неактивному населению при выходе на пенсию, поступлении в учебное заведение, получении инвалидности, занятии домашним хозяйством и извлечении дохода из собственности.

Перед проведением оценки этих потоков необходимо проанализировать численность этих трех групп и собрать по ним прогнозные данные. В этом случае используются демографические прогнозы, прогнозы занятости и безработицы.

В основе прогнозирования укрупненных трудовых потоков, по нашему мнению, должна лежать потребность экономики в трудовых ресурсах.

Поэтому на первом этапе необходимо спрогнозировать численность экономически активного населения (ЭАН) (предложение труда) и дать прогнозную оценку количеству будущих вакансий (спрос на труд или численность занятых в экономике). Затем, как разницу между численностью ЭАН и количеством занятых, определить прогнозную численность безработных. И, наконец, воспользовавшись данными демографического прогнозирования, необходимо рассчитать численность экономически неактивного населения как разницу между общей численностью постоянного населения и численностью ЭАН. На втором этапе определяется прогнозируемое изменение численности каждой из этих групп (занятые -  $\Delta E$ , безработные -  $\Delta U$ , экономически неактивное население -  $\Delta N$ ), а также значения входящего (+) и исходящего (-) потоков:  $E(+)$ ,  $E(-)$ ,  $U(+)$ ,  $U(-)$ ,  $N(+)$ ,  $N(-)$  (см. рис. 5).

На третьем этапе необходимо «очистить» каждый из указанных потоков от влияния миграции и естественной убыли, а в потоке  $N+$  учесть прогнозируемый уровень рождаемости. Оставшиеся значения будут отражать движение между группами занятых, безработных и экономически неактивного населения, величины которых можно определить через систему уравнений, вытекающую из равенств:

$$\begin{aligned} P_{E(+)} &= P_{ue} + P_{ne} \\ P_{E(-)} &= P_{eu} + P_{en} \end{aligned}$$

$$P_{U(+)} = P_{eu} + P_{nu}$$

$$P_{U(-)} = P_{ue} + P_{un}$$

$$P_{N(+)} = P_{un} + P_{en}$$

$$P_{N(-)} = P_{ne} + P_{ni}$$

На третьем этапе разрабатывается прогноз потоков  $P_{eu}$  и  $P_{ue}$  (вероятность перехода из группы «занятые» в группу безработные и, соответственно, наоборот). Зная величины этих потоков, а также значения входящего и исходящего потоков для каждой группы путем решения несложной системы уравнений можно рассчитать прогнозную величину остальных потоков:  $P_{en}$ ,  $P_{ne}$ ,  $P_{un}$ ,  $P_{ni}$ .

### *Практическая часть*

*Цель:* освоение методики прогнозирования трудоспособного населения региона.

*Задание:* построить прогноз трудоспособного населения региона; спрогнозировать ресурсный потенциал рынка труда Курской области.

*Ход работы.*

#### *1. Прогнозирование потребности региона в кадрах*

В соответствии со структурой потребности в кадрах с начальным профессиональным образованием, выявленной в результате опроса, в вектор  $A_n$  вошло 56 профессий из общего перечня профессий начального профессионального образования. Общероссийский классификатор специальностей по образованию используется для структурирования потребности в кадрах со средним и высшим профессиональным образованием по 28-ми укрупнённым группам специальностей. Для получения значения потребности в работниках с определённым уровнем образования и специальностью, необходимо вначале умножить  $N_{общ,t}$  на один из трёх коэффициентов потребности  $ed_n$ ,  $ed_c$  и  $ed_v$ , соответствующих нужному уровню образования, а затем на соответствующий нужной профессии или группе специальности коэффициент одного из трёх векторов.

При разработке модели для построения прогноза значения  $N_{общ,t}$  потребность была представлена в виде двух составляющих:

$$N_{общ,t} = N_{ув.р.м,t} + N_{в.з.н,t}$$

где:  $N_{ув.р.м.,t}$  - потребность региона в кадрах, вызванная увеличением количества рабочих мест в течение периода времени  $t$ ;

$N_{в.з.н.,t}$  - потребность региона в кадрах, связанная с выбытием занятого населения с рынка труда в течение периода времени  $t$ .

В результате прогнозное значение  $N_{общ.,t}$  рассчитывалось как сумма прогнозных значений  $N_{ув.р.м.,t}$  и  $N_{в.з.н.,t}$ .

Для расчёта прогноза потребности вызванной увеличением количества рабочих мест предполагалось использовать многофакторную регрессионную модель, учитывающую влияние на  $N_{ув.р.м.,t}$  следующих факторов:

1. численность постоянного населения региона;
2. объём валового регионального продукта (ВРП) в сопоставимых ценах;
3. объём инвестиций в экономику региона.

Однако отсутствие ряда данных за достаточно продолжительный период предыстории не позволило оценить параметры данной модели. В связи с этим её пришлось заменить моделью линейного тренда.

Прогноз  $N_{в.з.н.,t}$  строился на основании данных о естественном движении населения, ведущему к выбытию работников с рынка труда региона. Было выделено несколько причин такого выбытия:

1. смерть;
2. переезд на постоянное место жительства в другой регион;
3. достижение пенсионного возраста и прекращение трудовой деятельности.

Для первых двух причин ищут коэффициент, показывающий долю потребности от численности постоянного населения региона, занятого в экономике. Для людей, достигших пенсионного возраста, находят доля пенсионеров, прекративших трудовую деятельность в течение прогнозируемого периода времени. Расчёт прогноза  $N_{в.з.н.,t}$  производился по следующей формуле:

$$N_{в.з.н.,t} = H_{з.в.э,t} (K_{ум.} + K_{эм.}) + H_{пенси,t} K_{н.пенси.}$$

где:  $K_{ум.}$  - доля умерших жителей региона, от количества постоянных жителей региона;

$K_{эм.}$  - доля переехавших постоянное место жительства в другом регионе, от количества постоянных жителей региона;

$H_{э.в.э.,t}$  - прогнозируемое количество жителей, занятых в экономике региона на период времени  $t$ ;

$H_{пенс.,t}$  - прогнозируемое количество жителей региона, достигших пенсионного возраста в течение периода времени  $t$ ;

$K_{н.пенс.}$  - доля жителей региона, достигших пенсионного возраста и прекративших работать, от общего количества достигших пенсионного возраста.

При расчёте используются уже готовые прогнозы значений  $H_{э.в.э.,t}$  и  $H_{пенс.,t}$ .

Для каждого полученного прогнозного значений  $N_{общ.,t}$  рассчитывают доверительный интервал (рисунок 1).

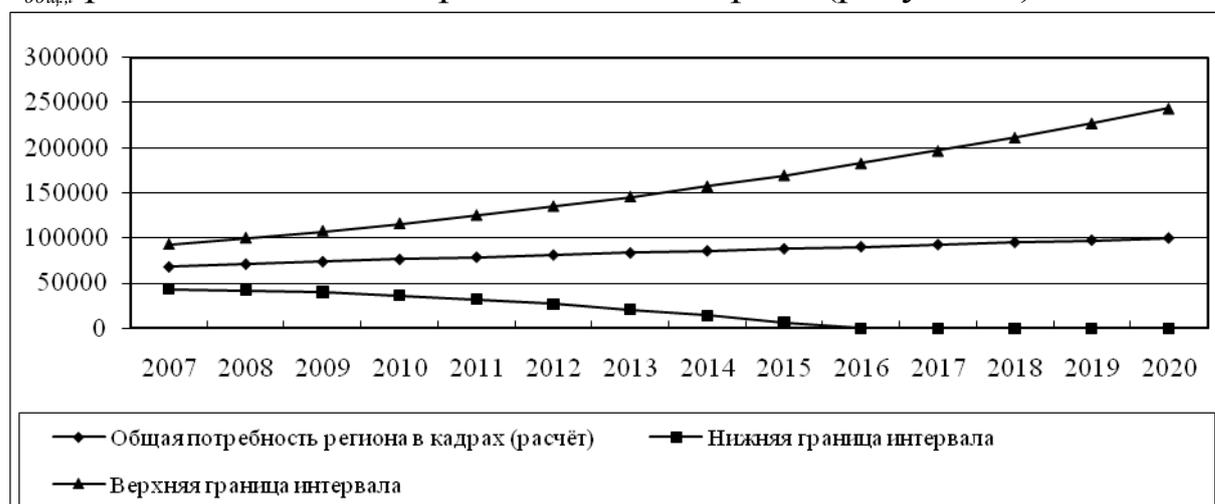


Рисунок 46 — Прогноз общей потребности региона в кадрах

Далее в соответствии с долями  $ed_n$ ,  $ed_c$  и  $ed_v$  находят потребность в кадрах с начальным, средним и высшим профессиональным Потребность в работниках по профессиям и укрупненным группам специальностей была найдена в соответствии с векторами коэффициентов  $A_n$ ,  $A_c$  и  $A_v$ .

В таблице 1 представим данные, необходимые для расчета параметров прогнозной модели, на примере Курской области. Данные были взяты из статистических сборников Курской области 2011 и 2012 гг.

Год	Численнос	Объём	Объём	Умерши	Доля	Переех	Доля	Заняты	Достижп	Достижше
-----	-----------	-------	-------	--------	------	--------	------	--------	---------	----------

	ть постоянно го населения региона, тыс. чел.	валового регионального продукта (ВРП) в сопоставимых ценах, млн. руб.	инвестиции в экономику региона, млн. руб.	е жители региона, чел.	умерших жителей региона, % $K_{ум.}$	авшие, чел.	переехавших постоянное место жительства в другом регионе, % $K_{эм.}$	е в экономике региона, тыс. чел. $H_{з.в.э.,t}$	не пенсионного возраста, тыс. чел.	пенсионного возраста и прекратившие работать $H_{пенси.,t}$
2004	1214463	56383.1	12279.2	24044	0,020	14599	0,012	549.2	0,9	0,012
2005	1195812	76506.1	13507.3	23452	0,020	15511	0,013	566.2	1,0	0,013
2006	1177627	86624.9	17502.4	23453	0,020	14273	0,012	549.3	1,0	0,014
2007	1161582	104035.7	23228.3	22440	0,019	14566	0,013	570.3	1,2	0,014
2008	1151857	128799.0	30636.0	21039	0,018	15361	0,013	561.2	1,0	0,015
2009	1143329	167865.8	30569.2	21240	0,019	16148	0,014	536.5	1,0	0,013
2010	1134990	161473.3	31469.7	20236	0,018	14166	0,012	540.6	1,2	0,2
2011	1125648	161570.	49962.8	19852	0,018	27903	0,025	544.6	1,0	0,13
2012	1121563	192442.2	499924.2	18901	0,017	28717	0,026	545,3	1,0	0,14

Таблица 65 – Исходные данные для прогнозирования

Далее спрогнозируем количество жителей региона, достигших пенсионного возраста в течение периода времени, а также прогнозируемое количество жителей, занятых в экономике региона на период времени  $t$  с помощью метода экстраполяции тренда.

Получили следующие уравнения аппроксимирующей функции:

Жители, занятые в экономике региона:  $y = -2,1933x + 562,43$ ;

Жители, достигшие пенсионного возраста:  $y = 0,01x + 0,9833$ .

В таблице 2 представим прогнозные значения для жителей, занятых в экономике региона и достигших пенсионного возраста ( $H_{з.в.э.,t}$  и  $H_{пенси.,t}$ ).

Таблица 66 – Прогнозные значения  $H_{з.в.э.,t}$  и  $H_{пенси.,t}$

Прогнозные значения	2013 г.	2014 г.
$H_{з.в.э.,t}$ - прогноз жителей, занятых в экономике региона	540,497	538,3037
$H_{пенси.,t}$ - прогноз жителей, достигших пенсионного возраста	1,083	1,093

В таблице 67 представлены расчетные значения для  $H_{з.в.э.,t}$  и  $H_{пенси.,t}$ , а также потребности региона, связанной с выбытием занятого населения с рынка труда.

Таблица 67 – Расчетная таблица потребности региона, связанной с выбытием занятого населения с рынка труда

Год	Расчетные значения занятых, тыс. чел.	Расчетные значения достигших пенсионного возраста, тыс. чел	Потребность региона в кадрах, связанная с выбытием занятого населения с рынка труда $N_{в.з.н.,t}$
1	560,2367	0,9933	17,83809
2	558,0434	1,0033	18,1957
3	555,8501	1,0133	17,82118
4	553,6568	1,0233	17,65288
5	551,4635	1,0333	17,44238
6	549,2702	1,0433	17,97525
7	547,0769	1,0533	16,79278
8	544,8836	1,0633	23,25462
9	542,6903	1,0733	23,19117
10*	540,497	1,0833	18,55069
11*	538,3037	1,0933	19,81475

Прогноз потребности региона в кадрах, связанной с выбытием занятого населения с рынка труда в течение периода времени  $t$  ( $N_{в.з.н.,t}$ ) составляет:

$$N_{в.з.н.,t}(12) = 540,497 * (0,019 + 0,016) + 1,0833 * 0,061 = 18,551;$$

$$N_{в.з.н.,t}(13) = 538,3037 * (0,019 + 0,016) + 1,0933 * 0,061 = 19,815.$$

Итак, потребность Курской области в кадрах, связанная с выбытием занятого населения с рынка труда в течение 2013 года, прогнозируется как 18,551; в течение 2014 года – 19,815. Исходя из этого, заметим, что наблюдается незначительная тенденция повышения потребности региона в кадрах в связи с выбытием населения с рынка труда Курской области.

Для расчёта прогноза потребности, вызванной увеличением количества рабочих мест  $N_{ув.р.м.,t}$ , используем модель линейного тренда (рисунок 47).

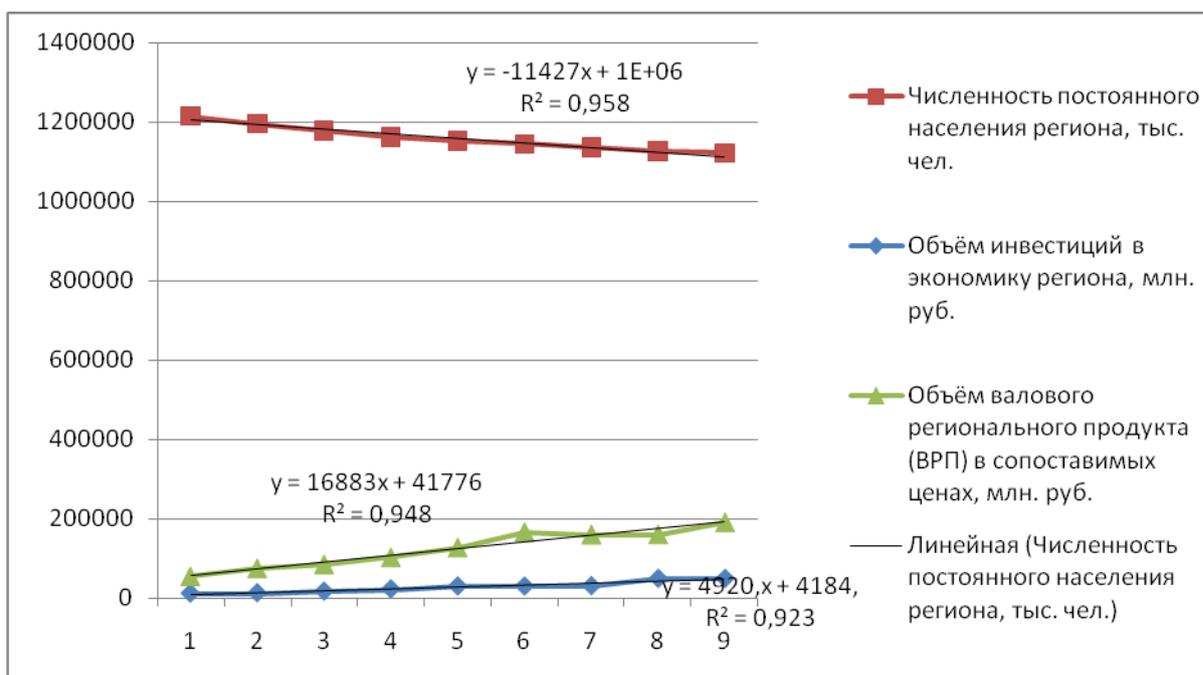


Рисунок 47 - Аппроксимация зависимости показателей от времени линейной функцией

Прогнозные значения факторов, характеризующих потребность региона в связи с увеличением количества рабочих мест, представим в таблице 65.

Таблица 68 – Прогнозные значения факторов  $N_{ув.р.м.,t}$

Прогнозные значения факторов	2013 г.	2014 г.
Численность постоянного населения региона, тыс. чел.	885730	874303
Объем инвестиций в экономику региона, млн. руб.	210606	227489
Объем ВРП в сопоставимых ценах, млн. руб.	53388,7	58309,1

Находим расчетные значения потребности региона в кадрах, связанной с увеличением рабочих мест, в таблице 69.

Таблица 69 – Расчет потребности в кадрах, связанной с увеличением рабочих мест

Год	Расчетная численность постоянного населения, тыс. чел.	Объем ВРП в сопоставимых ценах, млн. руб.	Объем инвестиций, млн. руб.	Потребность увеличения рабочих мест
1	988573	58659	9105,1	105,6337
2	977146	75542	14025,5	106,6714
3	965719	92425	18945,9	107,709
4	954292	109308	23866,3	108,7466
5	942865	126191	28786,7	109,7843
6	931438	143074	33707,1	110,8219
7	920011	159957	38627,5	111,8596
8	908584	176840	43547,9	112,8972
9	897157	193723	48468,3	113,9348

10*	885730	210606	53388,7	114,9725
11*	874303	227489	58309,1	116,0101

Итак, нашли  $N_{ув.р.м.,t}$  :

$$N_{ув.р.м.,t} (12) = 114,9725;$$

$$N_{ув.р.м.,t} (13) = 116,0101.$$

Итак, потребность Курской области в кадрах, связанная с увеличением количества рабочих мест в течение 2013 года, прогнозируется как 114,9725; в течение 2014 года – 116,0101. Исходя из этого, отметим, что в регионе наблюдается положительная тенденция к увеличению потребности в кадрах в связи с увеличением количества рабочих мест для населения.

Далее находим общую потребность региона в кадрах в прогнозном периоде:

$$N_{общ.,t} = N_{ув.р.м.,t} + N_{в.з.н.,t} ;$$

$$N_{общ.,t} (12) = 18,551 + 114,9725 = 133,5235;$$

$$N_{общ.,t} (13) = 19,815 + 116,0101 = 135,8251.$$

Для каждого полученного прогнозного значения  $N_{общ.,t}$  рассчитаем доверительный интервал. В таблице 70 отобразим технологические операции для получения доверительных интервалов.

Таблица 70 – Технологическая таблица

t	y	ур.	E(t)	E(t)^2	t-tcp.	(t-tcp.)^2	Нижняя граница	Верхняя граница
1	105,6337	123,4718	-17,84	318,20	-11	121	101,8898	145,0538
2	106,6714	124,8671	-18,20	331,08	-10	100	103,2851	146,4491
3	107,709	125,5302	-17,82	317,60	-9	81	103,9482	147,1122
4	108,7466	126,3995	-17,65	311,62	-8	64	104,8175	147,9815
5	109,7843	127,2266	-17,44	304,23	-7	49	105,6446	148,8086
6	110,8219	128,7972	-17,98	323,11	-6	36	107,2152	150,3792
7	111,8596	128,6523	-16,79	281,99	-5	25	107,0703	150,2343
8	112,8972	136,1518	-23,25	540,78	-4	16	114,5698	157,7338
9	113,9348	137,126	-23,19	537,83	-3	9	115,544	158,708
10	114,9725	133,5232	-18,55	344,13	-2	4	111,9412	155,1052
11	116,0101	116,0101	0,00	0,00	-1	1	114,0051	155,6451
Сумма				3610,58		506		

Находим верхнюю и нижнюю границы интервальных прогнозов:

$$Sr = \sqrt{\frac{3610,588}{11 - 3}} = 20,029$$

$$Syf(12) = 20,029 * \sqrt{1 + \frac{1}{11} + \frac{(12 - 6)^2}{506}} = 2,02 * 1,072 = 21,582$$

Нижняя граница (t = 12): 133,5235 – 21,582 = 111,9415;

Верхняя граница (t = 12): 133,5235 + 21,582 = 155,1055.

$$Syf(13) = 20,029 * \sqrt{1 + \frac{1}{11} + \frac{(13 - 6)^2}{506}} = 2,02 * 1,072 = 21,82$$

Нижняя граница (t = 13): 135,8251 – 21,82 = 114,0051;

Верхняя граница (t = 13): 135,8251 + 21,82 = 157,6451.

На рисунке 46 изобразим прогноз общей потребности Курской области в кадрах.

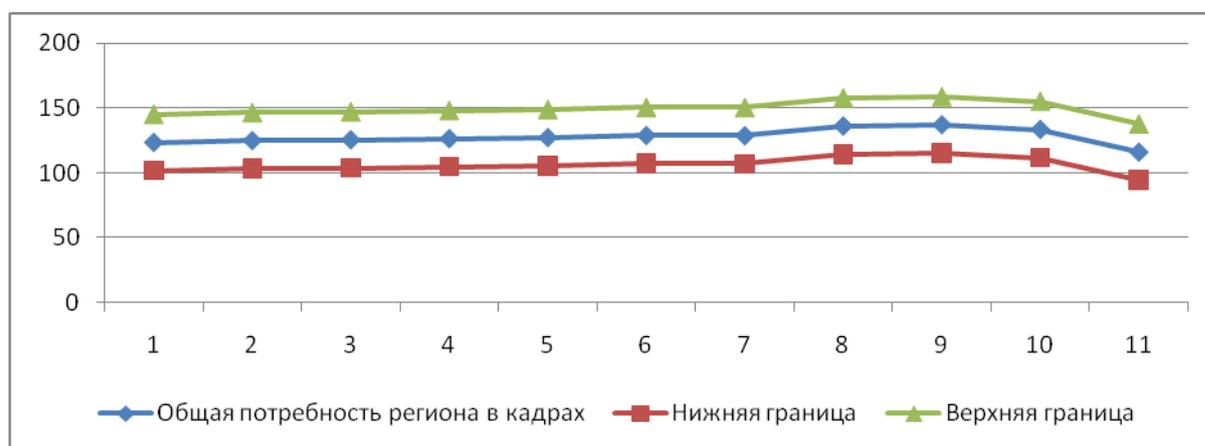


Рисунок 46 – Общая потребность Курской области в кадрах

Таким образом, мы видим, что полученный прогноз предусматривает некоторое уменьшение потребности Курской области в кадрах. Однако положительные тенденции ретроспективного периода говорят о стабильном увеличении потребности в высококвалифицированном персонале, поэтому можно надеяться, что ближайшей перспективе ситуация изменится к лучшему. При этом, согласно полученным данным, предполагается сохранение тенденций социально-экономического развития, установившихся в регионе на момент построения прогноза.

## 2. Прогнозирование ресурсного потенциала рынка труда Курской области

При прогнозировании используем метод передвижки возрастных групп и методика определения поправочных коэффициентов, позволяющей учитывать изменения в качественных характеристиках ресурсного потенциала – в уровнях образовательной подготовки и состояния здоровья трудоспособного населения.

Коэффициент дожития населения  $i$ -й возрастной группы в  $t$ -м году для следующих  $l$  лет рассчитывается по следующей формуле:

$$p_x = L_{x+l} / L_x,$$

где  $L_{x+l}$  и  $L_x$  - среднее число живущих в возрасте  $(x+l)$  и  $x$  лет, соответственно.

$L_x$  в свою очередь определяется по формуле:

$$L_x = (l_x + l_{x+l}) / 2,$$

где  $l_x$  и  $l_{x+l}$  – число доживающих до возраста  $x$  и  $(x+l)$  лет, соответственно. Эти значения определяются по таблицам смертности, т.е.  $N_t^i$  (численность населения  $i$ -й возрастной группы в  $t$ -м году) умножается на соответствующие вероятности дожития до следующей возрастной группе. Вероятность дожить до следующей возрастной группе определяется как единица минус соответствующий возрастной коэффициент смертности.

Опираясь на данные отчетности области, комитета Госкомстата РФ и Областного бюро медицинской статистики Курской области, мы уточнили значения поправочных коэффициентов  $k_z$  и  $k_o$ . Скорректированные значения понижающего коэффициента  $k_z$  представлены в таблице 71.

Таблица 71 - Значения коэффициента  $k_z$  (скорректированные)

Период, t	$k_z$
2003	0,959
2004	0,964
2005	0,955
2006	0,959
2007	0,964

Прогнозные оценки трудового потенциала Курской области осуществим с использованием скорректированных поправочных коэффициентов  $k_z=0,964$  и  $k_o=1,326$  (делается предположение о неизменности ситуации в сферах образования и здравоохранения на прогнозный период). Результаты представлены в таблице 8.

Прогнозирование доли инвалидов в численности трудоспособного населения и доли сальдо миграции проводилось методами экстраполяции тренда.

Таблица 72 - Расчет величины трудового потенциала Курской области

	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Численность мужчин в трудоспособном возрасте, чел.	372767	372763	374693	373709	373738	374552	368544	362593	355919	351785
Численность женщин в трудоспособном возрасте, чел.	365029	365873	364914	363685	361180	350296	348429	346775	347680	346140
Численность населения в трудоспособном возрасте, чел.	737796	738636	739607	737394	734918	724848	716973	709368	703599	697925
Доля нетрудоспособных инвалидов, %	1,46	1,48	1,44	2,05	2,51	2,65	3,09	3,59	4,18	4,84
Доля сальдо миграции в общей численности трудоспособного населения, %	-0,17	-0,28	-0,49	-0,41	-0,27	-0,54	-0,62	-0,69	-0,76	-0,83
Трудовой потенциал, чел. (с учетом миграции)	725770	725636	725333	719254	714487	701725	690373	679007	668841	658352
$k_z$	0,959	0,964	0,955	0,959	0,964	0,964	0,964	0,964	0,964	0,964
$k_o$	1,298	1,298	1,298	1,298	1,326	1,326	1,326	1,326	1,326	1,326
Трудовой потенциал, усл.ед.	903448	908006	899180	895392	913367	897123	882655	868175	855241	841907

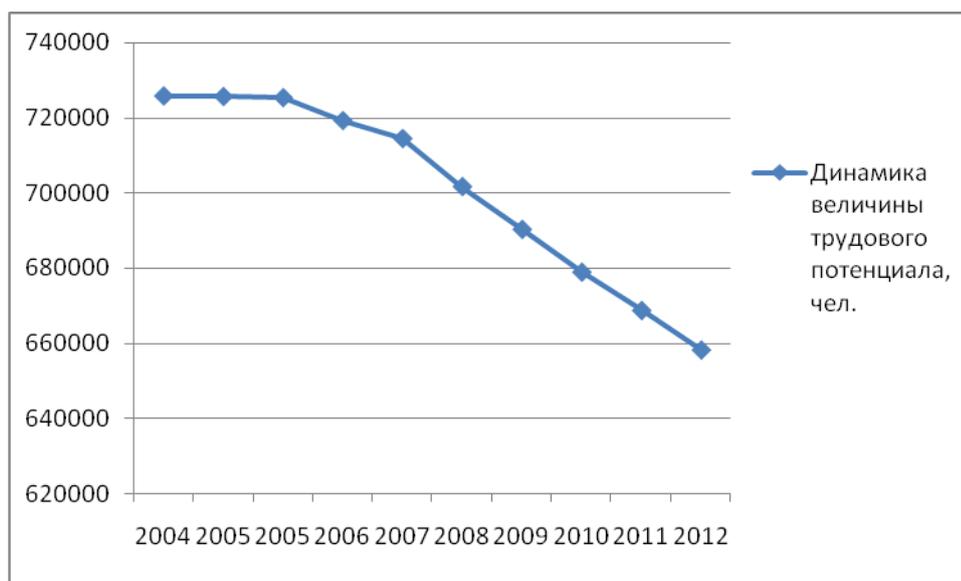


Рисунок 47 - Динамика величины трудового потенциала, чел.

Из данных таблицы 8 и рисунка 4 делаем вывод об очевидности негативных последствий социально-демографической ситуации в области.

С помощью поправочных коэффициентов учитываются: среднегодовые потери рабочего времени, производительность труда и среднее число лет образования. Данный учет позволяет учесть снижение численности трудоспособного населения за счет потерь рабочего времени и повышение трудового потенциала за счет интенсивного использования трудовых ресурсов. Трудовой потенциал в этом случае измеряется в условных единицах.

Таким образом, величина трудового потенциала (чел.) показывает верхний предел использования трудовых ресурсов Курской области. На его основе можно рассчитать величину предложения трудовых ресурсов на рынке труда региона.

Количественно предложение труда выражается численностью экономически активного населения (ЭАН). Существует методика определения и прогнозирования укрупненных трудовых потоков между занятым населением ( $E$ ), безработным ( $U$ ) и экономически неактивным населением ( $N$ ). Сумма занятых и безработных представляет собой экономически активное население. С помощью изучения укрупненных трудовых потоков можно выявить основные проблемы развития рынка труда, рассчитать предложение труда и численность занятых в экономике региона.

Определим значения укрупненных трудовых потоков за ретроспективный период. Динамика численности отдельных категорий населения представлена в таблице 9.

Таблица 73 - Динамика численности отдельных категорий населения, тыс. чел.

Категории населения	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Экономически активное:	581,6	624,1	649,9	622,5	634,5	604,4	593,4	609,2
$\Delta$ ЭАН	-	25,8	9,5	63,6	26,6	67,8	50,6	22,9
- занятые $E$	521,5	556,3	582,2	557,5	588,3	552,3	549,2	566,2
$\Delta E$	-	34,8	25,9	-24,7	30,8	-36	-3,1	17
- безработные $U$	60,1	67,8	67,7	65,0	46,2	52,1	44,2	43,0
$\Delta U$	-	7,7	-0,1	-2,7	-18,8	5,9	-7,9	-1,2
Экономически неактивное $N$	741,9	687,4	616,6	626,1	596,6	610,1	605,7	574,7
$\Delta N$	-	-54,5	-70,8	9,5	-29,5	13,5	-4,4	-31

Далее, согласно методике необходимо рассчитать значения входящего и исходящего потоков ЭАН ( $\Delta$ ЭАН(+),  $\Delta$ ЭАН(-)). Источники потока ЭАН(+) представлены в таблице 73.

Таблица 74 - Источники первоначального трудового потока, тыс. чел.

Источник	2003	2004	2005	2006	2007	2008
1. Выпускники учебных заведений	12,8	12,0	11,1	11,2	13,8	10,7
2. Учащиеся, желающие совмещать учебу с работой	7,5	8,7	9,8	9,5	9,4	10,1
3. Пенсионеры, ищущие работу	1,0	1,1	1,5	1,8	2,0	2,6
4. Военнослужащие, покидающие ряды армии	0,6	0,9	0,7	0,6	0,5	0,5
5. Прочее неактивное население, ищущее работу	12,4	12,5	14,5	13,6	12,9	13,8
Всего ЭАН(+)	34,3	35,2	37,6	36,7	38,6	37,7
$\Delta$ ЭАН	25,8	-27,4	12	-30,1	-11	15,8
ЭАН(-) = ЭАН(+) <sup>1</sup> - $\Delta$ ЭАН	8,5	62,6	25,6	66,8	49,6	21,9

В структуре источников первоначального трудового потока, пополняющего численность ЭАН, максимальный удельный вес приходится на выпускников учебных заведений, а также на неактивное население. Расчет выпускников учебных заведений проводился согласно данным о приеме и выпуске специалистов государственными и негосударственными учебными заведениями.

Значения ЭАН, ЭАН(+) и ЭАН(-) и учитывая, что  $\Delta$ ЭАН =  $E + U$ , необходимо определить  $E(+)$ ,  $E(-)$ ,  $U(+)$ ,  $U(-)$ . Понятно, что  $\Delta$ ЭАН(+) =  $E(+)$  +  $U(+)$  и  $\Delta$ ЭАН(-) =  $E(-)$  +  $U(-)$ ;  $\Delta E = E(+)$  -  $E(-)$ ;  $\Delta U = U(+)$  -  $U(-)$ .

Таким образом, для решения этой задачи, достаточно получить прогнозные данные хотя бы по одному потоку ( $E(+)$ ,  $E(-)$ ,  $U(+)$ , или  $U(-)$ ). На основе анализа имеющихся статистических данных, а также по результатам различных опросов можно сделать вывод, что в меньшей степени подвержен влиянию разнообразных внешних факторов поток  $E(-)$  (исходящий поток из категории занятых), вариация значений которого относительно невысока. Отток из группы занятых включает естественное движение (выход за пределы трудоспособного возраста и смертность) и механическое (миграции, переход в группу безработных). Отток из категории занятых также может произойти в результате перехода в категории обучающихся с отрывом от производства и занятых ведением домашнего хозяйства, однако, по данным проведенных обследований значения этих потоков очень малы и могут рассматриваться как погрешность (ошибка) прогноза.

Имея значение  $E(-)$ , определим:  $E(+)$  =  $\Delta E + E(-)$ ;  $U(+)$  =  $\text{ЭАН}(+) - E(+)$ ;  $U(-)$  =  $\text{ЭАН}(-) - E(-)$ .

Укрупненные трудовые потоки оценить с высокой степенью точности достаточно сложно, но полученные результаты достоверно отражают социально-экономические изменения, происходящие на рынке труда Курской области (таблица 75).

Таблица 75 - Укрупненные трудовые потоки на рынке труда, тыс. чел.

Год	Занятые (E)			Безработные (U)			Экономически неактивное (N)
	Входящий поток E(+)	Исходящий поток E(-)	Сальдо потоков	Входящий поток U(+)	Исходящий поток U(-)	Сальдо потоков	Сальдо потоков
2003	32,4	6,5	25,9	2,4	2,5	-0,1	-70,8
2004	16,8	41,5	-24,7	18,4	21,1	-2,7	9,5
2005	37,3	6,5	30,8	0,3	19,1	-18,8	-29,5
2006	16,7	52,7	-36	22,0	16,1	5,9	13,5
2007	35,4	38,5	-3,1	3,2	11,1	-7,9	-4,4
2008	33,4	16,4	17	4,3	5,5	-1,2	-31

Сведения о ротации занятых, безработных и экономически неактивного населения позволяют сделать выводы о том, что общий поток, вливающийся в категорию занятых, в 2006 году имел отрицательное значение и уменьшил численность этой группы на 36 тыс. чел. Такое уменьшение произошло за счет притока населения в

категорию экономически неактивного и безработного населения. Однако имеются основания полагать, что сокращение уровня безработицы произошло не за счет стабилизации ситуации на рынке труда, а за счет эмиграции населения с территории области.

Следующим этапом является расчет вероятностей перехода:  $P_{eu}$ ,  $P_{ue}$ ,  $P_{en}$ ,  $P_{ne}$ ,  $P_{un}$ ,  $P_{nu}$ . Размеры указанных потоков определяются исходя из решения системы уравнений (21-26). Вероятность ( $P$ ) рассчитывается как доля определенной группы лиц, которая переходит из  $i$ -го состояния в  $j$ -ое состояние за определенный промежуток времени. Рассчитаем вероятности перехода за 2008 год. Различные исследования показывают, что величина потока  $P_{un}$  (из безработных к экономически неактивным) составляет от 0,05 до 0,07 от численности безработных. Переход из группы занятых в безработные ( $P_{eu}$ ) можно рассчитать исходя из сокращения спроса на рабочую силу. В 2008 году  $P_{eu} = 0,003$ .

Таблица 76 - Технологическая таблица для расчета вероятностей перехода

	E <sub>2004</sub>	E(+)	E(-)	U <sub>2004</sub>	U(+)	U(-)	P <sub>E(+)</sub>	P <sub>E(-)</sub>	P <sub>U(+)</sub>	P <sub>U(-)</sub>	P <sub>un</sub>
	1	2	3	4	5	6	7=2/1	8=3/1	9=5/4	10=6/4	11
2008	549,2	32,4	6,5	44,2	4,3	5,5	0,08	0,01	0,1	0,12	0,05

	P <sub>ue</sub>	P <sub>eu</sub>	P <sub>en</sub>	P <sub>nu</sub>	P <sub>ne</sub>	P <sub>N(+)</sub>	P <sub>N(-)</sub>	N <sub>2004</sub>	N(+)	N(-)
	12=10-11	13	14=8-13	15=9-13	16=7-12	17=11+14	18=15+16	19	20=17*19	21=18*19
2008	0,07	0,003	0,007	0,097	0,01	0,057	0,107	605,7	34,5	64,8

На основе таблицы 76 были получены величины входящего и исходящего потока категории «экономически неактивное население». Из данной категории в 2007 году «вышли» 64,8 тыс. чел.

Таблица 77 - Матрица вероятностей перехода,  $\Gamma(\tau)$

	E	U	N	сумма
E	0.99	0.003	0.007	1
U	0.07	0.88	0.05	1
N	0.01	0.097	0.893	1

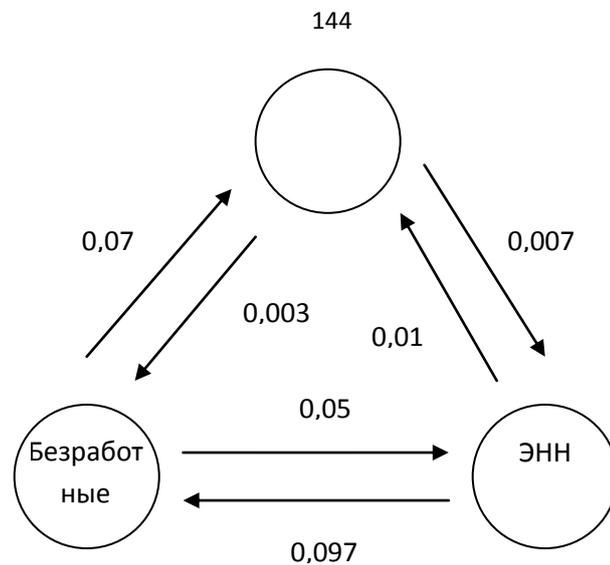


Рисунок 48 - Вероятности перехода из одной категории в другую в 2008 году

Мы получили, таким образом, матрицу исходных переходных вероятностей за один  $\tau$  интервал времени -  $\Gamma(\tau)$ . Построчные суммы должны быть равны единице. Матрица переходных вероятностей для момента  $t_1$  (например, через два интервала  $\tau$ ) есть не что иное, как результат произведения двух исходных матриц, то есть  $\Gamma(\tau)^2$ ; для момента  $t_2$  -  $\Gamma(\tau)^3$  и т.д. Данная процедура носит название прогнозирования с использованием цепей Маркова. Доказано также, что вектор состояний в любой  $i$ -й момент времени ( $P(t_i)$ ) есть произведение вектора состояний (занятые, безработные, ЭНН) в начальный момент ( $P(t_0)$ ) для 2004 года и матрицы перехода  $\Gamma(\tau)^i$ .

Рассчитаем матрицы переходных вероятностей на пятилетний период с помощью программного продукта MathCAD 2000 Professional:

$$\tilde{A}(\tau)^2 = \begin{pmatrix} 0,98 & 0,007 & 0,013 \\ 0,131 & 0,78 & 0,089 \\ 0,026 & 0,172 & 0,802 \end{pmatrix}; \quad \tilde{A}(\tau)^3 = \begin{pmatrix} 0,971 & 0,01 & 0,019 \\ 0,185 & 0,696 & 0,119 \\ 0,046 & 0,229 & 0,725 \end{pmatrix};$$

$$\tilde{A}(\tau)^4 = \begin{pmatrix} 0,962 & 0,014 & 0,024 \\ 0,233 & 0,625 & 0,142 \\ 0,069 & 0,272 & 0,659 \end{pmatrix}; \quad \tilde{A}(\tau)^5 = \begin{pmatrix} 0,954 & 0,018 & 0,029 \\ 0,276 & 0,564 & 0,16 \\ 0,094 & 0,303 & 0,603 \end{pmatrix};$$

$$\tilde{A}(\tau)^6 = \begin{pmatrix} 0,946 & 0,022 & 0,032 \\ 0,314 & 0,513 & 0,173 \\ 0,12 & 0,325 & 0,555 \end{pmatrix}.$$

Рассчитаем соответствующие векторы состояний:

$$P(t)^2 = \tilde{A}(\tau)^2 \cdot \begin{pmatrix} 549,2 \\ 44,2 \\ 605,7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 546,4 \\ 70,3 \\ 507,6 \end{pmatrix}; \quad P(t)^3 = \begin{pmatrix} 545,2 \\ 94,4 \\ 484,5 \end{pmatrix};$$

$$P(t)^4 = \begin{pmatrix} 543,5 \\ 102,6 \\ 459,1 \end{pmatrix}; \quad P(t)^5 = \begin{pmatrix} 542,3 \\ 106,8 \\ 440,3 \end{pmatrix}; \quad P(t)^6 = \begin{pmatrix} 539,9 \\ 112,9 \\ 436,4 \end{pmatrix}.$$

Полученные прогнозные результаты занесем в таблицу 76.  
Таблица 76 - Генетический прогноз численности экономически активного населения и экономически неактивного населения, тыс. чел.

	2009	2010	2011	2012	2013
Численность занятых в экономике (спрос)	546,4	545,2	543,5	542,3	539,9
Численность безработных	70,3	94,4	102,6	106,8	112,9
ЭАН (предложение)	616,7	639,6	646,1	649,1	652,8
ЭНН	507,6	484,5	459,1	440,3	436,4

При сложившихся условиях развития рынка труда Курской области численность безработных в прогнозном периоде значительно возрастет, что объясняется сохранением диспропорции в качественных характеристиках между спросом и предложением рабочей силы. Однако численность ЭАН вырастет более чем на 20 тыс. чел., несмотря на снижение общей численности населения области.

Прогноз, полученный с помощью использования цепей Маркова, является поисковым прогнозом. Достоинство метода цепей Маркова для прогнозирования спроса и предложения на рынке труда заключается в учете тенденций, сложившихся за последние годы, что позволяет отразить последствия недавних изменений в конъюнктуре рынка труда. Недостатком является возможная погрешность между прогнозными и фактическими значениями, вызванная совокупностью недоучетом статистических данных.

#### *Выводы.*

Таким образом, нами были изучены основы прогнозирования трудоспособного населения на примере Курской области. Полученный прогноз предусматривает некоторое уменьшение потребности Курской области в кадрах. Однако положительные тенденции ретроспективного периода говорят о стабильном

увеличении потребности в высококвалифицированном персонале, поэтому можно надеяться, что ближайшей перспективе ситуация изменится к лучшему. При этом, согласно полученным данным, предполагается сохранение тенденций социально-экономического развития, установившихся в регионе на момент построения прогноза. Полученный генетический прогноз свидетельствует об усилении диспропорций между спросом и предложением на рынке труда Курской области, показывает сокращение ресурсного потенциала рынка труда.

### Тема №9 Методы анализа качества прогнозов.

1. Выполнить анализ качества прогноза, полученного методом гармонических весов.

#### *Пример выполнения задания*

Рассчитаем абсолютные показатели точности прогноза величины прибыли от продаж, составленного по методу гармонических весов. Для этого воспользуемся формулами 7.12 – 7.17. Значения  $\Delta_{np}$  и  $\varepsilon_{np}$  представлены в таблице 76.

Таблица 76- Технологическая таблица для расчета абсолютной ошибки прогноза

t	Y(t)	Y*(t)	$\Delta_{np}$	$\varepsilon_{np}$ , в %
1	17,6	17,58	0,020	0,113636
2	17,8	17,82	-0,020	-0,11236
3	18,1	18,1	0,000	0
4	18,4	18,37	0,030	0,163043
5	18,5	18,53	-0,030	-0,16216
6	18,8	18,78	0,020	0,106383
7	19,1	19,12	-0,020	-0,10471
8	19,5	19,475	0,025	0,128205
9	19,8	19,82	-0,020	-0,10101

Следовательно,

$$\bar{\Delta}_{np} = 0,185/9 = 0,02;$$

$$\sigma = 0,14;$$

$$\bar{\varepsilon}_{np} = 0,0099/9 * 100 = 0,11.$$

Так как средняя ошибка прогноза равна  $0,11\% < 10\%$ , следовательно, среднесрочный прогноз имеет высокую точность.

*Вывод:* Рассчитав абсолютные показатели точности прогноза, составленного методом гармонических весов, можно сделать вывод о том, что результаты метода являются точными.

Рассчитаем *сравнительные показатели* точности прогноза величины прибыли от продаж некоторого предприятия, составленного по методу гармонических весов. Для этого воспользуемся формулами 7.19 – 7.20:

$$K_H = \sqrt{\frac{0,0044}{4,4756}} = 0,0314;$$

$$R = \frac{0,4989}{\sqrt{0,5010 * 0,4973}} = 0,9995;$$

*Вывод:* Рассчитав сравнительные показатели точности прогноза, составленного методом гармонических весов, можно сделать вывод о том, что результаты, полученные данным методом, являются точными. Коэффициент несоответствия  $K_H$  значительно меньше единицы (0,0314), что говорит о том, что имеющийся прогноз дает лучший результат, нежели прогноз на уровне среднего значения; коэффициент корреляции  $R$  близок к единице (0,9995). А чем ближе к единице данный коэффициент, тем сильнее зависимость между рядами прогнозных и фактических величин.

Рассчитаем *качественные показатели* точности прогноза величины прибыли от продаж некоторого предприятия, составленного по методу гармонических весов. Для этого воспользуемся формулами 7.21 – 7.25:

$$S_{y^*} = \sqrt{0,5010} = 0,7078;$$

$$S_y = \sqrt{0,4973} = 0,7052;$$

$$V^n = \frac{(18,6217 - 18,6222)^2}{0,0005} = 0,0004;$$

$$V^s = \frac{(0,7078 - 0,7052)^2}{0,0005} = 0,0134;$$

$$V^L = \frac{2(1 - 0,9995) * 0,7078 * 0,7052}{0,0005} = 0,9982.$$

*Вывод:* Рассчитав качественные показатели точности прогноза, составленного методом гармонических весов, можно сделать вывод о том, что результаты являются точными, так как доля смещения практически отсутствует (0,0004), а это означает, что центр тяжести точечных прогнозов лежит на линии совершенных прогнозов. Доля дисперсии мала, это означает, что степень совпадения стандартных отклонений прогноза и фактических значений наибольшая.

### **3. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

#### **Основная учебная литература**

1. Моделирование экономических процессов [Текст]: учебник/ под ред. М.В. Грачевой, Ю.Н. Черемных, Е.А. Тумановой. М.: Юнити-Дана, 2015. - 544 с.

2. Орлова, И. В. Экономико-математические методы и модели: компьютерное моделирование [Текст]: учебное пособие / И. В. Орлова, В. А. Половников. - 3-е изд., перераб. и доп. - Москва : Вузовский учебник, 2013. - 389 с.

3. Пакулин, В. Н. Решение задач оптимизации управления с помощью MS Excel 2010 [Текст]: учебное пособие/ В.Н. Пакулин. М.: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016 - 92 с.

4. Садовникова, Н.А. Анализ временных рядов и прогнозирование : учебник / Н.А. Садовникова, Р.А. Шмойлова. - М. : Московский финансово-промышленный университет «Синергия», 2016. - 152 с. - (Университетская серия). - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-4257-0204-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: [//biblioclub.ru/index.php?page=book&id=429533](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=429533).

5. Социально-экономическое прогнозирование [Текст] : учебное пособие / Ю.В. Вертакова, Ю.С. Положенцева. ЮЗГУ ; Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Юго-Западный государственный университет". - Курск : ЮЗГУ, 2013. - 196 с.

5. Стрелкова, Л.В. Внутрифирменное планирование : учебное пособие / Л.В. Стрелкова, Ю.А. Макушева. - М. : Юнити-Дана, 2015. - 367 с. : табл., граф., схемы - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-238-01939-0 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: [//biblioclub.ru/index.php?page=book&id=114539](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=114539)

#### **Дополнительная учебная литература**

6. Вертакова, Ю.В. Прогнозирование и планирование в условиях рынка [Текст]: учеб. пособие / Ю. В. Вертакова, И. А. Козьева. - Курск: Изд-во Курск. гос. техн. ун-та, 2009. — 192 с. (154 экз.)

7. Вертакова, Ю.В. Прогнозирование и планирование в условиях рынка [Электронный ресурс]: учеб. пособие / Ю. В. Вертакова, И. А. Козьева. - Курск: Изд-во Курск. гос. техн. ун-та, 2009. — 192 с.

8. Дуброва, Т.А. Прогнозирование социально-экономических процессов [Текст]: учеб. пособие / Т.А. Дуброва. - 2-е изд., испр. и доп.: М.: Маркет ДС, 2010. – 192 с. (20 экз.)

9. Ерохина, Л. И. Прогнозирование и планирование в сфере сервиса [Текст]: учебное пособие / Л. И. Ерохина, Е. В. Башмачникова. - М. : Кнорус, 2009. - 216 с. (1 экз.)

10. Кузык, Б. Н. Прогнозирование, стратегическое планирование и национальное программирование [Текст]: учебник / Б. Н. Кузык, Ю. В. Яковец, В. И. Кушлин. - 3-е изд., перераб. и доп. - М.: Экономика, 2009. - 591 с. (20 экз.)

11. Полянин, А. В. Прогнозирование перспектив развития региональных социально-экономических систем [Текст]: монография / А. В. Полянин. - Орел: Картуш, 2010. - 240 с. (1 экз.)

12. Прогнозирование и планирование в налогообложении [Текст]: учебник / науч. редакция И. И. Бабленковой. - М. : Экономика, 2009. - 351 с. (13 экз.)

13. Цыгичко, В. Н. Прогнозирование социально-экономических процессов [Текст]: учеб. пособие / В. Н. Цыгичко. - 3-е изд. - М. : Либроком, 2009. - 238 с. (1 экз.)

14. Эконометрика [Текст]: учебник / под ред. И. И. Елисеевой. - М.: Проспект, 2010. - 288 с. (1 экз.)

### **Другие учебно-методические материалы**

#### Журналы (периодические издания):

1. Известия ЮЗГУ.
2. Известия ЮЗГУ. Серия: Экономика. Социология. Менеджмент.
3. Вопросы статистики.
4. Вопросы экономики.
5. Инновации.

6. Управление рисками.
7. Менеджмент в России и за рубежом.
8. Маркетинг в России и за рубежом.
9. Эксперт РА.
10. Финансовый менеджмент.
11. Российский экономический журнал.

**Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины**

1. База данных рефератов и цитирования «Scopus» - <http://www.scopus.com>
2. Questel - [www.questel.com](http://www.questel.com)
3. ProQuest Dissertations & Theses - [www.search.proquest.com](http://www.search.proquest.com)
4. Wiley online library - [www.onlinelibrary.wiley.com](http://www.onlinelibrary.wiley.com)
5. Университетская библиотека онлайн - [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)
6. Научная библиотека Юго-Западного государственного университета - <http://www.lib.swsu.ru/2011-02-23-15-22-58/2012-08-30-06-40-55.html>
7. Научная электронная библиотека eLibrary.ru (официальный сайт) - <http://elibrary.ru>
8. Информационно-аналитическая система ScienceIndex РИНЦ – [www.elibrary.ru/defaultx.asp](http://www.elibrary.ru/defaultx.asp)
9. Электронно-библиотечная система IPRbooks – [www.bibliocomplectator.ru/available](http://www.bibliocomplectator.ru/available)
10. Электронная библиотека диссертаций и авторефератов РГБ – <http://dvs.rsl.ru/>
11. Официальный сайт Минэкономразвития РФ - [www.economy.gov.ru](http://www.economy.gov.ru)
12. Электронно-библиотечная система «Лань» - <http://e.lanbook.com/>
13. Портал Национальной Электронной Библиотеки (НЭБ) - [www.нэб.рф](http://www.нэб.рф)
14. Правовая и новостная база «Информиио» - [www.informio.ru](http://www.informio.ru)
15. Образовательный ресурс «Единое окно» - <http://window.edu.ru/>

16. Научно-информационный портал Винити РАН -  
<http://viniti.ru>
17. Справочно-поисковая система КонсультантПлюс -  
[www.consultant.ru](http://www.consultant.ru)
18. Федеральная служба государственной статистики -  
<http://www.gks.ru>

# **ПРИЛОЖЕНИЯ**

## Приложения А

### Примерные вопросы для подготовки к экзамену «Социально-экономическое прогнозирование»

1. Классификация прогнозов по времени упреждения, по масштабности объекта. Задачи краткосрочного и долгосрочного прогнозирования.
2. Методы прогнозирования и их классификация.
3. Методы прогнозной экстраполяции.
4. Сравнительный анализ методов экстраполяции трендов и метода Брауна.
5. Метод гармонических весов и метод авторегрессии.
6. Применение экономико-математических методов в прогнозировании.
7. Методы экспертных оценок.
8. Методы анализа качества прогнозов.
9. Абсолютные и сравнительные показатели точности прогноза.
10. Методика прогноза конъюнктуры рынка.
11. Модель изучения и прогнозирования спроса и предложения.
12. Модель анализа и прогнозирования товарных запасов.
13. Проблема предсказания банкротства. Модель банкротства.
14. «Количественные» кризис-прогнозные методики.
15. «Качественные» кризис-прогнозные методики.
16. Планирование как элемент процесса управления и средство повышения его эффективности.
17. Оптимальный план при планировании.
18. Стратегическое планирование и его отличие от нормативного прогнозирования.
19. Основные этапы стратегического планирования.
20. Бизнес-планирование при разработке управленческих решений.
21. Основные элементы бизнес-планирования.
22. Оперативное планирование производственной деятельности.
23. Планирование производственной деятельности.
24. Финансовое планирование.
25. Сетевое планирование.

26. Математические методы планирования и их выбор в соответствии с условиями конкретных задач.
27. Формы представления планов.
28. Математические модели техпромфинплана.
29. Нормирование как основа планирования. Влияние вида нормирования на эффективность планирования.
30. Основные типы норм. Роль нормирования при планировании.
31. Внутрипроизводственное планирование: понятие, сущность, цели, задачи, основные достоинства и недостатки.
32. Методология внутрипроизводственного планирования.
33. Виды планирования на предприятии.
34. Процесс внутрипроизводственного планирования: понятие, основные этапы. Взаимосвязь с другими дисциплинами.
35. План внутрихозяйственной деятельности предприятия: сущность, содержание и формы.
36. Понятие о плановых нормативах и нормах.
37. Трудовые нормативы на предприятии, их виды и назначение.
38. Материальные нормативы на предприятии, их виды и применение.
39. Натуральные, трудовые и стоимостные измерители продукции и их разновидности в плановой деятельности предприятия.
40. Производственная мощность предприятия: понятие, сущность, виды, пределы.
41. Планирование производственной мощности на предприятии.
42. Сетевое планирование на предприятии: сущность, задачи и виды.
43. Основные элементы сетевой модели.
44. Особенности построения сетевых графиков.
45. Способы построения сетевых графиков и правила их построения.
46. Расчет параметров сетевого графика.
47. Резервы сетевого графика: виды и правила их применения.
48. Оптимизация сетевых моделей.
49. Комплексное планирование производства и материально-технического снабжения предприятия на основе сетевого планирования.
50. Планирование производительности труда на предприятии.

51. Показатели производительности труда на предприятии.
52. Планирование фонда оплаты труда персонала предприятия.
53. Стратегическое планирование на предприятии.
54. Основные методы стратегического планирования на предприятии.
55. Планирование себестоимости продукции на предприятии.
56. Планирование расходов предприятия.
57. Классификации доходов предприятия.
58. Планирование доходов предприятия.
59. Планирование прибыли предприятия.
60. Планирование и регулирование рыночных цен продукции предприятия.
61. Планирование материально-технического обеспечения на предприятии.
62. Системы оперативно-производственного планирования на предприятии.
63. Планирование производственного цикла деятельности предприятия.
64. Финансовое планирование на предприятии как функция управления финансами.
65. Методика разработки балансового плана предприятия в системе бизнес-планирования.
66. Бюджетирование – инструмент финансового планирования на предприятии.

## ПРИЛОЖЕНИЯ Б

### ЗАДАЧИ

1. Рассчитайте точечный и интервальный прогноз урожайности сельскохозяйственной культуры на 2009 год. Сделайте вывод об устойчивости тенденции изменения показателей временного ряда.

Таблица 1-динамика урожайности сельскохозяйственной культуры

Годы	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Урожайность	16,7	15,3	20,2	17,1	15,3	14,4	13,5	12,1

2. Получены данные о динамике спроса в течение 12 месяцев (усл. ед.).

Таблица 2-Динамика спроса

Месяц	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Спрос	25	26	25	24	25	27	25	23	25	24	25	26

Определить вид прогнозной функции, рассчитать параметры методом наименьших квадратов. Дать прогноз уровня спроса на I месяц следующего года, определив возможность его случайного отклонения. Оценить степень устойчивости тенденции.

3. Имеются поквартальные данные о прибыли компании за четыре года.

Таблица 3-прибыль компании, тыс. долл.

Квартал	I	II	III	IV
Год				
1	72	100	90	64
2	70	92	80	58
3	62	80	68	48
4	52	60	50	30



Рисунок 1-динамика прибыли предприятия

График временного ряда (рис. И.1.) свидетельствует о наличии сезонных колебаний (период колебаний равен 4) и общей убывающей тенденции уровней ряда. Прибыль компании в весенне-летний период выше, чем в осенне-зимний период. Поскольку амплитуда сезонных колебаний уменьшается, можно предположить существование мультипликативной модели. Определите ее компоненты и получите прогнозные значения прибыли на первое полугодие пятого года.

4. Рассчитайте точечный и интервальный прогноз производства продукции на 2010 год методом гармонических весов.

Таблица 3-производство продукции предприятия

Годы	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Производство продукции, млн.руб.	63,5	62,1	61,6	61,3	61,5	61,3	62,4	65,5	64,8	64,3	64,7

5. По семи территориям Уральского района известны значения двух признаков. Для характеристики зависимости  $y$  от  $x$  рассчитайте параметры линейной функции. Оцените качество модели. Какой процент составит покупка продовольственных товаров в общих расходах если среднедневная заработная плата одного работающего достигнет 60 руб?

Таблица 4-показатели уровня жизни

Регион	Расходы на покупку продовольственных товаров в общих расходах, %, у	Среднедневная заработная плата одного работающего, руб., х
Удмуртская респ.	68,8	45,1
Свердловская обл.	61,2	59,0
Башкортостан	59,9	57,2
Челябинская обл.	56,7	61,8
Пермская обл.	55,0	58,8
Курганская область	54,3	47,2
Оренбургская область	49,3	55,2

6. По данным таблицы 8.6 изучите зависимость объема валового национального продукта  $Y$  (млрд. долл.) от следующих переменных:  $X_1$  – потребление, млрд.долл.  $X_2$  – инвестиции, млрд. долл.

Таблица 5-показатели развития национальной экономики

Годы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$Y$	8	9,5	11	12	13	14	15	16,5	17	18
$X_1$	1,65	1,8	2,0	2,1	2,2	2,4	2,65	2,85	3,2	3,55
$X_2$	14	16	18	20	23	23,5	25	26,5	28,5	30,5

Для заданного набора данных постройте линейную модель множественной регрессии. Оцените точность и адекватность построенного уравнения регрессии. Дайте экономическую интерпретацию параметров модели. Получите прогнозные значения показателей на 11 год.

7. Для пищевой промышленности Курской области рассчитаны параметры уравнения производственной функции. Охарактеризуйте состояние пищевой промышленности на основе коэффициентов уравнения. Предложите три варианта развития отрасли.

Используя исходное уравнение производственной функции, получите линейное уравнение, связывающее темпы прироста. Рассчитайте необходимый прирост основных производственных фондов для прироста валовой продукции на 1% при условии, что прироста занятости в пищевой промышленности не будет.

8. Для трех видов продукции А, В, С модели зависимости удельных постоянных расходов от объема выпускаемой продукции выглядят следующим образом:  $y_A = 600$ ;  $y_B = 80 + 0,7x$ ;  $y_C = 40x^{0,5}$

Определите коэффициенты эластичности по каждому виду продукции и поясните их смысл. Сравните при  $x=1000$  эластичность затрат для продукции В и С. Определите каким должен быть объем выпускаемой продукции, чтобы коэффициенты эластичности для продукции В и С были равны.

9. Проводится экспертная оценка по прогнозированию валового сбора зерновых культур в Курской области. В таблице 8.7. приведены результаты третьего тура опроса по методу Дельфи. На основе статистической характеристики ответов экспертов сделайте вывод о степени согласованности мнений и возможности завершения экспертизы. В случае положительного результата приведите прогнозное значение валового сбора зерновых культур.

Таблица 6-результаты опроса экспертов

Ответы экспертов (тыс. тонн)	900	950	1000	1100	1200	1200	1300	1400	1500	1900	2000
------------------------------	-----	-----	------	------	------	------	------	------	------	------	------

10. Согласно предложенным данным о динамике численности работающих на предприятии за 11 лет указанная экономическая категория может находиться в одном из трех состояний: I- численность плановая равна численности фактической; II- численность плановая меньше численности фактической; III- численность плановая больше численности фактической. Какова вероятность выполнения плана на начало 12-го года?

Таблица 7-плановая и фактическая численность работников

Год	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$Ч_{пл}$	420	480	569	624	586	739	756	693	703	723	586
$Ч_{факт}$	358	480	577	638	637	739	736	724	708	708	637

11. Численность населения области в 2007 г. составила 1327 тыс. чел. Коэффициент естественной убыли (- 9,9 ‰). Рассчитайте численность населения области на 2010 г, учитывая, что коэффициент естественной убыли рассчитан на 1000 чел.

12. Выполните анализ качества прогноза, рассчитав абсолютные, сравнительные и качественные показатели.

Таблица 8-Фактические и прогнозные результаты

t	Y(t)	Y*(t)
1	16,6	16,58
2	16,8	16,82
3	17,1	17,1
4	17,4	17,37
5	17,5	17,53
6	17,8	17,78
7	18,1	18,12
8	18,5	18,475
9	18,8	18,82