

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна  
Должность: проректор по учебной работе  
Дата подписания: 08.10.2023 16:33:43  
Уникальный программный ключ:  
0b817ca911e6668abb13a5d426d39e5f114c1bb577e9474f4a485151a56d089

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования**  
**«Юго-Западный государственный университет»**

**Кафедра «Машиностроительные технологии и оборудование»**

УТВЕРЖДАЮ:  
Проректор по учебной работе  
Локтионова  
« 4 » 02



**РАСЧЕТ ОЦЕНОЧНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК  
РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЯ**

Методические указания к проведению практических занятий для студентов по направлению подготовки 15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств профиль «Технология машиностроения»

УДК 519.6

Составители: В.В. Куц, М.С. Разумов

Рецензент

Кандидат технических наук, доцент *А.О. Гладышкин*

**Расчет оценочных характеристик распределения результатов измерения** : методические указания к проведению практических и лабораторных занятий / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: В.В. Куц, М.С. Разумов. – Курск, 2018. 11 с.: ил. 3.: табл. 2

Содержат сведения по вопросам расчета оценочных характеристик распределения результатов измерения. Указывается порядок выполнения практического занятия, подходы к решению и правила оформления.

Методические рекомендации соответствуют требованиям программы, утвержденной учебно-методическим объединением по специальности автоматизированного машиностроительного производства (УМОАМ).

Предназначено для студентов направлений 15.04.05 «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств» профиль «Технология машиностроения» дневной и заочной форм обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 07.02.18 г. Формат 60x84 1/16.

Усл.печ.л. 0,6. Уч.-изд.л. 0,5. Тираж 40 экз. Заказ.881 Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.

305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

**1 Цель работы:** Получить сведения об основных характеристиках распределения результатов измерения и практические навыки их расчета.

**2 Задание:** Произвести расчет основных характеристик распределения результатов измерения размера изделия (см. п. 8) и оформить отчет о выполненной работе.

### 3 Краткие теоретические сведения

#### 3.1 Основные характеристики распределения

3.1.1 Среднее арифметическое  $\bar{X}$  результатов наблюдений, которое принимая за оценку истинного значения измеряемой величины

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i,$$

где  $X_i$  -  $i$ -й результат измерения;

$n$  – число измерений.

3.1.2 Дисперсия результатов наблюдений  $D_X$ , является характеристикой их рассеивания относительно математического ожидания:

$$D_X = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2.$$

Дисперсия имеет размерность квадрата измеряемой величины, поэтому она не совсем удобна в качестве характеристики рассеивания (рис. 1). Для этого используется положительное значение корня квадратного из дисперсии, называемое средним квадратическим отклонением результатов наблюдений:

$$s_X = +\sqrt{D_X}$$

или

$$s_X = +\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}.$$

3.1.3 Оценку  $s_{\bar{X}}$  среднего квадратического отклонения среднего арифметического:

$$s_{\bar{X}} = \frac{s_X}{\sqrt{n}}.$$

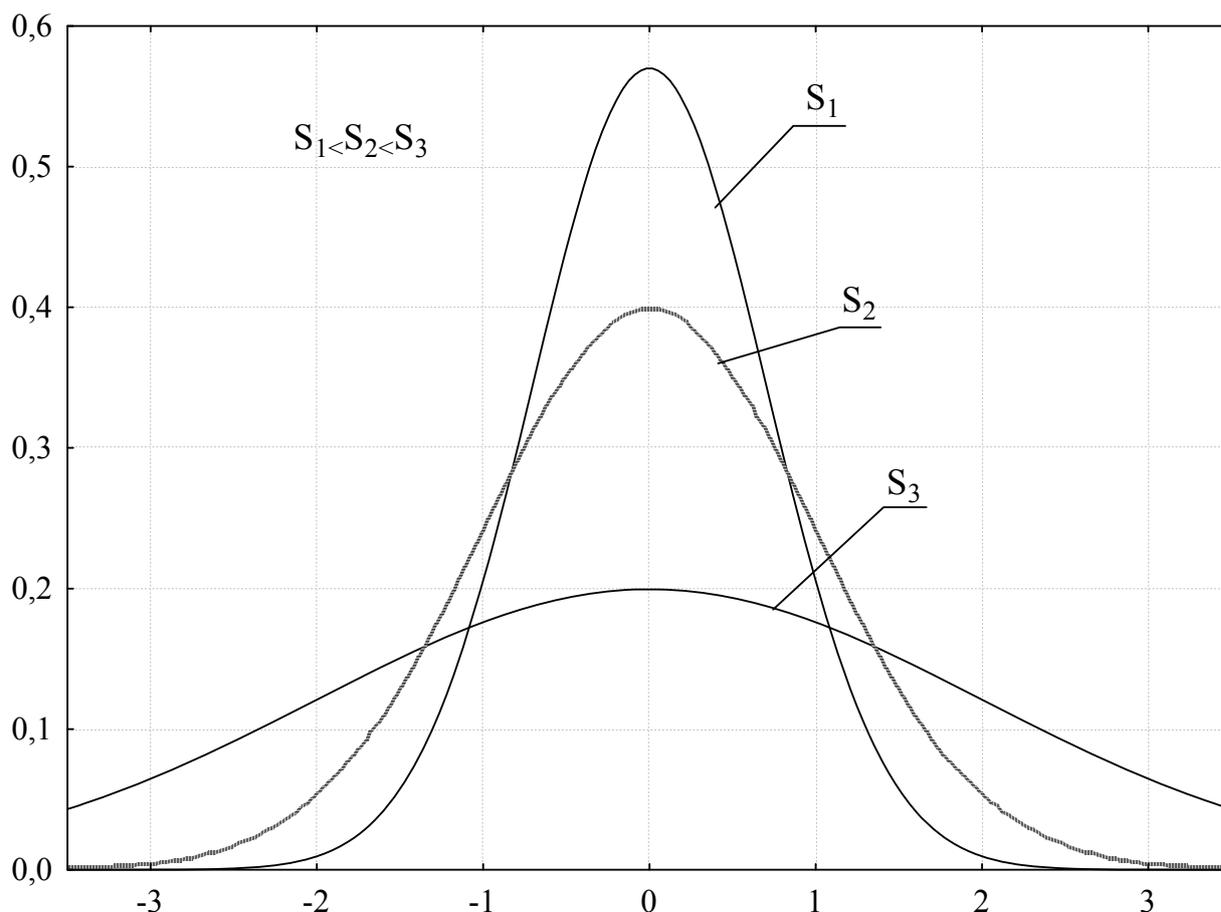


Рисунок 1 – Графики плотности нормального распределения для различных значений  $s_x$

3.1.4 Мода. Мода выборки - это значение, наиболее часто встречающееся в выборке.

**Пример:** Для набора значений: 10, 11, 12, 11, 14, 13, 11, 12 мода равна

$$M_o=11.$$

3.1.5 Медиана. Медиана выборки - это значение, которое разбивает выборку на две равные части. Половина наблюдений лежит ниже медианы, и половина наблюдений лежит выше медианы. Медиана вычисляется следующим образом. Изучаемая выборка упорядочивается в порядке возрастания. Получаемая последовательность  $a_k$ , где  $k=1, \dots, 2 \cdot m+1$  называется вариационным рядом или порядковыми статистиками. Если число наблюдений нечетно, то медиана оценивается как:  $a_{m+1}$ . Если число наблюдений четно, то медиана оценивается как:  $(a_m + a_{m+1})/2$ .

Пример: Для рассмотренного выше примера, построим вариационный ряд (в порядке возрастания): 10, 11, 11, 11, 12, 12, 13, 14. Т.к. количество членов ряда равно 8, то медиана будет равна

$$Me=(11+12)/2=11,5.$$

3.1.6 Асимметрия. Асимметрия или коэффициент асимметрии  $As$  является мерой несимметричности распределения.

$$As = \frac{n}{(n-1)(n-2)s_X^3} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^3$$

Если этот коэффициент значительно отличается от 0, распределение является несимметричным (рис. 2), т.е. если вы разобьете такое распределение пополам в точке среднего (или медианы), то распределения значений с двух сторон от этой центральной точки будут неодинаковыми (т.е. несимметричными). Такое распределение можно назвать "скошенным".

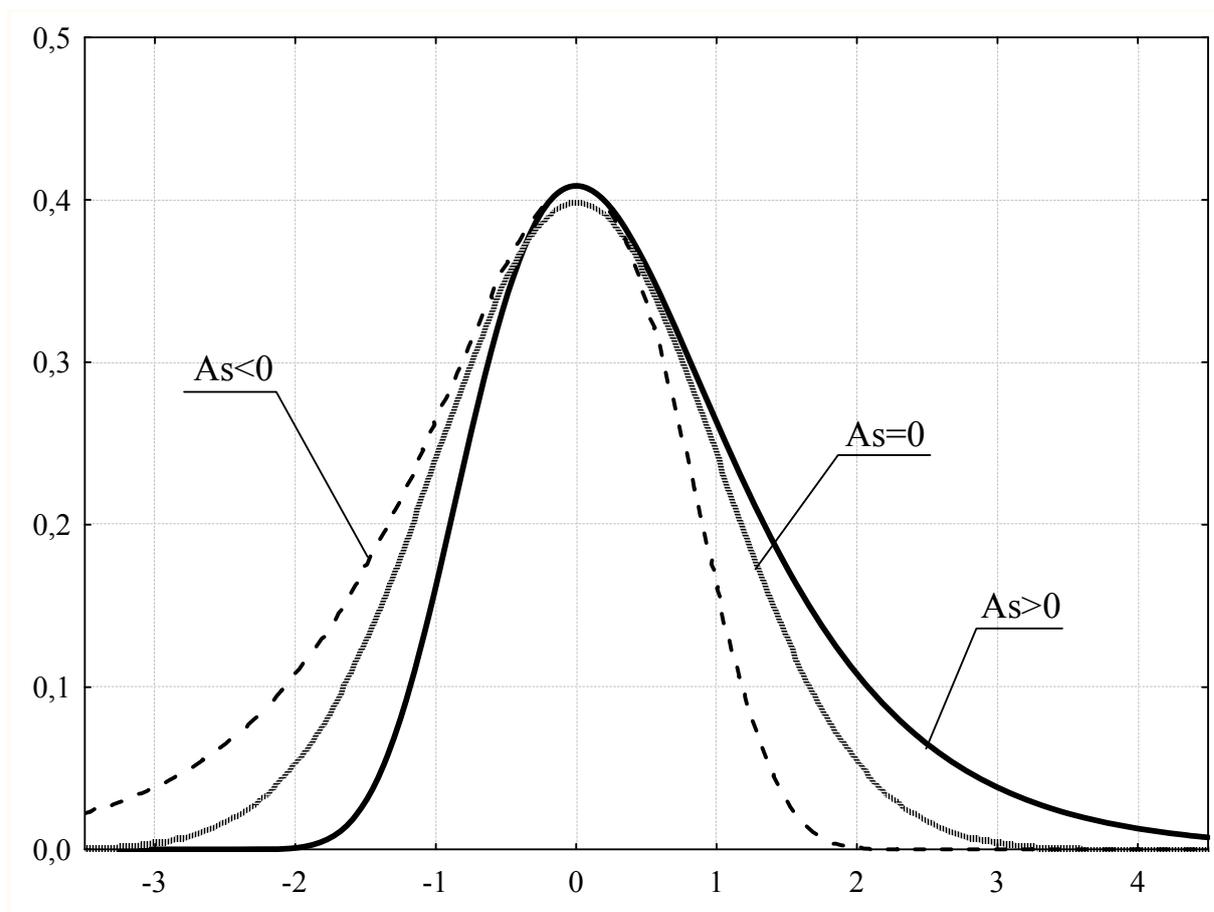


Рисунок 2 – Случаи с положительной и отрицательной асимметрией

Плотность нормального распределения симметрична относительно среднего.

Принято считать, что асимметрия выше 0,5 (независимо от знака) считается значительной, а меньше 0,25 не значительной.

3.1.7 Эксцесс. Эксцесс или точнее, коэффициент эксцесса  $E_k$  измеряет "пикообразность" распределения (рис. 3). Если эксцесс значительно отличается от 0, то функция плотности либо имеет более закругленный, либо более острый пик, чем пик плотности нормального распределения. Функция плотности нормального распределения имеет эксцесс равный 0. Оценка эксцесса (выборочный эксцесс) вычисляется по формуле:

$$E_k = \frac{n(n+1)}{(n-1)(n-2)(n-3)s_X^4} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^4 - \frac{3(n-1)^2}{(n-2)(n-3)}$$

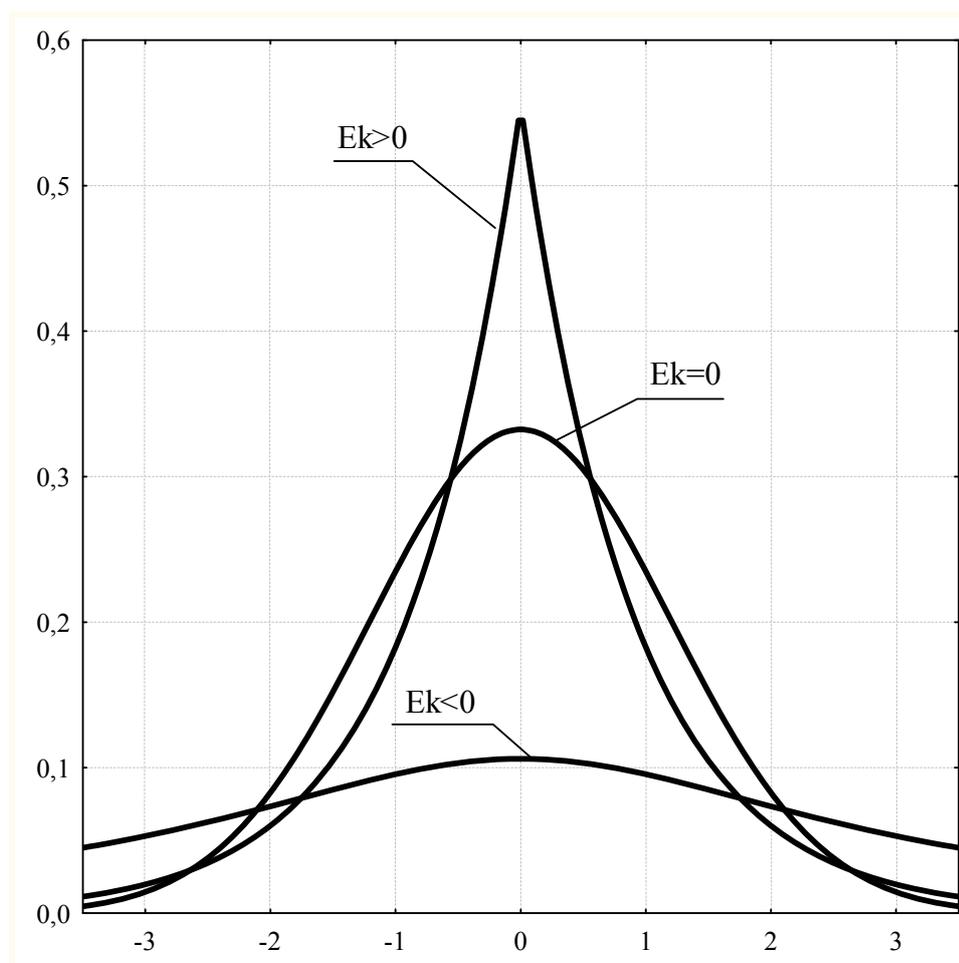


Рисунок 3 – Случаи с положительным и отрицательным эксцессом

#### 4 Расчет основных характеристик распределения

Расчет рассмотрим на примере для 20 результатов

18,977	18,911	18,999	18,986
18,958	18,968	18,988	18,998
18,927	18,967	18,982	18,966
18,956	18,984	18,953	18,937
18,981	18,954	18,939	18,985

Для расчета среднего, среднеквадратического отклонения, асимметрии и эксцесса заполним следующую таблицу

№	$X_i$	$X_i$	$(X_i - \bar{X})$	$(X_i - \bar{X})^2$	$(X_i - \bar{X})^3$	$(X_i - \bar{X})^4$
1.	18,977	77	11	121	1331	14641
2.	18,958	58	-8	64	-512	4096
3.	18,927	27	-39	1521	-59319	2313441
4.	18,956	56	-10	100	-1000	10000
5.	18,981	81	15	225	3375	50625
6.	18,911	11	-55	3025	-166375	9150625
7.	18,968	68	2	4	8	16
8.	18,967	67	1	1	1	1
9.	18,984	84	18	324	5832	104976
10.	18,954	54	-12	144	-1728	20736
11.	18,999	99	33	1089	35937	1185921
12.	18,988	88	22	484	10648	234256
13.	18,982	82	16	256	4096	65536
14.	18,953	53	-13	169	-2197	28561
15.	18,939	39	-27	729	-19683	531441
16.	18,986	86	20	400	8000	160000
17.	18,998	98	32	1024	32768	1048576
18.	18,966	66	0	0	0	0
19.	18,937	37	-29	841	-24389	707281
20.	18,985	85	19	361	6859	130321
		$\Sigma=1316$		$\Sigma=10882$	$\Sigma=-166348$	$\Sigma=15761050$

Далее получим

$$\bar{X} = 1316/20 = 65,8 = 18,966;$$

$$s_x = \sqrt{10882/19} = 24 = 0,024;$$

$$As = \frac{20}{19 \cdot 18 \cdot 24^3} (-166348) = -0,7;$$

$$Ek = \frac{20 \cdot 21}{19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 24^4} 15761050 - \frac{3 \cdot 19^2}{18 \cdot 17} = -0,10748$$

## 5 Выполнение работы

Получив исходные данные для выполнения практической работы (см. приложение), студент изучает теоретические сведения согласно пункту 3. Далее выполняет на компьютере действия аналогичные действиям в рассмотренном примере (пункт 4) **с учетом имеющихся особенностей задания.**

В отчёте по работе должны найти отражение следующие пункты:

- название работы;
- цель работы;
- индивидуальное задание для выполнения работы;
- краткие теоретические сведения;
- результаты выполнения работы: таблица с исходными, таблица с параметрами распределения;
- подробные выводы по работе.

### Контрольные вопросы

1. Назовите основные параметры распределения.
2. Что характеризуют основные параметры распределения?
3. В каком случае дисперсия одного распределения больше другого?
4. В каком случае эксцесс одного распределения больше другого?
5. В каком случае асимметрия одного распределения больше другого?

**Библиографический список**

1. Сергеев, А.Г. Метрология [Текст]/ А.Г. Сергеев, В.В. Крохин. Учебное пособие для вузов. М.: Логос, 2001. 488 с.: ил.
2. Алексахин, С.В. Прикладной статистический анализ [Текст]/ С.В. Алексахин, А.В. Балдин, А.Б. Николаев, В.Ю. Строганов. Учебное пособие для вузов. М.: “Издательство ПРИОР”, 2001. 224 с.

**ПРИЛОЖЕНИЕ А**  
**Исходные данные к лабораторной работе**

№ варианта										
№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	201,576	86,114	19,046	158,772	80,915	181,724	135,073	62,720	43,996	40,701
2	201,561	86,127	19,000	158,755	80,917	181,722	135,086	62,721	43,975	40,690
3	201,558	86,117	19,055	158,807	80,956	181,725	135,082	62,707	44,003	40,734
4	201,570	86,126	19,001	158,805	80,956	181,713	135,073	62,731	43,990	40,729
5	201,562	86,134	19,015	158,779	80,948	181,718	135,080	62,711	43,998	40,703
6	201,555	86,079	19,033	158,802	80,949	181,724	135,088	62,737	43,996	40,691
7	201,588	86,171	18,979	158,792	80,944	181,718	135,083	62,701	43,971	40,714
8	201,566	86,106	19,037	158,791	80,948	181,721	135,071	62,735	43,994	40,697
9	201,544	86,064	19,050	158,806	80,974	181,724	135,085	62,712	43,992	40,739
10	201,570	86,127	19,016	158,789	80,941	181,726	135,082	62,723	43,993	40,742
11	201,559	86,121	19,080	158,829	80,943	181,723	135,091	62,699	43,989	40,723
12	201,571	86,123	19,001	158,789	80,934	181,725	135,091	62,715	43,999	40,746
13	201,557	86,124	19,072	158,756	80,934	181,734	135,082	62,705	43,999	40,721
14	201,561	86,119	19,024	158,777	80,931	181,726	135,088	62,731	43,991	40,718
15	201,569	86,140	19,042	158,768	80,926	181,723	135,087	62,734	43,983	40,720
16	201,564	86,138	19,018	158,791	80,949	181,726	135,085	62,721	43,976	40,726
17	201,570	86,132	19,012	158,810	80,958	181,721	135,076	62,715	43,995	40,749
18	201,564	86,099	19,013	158,802	80,968	181,724	135,089	62,694	43,985	40,664
19	201,578	86,132	19,002	158,782	80,954	181,720	135,083	62,726	43,974	40,746
20	201,577	86,114	19,040	158,821	80,952	181,718	135,085	62,702	44,004	40,712

№ варианта										
№	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	139,752	125,290	118,606	56,888	189,731	119,778	125,777	189,498	73,219	42,442
2	139,751	125,266	118,602	56,931	189,690	119,714	125,788	189,513	73,237	42,435
3	139,749	125,234	118,612	56,881	189,620	119,730	125,803	189,511	73,252	42,431
4	139,749	125,261	118,611	56,901	189,673	119,683	125,799	189,554	73,218	42,439
5	139,751	125,258	118,602	56,894	189,648	119,703	125,803	189,461	73,251	42,451
6	139,750	125,251	118,609	56,950	189,630	119,730	125,718	189,545	73,207	42,439
7	139,751	125,264	118,608	56,893	189,684	119,714	125,785	189,539	73,214	42,443
8	139,751	125,302	118,607	56,902	189,645	119,694	125,823	189,503	73,205	42,449
9	139,753	125,291	118,599	56,907	189,639	119,732	125,751	189,539	73,207	42,451
10	139,752	125,280	118,598	56,886	189,626	119,741	125,785	189,529	73,246	42,437
11	139,750	125,261	118,604	56,904	189,575	119,651	125,743	189,481	73,205	42,444
12	139,750	125,278	118,608	56,903	189,694	119,712	125,773	189,592	73,236	42,449
13	139,753	125,297	118,599	56,898	189,612	119,696	125,733	189,488	73,236	42,453

№ варианта										
№	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
14	139,751	125,297	118,606	56,944	189,569	119,704	125,774	189,552	73,227	42,449
15	139,750	125,268	118,598	56,932	189,660	119,708	125,745	189,606	73,239	42,434
16	139,749	125,291	118,608	56,934	189,665	119,756	125,781	189,550	73,208	42,438
17	139,748	125,274	118,602	56,929	189,656	119,701	125,778	189,540	73,206	42,425
18	139,748	125,235	118,602	56,945	189,594	119,659	125,730	189,541	73,208	42,447
19	139,754	125,260	118,609	56,933	189,674	119,679	125,801	189,550	73,267	42,441
20	139,749	125,260	118,602	56,907	189,628	119,731	125,745	189,568	73,236	42,444

№ варианта										
№	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1	46,918	196,268	63,567	56,574	158,499	99,586	179,138	65,290	53,947	18,977
2	46,914	196,298	63,551	56,582	158,498	99,612	179,227	65,304	53,927	18,958
3	46,917	196,293	63,557	56,529	158,520	99,581	179,175	65,308	53,948	18,927
4	46,917	196,332	63,580	56,558	158,504	99,595	179,127	65,289	53,893	18,956
5	46,920	196,256	63,560	56,564	158,509	99,579	179,219	65,316	53,936	18,981
6	46,917	196,321	63,567	56,529	158,524	99,632	179,236	65,318	53,930	18,911
7	46,917	196,309	63,573	56,573	158,473	99,622	179,187	65,302	53,918	18,968
8	46,913	196,298	63,562	56,565	158,490	99,616	179,233	65,306	53,942	18,967
9	46,916	196,322	63,569	56,595	158,515	99,589	179,238	65,314	53,949	18,984
10	46,916	196,329	63,547	56,639	158,527	99,604	179,240	65,309	53,935	18,954
11	46,913	196,289	63,563	56,491	158,458	99,606	179,192	65,315	53,923	18,999
12	46,915	196,296	63,559	56,614	158,556	99,630	179,162	65,306	53,920	18,988
13	46,915	196,298	63,573	56,584	158,488	99,584	179,253	65,324	53,940	18,982
14	46,919	196,216	63,561	56,565	158,504	99,618	179,228	65,307	53,927	18,953
15	46,918	196,320	63,561	56,585	158,554	99,599	179,121	65,311	53,926	18,939
16	46,915	196,340	63,566	56,504	158,460	99,604	179,178	65,297	53,932	18,986
17	46,913	196,302	63,552	56,577	158,514	99,591	179,151	65,312	53,941	18,998
18	46,913	196,311	63,549	56,505	158,442	99,622	179,306	65,320	53,931	18,966
19	46,914	196,314	63,542	56,549	158,461	99,605	179,202	65,302	53,949	18,937
20	46,916	196,248	63,566	56,515	158,497	99,634	179,235	65,319	53,923	18,985