



УДК 519.6

Составители: В.В. Куц, М.С. Разумов

Рецензент

Кандидат технических наук, доцент *А.О. Гладышкин*

**Проверка однородности дисперсий опытов при их неравномерном дублировании** : методические указания по проведению практической и самостоятельной работы / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: В.В. Куц, М.С. Разумов. – Курск, 2018. 18 с.: ил. 1.: табл. 33.: прил. 1.

Содержат сведения по вопросам проверки однородности дисперсий опытов при их неравномерном дублировании. Указывается порядок выполнения практической и самостоятельной работы, подходы к решению и правила оформления.

Методические рекомендации соответствуют требованиям программы, утвержденной учебно-методическим объединением по специальности автоматизированного машиностроительного производства (УМОАМ).

Предназначено для студентов по направлениям подготовки 27.04.01 «Стандартизация и метрология», 27.04.02 «Управление качеством», 15.04.05 «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств».

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 14.02.18. Формат 60x84 1/16.

Усл.печ.л. 1. Уч.-изд.л. 0,9. Тираж 40 экз. Заказ. 1096 Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.

305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

## Содержание

Введение.....	4
1. Термины и определения.....	5
2. Проверка однородности дисперсий опытов при их неравномерном дублировании.....	5
3. Пример решения задачи.....	7
4. Дидактические материалы.....	8
Приложение А Значения критерия Пирсона.....	19
Список использованных источников.....	20

## Введение

В настоящее время применение методов планирования экспериментов для получения математической модели играет немаловажную роль при проведении оценивания эффективности функционирования исследуемых процессов.

Внедрение статистических методов планирования эксперимента позволяет в значительной степени исключить интуитивный подход, заменить его научно обоснованной программой проведения экспериментального исследования, включающего объективную оценку результатов эксперимента на всех последовательных этапах исследования.

При планировании эксперимента основной задачей исследования является оптимизация, заключающаяся в нахождении совокупности варьируемых факторов, при которых выбранный параметр оптимизации принимает экстремальное значение.

Определение коэффициентов влияния контролируемых параметров на показатель параметра оптимизации связано с построением математической модели исследуемого процесса.

Построение математической модели позволяет минимизировать расходы на реализацию тех или иных процессов, повышать производительность труда, оптимизировать режимы обработки, улучшать качественные показатели продукции, в том числе увеличивая надежность объектов исследования.

В данных методических указаниях рассмотрены вопросы математической обработки результатов эксперимента при неравномерном дублировании опытов.

Целью методических указаний является оказание помощи студентам, обучающимся по специальности 200503 «Стандартизация и сертификация» при изучении дисциплины «Планирование и организация эксперимента» при проведении практических занятий по данной дисциплине.

## 1 Термины и определения

**Эксперимент** – система операций, воздействий и (или) наблюдений направленных на получение информации об объекте при исследовательских испытаниях.

**Опыт** – воспроизведение исследуемого явления в определенных условиях проведения эксперимента при возможности регистрации по результатам.

**План эксперимента** – совокупность данных, определяющих число, условия и порядок реализации опытов.

**Уровень фактора** – фиксированное значение фактора.

**Матрица плана** – стандартная форма записи условий проведения эксперимента в виде прямоугольной таблицы, строки которой отвечают опытам, а столбцы – факторам [1].

**Параметр оптимизации** – характеристика цели, заданная количественно.

**Фактор** – независимая переменная величина, влияющая на параметр оптимизации.

**Адекватность** – способность модели предсказывать результаты эксперимента в некоторой области с некоторой точностью

**Полный факторный эксперимент (ПФЭ)** – эксперимент, в котором реализуются все возможные сочетания уровней факторов.

**Эффект фактора** (основной или главный эффект) – вклад фактора при переходе от нижнего к верхнему уровню.

**Эффект взаимодействия факторов** - эффект одного фактора, который зависит от уровня, на котором находится другой фактор [2].

## 2 Проверка однородности дисперсий опытов при их неравномерном дублировании

Для каждой строки матрицы планирования по результатам  $n$  параллельных опытов находят среднее арифметическое значение параметра оптимизации  $\bar{y}_j$ .

$$\bar{y}_j = \frac{1}{n} \sum_{U=1}^n y_{jU}, \quad (1)$$

где  $u$  – номер параллельного опыта;

$y_{ju}$  – значение параметра оптимизации в  $u$ -том параллельном опыте  $j$ -строки матрицы.

С целью оценки отклонений параметра оптимизации от среднего значения для каждой строки матрицы планирования вычисляю дисперсию  $S^2$  опыта по данным  $n$  параллельных опытов

$$S_j^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{U=1}^n (y_{jU} - \bar{y}_j)^2 \quad (2)$$

Проверяют с помощью критерия Бартлета гипотезу однородности дисперсий опытов. Для этого подсчитывают дисперсии воспроизводимости эксперимента по формуле

$$S_y^2 = \frac{1}{f} \left( \sum_{j=1}^N S_j^2 \cdot f_j \right), \quad (3)$$

где  $f_j = n_j - 1$  – число степеней свободы для  $j$ -ой строки

$$f = \sum f_j.$$

После этого определяют величину  $Q$ :

$$Q = \frac{1}{c} \left\{ f \cdot \lg S_y^2 - \sum_{j=1}^N f_j \cdot \lg S_j^2 \right\}, \quad (4)$$

где

$$c = 0,4343 \cdot \left[ 1 + \frac{1}{3(N-1)} \left( \left( \sum_{j=1}^N \frac{1}{f_j} \right) - \frac{1}{f} \right) \right]. \quad (5)$$

Бартлет установил, что величина  $Q$  приближенно подчиняется  $\chi^2$  распределению с  $(N-1)$  степенями свободы, где  $N$  – число сравниваемых дисперсий.

Если  $Q < \chi^2$  (критерий Пирсона) для принятого уровня значимости и данного числа степеней свободы, то дисперсии опытов однородны (число степеней свободы  $f = N - 1$ ).

Критерий Бартлета основан на нормальном распределении. Если распределение случайной величины не подчиняется нормальному закону, проверка однородности дисперсий может привести к ошибочным результатам.

### 3 Пример решения задачи

**Задача:** Произвести проверку однородности дисперсий опытов, если параллельные опыты имеют неравномерное дублирование, представленные в матрице планирования.

Матрица планирования типа  $2^2$

Номер опыта	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_1X_2$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$	$Y_5$	$\bar{Y}$
1	+	+	+	+	16,6	16,0	15,9	-	-	16,3
2	+	-	+	-	9,0	12,6	12,5	9,1	-	10,8
3	+	+	-	-	7,0	7,1	6,9	10,4	10,5	8,7
4	+	-	-	+	12,8	8,0	12,7	-	-	10,4

Для каждой строки матрицы планирования по результатам  $n$  параллельных опытов находим по формуле (1) среднее арифметическое значение параметра оптимизации  $\bar{y}_j$ . Результаты заносим в матрицу планирования.

Для каждой строки матрицы планирования вычисляем по формуле (2) дисперсию  $S^2$  опыта по данным  $n$  параллельных опытов

$$S_1^2 = \frac{(16,6 - 16,3)^2 + (16 - 16,3)^2 + (15,9 - 16,3)^2}{3 - 1} = 2,5$$

$$S_2^2 = \frac{(9 - 10,8)^2 + (12,6 - 10,8)^2 + (12,5 - 10,8)^2 + (9,1 - 10,8)^2}{4 - 1} = 4,2$$

$$S_3^2 = \frac{(7 - 8,7)^2 + (7,1 - 8,7)^2 + (6,9 - 8,7)^2 + (10,4 - 8,7)^2 + (10,5 - 8,7)^2}{5 - 1} = 3,8$$

$$S_4^2 = \frac{(12,8 - 10,4)^2 + (8 - 10,4)^2 + (12,7 - 10,4)^2}{3 - 1} = 8,6$$

Вычисляем дисперсию воспроизводимости эксперимента по формуле (3)

$$S_y^2 = \frac{1}{f} \left( \sum_{j=1}^N S_j^2 \cdot f_j \right) = \frac{2,5 \cdot 2 + 4,2 \cdot 3 + 3,8 \cdot 4 + 8,6 \cdot 2}{2 + 3 + 4 + 2} = 4,5$$

Определяем величину  $c$  и  $Q$ :

$$c = 0,4343 \cdot \left[ 1 + \frac{1}{3(N-1)} \left( \left( \sum_{j=1}^N \frac{1}{f_j} \right) - \frac{1}{f} \right) \right] =$$

$$= 0,4343 \cdot \left[ 1 + \frac{1}{3 \cdot (4-1)} \cdot \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{1}{11} \right) \right] = 0,5$$

$$Q = \frac{1}{c} \left\{ f \cdot \lg S_y^2 - \sum_{j=1}^N f_j \cdot \lg S_j^2 \right\} =$$

$$= \frac{1}{0,5} \cdot [11 \cdot \lg 4,5 - (2 \cdot \lg 2,5 + 3 \cdot \lg 4,2 + 4 \cdot \lg 3,8 + 2 \cdot \lg 8,6)] = 0,2$$

Определяем табличное значение критерия Пирсона  $\chi_r^2 = 7,82$  для числа степеней свободы  $f=N-1=4-1=3$  по таблице А.1 приложения А. Так как  $Q < \chi_r^2$ , т. е.  $0,2 < 7,82$ , то можно утверждать, что дисперсии опытов однородны.

#### 4 Дидактические материалы

##### Общее условие задания для всех вариантов:

Произвести проверку однородности дисперсий опытов, если параллельные опыты имеют неравномерное дублирование, согласно матрице планирования.

##### Вариант 1

Матрица планирования типа  $2^2$

Номер опыта	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_1 X_2$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$	$Y_5$
1	+	+	+	+	10,2	12,0	11,2	-	-
2	+	-	+	-	5,6	4,2	3,6	4,8	5,4
3	+	+	-	-	8,6	7,8	6,8	8,4	
4	+	-	-	+	5,9	4,8			



**Вариант 2**Матрица планирования типа  $2^2$ 

Номер опыта	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_1X_2$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$	$Y_5$
1	+	+	+	+	18,3	14,6	12,8	16,7	-
2	+	-	+	-	12,4	16,5	14,8		
3	+	+	-	-	8,6	7,8	5,9	6,3	
4	+	-	-	+	9,2	5,6	5,4	5,7	6,2

**Вариант 3**Матрица планирования типа  $2^2$ 

Номер опыта	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_1X_2$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$	$Y_5$
1	+	+	+	+	14,2	15,8	15,9	14,7	-
2	+	-	+	-	10,2	8,7	9,8	9,9	
3	+	+	-	-	5,8	7,8			
4	+	-	-	+	9,8	7,9	5,6	4,8	7,6

**Вариант 4**Матрица планирования типа  $2^2$ 

Номер опыта	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_1X_2$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$	$Y_5$
1	+	+	+	+	12,5	14,6	17,8		-
2	+	-	+	-	13,2	13,6	13,4	13,8	
3	+	+	-	-	10,2	10,0	10,5	10,4	10,1
4	+	-	-	+	12,1	12,2			

## Вариант 5

Матрица планирования типа  $2^2$ 

Номер опыта	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_1X_2$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$	$Y_5$
1	+	+	+	+	18,2	18,4	18,5	18,7	-
2	+	-	+	-	10,2	10,3	10,7		
3	+	+	-	-	9,8	9,9			
4	+	-	-	+	5,6	5,8	7,9	4,9	5,2

## Вариант 6

Матрица планирования типа  $2^2$ 

Номер опыта	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_1X_2$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$	$Y_5$
1	+	+	+	+	15,2	15,6	15,8		-
2	+	-	+	-	17,1	16,8	16,6		
3	+	+	-	-	12,3	12,8	12,6	12,5	
4	+	-	-	+	12,0	11,2	10,2	10,4	10,6

## Вариант 7

Матрица планирования типа  $2^2$ 

Номер опыта	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_1X_2$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$	$Y_5$
1	+	+	+	+	10,2	10,5	10,4		-
2	+	-	+	-	8,8	8,4	8,6	8,2	
3	+	+	-	-	5,2	5,4	5,1		
4	+	-	-	+	6,2	6,8	6,4	6,3	6,0

**Вариант 8**Матрица планирования типа  $2^2$ 

Номер опыта	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_1X_2$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$	$Y_5$
1	+	+	+	+	12,6	12,8	12,5	12,4	-
2	+	-	+	-	10,2	10,6			
3	+	+	-	-	8,5	5,4	5,0		
4	+	-	-	+	3,6	3,8	3,9	4,0	4,2

**Вариант 9**Матрица планирования типа  $2^2$ 

Номер опыта	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_1X_2$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$	$Y_5$
1	+	+	+	+	15,4	15,0	15,2		-
2	+	-	+	-	10,2	10,4	10,6	10,8	
3	+	+	-	-	8,4	8,2	8,6		
4	+	-	-	+	5,9	4,8	6,8	6,9	7,0

**Вариант 10**Матрица планирования типа  $2^2$ 

Номер опыта	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_1X_2$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$	$Y_5$
1	+	+	+	+	12,5	14,6	17,8		-
2	+	-	+	-	13,4	13,6	13,4	13,8	
3	+	+	-	-	10,2	10,0	10,5	10,6	10,1
4	+	-	-	+	12,1	12,7			

**Вариант 11**Матрица планирования типа  $2^2$ 

Номер опыта	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_1X_2$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$	$Y_5$
1	+	+	+	+	15,2	15,6	15,8		-
2	+	-	+	-	17,1	16,8	16,6		
3	+	+	-	-	12,3	12,6	12,5	12,5	
4	+	-	-	+	12,0	11,2	10,2	10,4	10,6

**Вариант 12**Матрица планирования типа  $2^2$ 

Номер опыта	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_1X_2$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$	$Y_5$
1	+	+	+	+	12,5	14,6	17,8		-
2	+	-	+	-	13,2	13,6	13,4	13,8	
3	+	+	-	-	10,2	10,3	10,5	10,4	10,5
4	+	-	-	+	12,1	12,8			

**Вариант 13**Матрица планирования типа  $2^2$ 

Номер опыта	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_1X_2$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$	$Y_5$
1	+	+	+	+	14,2	15,8	15,9	14,7	-
2	+	-	+	-	10,2	8,7	9,8	9,9	
3	+	+	-	-	5,8	6,8			
4	+	-	-	+	9,8	7,9	6,6	4,8	7,6

**Вариант 14**Матрица планирования типа  $2^2$ 

Номер опыта	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_1X_2$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$	$Y_5$
1	+	+	+	+	12,6	12,8	12,5	12,4	-
2	+	-	+	-	10,2	10,6			
3	+	+	-	-	8,5	5,4	5,0		
4	+	-	-	+	3,6	3,8	3,9	4,0	4,2

**Вариант 15**Матрица планирования типа  $2^2$ 

Номер опыта	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_1X_2$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$	$Y_5$
1	+	+	+	+	18,2	18,4	18,5	18,7	-
2	+	-	+	-	10,2	10,3	10,4		
3	+	+	-	-	10,8	10,9			
4	+	-	-	+	5,6	5,8	7,9	5,9	5,2

**Вариант 16**Матрица планирования типа  $2^2$ 

Номер опыта	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_1X_2$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$	$Y_5$
1	+	+	+	+	15,2	15,0	15,2		-
2	+	-	+	-	10,2	10,4	12,6	10,8	
3	+	+	-	-	8,4	8,2	8,6		
4	+	-	-	+	5,9	4,8	8,8	6,9	7,0

**Вариант 17**Матрица планирования типа  $2^2$ 

Номер опыта	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_1X_2$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$	$Y_5$
1	+	+	+	+	12,5	14,6	17,8		-
2	+	-	+	-	13,2	13,8	13,4	13,8	
3	+	+	-	-	10,2	10,0	10,5	10,2	10,1
4	+	-	-	+	12,5	12,2			

**Вариант 18**Матрица планирования типа  $2^2$ 

Номер опыта	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_1X_2$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$	$Y_5$
1	+	+	+	+	15,2	15,6	15,8		-
2	+	-	+	-	17,2	16,8	16,6		
3	+	+	-	-	12,3	12,8	12,8	12,5	
4	+	-	-	+	12,0	11,2	10,2	10,4	10,6

**Вариант 19**Матрица планирования типа  $2^2$ 

Номер опыта	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_1X_2$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$	$Y_5$
1	+	+	+	+	14,2	15,8	15,9	15,7	-
2	+	-	+	-	10,2	8,7	9,8	9,8	
3	+	+	-	-	5,8	7,9			
4	+	-	-	+	9,8	7,9	6,6	6,8	7,6

**Вариант 20**Матрица планирования типа  $2^2$ 

Номер опыта	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_1X_2$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$	$Y_5$
1	+	+	+	+	10,2	12,0	11,2	-	-
2	+	-	+	-	5,6	4,2	3,6	4,8	
3	+	+	-	-	8,6	7,8	6,8	8,4	
4	+	-	-	+	5,9	4,8			

**Вариант 21**Матрица планирования типа  $2^2$ 

Номер опыта	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_1X_2$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$	$Y_5$
1	+	+	+	+	12,6	12,8	12,5	12,4	-
2	+	-	+	-	10,2	10,6			
3	+	+	-	-	8,6	5,4	5,0		
4	+	-	-	+	3,6	3,8	3,9	4,1	4,2

**Вариант 22**Матрица планирования типа  $2^2$ 

Номер опыта	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_1X_2$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$	$Y_5$
1	+	+	+	+	16,4	15,0	15,2		-
2	+	-	+	-	10,2	10,4	10,6	10,8	
3	+	+	-	-	8,4	8,2	9,6		
4	+	-	-	+	5,9	4,8	7,8	6,9	7,0

**Вариант 23**Матрица планирования типа  $2^2$ 

Номер опыта	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_1X_2$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$	$Y_5$
1	+	+	+	+	17,2	17,4	17,5	17,7	-
2	+	-	+	-	10,2	10,3	10,7		
3	+	+	-	-	9,7	9,9			
4	+	-	-	+	5,6	6,8	7,9	4,9	5,2

**Вариант 24**Матрица планирования типа  $2^2$ 

Номер опыта	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_1X_2$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$	$Y_5$
1	+	+	+	+	10,2	12,0	11,2	-	-
2	+	-	+	-	5,6	4,2	3,6	4,8	
3	+	+	-	-	8,6	7,8	6,8	8,4	
4	+	-	-	+	5,9	4,8			

**Вариант 25**Матрица планирования типа  $2^2$ 

Номер опыта	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_1X_2$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$	$Y_5$
1	+	+	+	+	12,5	14,6	17,8		-
2	+	-	+	-	13,2	13,6	13,4	13,8	
3	+	+	-	-	12,2	11,0	12,5	11,4	12,1
4	+	-	-	+	12,1	12,6			



## Вариант 26

Матрица планирования типа  $2^2$ 

Номер опыта	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_1X_2$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$	$Y_5$
1	+	+	+	+	14,2	13,8	12,9	14,7	-
2	+	-	+	-	10,2	8,7	9,8	10,9	
3	+	+	-	-	5,8	8,8			
4	+	-	-	+	9,8	7,9	5,6	4,8	7,6

## Вариант 27

Матрица планирования типа  $2^2$ 

Номер опыта	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_1X_2$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$	$Y_5$
1	+	+	+	+	11,2	12,0	11,8	-	-
2	+	-	+	-	5,6	4,2	3,6	4,8	
3	+	+	-	-	9,6	9,8	9,8	8,4	
4	+	-	-	+	6,9	4,8			

## Вариант 28

Матрица планирования типа  $2^2$ 

Номер опыта	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_1X_2$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$	$Y_5$
1	+	+	+	+	12,6	12,8	12,5	12,4	-
2	+	-	+	-	10,2	10,6			
3	+	+	-	-	8,5	5,4	5,0		
4	+	-	-	+	3,6	3,8	3,9	4,0	4,2

**Вариант 29**Матрица планирования типа  $2^2$ 

Номер опыта	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_1X_2$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$	$Y_5$
1	+	+	+	+	10,2	12,0	11,2	-	-
2	+	-	+	-	5,6	4,2	3,6	4,8	
3	+	+	-	-	8,6	7,8	6,8	8,4	
4	+	-	-	+	5,9	4,8			

**Вариант 30**Матрица планирования типа  $2^2$ 

Номер опыта	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_1X_2$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$	$Y_5$
1	+	+	+	+	15,2	14,0	14,2	-	-
2	+	-	+	-	5,8	4,3	3,6	4,8	
3	+	+	-	-	9,6	8,8	9,8	8,4	
4	+	-	-	+	5,9	8,8			

**Вариант 31**Матрица планирования типа  $2^2$ 

Номер опыта	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_1X_2$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$	$Y_5$
1	+	+	+	+	12,2	10,0	11,2	-	-
2	+	-	+	-	8,8	4,3	3,6	4,8	
3	+	+	-	-	9,6	7,8	9,8	8,4	
4	+	-	-	+	5,9	8,8			

## Приложение А

Значения критерия  $\chi^2$  при доверительной вероятности  $P=0,95$ 

Таблица А.1

Число степеней свободы	Значения $\chi^2$
1	3,84
2	5,99
3	7,82
4	9,49
5	11,07
6	12,59
7	14,07
8	15,51
9	16,92
10	18,31
11	19,68
12	21,0
13	22,4
14	23,5
15	25,0
16	26,3
17	27,6
18	28,9
19	30,1
20	31,4
21	32,7
22	33,9
23	35,2
24	36,4
25	37,7
26	38,9
27	40,1
28	41,3
29	42,6
30	42,8

**Список использованных источников**

- 1 Красовский Г.И., Филаретов Г.Ф. Планирование эксперимента – М.:Издательство БГУ,1982
- 2 Спиридонов А.А.Планирование эксперимента при исследовании технологических процессов. - М.: Машиностроение,1981.