МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Юго-Западный государственный университет

УТВЕРЖДАЮ:
И.о. зав. кафедрой
высшей математики
(наименование кафедры полностью)

____________ О.А. Бредихина
(подпись)
«30» 08 2022 г.

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Высшая математика
(наименование дисциплины)

04.03.01 Химия
шифр и наименование направления подготовки (специальности)

направленность (профиль) «Органическая и биоорганическая химия»
наименование направленности (профиля, специализации)

Курск – 2022

1 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

1.1 ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ В ТЕСТОВОЙ ФОРМЕ

Раздел (тема) 1«Элементы линейной алгебры»

Вариант 1 (Т 1)

1. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{vmatrix}$.

2. Найти x из уравнения $\begin{vmatrix} 1 & x & 3 \\ 1 & 2 & -3 \\ 7 & 4 & -1 \end{vmatrix} = 0$.

3. Найти x, если $A = \begin{pmatrix} x & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 12 & -52 \\ 13 & -1 \end{pmatrix}$, $3A^2 - 2A + 3E = B$, где $E -$ единичная матрица.

4. На предприятии изготавливают продукцию четырёх видов: P_1, P_2, P_3, P_4, при этом используют сырьё трёх типов: S_1, S_2 и S_3. Нормам расхода сырья соответствует матрица $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 3 & 5 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}$, где каждый элемент $a_{ij} (i = 1, 2, 3, 4; j = 1, 2, 3)$ показывает, сколько единиц сырья j-го типа расходуется на производство единицы продукции i-го вида. План выпуска продукции представлен матрицей $C = (150 \quad 120 \quad 90 \quad 100)$, а стоимость единицы каждого типа сырья (ден. ед.) – матрицей $B = \begin{pmatrix} 30 \\ 70 \\ 60 \end{pmatrix}$. Определить общую стоимость сырья.

5. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. Найти элемент a_{12} обратной матрицы A^{-1}.

6. Установить соответствие.

1) $\begin{cases} 4x + 6y = -1, \\ 12x + 18y = -3 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 12x - 7y = 5, \\ -48x + 28y = -15 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 3x - 5y = 6, \\ x + 2y = 25 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2x - 5y = 0, \\ 6x - 15y = 0 \end{cases}$	а) система имеет единственное ненулевое решение б) система имеет бесконечное множество решений в) система несовместна г) система имеет только тривиальное решение д) система имеет два решения

7.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Решить систему линейных уравнений $\begin{cases} \sqrt{5}x + 2y = 1, \\ 6x - 3\sqrt{5}y = 12\sqrt{5} \end{cases}$ методом Крамера. Ответ представить в виде последовательности действий, например, 1, 2, 4, 5, 3. Замечание: вычисления производить в следующей последовательности 1) $\det A$ 2) $\det A_x$ 3) x 4) $\det A_y$ 5) y	1) $\sqrt{5}$ 2) $-27\sqrt{5}$ 3) -2 4) -27 5) 54	

8. Найти решение системы уравнений $\begin{cases} x + y + z = 1, \\ x - y - 2z = 8, \\ 4x + y + 2z = 2. \end{cases}$ В ответ записать произведение $x \cdot y \cdot z$.

9. Найти собственные числа матрицы $A = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$.

1) $\lambda_1 = 3, \lambda_2 = 4$ 2) $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 4$ 3) $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 6$
4) $\lambda_1 = 3, \lambda_2 = 5$ 5) $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 6$

10. Найти собственные векторы матрицы $A = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$.

1) $X_1 = \begin{pmatrix} 3C \\ 2C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} 2C \\ -C \end{pmatrix}$ 2) $X_1 = \begin{pmatrix} C \\ -2C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} C \\ -C \end{pmatrix}$ 3) $X_1 = \begin{pmatrix} C \\ -3C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} C \\ C \end{pmatrix}$
4) $X_1 = \begin{pmatrix} C \\ -C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} 2C \\ -5C \end{pmatrix}$ 5) $X_1 = \begin{pmatrix} C \\ 2C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} C \\ -3C \end{pmatrix}$

Вариант 2 (Т 1)

1. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$.

2. Найти x из уравнения $\begin{vmatrix} 5 & -2 & -8 \\ 1 & -2x & 6 \\ -2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 0$.

3. Найти x, если $A = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 8 & 15 \\ 0 & 23 \end{pmatrix}$, $3A^2 - 4E = B$, где E − единичная матрица.

4. На предприятии изготавливают продукцию четырёх видов: P_1, P_2, P_3, P_4, при этом используют сырьё трёх типов: S_1, S_2 и S_3. Нормам расхода сырья соответствует матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 4 & 4 & 7 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 5 & 5 \end{pmatrix}$, где каждый элемент $a_{ij} (i = 1, 2, 3, 4; j = 1, 2, 3)$ показывает, сколько единиц сырья j-го типа расходуется на производство единицы продукции i-го вида. План выпуска продукции представлен матрицей $C = (130 \quad 90 \quad 120 \quad 100)$, а стоимость единицы каждого типа сырья (ден. ед.) – матрицей $B = \begin{pmatrix} 50 \\ 60 \\ 40 \end{pmatrix}$. Определить общую стоимость сырья.

5. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 5 & -5 \end{pmatrix}$. Найти элемент a_{21} обратной матрицы A^{-1}.

6. Установить соответствие.

1) $\begin{cases} 6x + 7y = -5, \\ -18x - 21y = 8 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x - y = 0, \\ -9x + 3y = 0 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 2x + 5y = -14, \\ 3x + 2y = 1 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2x - 3y = 4, \\ 16x - 24y = 32 \end{cases}$	а) система имеет единственное ненулевое решение б) система имеет бесконечное множество решений в) система несовместна г) система имеет только тривиальное решение д) система имеет два решения

7.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Решить систему линейных уравнений $\begin{cases} \sqrt{3}x + 2y = 11, \\ 4x - \sqrt{3}y = 0 \end{cases}$ методом Крамера. Ответ представить в виде последовательности действий, например, 1, 2, 4, 5, 3. Замечание: вычисления производить в следующей последовательности 1) $\det A$ 2) $\det A_x$ 3) x 4) $\det A_y$ 5) y	1) $-11\sqrt{3}$ 2) 4 3) -44 4) $\sqrt{3}$ 5) -11	

8. Найти решение системы уравнений $\begin{cases} x - y + z = 6, \\ x - 2y + z = 9, \\ x - 4y - 2z = 3. \end{cases}$ В ответ записать произведение $x \cdot y \cdot z$.

9. Найти собственные числа матрицы $A = \begin{pmatrix} 9 & 1 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$.

1) $\lambda_1 = 3, \lambda_2 = 5$ 2) $\lambda_1 = 4, \lambda_2 = 10$ 3) $\lambda_1 = 3, \lambda_2 = 9$
4) $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 4$ 5) $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 8$

10. Найти собственные векторы матрицы $A = \begin{pmatrix} 9 & 1 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$.

1) $X_1 = \begin{pmatrix} 2C \\ C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} C \\ -C \end{pmatrix}$ 2) $X_1 = \begin{pmatrix} C \\ -3C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} 2C \\ -C \end{pmatrix}$ 3) $X_1 = \begin{pmatrix} C \\ 3C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} C \\ C \end{pmatrix}$
4) $X_1 = \begin{pmatrix} C \\ -C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} 2C \\ -5C \end{pmatrix}$ 5) $X_1 = \begin{pmatrix} C \\ C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} C \\ -5C \end{pmatrix}$

Раздел (тема) 2«Векторная алгебра»

Вопросы для собеседования

1. Векторные и скалярные величины. Определения направленного отрезка, вектора. Линейные операции над векторами в геометрической форме (сумма, разность, произведение вектора на число) и их свойства.
2. Определения коллинеарных, ортогональных и компланарных векторов. Необходимые и достаточные условия коллинеарности, ортогональности и компланарности векторов (в векторной и координатной формах.
3. Определения векторного пространства, базиса и размерности векторного пространства, координат вектора в базисе. Операции над векторами в координатной форме. Сформулировать теоремы о базисах в пространствах V_1, V_2, V_3.
4. Декартовы координаты на прямой, на плоскости и в пространстве (декартова система координат, разложение вектора по базису системы координат, координаты точек). Доказать соотношения между координатами вектора и координатами точек "начала" и "конца" вектора.
5. Прямоугольные проекции вектора на ось и их свойства.
6. Выражение модуля (длины) и направляющих косинусов вектора через декартовы координаты вектора.
7. Скалярное произведение векторов и его свойства. Необходимое и достаточное условие ортогональности векторов.

8. Выражение скалярного произведения векторов через декартовы координаты этих векторов. Нахождение модуля вектора и угла между векторами.
9. Ориентация тройки векторов в пространстве. Векторное произведение векторов и его свойства. Выражение векторного произведения векторов через декартовы координаты этих векторов. Вычисление площади параллелограмма и треугольника.
10. Смешанное произведение векторов и его свойства. Выражение смешанного произведения векторов через декартовы координаты этих векторов. Вычисление объёма параллелепипеда и треугольной пирамиды.
11. Понятие об уравнении линии на плоскости.
12. Нормальный вектор прямой. Общее уравнение прямой на плоскости. Угол между прямыми на плоскости, условия параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости.
13. Уравнение прямой "с угловым коэффициентом" (уравнение прямой, разрешённое относительно координат). Угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности прямых (заданных уравнениями "с угловым коэффициентом").
14. Направляющий вектор прямой. Каноническое и параметрические уравнения прямой на плоскости. Угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности прямых (заданных каноническими уравнениями).
15. Расстояние от точки до: прямой на плоскости; прямой в пространстве; плоскости в пространстве.
16. Понятие уравнения поверхности в пространстве.
17. Нормальный вектор плоскости. Общее уравнение плоскости в пространстве. Угол между плоскостями, условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.
18. Уравнение плоскости, проходящей через три точки, не принадлежащие одной прямой.
19. Уравнение прямой в пространстве: общее, каноническое, параметрические. Угол между прямыми в пространстве, условия параллельности и перпендикулярности прямых в пространстве (заданных каноническими уравнениям).
20. Уравнение прямой, проходящей через две заданные, различные точки (на плоскости; в пространстве).
21. Угол между прямой и плоскостью в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.

Раздел (тема) 3«Аналитическая геометрия»

Вариант 1 (Т 2)

1. Найти объём треугольной пирамиды с вершинами в точках $A(3;4;5)$, $B(1;2;1)$, $C(-2;-3;6)$, $D(3;-6;-3)$.

2. Записать общее уравнение прямой, проходящей через точки $A(6;4)$, $B(-3;-8)$.

1) $\frac{x-6}{3}=\frac{y-4}{4}$ 2) $4x-3y-12=0$ 3) $y=\frac{4}{3}x-4$

4) $\frac{x}{3}+\frac{y}{-4}=1$ 5) $\begin{cases} x=3t+6, \\ y=4t+4 \end{cases}$

3. Найти расстояние от точки $M(2;5)$ до прямой $4x-3y+8=0$.

4. Установите соответствие между уравнением и типом кривой второго порядка:

1) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \quad (a \neq b)$ а) гипербола

2) $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ б) парабола, ось симметрии Ох

3) $y^2=2px$ в) парабола, ось симметрии Оу

г) эллипс

5. Записать общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M(6;0;-5)$ параллельно векторам $\vec{p}(2;1;-2)$ и $\vec{q}(1;0;3)$.

1) $3x-8y-z-23=0$ 2) $x+4y-3z-14=0$ 3) $3x-8y-z-14=0$

4) $x+4y-3z-23=0$ 5) $3x+8y-z-20=0$

6. Найти значение m, если уравнение прямой, проходящей через точки $M(1;2;3)$ и $N(-1;0;8)$, в параметрическом виде можно записать как систему $\begin{cases} x=1-2t, \\ y=2+mt, \\ z=3+5t. \end{cases}$

Вариант 2 (Т 2)

1. Найти площадь треугольника с вершинами в точках $A(2;-1;2)$, $B(1;2;-1)$, $C(3;2;1)$. В ответе запишите $S^2_{\Delta ABC}$.

2. Записать каноническое уравнение прямой, проходящей через точки $A(6;4)$, $B(-3;-8)$.

1) $\frac{x-6}{3}=\frac{y-4}{4}$ 2) $4x-3y-12=0$ 3) $y=\frac{4}{3}x-4$

4) $\frac{x}{3}+\frac{y}{-4}=1$ 5) $\begin{cases} \mathrm{x}=3\mathrm{t}+6, \\ \mathrm{y}=4\mathrm{t}+4 \end{cases}$

3. Найти расстояние от точки $M(1;2)$ до прямой $6x-8y-5=0$.

4. Установите соответствие между уравнением и типом кривой второго порядка:

1) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \quad (a \neq b)$ а) гипербола

2) $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ б) парабола, ось симметрии Ох

3) $y^2=2px$ в) парабола, ось симметрии Оу

г) эллипс

5. Найти угол между прямыми p_1 и p_2 в пространстве, если $p_1: \frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-3}{1}$, $p_2: \frac{x-4}{-1}=\frac{y}{-1}=\frac{z+2}{2}$.

6. Найти значение m, если уравнение прямой, проходящей через точки $M(1;2;3)$ и $N(-1;0;8)$, в параметрическом виде можно записать как систему $\begin{cases} x=1-2t, \\ y=2-2t, \\ z=m+5t. \end{cases}$

Раздел (тема) 4 «Дифференциальное исчисления функции одной переменной»

Вариант 1 (Т 3)

1. Ниже дано определение предела A функции $f(x)$ в точке x_0 (в случае $A \in R$ и $x_0 \in R$). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II)

Число А называется пределом функции f(x) в точке x_0, если ______ существует ______ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____ , выполняется условие _________

I. $|f(x)-A|<\varepsilon$

II. для любого числа $\varepsilon > 0$
III. $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$
IV. $\delta(\varepsilon) > 0$

2.Установить соответствие между пределами и неопределенностями, обнаруженными в каждом из них

1) $\lim_{x\to 1}(1-x)\cdot tg\left(\frac{\pi x}{2}\right)$	а) неопределённость $\left(\frac{0}{0}\right)$
2) $\lim_{x\to\infty}\frac{2x^4+2x^2+8}{3x^3+5x^2-10}$	б) неопределённость $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$
3) $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x^2-2x-3}$	в) неопределённость (1^{∞})
4) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x+1}{2x-1}\right)^{3-4x}$	г) неопределённость $(0\cdot\infty)$
	д) неопределённость $(\infty+\infty)$

3. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x^4-2x^2+8}{3x^3+5x^2-10}$.

4. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{2-\sqrt{x+1}}$.

1) 24 2) –24 3) 0 4) –6 5) 6

5. Производная функции $f(x)=\cos^3(x^2+2x)$ равна

1) $3\cos^2(x^2+2x)(2x+2)$ 2) $3\cos^2(x^2+2x)(-\sin(x^2+2x))(2x+2)$

3) $3\sin^2(x^2+2x)(2x+2)$ 4) $3\cos^2(x^2+2x)\sin(x^2+2x)(2x+2)$

6.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при нахождении производной функции $y=(\sin x)^{\cos x}$	1) найти производные обеих частей равенства 2) прологарифмировать обе части равенства 3) воспользоваться правилом нахождения производной сложной функции 4) воспользоваться свойством $\ln\lvert a^b\rvert = b\cdot\ln\lvert a\rvert$ 5) заменить y исходной функцией	

7. Установить соответствие между функцией$y=f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y'.

1) $y=\sqrt[3]{x}$ 2) $y=(\lg x)^x$ 3) $y=(5x+2)\cdot\cos x$ 4) $y=e^{6x}$	1) логарифмическое дифференцирование 2) табличная производная 3) производная неявно заданной функции 4) производная произведения 5) производная сложной функции

8. Найти коэффициент k касательной $y=kx+b$ к параболе $y=7x^2-14x+5$ в точке $x_0=2$

9. Найти наименьшее значение функции $y=\frac{x^2+49}{x}$ на отрезке $[-9;-1]$.

Вариант 2 (Т 3)

1.Ниже дано определение бесконечно малой числовой последовательности. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II)

Числовая последовательность $\{x_n\}$ называется бесконечно малой, если ______ существует ______ такой, что если _______ , то выполняется условие _________

I. $|x_n| < \varepsilon$

II. $n > N(\varepsilon)$

III. для любого числа $\varepsilon > 0$

IV. номер $N(\varepsilon) > 0$

2.Установить соответствие между пределами и неопределенностями, обнаруженными в каждом из них

5) $\lim_{x\to 1}(1-x)\cdot tg\left(\frac{\pi x}{2}\right)$	а) неопределённость $\left(\frac{0}{0}\right)$
6) $\lim_{x\to\infty}\frac{2x^4+2x^2+8}{3x^3+5x^2-10}$	б) неопределённость $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$
7) $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x^2-2x-3}$	в) неопределённость (1^{∞})
8) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x+1}{2x-1}\right)^{3-4x}$	г) неопределённость $(0\cdot\infty)$
	д) неопределённость $(\infty+\infty)$

2. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x+8}{3x+5}\right)^{6-9x}$.

3. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+2x-3}{5-5x^2}$.

4. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x+1}{2x-1}\right)^{3-4x}$.

1) $\dfrac{1}{e^8}$ 2) e^2 3) e^{-4} 4) $\dfrac{1}{e^2}$ 5) e^4

5. Производная функции $y = x^5 - \dfrac{1}{x} + \sqrt[4]{x^3}$ равна

1) $5x^4 - \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{3}{4\sqrt[4]{x}}$ 2) $5x^4 + \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{3}{4\sqrt[4]{x^3}}$ 3) $5x^4 + \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{3}{4\sqrt[4]{x}}$

4) $5x + \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{4}{3}\sqrt[3]{x}$ 5) $5x - \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{4}{3}\sqrt[3]{x}$

6.

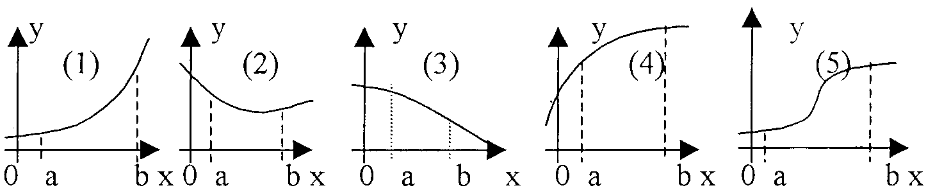
Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при нахождении производной функции по определению	1) зафиксировать x, вычислить значение функции $f(x)$ 2) найти приращение функции $\Delta y = f(x+\Delta x) - f(x)$ 3) дать аргументу x приращение Δx и вы-	

	числить значение функции $f(x+\Delta x)$ 4) найти предел $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ 5) определить отношение $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$	

7. Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y'.

1) $y=\sin(\ln x)$ 2) $y = x \cdot \operatorname{tg} x$ 3) $y = (\log_2 x)^{\cos x}$ 4) $y = 5^x$	1) логарифмическое дифференцирование 2) табличная производная 3) производная неявно заданной функции 4) производная произведения 5) производная сложной функции

8.Укажите, на каком рисунке изображён график функции, для которой в каждой точке отрезка [a;b] выполняются три условия: $y > 0, y' < 0, y'' < 0$.



9. Найти точку минимума функции $y = (2x + 1)^2 \cdot (x + 3) + 4$.

Раздел (тема) 5 «Интегральное исчисление функции одной переменной»

Вариант 1 (Т 4)

1.Найти первообразная функции $f(x) = \sin\dfrac{x}{2} + x + 1$, график которой проходит через M (0; 4)

1) $\cos\dfrac{x}{2}+\dfrac{x^2}{2}+x+6$ 2) $2\cos\dfrac{x}{2}+\dfrac{x^2}{2}+2$

3) $-2\cos\dfrac{x}{2}+\dfrac{x^2}{2}+x+6$ 4) $2\cos\dfrac{x}{2}+\dfrac{x^2}{2}+x+6$

2. Найти неопределенный интеграл $\displaystyle\int\frac{dx}{\sin^2 4x}$

1) $-\dfrac{1}{4}ctg4x+C$ 2) $\dfrac{1}{4}tg\,2x+C$

3) $-\dfrac{1}{2}ctg\,x+C$ 4) $-\dfrac{1}{4}ctg\,2x+C$

3. Установите соответствие между интегралами и их значениями

1) $\int \frac{dx}{a^2 - x^2}$ 2) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}$ 3) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$ 4) $\int \frac{dx}{a^2 + x^2}$	а) $\frac{1}{2a} \ln\left\|\frac{a+x}{a-x}\right\| + c$ б) $\frac{1}{a} arc\,tg \frac{x}{a} + c$ в) $arc\sin \frac{x}{a} + c$ г) $arc\,tg \frac{x}{a} + c$ д) $\ln\left\|x + \sqrt{x^2 \pm a^2}\right\| + c$

4. Найти неопределённый интеграл $\int \frac{\cos x}{\sqrt{5 - 2\sin x}} dx$

1) $\sqrt{5 - 2\sin x} + C$ 2) $2\ln\left|5 - 2\sin x\right| + C$

3) $-\sqrt{5 - 2\sin x} + C$ 4) $2\sqrt{5 - 2\sin x} + C$

5. Указать равенства, которые являются верными

1) $\int dF(x) = f(x)$ 2) $\int (f_1(x) \cdot f_2(x))dx = \int f_1(x)\,dx \cdot \int f_2(x)\,dx$

3) $\int dF(x) = F(x) + C$ 4) $\int f(ax + m)dx = \frac{F(ax + m)}{a} + C$

Вариант 2 (Т 4)

1. Найти первообразную функции $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} + 3x^2 + 1$, график которой проходит через M (0; 2)

1) $-tg\,x + x^3 + 2$ 2) $tg\,x + x^3 + x + 2$

3) $tg\,x + x^3 + 2$ 4) $tg\,x + x^3 + x + 2$

2. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{(2x)^2 - 9}$

1) $\frac{1}{3} arctg\,2x + C$ 2) $\frac{1}{12} \ln\left|\frac{2x-3}{2x+3}\right| + C$

3) $\frac{1}{6} \ln\left|\frac{2x+3}{2x-3}\right| + C$ 4) $\ln x + \left|\sqrt{4x^2 - 9}\right| + C$

3. Установите соответствие между функциями, записанными в левой колонке, и их первообразными в правой колонке

1) $\frac{1}{x^2}$ 2) $\frac{x}{2}$	а) $\frac{x^2}{4}$ б) $\ln\left\|x\right\| + x^2$

3) $3x^2$ 4) $\frac{1}{x}+2x$	в) $\frac{1}{x^2}+2$ г) $-\frac{1}{x}$ д) x^3

4. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{\sqrt[3]{\ln^2 x}}{x}dx$

1) $\frac{3\sqrt[3]{\ln^5 x}}{5}+C$ 2) $-\sqrt[3]{\ln^5 x}+C$

3) $2\sqrt[3]{\ln^2 x}+C$ 4) $3\sqrt[3]{\ln x}+C$

5. Записать верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла $\int \frac{x^3+5x^2-4x-6}{x(x+3)}dx$.

I. Проинтегрировать $Q(x)$ и полученные простейшие дроби и сложить результаты

II. Определить вид разложения $\frac{R(x)}{x(x+3)}$ дроби на простейшие дроби

III. Выполнить деление многочлена в числителе подынтегральной функции на многочлен в знаменателе, то есть представить подынтегральную функцию в виде $f(x) = Q(x) + \frac{R(x)}{x(x+3)}$

IV. Вычислить коэффициенты в разложении дроби $\frac{R(x)}{x(x+3)}$ на простейшие дроби, воспользовавшись методом неопределенных коэффициентов

Раздел (тема) 6 «Функции нескольких переменных» (собеседование)

Вопросы для собеседования

1. Что называется функцией нескольких переменных?
2. Что называется областью определения функции двух переменных?
3. Что называется областью изменений или множеством значений функции двух переменных?
4. Что такое частная производная?
5. Что называется линией уровня функции $z = f(x, y)$?
6. Что называется поверхностью уровня функции $u = f(x, y, z)$?
7. Что понимается под d-окрестностью точки $M_0(x_0; y_0)$?
8. Что называется двойным пределом функции $z = f(x, y)$ в точке $M_0(x_0; y_0)$?
9. Какая функция $z = f(x, y)$ называется непрерывной в точке $M_0(x_0; y_0)$?
10. Какая функция $z = f(x, y)$ называется непрерывной на множестве точек Е?
11. Сформулируйте теорему Вейерштрасса.
12. Как формулируется теорема о смешанных производных?
13. Сколько различных частных производных 4-го порядка имеет функция от трёх переменных?
14. Что такое полный дифференциал? Его геометрический смысл.
15. Сформулируйте достаточный признак дифференцируемости функции $z = f(x, y)$ в точке.

16. Что называется линеаризацией функции $z = f(x, y)$ в окрестности точки $M_0(x_0; y_0)$?
17. Напишите уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности.
18. В чём заключается геометрический и функциональный смысл градиента?
19. Что называется производной по направлению вектора для функции двух переменных? для функции трех переменных?
20. Запишите формулу Тейлора для функции двух переменных.
21. Сформулируйте необходимые и достаточные условия экстремума функции двух переменных.
22. Что называется условным экстремумом функции двух переменных $z = f(x, y)$?

Раздел (тема) 7 «Дифференциальные уравнения»

Вариант 1 (Т 5)

1. Указать тип дифференциального уравнения $xy' + 2y + x^5 y^3 e^x = 0$

1) уравнением с разделяющимися переменными
2) однородным уравнением 3) линейным уравнением
4) уравнением Бернулли 5) уравнением в полных дифференциалах

2. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = xy^2$

1) $y = Ce^{-\frac{x^3}{3}}$ 2) $y = (x^2 + C)^{-1}$ 3) $y = \sqrt{x + C}$ 4) $y = -2(x^2 + C)^{-1}$

3. Указать тип дифференциального уравнения $(y^2 - 1)\,dx - \frac{x-1}{y+1}\,dy = 0$

1) уравнением с разделяющимися переменными
2) однородным уравнением 3) линейным уравнением
4) уравнением Бернулли 5) уравнением в полных дифференциалах

4. Указать уравнение, к которому сводится уравнение $yy'' - y' = 0$ с помощью введения переменной $z = y'$

1) $y^2\,dz = zdy$ 2) $y\,dz = z^2 dy$ 3) $y\,dz = zdy$ 4) $ydz = dy$

5. Установить соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

1) $y'' + y' - 6y = 0$ 2) $y'' - 10y' + 29y = 0$ 3) $y'' - 10y' + 25y = 0$ 4) $y'' + 25y = 0$	а) $y = e^{\alpha x}(C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x))$ б) $y = e^{kx}(C_1 + C_2 x)$ в) $y = C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)$ г) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot e^{k_2 x}$ д) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2$

Вариант 2 (Т 5)

1. Дифференциальное уравнение $(3x^2 + y)dx + (x + 2y)dy = 0$ является

1) уравнением с разделяющимися переменными
2) однородным уравнением 3) линейным уравнением
4) уравнением Бернулли 5) уравнением в полных дифференциалах

2. Общее решение дифференциального уравнения $y' = \sqrt{xy}$

1) $y = C\left(\dfrac{x\sqrt{x}}{3}\right)^2$ 2) $y = Cx - 3\sqrt{x}$ 3) $y = \dfrac{C}{\sqrt{x}}$ 4) $y = \left(\dfrac{x\sqrt{x}+C}{3}\right)^2$

3. Понижение порядка в дифференциальном уравнении $yy'' = 2$ с помощью введения переменной $z = y'$ приводит к уравнению

1) $yz\,dz = 2dy$ 2) $z\,dz = 2dy$ 3) $y\,dz = 2dy$ 4) $dz = 2\ln y\,dy$

4. Решение задачи Коши для диф.уравнения $y'' = x^{-2}$,если $y(1) = 3$, $y'(1) = 0$

1) $y = \ln|x| + 2$ 2) $y = -\ln|x| + x + 2$ 3) $y = x^2 + 2$ 4) $y = x^{-2} + 3x$

5. Установить вид частного решения диф.уравнения $y'' - 2y' + 2y = 2e^x \cos x$

1) $e^x(A\cos x + B\sin x)$ 2) $xe^x(A\cos x + B\sin x)$ 3) $Axe^x cos\,x$ 4) $Axe^x \sin x$

Раздел (тема) 8 «Числовые ряды. Функциональные ряды. Кратные интегралы»

Вариант 2 (Т 6)

1. Сумма ряда $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{2^{3n+1} - 8}{3^{2n}}$ равна…

2. Сумма ряда $\sum\limits_{n=3}^{\infty} \dfrac{1}{n(n-2)}$ равна…

3. Среди рядов

1) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt[3]{n^2-1}}{n+3}$ 2) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{5n^2-2}{n(n^2+1)^2}$ 3) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{3n+1}{5n-1}$ 4) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{6^n+n}$

сходящимися являются …

4. Для рядов $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n \cdot n^2}{2^n}$ и $1 - \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{5} - \dfrac{1}{7} + \ldots$ верно утверждение

1) оба сходятся абсолютно 2) оба сходятся условно

3) первый сходится абсолютно, а второй сходится условно

4) первый сходится условно, а второй сходится абсолютно

5. Установить соответствие между степенными рядами и областями их сходимости

1) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} x^n \cdot n!$	а) $(-\infty;\infty)$
2) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^n}{n!}$	б) $\{0\}$
3) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^n}{n}$	в) $[-1,\ 1]$
4) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^n}{n^2}$	г) $(-1,\ 1)$
	д) $[-1,\ 1)$

6. Ниже сформулирован интегральный признак сходимости числовых рядов. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей. (Например, I, III, IV, II.)

Пусть дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} f(n)$, члены которого являются значениями некоторой функции f(x), _________ на _________ . Тогда, если _________ сходится (расходится), то сходится (расходится) и_________ .

I. $\int\limits_{1}^{+\infty} f(x)dx$

II. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} f(n)$

III. $[1;\ +\infty)$

IV. положительной, непрерывной и не возрастающей

7. Область сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^n \cdot n!}{5n-2}$

1) $[0;\ \infty)$ 2) $(-\infty;\ 0]$ 3) $(-\infty;\ \infty)$ 4) $\{0\}$

8. Если радиус сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} c_n (x+1)^n$ равен 3, то интервал сходимости…

1) (–3;3) 2) (–2;4) 3) (–4;2) 4) (–4;4)

9. Установить соответствие между функциями и их разложением в степенной ряд

1) $(1+x)^m$	а) $1-\dfrac{x^2}{2!}+\dfrac{x^4}{4!}-\dfrac{x^6}{6!}+\ldots+(-1)^n\cdot\dfrac{x^{2n}}{(2n)!}+\ldots$
2) $\sin x$	б) $\dfrac{x}{1!}-\dfrac{x^3}{3!}+\dfrac{x^5}{5!}-\ldots+(-1)^n\cdot\dfrac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}+\ldots$
3) $\cos x$	в) $1+x+x^2+x^3+\ldots$,
4) $\dfrac{1}{1-x}$	г) $1+mx+\dfrac{m(m-1)}{2!}x^2+\dfrac{m(m-1)(m-2)}{3!}x^3+\ldots$,
	д) $1-x+x^2-x^3+\ldots$

10. Запишите верную последовательность действий при нахождении области сходимости степенного ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^n}{n^2 \cdot 4^n}$. (Например, I, III, IV, II).

I. Исследовать сходимость ряда на концах интервала сходимости

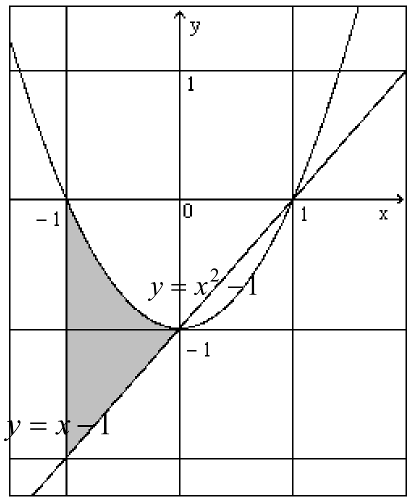
II. Записать интервал сходимости ряда

III. Найти радиус сходимости ряда

IV. Сделать вывод о том, входят ли концы интервала сходимости в область сходимости ряда

11. Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_{D} \dfrac{8y}{\pi(1+x^2)}dx\,dy$, где D: $0 \le x \le 1$, $0 \le y \le 1$.

12. Расставить пределы интегрирования при сведении двойного интеграла $\iint\limits_D f(x,y)\,dx\,dy$ к повторному, если область D изображена на рисунке



1) $\int\limits_{-2}^{0} dy \int\limits_{y-1}^{y^2+1} f(x,y)\,dx$ 2) $\int\limits_{-1}^{0} dx \int\limits_{-2}^{0} f(x,y)\,dy$ 3) $\int\limits_{-1}^{0} dx \int\limits_{x-1}^{x^2-1} f(x,y)\,dy$ 4) $\int\limits_{-1}^{0} dx \int\limits_{x^2-1}^{x-1} f(x,y)\,dy$

13. Вычислить повторный интеграл $\int\limits_0^1 2x\,dx \int\limits_0^{arctg\,x} dy$

1) 1 2) 2 3) π 4) $\dfrac{\pi}{2} - 1$

14. Поменять порядок интегрирования в интеграле $\int\limits_0^1 dy \int\limits_{y^2}^{2-y} f(x;y)\,dx$

1) $\int\limits_0^1 dx \int\limits_0^{\sqrt{x}} f(x;y)\,dy + \int\limits_1^2 dx \int\limits_0^{2-x} f(x;y)\,dy$ 2) $\int\limits_0^1 dx \int\limits_{\sqrt{x}}^{2-x} f(x;y)\,dy$

3) $\int\limits_0^1 dx \int\limits_0^{x^2} f(x;y)\,dy + \int\limits_1^2 dx \int\limits_0^{2+x} f(x;y)\,dy$ 4) $\int\limits_0^2 dx \int\limits_{\sqrt{x}}^{2-x} f(x;y)\,dy$

Вариант 2 (Т 6)

1. Сумма ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^{n+1} + 3^n}{2^{2n}}$ равна…

2. Сумма ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{10}{n^2 + 9n + 20}$ равна…

3. Расходящимися среди рядов:

1) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n^3+1}}{2n-1}$ 2) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\cos^2 n}{n^4}$ 3) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{7n+3}{n^3+n-1}$ 4) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{5^{n+1}}{4^n}$

являются …

4. Для рядов $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n!}$ и $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^{n}(n+1)}{n^2-2}$ верным является утверждение

1) оба сходятся абсолютно 2) оба сходятся условно

3) первый сходится абсолютно, а второй сходится условно

4) первый сходится абсолютно, а второй расходится

5. Установить соответствие между числовыми рядами и признаками сходимости, которые целесообразно применять для исследования вопроса об их сходимости

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n+1}{5n-1}$	а) признак сравнений
2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{n^5+1}$	б) необходимый признак сходимости
3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4n+1}{(n-1)!}$	в) радикальный признак Коши
4) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n^2}$	г) признак Даламбера
	д) теорема Лейбница

6. Ниже сформулированы утверждения о сходимости числовых рядов. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы утверждения оказались верными (Например, I, III, IV, II.)

Если ряд $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ _________, то _________ . Если _________, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ _________ .

I. расходится

II. сходится

III. $\lim_{n\to\infty}a_n=0$

IV. $\lim_{n\to\infty}a_n\neq 0$

7. Область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+1)^n\cdot n!}{4^n}$

1) $[-1;\infty)$ 2) $(-\infty;\infty)$ 3) $\{-1\}$ 4) $\{0\}$

8. Если радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}c_n(x-1)^n$ равен 4, то интервал сходимости…

1) $(-3;5)$ 2) $(-4;4)$ 3) $(-3;3)$ 4) $(-5;3)$

9. Установить соответствие между функциональными рядами и их суммой

1) $x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}-K+(-1)^n\cdot\frac{x^{2n+1}}{2n+1}+K$	а) e^x
2) $x+\frac{1}{2}\frac{x^3}{3}+\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\frac{x^5}{5}+\frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}\frac{x^7}{7}+K$	б) $\frac{1}{1+x}$
3) $x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-K+(-1)^{n-1}\cdot\frac{x^n}{n}+K$	в) $\operatorname{arctg} x$
4) $1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+K+\frac{x^n}{n!}+K$	г) $\arcsin x$
	д) $\ln\ (1+x)$

10. Ниже сформулирована терема Абеля. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей. (Например, I, III, IV, II).

Если степенной ряд $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ сходится при $x = x_0$, то он _________ для всех x, удовлетворяющих условию _________ . Если степенной ряд $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ расходится при $x = x_0$, то он _________ для всех x, удовлетворяющих условию _________.

I. $|x| < |x_0|$

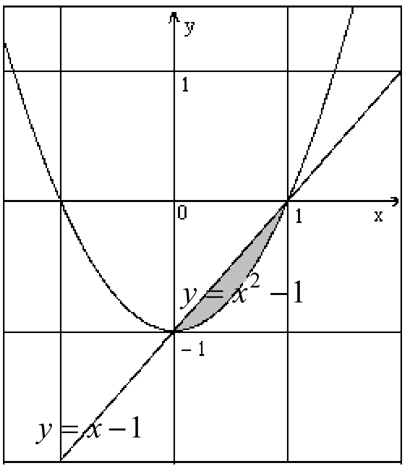
II. $|x| > |x_0|$

III. сходится

IV. расходится

11. Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_D \frac{4y}{\pi\sqrt{1-x^2}}\,dx\,dy$, где D: $0 \le x \le \frac{\sqrt{3}}{2}$, $-1 \le y \le 2$.

12. Расставить пределы интегрирования при сведении двойного интеграла $\iint\limits_D f(x,y)\,dx\,dy$ к повторному, если область D изображена на рисунке



1) $\int\limits_{-1}^{0} dy \int\limits_{y-1}^{y^2+1} f(x,y)\,dx$ 2) $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{-1}^{0} f(x,y)\,dy$ 3) $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{x-1}^{x^2-1} f(x,y)\,dy$ 4) $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{x^2-1}^{x-1} f(x,y)\,dy$

13. Вычислить повторный интеграл $\int\limits_{1}^{2} x\,dx \int\limits_{0}^{\ln x} dy$

1) 1 2) $\frac{7}{2}\ln 2$ 3) $\ln 4$ 4) $2\ln 2 - \frac{3}{4}$

14. Поменять порядок интегрирования в интеграле $\int\limits_{0}^{1} dy \int\limits_{\sqrt{y}}^{2-y} f(x;y)\,dx$

1) $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{\sqrt{x}}^{2-x} f(x;y)\,dy$ 2) $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{0}^{x^2} f(x;y)\,dy + \int\limits_{1}^{2} dx \int\limits_{0}^{2-x} f(x;y)\,dy$

3) $\int\limits_{0}^{2} dx \int\limits_{x^2}^{2-x} f(x;y)\,dy$ 4) $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{x}} f(x;y)\,dy + \int\limits_{1}^{2} dx \int\limits_{0}^{2+x} f(x;y)\,dy$

Раздел (тема) 9 «Основные понятия теории вероятностей»

Вариант 1 (Т 7)

1. Сумма А+В двух событий заключается в том, что
1) произошло хотя бы одно из этих событий;
2) произошли оба события;
3) произошло только одно из этих событий;
4) не произошло ни одно из событий.

2. Формула для вычисления вероятности события: при выборе 4 мячей из 7 красных и 5 синих выберут 4 синих:

1) $\dfrac{C_{12}^4}{C_5^4}$; 2) $\dfrac{C_4^5}{C_4^{12}}$; 3) $\dfrac{C_5^4}{C_{12}^4}$; 4) $\dfrac{C_{12}^4}{C_{12}^5}$.

3. В квадрат *ABCD* помещена трапеция *AECD* так, что *E* – середина *BC*. Найти вероятность, того, что точка, наудачу брошенная в квадрат, попадет также в трапецию. __________

4. Вероятность "успешной зимовки" для розы равна 0,7, для дельфиниума 0,8, для пиона 0,9. Найти вероятность того, что только один цветок пропадет в результате зимних морозов.

5. Установите соответствие между формулами из теории вероятностей и их названиями.

1) $P(A)=\frac{m}{n}$ 2) $P(A_1)+P(A_2)+\dots+P(A_n)=1$ 3) $P(A)=P(B_1)\cdot P(A\backslash B_1)+\dots$ $\dots+P(B_2)\cdot P(A\backslash B_2)+\dots+$ $+P(B_n)\cdot P(A\backslash B_n)$ 4) $P(B_i\backslash A)=\frac{P(B_i)\cdot P(A\backslash B_i)}{P(A)}$	а) формула полной вероятности б) формула классической вероятности в) формула Байеса г) формула вероятности полной группы событий д) формула Бернулли

Вариант 2 (Т 7)

1. Если событие *A* несовместно с событием *B*, то $A\cdot B=$
1) *A*; 2) *B*; 3) Ω – достоверное событие; 4) Ø – невозможное событие.

2. Формула для вычисления вероятности события: при выборе 4 мячей из 7 красных и 5 синих выберут 2 красных:

1) $\dfrac{C_7^2}{C_{12}^4}$; 2) $\dfrac{C_7^2\cdot C_5^2}{C_{12}^4}$; 3) $\dfrac{C_2^7\cdot C_2^5}{C_{12}^4}$; 4) $\dfrac{C_4^2}{C_7^2}$.

3. В круг вписан прямоугольный треугольник с катетами 12 см и 16 см. Найти вероятность, того, что точка, наудачу брошенная в круг, попадет также в треугольник.

4. Вероятность того, что благодаря объявлению распродажи будет распространен весь залежавшийся товар, для трех магазинов соответственно равна 0,9, 0,8, 0,6. Найти вероятность того, что какие-то два магазина полностью распродадут весь товар. __________

5. В урне находятся 3 белых и 5 черных шара. Из неё наугад вынимают (без возвращения) один за другим два шара. Какова вероятность того, что среди них будет ровно один чёрный шар?

Задание на установление последовательности	Варианты ответов
Расположите последовательность получения чисел при решении задачи по предложенному алгоритму. Вычисляем 1) $P(б)$ 2) $P(ч)$ 3) $P(ч\backslash б)$ 4) $P(б\backslash ч)$ 5) $P(\text{ровно один чёрный шар})$	1) $\frac{5}{8}$ 2) $\frac{3}{7}$ 3) $\frac{3}{8}$ 4) $\frac{15}{28}$ 5) $\frac{5}{7}$

Раздел (тема) 12 «Повторные испытания»

Вариант 1 (Т 8)

1. Баскетболист делает 3 броска в корзину. Вероятность попадания при каждом броске 0,5. Найти вероятность того, баскетболист попадет все 3 раза.

2. Формула для определения вероятности того, что в семи независимых испытаниях событие B, вероятность которого равна в каждом испытании 0,3, произойдет три раза.

   1) $P_7(3) = C_7^3\,(0{,}3)^3(0{,}7)^4$ 2) $P_7(3) = C_7^3\,(0{,}3)^4(0{,}7)^3$

   3) $P_7(3) = (0{,}3)^3(0{,}7)^4$ 4) $P_7(3) = 7\cdot(0{,}3)^3(0{,}7)^4$

3. Найти вероятность того, что из четырех точек, наудачу брошенных на отрезок NM, две точки попадут на отрезок KR, если длина отрезка NM равна 5 см, а длина отрезка KR равна 3 см

4. Найти наивероятнейшее число успехов, если проводится 5 независимых испытаний, в каждом из которых фиксируется наступление некоторого события, вероятность которого в каждом испытании равна 0,7.

5. Формула, которую целесообразно применять для нахождения вероятности того, что в 100 независимых испытаниях событие, вероятность которого в каждом испытании равна 0,5, произойдет 10 раз

   1) Локальная формула Муавра-Лапласа
   2) Формула Бернулли
   3) Интегральная формула Муавра-Лапласа
   4) Формула Пуассона

Вариант 2 (Т 8)

1. Формула, по которой можно найти вероятность того, что в *n* независимых испытаниях, в каждом из которых вероятность появления события равна р, событие наступит ровно *k* раз

1) $P_n(k) = C_n^k\, p^k q^{n-k}$, где $q = 1 - p$

2) $P_n(k) = p^k q^{n-k}$, где $q = 1 - p$

3) $P_n(k) = p^{n-k} q^k$, где $q = 1 - p$

4) $P_n(k) = C_n^k\, p^{n-k} q^k$, где $q = 1 - p$

2. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,7. Найти вероятность того, что из 6 выстрелов будет 4 попадания.

3. Отрезок EF разделен точкой K в отношении 3:1. На этот отрезок наудачу брошены 5 точек. Найти вероятность того, что две из них окажутся левее точки K, а три правее.

1) 2/1024, 2) 45/512, 3) 9/1024, 4) 1/1024

4. Вероятность появления события в каждом из независимых испытаний равна 0,5. Найти число испытаний n, при котором с вероятностью 0,7698 можно ожидать, что относительная частота появления события отклонится от его вероятности по абсолютной величине не более чем на 0,02.

5. Формула, которую целесообразно применять для нахождения вероятности того, что в 150 независимых испытаниях событие, вероятность которого в каждом испытании равна 0,4, произойдет от 30 до 50 раз.

1) Локальная формула Муавра-Лапласа
2) Формула Бернулли
3) Интегральная формула Муавра-Лапласа
4) Формула Пуассона

Раздел (тема) 13 «Случайные величины»

Вариант 1 (Т 9)

1. Дискретной случайной величиной является величина *(возможен множественный выбор)*
   1) ошибка округления при взвешивании, если цена деления весов 0,1 грамм
   2) отметка, полученная на экзамене
   3) время ожидания автобуса, если автобусы ходят с интервалом 10 минут
   4) длина детали, помещаемой в кольцевидное отверстие размером 3 – 5 мм.
2. Способы задания непрерывной случайной величины
   1) Функцией распределения
   2) Плотностью распределения вероятности
   3) Законом распределения
   4) Математическим ожиданием
3. Условие нормировки для дискретной случайной величины
   1) $\sum_i x_i p_i = 1$
   2) $\sum_i p_i = 1$

3) $\sum_i p_i = 0$

4) $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1$

5) $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 0$

4. Вероятность того, что дискретная случайная величина ξ удовлетворяет условию $\xi < 4$, если ξ задана функцией распределения вероятностей:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \textit{если } x \le 1, \\ 0{,}3, & \textit{если } 1 < x \le 2, \\ 0{,}5, & \textit{если } 2 < x \le 3, \\ 0{,}8, & \textit{если } 3 < x \le 4, \\ 0{,}9, & \textit{если } 4 < x \le 5, \\ 1, & \textit{если } x > 5. \end{cases}$$

1) 0,3, 2) 0,5, 3) 0,8, 4) 0,9

5. Установить соответствие между случайной величиной и законом распределения

1) Точка *C* делит отрезок *AB* в отношении 2:1. Наудачу на отрезок *AB* бросаются 4 точки. Случайная величина ξ – число точек, попавших на отрезок *AC*.	А) Биномиальное распределение дискретной случайной величины
2) Случайная величина ξ –ошибка измерительного прибора длины некоторого изделия.	Б) Распределение Пуассона дискретной случайной величины
3) 400 изделий проходят контроль. Вероятность того, что изделие браковано, равна 0,001. Случайная величина ξ − число бракованных изделий.	В) Нормальное (гауссовское) распределение непрерывной случайной величины
4) Вероятность попадания в цель 0,1. Случайная величина ξ − число выстрелов до первого попадания	Г) Геометрическое распределение дискретной случайной величины
	Д) Показательное (экспоненциальное) распределение непрерывной случайной величины

Вариант 2 (Т 13)

1. Непрерывной случайной величиной является величина *(возможен множественный выбор)*
   1) ошибка округления при взвешивании, если цена деления весов 0,1 грамм
   2) отметка, полученная на экзамене
   3) время ожидания автобуса, если автобусы ходят с интервалом 10 минут
   4) длина детали, помещаемой в кольцевидное отверстие размером 3 – 5 мм.

2. Найти вероятность того, что дискретная случайная величина ξ – число раз выпадения орла при двукратном подбрасывании монеты, принимает значение 1

1) 1/8, 2) 1/2, 3) 1/4, 4) 3/4

3. Способы задания дискретной случайной величины
1) Функцией распределения
2) Плотностью распределения вероятности
3) Законом распределения
4) Математическим ожиданием

4. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины ξ, функция распределения которой $F(x) = \begin{cases} 0 \text{ } при \text{ } x \le 0, \\ \sin 2x \text{ } при \text{ } 0 < x \le \pi/4 \\ 1 \text{ } при \text{ } x > \pi/4. \end{cases}$

1) $f(x) = \begin{cases} 0 \text{ } при \text{ } x \le 0, \\ \cos 2x \text{ } при \text{ } 0 < x \le 1, \\ 0 \text{ } при \text{ } x > 1. \end{cases}$ 2) $f(x) = \begin{cases} 0 \text{ } при \text{ } x \le 0, \\ 2\cos 2x \text{ } при \text{ } 0 < x \le 1, \\ 1 \text{ } при \text{ } x > 1. \end{cases}$

3) $f(x) = \begin{cases} 0 \text{ } при \text{ } x \le 0, \\ -2\cos 2x \text{ } при \text{ } 0 < x \le 1, \\ 0 \text{ } при \text{ } x > 1. \end{cases}$ 4) $f(x) = \begin{cases} 0 \text{ } при \text{ } x \le 0, \\ 2\cos 2x \text{ } при \text{ } 0 < x \le 1, \\ 0 \text{ } при \text{ } x > 1. \end{cases}$

5. Найти математическое ожидание случайной величины ξ, заданной законом распределения

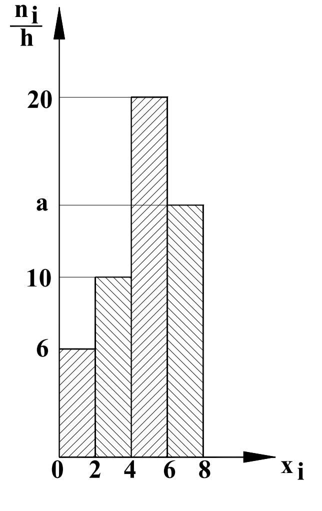
x_i	1	2	3
p_i	0,2	0,5	0,3

Раздел (тема) 12 «Элементы математической статистики»

Вариант 1 (Т 9)

1. Дискретный вариационный ряд графически можно изобразить
1) полигоном 2) гистограммой 3) кумулятивной кривой

2. Из генеральной совокупности извлечена выборка объёма n = 100, гистограмма частот которой изображена на рисунке. Найти значение параметра а.



3. Из генеральной совокупности извлечена выборка. Найдите несмещённую оценку дисперсии.

x_i	3	5	9
n_i	2	7	1

4. Для вариационного ряда 3, 4, 5, 9, 10, 10, 12, 12, 12 вычислены числовые характеристики. Установите соответствие между их названиями и значениями.

1) 10 2) 9 3) $8\frac{5}{9}$ 4) 12	а) мода б) медиана в) среднее арифметическое г) дисперсия д) размах

5. Левосторонняя критическая область может определяться из соотношения:

1) $P(-1{,}92 < K < 1{,}92) = 0{,}95$ 2) $P(K < -1{,}92) = 0{,}05$

3) $P(K < -1{,}92) + P(K > 1{,}92) = 0{,}05$ 4) $P(K > 1{,}92) = 0{,}05$

Вариант 2 (Т 9)

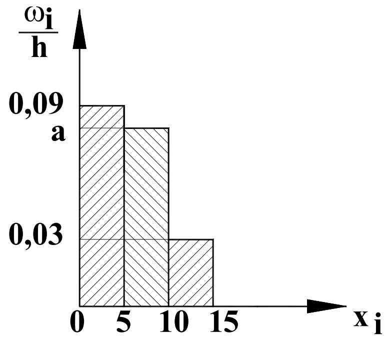
1. Интервальный вариационный ряд графически можно изобразить

1) полигоном 2) гистограммой 3) кумулятивной кривой

2. Из генеральной совокупности извлечена выборка. Найдите несмещённую оценку математического ожидания.

x_i	3	5	9
n_i	2	7	1

3. Из генеральной совокупности извлечена выборка объёма n = 100, гистограмма относительных частот которой изображена на рисунке. Найти значение параметра а.



4.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов
Расположите последовательность действий при построении интервального вариационного ряда по данным выборки	1) составление таблицы, в которой в первой строке формируются границы интервалов, а число во второй строке – это общая сумма частоты встреч всех чисел дискретного ряда, попадающих в соответствующий интервал 2) формирование шкалы интервалов 3) нахождение величины интервала 4) построение дискретного вариационного ряда

5. Основная гипотеза имеет вид $H_0 : a = 20$. Тогда конкурирующей может явится гипотеза:

1) $H_1 : a \geq 19$ 2) $H_1 : a > 18$ 3) $H_1 : a \neq 20$ 4) $H_1 : a \leq 21$

Шкала оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи: в соответствии с действующей в университете балльно-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения – 60 (установлено положением П 02.016).

Максимальное количество баллов за решение компетентностно-ориентированной задачи – 6 баллов.

Балл, полученный обучающимся за решение компетентностно-ориентированной задачи, суммируется с баллом, выставленным ему по результатам тестирования.

Общий балл по промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по 5-балльной шкале (для экзамена) следующим образом:

Соответствие 100-балльной и 5-балльной шкал

Сумма баллов по 100-балльной шкале	*Оценка по 5-балльной шкале*
100–85	отлично
84–70	хорошо
69–50	удовлетворительно
49 и менее	неудовлетворительно

Критерии оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи:

6-5 баллов выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует глубокое понимание обучающимся предложенной проблемы и разностороннее ее рассмотрение; свободно конструируемая работа представляет собой логичное, ясное и при этом краткое, точное описание хода решения задачи (последовательности (или выполнения) необходимых трудовых действий) и формулировку доказанного, правильного вывода (ответа); при этом обучающимся предложено несколько вариантов решения или оригинальное, нестандартное решение (или наиболее эффективное, или наиболее рациональное, или оптимальное, или единственно правильное решение); задача решена в установленное преподавателем время или с опережением времени.

4-3 балла выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует понимание обучающимся предложенной проблемы; задача решена типовым способом в установленное преподавателем время; имеют место общие фразы и (или) несущественные недочеты в описании хода решения и (или) вывода (ответа).

2-1 балла выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует поверхностное понимание обучающимся предложенной проблемы; осуществлена попытка шаблонного решения задачи, но при ее решении допущены ошибки и (или) превышено установленное преподавателем время.

0 баллов выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует непонимание обучающимся предложенной проблемы, и (или) значительное место занимают общие фразы и голословные рассуждения, и (или) задача не решена.

1.2 ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

Лабораторная работа №1 «Метод наименьших квадратов»

Экспериментально получены пять значений функции y=f(x) при пяти значениях аргумента, которые записаны в таблице.

x	1	2	3	4	5
y	3,2	4,2	2,7	0,7	1,2

Задание 1. Методом наименьших квадратов найти функцию вида $y = ax + b,$ выражающую приближённо функцию *y=f(x),* используя систему

$$\begin{cases} \left(\sum\limits_{i=1}^{n} x_i^{\,2}\right)\cdot a + \left(\sum\limits_{i=1}^{n} x_i\right)\cdot b = \sum\limits_{i=1}^{n}\left(x_i \cdot y_i\right), \\ \left(\sum\limits_{i=1}^{n} x_i\right)\cdot a + n\cdot b = \sum\limits_{i=1}^{n} y_i \end{cases}$$

и заполнив таблицу

№	x_i	y_i	x_i^2	$x_i \cdot y_i$	$y_{вычисл.}$	Отклонение $\varepsilon_i = y_{вычисл.} - y_i$
1						
2						
3						
4						
5						
$\sum$						

Сделать чертёж, на котором в декартовой прямоугольной системе координат построить экспериментальные точки и график функции $y = ax + b$.

Задание 2. Найти функцию вида $y = ax + b$, выражающую приближённо функцию *y=f(x),* используя исследование функции двух переменных $S(a,b) = \sum\limits_{i=1}^{n}\left(\left(a \cdot x_i + b\right) - y_i\right)^2$.

Задание 3. Ответить на теоретический вопрос.

Лабораторная работа №2 «Повторные испытания»

Задание 1. Вероятность того, что деталь не прошла ОТК p=0,1. Найти вероятность того, что среди n=800 случайно отобранных деталей непроверенных ОТК окажется от k_1=105, k_2=126.

Задание 2. Найти вероятность того, что событие A наступит ровно k=30 в n=80 испытаниях, если вероятность появления этого события в каждом испытании равна p=0,1.

Задание 3. Вероятность поражения цели стрелком при одном выстреле равна p=0,65. Найти вероятность того, что при n выстрелах, n=12, стрелок поразит мишень k раз, k=9.

Задание 4. Ответить на теоретический вопрос.

Лабораторная работа №3 «Дискретные случайные величины»

Задание 1. Случайная величина X задана рядом распределения:

x_i	−20	−10	4	8	10	20	30	40
p_i	0,08	0,04	0,12	p_4	0,04	0,04	0,08	0,04

Найти:

а) вероятность p_4;

б) математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратичное отклонение случайной величины X;

в) начальный момент N+1 порядка;

г) функцию распределения случайной величины $F(x)$ и построить ее график.

Задание 2. Непрерывная случайная величина X задана своей функцией распределения вероятностей $F(x)$.

Требуется:

1) найти плотность распределения вероятностей $f(x)$;
2) вычислить математическое ожидание и дисперсию X;
3) определить вероятность того, что X примет значение из интервала (a,b)

$$F(X)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ \dfrac{x}{5}, & 0<x\le 5\\ 1, & x>5\end{cases}$$

$a=1,\quad b=4$

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Лабораторная работа №4 «Числовые характеристики выборки. Проверка статистических гипотез»

Задача. Распределение числового признака X в выборке определяется следующей таблицей

3,0–3,6	3,6–4,2	4,2–4,8	4,8–5,4	5,4–6,0	6,0–6,6	6,6–7,2
2	8	35	43	22	15	5

При уровне значимости $\alpha=0{,}01$ проверьте гипотезу о нормальности распределения случайной величины X.

Список теоретических вопросов к лабораторной работе №1

1. Понятие экспериментальной точки.
2. Что такое отклонения (невязки)?
3. Суть метода наименьших квадратов.
4. Необходимое условие экстремума функции многих переменных.
5. Достаточное условие экстремума функции многих переменных.
6. Понятие нормальной системы МНК.
7. Вид нормальной системы для эмпирической формулы $y=kx+b$.
8. Вид нормальной системы для эмпирической формулы $y=a_2x^2+a_1x+a_0$.

Список теоретических вопросов к лабораторной работе №2

1. Какие испытания называются независимыми?
2. В чём суть схемы испытаний Бернулли?
3. Сформулируйте теорему Бернулли.
4. Как определяется наивероятнейшее число наступления события в n независимых испытаниях?
5. Сформулируйте локальную теорему Лапласа.

6. Сформулируйте интегральную теорему Лапласа.
7. Какими свойствами обладает функция Лапласа?
8. Сформулируйте теорему о вероятности отклонения относительной частоты от постоянной вероятности при независимых испытаниях.

Список теоретических вопросов к лабораторной работе №3

1. Что называется дискретной случайной величиной? Непрерывной случайной величиной? Что понимается под законом распреде-ления дискретной случайной величины?
2. Функция распределения и её свойства.
3. Примеры распределений дискретной случайной величины: биноминальное, пуассоновское, геометрическое. Опишите их.
4. Математическое ожидание дискретной случайной величины и её вероятностный смысл.
5. Математическое ожидание неприрывной случайной величины.
6. Перечислите свойства математического ожидания.
7. Дайте определение дисперсии случайной величины. Каков её вероятностный смысл?
8. Укажите свойства дисперсии.
9. Среднее квадратичное отклонение и его вероятностный смысл.
10. Важнейшие примеры распределений непрерывных случайных величин: равномерное, показательное, нормальное.

Список теоретических вопросов к лабораторной работе №4

1.Дайте определение статистической гипотезы.
2. Какие гипотезы обычно проверяют?
3. Зачем выдвигаются и проверяются статистические гипотезы?
4. Что такое доверительная вероятность?
5. Какая связь между доверительной вероятностью и уровнем значимости?
6. Почему уровень значимости носит такое название?
7. Что такое конкурирующая гипотеза? нулевая?
8. Что такое статистический критерий?
9. Как находится наблюдаемое значение критерия?
10. Как находится критическое значение критерия?
11. Что такое генеральная совокупность? Чем отличаются выборочные характеристики от генеральных?
12. Чем отличается смещённая оценка от несмещённой? Почему существует понятие уточнённой дисперсии и нет понятия уточнённого математического ожидания?
13. Что означают ошибка 1 рода и ошибка 2 рода при проверке гипотез?
14. Как по виду гистограммы выдвигается гипотеза о законе распре деления?

Шкала оценивания: 4-х балльная.

Критерии оценивания:

− ***4* балла** (или оценка **«отлично»**) выставляется обучающемуся, если он выполнил первые 2 задания в лабораторной работе и «защитил» её, то есть ответил на теоретический вопрос (задание №3);

− **3 балла** (или оценка **«хорошо»**) выставляется обучающемуся, если он выполнил первые 2 задания в лабораторной работе, но не ответил на теоретический вопрос;

− **2 балла** (или оценка **«удовлетворительно»**) выставляется обучающемуся, если он выполнил только задание № 1 (или только задание №2);

− **1 балл или менее** (или оценка **«неудовлетворительно»**) выставляется обучающемуся, если он правильно не решил ни одного задания в лабораторной работе.

2 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ

2.1 БАНК ВОПРОСОВ И ЗАДАНИЙ В ТЕСТОВОЙ ФОРМЕ

1. Вопросы в закрытой форме.

1.1 Определитель матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 3 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ равен…

1) 34 2) 24 3) –12 4) 11 5) –2

1.2 Пусть $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$, $B = A^T - A^2$. Тогда матрица *B* равна…

1) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -11 & -20 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 6 & -15 \\ -10 & -14 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 6 & 15 \\ -20 & -14 \end{pmatrix}$

4) $\begin{pmatrix} -4 & -9 \\ 16 & 24 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 6 & -15 \\ -13 & -21 \end{pmatrix}$

1.3 Если $f(x) = 2x^2 - x - 6$, $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$, то матрица *f*(*A*) равна…

1) $\begin{pmatrix} -3 & 6 \\ 28 & -6 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 13 & -6 \\ -12 & 10 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 22 & -6 \end{pmatrix}$

4) $\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 11 & -2 \\ -4 & 10 \end{pmatrix}$

1.4 Если $\vec{a}$ (3; 4; –1), $\vec{b}$ (2; 1; –4), то проекция $\text{пр}_{\vec{b}}\,\vec{a}$, равна ...

1) $\frac{14}{\sqrt{26}}$ 2) $\frac{14}{\sqrt{21}}$ 3) 14 4) $\frac{2}{7}$ 5) $\frac{7}{\sqrt{6}}$

1.5 Уравнение прямой, проходящей через точку М(1;–8) перпендикулярно прямой $y = 2 - 3x$, имеет вид …

1) $y = -3x - 5$ 2) $y = \frac{x}{3} + \frac{11}{3}$ 3) $y = \frac{x}{3} - \frac{25}{3}$

4) $y = -3x - 23$ 5) $y = \frac{x}{3} - \frac{23}{3}$

1.6 Записать общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M(6; 0; -5)$ параллельно векторам $\vec{p}(2; 1; -2)$ и $\vec{q}(1; 0; 3)$.

1) $2x + y - 2z - 22 = 0$ 2) $x + 3z + 9 = 0$ 3) $3x - 8y - z - 23 = 0$

4) $x - 3z - 21 = 0$ 5) $3x + 8y - z - 21 = 0$

1.7 Даны комплексные числа: $z_1 = 7 + i$ и $z_2 = 1 - 2i$. Отношение $\frac{z_1}{z_2}$ равно…

1) $-\frac{5}{3} - 5i$ 2) $\frac{9}{5} - \frac{13}{5}i$ 3) 1+3i 4) 0,1–0,3i 5) $\frac{5}{48} - \frac{15}{48}i$

1.8 Даны комплексные числа: $z_1 = 3 + 2i$ и $z_2 = 5 - i$. Выражение $(z_1 \cdot z_2 - 4i^3)$ равно…

1) $17 + 3i$ 2) $17 + 7i$ 3) $13 + 11i$ 4) $13 + 3i$ 5) $17 + 11i$

1.9 Найти $A \cap (B \cup C)$, если $A = (-3;11]$, $B = [-2;\ 5]$, $C = (4;9)$

1) $(4;5]$ 2) $[-2;\ 9]$

3) $(-3;9]$ 4) $(-3;4) \cup [5;\ 11]$

1.10 Среди данных ниже функций указать функции, возрастающие на всей области определения

1) $y = \frac{1}{x}$ 2) $y = \frac{1}{x^2}$ 3) $y = x^3$ 4) $y = tg\,x$

1.11 Предел $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{3x - 8x^2 + 6}{4x^2 + 7x - 1}$ равен

1) ∞ 2) 2 3) −2 4) –0,75

1.12 Предел $\lim\limits_{x \to -4} \frac{16 - x^2}{\sqrt{5 - x} - 3}$ равен

1) –48 2) 48 3) –32 4) 0

1.13. Найти точку разрыва функции $y = \frac{3}{(x+1)\ln x}$

1) e 2) 0 3) -1 4) 1

1.14 Производная функции $y = x^2 \cdot \sin(2x)$ равна

1) $2x \cdot \cos(2x)$ 2) $2x \cdot \sin(2x) + 2x^2 \cdot \cos(2x)$

3) $2x \cdot \sin(2x) + x^2 \cdot \cos(2x)$ 4) $4x \cdot \cos(2x)$

1.15 Укажите, как должен выглядеть график функции $y(x)$ на отрезке [a;b], если в каждой точке указанного отрезка выполняются три условия:

y <0, y' <0, y'' >0.

1) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ возрастает; выпуклость вниз

2) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх

3) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ возрастает; выпуклость вверх

4) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ убывает; выпуклость вниз

5) график лежит выше оси OX; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх

1.16 Неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\sin^2 4x}$ равен

1) $-\frac{1}{4}ctg 4x + C$ 2) $\frac{1}{4}tg\, 2x + C$

3) $-\frac{1}{2}ctg\, x + C$ 4) $-\frac{1}{4}ctg\, 2x + C$

1.17. Указать интегралы, которые являются несобственными

1) $\int\limits_{-1}^{1} \frac{x}{x+1}dx$ 2) $\int\limits_{-1}^{1} e^{\frac{x+1}{x}} dx$

3) $\int\limits_{-1}^{1} \ln(x+5)\, dx$ 4) $\int\limits_{-1}^{1} (x-1)(x+1)\, dx$

1.18 Частная производная $\frac{\partial z}{\partial y}$ от функции $z = x - \frac{x}{y} + 1$ равна…

1) $1 - \frac{x}{y^2}$ 2) $x - \frac{1}{y^2} + 1$ 3) $\frac{x}{y^2}$ 4) $1 - \frac{1}{y^2}$

1.19 Частное решение дифференциального уравнения $y'' + 2y' - y = -x^2 + 6x - 3$ имеет вид

1) x^2 2) $2x^2 - x$ 3) $x^2 + 2$ 4) $x^2 - 2x + 1$ 5) $x^2 + 3x + 1$

1.20 Общее решение дифференциального уравнения $y' = \sqrt{y-1}$ имеет вид

1) $y = 1 + \left(\frac{x+C}{2}\right)^{-1}$ 2) $y = 1 + \left(\frac{x+C}{2}\right)^{-2}$ 3) $y = 1 + \left(\frac{x+C}{2}\right)^{2}$

4) $y = C + \left(\frac{x}{2}\right)^{2}$ 5) $y = 1 + C\left(\frac{x}{2}\right)^{2}$

1.21 Фабрика выпускает сумки. В среднем на 180 качественных сумок приходится две сумки со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.

1) 0,99 2) 0,90 3) 0,10 4) 0,01 5) 0,11

1.22 Вероятность того, что стрелок при одном выстреле попадёт в мишень, равна 0,8. Стрелок произвёл три выстрела. Вероятность того, что он при этом попадёт в мишень лишь дважды, равна…

1) 0,64 2) 0,384 3) 0,128 4) 0,256 5) 0,16

1.23 Вероятность того, что дискретная случайная величина ξ удовлетворяет условию $2 \le \xi < 5$, если ξ задана функцией распределения вероятностей:

$$F(x)=\begin{cases}0, & если\ x\le 1,\\ 0{,}3, & если\ 1<x\le 2,\\ 0{,}5, & если\ 2<x\le 3,\\ 0{,}8, & если\ 3<x\le 4,\\ 0{,}9, & если\ 4<x\le 5,\\ 1, & если\ x>5.\end{cases}$$

1) 0,1, 2) 0,2, 3) 0,3, 4) 0,5, 5) 0,6

1.24 Точечная оценка математического ожидания нормально распределённого количественного признака равна 12,3. Тогда его интервальная оценка может иметь вид:
1) (11,58; 13,02) 2) (11; 13) 3) (11,3; 13,3) 4) (–12,3; 24,6)

1.25 Основная гипотеза имеет вид $H_0:\sigma^2=5$. Тогда конкурирующей может явится гипотеза:
1) $H_1:\sigma^2>4$ 2) $H_1:\sigma^2\ge 5$ 3) $H_1:\sigma^2<6$ 4) $H_1:\sigma^2>5$

2. Вопросы в открытой форме

2.1 Определитель $\begin{vmatrix}0 & 3 & 2\\ 2 & 1 & -2\\ 1 & 1 & 6\end{vmatrix}$ равен…

2.2 Найти x из уравнения $\begin{vmatrix}1 & x & 3\\ 1 & 2 & -3\\ 7 & 4 & -1\end{vmatrix}=0\cdot$

2.3 Найти x, если $A=\begin{pmatrix}x & -4\\ 1 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}12 & -52\\ 13 & -1\end{pmatrix}$, $3A^2-2A+3E=B$.

2.4 Ранг матрицы $\begin{pmatrix}0 & -1 & 0 & 0\\ -1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -1\\ 0 & 0 & -1 & 0\end{pmatrix}$ равен…

2.5 Найти сумму $n+m$, если $\vec{b}=n\cdot\vec{c}+m\cdot\vec{a}$, где $\vec{b}(12;-2)$, $\vec{a}(-4;-1)$, $\vec{c}(1;-1)$.

2.6 Найти скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $|\vec{a}|=\sqrt{2}$, $|\vec{b}|=3$ и $\angle(\vec{a},\vec{b})=45^0$

2.7 Найти m, если прямая, проходящая через точки $M(1;2;3)$ и $N(-1;0;8)$, записана в параметрическом виде $\begin{cases}x=1-2t,\\ y=2+mt,\\ z=3+5t.\end{cases}$

2.8 Действительная часть комплексного числа $z=5-6i$ равна…

2.9 Мнимая часть комплексного числа $z=5-6i$ равна…

2.10 Модуль комплексного числа $z=-4+3i$ равен…

2.11 Предел $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x+3}{2x}\right)^x$ равен …

2.12 Предел $\lim_{x\to 1}\frac{x^2+2x-3}{5-5x^2}$ равен …

2.13 Предел $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{16-x^2}{\sqrt{5-x}-3}$ равен …

2.14 Найти коэффициент k касательной $y = kx + b$ к параболе $y=7x^2-14x+5$ в точке $x_0=2$.

2.15 Найти точку минимума функции $y=(2x+1)^2\cdot(x+3)+4$.

2.16 Найдите наибольшее значение функции $y=\dfrac{4\sqrt{x}-3}{x+1}$.

2.17 Методом неопределенных коэффициентов найдите A, если для дроби $\dfrac{3x-4}{x^4+6x^3+10x^2}$ имеет место разложение $\dfrac{A}{x}+\dfrac{B}{x^2}+\dfrac{C}{x^2+6x+10}$.

2.18 Вычислить определённый интеграл $\int\limits_1^9\dfrac{1+2\sqrt{x}}{x^2}dx$.

2.19 Найдите сумму $a+b+c$, где $(a;b;c)$ – это координаты вектора градиента функции $u=5x^2+3y^2+3z^2$ в точке $M(0;-2;3)$.

2.20 Исследуйте на экстремум функцию $z=\frac{x^3}{3}-2xy+y^2-3x$. В ответе запишите значение z_0, если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0;y_0)=z_0$.

2.21 Найдите постоянную С в частном решении дифференциального уравнения $\mathrm{y}\cdot y'=4x^3$ при $y(5)=2$.

2.22 Сколько существует перестановок слов в предложении: «Редактор вчера внимательно прочитал рукопись»?

2.23 В первой бригаде производится в три раза больше продукции, чем во второй. Вероятность того, что производимая продукция окажется стандартной для первой бригады, равна 0,7, для второй – 0,8. Определить вероятность того, что взятая наугад единица продукции будет стандартной. Результат округлите до сотых.

2.24 Найдите вероятность того, что случайная величина ξ примет значение 3, если дан закон распределения этой величины

x_i	1	2	3	4
p_i	0,3	0,2	?	0,1

2.25 Дан вариационный ряд 1, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 6, 7, 7. Найти моду.

3. Вопросы на установление последовательности.

3.1 Решить систему линейных уравнений $\begin{cases}\sqrt{5}x+2y=1,\\ 6x-3\sqrt{5}y=12\sqrt{5}\end{cases}$ методом Крамера. Ответ представить в виде последовательности действий, например, 1, 2, 4, 5, 3.

Замечание: вычисления производить в следующей последовательности:

1) $\det A$; 2) $\det A_x$; 3) x; 4) $\det A_y$; 5) y.

Варианты ответов:

1) $\sqrt{5}$

2) $-27\sqrt{5}$

3) -2

4) −27
5) 54

3.2 Решить систему линейных уравнений $\begin{cases} \sqrt{3}x + 2y = 11, \\ 4x - \sqrt{3}y = 0 \end{cases}$ методом Крамера. Ответ представить в виде последовательности действий, например, 1, 2, 4, 5, 3.
Замечание: вычисления производить в следующей последовательности: 1) $\det A$; 2) $\det A_x$; 3) x; 4) $\det A_y$; 5) y.
Варианты ответов:
1) $-11\sqrt{3}$
2) 4
3) −44
4) $\sqrt{3}$
5) −11

3.3 Расположите последовательность действий при вычислении площади треугольника ABC, если $A(2;-1;2)$, $B(1;2;-1)$, $C(3;2;1)$.
1) вычислить $\left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right|$
2) найти определитель $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & 3 & -3 \\ 1 & 3 & -1 \end{vmatrix}$
3) вычислить $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$
4) разделить модуль векторного произведения на два

3.4 Расположите последовательность действий при вычислении объёма треугольной пирамиды с вершинами в точках $A(3;4;5)$, $B(1;2;1)$, $C(-2;-3;6)$, $D(3;-6;-3)$. Ответ представить в виде последовательности действий, например, 1, 2, 4, 5, 3.
Замечание: вычисления производить в следующей последовательности:
1) $\overrightarrow{AB}$; 2) $\overrightarrow{AC}$; 3) $\overrightarrow{AD}$; 4) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD}$; 5) объём пирамиды.
Варианты ответов:
1) $(-5;-7;1)$
2) $(-2;-2;-4)$
3) 42
4) −252
5) $(0;-10;-8)$

3.5 Составьте последовательность действий при выводе общего уравнения прямой:

а) $\left.\begin{matrix} \overline{n} \perp \lambda \\ \overline{M_0M} \subset \lambda \end{matrix}\right\} \Rightarrow \overline{n} \perp \overline{M_0M} \Leftrightarrow \vec{n} \cdot \overline{M_0M} = 0$

б) даны точка $M_0(x_0, y_0)$, принадлежащая прямой, и вектор $\overline{n} = (A, B)$, ей перпендикулярный

в) $\overline{n} \cdot \overline{M_0M} = A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0 \Leftrightarrow Ax + By + C = 0$, где $C = -Ax_0 - By_0$.

г) составим вектор $\overline{M_0M} = (x - x_0, y - y_0)$, где $M(x, y)$ – текущая точка прямой.

3.6 Составьте последовательность действий при выводе уравнения прямой на плоскости, проходящей через две различные точки:

а) составим векторы $\overline{M_1M} = (x - x_1, y - y_1)$, где $M(x, y)$ – текущая точка прямой, и $\overline{M_1M_2} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$;

б) даны две точки $M_1(x_1, y_1)$; $M_2(x_2, y_2)$, принадлежащие прямой *l*;

в) $\dfrac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{y - y_1}{y_2 - y_1}$

г). $\left.\begin{array}{l} \overline{M_1M_2} \subset \lambda, \\ \overline{M_1M} \subset \lambda \end{array}\right\} \Rightarrow \overline{M_1M_2} \parallel \overline{M_1M}$

3.7 Укажите последовательность действий при переводе комплексного числа из алгебраической формы в тригонометрическую.

1) подстановка ρ и φ в формулу
2) нахождения главного значения аргумента
3) вычисление модуля комплексного числа
4) вычисление $\sin\varphi$ и $\cos\varphi$
5) определение значений действительной и мнимой частей

3.8 Укажите последовательность действий при возведении комплексного числа в натуральную степень (без использования формул сокращённого умножения).

1) подстановка ρ и φ в формулу Муавра
2) нахождения главного значения аргумента
3) вычисление модуля комплексного числа
4) вычисление $\sin\varphi$ и $\cos\varphi$
5) определение значений действительной и мнимой частей

3.9 Ниже дано определение предела *A* функции *f*(*x*) в точке x_0 (в случае $A \in R$ и $x_0 \in R$). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Число A называется пределом функции f(x) в точке x_0, если ______ существует ______ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____ , выполняется условие _________.

I. $|f(x) - A| < \varepsilon$
II. для любого числа $\varepsilon > 0$
III. $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$
IV. $\delta(\varepsilon) > 0$

3.10 Ниже дано определение бесконечно малой числовой последовательности. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Числовая последовательность $\{x_n\}$ называется бесконечно малой, если ______ существует ______ такой, что если _______ , то выполняется условие _________.

I. $|x_n| < \varepsilon$
II. $n > N(\varepsilon)$
III. для любого числа $\varepsilon > 0$
IV. номер $N(\varepsilon) > 0$

3.11 Ниже дано определение функции *f*(*x*), бесконечно большой в действительной точке x_0. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Функция f(x) называется бесконечно большой в точке x_0, если ______ существует ______ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____ , выполняется условие _________.

I. $\delta(\varepsilon) > 0$
II. $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$
III. $|f(x)| > \varepsilon$
IV. для любого числа $\varepsilon > 0$

3.12 Ниже сформулировано следствие теоремы о промежуточных значениях функциях (следствие теоремы Больцмана-Коши). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Пусть функция f(x) ________, на концах отрезка ________, тогда ________, где выполняется условие _________.

I. принимает значение разных знаков

II. существует точка $c \epsilon (a, b)$

III. непрерывна на отрезке $[a, b]$

IV. $f(c) = 0$

3.13 Ниже дано определение функции $f(x)$, бесконечно малой в действительной точке x_0. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Функция f(x) называется бесконечно малой в точке x_0, если ______ существует ______ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____ , выполняется условие _________.

I. $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$

II. $|f(x)| < \varepsilon$

III. для любого числа $\varepsilon > 0$

IV. $\delta(\varepsilon) > 0$

3.14 Расположите последовательность действий при нахождении производной функции по определению.

1) зафиксировать x, вычислить значение функции $f(x)$

2) найти приращение функции $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$

3) дать аргументу x приращение Δx и вычислить значение функции $f(x + \Delta x)$

4) найти предел $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$

5) определить отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$

3.15 Расположите последовательность действий при нахождении производной функции $y = (\sin x)^{\cos x}$.

1) найти производные обеих частей равенства

2) прологарифмировать обе части равенства

3) воспользоваться правилом нахождения производной сложной функции

4) воспользоваться свойством $\ln|a^b| = b \cdot \ln|a|$

5) заменить y исходной функцией

3.16 Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{(4-5x)^2}{x} dx$.

1) используем таблицу неопределённых интегралов

2) используем формулу квадрата разности

3) добавляем постоянную C в конце записи

4) используем свойство неопределённого интеграла $\int \left(f(x) + g(x)\right) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$

5) используем почленное деление

3.17 Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt[3]{x}}$.

1) $\frac{x^{-\frac{4}{3}+1}}{-\frac{4}{3}+1}+C$ 2) $-\frac{3}{\sqrt[3]{x}}+C$ 3) $\int\frac{dx}{x^{\frac{4}{3}}}$ 4) $\int x^{-\frac{4}{3}}dx$

5) $\frac{x^{-\frac{1}{3}}}{x^{-\frac{1}{3}}}+C$ 6) $\int\frac{dx}{x\cdot x^{\frac{1}{3}}}$

3.18 Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы получилась формулировка определения неопределенного интеграла. (Например, I, III, IV, II).

Если функция F(x) – ______ функции f(x) на промежутке X, то множество функций F(x)+C, где C – произвольная постоянная, называется ______ от функции f(x) на этом промежутке и обозначается символом $\int f(x)\,dx$. При этом f(x) называется ______ , f(x)dx называется ______ .

I. подынтегральной функцией
II. первообразная
III. подынтегральным выражением
IV. неопределенным интегралом

3.19 Запишите верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла $\int(x+1)\cdot\sin x\,dx$. (Например, I, III, IV, II.)

I. Вычислить du и v
II. Установить, что нужно взять за u, а что за dv
III. Определить, относится ли интеграл к типу интегралов, интегрируемых по частям
IV. Воспользоваться формулой $\int u\,dv=uv-\int vdu$, подставив вместо u, dv, du и v их значения.

3.20 Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы получилась формулировка одного из свойств определенного интеграла. (Например, I, III, IV, II).

Если m и M – соответственно наименьшее и наибольшее значения функции f(x) на ______ , то ______ ≤ ______ ≤ ______ .

I. $M(b-a)$
II. $m(b-a)$
III. $\int_a^b f(x)dx$
IV. $[a,b]$

3.21 Запишите верную последовательность действий, которую требуется совершить для нахождения площади фигуры, ограниченной линиями, задаваемыми уравнениями: $y=x$, $y=\frac{1}{x}$, $x=2$.

I. Построить указанные линии в прямоугольной декартовой системе координат.
II. Найти a и b – пределы интегрирования, для этого определить абсциссы точек пересечения указанных линий.
III. Определив, график какой из функций $y=x$ или $y=\frac{1}{x}$ лежит выше, воспользоваться формулой: $S=\int_a^b\left(f(x)-g(x)\right)dx$.
IV. Вычислить определенный интеграл, пользуясь формулой Ньютона-Лейбница.

3.22 Расположите последовательность действий при нахождении частной производной $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = \ln(3xy - x^3)$.

1) $\frac{-6x(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3y-3x^2)}{(3xy-x^3)^2}$

2) $\frac{(3xy-x^3)'}{3xy-x^3}$

3) $(\ln(3xy - x^3))'_x$

4) $\left(\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}\right)'_x$

5) $\frac{(3y-3x^2)'(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3xy-x^3)'}{(3xy-x^3)^2}$

6) $\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}$

3.23 Расположите последовательность действий при исследовании функции двух переменных на экстремум.

1) вычисляем значения A, B, C

2) вычисляем $z_0(x_0; y_0)$

3) определяем стационарные точки

4) находим частные производные функции первого и второго порядков

5) определяем, минимум или максимум имеется в точке экстремума

6) вычисляем значение Δ

7) определяем наличие точки экстремума

3.24 В урне находятся 3 белых и 5 черных шара. Из неё наугад вынимают (без возвращения) один за другим два шара. Какова вероятность того, что среди них будет ровно один чёрный шар?

Расположите последовательность получения чисел при решении задачи по предложенному алгоритму. Вычисляем: 1) P(б); 2) P(ч); 3) P(ч\б); 4) P(б\ч); 5) P(ровно один чёрный шар).

Варианты ответов:

1) $\frac{5}{8}$

2) $\frac{3}{7}$

3) $\frac{3}{8}$

4) $\frac{15}{28}$

5) $\frac{5}{7}$

3.25 Расположите последовательность действий при построении интервального вариационного ряда по данным выборки.

1) составление таблицы, в которой в первой строке формируются границы интервалов, а число во второй строке – это общая сумма частоты встреч всех чисел дискретного ряда, попадающих в соответствующий интервал

2) формирование шкалы интервалов

3) нахождение величины интервала

4) построение дискретного вариационного ряда

4. Вопросы на установление соответствия.

4.1 Установите соответствие между матрицей и ее размерностью.

1) $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{pmatrix}$	а) $[2 \times 3]$ б) $[3 \times 3]$ в) $[3 \times 2]$ г) $[2 \times 2]$

4.2 Установите соответствие между матрицей и ее видом.

1) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 2 & -5 & 3 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	а) строка б) единичная в) столбец г) нулевая

4.3 Установите соответствие между минором и его значением для матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ -3 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

1) M_{21} 2) M_{32} 3) M_{13}	а) 10 б) -5 в) -9 г) 8

4.4 Установите соответствие между алгебраическим дополнением и его значением для матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ -3 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

1) A_{21} 2) A_{32} 3) A_{13}	а) -10 б) 5 в) -9 г) 10

4.5 Установить соответствие между системой и количеством её решений.

1) $\begin{cases} 4x + 6y = -1, \\ 12x + 18y = -3 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 12x - 7y = 5, \\ -48x + 28y = -15 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 3x - 5y = 6, \\ x + 2y = 25 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2x - 5y = 0, \\ 6x - 15y = 0 \end{cases}$	а) система имеет единственное ненулевое решение б) система имеет бесконечное множество решений в) система несовместна г) система имеет только тривиальное решение д) система имеет два решения

4.6 Установить соответствие между системой и количеством её решений.

1) $\begin{cases} 6x + 7y = -5, \\ -18x - 21y = 8 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x - y = 0, \\ -9x + 3y = 0 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 2x + 5y = -14, \\ 3x + 2y = 1 \end{cases}$	а) система имеет единственное ненулевое решение б) система имеет бесконечное множество решений в) система несовместна г) система имеет только тривиальное решение

4) $\begin{cases} 2x - 3y = 4, \\ 16x - 24y = 32 \end{cases}$	д) система имеет два решения

4.7 Установить соответствие между действием и формулой.

1) нахождение скалярного произведения векторов 2) нахождение векторного произведения векторов 3) нахождение смешанного произведения векторов 4) нахождение длины вектора	а) $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ б) $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}$ в) $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$ г) $\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\lvert\vec{b}\rvert}$ д) $x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$

4.8 Установить соответствие, даны векторы $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ и $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$.

ВЕКТОРЫ	ПРИ УСЛОВИИ, ЧТО
1) коллинеарны 2) перпендикулярны 3) образуют острый угол 4) образуют тупой угол	а) $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}$ б) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ в) $\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$ г) $\vec{a} \cdot \vec{b} > 0$ д) $\vec{a} \times \vec{b} = 0$

4.9 Установить соответствие взаимного расположение прямой $\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n}$ и плоскости $Ax+By+Cz+D=0$.

ПРЯМАЯ	ПРИ УСЛОВИИ, ЧТО
1) параллельна плоскости 2) перпендикулярна плоскости 3) образует с плоскостью угол	а) $\frac{A}{l} = \frac{B}{m} = \frac{C}{n}$ б) $Al + Bm + Cn = 0$ в) $ABC = lmn$ г) $\cos\alpha = \frac{Al + Bm + Cn}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{l^2 + m^2 + n^2}}$ д) $\sin\alpha = \frac{Al + Bm + Cn}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{l^2 + m^2 + n^2}}$

4.10. Установить соответствие взаимного расположение в пространстве прямых, где $\overline{l_1}$ и $\overline{l_2}$ – направляющие, а $\overline{n_1}$ и $\overline{n_2}$ – нормальные векторы этих прямых.

ПРЯМЫЕ	ПРИ УСЛОВИИ, ЧТО
1) параллельны 2) перпендикулярны 3) образуют угол	а) $\overline{l_1} \parallel \overline{l_2}$ и не параллельны вектору $\overline{M_1M_2}$ (точки M_1 и M_2 принадлежат прямым) б) $\overline{l_1} \parallel \overline{l_2}$

	в) $\overline{l_1} \cdot \overline{l_2} = 0$ г) $\cos\alpha = \dfrac{\overline{l_1} \cdot \overline{l_2}}{\left\lvert\overline{l_1}\right\rvert \cdot \left\lvert\overline{l_2}\right\rvert}$ д) $\cos\alpha = \dfrac{\overline{n_1} \cdot \overline{n_2}}{\left\lvert\overline{n_1}\right\rvert \cdot \left\lvert\overline{n_2}\right\rvert}$

4.11 Установить соответствие действий с комплексными числами $z_1 = 5 - 3i$ и $z_2 = 2 + i$.

1) $z_1 \cdot z_2$ 2) $\dfrac{z_1}{z_2}$ 3) $\overline{z}_1^{\,2}$ 4) $z_1 + z_2$	а) $16 - 30i$ б) $7 - 2i$ в) $1{,}4 - 2{,}2i$ г) $13 - i$ д) $16 + 30i$

4.12 Установить соответствие действий с комплексными числами $z_1 = 2 + 4i$ и $z_2 = 1 - 3i$.

1) $z_1 \cdot z_2$ 2) $\dfrac{z_1}{z_2}$ 3) $\overline{z}_1^{\,2}$ 4) $z_1 + z_2$	а) $3+i$ б) $i - 1$ в) $-12 + 16i$ г) $-12 - 16i$ д) $14 - 2i$

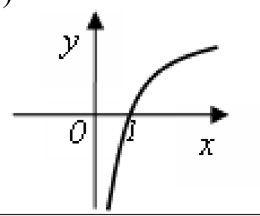
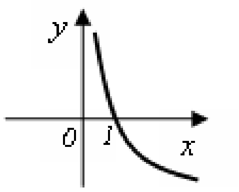
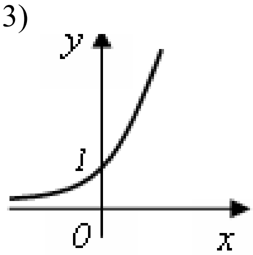
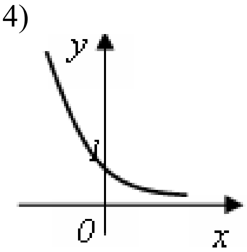
4.13 Даны числовые промежутки $A = [3;\ 5)$ и $B = [0;\ 3]$. Выполнить операции над множествами и установить соответствие.

1) $A \cap B$ 2) $A \cup B$ 3) $A \setminus B$ 4) $B \setminus A$	а) $[0;\ 5)$ б) $\emptyset$ в) $(3;\ 5)$ г) $[3;\ 5)$ д) $\{3\}$

4.14 Установить соответствие между пределами и неопределенностями, обнаруженными в каждом из них

1) $\lim_{x\to 1}(1 - x) \cdot tg\left(\frac{\pi x}{2}\right)$ 2) $\lim_{x\to\infty}\frac{2x^4+2x^2+8}{3x^3+5x^2-10}$ 3) $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x^2-2x-3}$ 4) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x+1}{2x-1}\right)^{3-4x}$	а) неопределённость $\left(\frac{0}{0}\right)$ б) неопределённость $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$ в) неопределённость (1^{∞}) г) неопределённость $(0 \cdot \infty)$ д) неопределённость $(\infty + \infty)$

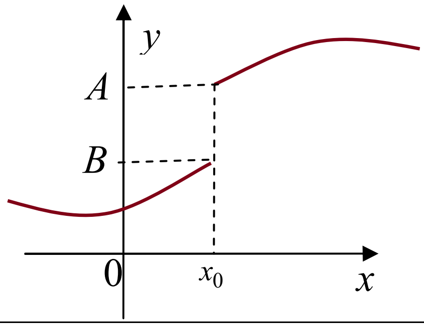
4.15 Установить соответствие между графическим и аналитическим заданиями функций.

1) 	а) $y = 2^x$ б) $y = (0,5)^x$
2) 	в) $y = \log_2 x$ г) $y = \log_{0,5} x$
3) 	д) $y = x^{\frac{1}{2}}$
4) 	

4.16 Исследуйте данные ниже функции на ограниченность и установите соответствие.

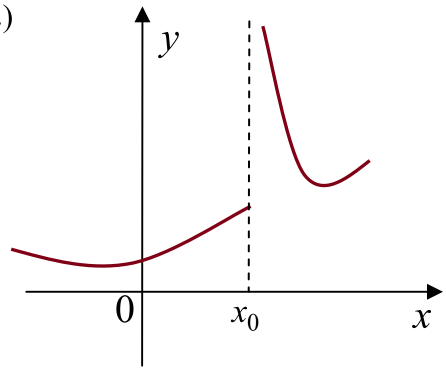
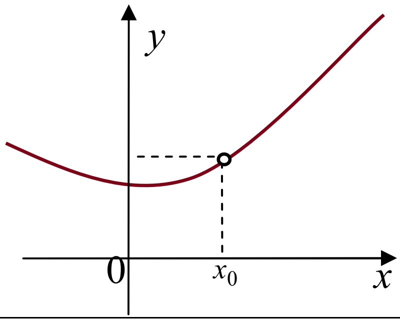
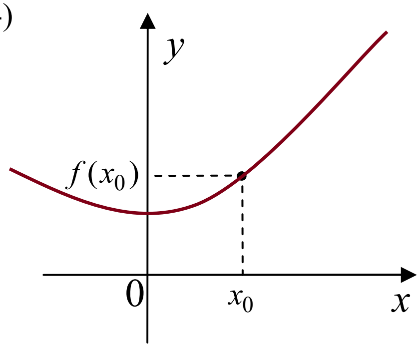
1) $y = 3^x$	а) ограничена сверху, не ограничена снизу
2) $y = -x^2 + 3x$	б) ограничена снизу, не ограничена сверху,
3) $y = tg\, x$	в) ограничена и сверху, и снизу
4) $y = \sin x$	г) не ограничена ни сверху, ни снизу

4.17 Пользуясь графиками функций, исследуйте вопрос о непрерывности функции в точке x_0 и поставьте в соответствие каждой указанной точке x_0 ее характеристику.

<table>
<tr><td>1)
</td><td rowspan="4">а) x_0 – точка непрерывности функции

б) x_0 – точка устранимого разрыва 1го рода

в) x_0 – точка неустранимого разрыва 1го рода

г) x_0 – точка разрыва 2го рода</td></tr>
<tr><td>2)
</td></tr>
<tr><td>3)
</td></tr>
<tr><td>4)
</td></tr>
</table>

4.18 Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y'.

1) $y = \sin(\ln x)$ 2) $y = x \cdot \operatorname{tg} x$ 3) $y = (\log_2 x)^{\cos x}$ 4) $y = 5^x$	1) логарифмическое дифференцирование 2) табличная производная 3) производная неявно заданной функции 4) производная произведения 5) производная сложной функции

4.19 Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y'.

1) $y = \sqrt[3]{x}$ 2) $y = (\lg x)^x$ 3) $y = (5x+2)\cdot\cos x$ 4) $y = e^{6x}$	1) логарифмическое дифференцирование 2) табличная производная 3) производная неявно заданной функции 4) производная произведения 5) производная сложной функции

4.20 Установите соответствие между интегралом и способом его решения.

1) $\int \frac{dx}{x\cdot\ln^5 x}$ 2) $\int (x+1)\sin x\,dx$ 3) $\int 5^x dx$ 4) $\int \frac{3+x}{x}dx$	а) использование почленного деления б) подведение под знак дифференциала в) использование формулы $\int f(kx+b)dx = \frac{1}{k}\int f(t)dt$ г) непосредственное интегрирование д) метод интегрирования по частям

4.21 Вычислите значения частных производных функции $z = 4x^2 - xy^3 + 5y$ в точке $M_0(1;-1)$ и установите соответствие.

1) $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right\|_{M_0}$ 2) $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right\|_{M_0}$ 3) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right\|_{M_0}$ 4) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right\|_{M_0}$ 5) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}\right\|_{M_0}$	а) −3 б) 8 в) 2 г) 6 д) 9 е) 1

4.22 Вычислите значения частных производных функции $z = 5x^3 - 3xy^2 - 2y$ в точке $M_0(1;2)$ и установите соответствие.

1) $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right\|_{M_0}$ 2) $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right\|_{M_0}$ 3) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right\|_{M_0}$ 4) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right\|_{M_0}$ 5) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}\right\|_{M_0}$	а) 30 б) −14 в) −12 г) −6 д) −4 е) 3

4.23 Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

1) $y'' + y' - 6y = 0$ 2) $y'' - 10y' + 29y = 0$ 3) $y'' - 10y' + 25y = 0$ 4) $y'' + 25y = 0$	а) $y = e^{\alpha x}(C_1\cdot\cos(\beta x) + C_2\cdot\sin(\beta x))$ б) $y = e^{kx}(C_1 + C_2 x)$ в) $y = C_1\cdot\cos(\beta x) + C_2\cdot\sin(\beta x)$ г) $y = C_1\cdot e^{k_1 x} + C_2\cdot e^{k_2 x}$ д) $y = C_1\cdot e^{k_1 x} + C_2$

4.24 Установите соответствие между формулами из теории вероятностей и их названиями.

1) $P(A) = \frac{m}{n}$ 2) $P(A_1) + P(A_2) + \cdots + P(A_n) = 1$ 3) $P(A) = P(B_1) \cdot P(A \backslash B_1) + +P(B_2) \cdot P(A \backslash B_2) + \cdots +$ $+P(B_n) \cdot P(A \backslash B_n)$ 4) $P(B_i \backslash A) = \frac{P(B_i) \cdot P(A \backslash B_i)}{P(A)}$	а) формула полной вероятности б) формула классической вероятности в) формула Байеса г) формула вероятности полной группы событий д) формула Бернулли

4.25 Для вариационного ряда 3, 4, 5, 9, 10, 10, 12, 12, 12 вычислены числовые характеристики. Установите соответствие между их названиями и значениями.

1) 10 2) 9 3) $8\frac{5}{9}$ 4) 12	а) мода б) медиана в) среднее арифметическое г) дисперсия д) размах

Шкала оценивания результатов тестирования: в соответствии с действующей в университете балльно-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения – 60 баллов (установлено положением П 02.016).

Максимальный балл за тестирование представляет собой разность двух чисел: максимального балла по промежуточной аттестации для данной формы обучения (36 или 60) и максимального балла за решение компетентностно-ориентированной задачи (6).

Балл, полученный обучающимся за тестирование, суммируется с баллом, выставленным ему за решение компетентностно-ориентированной задачи.

Общий балл по промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по 5-балльной шкале (для экзамена) следующим образом:

Соответствие 100-балльной и 5-балльной шкал

Сумма баллов по 100-балльной шкале	*Оценка по 5-балльной шкале*
100–85	отлично
84–70	хорошо
69–50	удовлетворительно
49 и менее	неудовлетворительно

2.2 КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ

Компенентностно-ориентированная задача №1

На предприятии изготавливают продукцию четырёх видов: P_1, P_2, P_3, P_4, при этом используют сырьё трёх типов: S_1, S_2 и S_3. Нормам расхода сырья соответствует матрица $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 3 & 5 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}$, где каждый элемент a_{ij} $(i = 1, 2, 3, 4; j = 1, 2, 3)$ показывает, сколько единиц сырья j-го типа расходуется на производство единицы продукции i-го вида. План выпуска продукции представлен матрицей $C = (150 \quad 120 \quad 90 \quad 100)$, а стоимость единицы каждого типа сырья (ден. ед.) – матрицей $B = \begin{pmatrix} 30 \\ 70 \\ 60 \end{pmatrix}$. Определить общую стоимость сырья.

Компенентностно-ориентированная задача №2

На предприятии изготавливают продукцию четырёх видов: P_1, P_2, P_3, P_4, при этом используют сырьё трёх типов: S_1, S_2 и S_3. Нормам расхода сырья соответствует матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 3 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$, где каждый элемент a_{ij} $(i = 1, 2, 3, 4; j = 1, 2, 3)$ показывает, сколько единиц сырья j-го типа расходуется на производство единицы продукции i-го вида. План выпуска продукции представлен матрицей $C = (200 \quad 130 \quad 90 \quad 110)$, а стоимость единицы каждого типа сырья (ден. ед.) – матрицей $B = \begin{pmatrix} 50 \\ 60 \\ 40 \end{pmatrix}$. Определить общую стоимость сырья.

Компенентностно-ориентированная задача №3

По данным таблицы найти векторы конечного потребления и валового выпуска, а также матрицу коэффициентов прямых затрат и определить, является ли она продуктивной.

№	Отрасль	Потребление					Конечный продукт	Валовой выпуск, ден. ед.
		1	2	3	4	5		
1	Станкостроение	15	12	24	23	16	10	100
2	Энергетика	10	3	35	15	7	30	100
3	Машиностроение	10	5	10	10	10	5	50
4	Автомобильная промышленность	10	5	10	5	5	15	50
5	Добыча и переработка углеводородов	7	15	15	10	3	50	100

Компенентностно-ориентированная задача №4

В таблице приведены данные об исполнении баланса за отчётный период, усл. ден. ед. Вычислить необходимый объём валового выпуска каждой отрасли, если конечное потребление энергетической отрасли увеличится вдвое, а машиностроения сохранится на прежнем уровне.

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли		Конечный пункт	Валовой выпуск
	энергетика	машиностроение		
Энергетика	7	21	72	100
Машиностроение	12	15	123	150

Компенентностно-ориентированная задача №5

Вектор непроизводственного потребления задан матрицей $Y = \begin{pmatrix} 40 \\ 15 \end{pmatrix}$, а матрица межотраслевого баланса имеет вид $A = \begin{pmatrix} 0{,}45 & 0{,}3 \\ 0{,}25 & 0{,}2 \end{pmatrix}$. Найти вектор валового выпуска, обеспечивающий данный вектор потребления.

Компенентностно-ориентированная задача №6

Отрасль состоит из четырёх предприятий: вектор выпуска продукции и матрица коэффициентов прямых затрат имеют вид $X = \begin{pmatrix} 400 \\ 300 \\ 250 \\ 300 \end{pmatrix}$,

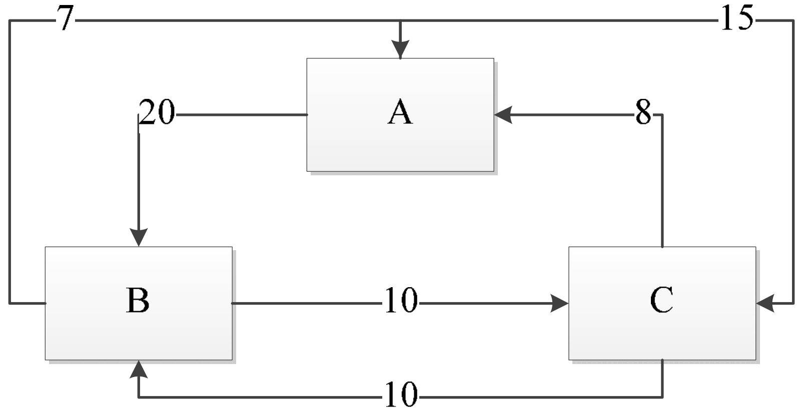
$A = \begin{pmatrix} 0{,}25 & 0{,}1 & 0{,}24 & 0{,}25 \\ 0{,}2 & 0{,}15 & 0{,}36 & 0{,}17 \\ 0{,}15 & 0{,}2 & 0{,}2 & 0{,}15 \\ 0{,}3 & 0{,}15 & 0{,}2 & 0{,}15 \end{pmatrix}$. Найти вектор объёмов конечного продукта, предназначенного для реализации вне отрасли.

Компенентностно-ориентированная задача №7

Дана структурная матрица торговли трёх стран S_1, S_2 и S_3: $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{4} & 0 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{4} & \frac{2}{3} \\ \frac{3}{5} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$. Определить соотношение национальных доходов стран для сбалансированной торговли.

Компенентностно-ориентированная задача №8

В городе имеется три крупных завода, на которых работает 100000 рабочих. Других заводов в городе нет. Имеются данные о текучести кадров: за год из каждой тысячи работающих с завода А 20 человек переходят на завод В и 15 человек на завод С и т.д. (исходя из рисунка). Установить численность рабочих на каждом заводе при условии, что город живёт стабильной жизнью.



Компенентностно-ориентированная задача №9

Обувная фабрика продаёт туфли по цене 35 руб. за пару. Издержки составляют 63 тыс. руб. за 100 пар туфель и 60,75 тыс. руб. за 85 пар.

а) Найти точку безубыточности.

б) Сколько пар туфель фабрика должна произвести и продать, чтобы получить 10% дохода на деньги, вложенные в фиксированные затраты?

Компенентностно-ориентированная задача №10

Составить функцию прибыли и построить её график, если известно, что фиксированные издержки производства продукции составляют 10 тыс. руб. в месяц, переменные издержки – 30 руб. за единицу продукции, а выручка равна 50 руб. за единицу продукции.

Компенентностно-ориентированная задача №11

Законы спроса и предложения на некоторый товар определяются уравнениями $D = 12 - 2Q$ и $S = Q + 3$.

а) Найти точку рыночного равновесия.

б) Найти точку равновесия после введения налога, равного 3 ден. ед. на единицу продукции. Определить увеличение цены и уменьшение равновесного объёма продаж. Посчитать доход государства после введения этого налога.

Компенентностно-ориентированная задача №12

Законы спроса и предложения на некоторый товар определяются уравнениями $D = 12 - 2Q$ и $S = Q + 3$.

а) Какая субсидия приведёт к увеличению объёма продаж на 2 единицы?

б) Вводится пропорциональный налог, равный 20%. Найти новую точку равновесия в доход правительства.

Компенентностно-ориентированная задача №13

В прошлом году средняя цена данного товара была 15 денежных единиц, а в настоящем году – 18 денежных единиц. Найти зависимость $P = f(n)$ цены товара P от номера года n при условии, что тенденция роста сохраниться, то есть цена будет увеличиваться на одно и то же число. Составить прогноз средней цены на три года вперед.

Компенентностно-ориентированная задача №14

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется следующим образом.

1. Если объём заказа не превышает 4 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 300 рублей.

2. Если объём заказа превышает 4 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 300 рублей предоставляется скидка в размере $\frac{x-4000}{50}$ рублей, где x – количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 16 000 единиц товара). Ответ записать в виде: $R(x_0) = R_0$.

Компенентностно-ориентированная задача №15

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется следующим образом.

1. Если объём заказа не превышает 3 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 200 рублей.

2. Если объём заказа превышает 3 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 200 рублей предоставляется скидка в размере $\frac{x-3000}{100}$ рублей, где x – количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 13 000 единиц товара). Ответ записать в виде: $R(x_0) = R_0$.

Компенентностно-ориентированная задача №16

Зависимость количества Q (в шт., $0 \le Q \le 30\,000$) купленного у фирмы товара от цены P (в руб. за шт.) выражается формулой $Q = 30\,000 - P$. Затраты на производство Q единиц товара составляют $5\,000Q + 3\,000\,000$ руб. Кроме затрат на производство, фирма должна платить налог t руб. $(0 < t < 15\,000)$ с каждой произведённой единицы товара. Таким образом, прибыль фирмы составляет $PQ - 5\,000Q - 3\,000\,000 - tQ$ руб., а общая сумма налогов, собранных государством, равна tQ руб.

Фирма производит такое количество товара, при котором её прибыль максимальна. При каком значении t (в руб.) общая сумма налогов, собранных государством, будет максимальной?

Компенентностно-ориентированная задача №17

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P9Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить максимальную прибыль предприятия.

Компенентностно-ориентированная задача №18

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P9Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить объём продукции и цену, соответствующие максимальной прибыли.

Компенентностно-ориентированная задача №19

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P9Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить средние и предельные затраты, соответствующие максимальной прибыли.

Компенентностно-ориентированная задача №20

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P9Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить участки роста и убывания прибыли при изменении объёма выпускаемой продукции от 2 до 5 ед.

Компенентностно-ориентированная задача №21

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P9Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить наименьшее значение затрат при изменении объёма выпускаемой продукции от 2 до 5 ед.

Компенентностно-ориентированная задача №22

Потребитель имеет возможность потратить сумму в размере 1000 ден. ед. на приобретение x единиц первого товара и y единиц второго товара. Заданы функция полезности $u(x, y) = 0{,}5 \cdot \ln(x-2) + 2\ln(y-1)$ и цены $P_1 = 0{,}2$ и $P_2 = 4$ за единицу товаров. Определить количество единиц товаров, при которых полезность для потребителя будет наибольшей.

Компенентностно-ориентированная задача №23

Вычислить на сколько процентов приближённо изменится спрос, описываемый функцией $D = e^{-\sqrt{n+P^2}}$, где n – число производителей товара, P – цена товара, если число производителей товара уменьшится на 1%, а цена возрастёт на 1%. На рынке имеется 7 производителей, цена товара составляет 3 ед.

Компенентностно-ориентированная задача №24

Данные о росте индекса Доу-Джонса и росте цены акций (усл. ед.) приведены в таблице:

x	2,0	2,5	3,0	3,1	3,5	3,7	4,3
y (усл. ед.)	4,3	4,6	4,7	4,7	4,9	5,1	4,6

Методом наименьших квадратов найти зависимость вида $y = ax + b$ между ростом цены акций y и ростом индекса x. Вычислить рост цены акции при росте индекса, равном 2,6.

Компетентностно-ориентированная задача №25

По данным исследований в распределении доходов одной из стран, кривая Лоренца может быть описана уравнением $y = \frac{3}{2-x} - \frac{5}{3}$, где $x -$ доля населения, $y -$ доля доходов населения. Вычислить коэффициент Джинни, оценить распределение доходов 40% наиболее низко оплачиваемого населения.

Компенентностно-ориентированная задача №26

Из статистических данных известно, что для рассматриваемого региона число новорожденных и число умерших за единицу времени пропорциональны численности населения с коэффициентами пропорциональности соответственно k_1 и k_2. Найти закон изменения численности населения с течением времени (описать протекание демографического процесса).

Компенентностно-ориентированная задача №27

Найти выражение объёма реализованной продукции $Q = Q(t)$ и его значение при $t = 2$, если известно, что продукция продаётся на конкурентном рынке по цене $P(Q) = 3 - 2Q$, норма акселерации $\frac{1}{l} = 1{,}5$, норма инвестиций $m = 0{,}6$, $P(0) = 1$.

Пояснение: полученный на момент времени *t* доход составит $R(Q) = Q \cdot P(Q)$, часть которого, равная $I(t) = m \cdot P(Q) \cdot Q$, инвестируется в производство при норме инвестиции *m*. В результате расширения производства (предполагается полная реализация производимой продукции) будет получен прирост дохода, часть которого опять инвестируется для расширения выпуска продукции. Это приведет к росту скорости выпуска (акселерации), причём скорость выпуска пропорциональна увеличению инвестиций с коэффициентом пропорциональности l, т.е. $Q'(t) = l \cdot I(t)$, где l^{-1} – норма акселерации.

Компенентностно-ориентированная задача №28

Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания а нормального распределения с надежностью $P = 0{,}95$, зная выборочное среднее $\overline{x}_в = 10{,}2$, объем выборки $n = 16$ и генеральное среднеквадратическое отклонение $\sigma = 4$.

Компенентностно-ориентированная задача №29

В результате проверки 10 продавцов одной из торговых точек города были обнаружены недовесы со средними значениями $\bar{x} = 150$ г и исправленной выборочной дисперсией $S_x^2 = 2500$. В другой точке недовесы характеризовались соответственно $\bar{y} = 125$ г и $S_y^2 = 1600$ среди выборки из 15 продавцов. Выяснить при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$, в какой точке предпочтительнее покупать продукцию.

Компенентностно-ориентированная задача №30

Для двух случайных величин X, Y проведена серия испытаний. Результаты испытаний записаны в следующую корреляционную таблицу

Y \ X	0	1	2	3	4	5
1	—	3	1	—	—	—
2	1	2	2	—	—	—
3	—	—	1	4	3	1
4	—	—	—	—	1	2

Вычислить выборочный коэффициент линейной корреляции и проверить его значимость при $\alpha = 0{,}05$.

Шкала оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи: в соответствии с действующей в университете балльно-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения – 60 (установлено положением П 02.016).

Максимальное количество баллов за решение компетентностно-ориентированной задачи – 6 баллов.

Балл, полученный обучающимся за решение компетентностно-ориентированной задачи, суммируется с баллом, выставленным ему по результатам тестирования.

Общий балл по промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по 5-балльной шкале (для экзамена) следующим образом:

Соответствие 100-балльной и 5-балльной шкал

Сумма баллов по 100-балльной шкале	*Оценка по 5-балльной шкале*
100–85	отлично
84–70	хорошо
69–50	удовлетворительно
49 и менее	неудовлетворительно

Критерии оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи:

6-5 баллов выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует глубокое понимание обучающимся предложенной проблемы и разностороннее ее рассмотрение; свободно конструируемая работа представляет собой логичное, ясное и при этом краткое, точное описание хода решения задачи (последовательности (или выполнения) необходимых трудовых действий) и формулировку доказанного, правильного вывода (ответа); при этом обучающимся предложено несколько вариантов решения или оригинальное, нестандартное решение (или наиболее эффективное, или наиболее рациональное, или оптимальное, или единственно правильное решение); задача решена в установленное преподавателем время или с опережением времени.

4-3 балла выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует понимание обучающимся предложенной проблемы; задача решена типовым способом в установленное преподавателем время; имеют место общие фразы и (или) несущественные недочеты в описании хода решения и (или) вывода (ответа).

2-1 балла выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует поверхностное понимание обучающимся предложенной проблемы; осуществлена попытка шаблонного решения задачи, но при ее решении допущены ошибки и (или) превышено установленное преподавателем время.

0 баллов выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует непонимание обучающимся предложенной проблемы, и (или) значительное место занимают общие фразы и голословные рассуждения, и (или) задача не решена.