МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Юго-Западный государственный университет

УТВЕРЖДАЮ:
И.о. зав. кафедрой
высшей математики
(наименование кафедры полностью)

________ О.А. Бредихина
(подпись)
«30» 08 2022 г.

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
для текущего контроля успеваемости
и промежуточной аттестации обучающихся
по дисциплине

Высшая математика
(наименование дисциплины)

09.03.01 Информатика и вычислительная техника
шифр и наименование направления подготовки (специальности)
направленность (профиль, специализация) «Интеллектуальные системы в цифровой экономике»
наименование направленности (профиля, специализации)

Курск – 2022

1 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

1.1 ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ В ТЕСТОВОЙ ФОРМЕ

Раздел (тема) 1 «Введение в математический анализ»

Вариант 1 (Т 1)

1. Даны два множества $A=\{a,b,c,d,e,f\}$ и $B=\{b,d,e,m,n,p\}$. Найти $A\cap B$.
1) $\{a,b,c,d,e,f,m,n,p\}$ 2) $\{a,b,b,c,d,d,e,e,f,m,n,p\}$ 3) $\{b,d\}$
4) $\{a,c,f\}$ 5) $\{b,d,e\}$

2. Найти $A\cap(B\cup C)$, если $A=(-3;11]$, $B=[-2;5]$, $C=(4;9)$
1) $(4;5]$ 2) $[-2;9]$ 3) $(-3;9]$ 4) $(3-;4)\cup[5;11]$

3. Ниже дано определение предела A функции $f(x)$ в точке x_0 (в случае $A\in R$ и $x_0\in R$). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II)
Число А называется пределом функции f(x) в точке x_0, если ______ существует ______ такое, что для всех $x_0\in D(f)$, удовлетворяющих условию _____ , выполняется условие _________
I. $|f(x)-A|<\varepsilon$
II. для любого числа $\varepsilon>0$
III. $0<|x-x_0|<\delta(\varepsilon)$
IV. $\delta(\varepsilon)>0$

4. Установить соответствие между пределами и неопределенностями, обнаруженными в каждом из них

1) $\lim\limits_{x\to1}(1-x)\cdot tg\left(\frac{\pi x}{2}\right)$	а) неопределённость $\left(\frac{0}{0}\right)$
2) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^4+2x^2+8}{3x^3+5x^2-10}$	б) неопределённость $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$
3) $\lim\limits_{x\to3}\frac{x^2-9}{x^2-2x-3}$	в) неопределённость (1^{∞})
4) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2x+1}{2x-1}\right)^{3-4x}$	г) неопределённость $(0\cdot\infty)$
	д) неопределённость $(\infty+\infty)$

5. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x^4-2x^2+8}{3x^3+5x^2-10}$.

6. Предел $\lim\limits_{x\to1}\frac{x^2+2x-3}{5-5x^2}$ равен …

7. Предел $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{2x^2-5x-3}{27-x^3}$ равен …

1) $\frac{7}{27}$ 2) $-\frac{7}{9}$ 3) $-\frac{7}{27}$ 4) $\frac{7}{9}$

8. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{2-\sqrt{x+1}}$.

1) 24 2) –24 3) 0 4) –6 5) 6

9. Предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg^2(3x)}{tg(2x^2)}$ равен …

1) 4,5 2) 1, 5 3) 0 4) 2,25

10. Предел $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+3}{x}\right)^x$ равен

1) e 2) e^3 3) $3/e$ 4) 1

Вариант 2 (Т 1)

1. Даны два множества $A=\{-2,3,8,13,18,23\}$, $B=\{-3,-1,1,3,5,7,9,11,13\}$. Найти $A\setminus B$.

1) $\{-3,-2,-1,1,3,5,7,8,9,11,13,18,23\}$ 2) $\{-2,8,18,23\}$

3) $\{-3,-2,-1,1,5,7,8,9,11,18,23\}$ 4) $\{-3,-1,1,5,7,9,11\}$

2. Даны числовые промежутки $A=[3;\,5)$ и $B=[0;\,3]$. Выполнить операции над множествами и установить соответствие

1) $A\cap B$ 2) $A\cup B$ 3) $A\setminus B$ 4) $B\setminus A$	а) $[0;\,5)$ б) $\emptyset$ в) $(3;\,5)$ г) $[3;\,5)$ д) $\{3\}$

3. Ниже дано определение бесконечно малой числовой последовательности. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II)

Числовая последовательность $\{x_n\}$ называется бесконечно малой, если ______ существует ______ такой, что если _______ , то выполняется условие _________

I. $|x_n|<\varepsilon$

II. $n>N(\varepsilon)$

III. для любого числа $\varepsilon>0$

IV. номер $N(\varepsilon)>0$

4. Предел $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^5+2x^3-1}{4x^3+x}$ равен …

1) ∞ 2) 0,5 3) 0 4) –0,25

5. Предел $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x-8x^2+6}{4x^2+7x-1}$ равен …

1) ∞ 2) 2 3) −2 4) –0,75

6. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2+2x-3}{5-5x^2}$.

7. Предел $\lim\limits_{x\to-4}\dfrac{16-x^2}{\sqrt{5-x}-3}$ равен …

1) –48 2) 48 3) –32 4) 0

8. Предел $\lim\limits_{x\to0} x\cdot ctg\,2x$ равен

1) 0 2) ∞ 3) 2 4) 0,5

9. Предел $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin(6x)-\sin(3x)}{\sin x+\sin(8x)}$ равен …

1) $\frac{1}{3}$ 2) $\frac{1}{9}$ 3) $-\frac{1}{3}$ 4) –1

10. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x+1}{2x-1}\right)^{3-4x}$.

1) $\dfrac{1}{e^8}$ 2) e^2 3) e^{-4} 4) $\dfrac{1}{e^2}$

Раздел (тема) 2 «Дифференциальное исчисление функции одной переменной»

Вариант 1 (Т 2)

1. Производная функции $y=x^5-\dfrac{1}{x}+\sqrt[4]{x^3}$ равна

1) $5x^4-\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{3}{4\sqrt[4]{x}}$ 2) $5x^4+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{3}{4\sqrt[4]{x^3}}$ 3) $5x^4+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{3}{4\sqrt[4]{x}}$

4) $5x+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{4}{3}\sqrt[3]{x}$ 5) $5x-\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{4}{3}\sqrt[3]{x}$

2. Вычислить производную функции $y=10x^5-3\sqrt{x}+\dfrac{5}{4x^3}-\dfrac{1}{x}$.

3. Вычислить производную функции $y=\dfrac{x\cdot\sin x}{x^2+2}$.

4. Вычислить производную функции $y=e^{3x+\sqrt{x}}$.

5. Вычислить производную функции $y=\cos^4\left(2x^3\right)$.

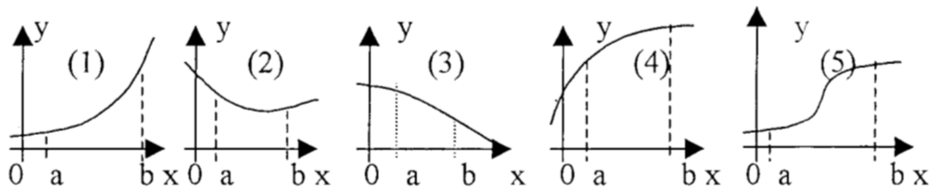
6.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при нахождении производной функции по определению	1) зафиксировать x, вычислить значение функции $f(x)$ 2) найти приращение функции $\Delta y = f(x+\Delta x) - f(x)$ 3) дать аргументу x приращение Δx и вычислить значение функции $f(x+\Delta x)$ 4) найти предел $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ 5) определить отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$	

7. Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y'.

1) $y = \sin(\ln x)$ 2) $y = x \cdot \operatorname{tg} x$ 3) $y = (\log_2 x)^{\cos x}$ 4) $y = 5^x$	1) логарифмическое дифференцирование 2) табличная производная 3) производная неявно заданной функции 4) производная произведения 5) производная сложной функции

8. Укажите, на каком рисунке изображён график функции, для которой в каждой точке отрезка [a;b] выполняются три условия: $y > 0, y' < 0, y'' < 0$.



9. Найти точку минимума функции $y = (2x+1)^2 \cdot (x+3) + 4$.

10. Выручка R от продажи некоторого товара определяется по формуле $R(Q) = 150Q - 0{,}2Q^2$, где Q − объём проданной продукции (тыс. ед.). Найти предельную выручку, если продано 120 тыс. ед.

Вариант 2 (Т 2)

1. Производная функции $f(x) = \cos^3(x^2+2x)$ равна

1) $3\cos^2(x^2+2x)(2x+2)$

2) $3\cos^2(x^2+2x)(-\sin(x^2+2x))(2x+2)$

3) $3\sin^2(x^2+2x)(2x+2)$

4) $3\cos^2(x^2+2x)\sin(x^2+2x)(2x+2)$

2. Вычислить производную функции $y = -6x^{10} + 5\sqrt[4]{x} + \frac{3}{x^5} - \frac{6}{\sqrt{x}}$.

3. Вычислить производную функции $y = \frac{x^2 \cdot \ln x}{1 - 3x^3}$.

4. Вычислить производную функции $y = 4^{x^2 - \sin x}$.

5. Вычислить производную функции $y = \sin^2\left(x^2\right)$.

6.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при нахождении производной функции $y = (\sin x)^{\cos x}$	1) найти производные обеих частей равенства 2) прологарифмировать обе части равенства 3) воспользоваться правилом нахождения производной сложной функции 4) воспользоваться свойством $\ln\left\|a^b\right\| = b \cdot \ln\|a\|$ 5) заменить y исходной функцией	

7. Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y'.

1) $y = \sqrt[3]{x}$ 2) $y = (\lg x)^x$ 3) $y = (5x + 2) \cdot \cos x$ 4) $y = e^{6x}$	1) логарифмическое дифференцирование 2) табличная производная 3) производная неявно заданной функции 4) производная произведения 5) производная сложной функции

8. Найти коэффициент k касательной $y = kx + b$ к параболе $y = 7x^2 - 14x + 5$ в точке $x_0 = 2$.

9. Найти наименьшее значение функции $y = \frac{x^2+49}{x}$ на отрезке $[-9; -1]$.

10. Функции долговременного спроса D и предложения S от цены P на мировом рынке нефти имеют, соответственно, вид $D = 30 - 0{,}9P$ и $S = 1{,}2P + 16$. Найти эластичность спроса в точке равновесной цены.

Раздел (тема) 3 «Интегральное исчисление функции одной переменной»
Вариант 1 (Т 3)

1. Какая из указанных ниже функций является первообразной функции $f(x) = 3 - 8x - \frac{4}{x^2}$?

1) $F(x) = -8 + \frac{8}{x^3}$ 2) $F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{8}{x^3} - 2$

3) $F(x) = 3x - 4x^2 - \frac{4}{x} - 6$ 4) $F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{4}{x}$

5) $F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{4}{x} - 5$

2.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{(4-5x)^2}{x} dx$	1) используем таблицу неопределённых интегралов 2) используем формулу квадрата разности 3) добавляем постоянную C в конце записи 4) используем свойство неопределённого интеграла $\int (f(x)+g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$ 5) используем почленное деление	

3. Установите соответствие между неопределённым интегралом и способом его решения.

1) $\int \frac{dx}{x \cdot \ln^5 x}$ 2) $\int (x+1)\sin x\, dx$ 3) $\int 5^x dx$ 4) $\int \frac{3+x}{x} dx$	а) использование почленного деления б) подведение под знак дифференциала в) использование формулы $\int f(kx+b)dx = \frac{1}{k}\int f(t)dt$ г) непосредственное интегрирование д) метод интегрирования по частям

4. Неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\sin^2 4x}$ равен

1) $-\frac{1}{4} ctg\, 4x + C$ 2) $\frac{1}{4} tg\, 2x + C$ 3) $-\frac{1}{2} ctg\, x + C$ 4) $-\frac{1}{4} ctg\, 2x + C$

5. Неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{(2x)^2 - 9}$ равен

1) $\frac{1}{3} arctg\, 2x + C$ 2) $\frac{1}{12}\ln\left|\frac{2x-3}{2x+3}\right| + C$ 3) $\frac{1}{6}\ln\left|\frac{2x+3}{2x-3}\right| + C$ 4) $\ln x + \left|\sqrt{4x^2-9}\right| + C$

6. Неопределённый интеграл $\int \frac{\cos x}{\sqrt{5-2\sin x}} dx$ равен

1) $\sqrt{5-2\sin x} + C$ 2) $2\ln|5-2\sin x| + C$

3) $-\sqrt{5-2\sin x} + C$ 4) $2\sqrt{5-2\sin x} + C$

7. Неопределённый интеграл $\int (2x-1)\cdot \cos x dx$ равен

1) $(2x-1)\cdot\cos x + 2\sin x + C$ 2) $2x\cdot\cos x - \sin x + C$

3) $(x^2 - x)\sin x + C$ 4) $2\cos x + (2x-1)\cdot\sin x + C$

8. Неопределённый интеграл $\int 2x\ \ln x\, dx$ равен

1) $x^2 \ln x + C$ 2) $x^2 \ln x - x^2 + C$ 3) $x + \ln x + C$ 4) $x^2 \ln x - \dfrac{x^2}{2} + C$

9. Разложение дроби $\dfrac{x-4}{x^3+6x^2+8x}$ на простейшие дроби имеет вид

1) $\dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x^2+6x+8}$ 2) $\dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x^2} + \dfrac{Mx+P}{x^2+6x+8}$

3) $\dfrac{A}{x} + \dfrac{Bx+C}{x^2+6x+8}$ 4) $\dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x+2} + \dfrac{C}{x+4}$

10. Неопределенный интеграл $\int \dfrac{4x+1}{x^2+x} dx$ равен

1) $\ln|x| + 3\ln|x+1| + C$ 2) $3\ln|x| + \ln|x+1| + C$

3) $\ln|x| - 3\ln|x+1| + C$ 4) $3\ln|x| - \ln|x+1| + C$

Вариант 2 (Т 3)

1. Какая из указанных ниже функций является первообразной функции $f(x) = 2 + 5x - \frac{4}{x^2}$?

1) $F(x) = 5 + \frac{8}{x^3}$ 2) $F(x) = 2x + 2{,}5x^2 + \frac{8}{x^3} - 2$

3) $F(x) = 5x + 2{,}5x^2 - \frac{4}{x} - 6$ 4) $F(x) = 5x + 2{,}5x^2 + \frac{4}{x}$

5) $F(x) = 5x + 2{,}5x^2 + \frac{4}{x} - 5$

2.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt[3]{x}}$	1) $\frac{x^{-\frac{4}{3}+1}}{-\frac{4}{3}+1} + C$ 2) $-\frac{3}{\sqrt[3]{x}} + C$ 3) $\int \frac{dx}{x^{\frac{4}{3}}}$ 4) $\int x^{-\frac{4}{3}} dx$ 5) $\frac{x^{-\frac{1}{3}}}{x^{-\frac{1}{3}}} + C$ 6) $\int \frac{dx}{x \cdot x^{\frac{1}{3}}}$	

3. Интеграл $\int \frac{xdx}{x^2+4}$ равен

1) $\frac{\ln|x^2+4|}{2}+C$ 2) $2\cdot\ln|x^2+4|+C$ 3) $\frac{1}{2}arctg\left(\frac{x}{2}\right)+C$

4) $\frac{x}{2}arctg\left(\frac{x}{2}\right)+C$ 5) $\ln|x^2+4|+C$

4. Первообразная функции $f(x)=\frac{1}{\cos^2 x}+3x^2+1$, график которой проходит через $M(0;2)$

1) $-tg\,x+x^3+2$ 2) $tg\,x+x^3+x+2$ 3) $tg\,x+x^3+2$ 4) $tg\,x+x^3+x+2$

5. Неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2-9}}$ равен

1) $\frac{1}{6}\arcsin 2x+C$ 2) $\frac{1}{6}\arcsin\frac{2x}{3}+C$

3) $\frac{1}{6}\ln\left|\frac{2x+3}{2x-3}\right|+C$ 4) $\frac{\ln\left|2x+\sqrt{4x^2-9}\right|}{2}+C$

6. Неопределенный интеграл $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2+3}}$ равен

1) $2\sqrt{x^2+3}+C$ 2) $\frac{x^2}{\sqrt{x^2+3}}$ 3) $\sqrt{x^2+3}+C$ 4) $\ln\left|x+\sqrt{x^2+3}\right|+C$

7. Неопределенный интеграл $\int \frac{\sqrt[3]{\ln^2 x}}{x}dx$ равен

1) $\frac{3\sqrt[3]{\ln^5 x}}{5}+C$ 2) $-\sqrt[3]{\ln^5 x}+C$ 3) $2\sqrt[3]{\ln^2 x}+C$ 4) $3\sqrt[3]{\ln x}+C$

8. Неопределённый интеграл $\int (2x+1)\cdot e^{2x+1}dx$ равен

1) $xe^{2x+1}+C$ 2) $2xe^{2x+1}+C$

3) $(x^2+x)e^{2x+1}+C$ 4) $2(x^2+x)e^{2x+1}+C$

9. Разложение дроби $\frac{x+5}{x^3+6x^2}$ на простейшие дроби имеет вид

1) $\frac{A}{x}+\frac{B}{x^2+6x}$ 2) $\frac{A}{x}+\frac{B}{x^2}+\frac{C}{x+6}$ 3) $\frac{A}{x}+\frac{Bx+C}{x^2+6x}$ 4) $\frac{A}{x^2}+\frac{B}{x+6}$

10. Неопределенный интеграл $\int \frac{5x-16}{x^2-6x+8}dx$ равен

1) $3\ln|x-2|-2\ln|x-4|+C$ 2) $3\ln|x-2|+2\ln|x-4|+C$

3) $2\ln|x-2|+3\ln|x-4|+C$ 4) $3\ln|x+2|+2\ln|x+4|+C$

Раздел (тема) 4 «Определенный интеграл и его приложения»
Вариант 1 (Т 4)

1. Указать равенства, которые являются верными

1) $\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$ 2) $\int_a^b f(x)\,dx \geq 0$

3) $\int_a^b f(x)\,dx = \int_b^a f(x)\,dx$ 4) $\int_a^a f(x)\,dx = 0$

2. Вычислить определенный интеграл $\int\limits_1^8 \left(2\sqrt[3]{x} - \frac{4}{x^2}\right)dx$

3. Установите соответствие между определенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке

1) $\int\limits_b^a f(x)dx$	а) 0
2) $\int\limits_a^a f(x)dx$	б) $-\int\limits_a^b f(x)dx$
3) $\int\limits_a^c f(x)dx + \int\limits_c^b f(x)dx$	в) $\int\limits_a^b f(x)dx$
4) $\int\limits_a^b (f(x)+g(x))dx$	г) $\int\limits_a^b f(x)dx - \int\limits_a^b g(x)dx$
	д) $\int\limits_a^b f(x)dx + \int\limits_a^b g(x)dx$

4. Вычислить определенный интеграл $\int\limits_0^{\ln 2} \frac{e^{2x}+2}{e^x}dx$

5. Указать интегралы, которые являются несобственными

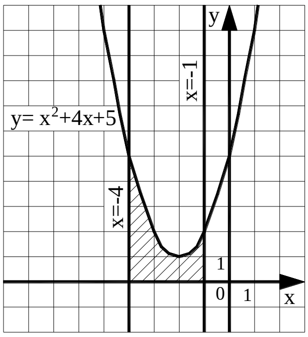
1) $\int\limits_{-1}^{1} \frac{x}{x+1}dx$ 2) $\int\limits_{-1}^{1} e^{\frac{x+1}{x}}dx$ 3) $\int\limits_{-1}^{1} \ln(x+5)\,dx$ 4) $\int\limits_{-1}^{1} (x-1)(x+1)\,dx$

6. Указать интегралы, которые не являются несобственными:

1) $\int_1^3 \left(\frac{2}{\sqrt[3]{x}}\right)dx$ 2) $\int_1^8 \left(\frac{2}{\sqrt[3]{x}}\right)dx$ 3) $\int_1^3 \ln x\;dx$ 4) $\int_0^{\pi} (tg\,x)dx$

7. Найти площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = -x^3$ и прямой, проходящей через точки A(-1; 4) и B(1;-4)

8. Найти площадь фигуры, изображенной на рисунке



1) $\frac{230}{3}$ 2) 70 3) 16 4) $\frac{100}{3}$ 5) 6

9. Исследуйте на сходимость несобственный интеграл $\int_{-1}^{1}\frac{1}{x^2}dx$. Укажите верную последовательность математических действий, которые для этого нужно совершить.

1) Доказать, что расходится хотя бы один из интегралов: $\int_{-1}^{0}\frac{1}{x^2}dx$ или $\int_{0}^{1}\frac{1}{x^2}dx$.

2) Представить интеграл в виде $\int_{-1}^{1}\frac{1}{x^2}dx = \int_{-1}^{0}\frac{1}{x^2}dx + \int_{0}^{1}\frac{1}{x^2}dx$.

3) Установить, что подынтегральная функция не определена в точке x=0, в окрестности которой она не ограничена.

4) Сделать вывод о расходимости интеграла $\int_{-1}^{1}\frac{1}{x^2}dx$.

10. Найти работу силы $F(x)=\frac{-3}{x^2}$ по перемещению мат. точки вдоль оси Ox из точки x=1 в точку x=2.

Вариант 2 (Т 4)

1. Указать равенства и утверждения, которые являются верными

1) $\int_a^b Cf(x)\,dx = C\int_a^b f(x)\,dx$ 2) $\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx - \int_c^b f(x)\,dx$

3) $\int_a^b dx = a-b$ 4) Если $f(x)\ge g(x)$, то $\int_a^b f(x)\,dx \ge \int_a^b g(x)\,dx$

2. Вычислить определенный интеграл $\int_0^1 \frac{6}{\pi\sqrt{4-x^2}}dx$

3. Установите соответствие между определенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке

1) $\int_{-a}^{a} f(x)dx$, если $f(x)$ – четная функция	а) 0
2) $\int_{-a}^{a} f(x)dx$, если $f(x)$ – нечетная функция	б) $-\int_a^b f(x)dx$
3) $\int_b^a f(x)dx$	в) $\int_a^b f(x)dx$
4) $\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$	г) $2\cdot\int_0^a f(x)dx$
	д) $\int_0^a f(x)dx$

4. Вычислить определенный интеграл $\int_{\pi/2}^{\pi}\frac{\cos x}{\sin x+1}dx$

1) 0 2) 1 3) $\ln 2$ 4) $-\ln 2$

5. Указать интегралы, которые являются несобственными

1) $\int\limits_0^2 \frac{dx}{x^2-1}dx$ 2) $\int\limits_0^2 e^{2x-1}dx$ 3) $\int\limits_0^2 \ln x\,dx$ 4) $\int\limits_0^2 (x-2)x\,dx$

6. Указать интегралы, которые не являются несобственными:

1) $\int_0^3 \left(\frac{4}{\sqrt[3]{x}}\right)dx$ 2) $\int_1^8 (x-1)(x-8)dx$ 3) $\int_0^e \ln x\ dx$ 4) $\int_{\pi/4}^{\pi/2} (\mathrm{c}tg\ x)dx$

7. Найти площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y=\sqrt[3]{x}$ и прямой, проходящей через точки $A(1;\ 1)$ и $B(8;2)$

8. Записать верную последовательность действий, которую требуется совершить для нахождения площади фигуры, ограниченной линиями, задаваемыми уравнениями: $y=x$, $y=\frac{1}{x}$, $x=2$.

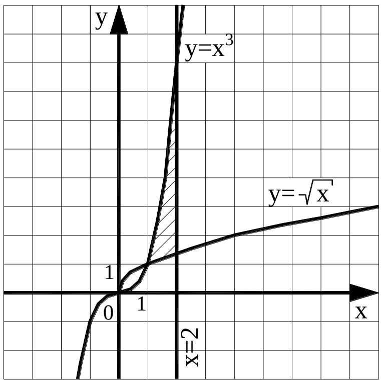
I. Построить указанные линии в прямоугольной декартовой системе координат.

II. Найти a и b – пределы интегрирования, для этого определить абсциссы точек пересечения указанных линий.

III. Определив, график какой из функций $y=x$ или $y=\frac{1}{x}$ лежит выше, воспользоваться формулой: $S=\int\limits_a^b \big(f(x)-g(x)\big)dx$.

IV. Вычислить определенный интеграл, пользуясь формулой Ньютона-Лейбница.

9. Найти площадь фигуры, изображенной на рисунке



1) 3,5 2) 3,75 3) $\frac{37}{12}-\frac{4\sqrt{2}}{3}$ 4) $\frac{53}{12}-\frac{4\sqrt{2}}{3}$ 5) $\frac{14}{3}-\frac{4\sqrt{2}}{3}$

10. Найти работу силы $F(x)=\frac{4}{x^2}$ по перемещению мат. точки вдоль оси Ox из точки x=-2 в точку x=-1.

Раздел (тема) 5 «Числовые и функциональные ряды»

Вариант 1 (Т 5)

1. Сумма ряда $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{2^{3n+1}-8}{3^{2n}}$ равна…

2. Сумма ряда $\sum_{n=3}^{\infty}\frac{1}{n(n-2)}$ равна…

3. Среди рядов

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt[3]{n^2-1}}{n+3}$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5n^2-2}{n(n^2+1)^2}$ 3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n+1}{5n-1}$ 4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{6^n+n}$

сходящимися являются …

4. Для рядов $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot n^2}{2^n}$ и $1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+...$ верно утверждение

1) оба сходятся абсолютно 2) оба сходятся условно
3) первый сходится абсолютно, а второй сходится условно
4) первый сходится условно, а второй сходится абсолютно

5. Установить соответствие между степенными рядами и областями их сходимости

1) $\sum_{n=1}^{\infty}x^n\cdot n!$	а) (-∞;∞)
2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n!}$	б) {0}
3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n}$	в) [-1, 1]
4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n^2}$	г) (-1, 1)
	д) [-1, 1)

6. Ниже сформулирован интегральный признак сходимости числовых рядов. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей. (Например, I, III, IV, II.)

Пусть дан ряд $\sum_{n=1}^{\infty}f(n)$, члены которого являются значениями некоторой функции f(x), _________ на _________ . Тогда, если _________ сходится (расходится), то сходится (расходится) и_________ .

I. $\int_1^{+\infty} f(x)dx$

II. $\sum_{n=1}^{\infty}f(n)$

III. $[1;\ +\infty)$

IV. положительной, непрерывной и не возрастающей

7. Область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n\cdot n!}{5n-2}$

1) [0; ∞) 2) (-∞; 0] 3) (-∞; ∞) 4) {0}

8. Если радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} c_n (x+1)^n$ равен 3, то интервал сходимости…

1) (-3;3) 2) (-2;4) 3) (-4;2) 4) (-4;4)

9. Установить соответствие между функциями и их разложением в степенной ряд

1) $(1+x)^m$	а) $1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\frac{x^6}{6!}+\ldots+(-1)^n\cdot\frac{x^{2n}}{(2n)!}+\ldots$
2) $\sin x$	б) $\frac{x}{1!}-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\ldots+(-1)^n\cdot\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}+\ldots$
3) $\cos x$	в) $1+x+x^2+x^3+\ldots,$
4) $\frac{1}{1-x}$	г) $1+mx+\frac{m(m-1)}{2!}x^2+\frac{m(m-1)(m-2)}{3!}x^3+\ldots,$
	д) $1-x+x^2-x^3+\ldots$

10. Запишите верную последовательность действий при нахождении области сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n^2\cdot 4^n}$. (Например, I, III, IV, II).

I. Исследовать сходимость ряда на концах интервала сходимости
II. Записать интервал сходимости ряда
III. Найти радиус сходимости ряда
IV. Сделать вывод о том, входят ли концы интервала сходимости в область сходимости ряда

Вариант 2 (Т 5)

1. Сумма ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^{n+1}+3^n}{2^{2n}}$ равна…

2. Сумма ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{10}{n^2+9n+20}$ равна…

3. Расходящимися среди рядов:

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n^3+1}}{2n-1}$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos^2 n}{n^4}$ 3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7n+3}{n^3+n-1}$ 4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^{n+1}}{4^n}$

являются …

4. Для рядов $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n!}$ и $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^n(n+1)}{n^2-2}$ верным является утверждение

1) оба сходятся абсолютно 2) оба сходятся условно
3) первый сходится абсолютно, а второй сходится условно
4) первый сходится абсолютно, а второй расходится

5. Установить соответствие между числовыми рядами и признаками сходимости, которые целесообразно применять для исследования вопроса об их сходимости

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n+1}{5n-1}$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{n^5+1}$ 3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4n+1}{(n-1)!}$ 4) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n^2}$	а) признак сравнений б) необходимый признак сходимости в) радикальный признак Коши г) признак Даламбера д) теорема Лейбница

6. Ниже сформулированы утверждения о сходимости числовых рядов. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы утверждения оказались верными (Например, I, III, IV, II.)

Если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ _________, то _________ . Если _________, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ _________ .

I. расходится
II. сходится
III. $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$
IV. $\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$

7. Область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+1)^n\cdot n!}{4^n}$

1) [-1;∞) 2) (-∞;∞) 3) {-1} 4) {0}

8. Если радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} c_n(x-1)^n$ равен 4, то интервал сходимости…

1) (-3;5) 2) (-4;4) 3) (-3;3) 4) (-5;3)

9. Установить соответствие между функциональными рядами и их суммой

1) $x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}-\ldots+(-1)^n\cdot\frac{x^{2n+1}}{2n+1}+\ldots$ 2) $x+\frac{1}{2}\frac{x^3}{3}+\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\frac{x^5}{5}+\frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}\frac{x^7}{7}+\ldots$ 3) $x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\ldots+(-1)^{n-1}\cdot\frac{x^n}{n}+\ldots$	а) e^x б) $\frac{1}{1+x}$ в) $\operatorname{arctg} x$ г) $\arcsin x$

4) $1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\ldots+\frac{x^n}{n!}+\ldots$	д) $\ln(1+x)$

10. Ниже сформулирована терема Абеля. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей. (Например, I, III, IV, II).

Если степенной ряд $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ сходится при $x = x_0$, то он _________ для всех x, удовлетворяющих условию _________ .Если степенной ряд $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ расходится при $x = x_0$, то он _________ для всех x, удовлетворяющих условию _________.

I. $|x| < |x_0|$

II. $|x| > |x_0|$

III. сходится

IV. расходится

Раздел (тема) 6 «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»

Вариант 1 (Т 6)

1. Линии уровня функции $z = 4 - x^2 - y^2$ имеют вид

а) окружностей б) эллипсов в) прямых г) гипербол д) парабол

2. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial y}$ от функции $z = x - \frac{x}{y} + 1$ равна

1) $1-\frac{x}{y^2}$ 2) $x-\frac{1}{y^2}+1$ 3) $\frac{x}{y^2}$ 4) $1-\frac{1}{y}$ 5) $-\frac{x}{y^2}$

3. Вычислите значения частных производных функции $z = 4x^2 - xy^3 + 5y$ в точке $M_0(1;-1)$ и установите соответствие.

1) $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right\|_{M_0}$ 2) $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right\|_{M_0}$ 3) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right\|_{M_0}$ 4) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right\|_{M_0}$ 5) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right\|_{M_0}$	а) -3 б) 8 в) 2 г) 6 д) 9 е) 1

4.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при нахождении частной производной $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = \ln(3xy - x^3)$	1) $\frac{-6x(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3y-3x^2)}{(3xy-x^3)^2}$ 2) $\frac{(3xy-x^3)'}{3xy-x^3}$ 3) $(\ln(3xy - x^3))'_x$ 4) $\left(\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}\right)'_x$ 5) $\frac{(3y-3x^2)'(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3xy-x^3)'}{(3xy-x^3)^2}$ 6) $\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}$	

5. Найти полный дифференциал первого порядка функции $z = \arcsin x^2 \cdot \cos 4y$.

6. Разложить функцию $f(x,y) = x^4 - 3xy + y^3 + 5$ по формуле Тейлора в окрестности точки (1; 2), найдя члены до второго порядка включительно.

7. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности $z = x^2 - y^2 + 5$ в точке M(1; 1).

8. Найдите сумму $a + b + c$, где $(a; b; c)$ – это координаты вектора градиента функции $u = 5x^2 + 3y^2 + 3z^2$ в точке $M(0; -2; 3)$.

9. Исследуйте на экстремум функцию $z = 6(x - y) - 3x^2 - 3y^2$. В ответе запишите значение z_0, если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$.

10. Производится два вида товаров в количестве x и y. Пусть цены на эти товары, соответственно, $P_1 = 45$ и $P_2 = 27$ тыс. руб. а функция издержек имеет вид C=$6x^2 + 3xy + 3y^2$. Найдите максимальную прибыль в тыс. руб., которую можно получить при продаже этих товаров.

Вариант 2 (Т 6)

1. Линии уровня функции $z = arctg\,\frac{y}{x}$ имеют вид

а) окружностей б) эллипсов в) прямых г) гипербол д) парабол

2. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ от функции $z = x - \frac{x}{y} + 1$ равна

1) $1 - \frac{x}{y^2}$ 2) $x - \frac{1}{y^2} + 1$ 3) $\frac{x}{y^2}$ 4) $1 - \frac{1}{y}$ 5) $-\frac{x}{y^2}$

3. Вычислите значения частных производных функции $z = 5x^3 - 3xy^2 - 2y$ в точке $M_0(1; 2)$ и установите соответствие.

1) $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right\|_{M_0}$ 2) $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right\|_{M_0}$ 3) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right\|_{M_0}$ 4) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right\|_{M_0}$ 5) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right\|_{M_0}$	а) 30 б) −14 в) −12 г) −6 д) −4 е) 3

4.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при исследовании функции двух переменных на экстремум	1) вычисляем значения A, B, C 2) вычисляем $z_0(x_0; y_0)$ 3) определяем стационарные точки 4) находим частные производные функции первого и второго порядков 5) определяем, минимум или максимум имеется в точке экстремума 6) вычисляем значение Δ 7) определяем наличие точки экстремума	

5.Найти полный дифференциал первого порядка функции $z = e^{-x} \cdot \sin 7y$.

6. Разложить функцию $f(x,y) = 5x^2 + 2y^3 - 4xy^2 - 4$ по формуле Тейлора по степеням $(x-1)$, $(y+1)$, найдя члены до второго порядка включительно.

7. Найти уравнение нормали к поверхности $z = 2x^2 + 3y^2 - 2$ в точке $M(1; -1)$.

8. Найдите сумму $a + b + c$, где $(a; b; c)$ – это координаты вектора градиента функции $u = 2x^2 - 3y^2 + 4z^2$ в точке $M(1; -1; 2)$.

9. Исследуйте на экстремум функцию $z = \frac{x^3}{3} - 2xy + y^2 - 3x$. В ответе запишите значение z_0, если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$.

10. Производится два вида товаров в количестве x и y. Пусть цены на эти товары, соответственно, $P_1 = 32$ и $P_2 = 24$ тыс. руб. а функция издержек имеет вид C=1,5$x^2 + 2xy + y^2$. Найдите максимальную прибыль в тыс. руб., которую можно получить при продаже этих товаров.

Раздел (тема) 7 «Интегральное исчисление функций нескольких переменных»

Вариант 1 (Т 7)

1. Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_D (3x-2y)dxdy$, где область D – прямоугольник, ограниченный осями координат и прямыми x=2, y=5.

2. Переходя к полярным координатам, вычислить двойной интеграл $\iint\limits_D \left(1-\frac{y^2}{x^2}\right)dxdy$, где область D – круг $x^2+y^2\le\pi^2$.

3. Расставить пределы интегрирования в двойном интеграле $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$, область D – треугольник с вершинами в точках A(2;2), B(4;0), C (7;2). Ответ записать в виде одного двойного интеграла.

4. Результат расстановки пределов интегрирования в двойном интеграле $\iint\limits_D f(x;y)dxdy$, где область D ограничена линиями $y=x^2$, $y=-\sqrt{x}$, $x=1$, имеет вид ________.

1) $\int\limits_0^1 dx\int\limits_{x^2}^{-\sqrt{x}} f(x;y)dy$ 2) $\int\limits_{-\sqrt{x}}^{x^2} dx\int\limits_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x;y)dy$ 3) $\int\limits_0^1 dx\int\limits_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x;y)dy$

4) $\int\limits_{-1}^1 dy\int\limits_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x;y)dx$ 5) $\int\limits_0^1 dx\int\limits_{-\sqrt{x}}^{x^2} f(x;y)dy$

5. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле $\int\limits_0^1 dy\int\limits_{\sqrt{y}}^{2-y} f(x;y)dx$ и записать результат.

6. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями с уравнениями $x+y=1$, $z=1-y^2$, $x=0$, $z=0$, $y=0$ ($y\ge 0$).

7. Вычислить массу отрезка прямой, от точки A(3;0) до точки B(0;1), если плотность в каждой точке меняется по закону $\rho(x,y)=x+3y$.

8. Установить соответствие при переходе от $\iint_D f(x,y)dxdy$ к повторному интегралу и расставить пределы интегрирования, если D ограничена линиями:

а) $x=1, y=2, x+y=6$	1)$\int_0^4 dx\int_{-\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{4x}} f(x,y)dy$

б) $y = \frac{x^2}{2}, y = 8$ в) $y = 2x^2, y = \sqrt{x}$ г) контуром треугольника ABC, где A(1;2), B(3;6), C(3;0) д) $x^2 + y^2 = 4$x	2) $\int_0^1 dx \int_{2x^2}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x,y)dy$ 3) $\int_1^3 dx \int_{3-x}^{2x} f(x,y)dy$ 4) $\int_1^4 dx \int_2^{6-x} f(x,y)dy$ 5) $\int_{-4}^4 dx \int_{\frac{x^2}{2}}^{2x} f(x,y)dy$

9. Вычислить $\iint\limits_S \left(z + 2x + \frac{4}{3}y\right)dS$, где S – часть плоскости $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$, лежащая в первом октанте.

10.

Расположите последовательность действий при вычислении $\iint\limits_D cos(x+y)dxdy$, где область D ограничена линиями $x = 0, y = x, y = \frac{\pi}{2}$	1) Перейти к двукратному интегралу $\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx \int_x^{\frac{\pi}{2}} cos(x+y)dy$ 2) Вычислить $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (cosx - sin2x)dx = 0$ 3) Построить область $D: x = 0, y = x, y = \frac{\pi}{2}$ 4) Вычислить $\int_x^{\frac{\pi}{2}} cos(x+y)dy = cosx - sin2x$	

Вариант 2 (Т 7)

1. Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_D (2x - 3y)dxdy$, где область D – прямоугольник, ограниченный осями координат и прямыми x=2, y=4.

2. Переходя к полярным координатам, вычислить двойной интеграл $\iint\limits_D \frac{dxdy}{x^2 + y^2 + 1}$, где область D ограничена полуокружностью $y = \sqrt{1 - x^2}$ и осью Ox.

3. Расставить пределы интегрирования в двойном интеграле $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$, область D – треугольник с вершинами в точках A(2;–2), B(5;3), C (5;–3). Ответ записать в виде одного двойного интеграла.

4. Результат расстановки пределов интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x;y)dxdy$, где область D ограничена линиями $y = x^2 - 1$, $y = \sqrt{1-x^2}$, имеет вид ________.

1) $\int_{-1}^{1} dy \int_{\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x;y)dx$ 2) $\int_{-1}^{1} dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{x^2-1} f(x;y)dy$ 3) $\int_{-1}^{1} dx \int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} f(x;y)dy$

4) $\int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} dx \int_{\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x;y)dy$ 5) $\int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} dx \int_{-\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x;y)dy$

5. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле $\int_{-1}^{0} dx \int_{x+1}^{1+x^2} f(x;y)dy$ и записать результат.

6. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями с уравнениями $y = \frac{1}{4}x^2$, $y + z = 1$, $z = 0$.

7. Вычислить массу дуги циклоиды $x = t - \sin t$, $y = 1 - \cos t$, $0 \le t \le 2\pi$, если плотность в каждой точке меняется по закону $\rho(t) = \sin\frac{t}{2}$.

8. Установить соответствие при перемене порядка интегрирования в повторном интеграле:

а) $\int_0^4 dx \int_{-\sqrt{x}}^{\sqrt{x}} f(x,y)dy$ б) $\int_2^4 dx \int_{\frac{4}{x}}^{\frac{6-x}{2}} f(x,y)dy$ в) $\int_{-2}^{-1} dx \int_{-\sqrt{x+2}}^{\sqrt{x+2}} f(x,y)dy + \int_{-1}^{2} dx \int_{x}^{\sqrt{x+2}} f(x,y)dy$	1) $\int_{-1}^{2} dy \int_{y^2}^{y} f(x,y)dx$ 2) $\int_{-2}^{2} dy \int_{y^2}^{4} f(x,y)dx$ 3) $\int_{1}^{2} dy \int_{\frac{4}{y}}^{6-2y} f(x,y)dx$

9. Вычислить $\iint_S 6dS$, где S – часть сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, лежащая в первом октанте.

10.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ

Расположите последовательность действий при вычислении $\iint\limits_D (x+2y)dxdy$, где область D ограничена линиями $x=2, y=x, x=2y$	1) Вычислить $\int_{\frac{x}{2}}^{x}(x+2)dy = \frac{5}{4}\int_0^2 x^2dx$ 2) Перейти от двойного интеграла к повторному $\int_0^2 dx \int_{\frac{x}{2}}^{x}(x+2)dy$ 3) Построить область $D: x=2, x=2y, y=x$ 4) Вычислить $\frac{5}{4}\int_0^2 x^2dx = \frac{10}{3}$	

Раздел (тема) 8 «Элементы теории функции комплексной переменной»

Вариант 1 (Т 8)

1. Установить соответствие действий с комплексными числами $z_1 = 5-3i$ и $z_2 = 2+i$.

1) $z_1 \cdot z_2$ 2) $\frac{z_1}{z_2}$ 3) $\bar{z}_1^{\,2}$ 4) $z_1 + z_2$	а) $16-30i$ б) $7-2i$ в) $1,4-2,2i$ г) $13-i$ д) $16+30i$

2. Сумма действительных решений уравнения $(-2+5i)\,x+2i=(1-2i)\,y+3ix-3$ равна

1) 9 2) −4 3) −9 4) 4 5) 5

3. Верно ли, что действительная часть $(2+3i)(1-i)-\frac{i^{15}}{1+i}$ равна 5?

1) да, верно 2) нет, не верно

4. Найти мнимую часть решения уравнения $(-1-i)z = 3+i$.

5. Найти модуль комплексного числа $z = 1+i$.

6. Найти аргумент комплексного числа $z = 1+i$.

7.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Укажите последовательность действий при переводе комплексного числа из алгебраической формы в тригонометрическую	1) подстановка ρ и φ в формулу 2) нахождения главного значения аргумента 3) вычисление модуля комплексного числа 4) вычисление $\sin\varphi$ и $\cos\varphi$ 5) определение значений действительной и мнимой частей	

8. Тригонометрическая форма комплексного числа $z = 6 - 6i$ имеет вид

1) $6\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) - i\cdot\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$ 2) $6\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\cdot\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$

3) $6\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\cdot\sin\frac{3\pi}{4}\right)$ 4) $6\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\cdot\sin\frac{\pi}{4}\right)$

5) $6\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} - i\cdot\sin\frac{3\pi}{4}\right)$

9. Вычислить z^{10}, если $z = \sqrt{3} - i$.

1) $2^9(\sqrt{3} - i)$ 2) $2^9(\sqrt{3} + i)$ 3) $2^9(-\sqrt{3} - i)$ 4) $2^9(-\sqrt{3} + i)$

10. Вычислить $\sqrt{-7-24i}$

1) $\{-3 + 4i; 3 - 4i\}$ 2) $\{3 + 4i; 3 - 4i\}$ 3) $\{-3 + 4i; 3 + 4i\}$ 4) $\{3 + 4i; 3 + 4i\}$

Вариант 2 (Т 8)

1. Установить соответствие действий с комплексными числами $z_1 = 2 + 4i$ и $z_2 = 1 - 3i$.

1) $z_1 \cdot z_2$ 2) $\frac{z_1}{z_2}$ 3) $\bar{z}_1^{\,2}$ 4) $z_1 + z_2$	а) $3+i$ б) $i - 1$ в) $-12 + 16i$ г) $-12 - 16i$ д) $14 - 2i$

2. Количество действительных корней многочлена $P(x) = 3x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 2$ равно

1) 2 2) 3 3) 0 4) 4 5) 1

3. Верно ли, что мнимая часть $(2+3i)(1-i)-\dfrac{i^{15}}{1+i}$ равна 2?

1) да, верно 2) нет, не верно

4. Найти мнимую часть решения уравнения $(-1 + i)z = 2 - i$.

5. Найти модуль комплексного числа $z=-1-i$.

6. Найти аргумент комплексного числа $z=-1-i$.

7.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Укажите последовательность действий при возведении комплексного числа в натуральную степень (без использования формул сокращённого умножения)	1) подстановка ρ и φ в формулу Муавра 2) нахождения главного значения аргумента 3) вычисление модуля комплексного числа 4) вычисление $\sin\varphi$ и $\cos\varphi$ 5) определение значений действительной и мнимой частей	

8. Тригонометрическая форма комплексного числа $z=2-2i$ имеет вид

1) $2\sqrt{2}\left(\cos\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)-i\cdot\sin\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)\right)$ 2) $2\sqrt{2}\left(\cos\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)+i\cdot\sin\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)\right)$

3) $2\sqrt{2}\left(\cos\dfrac{3\pi}{4}+i\cdot\sin\dfrac{3\pi}{4}\right)$ 4) $2\sqrt{2}\left(\cos\dfrac{\pi}{4}+i\cdot\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$

5) $2\sqrt{2}\left(\cos\dfrac{3\pi}{4}-i\cdot\sin\dfrac{3\pi}{4}\right)$

9. Вычислить z^8, если $z=\sqrt{3}-i$.

1) $2^7(1-\sqrt{3}i)$ 2) $2^7(1+\sqrt{3}i)$ 3) $2^7(-1-\sqrt{3}i)$ 4) $2^7(-1+\sqrt{3}i)$

10. Вычислить $\sqrt{i}$

1) $\left\{-\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i;\ -\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i\right\}$ 2) $\left\{-\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i;\ \frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i\right\}$

3) $\left\{-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i;\ \frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i\right\}$ 4) $\left\{\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i;\ -\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i\right\}$

Шкала оценивания: 10-ти балльная для Т 1, Т 2, Т 3, Т 4 и 6-ти балльная для Т 5, Т 6, Т 7, Т 8.

Критерии оценивания:

Каждый вопрос (задание) в тестовой форме оценивается по дихотомической шкале: выполнено – 1 балл, не выполнено – 0 баллов.

Применяется следующая шкала перевода баллов в оценку по 5-балльной шкале:

9, 10 баллов соответствуют оценке «отлично»;
7, 8 баллов – оценке «хорошо»;
5, 6 баллов – оценке «удовлетворительно»;
4 балла и менее – оценке «неудовлетворительно».

2 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ

2.1 БАНК ВОПРОСОВ И ЗАДАНИЙ В ТЕСТОВОЙ ФОРМЕ

1. Вопросы в закрытой форме.

1.1 Даны два множества $A=\{-5,-2,1,4,7,10,13\}$ и $B=\{-4,-2,0,2,4,6,8\}$. Тогда $A\cap B$ имеет вид…

1) $\{-4,0,2,6,8\}$ 2) $\{-5,-4,-2,0,1,2,4,6,7,8,10,13\}$
3) $\{-5,-4,0,1,2,6,7,8,10,13\}$ 4) $\{-2,4\}$ 5) $\{-5,1,7,10,13\}$

1.2 Предел $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^5+2x^3-1}{4x^3+x}$ равен …

1) ∞ 2) 0,5 3) 0 4) –0,25

1.3 Предел $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{3x-8x^2+6}{4x^2+7x-1}$ равен …

1) ∞ 2) 2 3) -2 4) –0,75

1.4. Предел $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{3x-8x^2+6}{4x^2+7x-1}$ равен

1) ∞ 2) 2 3) -2 4) –0,75

1.5 Предел $\lim\limits_{x\to-4}\frac{16-x^2}{\sqrt{5-x}-3}$ равен …

1) –48 2) 48 3) –32 4) 0

1.6 Предел $\lim\limits_{x\to0}\frac{arctg^2(3x)}{tg(2x^2)}$ равен …

1) 4,5 2) 1,5 3) 0 4) 2,25

1.7 Предел $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+3}{x}\right)^x$ равен

1) e 2) e^3 3) $3/e$ 4) 1

1.8 Предел $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x+3}{2x}\right)^x$ равен

1) e 2) 0 3) $3/e$ 4) 1

1.9 Предел $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^5+2x^3-1}{4x^3+x}$ равен …

1) ∞ 2) 0,5 3) 0 4) $-\infty$ 5) –0,25

1.10 Производная функции $y = x^5 - \frac{1}{x} + \sqrt[4]{x^3}$ равна...

1) $5x^4 - \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$ 2) $5x^4 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x^3}}$ 3) $5x^4 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$

4) $5x + \frac{1}{x^2} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$ 5) $5x - \frac{1}{x^2} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$

1.11 Производная функции $y = x^2 \cdot \sin(2x)$ равна...

1) $2x \cdot \cos(2x)$ 2) $2x \cdot \sin(2x) + 2x^2 \cdot \cos(2x)$ 3) $2x \cdot \sin(2x) + x^2 \cdot \cos(2x)$

4) $2x \cdot \sin(2x) - 2x^2 \cdot \cos(2x)$ 5) $4x \cdot \cos(2x)$

1.12 Укажите, как должен выглядеть график функции $y(x)$ на отрезке [a;b], если в каждой точке указанного отрезка выполняются три условия: y <0, y' <0, y'' >0.

1) график лежит ниже оси ОХ; $y(x)$ возрастает; выпуклость вниз

2) график лежит ниже оси ОХ; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх

3) график лежит ниже оси ОХ; $y(x)$ возрастает; выпуклость вверх

4) график лежит ниже оси ОХ; $y(x)$ убывает; выпуклость вниз

5) график лежит выше оси ОХ; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх

1.13 Найти точку разрыва функции $y = \frac{3}{(x+1)\ln x}$

1) e 2) 0 3) -1 4) 1

1.14 Одной из первообразных от функции $y = 2x - 3$ является функция…

1) $x^2 - 3 + C$ 2) 2 3) $2x^2 - 3 + C$

4) $x^2 - 3x + C$ 5) $2 - 3x$

1.15 Интеграл $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$ равен…

1) $\ln^3 x + C$ 2) $\frac{\ln^3 x}{3} + C$ 3) $\ln x + C$ 4) $2\ln x + C$ 5) $-\frac{\ln^3 x}{3x} + C$

1.16 Неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\sin^2 4x}$ равен

1) $-\frac{1}{4} ctg\, 4x + C$ 2) $\frac{1}{4} tg\, 2x + C$ 3) $-\frac{1}{2} ctg\, x + C$ 4) $-\frac{1}{4} ctg\, 2x + C$

1.17 Неопределенный интеграл $\int \frac{\sqrt[3]{\ln^2 x}}{x} dx$ равен

1) $\frac{3\sqrt[3]{\ln^5 x}}{5} + C$ 2) $-\sqrt[3]{\ln^5 x} + C$ 3) $2\sqrt[3]{\ln^2 x} + C$ 4) $3\sqrt[3]{\ln x} + C$

1.18 Указать интегралы, которые являются несобственными

1) $\int_{-1}^{1} \frac{x}{x+1} dx$ 2) $\int_{-1}^{1} e^{\frac{x+1}{x}} dx$ 3) $\int_{-1}^{1} \ln(x+5)\, dx$ 4) $\int_{-1}^{1} (x-1)(x+1)\, dx$

1.19 Для ряда $\frac{4}{3}+\frac{8}{5}+\frac{16}{7}+...$ верным является утверждение:

1) сходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{1}{2}$ 2) расходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=2$

3) расходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=\infty$ 4) расходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{a_{n+1}}=4$

1.20 Для ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{3n}\right)^{n^2}$ верным является утверждение

1) сходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=0$ 2) сходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=e$

3) расходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=\infty$ 4) расходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=e^3$

1.21 Для рядов $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot n^2}{2^n}$ и $1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+...$ верно утверждение

1) оба сходятся абсолютно 2) оба сходятся условно

3) первый сходится абсолютно, а второй сходится условно

4) первый сходится условно, а второй сходится абсолютно

1.22 Результат расстановки пределов интегрирования в двойном интеграле $\iint\limits_D f(x;y)dxdy$, где область D ограничена линиями $y=x^2-1$, $y=\sqrt{1-x^2}$, имеет вид ________.

1.23 Даны комплексные числа: $z_1=7+i$ и $z_2=1-2i$. Отношение $\frac{z_1}{z_2}$ равно…

1) $-\frac{5}{3}-5i$ 2) $\frac{9}{5}-\frac{13}{5}i$ 3) 1+3i 4) 0,1–0,3i 5) $\frac{5}{48}-\frac{15}{48}i$

1.24 Тригонометрическая форма комплексного числа $z=6-6i$ имеет вид …

1) $6\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)-i\cdot\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$ 2) $6\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)+i\cdot\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$

3) $6\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\cdot\sin\frac{3\pi}{4}\right)$ 4) $6\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\cdot\sin\frac{\pi}{4}\right)$

5) $6\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4}-i\cdot\sin\frac{3\pi}{4}\right)$

1.25 Даны комплексные числа: $z_1=3+2i$ и $z_2=5-i$. Выражение $(z_1\cdot z_2-4i^3)$ равно…

1) $17+3i$ 2) $17+7i$ 3) $13+11i$ 4) $13+3i$ 5) $17+11i$

1) $\int\limits_{-1}^{1}dy\int\limits_{\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}}f(x;y)dx$ 2) $\int\limits_{-1}^{1}dx\int\limits_{-\sqrt{1-x^2}}^{x^2-1}f(x;y)dy$ 3) $\int\limits_{-1}^{1}dx\int\limits_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}}f(x;y)dy$

4) $\int\limits_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}}dx\int\limits_{\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}}f(x;y)dy$ 5) $\int\limits_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}}dx\int\limits_{-\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}}f(x;y)dy$

2. Вопросы в открытой форме

2.1 Предел $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x+3}{2x}\right)^x$ равен …

2.2 Предел $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2+2x-3}{5-5x^2}$ равен …

2.3 Предел $\lim\limits_{x\to-4}\dfrac{16-x^2}{\sqrt{5-x}-3}$ равен …

2.4 Найти коэффициент k касательной $y=kx+b$ к параболе $y=7x^2-14x+5$ в точке $x_0=2$.

2.5 Найти точку минимума функции $y=(2x+1)^2\cdot(x+3)+4$.

2.6 Найдите наибольшее значение функции $y=\dfrac{4\sqrt{x}-3}{x+1}$.

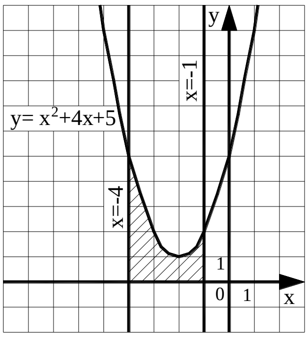
2.7 Найдите сумму $a+b+c$, где $(a;b;c)$ – это координаты вектора градиента функции $u=5x^2+3y^2+3z^2$ в точке $M(0;-2;3)$.

2.8 Исследуйте на экстремум функцию $z=6(x-y)-3x^2-3y^2$. В ответе запишите значение z_0, если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0;y_0)=z_0$.

2.9 Исследуйте на экстремум функцию $z=\frac{x^3}{3}-2xy+y^2-3x$. В ответе запишите значение z_0, если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0;y_0)=z_0$.

2.10 Вычислить определённый интеграл $\int\limits_1^9\dfrac{1+2\sqrt{x}}{x^2}dx$.

2.11 Найти площадь фигуры, изображенной на рисунке. Ответ округлить до сотых.



2.12 Найти сумму ряда: $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{3^n+8^n}{24^n}$.

2.13 Найти сумму ряда: $\sum\limits_{n=6}^{\infty}\dfrac{8}{n^2-8n+15}$.

2.14 Исследовать сходимость ряда, применяя радикальный признак Коши: $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{\ln^n(3n+2)}$.

2.15 Исследовать сходимость ряда: $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\cdot\left(\dfrac{n}{2n+2}\right)^n$.

2.16 Радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-5)^{2n}}{6\cdot 5^{n+2}}$ равен_______.

2.17 Найти область сходимости ряда: $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{5n+1}{8n-7}\right)^4\cdot\left(\frac{x-1}{2}\right)^n$.

2.18 Разложите функцию $f(x)=\frac{1}{2x-7}$ в ряд Маклорена.

2.19 Вычислить с точностью до 0,001 значение функции $ln1{,}5$.

2.20 Вычислить двойной интеграл $\iint_D(2x-3y)dxdy$, где область D – прямоугольник, ограниченный осями координат и прямыми x=2, y=4.

2.21 Расставить пределы интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x,y)dxdy$, область D – треугольник с вершинами в точках A(2;–2), B(5;3), C (5;–3). Ответ записать в виде одного двойного интеграла.

2.22 Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле $\int_{-1}^{0}dx\int_{x+1}^{1+x^2}f(x;y)dy$ и записать результат.

2.23 Действительная часть комплексного числа $z=5-6i$ равна…

2.24 Мнимая часть комплексного числа $z=5-6i$ равна…

2.25 Модуль комплексного числа $z=-4+3i$ равен…

3. Вопросы на установление последовательности

3.1 Ниже дано определение предела A функции $f(x)$ в точке x_0 (в случае $A\in R$ и $x_0\in R$). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Число A называется пределом функции f(x) в точке x_0, если ______ существует ______ такое, что для всех $x_0\in D(f)$, удовлетворяющих условию _____ , выполняется условие _________.

I. $|f(x)-A|<\varepsilon$

II. для любого числа $\varepsilon>0$

III. $0<|x-x_0|<\delta(\varepsilon)$

IV. $\delta(\varepsilon)>0$

3.2 Ниже дано определение бесконечно малой числовой последовательности. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Числовая последовательность $\{x_n\}$ называется бесконечно малой, если ______ существует ______ такой, что если _______ , то выполняется условие _________.

I. $|x_n|<\varepsilon$

II. $n>N(\varepsilon)$

III. для любого числа $\varepsilon>0$

IV. номер $N(\varepsilon)>0$

3.3 Ниже дано определение функции $f(x)$, бесконечно большой в действительной точке x_0. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Функция f(x) называется бесконечно большой в точке x_0, если ______ существует ______ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____ , выполняется условие _________.

I. $\delta(\varepsilon) > 0$

II. $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$

III. $|f(x)| > \varepsilon$

IV. для любого числа $\varepsilon > 0$

3.4 Ниже сформулировано следствие теоремы о промежуточных значениях функциях (следствие теоремы Больцмана-Коши). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Пусть функция f(x) ________, на концах отрезка ________, тогда ________, где выполняется условие _________.

I. принимает значение разных знаков

II. существует точка $c \in (a, b)$

III. непрерывна на отрезке $[a, b]$

IV. $f(c) = 0$

3.5 Ниже дано определение функции $f(x)$, бесконечно малой в действительной точке x_0. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Функция f(x) называется бесконечно малой в точке x_0, если ______ существует ______ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____ , выполняется условие _________.

I. $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$

II. $|f(x)| < \varepsilon$

III. для любого числа $\varepsilon > 0$

IV. $\delta(\varepsilon) > 0$

3.6 Расположите последовательность действий при нахождении производной функции по определению.

1) зафиксировать x, вычислить значение функции $f(x)$

2) найти приращение функции $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$

3) дать аргументу x приращение Δx и вычислить значение функции $f(x + \Delta x)$

4) найти предел $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$

5) определить отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$

3.7 Расположите последовательность действий при нахождении производной функции $y = (\sin x)^{\cos x}$.

1) найти производные обеих частей равенства

2) прологарифмировать обе части равенства

3) воспользоваться правилом нахождения производной сложной функции

4) воспользоваться свойством $\ln\left|a^b\right| = b \cdot \ln|a|$

5) заменить y исходной функцией

3.8 Расположите последовательность действий при нахождении частной производной $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = \ln(3xy - x^3)$.

1) $\frac{-6x(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3y-3x^2)}{(3xy-x^3)^2}$

2) $\frac{(3xy-x^3)'}{3xy-x^3}$

3) $(\ln(3xy - x^3))'_x$

4) $\left(\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}\right)'_x$

5) $\frac{(3y-3x^2)'(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3xy-x^3)'}{(3xy-x^3)^2}$

6) $\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}$

3.9 Расположите последовательность действий при исследовании функции двух переменных на экстремум.

1) вычисляем значения A, B, C

2) вычисляем $z_0(x_0; y_0)$

3) определяем стационарные точки

4) находим частные производные функции первого и второго порядков

5) определяем, минимум или максимум имеется в точке экстремума

6) вычисляем значение Δ

7) определяем наличие точки экстремума

3.10 Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{(4-5x)^2}{x} dx$.

1) используем таблицу неопределённых интегралов

2) используем формулу квадрата разности

3) добавляем постоянную C в конце записи

4) используем свойство неопределённого интеграла $\int\left(f(x)+g(x)\right)dx=\int f(x)dx+\int g(x)dx$

5) используем почленное деление

3.11 Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{dx}{x\cdot\sqrt[3]{x}}$.

1) $\frac{x^{-\frac{4}{3}+1}}{-\frac{4}{3}+1}+C$

2) $-\frac{3}{\sqrt[3]{x}}+C$

3) $\int \frac{dx}{x^{\frac{4}{3}}}$

4) $\int x^{-\frac{4}{3}}dx$

5) $\frac{x^{-\frac{1}{3}}}{x^{-\frac{1}{3}}}+C$

6) $\int \frac{dx}{x\cdot x^{\frac{1}{3}}}$

3.12 Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы получилась формулировка определения неопределенного интеграла. (Например, I, III, IV, II).

Если функция F(x) – ______ функции f(x) на промежутке X, то множество функций F(x)+C, где C – произвольная постоянная, называется ______ от функции f(x) на этом промежутке и обозначается символом $\int f(x)\,dx$. При этом f(x) называется ______ , f(x)dx называется ______ .

I. подынтегральной функцией

II. первообразная

III. подынтегральным выражением

IV. неопределенным интегралом

3.13 Запишите верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла $\int (x+1)\cdot\sin x\,dx$. (Например, I, III, IV, II.)

I. Вычислить *du* и *v*

II. Установить, что нужно взять за *u*, а что за *dv*

III. Определить, относится ли интеграл к типу интегралов, интегрируемых по частям

IV. Воспользоваться формулой $\int u\,dv=uv-\int v du$, подставив вместо *u, dv, du* и *v* их значения.

3.14 Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы получилась формулировка одного из свойств определенного интеграла. (Например, I, III, IV, II).

Если m и M – соответственно наименьшее и наибольшее значения функции f(x) на ______ , то ______ ≤ ______ ≤ ______ .

I. $M(b-a)$

II. $m(b-a)$

III. $\int_a^b f(x)dx$

IV. $[a,b]$

3.15 Запишите верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла $\int \frac{x^3+5x^2-4x-6}{x(x+3)}dx$. (Например, I, III, IV, II.)

I.Проинтегрировать $Q(x)$ и полученные простейшие дроби и сложить результаты

II.Определить вид разложения $\frac{R(x)}{x(x+3)}$ дроби на простейшие дроби

III. Выполнить деление многочлена в числителе подынтегральной функции на многочлен в знаменателе, то есть представить подынтегральную функцию в виде $f(x) = Q(x) + \frac{R(x)}{x(x+3)}$

IV.Вычислить коэффициенты в разложении дроби $\frac{R(x)}{x(x+3)}$ на простейшие дроби, воспользовавшись методом неопределенных коэффициентов

3.16 Запишите верную последовательность действий, которую требуется совершить для нахождения площади фигуры, ограниченной линиями, задаваемыми уравнениями: $y = x$, $y = \frac{1}{x}$, $x = 2$.

I. Построить указанные линии в прямоугольной декартовой системе координат.

II. Найти a и b – пределы интегрирования, для этого определить абсциссы точек пересечения указанных линий.

III. Определив, график какой из функций $y = x$ или $y = \frac{1}{x}$ лежит выше, воспользоваться формулой: $S = \int_a^b \left(f(x) - g(x)\right)dx$.

IV. Вычислить определенный интеграл, пользуясь формулой Ньютона-Лейбница.

3.17 Ниже сформулированы утверждения о сходимости числовых рядов. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы утверждения оказались верными (Например, I, III, IV, II.)

Если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ _________, то _________ . Если _________, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ _________ .

I. расходится

II.сходится

III. $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$

IV. $\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$

3.18 Ниже сформулирован интегральный признак сходимости числовых рядов. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей. (Например, I, III, IV, II).

Пусть дан ряд $\sum_{n=1}^{\infty} f(n)$, члены которого являются значениями некоторой функции f (x), _________ на _________ . Тогда, если _________ сходится (расходится), то сходится (расходится) и_________ .

I. $\int_1^{+\infty} \mathrm{f(x)dx}$

II. $\sum_{n=1}^{\infty} f(n)$

III. $[1;\ +\infty)$

IV. положительной, непрерывной и не возрастающей

3.19 Исследуйте на абсолютную и условную сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)}{n^2}$.

Запишите верную последовательность действий, которая при этом должна быть осуществлена.

I. Применить теорему Лейбница

II. Сделать вывод, является ряд абсолютно сходящимся или нет

III. Выбрать признак сходимости ряда с положительными членами и воспользоваться им

IV. Составить ряд из модулей членов данного ряда

3.20 Запишите верную последовательность действий при нахождении области сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2 \cdot 4^n}$. (Например, I, III, IV, II).

I.Исследовать сходимость ряда на концах интервала сходимости

II.Записать интервал сходимости ряда

III.Найти радиус сходимости ряда

IV.Сделать вывод о том, входят ли концы интервала сходимости в область сходимости ряда

3.21 Ниже сформулирована терема Абеля. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей. (Например, I, III, IV, II.)

Если степенной ряд $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ сходится при $x = x_0$, то он _________ для всех x, удовлетворяющих условию _________ .Если степенной ряд $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ расходится при $x = x_0$, то он _________ для всех x, удовлетворяющих условию _________.

I. $|x| < |x_0|$

II. $|x| > |x_0|$
III. сходится
IV. расходится

3.22 Расположите последовательность действий при вычислении $\iint_D cos(x+y)dxdy$, где область D ограничена линиями $x=0, y=x, y=\frac{\pi}{2}$.

1) Перейти к двукратному интегралу $\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx \int_x^{\frac{\pi}{2}} cos(x+y)dy$

2) Вычислить $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (cosx - sin2x)dx = 0$

3) Построить область $D: x=0, y=x, y=\frac{\pi}{2}$

4) Вычислить $\int_x^{\frac{\pi}{2}} cos(x+y)dy = cosx - sin2x$

3.23 Расположите последовательность действий при вычислении $\iint_D (x+2y)dxdy$, где область D ограничена линиями $x=2, y=x, x=2y$.

1) Вычислить $\int_{\frac{x}{2}}^{x} (x+2)dy = \frac{5}{4}\int_0^2 x^2dx$

2) Перейти от двойного интеграла к повторному $\int_0^2 dx \int_{\frac{x}{2}}^{x} (x+2)dy$

3) Построить область $D: x=2, x=2y, y=x$

4) Вычислить $\frac{5}{4}\int_0^2 x^2dx = \frac{10}{3}$

3.24 Укажите последовательность действий при переводе комплексного числа из алгебраической формы в тригонометрическую.
1) подстановка ρ и φ в формулу
2) нахождения главного значения аргумента
3) вычисление модуля комплексного числа
4) вычисление $\sin\varphi$ и $\cos\varphi$
5) определение значений действительной и мнимой частей

3.25 Укажите последовательность действий при возведении комплексного числа в натуральную степень (без использования формул сокращённого умножения).

1) подстановка ρ и φ в формулу Муавра

2) нахождения главного значения аргумента

3) вычисление модуля комплексного числа

4) вычисление $\sin\varphi$ и $\cos\varphi$

5) определение значений действительной и мнимой частей

4. Вопросы на установление соответствия

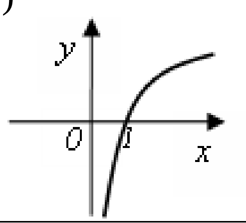
4.1 Даны числовые промежутки $A=[3;\,5)$ и $B=[0;\,3]$. Выполнить операции над множествами и установить соответствие.

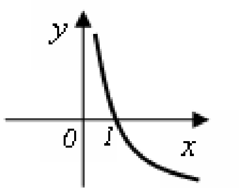
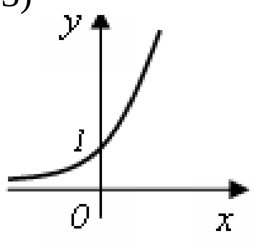
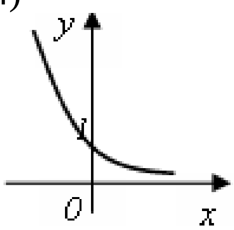
1) $A\cap B$ 2) $A\cup B$ 3) $A\setminus B$ 4) $B\setminus A$	а) $[0;\,5)$ б) $\emptyset$ в) $(3;\,5)$ г) $[3;\,5)$ д) $\{3\}$

4.2 Установить соответствие между пределами и неопределенностями, обнаруженными в каждом из них

1) $\lim\limits_{x\to1}(1-x)\cdot tg\left(\frac{\pi x}{2}\right)$ 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^4+2x^2+8}{3x^3+5x^2-10}$ 3) $\lim\limits_{x\to3}\frac{x^2-9}{x^2-2x-3}$ 4) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2x+1}{2x-1}\right)^{3-4x}$	а) неопределённость $\left(\frac{0}{0}\right)$ б) неопределённость $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$ в) неопределённость (1^{∞}) г) неопределённость $(0\cdot\infty)$ д) неопределённость $(\infty+\infty)$

4.3 Установить соответствие между графическим и аналитическим заданиями функций.

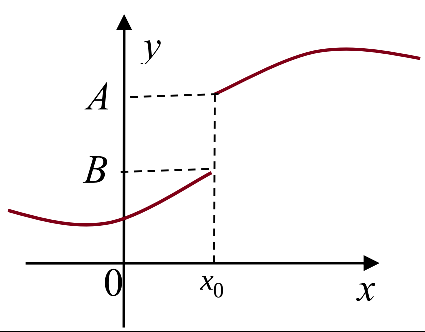
1) 	а) $y=2^x$ б) $y=(0{,}5)^x$

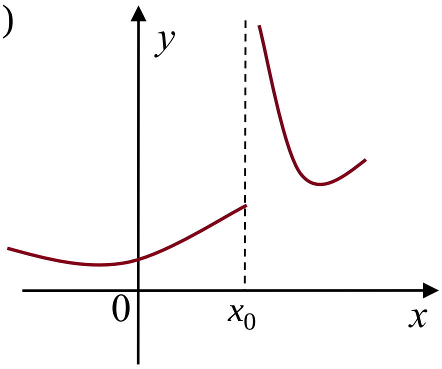
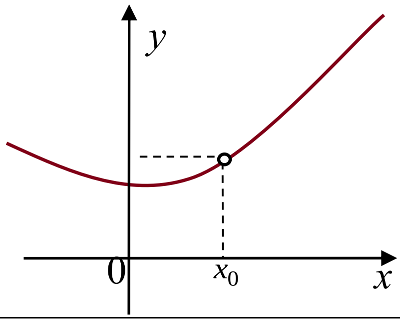
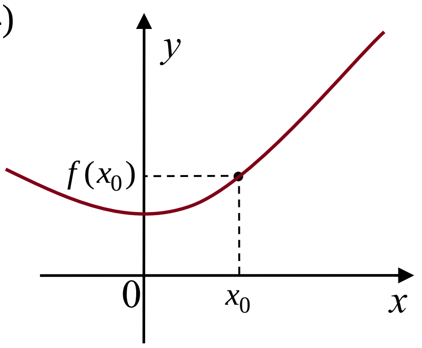
2) 	в) $y = \log_2 x$
3) 	г) $y = \log_{0,5} x$
4) 	д) $y = x^{\frac{1}{2}}$

4.4 Исследуйте данные ниже функции на ограниченность и установите соответствие.

1) $y = 3^x$	а) ограничена сверху, не ограничена снизу
2) $y = -x^2 + 3x$	б) ограничена снизу, не ограничена сверху,
3) $y = tg\ x$	в) ограничена и сверху, и снизу
4) $y = \sin x$	г) не ограничена ни сверху, ни снизу

4.5 Пользуясь графиками функций, исследуйте вопрос о непрерывности функции в точке x_0 и поставьте в соответствие каждой указанной точке x_0 ее характеристику.

1) 	а) x_0 – точка непрерывности функции б) x_0 – точка устранимого разрыва 1го рода в) x_0 – точка неустранимого разрыва 1го рода

2) 	г) x_0 – точка разрыва 2го рода
3) 	
4) 	

4.6 Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y'.

1) $y = \sin(\ln x)$ 2) $y = x \cdot \operatorname{tg} x$ 3) $y = (\log_2 x)^{\cos x}$ 4) $y = 5^x$	1) логарифмическое дифференцирование 2) табличная производная 3) производная неявно заданной функции 4) производная произведения 5) производная сложной функции

4.7 Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y'.

1) $y = \sqrt[3]{x}$ 2) $y = (\lg x)^x$ 3) $y = (5x + 2) \cdot \cos x$ 4) $y = e^{6x}$	1) логарифмическое дифференцирование 2) табличная производная 3) производная неявно заданной функции 4) производная произведения 5) производная сложной функции

4.8 Вычислите значения частных производных функции $z = 4x^2 - xy^3 + 5y$ в точке $M_0(1; -1)$ и установите соответствие.

1) $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right\|_{M_0}$ 2) $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right\|_{M_0}$ 3) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right\|_{M_0}$ 4) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right\|_{M_0}$ 5) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right\|_{M_0}$	а) −3 б) 8 в) 2 г) 6 д) 9 е) 1

4.9 Вычислите значения частных производных функции $z = 5x^3 - 3xy^2 - 2y$ в точке $M_0(1; 2)$ и установите соответствие.

1) $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right\|_{M_0}$ 2) $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right\|_{M_0}$ 3) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right\|_{M_0}$ 4) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right\|_{M_0}$ 5) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right\|_{M_0}$	а) 30 б) −14 в) −12 г) −6 д) −4 е) 3

4.10 Установите соответствие между функциями, записанными в левой колонке и их первообразными в правой колонке

1) $\frac{1}{x^2}$ 2) $\frac{x}{2}$ 3) $3x^2$ 4) $\frac{1}{x} + 2x$	а) $\frac{x^2}{4}$ б) $\ln\|x\| + x^2$ в) $\frac{1}{x^2} + 2$ г) $-\frac{1}{x}$ д) x^3

4.11 Установите соответствие между интегралами и их значениями

1) $\int \frac{dx}{a^2 - x^2}$	а) $\frac{1}{2a} \ln\left\|\frac{a+x}{a-x}\right\| + c$ б) $\frac{1}{a} arctg \frac{x}{a} + c$ в) $arc\sin \frac{x}{a} + c$ г) $arctg \frac{x}{a} + c$
2) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}$	
3) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$	
4) $\int \frac{dx}{a^2 + x^2}$	

	д) $\ln\left|x+\sqrt{x^2 \pm a^2}\right|+c$

4.12 Установите соответствие между неопределенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке

1) $\int Af(x)dx$ 2) $\int (f \pm g)dx$ 3) $\left(\int f(x)dx\right)'$ 4) $\int dF(x)$	а) $\int f\,dx \pm \int g\,dx$ б) $f(x)$ в) $A\int f(x)dx$ г) $F(x)+C$ д) $f(x)dx$

4.13 Установите соответствие между неопределенными интегралами и заменами, которые целесообразно применить для вычисления интегралов

1) $\int \sin^3 x \cdot \cos^2 x\,dx$	а) $t = tg\,x$
2) $\int \frac{\sqrt{tgx}}{\cos^2 x}dx$	б) $t = ctg\,x$
3) $\int \sin^4 x \cdot \cos x\,dx$	в) $t = \sin x$
	г) $t = \cos x$
4) $\int \frac{ctgx}{\sin^2 x}\quad dx$	д) $t = \cos^2 x$

4.14 Установите соответствие между интегралом и способом его решения.

1) $\int \frac{dx}{x \cdot \ln^5 x}$ 2) $\int (x+1)\sin x\,dx$ 3) $\int 5^x dx$ 4) $\int \frac{3+x}{x}dx$	а) использование почленного деления б) подведение под знак дифференциала в) использование формулы $\int f(kx+b)dx = \frac{1}{k}\int f(t)dt$ г) непосредственное интегрирование д) метод интегрирования по частям

4.15 Установите соответствие между определенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке

1) $\int_b^a f(x)dx$	а) 0
2) $\int_a^a f(x)dx$	б) $-\int_a^b f(x)dx$
3) $\int_a^c f(x)dx+\int_c^b f(x)dx$	в) $\int_a^b f(x)dx$
4) $\int_a^b (f(x)+g(x))dx$	г) $\int_a^b f(x)dx-\int_a^b g(x)dx$
	д) $\int_a^b f(x)dx+\int_a^b g(x)dx$

4.16 Установить соответствие между числовыми рядами и признаками сходимости, которые целесообразно применять для исследования вопроса об их сходимости

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n+1}{5n-1}$	а) признак сравнений
2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{n^5+1}$	б) необходимый признак сходимости
3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4n+1}{(n-1)!}$	в) радикальный признак Коши
4) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n^2}$	г) признак Даламбера
	д) теорема Лейбница

4.17 Установить соответствие между числовыми рядами и признаками сходимости, которые целесообразно применять для исследования вопроса об их сходимости

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+1}{5n}$	а) признак сравнений
2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{n^5+1}$	б) необходимый признак сходимости
3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n-3}{(n+2)!}$	в) радикальный признак Коши
	г) признак Даламбера

4) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{2}{n}\right)^{n^2}$	д) теорема Лейбница

4.18 Установить соответствие между степенными рядами и областями их сходимости

1) $\sum_{n=1}^{\infty} x^n \cdot n!$	а) (-∞; ∞)
2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n\,!}$	б) {0}
3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n}$	в) [-1; 1]
4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n^2}$	г) (-1; 1)
	д) [-1; 1)

4.19 Установить соответствие между функциями и их разложением в степенной ряд

1) $\ln(1+x)$	а) $x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}-\ldots+(-1)^n\cdot\frac{x^{2n+1}}{2n+1}+\ldots$
2) $\frac{1}{1-x}$	б) $\frac{x}{1!}-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\ldots+(-1)^n\cdot\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}+\ldots$
	в) $1+x+x^2+x^3+\ldots$
3) e^x	г) $x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\ldots+(-1)^{n-1}\cdot\frac{x^n}{n}+\ldots$
4) $arctg\, x$	д) $1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\ldots+\frac{x^n}{n!}+\ldots$

4.20 Установить соответствие между функциями и их разложением в степенной ряд

1) $(1+x)^m$	а) $1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\frac{x^6}{6!}+\ldots+(-1)^n\cdot\frac{x^{2n}}{(2n)!}+\ldots$
2) $\sin x$	б) $\frac{x}{1!}-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\ldots+(-1)^n\cdot\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}+\ldots$
3) $\cos x$	в) $1+x+x^2+x^3+\ldots,$

4) $\dfrac{1}{1-x}$	г) $1+mx+\dfrac{m(m-1)}{2!}x^2+\dfrac{m(m-1)(m-2)}{3!}x^3+\ldots,$ д) $1-x+x^2-x^3+\ldots$

4.21 Установить соответствие между функциональными рядами и их суммой

1) $x-\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{x^5}{5}-\ldots+(-1)^n\cdot\dfrac{x^{2n+1}}{2n+1}+\ldots$	а) e^x
2) $x+\dfrac{1}{2}\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{1\cdot3}{2\cdot4}\dfrac{x^5}{5}+\dfrac{1\cdot3\cdot5}{2\cdot4\cdot6}\dfrac{x^7}{7}+\ldots$	б) $\dfrac{1}{1+x}$
3) $x-\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{x^3}{3}-\ldots+(-1)^{n-1}\cdot\dfrac{x^n}{n}+\ldots$	в) $arctg\, x=$
4) $1+\dfrac{x}{1!}+\dfrac{x^2}{2!}+\dfrac{x^3}{3!}+\ldots+\dfrac{x^n}{n!}+\ldots$	г) $\arcsin x=$ д) $\ln(1+x)$

4.22 Известно, что функцию, заданную на отрезке $[-\pi;\pi]$ можно разложить в ряд Фурье, то есть представить в виде $f(x)=\dfrac{a_0}{2}+\sum\limits_{n=1}^{\infty}(a_n\cdot\cos nx+b_n\cdot\sin nx)$. Установить соответствие между коэффициентами Фурье и формулами, по которым они вычисляются.

1) a_0 2) a_n 3) b_n	а) $\dfrac{1}{\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi}f(x)dx$ б) $\dfrac{1}{\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi}f(x)\cdot\cos nx\,dx$ в) $\dfrac{1}{\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi}f(x)\cdot\sin nx\,dx$ г) $\dfrac{1}{\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi}\cos nx\,dx$ д) $\dfrac{1}{\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi}\sin nx\,dx$

4.23 Установить соответствие при переходе от $\iint_D f(x,y)dxdy$ к повторному интегралу и расставить пределы интегрирования, если D ограничена линиями

а) $x=1, y=2, x+y=6$ б) $y=\frac{x^2}{2}, y=8$ в) $y=2x^2, y=\sqrt{x}$	1) $\int_0^4 dx\int_{-\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{4x}}f(x,y)dy$ 2) $\int_0^1 dx\int_{2x^2}^{\sqrt{4x-x^2}}f(x,y)dy$

г) контуром треугольника ABC, где A(1;2), B(3;6), C(3;0) д) $x^2 + y^2 = 4$x	3) $\int_1^3 dx \int_{3-x}^{2x} f(x,y)dy$ 4) $\int_1^4 dx \int_2^{6-x} f(x,y)dy$ 5) $\int_{-4}^4 dx \int_{\frac{x^2}{2}} f(x,y)dy$

4.24 Установить соответствие действий с комплексными числами $z_1 = 5 - 3i$ и $z_2 = 2 + i$.

1) $z_1 \cdot z_2$ 2) $\frac{z_1}{z_2}$ 3) $\bar{z}_1^{\,2}$ 4) $z_1 + z_2$	а) $16 - 30i$ б) $7 - 2i$ в) $1{,}4 - 2{,}2i$ г) $13 - i$ д) $16 + 30i$

4.25 Установить соответствие действий с комплексными числами $z_1 = 2 + 4i$ и $z_2 = 1 - 3i$.

1) $z_1 \cdot z_2$ 2) $\frac{z_1}{z_2}$ 3) $\bar{z}_1^{\,2}$ 4) $z_1 + z_2$	а) $3+i$ б) $i - 1$ в) $-12 + 16i$ г) $-12 - 16i$ д) $14 - 2i$

Шкала оценивания результатов тестирования: в соответствии с действующей в университете бально-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения – 60 баллов (установлено положением П 02.016).

Максимальный балл за тестирование представляет собой разность двух чисел: максимального балла по промежуточной аттестации для данной формы обучения (36 или 60) и максимального балла за решение компетентностно-ориентированной задачи (6).

Балл, полученный обучающимся за тестирование, суммируется с баллом, выставленным ему за решение компетентностно-ориентированной задачи.

Общий балл по промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по 5-балльной шкале (для экзамена) следующим образом:

Соответствие 100-балльной и 5-балльной шкал

Сумма баллов по 100-балльной шкале	*Оценка по 5-балльной шкале*
100–85	отлично
84–70	хорошо
69–50	удовлетворительно
49 и менее	неудовлетворительно

Критерии оценивания результатов тестирования:

Каждый вопрос (задание) в тестовой форме оценивается по дихотомической шкале: выполнено – **2 балла**, не выполнено – **0 баллов**.

2.2 КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ

Компенентностно-ориентированная задача №1

Составить функцию прибыли и построить её график, если известно, что фиксированные издержки производства продукции составляют 10 тыс. руб. в месяц, переменные издержки – 30 руб. за единицу продукции, а выручка равна 50 руб. за единицу продукции.

Компенентностно-ориентированная задача №2

Законы спроса и предложения на некоторый товар определяются уравнениями $D = 12 - 2Q$ и $S = Q + 3$.

а) Найти точку рыночного равновесия.

б) Найти точку равновесия после введения налога, равного 3 ден. ед. на единицу продукции. Определить увеличение цены и уменьшение равновесного объёма продаж. Посчитать доход государства после введения этого налога.

Компенентностно-ориентированная задача №3

Законы спроса и предложения на некоторый товар определяются уравнениями $D = 12 - 2Q$ и $S = Q + 3$.

а) Какая субсидия приведёт к увеличению объёма продаж на 2 единицы?

б) Вводится пропорциональный налог, равный 20%. Найти новую точку равновесия в доход правительства.

Компенентностно-ориентированная задача №4

В прошлом году средняя цена данного товара была 15 денежных единиц, а в настоящем году – 18 денежных единиц. Найти зависимость $P = f(n)$ цены товара P от номера года n при условии, что тенденция роста сохраниться, то есть цена будет увеличиваться на одно и то же число. Составить прогноз средней цены на три года вперед.

Компенентностно-ориентированная задача №5

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется следующим образом.

1. Если объём заказа не превышает 4 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 300 рублей.

2. Если объём заказа превышает 4 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 300 рублей предоставляется скидка в размере $\frac{x-4000}{50}$ рублей, где x – количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 16 000 единиц товара). Ответ записать в виде: $R(x_0) = R_0$.

Компенентностно-ориентированная задача №6

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется так:

1. Если объём заказа не превышает 3 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 200 рублей.

2. Если объём заказа превышает 3 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 200 рублей предоставляется скидка в размере $\frac{x-3000}{100}$ рублей, где x – количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 13 000 единиц товара). Ответ записать в виде: $R(x_0) = R_0$.

Компенентностно-ориентированная задача №7

Зависимость количества Q (в шт., $0 \le Q \le 30\,000$) купленного у фирмы товара от цены P (в руб. за шт.) выражается формулой $Q = 30\,000 - P$. Затраты на производство Q единиц товара составляют $5\,000Q + 3\,000\,000$ руб. Кроме затрат на производство, фирма должна платить налог t руб. $(0 < t < 15\,000)$ с каждой произведённой единицы товара. Таким образом, прибыль фирмы составляет $PQ - 5\,000Q - 3\,000\,000 - tQ$ руб., а общая сумма налогов, собранных государством, равна tQ руб.

Фирма производит такое количество товара, при котором её прибыль максимальна. При каком значении t (в руб.) общая сумма налогов, собранных государством, будет максимальной?

Компенентностно-ориентированная задача №8

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить максимальную прибыль предприятия.

Компенентностно-ориентированная задача №9

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить объём продукции и цену, соответствующие максимальной прибыли.

Компенентностно-ориентированная задача №10

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить средние и предельные затраты, соответствующие максимальной прибыли.

Компенентностно-ориентированная задача №11

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить участки роста и убывания прибыли при изменении объёма выпускаемой продукции от 2 до 5 ед.

Компенентностно-ориентированная задача №12

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить наименьшее значение затрат при изменении объёма выпускаемой продукции от 2 до 5 ед.

Компенентностно-ориентированная задача №13

Потребитель имеет возможность потратить сумму в размере 1000 ден. ед. на приобретение x единиц первого товара и y единиц второго товара. Заданы функция полезности $u(x, y) = 0{,}5 \cdot \ln(x-2) + 2\ln(y-1)$ и цены $P_1 = 0{,}2$ и $P_2 = 4$ за единицу товаров. Определить количество единиц товаров, при которых полезность для потребителя будет наибольшей.

Компенентностно-ориентированная задача №14

Вычислить на сколько процентов приближённо изменится спрос, описываемый функцией $D = e^{-\sqrt{n+P^2}}$, где $n -$число производителей товара, $P -$цена товара, если число производителей товара уменьшится на 1%, а цена возрастёт на 1%. На рынке имеется 7 производителей, цена товара составляет 3 ед.

Компенентностно-ориентированная задача №15

Данные о росте индекса Доу-Джонса и росте цены акций (усл. ед.) приведены в таблице:

x	2,0	2,5	3,0	3,1	3,5	3,7	4,3
y (усл. ед.)	4,3	4,6	4,7	4,7	4,9	5,1	4,6

Методом наименьших квадратов найти зависимость вида $y = ax + b$ между ростом цены акций y и ростом индекса x. Вычислить рост цены акции при росте индекса, равном 2,6.

Компетентностно-ориентированная задача №16

По данным исследований в распределении доходов одной из стран, кривая Лоренца может быть описана уравнением $y = \frac{3}{2-x} - \frac{5}{3}$, где x – доля населения, y – доля доходов населения. Вычислить коэффициент Джинни, оценить распределение доходов 40% наиболее низко оплачиваемого населения.

Компенентностно-ориентированная задача №17

Из статистических данных известно, что для рассматриваемого региона число новорожденных и число умерших за единицу времени пропорциональны численности населения с коэффициентами пропорциональности соответственно k_1 и k_2. Найти закон изменения численности населения с течением времени (описать протекание демографического процесса).

Компенентностно-ориентированная задача №18

Найти выражение объёма реализованной продукции $Q = Q(t)$ и его значение при $t = 2$, если известно, что продукция продаётся на конкурентном рынке по цене $P(Q) = 3 - 2Q$, норма акселерации $\frac{1}{l} = 1{,}5$, норма инвестиций $m = 0{,}6$, $P(0) = 1$.

Пояснение: полученный на момент времени t доход составит $R(Q) = Q \cdot P(Q)$, часть которого, равная $I(t) = m \cdot P(Q) \cdot Q$, инвестируется в производство при норме инвестиции m. В результате расширения производства (предполагается полная реализация производимой продукции) будет получен прирост дохода, часть которого опять инвестируется для расширения выпуска продукции. Это приведет к росту скорости выпуска (акселерации), причём скорость выпуска пропорциональна увеличению инвестиций с коэффициентом пропорциональности l, т.е. $Q'(t) = l \cdot I(t)$, где l^{-1} – норма акселерации.

Компенентностно-ориентированная задача №19

Известно, что начальный размер вклада под 10% годовых в банке составил 1 млн. рублей. Найти размер вклада через 5 лет: а) без капитализации процентов, б) с ежегодной капитализацией, в) с ежеквартальной капитализацией, г) с ежемесячной капитализацией, д) с ежедневной капитализацией, е) с непрерывной капитализацией.

Компенентностно-ориентированная задача №20

Кооператив открывает линию по производству жестяных консервных банок объемом 0,25 литра для последующей расфасовки в них консервированного горошка. В качестве инженера-экономиста рассчитайте такие радиус основания x и высоту y консервной банки, чтобы на ее изготовление потребовалось минимум материала. Напомним, что 1 л = 1000 см^3.

Компенентностно-ориентированная задача №21

Обувная фабрика продаёт туфли по цене 35 руб. за пару. Издержки составляют 63 тыс. руб. за 100 пар туфель и 60,75 тыс. руб. за 85 пар.

а) Найти точку безубыточности.

б) Сколько пар туфель фабрика должна произвести и продать, чтобы получить 10% дохода на деньги, вложенные в фиксированные затраты?

Компенентностно-ориентированная задача №22

Составить функцию прибыли и построить её график, если известно, что фиксированные издержки производства продукции составляют 10 тыс. руб. в месяц, переменные издержки – 30 руб. за единицу продукции, а выручка равна 50 руб. за единицу продукции.

Компенентностно-ориентированная задача №23

Законы спроса и предложения на некоторый товар определяются уравнениями $D = 12 - 2Q$ и $S = Q + 3$.

а) Найти точку рыночного равновесия.

б) Найти точку равновесия после введения налога, равного 3 ден. ед. на единицу продукции. Определить увеличение цены и уменьшение равновесного объёма продаж. Посчитать доход государства после введения этого налога.

Компенентностно-ориентированная задача №24

Законы спроса и предложения на некоторый товар определяются уравнениями $D = 12 - 2Q$ и $S = Q + 3$.

а) Какая субсидия приведёт к увеличению объёма продаж на 2 единицы?

б) Вводится пропорциональный налог, равный 20%. Найти новую точку равновесия в доход правительства.

Компенентностно-ориентированная задача №25

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется следующим образом.

1. Если объём заказа не превышает 4 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 300 рублей.

2. Если объём заказа превышает 4 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 300 рублей предоставляется скидка в размере $\frac{x-4000}{50}$ рублей, где x – количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 16 000 единиц товара). Ответ записать в виде: $R(x_0) = R_0$.

Компенентностно-ориентированная задача №26

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется следующим образом.

1. Если объём заказа не превышает 3 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 200 рублей.

2. Если объём заказа превышает 3 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 200 рублей предоставляется скидка в размере $\frac{x-3000}{100}$ рублей, где x – количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 13 000 единиц товара). Ответ записать в виде: $R(x_0)=R_0$.

Компенентностно-ориентированная задача №27

Зависимость количества Q (в шт., $0 \le Q \le 30\,000$) купленного у фирмы товара от цены P (в руб. за шт.) выражается формулой $Q = 30\,000 - P$. Затраты на производство Q единиц товара составляют $5\,000Q + 3\,000\,000$ руб. Кроме затрат на производство, фирма должна платить налог t руб. $(0 < t < 15\,000)$ с каждой произведённой единицы товара. Таким образом, прибыль фирмы составляет $PQ - 5\,000Q - 3\,000\,000 - tQ$ руб., а общая сумма налогов, собранных государством, равна tQ руб.

Фирма производит такое количество товара, при котором её прибыль максимальна. При каком значении t (в руб.) общая сумма налогов, собранных государством, будет максимальной?

Компенентностно-ориентированная задача №28

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить максимальную прибыль предприятия.

Компенентностно-ориентированная задача №29

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить объём продукции и цену, соответствующие максимальной прибыли.

Компенентностно-ориентированная задача №30

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить средние и предельные затраты, соответствующие максимальной прибыли.

Шкала оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи: в соответствии с действующей в университете балльно-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения – 60 (установлено положением П 02.016).

Максимальное количество баллов за решение компетентностно-ориентированной задачи – 6 баллов.

Балл, полученный обучающимся за решение компетентностно-ориентированной задачи, суммируется с баллом, выставленным ему по результатам тестирования.

Общий балл по промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по 5-балльной шкале (для экзамена) следующим образом:

Соответствие 100-балльной и 5-балльной шкал

Сумма баллов по 100-балльной шкале	*Оценка по 5-балльной шкале*
100–85	отлично
84–70	хорошо
69–50	удовлетворительно
49 и менее	неудовлетворительно

Критерии оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи:

6-5 баллов выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует глубокое понимание обучающимся предложенной проблемы и разностороннее ее рассмотрение; свободно конструируемая работа представляет собой логичное, ясное и при этом краткое, точное описание хода решения задачи (последовательности (или выполнения) необходимых трудовых действий) и формулировку доказанного, правильного вывода (ответа); при этом обучающимся предложено несколько вариантов решения или оригинальное, нестандартное решение (или наиболее эффективное, или наиболее рациональное, или оптимальное, или единственно правильное решение); задача решена в установленное преподавателем время или с опережением времени.

4-3 балла выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует понимание обучающимся предложенной проблемы; задача решена типовым способом в установленное преподавателем время; имеют место общие фразы и (или) несущественные недочеты в описании хода решения и (или) вывода (ответа).

2-1 балла выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует поверхностное понимание обучающимся предложенной проблемы; осуществлена попытка шаблонного решения задачи, но при ее решении допущены ошибки и (или) превышено установленное преподавателем время.

0 баллов выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует непонимание обучающимся предложенной проблемы, и (или) значительное место занимают общие фразы и голословные рассуждения, и (или) задача не решена.