МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Юго-Западный государственный университет

УТВЕРЖДАЮ:
И.о. зав. кафедрой
высшей математики
(наименование кафедры полностью)

О.А. Бредихина
(подпись)
« 03 » 07 2023 г.

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Высшая математика
(наименование дисциплины)

11.03.03 Конструирование и технология электронных средств
шифр и наименование направления подготовки (специальности)

направленность (профиль, специализация) «Проектирование и технология электронных средств»
наименование направленности (профиля, специализации)

форма обучения очная
(очная, очно-заочная, заочная)

Курск – 2023

1 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

1.1 ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ В ТЕСТОВОЙ ФОРМЕ

Раздел (тема) 1 «Введение в математический анализ. Элементы функционального анализа»

Вариант 1 (Т 1)

1. Даны два множества $A=\{a,b,c,d,e,f\}$ и $B=\{b,d,e,m,n,p\}$. Найти $A\cap B$.

1) $\{a,b,c,d,e,f,m,n,p\}$ 2) $\{a,b,b,c,d,d,e,e,f,m,n,p\}$ 3) $\{b,d\}$
4) $\{a,c,f\}$ 5) $\{b,d,e\}$

2. Найти $A\cap(B\cup C)$, если $A=(-3;11]$, $B=[-2;\ 5]$, $C=(4;9)$

1) $(4;5]$ 2) $[-2;\ 9]$ 3) $(-3;9]$ 4) $(-3;4)\cup[5;\ 11]$

3. Ниже дано определение предела A функции $f(x)$ в точке x_0 (в случае $A\in R$ и $x_0\in R$). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II)

Число A называется пределом функции f(x) в точке x_0, если ______ существует ______ такое, что для всех $x_0\in D(f)$, удовлетворяющих условию _____ , выполняется условие _________

I. $|f(x)-A|<\varepsilon$
II. для любого числа $\varepsilon>0$
III. $0<|x-x_0|<\delta(\varepsilon)$
IV. $\delta(\varepsilon)>0$

4. Установить соответствие между пределами и неопределенностями, обнаруженными в каждом из них

1) $\lim_{x\to1}(1-x)\cdot tg\left(\frac{\pi x}{2}\right)$	а) неопределённость $\left(\frac{0}{0}\right)$
2) $\lim_{x\to\infty}\frac{2x^4+2x^2+8}{3x^3+5x^2-10}$	б) неопределённость $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$
3) $\lim_{x\to3}\frac{x^2-9}{x^2-2x-3}$	в) неопределённость (1^∞)
4) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x+1}{2x-1}\right)^{3-4x}$	г) неопределённость $(0\cdot\infty)$
	д) неопределённость $(\infty+\infty)$

5. Предел $\lim_{x\to5}\frac{3x-7}{5-x}$ равен

1) 1 2) 0 3) ∞ 4) $-\infty$ 5) 0,8

6. Вычислить предел $\lim_{x\to-\infty}\frac{2x^4-2x^2+8}{3x^3+5x^2-10}$.

Вариант 2 (Т 1)

1. Даны два множества $A = \{-2, 3, 8, 13, 18, 23\}$, $B = \{-3, -1, 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$. Найти $A \setminus B$.

1) $\{-3, -2, -1, 1, 3, 5, 7, 8, 9, 11, 13, 18, 23\}$ 2) $\{-2, 8, 18, 23\}$

3) $\{-3, -2, -1, 1, 5, 7, 8, 9, 11, 18, 23\}$ 4) $\{-3, -1, 1, 5, 7, 9, 11\}$

2. Даны числовые промежутки $A = [3;\ 5)$ и $B = [0;\ 3]$. Выполнить операции над множествами и установить соответствие

1) $A \cap B$	а) $[0;\ 5)$
2) $A \cup B$	б) $\emptyset$
3) $A \setminus B$	в) $(3;\ 5)$
4) $B \setminus A$	г) $[3;\ 5)$
	д) $\{3\}$

3. Ниже дано определение бесконечно малой числовой последовательности. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II)

Числовая последовательность $\{x_n\}$ называется бесконечно малой, если ______ существует ______ такой, что если _______ , то выполняется условие _________

I. $|x_n| < \varepsilon$

II. $n > N(\varepsilon)$

III. для любого числа $\varepsilon > 0$

IV. номер $N(\varepsilon) > 0$

5. Предел $\lim_{x \to 7} \frac{x-7}{5-2x}$ равен

1) 1 2) 0 3) ∞ 4) $-\infty$ 5) 1,4

6. Вычислить предел $\lim_{x \to 0} \left(\frac{2x+8}{3x+5}\right)^{6-9x}$.

Раздел (тема) 2 «Дифференциальное исчисление функции одной переменной»

Вариант 1 (Т 2)

1. Производная функции $y = x^2 \cdot \sin(2x)$ равна

1) $2x \cdot \cos(2x)$ 2) $2x \cdot \sin(2x) + 2x^2 \cdot \cos(2x)$ 3) $2x \cdot \sin(2x) + x^2 \cdot \cos(2x)$

4) $2x \cdot \sin(2x) - 2x^2 \cdot \cos(2x)$ 5) $4x \cdot \cos(2x)$

2. Производная функции $y = \ln^5(2x-1)$ равна

1) $5\ln^4(2x-1)$ 2) $\frac{10 \cdot \ln^4(2x-1)}{2x-1}$ 3) $\frac{10\ln(2x-1)}{2x-1}$

4) $10\ln^4(2x-1)$ 5) $\dfrac{5\ln^4(2x-1)}{2x-1}$

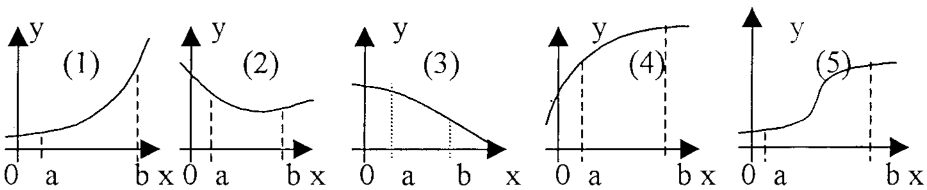
3.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при нахождении производной функции по определению	1) зафиксировать x, вычислить значение функции $f(x)$ 2) найти приращение функции $\Delta y = f(x+\Delta x) - f(x)$ 3) дать аргументу x приращение Δx и вычислить значение функции $f(x+\Delta x)$ 4) найти предел $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ 5) определить отношение $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$	

4. Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y'.

1) $y = \sin(\ln x)$ 2) $y = x \cdot \operatorname{tg} x$ 3) $y = (\log_2 x)^{\cos x}$ 4) $y = 5^x$	1) логарифмическое дифференцирование 2) табличная производная 3) производная неявно заданной функции 4) производная произведения 5) производная сложной функции

5. Укажите, на каком рисунке изображён график функции, для которой в каждой точке отрезка [a;b] выполняются три условия: $y > 0, y' < 0, y'' < 0$.



6. Найти точку минимума функции $y = (2x+1)^2 \cdot (x+3) + 4$.

Вариант 2 (Т 2)

1. Производная функции $y = \dfrac{\sqrt{2x}}{10x^2+3}$ равна

1) $\dfrac{3+50x^2}{\sqrt{2x}\cdot(10x^2+3)^2}$ 2) $\dfrac{10x^2+3-40\sqrt{2}\cdot x^2}{2\sqrt{x}\cdot(10x^2+3)^2}$ 3) $\dfrac{10x^2+3+40\sqrt{2}\cdot x^2}{2\sqrt{x}\cdot(10x^2+3)^2}$

4) $\dfrac{\sqrt{2}}{40x\sqrt{x}}$ 5) $\dfrac{3-30x^2}{\sqrt{2x}\cdot(10x^2+3)^2}$

2. Производная функции $y = ctg^3(4x)$ равна

1) $\frac{12 \cdot ctg^2(4x)}{\sin^2(4x)}$ 2) $-\frac{12 \cdot ctg^2(4x)}{\sin^2(4x)}$ 3) $\frac{3 \cdot ctg^2(4x)}{\sin^2(4x)}$

4) $-\frac{3 \cdot ctg^2(4x)}{\sin^2(4x)}$ 5) $\frac{12 \cdot ctg(4x)}{\sin^2(4x)}$

3.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при нахождении производной функции $y = (\sin x)^{\cos x}$	1) найти производные обеих частей равенства 2) прологарифмировать обе части равенства 3) воспользоваться правилом нахождения производной сложной функции 4) воспользоваться свойством $\ln\left\|a^b\right\| = b \cdot \ln\|a\|$ 5) заменить y исходной функцией	

4. Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y'.

1) $y = \sqrt[3]{x}$ 2) $y = (\lg x)^x$ 3) $y = (5x+2) \cdot \cos x$ 4) $y = e^{6x}$	1) логарифмическое дифференцирование 2) табличная производная 3) производная неявно заданной функции 4) производная произведения 5) производная сложной функции

5. Укажите, как должен выглядеть график функции $y(x)$ на отрезке [a;b], если в каждой точке указанного отрезка выполняются три условия: $y<0$, $y'<0$, $y''>0$.

1) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ возрастает; выпуклость вниз

2) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх

3) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ возрастает; выпуклость вверх

4) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ убывает; выпуклость вниз

5) график лежит выше оси OX; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх

6. Найти наименьшее значение функции $y = 36 + \frac{\sqrt{3}\pi}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}x - 3\cos x$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Раздел (тема) 3 «Интегральное исчисление функций одной переменной»

Вариант 1 (Т 3)

1. Какая из указанных ниже функций является первообразной функции $f(x) = 3 - 8x - \frac{4}{x^2}$?

1) $F(x) = -8 + \frac{8}{x^3}$
2) $F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{8}{x^3} - 2$
3) $F(x) = 3x - 4x^2 - \frac{4}{x} - 6$
4) $F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{4}{x}$
5) $F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{4}{x} - 5$

2. Пусть $F(x) = a \cdot \cos\frac{x}{2} + b \cdot x^2 + c \cdot x$ – первообразная для функции $f(x) = \sin\frac{x}{2} + x - 8$, график которой проходит через точку $M(0; -2)$. Найти произведение $a \cdot b \cdot c$.

3. Установите соответствие между интегралами и их значениями.

1) $\int \frac{dx}{a^2 - x^2}$ 2) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}$ 3) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$ 4) $\int \frac{dx}{a^2 + x^2}$	а) $\frac{1}{2a}\ln\left\|\frac{a+x}{a-x}\right\| + c$ б) $\frac{1}{a} arctg\frac{x}{a} + c$ в) $arc\sin\frac{x}{a} + c$ г) $arctg\frac{x}{a} + c$ д) $\ln\left\|x + \sqrt{x^2 \pm a^2}\right\| + c$

4.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{(4-5x)^2}{x} dx$	1) используем таблицу неопределённых интегралов 2) используем формулу квадрата разности 3) добавляем постоянную С в конце записи 4) используем свойство неопределённого интеграла $\int (f(x) + g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$ 5) используем почленное деление	

5. Установите соответствие между неопределённым интегралом и способом его решения.

1) $\int \frac{dx}{x \cdot \ln^5 x}$	а) использование почленного деления б) подведение под знак дифференциала

2) $\int (x+1)\sin x\,dx$ 3) $\int 5^x dx$ 4) $\int \frac{3+x}{x} dx$	в) использование формулы $\int f(kx+b)dx = \frac{1}{k}\int f(t)dt$ г) непосредственное интегрирование д) метод интегрирования по частям

6. Неопределённый интеграл $\int \frac{\cos x}{\sqrt{5-2\sin x}} dx$ равен

1) $\sqrt{5-2\sin x}+C$
2) $2\ln|5-2\sin x|+C$
3) $-\sqrt{5-2\sin x}+C$
4) $2\sqrt{5-2\sin x}+C$

Вариант 2 (Т 3)

1. Какая из указанных ниже функций является первообразной функции $f(x) = 2 + 5x - \frac{4}{x^2}$?

1) $F(x) = 5 + \frac{8}{x^3}$
2) $F(x) = 2x + 2{,}5x^2 + \frac{8}{x^3} - 2$
3) $F(x) = 5x + 2{,}5x^2 - \frac{4}{x} - 6$
4) $F(x) = 5x + 2{,}5x^2 + \frac{4}{x}$
5) $F(x) = 5x + 2{,}5x^2 + \frac{4}{x} - 5$

2. Пусть $F(x) = a \cdot \sin(5x) + b \cdot x^4 + c \cdot x^2 + 6$ – первообразная для функции $f(x) = 10\cos(5x) + 8x^3 + 6x$, график которой проходит через точку $M(0;6)$. Найти произведение $a \cdot b \cdot c$.

3. Установите соответствие между функциями, записанными в левой колонке, и их первообразными в правой колонке.

1) $\frac{1}{x^2}$ 2) $\frac{x}{2}$ 3) $3x^2$ 4) $\frac{1}{x}+2x$	а) $\frac{x^2}{4}$ б) $\ln\lvert x\rvert + x^2$ в) $\frac{1}{x^2}+2$ г) $-\frac{1}{x}$ д) x^3

4.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ

Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{dx}{x\cdot\sqrt[3]{x}}$	1) $\frac{x^{-\frac{4}{3}+1}}{-\frac{4}{3}+1}+C$ 2) $-\frac{3}{\sqrt[3]{x}}+C$ 3) $\int \frac{dx}{x^{\frac{4}{3}}}$ 4) $\int x^{-\frac{4}{3}}dx$ 5) $\frac{x^{-\frac{1}{3}}}{x^{-\frac{1}{3}}}+C$ 6) $\int \frac{dx}{x\cdot x^{\frac{1}{3}}}$	

5. Установите соответствие между неопределённым интегралом и способом его решения.

1) $\int x\cdot\cos(3x)\,dx$ 2) $\int \frac{dx}{x^2}$ 3) $\int \frac{dx}{\text{tg}\,(6x-8)}$ 4) $\int \frac{3-2x}{x}dx$	а) использование почленного деления б) подведение под знак дифференциала в) использование формулы $\int f(kx+b)dx=\frac{1}{k}\int f(t)dt$ г) непосредственное интегрирование д) метод интегрирования по частям

6. Интеграл $\int \frac{xdx}{x^2+4}$ равен

1) $\frac{\ln\left|x^2+4\right|}{2}+C$ 2) $2\cdot\ln\left|x^2+4\right|+C$ 3) $\frac{1}{2}arctg\left(\frac{x}{2}\right)+C$

4) $\frac{x}{2}arctg\left(\frac{x}{2}\right)+C$ 5) $\ln\left|x^2+4\right|+C$

Вариант 1 (Т 4)

1. Вычислить определенный интеграл $\int_0^1 \frac{6}{\pi\sqrt{4-x^2}}dx$

2. Установите соответствие между определенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке

1) $\int_{-a}^{a} f(x)dx$, если $f(x)$ – четная функция 2) $\int_{-a}^{a} f(x)dx$, если $f(x)$ – нечетная функция 3) $\int_{b}^{a} f(x)dx$ 4) $\int_{a}^{c} f(x)dx + \int_{c}^{b} f(x)dx$	а) 0 б) $-\int_{a}^{b} f(x)dx$ в) $\int_{a}^{b} f(x)dx$ г) $2 \cdot \int_{0}^{a} f(x)dx$ д) $\int_{0}^{a} f(x)dx$

3. Указать интегралы, которые не являются несобственными:

1) $\int_0^3 \left(\frac{4}{\sqrt[3]{x}}\right) dx$ 2) $\int_1^8 (x-1)(x-8)dx$ 3) $\int_0^e \ln x \ dx$ 4) $\int_{\pi/4}^{\pi/2} (\mathrm{c}tg\ x)dx$

4. Найти площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y=\sqrt[3]{x}$ и прямой, проходящей через точки $A(1;1)$ и $B(8;2)$.

5. Записать верную последовательность действий, которую требуется совершить для нахождения площади фигуры, ограниченной линиями, задаваемыми уравнениями: $y = x, y = \frac{1}{x}, x = 2$.

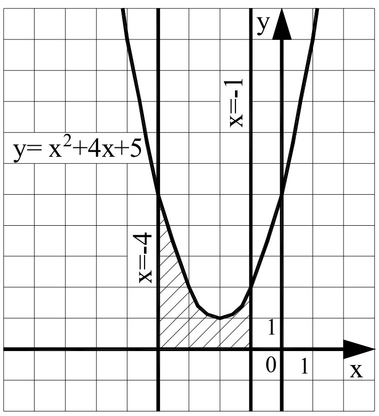
I. Построить указанные линии в прямоугольной декартовой системе координат.

II. Найти a и b – пределы интегрирования, для этого определить абсциссы точек пересечения указанных линий.

III. Определив, график какой из функций $y = x$ или $y = \frac{1}{x}$ лежит выше, воспользоваться формулой: $S = \int_{a}^{b} \left(f(x) - g(x)\right)dx$.

IV. Вычислить определенный интеграл, пользуясь формулой Ньютона-Лейбница.

6. Вычислите площадь заштрихованной области. Ответ округлите до сотых.



Вариант 2 (Т 4)

1. Вычислить определенный интеграл $\int_1^8 \left(2\sqrt[3]{x} - \frac{4}{x^2}\right)dx$.

2. Установите соответствие между определенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке.

1) $\int_b^a f(x)dx$	а) 0
2) $\int_a^a f(x)dx$	б) $-\int_a^b f(x)dx$
3) $\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$	в) $\int_a^b f(x)dx$
4) $\int_a^b (f(x)+g(x))dx$	г) $\int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx$
	д) $\int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$

3. Указать интегралы, которые не являются несобственными:

1) $\int_1^3 \left(\frac{2}{\sqrt[3]{x}}\right)dx$ 2) $\int_1^8 \left(\frac{2}{\sqrt[3]{x}}\right)dx$ 3) $\int_1^3 \ln x \; dx$ 4) $\int_0^\pi (tg\ x)dx$

4. Найти площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = -x^3$ и прямой, проходящей через точки $A(-1; 4)$ и $B(1; -4)$.

5. Исследуйте на сходимость несобственный интеграл $\int_{-1}^{1} \frac{1}{x^2}dx$. Укажите верную последовательность математических действий, которые для этого нужно совершить.

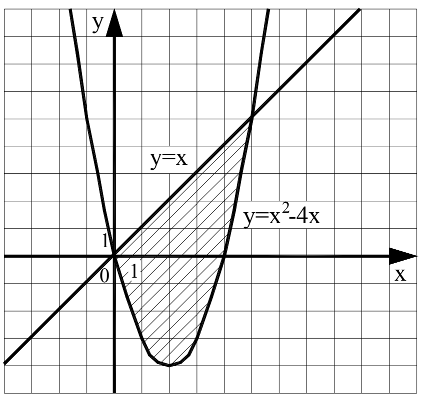
1) Доказать, что расходится хотя бы один из интегралов: $\int_{-1}^{0} \frac{1}{x^2}dx$ или $\int_{0}^{1} \frac{1}{x^2}dx$.

2) Представить интеграл в виде $\int_{-1}^{1} \frac{1}{x^2}dx = \int_{-1}^{0} \frac{1}{x^2}dx + \int_{0}^{1} \frac{1}{x^2}dx$.

3) Установить, что подынтегральная функция не определена в точке x=0, в окрестности которой она не ограничена.

4) Сделать вывод о расходимости интеграла $\int_{-1}^{1} \frac{1}{x^2}dx$.

6. Вычислите площадь заштрихованной области. Ответ округлите до сотых.



Раздел (тема) 4 «Числовые и функциональные ряды. Гармонический анализ»

Вариант 1 (Т 5)

1. Выбрать сходящиеся среди рядов.

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt[3]{n^2-1}}{n+3}$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5n^2-2}{n(n^2+1)^2}$ 3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n+1}{5n-1}$ 4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{6^n+n}$

2. Запишите последовательность действий, которую нужно применить при исследовании ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^3}$ на сходимость с помощью интегрального признака сходимости.

1) Ввести в рассмотрение функцию $f(x)=\frac{1}{x^3}$

2) Доказать, что функция $f(x)$ является положительной, непрерывной, убывающей на $[1,+\infty)$

3) Установить, что интеграл $\int_1^{+\infty} f(x)dx$ сходится

4) Сделать вывод о сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^3}$

3. Выбрать верные утверждения для рядов $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot n^2}{2^n}$ и $1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+...$

1) оба сходятся абсолютно 2) оба сходятся условно

3) первый сходится абсолютно, а второй сходится условно

4) первый сходится условно, а второй сходится абсолютно

4. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n\cdot n!}{5n-2}$.

1) [0;∞) 2) (-∞;0] 3) (-∞;∞) 4) {0}

5. Установить соответствие между функциями и их разложением в степенной ряд

1) $(1+x)^m$	а) $1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\frac{x^6}{6!}+K+(-1)^n\cdot\frac{x^{2n}}{(2n)!}+K$
2) $\sin x$	б) $\frac{x}{1!}-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-K+(-1)^n\cdot\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}+K$
3) $\cos x$	в) $1+x+x^2+x^3+K$,
4) $\frac{1}{1-x}$	г) $1+mx+\frac{m(m-1)}{2!}x^2+\frac{m(m-1)(m-2)}{3!}x^3+K$,
	д) $1-x+x^2-x^3+K$

6. Определить значение выражения $\ln 0,6$, вычисленное с точностью до $\varepsilon = 0,01$.

Вариант 2 (Т 5)

1. Выбрать расходящиеся среди рядов.

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n^3+1}}{2n-1}$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos^2 n}{n^4}$ 3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7n+3}{n^3+n-1}$ 4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^{n+1}}{4^n}$

2. Запишите последовательность действий, которую нужно применить при исследовании ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\sqrt{n}}$ на сходимость с помощью интегрального признака сходимости.

1) Ввести в рассмотрение функцию $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x}}$

2) Установить, что интеграл $\int_1^{+\infty} f(x)dx$ сходится

3) Сделать вывод о сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\sqrt{n}}$

4) Доказать, что функция $f(x)$ является положительной, непрерывной, убывающей на $[1, +\infty)$

3. Выбрать верное утверждение для рядов $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n!}$ и $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^n(n+1)}{n^2-2}$

1) оба сходятся абсолютно 2) оба сходятся условно

3) первый сходится абсолютно, а второй сходится условно

4) первый сходится условно, а второй сходится абсолютно

4. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n x^n}{2n+1}$.

1) [-1/5;1/5) 2) [-1/5;1/5] 3) (-5/2;5/2] 4) (-1/5;1/5)

5. Установить соответствие между функциональными рядами и их суммой.

1) $x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}-\text{K}+(-1)^n\cdot\frac{x^{2n+1}}{2n+1}+\text{K}$ 2) $x+\frac{1}{2}\frac{x^3}{3}+\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\frac{x^5}{5}+\frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}\frac{x^7}{7}+\text{K}$ 3) $x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\text{K}+(-1)^{n-1}\cdot\frac{x^n}{n}+\text{K}$ 4) $1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\text{K}+\frac{x^n}{n!}+\text{K}$	а) e^x б) $\frac{1}{1+x}$ в) $arctg\, x$ г) $arcsin\, x$ д) $\ln(1+x)$

6. Определить значение выражения $\sqrt{4,8}$, вычисленное с точностью до $\varepsilon = 0,01$.

Раздел (тема) 5 «Дифференциальное исчисление функций многих переменных»

Вариант 1 (Т 6)

1. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ от функции $z = e^{2x} \cdot \arcsin y^3$ равна

1) $e^{2x} \cdot \arcsin y^3$ 2) $2e^{2x} \cdot \arcsin y^3$ 3) $\frac{2y^3 \cdot e^{2x}}{\sqrt{1-y^6}}$ 4) $\frac{2y^3 \cdot e^{2x}}{\sqrt{1-y^2}}$ 5) $\frac{e^{2x}}{\sqrt{1-y^6}}$

2. Вычислите значения частных производных функции $z = 4x^2 - xy^3 + 5y$ в точке $M_0(1; -1)$ и установите соответствие.

1) $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right\|_{M_0}$ 2) $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right\|_{M_0}$ 3) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right\|_{M_0}$ 4) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right\|_{M_0}$ 5) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right\|_{M_0}$	а) −3 б) 8 в) 2 г) 6 д) 9 е) 1

3.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при нахождении частной производной $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = \ln(3xy - x^3)$	1) $\frac{-6x(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3y-3x^2)}{(3xy-x^3)^2}$ 2) $\frac{(3xy-x^3)'}{3xy-x^3}$ 3) $(\ln(3xy - x^3))'_x$ 4) $\left(\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}\right)'_x$ 5) $\frac{(3y-3x^2)'(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3xy-x^3)'}{(3xy-x^3)^2}$ 6) $\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}$	

4. Частная производная $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ от функции $z = e^{x^2+2y^3}$ равна

1) $12xy^2 \cdot e^{x^2+2y^3}$ 2) $2 \cdot e^{x^2+2y^3}(2x^2+1)$ 3) $6y^2 \cdot e^{x^2+2y^3}$
4) $12y \cdot e^{x^2+2y^3}(1+3y)$ 5) $e^{x^2+2y^3}$

5. Найдите сумму $a+b+c$, где $(a;b;c)$ – это координаты вектора градиента функции $u=5x^2+3y^2+3z^2$ в точке $M(0;-2;3)$.

6. Исследуйте на экстремум функцию $z=6(x-y)-3x^2-3y^2$. В ответе запишите значение z_0, если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0;y_0)=z_0$.

Вариант 2 (Т 6)

1. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ от функции $z=e^{2x}\cdot\arcsin y^3$ равна

1) $e^{2x}\cdot\arcsin y^3$ 2) $2e^{2x}\cdot\arcsin y^3$ 3) $\frac{2y^3\cdot e^{2x}}{\sqrt{1-y^6}}$ 4) $\frac{2y^3\cdot e^{2x}}{\sqrt{1-y^2}}$ 5) $\frac{e^{2x}}{\sqrt{1-y^6}}$

2. Вычислите значения частных производных функции $z=5x^3-3xy^2-2y$ в точке $M_0(1;2)$ и установите соответствие.

1) $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right\|_{M_0}$ 2) $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right\|_{M_0}$ 3) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right\|_{M_0}$ 4) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right\|_{M_0}$ 5) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}\right\|_{M_0}$	а) 30 б) −14 в) −12 г) −6 д) −4 е) 3

3.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при исследовании функции двух переменных на экстремум	1) вычисляем значения A, B, C 2) вычисляем $z_0(x_0;y_0)$ 3) определяем стационарные точки 4) находим частные производные функции первого и второго порядков 5) определяем, минимум или максимум имеется в точке экстремума 6) вычисляем значение Δ 7) определяем наличие точки экстремума	

4. Частная производная $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ от функции $z=e^{x^2+2y^3}$ равна

1) $12xy^2\cdot e^{x^2+2y^3}$ 2) $2\cdot e^{x^2+2y^3}(2x^2+1)$ 3) $6y^2\cdot e^{x^2+2y^3}$
4) $12y\cdot e^{x^2+2y^3}(1+3y)$ 5) $e^{x^2+2y^3}$

5. Найдите сумму $a+b+c$, где $(a;b;c)$ – это координаты вектора градиента функции $u=2x^2-3y^2+4z^2$ в точке $M(1;-1;2)$.

6. Исследуйте на экстремум функцию $z = \frac{x^3}{3} - 2xy + y^2 - 3x$. В ответе запишите значение z_0, если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$.

Раздел (тема) 6 «Интегральное исчисление функций многих переменных»

Вариант 1 (Т 7)

1. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (3x - 2y)dxdy$, где область D – прямоугольник, ограниченный осями координат и прямыми x=2, y=5.

2. Расставить пределы интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x,y)dxdy$, область D – треугольник с вершинами в точках A(2;2), B(4;0), C (7;2). Ответ записать в виде одного двойного интеграла.

3. Результат расстановки пределов интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x;y)dxdy$, где область D ограничена линиями $y = x^2$, $y = -\sqrt{x}$, $x = 1$, имеет вид…

1) $\int_0^1 dx \int_{x^2}^{-\sqrt{x}} f(x;y)dy$ 2) $\int_{-\sqrt{x}}^{x^2} dx \int_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x;y)dy$ 3) $\int_0^1 dx \int_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x;y)dy$

4) $\int_{-1}^1 dy \int_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x;y)dx$ 5) $\int_0^1 dx \int_{-\sqrt{x}}^{x^2} f(x;y)dy$

4. Вычислить массу отрезка прямой, от точки A(3;0) до точки B(0;1), если плотность в каждой точке меняется по закону $\rho(x,y) = x + 3y$.

5. Установить соответствие при переходе от $\iint_D f(x,y)dxdy$ к повторному интегралу и расставить пределы интегрирования, если D ограничена линиями:

а) $x = 1, y = 2, x + y = 6$ б) $y = \frac{x^2}{2}, y = 8$ в) $y = 2x^2, y = \sqrt{x}$ г) контуром треугольника ABC, где A(1;2), B(3;6), C(3;0) д) $x^2 + y^2 = 4$x	1) $\int_0^4 dx \int_{-\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{4x}} f(x,y)dy$ 2) $\int_0^1 dx \int_{2x^2}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x,y)dy$ 3) $\int_1^3 dx \int_{3-x}^{2x} f(x,y)dy$ 4) $\int_1^4 dx \int_2^{6-x} f(x,y)dy$ 5) $\int_{-4}^4 dx \int_{\frac{x^2}{2}}^{2x} f(x,y)dy$

6.

Расположите последовательность действий при вычислении $\iint\limits_D cos(x+y)dxdy$, где область D ограничена линиями $x=0, y=x, y=\frac{\pi}{2}$	1) Перейти к двукратному интегралу $\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx \int_x^{\frac{\pi}{2}} cos(x+y)dy$ 2) Вычислить $\int_0^{\frac{\pi}{2}}(cosx - sin2x)dx = 0$ 3) Построить область $D: x=0, y=x, y=\frac{\pi}{2}$ 4) Вычислить $\int_x^{\frac{\pi}{2}} cos(x+y)dy = cosx - sin2x$	

Вариант 2 (Т 7)

1. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (2x-3y)dxdy$, где область D – прямоугольник, ограниченный осями координат и прямыми x=2, y=4.

2. Расставить пределы интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x,y)dxdy$, область D – треугольник с вершинами в точках A(2;–2), B(5;3), C (5;–3). Ответ записать в виде одного двойного интеграла.

3. Результат расстановки пределов интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x;y)dxdy$, где область D ограничена линиями $y = x^2 - 1$, $y = \sqrt{1-x^2}$, имеет вид…

1) $\int_{-1}^{1} dy \int_{\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x;y)dx$ 2) $\int_{-1}^{1} dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{x^2-1} f(x;y)dy$ 3) $\int_{-1}^{1} dx \int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} f(x;y)dy$

4) $\int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} dx \int_{\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x;y)dy$ 5) $\int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} dx \int_{-\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x;y)dy$

4. Вычислить массу дуги циклоиды $x = t - sin\,t$, $y = 1 - cos\,t$, $0 \le t \le 2\pi$, если плотность в каждой точке меняется по закону $\rho(t) = sin\frac{t}{2}$.

5. Установить соответствие при перемене порядка интегрирования в повторном интеграле:

а) $\int_0^4 dx \int_{-\sqrt{x}}^{\sqrt{x}} f(x,y)dy$	1) $\int_{-1}^{2} dy \int_{y^2}^{y} f(x,y)dx$

б) $\int_2^4 dx \int_{\frac{4}{x}}^{\frac{6-x}{2}} f(x,y)dy$ в) $\int_{-2}^{-1} dx \int_{-\sqrt{x+2}}^{\sqrt{x+2}} f(x,y)dy + \int_{-1}^{2} dx \int_{x}^{\sqrt{x+2}} f(x,y)dy$	2) $\int_{-2}^{2} dy \int_{y^2}^{4} f(x,y)dx$ 3) $\int_1^2 dy \int_{\frac{4}{y}}^{6-2y} f(x,y)dx$

6.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при вычислении $\iint\limits_D (x+2y)dxdy$, где область D ограничена линиями $x=2, y=x, x=2y$	1) Вычислить $\int_{\frac{x}{2}}^{x}(x+2)dy = \frac{5}{4}\int_0^2 x^2 dx$ 2) Перейти от двойного интеграла к повторному $\int_0^2 dx \int_{\frac{x}{2}}^{x}(x+2)dy$ 3) Построить область $D: x=2, x=2y, y=x$ 4) Вычислить $\frac{5}{4}\int_0^2 x^2 dx = \frac{10}{3}$	

Раздел (тема) 7 «Дифференциальные уравнения»

Вариант 1 (Т 8)

1. Указать тип дифференциального уравнения $xy' + 2y + x^5 y^3 e^x = 0$

1) уравнением с разделяющимися переменными
2) однородным уравнением
3) линейным уравнением
4) уравнением Бернулли
5) уравнением в полных дифференциалах

2. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = xy^2$.

1) $y = Ce^{-\frac{x^3}{3}}$ 2) $y = (x^2 + C)^{-1}$ 3) $y = \sqrt{x + C}$ 4) $y = -2(x^2 + C)^{-1}$

3. При решении уравнения Бернулли $y' + \frac{2y}{x} = 3x^2y^2$ было определено, что $v = \frac{1}{x^2}$, $u = -\frac{1}{3x+C}$. Найти значение C, если известно, что $y(1) = -\frac{1}{5}$.

4. Определить последовательность действий при нахождении общего решения дифференциального уравнения $(1+x^2)y'+2xy=3x^2$.

1) $v=\frac{1}{1+x^2}$

2) $y=\frac{x^3+C}{1+x^2}$

3) $u'v+u\left(v'+\frac{2xv}{1+x^2}\right)=\frac{3x^2}{1+x^2}$

4) $y'+\frac{2xy}{1+x^2}=\frac{3x^2}{1+x^2}$

5) $u=x^3+C$

5. Решение задачи Коши для дифференциального уравнения $x^2y''=1$, если $y(1)=3$, $y'(1)=1$.

1) $y=-\ln|x|+2x+1$ 2) $y=\ln|x|+2$ 3) $y=x^2+2$ 4) $y=\frac{1}{x^2}+3x$

6. Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

1) $y''+y'-6y=0$ 2) $y''-10y'+29y=0$ 3) $y''-10y'+25y=0$ 4) $y''+25y=0$	а) $y=e^{\alpha x}(C_1\cdot\cos(\beta x)+C_2\cdot\sin(\beta x))$ б) $y=e^{kx}(C_1+C_2x)$ в) $y=C_1\cdot\cos(\beta x)+C_2\cdot\sin(\beta x)$ г) $y=C_1\cdot e^{k_1x}+C_2\cdot e^{k_2x}$ д) $y=C_1\cdot e^{k_1x}+C_2$

Вариант 2 (Т 8)

1. Дифференциальное уравнение $(3x^2+y)dx+(x+2y)dy=0$ является

1) уравнением с разделяющимися переменными

2) однородным уравнением

3) линейным уравнением

4) уравнением Бернулли

5) уравнением в полных дифференциалах

2. Общее решение дифференциального уравнения $y'=\sqrt{xy}$.

1) $y=C\left(\frac{x\sqrt{x}}{3}\right)^2$ 2) $y=Cx-3\sqrt{x}$ 3) $y=\frac{C}{\sqrt{x}}$ 4) $y=\left(\frac{x\sqrt{x}+C}{3}\right)^2$

3. При решении линейного уравнения $y'+\frac{2xy}{1+x^2}=\frac{3x^2}{1+x^2}$ было определено, что $v=\frac{1}{1+x^2}$, $u=x^3+C$. Найти значение C, если известно, что $y(1)=3$.

4. Определить последовательность действий при нахождении частного решения дифференциального уравнения $y'+\frac{2y}{x}=3x^2y^2$ при $y(1)=-\frac{1}{5}$.

1) $u=-\frac{1}{3x+C}$

2) $v=\frac{1}{x^2}$

3) $u'v+u\left(v'+\frac{2v}{x}\right)=3x^2(uv)^2$

4) $y=\frac{1}{x^2}\left(-\frac{1}{3x+C}\right)$

5) $y=-\frac{1}{3x^3+2x^2}$

5. Решение задачи Коши для дифференциального уравнения $y''=x^{-2}$, если $y(1)=3$, $y'(1)=0$.

1) $y=\ln|x|+2$ 2) $y=-\ln|x|+x+2$ 3) $y=x^2+2$ 4) $y=x^{-2}+3x$

6. Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

1) $y''+2y'+3y=0$ 2) $y''-10y'+29y=0$ 3) $y''-2y'+y=0$ 4) $y''+49y=0$	а) $y=e^{\alpha x}(C_1\cdot\cos(\beta x)+C_2\cdot\sin(\beta x))$ б) $y=e^{kx}(C_1+C_2x)$ в) $y=C_1\cdot\cos(\beta x)+C_2\cdot\sin(\beta x)$ г) $y=C_1\cdot e^{k_1x}+C_2\cdot e^{k_2x}$ д) $y=C_1\cdot e^{k_1x}+C_2$

Раздел (тема) 8 «Элементы теории вероятностей и математической статистики»

Вариант 1 (Т 9)

1. На железнодорожной станции имеется 10 путей. Сколькими способами можно расставить на них 3 состава?

2. На площадку, покрытую кафельной плиткой в виде квадрата со стороной $a=6$ см, случайно падает монета радиуса $r=2$ см. Найдите вероятность того, что монета целиком окажется внутри квадрата.

1) $\frac{\pi}{2}$ 2) $\frac{\pi}{3}$ 3) $\frac{\pi}{9}$ 4) $\frac{\pi}{6}$ 5) $\frac{\pi}{18}$

3. Формула для вычисления вероятности события «при выборе 4 мячей из 7 красных и 5 синих выберут 4 синих» имеет вид

1) $\frac{C_{12}^4}{C_5^4}$ 2) $\frac{C_4^5}{C_4^{12}}$ 3) $\frac{C_5^4}{C_{12}^4}$ 4) $\frac{C_{12}^4}{C_{12}^5}$ 5) $\frac{4}{C_{12}^4}$

4. В урне находятся 3 белых и 5 черных шара. Из неё наугад вынимают (без возвращения) один за другим два шара. Какова вероятность того, что среди них будет ровно один чёрный шар?

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность получения чисел при решении задачи по предложенному алгоритму. Вычисляем 1) $P(\text{б})$ 2) $P(\text{ч})$ 3) $P(\text{ч}\backslash\text{б})$ 4) $P(\text{б}\backslash\text{ч})$ 5) $P(\text{ровно один чёрный шар})$	1) $\frac{5}{8}$ 2) $\frac{3}{7}$ 3) $\frac{3}{8}$ 4) $\frac{15}{28}$ 5) $\frac{5}{7}$	

5. В первой бригаде производится в три раза больше продукции, чем во второй. Вероятность того, что производимая продукция окажется стандартной для

первой бригады, равна 0,7, для второй – 0,8. Взятая наугад единица продукции оказалась нестандартной. Определить вероятность, что она из второй бригады.

1) ≈0,18 2) 0,725 3) 0,276 4) 0,275 5) 0,56

6. Установите соответствие между формулами из теории вероятностей и их названиями.

1) $P(A)=\frac{m}{n}$ 2) $P(A_1)+P(A_2)+\cdots+P(A_n)=1$ 3) $P(A)=P(B_1)\cdot P(A\backslash B_1)+\ldots$ $\ldots+P(B_2)\cdot P(A\backslash B_2)+\cdots+$ $+P(B_n)\cdot P(A\backslash B_n)$ 4) $P(B_i\backslash A)=\frac{P(B_i)\cdot P(A\backslash B_i)}{P(A)}$	а) формула полной вероятности б) формула классической вероятности в) формула Байеса г) формула вероятности полной группы событий д) формула Бернулли

Вариант 2 (Т 9)

1. Сколько существует перестановок слов в предложении: «Редактор вчера внимательно прочитал рукопись»?

2. На плоскость, разграфленную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстоянии 6 см, наудачу брошен круг радиуса 1 см. Найти вероятность того, что круг не пересечёт ни одной из прямых. Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок пропорциональна длине отрезка и не зависит от его расположения.

1) $\frac{1}{6}$ 2) $\frac{1}{3}$ 3) $\frac{1}{2}$ 4) $\frac{1}{36}$ 5) $\frac{2}{3}$

3. Формула для вычисления вероятности события «при выборе 4 мячей из 7 красных и 5 синих выберут 2 красных» имеет вид

1) $\frac{C_7^2}{C_{12}^4}$ 2) $\frac{C_7^2\cdot C_5^2}{C_{12}^4}$ 3) $\frac{C_2^7\cdot C_2^5}{C_{12}^4}$ 4) $\frac{C_4^2}{C_7^2}$ 5) $\frac{C_5^2}{C_{12}^4}$

4. В урне находятся 4 белых и 6 черных шара. Из неё наугад вынимают (без возвращения) один за другим два шара. Какова вероятность того, что среди них будет ровно один белый шар?

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность получения чисел при решении задачи по предложенному алгоритму. Вычисляем 1) $P(\text{б})$ 2) $P(\text{ч})$ 3) $P(\text{ч}\backslash\text{б})$ 4) $P(\text{б}\backslash\text{ч})$ 5) $P(\text{ровно один белый шар})$	1) $\frac{6}{10}$ 2) $\frac{8}{15}$ 3) $\frac{6}{9}$ 4) $\frac{4}{9}$ 5) $\frac{4}{10}$	

5. В первой бригаде производится в три раза больше продукции, чем во второй. Вероятность того, что производимая продукция окажется стандартной для

первой бригады, равна 0,7, для второй – 0,8. Определить вероятность того, что взятая наугад единица продукции будет стандартной.

1) $\frac{21}{40}$ 2) $\frac{31}{40}$ 3) $\frac{29}{40}$ 4) 0,63 5) 0,75

1) 2/3 2) 7/10 3) 4/7 4) 0,4 5) другой вариант ответа

6. Установите соответствие между событиями и их вероятностями. Игральная кость бросается один раз. Найти вероятность, что на верхней грани выпадет…

1) чётное число очков 2) менее трёх очков 3) хотя бы три очка 4) три очка	а) $\frac{1}{2}$ б) $\frac{1}{6}$ в) $\frac{2}{3}$ г) $\frac{1}{3}$ д) 1

Вариант 1 (Т 10)

1. Формула для определения вероятности того, что в семи независимых испытаниях событие В, вероятность которого равна в каждом испытании 0,3, произойдет три раза.

1) $P_7(3) = C_7^3(0{,}3)^3(0{,}7)^4$ 2) $P_7(3) = C_7^3(0{,}3)^4(0{,}7)^3$
3) $P_7(3) = (0{,}3)^3(0{,}7)^4$ 4) $P_7(3) = 7 \cdot (0{,}3)^3(0{,}7)^4$

2. Найти наивероятнейшее число успехов, если проводится 5 независимых испытаний, в каждом из которых фиксируется наступление некоторого события, вероятность которого в каждом испытании равна 0,7.

3. Вероятность появления положительного результата в каждом из 10000 независимых испытаний равна 0,75. Найти вероятность того, что относительная частота появления положительного результата отклонится от его вероятности по абсолютной величине не более чем на 0,001.

4. Дискретная случайная величина X имеет закон распределения

x_i	1	2	3	4
p_i	0,1	0,1	0,6	0,2

Вычислите $D[X]$.

5. Определите последовательность получения чисел при вычислении вероятности того, что среди 100 новорождённых окажется 50 мальчиков, если вероятность рождения мальчика равна 0,51. Предложен следующий порядок вычислений: 1) p; 2) q; 3) x; 4) $\varphi(x)$; 5) $P_{100}(50)$. Ответ представить в виде, например, 34521.

1) –0,20
2) 0,49
3) 0,3910
4) 0,51
5) 0,0782

6. Установить соответствие между случайной величиной и законом распределения.

1) Точка С делит отрезок АВ в отношении 2:1. Наудачу на отрезок АВ бросаются 4 точки. Случайная величина ξ – число точек, попавших на отрезок АС 2) Случайная величина ξ – ошибка измерительного прибора длины некоторого изделия 3) 400 изделий проходят контроль. Вероятность того, что изделие браковано, равна 0,001. Случайная величина ξ − число бракованных изделий 4) Вероятность попадания в цель 0,1. Случайная величина ξ − число выстрелов до первого попадания	а) Биномиальное распределение дискретной случайной величины б) Распределение Пуассона дискретной случайной величины в) Нормальное (гауссовское) распределение непрерывной случайной величины г) Геометрическое распределение дискретной случайной величины д) Показательное (экспоненциальное) распределение непрерывной случайной величины

Вариант 2 (Т 10)

1. Формула, по которой можно найти вероятность того, что в n независимых испытаниях, в каждом из которых вероятность появления события равна p, событие наступит ровно k раз.

1) $P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$ 2) $P_n(k) = p^k q^{n-k}$ 3) $P_n(k) = p^{n-k} q^k$ 4) $P_n(k) = C_n^k p^{n-k} q^k$

2. Данные длительной проверки качества выпускаемых стандартных деталей показали, что в среднем брак составляет 7,5%. Определить наиболее вероятное число вполне исправных деталей в партии из 39 штук.

3. Вероятность появления события в каждом из 900 независимых испытаний равна 0,5. Найти вероятность того, что относительная частота появления события отклонится от его вероятности по абсолютной величине не более чем на 0,01.

4. Дискретная СВ задана законом распределения:

x_i	–2	−1	1	3
p_i	0,2	0,3	0,4	0,2

Вычислите $M[X]$.

5. Определите последовательность получения чисел при вычислении вероятности того, что при 100 выстрелах мишень будет поражена не менее 70 и не более 80 раз, если вероятность поражения мишени стрелком при одном выстреле равна 0,75. Предложен следующий порядок вычислений: 1) x'; 2) x''; 3) $\Phi(x')$; 4) $\Phi(x'')$; 5) $P_{100}(70, 80)$. Ответ представить в виде, например, 34521.

1) 0,7498
2) 1,1547
3) 0,3910
4) –1,1547

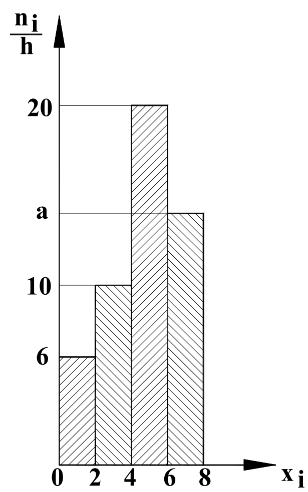
5) –0,3910

6. Установить соответствие между случайной величиной и законом распределения.

1) Точка С делит отрезок АВ в отношении 2:1. Наудачу на отрезок АВ бросаются 4 точки. Случайная величина ξ – число точек, попавших на отрезок АС 2) Случайная величина ξ –ошибка измерительного прибора длины некоторого изделия 3) 400 изделий проходят контроль. Вероятность того, что изделие браковано, равна 0,001. Случайная величина ξ − число бракованных изделий 4) Вероятность попадания в цель 0,1. Случайная величина ξ − число выстрелов до первого попадания	а) Биномиальное распределение дискретной случайной величины б) Распределение Пуассона дискретной случайной величины в) Нормальное (гауссовское) распределение непрерывной случайной величины г) Геометрическое распределение дискретной случайной величины д) Показательное (экспоненциальное) распределение непрерывной случайной величины

Вариант 1 (Т 11)

1. Из генеральной совокупности извлечена выборка объёма n = 100, гистограмма частот которой изображена на рисунке. Найти значение параметра a.



2. Из генеральной совокупности извлечена выборка. Найдите несмещённую оценку математического ожидания.

x_i	3	5	9
n_i	2	7	1

3.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ

Расположите последовательность действий при построении интервального вариационного ряда по данным выборки	1) составление таблицы, в которой в первой строке формируются границы интервалов, а число во второй строке – это общая сумма частоты встреч всех чисел дискретного ряда, попадающих в соответствующий интервал 2) формирование шкалы интервалов 3) нахождение величины интервала 4) построение дискретного вариационного ряда	

4. Дан доверительный интервал (13,5; 17,3) для оценки математического ожидания нормально распределённого количественного признака. Найти точность этой оценки.

5. Основная гипотеза имеет вид $H_0: \sigma^2 = 3$. Тогда конкурирующей может явится гипотеза

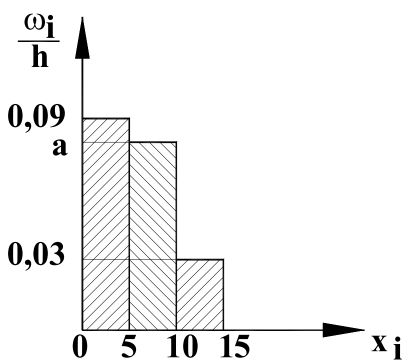
1) $H_1: \sigma^2 > 2$ 2) $H_1: \sigma^2 \geq 3$ 3) $H_1: \sigma^2 < 6$ 4) $H_1: \sigma^2 < 3$ 5) $H_1: \sigma^2 \leq 3$

6. Для вариационного ряда 4, 5, 5, 6, 10 вычислены числовые характеристики. Установите соответствие между их названиями и значениями.

1) 4 2) 33,2 3) 5,6 4) 5	а) мода б) среднее квадратическое в) среднее арифметическое г) дисперсия д) размах

Вариант 2 (Т 11)

1. Из генеральной совокупности извлечена выборка объёма n = 100, гистограмма относительных частот которой изображена на рисунке. Найти значение параметра a.



2. Из генеральной совокупности извлечена выборка. Найдите несмещённую оценку дисперсии.

x_i	3	5	9

n_i	2	7	1

3.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при проверке гипотезы	1) вычисляется наблюдаемый критерий 2) записываются основная и конкурирующая гипотезы 3) вычисляется критический критерий 4) делается вывод о подтверждении или опровержении H_0 5) сравниваются полученные величины	

4. Дан доверительный интервал (13,5; 17,3) для оценки математического ожидания нормально распределённого количественного признака. Найти точечную оценку математического ожидания.

5. Основная гипотеза имеет вид $H_0: a = 20$. Тогда конкурирующей может явится гипотеза

1) $H_1: a \geq 19$ 2) $H_1: a > 18$ 3) $H_1: a \neq 20$ 4) $H_1: a \leq 21$ 5) $H_1: a < 21$

6. Для вариационного ряда 3, 4, 5, 9, 10, 10, 12, 12, 12 вычислены числовые характеристики. Установите соответствие между их названиями и значениями.

1) 10 2) 9 3) $8\frac{5}{9}$ 4) 12	а) мода б) медиана в) среднее арифметическое г) дисперсия д) размах

Раздел (тема) 9 «Введение в теорию функций комплексной переменной»

Вариант 1 (Т 12)

1. Установить соответствие действий с комплексными числами $z_1 = 5 - 3i$ и $z_2 = 2 + i$.

1) $z_1 \cdot z_2$ 2) $\dfrac{z_1}{z_2}$ 3) $\bar{z}_1^{\,2}$ 4) $z_1 + z_2$	а) $16 - 30i$ б) $7 - 2i$ в) $1{,}4 - 2{,}2i$ г) $13 - i$ д) $16 + 30i$

2.

Задание на установление	Варианты ответов	Правильный ответ

последовательности		
Укажите последовательность действий при переводе комплексного числа из алгебраической формы в тригонометрическую	1) подстановка ρ и φ в формулу 2) нахождения главного значения аргумента 3) вычисление модуля комплексного числа 4) вычисление $\sin\varphi$ и $\cos\varphi$ 5) определение значений действительной и мнимой частей	

3. Вычислить $f'(3)$, если $f(z) = 4x^2 - 4y^2 + 3x + (8xy + 3y)i$.

4. Восстановить аналитическую функцию $W = u(x,y) + i \cdot v(x,y)$ по её известной мнимой части $v(x,y) = e^y \cdot \cos x$.

1) $W = i \cdot e^{-iz} + C$ 2) $W = i \cdot e^{iz} + C$ 3) $W = i \cdot e^{-z} + C$
4) $W = e^{iz} + C$ 5) $W = i \cdot e^{z} + C$

5. Определить вид особой точки $z = 2i$ для функции $f(z) = \frac{z^2+4}{z-2i}$.

1) полюс первого порядка
2) устранимая особая точка
3) полюс второго порядка
4) существенно особая точка

6. Вычислить интеграл $\oint_{|z-1|=1} \frac{dz}{(z-1)(z+2)}$.

Вариант 2 (Т 12)

1. Установить соответствие действий с комплексными числами $z_1 = 2 + 4i$ и $z_2 = 1 - 3i$.

1) $z_1 \cdot z_2$ 2) $\frac{z_1}{z_2}$ 3) $\bar{z}_1^{\,2}$ 4) $z_1 + z_2$	а) $3+i$ б) $i - 1$ в) $-12 + 16i$ г) $-12 - 16i$ д) $14 - 2i$

2.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Укажите последовательность действий при возведении комплексного числа в	1) подстановка ρ и φ в формулу Муавра 2) нахождения главного значения аргумента	

натуральную степень (без использования формул сокращённого умножения)	3) вычисление модуля комплексного числа 4) вычисление $\sin\varphi$ и $\cos\varphi$ 5) определение значений действительной и мнимой частей	

3. Вычислить $f'(-2)$, если $f(z) = 2x^2 - 2y^2 + 5x + (4xy + 5y)i$.

4. Восстановить аналитическую функцию $W = u(x,y) + i \cdot v(x,y)$ по её известной действительной части $u(x,y) = 3x^2 - 3y^2 + 5$.

1) $W = 3z^2 - 3iz^2 + C$ 2) $W = -3iz^2 + C$ 3) $W = 3iz^2 + C$
4) $W = -3z^2 + C$ 5) $W = 3z^2 + C$

5. Определить вид особой точки $z = -2$ для функции $f(z) = \frac{z}{(z-1)(z+2)^2}$.

1) полюс первого порядка
2) устранимая особая точка
3) полюс второго порядка
4) существенно особая точка

6. Вычислить интеграл $\oint_{|z|=3} \frac{dz}{z(z+2)^3}$.

Шкала оценивания: 6-ти балльная для Т 1, Т 2, Т 3, Т 4, Т 5, Т 6, Т 7, Т 8, Т 9, Т 10, Т 11, Т 12.

Критерии оценивания:

Каждый вопрос (задание) в тестовой форме оценивается по дихотомической шкале: выполнено – 1 балл, не выполнено – 0 баллов.

Применяется следующая шкала перевода баллов в оценку по 5-балльной шкале:

6 баллов соответствуют оценке «отлично»;

5 баллов – оценке «хорошо»;

4 баллов – оценке «удовлетворительно»;

3 балла и менее – оценке «неудовлетворительно».

1.2 ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

Раздел (тема) 1 «Введение в математический анализ. Элементы функционального анализа»

Лабораторная работа №1 «Вычисление предела функции»

Вариант 1

Задание №1. Вычислить предел функции

а) $\lim_{x\to 3} \frac{2x^2-5x-3}{27-x^3}$;

б) $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{2-\sqrt{x+1}}$.

Задание №2. Используя первый и второй замечательные пределы и их свойства, вычислить $\lim_{x\to 0}\frac{arctg^2(3x)}{tg(2x^2)}$ и $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+3}{x}\right)^x$.

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Вариант 2

Задание №1. Вычислить предел функции

а) $\lim_{x\to 1}\frac{x^2+2x-3}{5-5x^2}$;

б) $\lim_{x\to -4}\frac{16-x^2}{\sqrt{5-x}-3}$.

Задание №2. Используя первый и второй замечательные пределы и их свойства, вычислить $\lim_{x\to 0}\frac{\sin(6x)-\sin(3x)}{\sin x+\sin(8x)}$ и $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x+1}{2x-1}\right)^{3-4x}$.

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Раздел (тема) 2 «Дифференциальное исчисление функции одной переменной»

Лабораторная работа №2 «Дифференциальное исчисление функций одной переменной»

Вариант 1

Задание №1. Найти производные функций

а) $y=3\cdot\sqrt[4]{x^3}-\frac{1}{x^3}+\frac{7}{x^2\cdot\sqrt{x}}-\frac{4}{11\cdot\sqrt{x}}$;

б) $y=5^{\frac{arctg\,x}{4x}}$.

Задание №2. Составить уравнение касательной и нормали в точке $x_0=-1$ к параболе $y=6x^2+x+2$ (уравнения записать в общем виде).

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Вариант 2

Задание №1. Найти производные функций

а) $y=\frac{x^5}{4}-\frac{2}{3}x^2+\frac{x}{4}-\frac{8}{x}+3$;

б) $y=\left(6-2x^3\right)^4$.

Задание №2. Составить уравнения касательной и нормали в точке $x_0=2$ к параболе $y=7x^2-14x+5$ (уравнения прямой записать в общем виде).

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Раздел (тема) 3 «Интегральное исчисление функций одной переменной»

Лабораторная работа №2 «Интегрирование функций»

Вариант 1

Задание №1. Найти интегралы. Сделать проверку

а) $\int \frac{\sqrt{5+x^2}-\sqrt{5-x^2}}{\sqrt{25-x^4}}dx$;

б) $\int \frac{\ln^2 x}{x}dx$.

Задание №2. С помощью интегрирования по частям найти неопределённый интеграл $\int (2x+1)\cdot e^{2x+1}dx$.

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Вариант 2

Задание №1. Найти интегралы. Сделать проверку

а) $\int \frac{(1+x)^2}{x\cdot(1+x^2)}dx$;

б) $\int \frac{xdx}{x^4+16}$.

Задание №2. С помощью интегрирования по частям найти неопределённый интеграл $\int 2x\ \ln x\, dx$.

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Лабораторная работа №4 «Приложения определённого интеграла»

Вариант 1

Задание №1.

а) Вычислить определенный интеграл $\int\limits_{\pi/2}^{\pi} \frac{\cos x}{\sin x+1}dx$.

б) Указать интегралы, которые являются несобственными

1) $\int\limits_0^2 \frac{dx}{x^2-1}dx$ 2) $\int\limits_0^2 e^{2x-1}dx$ 3) $\int\limits_0^2 \ln x\, dx$ 4) $\int\limits_0^2 (x-2)x\, dx$

Задание №2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y=2x^2$, $y=2$.

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Вариант 2

Задание №1.

а) Вычислить определенный интеграл $\int\limits_0^{\ln 2} \frac{e^{2x}+2}{e^x}dx$.

б) Указать интегралы, которые являются несобственными

1) $\int\limits_{-1}^{1} \frac{x}{x+1}dx$ 2) $\int\limits_{-1}^{1} e^{\frac{x+1}{x}}dx$ 3) $\int\limits_{-1}^{1} \ln(x+5)\,dx$ 4) $\int\limits_{-1}^{1} (x-1)(x+1)\,dx$

Задание №2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой $y = x^2 + x$, прямыми $x = -1$, $x = 2$ и осью Ох.

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Раздел (тема) 4 «Числовые и функциональные ряды. Гармонический анализ»

Лабораторная работа №5 «Числовые и функциональные ряды»

Вариант 1

Задание №1. Найти сумму ряда

а) $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{2^{3n+1}-8}{3^{2n}}$;

б) $\sum\limits_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n(n-2)}$.

Задание №2. Найти коэффициент b_2 разложения функции $f(x) = x - 2$ в ряд Фурье на отрезке $[-\pi;\pi]$.

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Вариант 2

Задание №1. Найти сумму ряда

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}+3^n}{2^{2n}}$;

б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{10}{n^2+9n+20}$.

Задание №2. Какой (какие) из коэффициентов a_0, a_n, b_n разложения функции $f(x) = x^3 \cos x$ в ряд Фурье на отрезке $[-\pi;\pi]$ равен 0?

1) a_0 2) a_n 3) b_n 4) ни один из них

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Раздел (тема) 5 «Дифференциальное исчисление функций многих переменных»

Лабораторная работа №6 «Метод наименьших квадратов»

Вариант 1

Экспериментально получены пять значений функции y=f(x) при пяти значениях аргумента, которые записаны в таблице.

x	1	2	3	4	5
y	3,2	4,2	2,7	0,7	1,2

Задание №1. Методом наименьших квадратов найти функцию вида $y = ax + b$, выражающую приближённо функцию y=f(x), используя систему

$$\begin{cases} \left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right) \cdot a + \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right) \cdot b = \sum_{i=1}^{n} (x_i \cdot y_i), \\ \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right) \cdot a + n \cdot b = \sum_{i=1}^{n} y_i \end{cases}$$

и заполнив таблицу

№	x_i	y_i	x_i^2	$x_i \cdot y_i$	$y_{вычисл.}$	Отклонение $\varepsilon_i = y_{вычисл.} - y_i$
1						
2						
3						
4						
5						
$\sum$						

Сделать чертёж, на котором в декартовой прямоугольной системе координат построить экспериментальные точки и график функции $y = ax + b$.

Задание №2. Найти функцию вида $y = ax + b$, выражающую приближённо функцию y=f(x), используя исследование функции двух переменных $S(a,b) = \sum_{i=1}^{n} \left((a \cdot x_i + b) - y_i\right)^2$.

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Вариант 2

Экспериментально получены пять значений функции y=f(x) при пяти значениях аргумента, которые записаны в таблице.

x	1	2	3	4	5
y	1,8	2,4	3,1	3,8	4,3

Задание №1. Методом наименьших квадратов найти функцию вида $y = ax + b$, выражающую приближённо функцию y=f(x), используя систему

$$\begin{cases} \left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{\,2}\right)\cdot a + \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\cdot b = \sum_{i=1}^{n}(x_i\cdot y_i), \\ \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\cdot a + n\cdot b = \sum_{i=1}^{n} y_i \end{cases}$$

и заполнив таблицу

№	x_i	y_i	x_i^2	$x_i \cdot y_i$	$y_{вычисл.}$	Отклонение $\varepsilon_i = y_{вычисл.} - y_i$
1						
2						
3						
4						
5						
$\sum$						

Сделать чертёж, на котором в декартовой прямоугольной системе координат построить экспериментальные точки и график функции $y = ax + b$.

Задание №2. Найти функцию вида $y = ax + b$, выражающую приближённо функцию y=f(x), используя исследование функции двух переменных $S(a,b) = \sum_{i=1}^{n}\left((a\cdot x_i + b) - y_i\right)^2$.

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Раздел (тема) 6 «Интегральное исчисление функций многих переменных»

Лабораторная работа №7 «Вычисление кратных интегралов»

Вариант 1

Задание №1. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле $\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^{2-y} f(x;y)dx$.

а) изобразить графически;

б) записать получившийся кратный интеграл (либо сумму нескольких кратных интегралов).

Задание №2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями с уравнениями $x + y = 1$, $z = 1 - y^2$, $x = 0$, $z = 0$, $y = 0$ $(y \geq 0)$.

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Вариант 2

Задание №1. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле $\int_{-1}^{0} dx \int_{x+1}^{1+x^2} f(x;y)dy$ и записать результат.

а) изобразить графически;

б) записать получившийся кратный интеграл (либо сумму нескольких кратных интегралов).

Задание №2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями с уравнениями $y = \frac{1}{4}x^2$, $y + z = 1$, $z = 0$.

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Раздел (тема) 7 «Дифференциальные уравнения»

Лабораторная работа №8 «Нахождение общего и частного решений дифференциальных уравнений»

Вариант 1

Задание №1. Задано дифференциальное уравнение $y \cdot y' = 4x^3$.

а) Найти его общее решение;

б) Найти постоянную С в частном решении дифференциального уравнения при $y(5) = 2$.

Задание №2. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' + 3y = x e^{3x}$.

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Вариант 2

Задание №1. Задано дифференциальное уравнение $y \cdot y' = \sqrt{x}$.

а) Найти его общее решение;

б) Найти постоянную С в частном решении дифференциального уравнения при $y(9) = 4$.

Задание №2. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' - 2y' + y = (3x+2)e^x$.

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Раздел (тема) 8 «Элементы теории вероятностей и математической статистики»

Лабораторная работа №9 «Теоремы сложения и умножения вероятностей»

Вариант 1

Задание №1. Вычислить статистическую и классическую вероятности.

а) При испытании прибора оказалось, что относительная частота появления некачественного прибора равна 0,05. Найти число исправных приборов в партии из 500 приборов

б) В каждой пятой банке кофе согласно условиям акции есть приз. Призы распределены по банкам случайно. Галя покупает банку кофе в надежде выиграть приз. Найти вероятность того, что Галя не найдёт приз в своей банке.

Задание №2. Вычислить вероятность, используя формулу полной вероятности (или формулу Байеса).

Сборщик получил 3 коробки деталей, изготовленных заводом №1, и 2 коробки деталей, изготовленных заводом №2. Вероятность того, что деталь с завода №1 стандартна, равна 0,8, а с завода №2 – 0,9. Сборщик наудачу извлек деталь из наудачу взятой коробки. Найти вероятность того, что она стандартная.

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Вариант 2

Задание №1. Вычислить статистическую и классическую вероятности.

а) При стрельбе из винтовки относительная частота попадания в цель оказалась равной 0,85. Найти число попаданий, если всего было произведено 120 выстрелов.

б) На каждые 1000 электрических лампочек приходится 5 бракованных. Какова вероятность купить исправную лампочку?

Задание №2. Вычислить вероятность, используя формулу полной вероятности (или формулу Байеса).

В городе два медицинских центра занимаются пластической хирургией: дорогой и не очень. В среднем каждый год около 3000 жителей города прибегают к услугам пластики, в дорогой центр обращаются только около 1000 из них. Вероятность успешного исхода операции при обращении в дорогой мед. центр равна 0,9, а при обращении в более дешевой центр – 0,6. Для интервью выбрали случайным образом одного человека, удачно сделавшего пластическую операцию. Найти вероятность того, что он обратился в более дешевой мед. центр.

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Лабораторная работа №10 «Повторные испытания»

Вариант 1

Задание №1. Два равносильных противника играют в шахматы. Что вероятнее:

а) выиграть одну партию из двух или две партии из четырёх?

б) выиграть не менее двух партий из четырёх или не менее трёх партий из пяти?

Задание №2. Торговый агент в среднем контактирует с 8 потенциальными покупателями в день. Из опыта ему известно, что вероятность того, что потенциальный покупатель совершит покупку, равна 0,1. Чему равна вероятность того, что у агента будут хотя бы две продажи в течение дня?

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Вариант 2

Задание №1. Среди коконов некоторой партии 30% цветных. Какова вероятность того, что среди 5 случайно отобранных коконов

а) попадётся 2 или 3 цветных?

б) попадётся хотя бы один не цветной?

Задание №2. В партии из 768 арбузов каждый арбуз оказывается неспелым с вероятностью 0,25. Найти вероятность того, что количество спелых арбузов будет находиться в пределах от 564 до 600.

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Лабораторная работа №11 «Числовые характеристики случайных величин»

Вариант 1

Задание №1. Случайная величина X распределена по следующему закону

x_i	1	2	3	4	5
p_i	0,3	0,2	?	0,1	0,1

а) найти $p(X=3)$;

б) вычислить $M(X)$ и $D(X)$.

Задание №2. Непрерывная случайная величина X задана функцией распределения $F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 0, \\ ax^2, & 0<x\le 5, \\ 1, & x>5. \end{cases}$ Найти плотность распределения вероятностей и $M(X)$.

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Вариант 2

Задание №1. Случайная величина X распределена по следующему закону

x_i	1	2	3	4	5
p_i	0,1	0,3	?	0,2	0,1

а) найти $p(X=3)$;

б) вычислить $M(X)$ и $D(X)$.

Задание №2. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения вероятностей $f(x)=\begin{cases} 0, & x\le 1, \\ x+a, & 1<x\le 2, \\ 1, & x>2. \end{cases}$ Найти функцию распределения и $M(X)$.

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Лабораторная работа №12 «Элементы математической статистики»

Вариант 1

Задание №1. Имеются данные о стаже рабочих цеха: 6, 6, 10, 10, 7, 2, 2, 5, 8, 8, 12, 9, 10, 10, 7, 7, 6, 7, 2, 3. Построить дискретный и интервальный вариационные ряды и изобразить их графически: построить полигон, гистограмму.

Задание №2. Имеются следующие данные об уровне энерговооружённости труда (кВт): 50, 52, 50, 52, 52, 60, 60, 60, 63, 60, 60, 55, 55, 54. Найти среднюю энерговооружённость труда. Вычислить:
а) выборочную дисперсию;
б) выборочное среднеквадратическое отклонение;
в) размах выборки.

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Вариант 2

Задание №1. Имеются данные о выборке продукции рабочими бригадами за смену (в штуках): 14, 7, 8, 9, 7, 12, 3, 6, 7, 8, 6, 9, 8, 6, 13, 11, 9, 11, 8. Построить дискретный и интервальный вариационные ряды и изобразить их графически: построить полигон, гистограмму.

Задание №2. Имеются следующие данные о себестоимости одной единицы продукции (тыс. руб.): 13, 13, 12, 11, 12, 12, 10, 9, 9, 10, 10, 10, 8, 12, 11. Найти среднюю себестоимость. Вычислить:
а) выборочную дисперсию;
б) выборочное среднеквадратическое отклонение;
в) размах выборки.

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Список теоретических вопросов к лабораторной работе №1

1. Дайте определение множества. Перечислите и опишите операции над множествами.

2. Дайте определение предела функции в точке. В каком случае функция называется бесконечно малой, бесконечно большой? Как связаны бесконечно малые и бесконечно большие величины?

3. Как вычисляется предел функции в точке? Какие правила следует помнить при вычислении пределов? Что такое односторонний предел?

4. Опишите алгоритм раскрытия неопределённости $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$.

5. Опишите алгоритм раскрытия неопределённости $\left(\frac{0}{0}\right)$ при отсутствии иррациональности и тригонометрических функций.

6. Опишите алгоритм раскрытия неопределённости $\left(\frac{0}{0}\right)$ при наличии иррациональности и отсутствии тригонометрических функций.

7. Опишите алгоритм раскрытия неопределённости $\left(\frac{0}{0}\right)$ при наличии тригонометрических функций.

8. Запишите формулы первого и второго замечательного пределов.

9. Опишите алгоритм раскрытия неопределённости (1^{∞}).

10. Запишите следствия замечательных пределов.

Список теоретических вопросов к лабораторной работе №2

11. Дайте определение производной функции $y = f(x)$. Перечислите основные правила дифференцирования.
12. Найдите производную функции $y = x^2$ по определению.
13. Как найти производную сложной функции?
14. Опишите алгоритм логарифмического дифференцирования.
15. Как найти производную функции, заданной неявно?
16. Как найти уравнение касательной и нормали к графику функции $y = f(x)$ при известной фиксированной точке $M_0(x_0; y_0)$?
17. Опишите алгоритм исследования поведения графика функции с использованием аппарата производных.
18. Как найти точку максимума (минимума) функции?
19. Как найти наибольшее (наименьшее) значение функции на отрезке?
20. Сформулируйте правило Лопиталя.

Список теоретических вопросов к лабораторной работе №3

31. Дайте определение первообразной и неопределённого интеграла.
32. Перечислите основные свойства неопределённого интеграла.
33. Опишите алгоритмы методов непосредственного интегрирования: использование приёма деления почленно и метода группировки.
34. Опишите метод подведения под знак дифференциала.
35. Опишите варианты замены переменной в неопределённом интеграле.
36. Опишите метод интегрирования по частям.
37. Как интегрируются рациональные дроби?
38. Опишите метод неопределённых коэффициентов.
39. Какие вы знаете способы интегрирования тригонометрических функций?
40. Опишите методы интегрирования иррациональных выражений.

Список теоретических вопросов к лабораторной работе №4

41. Дайте понятие определённого интеграла.
42. Запишите формулу Ньютона-Лейбница.
43. Перечислите основные свойства определённого интеграла.
44. Какие интегралы называются несобственными?
45. Как выяснить сходимость несобственного интеграла?
46. Как с помощью определённого интеграла вычислить площадь плоской фигуры в декартовой системе координат?
47. Как с помощью определённого интеграла вычислить площадь плоской фигуры в полярной системе координат?
48. Как с помощью определённого интеграла вычислить площадь плоской фигуры, заданной параметрически?
49. Как с помощью определённого интеграла вычислить длину дуги кривой?
50. Как с помощью определённого интеграла вычислить объём тела вращения?

Список теоретических вопросов к лабораторной работе №5

51. Дайте определение числового ряда.

52. Дайте определение частичной суммы числового ряда, суммы ряда.

53. Дайте определение ряда геометрической прогрессии. Запишите формулу вычисления суммы ряда геометрической прогрессии.

54. Перечислите признаки сходимости знакоположительных рядов.

55. Дайте определение знакочередующегося числового ряда. Сформулируйте признак Лейбница.

56. Дайте определение функционального ряда, степенного ряда.

57. Как найти радиус сходимости степенного ряда?

58. Как найти область сходимости степенного ряда?

59. Запишите ряды Тейлора и Маклорена.

60. Как найти приближённое значение функции с помощью рядов?

Список теоретических вопросов к лабораторной работе №6

61. Дайте понятие функции двух переменных, функции нескольких переменных.

62. Как вычисляются частные производные первого порядка для функции двух переменных?

63. Сколько различных частных производных 2-го порядка имеет функция от двух переменных? Сформулируйте теорему Шварца.

64. Что такое полный дифференциал?

65. В чём заключается геометрический и функциональный смысл градиента?

66. Какая точка называется стационарной для функции двух переменных?

67. Сформулируйте необходимые условия экстремума функции двух переменных.

68. Сформулируйте достаточные условия экстремума функции двух переменных.

69. Приведите пример использования функции нескольких переменных в экономике.

70. В чём заключается метод наименьших квадратов?

Список теоретических вопросов к лабораторной работе №7

71. Дайте определение двойного интеграла.

72. Укажите геометрический и физический смыслы двойного интеграла.

73. Перечислите основные свойства двойного интеграла.

74. Опишите метод вычисления двойного интеграла в декартовых координатах.

75. Опишите метод вычисления двойного интеграла в полярных координатах.

76. Опишите приложения двойного интеграла к механике.

77. Дайте определение тройного интеграла.

78. Перечислите основные свойства тройного интеграла.

79. Опишите метод вычисления тройного интеграла в декартовых координатах.

80. Опишите механизм перехода к цилиндрическим координатам.

Список теоретических вопросов к лабораторной работе №8

81. Дайте определение дифференциального уравнения. Что называется решением дифференциального уравнения?

82. Что называется интегрированием дифференциального уравнения, а что – интегральной кривой?

83. Дайте определение порядка дифференциального уравнения.

84. Что называется общим решением дифференциального уравнения, частным решением?

85. Укажите общий вид дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными, а также алгоритм их решения.

86. Укажите общий вид линейных дифференциальных уравнений. При помощи какой замены решается тип данных уравнений?

87. Укажите общий вид дифференциальных уравнений Бернулли. При помощи какой замены решается тип данных уравнений?

88. Дайте определение дифференциальных уравнений высших порядков.

89. Укажите методы, позволяющие понизить порядок следующих дифференциальных уравнений: $y^{(n)} = f(x)$; $y'' = f(x; y')$; $y'' = f(y; y')$.

90. Укажите общий вид линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами и методы его решения.

Список теоретических вопросов к лабораторной работе №9

91. Предмет и основные определения теории вероятностей.

92. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности, вытекающие из классического определения. Примеры.

93. Статистическое определение вероятности, его особенности и связь с классическим определением.

94. Геометрическая вероятность, её особенности.

95. Полная группа несовместных событий, противоположные события, свойства их вероятностей.

96. Зависимые и независимые события. Условные и безусловные вероятности.

97. Теоремы умножения вероятностей.

98. Теоремы сложения вероятностей.

99. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

100. Комбинаторика: размещения, сочетания, перестановки. Размещения, сочетания и перестановки с повторениями. Примеры.

Список теоретических вопросов к лабораторной работе №10

101. Опишите схему испытаний Бернулли.

102. Общая схема определения формулы для расчёта вероятности при повторном испытании.

103.Формула Бернулли.

104.Формула Пуассона.

105. Локальная теорема Лапласа.

106. Интегральная теорема Лапласа.

107. Наивероятнейшее число появлений события.

108. Отклонение относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.

109. Закон больших чисел. Понятие о теореме Чебышева (общий случай). Значение теоремы Чебышева.

110. Понятие о центральной предельной теореме Ляпунова.

Список теоретических вопросов к лабораторной работе №11

111. Случайные величины и случайные события. Дискретные и непрерывные случайные величины. Закон распределения случайной величины и способы его задания.

112. Числовые характеристики случайных величин. Начальные и центральные моменты. Асимметрия и эксцесс.

113. Математическое ожидание случайной величины. Его смысл и примеры. Свойства математического ожидания.

114. Дисперсия и среднее квадратическое отклонение случайной величины. Их смысл и примеры вычисления. Формулы для вычисления дисперсии. Свойства дисперсии.

115. Мода.

116. Медиана.

117. Распределения дискретных случайных величин.

118. Распределения непрерывных случайных величин.

119. Дифференциальная и интегральная функции их распределения, их смысл и связь между ними.

120. Вероятность попадания случайной величины в заданный интервал. Вероятность того, что непрерывная случайная величина примет точно заданное значение.

Список теоретических вопросов к лабораторной работе №12

121. Дайте понятия генеральной и выборочной совокупностей.

122. Дайте понятие вариационного ряда. Что такое варьирование?

123. Какие виды вариационных рядов вы знаете?

124. Как графически изображаются дискретные и интервальные вариационные ряды? Как изобразить кумулятивную кривую и огиву?

125. Перечислите важнейшие точечные характеристики выборки.

126. Опишите свойства несмещенности, эффективности и состоятельности оценки.

127. Дайте понятие доверительного интервала.

128. Дайте понятия уровня значимости и доверительной вероятности.

129. Понятия нулевой и конкурирующей гипотез.

130. Опишите алгоритм проверки гипотезы.

Шкала оценивания: 4-х балльная.

Критерии оценивания:

− *4* **балла** (или оценка **«отлично»**) выставляется обучающемуся, если он выполнил первые 2 задания в лабораторной работе и «защитил» её, то есть ответил на теоретический вопрос (задание №3);

− **3 балла** (или оценка **«хорошо»**) выставляется обучающемуся, если он выполнил первые 2 задания в лабораторной работе, но не ответил на теоретический вопрос;

− **2 балла** (или оценка **«удовлетворительно»**) выставляется обучающемуся, если он выполнил только задание № 1 (или только задание №2);

− **1 балл или менее** (или оценка **«неудовлетворительно»**) выставляется обучающемуся, если он правильно не решил ни одного задания в лабораторной работе.

2 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ

2.1 БАНК ВОПРОСОВ И ЗАДАНИЙ В ТЕСТОВОЙ ФОРМЕ

1. Вопросы в закрытой форме.

1.1 Даны два множества $A=\{-5,\ -2,\ 1,\ 4,\ 7,\ 10,\ 13\}$ и $B=\{-4,\ -2,\ 0,\ 2,\ 4,\ 6,\ 8\}$. Тогда $A\cap B$имеет вид…

1) $\{-4,\ 0,\ 2,\ 6,\ 8\}$ 2) $\{-5,\ -4,\ -2,\ 0,\ 1,\ 2,\ 4,\ 6,\ 7,\ 8,\ 10,\ 13\}$

3) $\{-5,\ -4,\ 0,\ 1,\ 2,\ 6,\ 7,\ 8,\ 10,\ 13\}$ 4) $\{-2,\ 4\}$ 5) $\{-5,\ 1,\ 7,\ 10,\ 13\}$

1.2 Найти $A\cap(B\cup C)$, если $A=(-3;11]$, $B=[-2;\ 5]$, $C=(4;9)$

1) $(4;5]$ 2) $[-2;\ 9]$ 3) $(-3;9]$ 4) $(-3;4)\cup[5;\ 11]$

1.3 Предел $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^5+2x^3-1}{4x^3+x}$ равен …

1) ∞ 2) 0,5 3) 0 4) $-\infty$ 5) –0,25

1.4 Предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg^2(3x)}{tg(2x^2)}$ равен …

1) 4,5 2) $\dfrac{3}{2}$ 3) 0 4) $\dfrac{4}{9}$ 5) $\dfrac{9}{4}$

1.5 Производная функции $y=x^5-\dfrac{1}{x}+\sqrt[4]{x^3}$ равна...

1) $5x^4-\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{3}{4\sqrt[4]{x}}$ 2) $5x^4+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{3}{4\sqrt[4]{x^3}}$ 3) $5x^4+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{3}{4\sqrt[4]{x}}$

4) $5x+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{4}{3}\sqrt[3]{x}$ 5) $5x-\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{4}{3}\sqrt[3]{x}$

1.6 Производная функции $y=x^2\cdot\sin(2x)$ равна...

1) $2x \cdot \cos(2x)$ 2) $2x \cdot \sin(2x) + 2x^2 \cdot \cos(2x)$ 3) $2x \cdot \sin(2x) + x^2 \cdot \cos(2x)$
4) $2x \cdot \sin(2x) - 2x^2 \cdot \cos(2x)$ 5) $4x \cdot \cos(2x)$

1.7 Укажите, как должен выглядеть график функции $y(x)$ на отрезке [a;b], если в каждой точке указанного отрезка выполняются три условия: $y<0$, $y'<0$, $y''>0$.
1) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ возрастает; выпуклость вниз
2) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх
3) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ возрастает; выпуклость вверх
4) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ убывает; выпуклость вниз
5) график лежит выше оси OX; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх

1.8 Одной из первообразных от функции $y = 2x - 3$ является функция…
1) $x^2 - 3 + C$ 2) 2 3) $2x^2 - 3 + C$
4) $x^2 - 3x + C$ 5) $2 - 3x$

1.9 Интеграл $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$ равен…

1) $\ln^3 x + C$ 2) $\frac{\ln^3 x}{3} + C$ 3) $\ln x + C$ 4) $2\ln x + C$ 5) $-\frac{\ln^3 x}{3x} + C$

1.10. Неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\sin^2 4x}$ равен

1) $-\frac{1}{4} ctg 4x + C$ 2) $\frac{1}{4} tg\, 2x + C$ 3) $-\frac{1}{2} ctg\, x + C$ 4) $-\frac{1}{4} ctg\, 2x + C$

1.11. Разложение дроби $\frac{x+5}{x^3 + 6x^2}$ на простейшие дроби имеет вид

1) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2 + 6x}$ 2) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x+6}$ 3) $\frac{A}{x} + \frac{Bx + C}{x^2 + 6x}$ 4) $\frac{A}{x^2} + \frac{B}{x+6}$

1.12 Для ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{3n}\right)^{n^2}$ верным является утверждение
1) сходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = 0$ 2) сходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = e$
3) расходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \infty$ 4) расходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = e^3$

1.13 Для рядов $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n^2}{2^n}$ и $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \ldots$ верно утверждение
1) оба сходятся абсолютно 2) оба сходятся условно
3) первый сходится абсолютно, а второй сходится условно
4) первый сходится условно, а второй сходится абсолютно

1.14 Область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^n\ (n^2+1)}$ равна

1) [-3; 3) 2) [-3; 3] 3) (-3; 3] 4) [-1/3; 1/3]

1.15 Частная производная $\frac{\partial z}{\partial y}$ от функции $z = x - \frac{x}{y} + 1$ равна…

1) $1-\frac{x}{y^2}$ 2) $x-\frac{1}{y^2}+1$ 3) $\frac{x}{y^2}$ 4) $1-\frac{1}{y^2}$ 5) $1-\frac{x}{y}$

1.16 Частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ от функции $z=x-\frac{x}{y}+1$ равна…

1) $1-\frac{x}{y^2}$ 2) $x-\frac{1}{y^2}+1$ 3) $\frac{x}{y^2}$ 4) $1-\frac{1}{y^2}$ 5) $1-\frac{x}{y}$

1.17 Результат расстановки пределов интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x;y)dxdy$, где область D ограничена линиями $y=x^2$, $y=-\sqrt{x}$, $x=1$, имеет вид…

1) $\int_0^1 dx\int_{x^2}^{-\sqrt{x}} f(x;y)dy$ 2) $\int_{-\sqrt{x}}^{x^2} dx\int_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x;y)dy$ 3) $\int_0^1 dx\int_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x;y)dy$

4) $\int_{-1}^1 dy\int_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x;y)dx$ 5) $\int_0^1 dx\int_{-\sqrt{x}}^{x^2} f(x;y)dy$

1.18 Результат расстановки пределов интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x;y)dxdy$, где область D ограничена линиями $y=x^2-1$, $y=\sqrt{1-x^2}$, имеет вид…

1) $\int_{-1}^1 dy\int_{\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x;y)dx$ 2) $\int_{-1}^1 dx\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{x^2-1} f(x;y)dy$ 3) $\int_{-1}^1 dx\int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} f(x;y)dy$

4) $\int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} dx\int_{\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x;y)dy$ 5) $\int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} dx\int_{-\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x;y)dy$

1.19 Общее решение дифференциального уравнения $y'=\sqrt{y-1}$ имеет вид

1) $y=1+\left(\frac{x+C}{2}\right)^{-1}$ 2) $y=1+\left(\frac{x+C}{2}\right)^{-2}$ 3) $y=1+\left(\frac{x+C}{2}\right)^{2}$

4) $y=C+\left(\frac{x}{2}\right)^{2}$ 5) $y=1+C\left(\frac{x}{2}\right)^{2}$

1.20 Общее решение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными $e^x dx-\left(e^x+2\right)\cdot 4ydy=0$ имеет вид…

1) $\frac{1}{\sqrt{2}}arctg\frac{e^x}{\sqrt{2}}=2y^2+C$ 2) $\ln\left|e^x+2\right|=C-2y^2$ 3) $\ln\left|e^x+2\right|=2y^2+C$

4) $e^x\cdot\ln\left|e^x+2\right|=2y^2+C$ 5) $\frac{1}{\sqrt{2}}arctg\frac{e^x}{\sqrt{2}}=C-2y^2$

1.21 Фабрика выпускает сумки. В среднем на 180 качественных сумок приходится две сумки со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.

1) 0,99 2) 0,90 3) 0,10 4) 0,01 5) 0,11

1.22 Вероятность того, что стрелок при одном выстреле попадёт в мишень, равна 0,8. Стрелок произвёл три выстрела. Вероятность того, что он при этом попадёт в мишень лишь дважды, равна…

1) 0,64 2) 0,384 3) 0,128 4) 0,256 5) 0,16

1.23 Выборочное среднее для выборки равно…

x_i	1	2	3	4
n_i	3	6	4	7

1) 6 2) 55 3) 3 4) 2,75 5) 1,1875

1.24 Восстановить аналитическую функцию $W = u(x,y) + i \cdot v(x,y)$ по её известной мнимой части $v(x,y) = e^y \cdot \cos x$.

1) $W = i \cdot e^{-iz} + C$ 2) $W = i \cdot e^{iz} + C$ 3) $W = i \cdot e^{-z} + C$

4) $W = e^{iz} + C$ 5) $W = i \cdot e^{z} + C$

1.25 Определить вид особой точки $z = 2i$ для функции $f(z) = \frac{z^2+4}{z-2i}$.

1) полюс первого порядка
2) устранимая особая точка
3) полюс второго порядка
4) существенно особая точка

2. Вопросы в открытой форме

2.1 Предел $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x+3}{2x}\right)^x$ равен …

2.2 Предел $\lim_{x\to1}\frac{x^2+2x-3}{5-5x^2}$ равен …

2.3 Предел $\lim\limits_{x\to-4}\frac{16-x^2}{\sqrt{5-x}-3}$ равен …

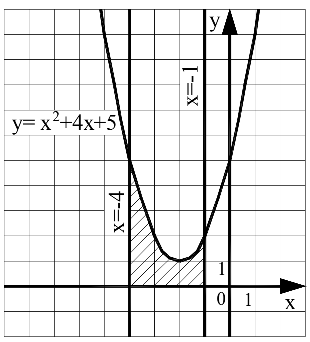
2.4 Найти коэффициент k касательной $y = kx + b$ к параболе $y = 7x^2 - 14x + 5$ в точке $x_0 = 2$.

2.5 Найти точку минимума функции $y = (2x+1)^2 \cdot (x+3) + 4$.

2.6 Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{4\sqrt{x}-3}{x+1}$.

2.7 Вычислить определённый интеграл $\int_1^9 \frac{1+2\sqrt{x}}{x^2}dx$.

2.8 Найти площадь фигуры, изображенной на рисунке. Ответ округлить до сотых.



2.9 Сумма ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n-2^n}{5^n}$ равна …

2.10 Частичная сумма S_2 ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{15}{2n+1}$ равна…

2.11 Радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-5)^{2n}}{6\cdot 5^{n+2}}$равен...

2.12 Вычислить с точностью до 0,001 значение функции ln1,5.

2.13. Коэффициент b_2 разложения функции $f(x)=x+1$ в ряд Фурье на отрезке $[-\pi;\pi]$ равен …

2.14 Найдите сумму $a+b+c$, где $(a;b;c)$ – это координаты вектора градиента функции $u=5x^2+3y^2+3z^2$ в точке $M(0;-2;3)$.

2.15 Исследуйте на экстремум функцию $z=6(x-y)-3x^2-3y^2$. В ответе запишите значение z_0, если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0;y_0)=z_0$.

2.16 Исследуйте на экстремум функцию $z=\frac{x^3}{3}-2xy+y^2-3x$. В ответе запишите значение z_0, если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0;y_0)=z_0$.

2.17 Вычислить двойной интеграл $\iint_D(2x-3y)dxdy$, где область D – прямоугольник, ограниченный осями координат и прямыми x=2, y=4.

2.18 Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями с уравнениями $y=\frac{1}{4}x^2, y+z=1, z=0$.

2.19 Найти постоянную С в частном решении дифференциального уравнения $y\cdot y'=\sqrt{x}$ при $y(9)=4$.

2.20 Найдите постоянную С в частном решении дифференциального уравнения $y\cdot y'=4x^3$ при $y(5)=2$.

2.21 Сколько существует перестановок слов в предложении: «Редактор вчера внимательно прочитал рукопись»?

2.22 В первой бригаде производится в три раза больше продукции, чем во второй. Вероятность того, что производимая продукция окажется стандартной для первой бригады, равна 0,7, для второй – 0,8. Определить вероятность того, что взятая наугад единица продукции будет стандартной. Результат округлите до сотых.

2.23 Дан вариационный ряд 1, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 6, 7, 7. Найти моду.

2.24 Вычислить $f'(3)$, если $f(z)=4x^2-4y^2+3x+(8xy+3y)i$.

2.25 Вычислить интеграл $\oint_{|z-1|=1}\frac{dz}{(z-1)(z+2)}$.

3. Вопросы на установление последовательности.

3.1 Ниже дано определение предела A функции $f(x)$ в точке x_0 (в случае $A\in R$ и $x_0\in R$). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Число A называется пределом функции f(x) в точке x_0, если ______ существует ______ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____ , выполняется условие _________.
I. $|f(x) - A| < \varepsilon$
II. для любого числа $\varepsilon > 0$
III. $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$
IV. $\delta(\varepsilon) > 0$

3.2 Ниже дано определение бесконечно малой числовой последовательности. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).
Числовая последовательность $\{x_n\}$ называется бесконечно малой, если ______ существует ______ такой, что если _______ , то выполняется условие _________.
I. $|x_n| < \varepsilon$
II. $n > N(\varepsilon)$
III. для любого числа $\varepsilon > 0$
IV. номер $N(\varepsilon) > 0$

3.3 Ниже дано определение функции $f(x)$, бесконечно большой в действительной точке x_0. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).
Функция f(x) называется бесконечно большой в точке x_0, если ______ существует ______ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____ , выполняется условие _________.
I. $\delta(\varepsilon) > 0$
II. $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$
III. $|f(x)| > \varepsilon$
IV. для любого числа $\varepsilon > 0$

3.4 Ниже сформулировано следствие теоремы о промежуточных значениях функциях (следствие теоремы Больцмана-Коши). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).
Пусть функция f(x) ________, на концах отрезка ________, тогда ________, где выполняется условие _________.
I. принимает значение разных знаков
II. существует точка $c \in (a, b)$
III. непрерывна на отрезке $[a, b]$
IV. $f(c) = 0$

3.5 Ниже дано определение функции $f(x)$, бесконечно малой в действительной точке x_0. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).
Функция f(x) называется бесконечно малой в точке x_0, если ______ существует ______ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____ , выполняется условие _________.
I. $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$
II. $|f(x)| < \varepsilon$
III. для любого числа $\varepsilon > 0$

IV. $\delta(\varepsilon) > 0$

3.6 Расположите последовательность действий при нахождении производной функции по определению.

1) зафиксировать x, вычислить значение функции $f(x)$

2) найти приращение функции $\Delta y = f(x+\Delta x) - f(x)$

3) дать аргументу x приращение Δx и вычислить значение функции $f(x+\Delta x)$

4) найти предел $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$

5) определить отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$

3.7 Расположите последовательность действий при нахождении производной функции $y = (\sin x)^{\cos x}$.

1) найти производные обеих частей равенства

2) прологарифмировать обе части равенства

3) воспользоваться правилом нахождения производной сложной функции

4) воспользоваться свойством $\ln\left|a^b\right| = b \cdot \ln|a|$

5) заменить y исходной функцией

3.8 Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{(4-5x)^2}{x} dx$.

1) используем таблицу неопределённых интегралов

2) используем формулу квадрата разности

3) добавляем постоянную C в конце записи

4) используем свойство неопределённого интеграла $\int (f(x) + g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$

5) используем почленное деление

3.9 Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt[3]{x}}$.

1) $\frac{x^{-\frac{4}{3}+1}}{-\frac{4}{3}+1} + C$

2) $-\frac{3}{\sqrt[3]{x}} + C$

3) $\int \frac{dx}{x^{\frac{4}{3}}}$

4) $\int x^{-\frac{4}{3}}dx$

5) $\frac{x^{-\frac{1}{3}}}{x^{-\frac{1}{3}}} + C$

6) $\int \frac{dx}{x \cdot x^{\frac{1}{3}}}$

3.10 Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы получилась формулировка определения неопределенного интеграла. (Например, I, III, IV, II).

Если функция F(x) – ______ функции f(x) на промежутке X, то множество функций F(x)+C, где C – произвольная постоянная, называется ______ от функции f(x) на этом промежутке и обозначается символом $\int f(x)\,dx$. При этом f(x) называется ______ , f(x)dx называется ______ .

I. подынтегральной функцией

II. первообразная

III. подынтегральным выражением

IV. неопределенным интегралом

3.11 Запишите верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла $\int (x+1)\cdot \sin x\,dx$. (Например, I, III, IV, II.)

I. Вычислить du и v

II. Установить, что нужно взять за u, а что за dv

III. Определить, относится ли интеграл к типу интегралов, интегрируемых по частям

IV. Воспользоваться формулой $\int u\,dv = uv - \int v du$, подставив вместо u, dv, du и v их значения.

3.12 Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы получилась формулировка одного из свойств определенного интеграла. (Например, I, III, IV, II).

Если m и M – соответственно наименьшее и наибольшее значения функции f(x) на ______ , то ______ ≤ ______ ≤ ______ .

I. $M(b-a)$

II. $m(b-a)$

III. $\int_a^b f(x)dx$

IV. $[a,b]$

3.13 Запишите верную последовательность действий, которую требуется совершить для нахождения площади фигуры, ограниченной линиями, задаваемыми уравнениями: $y = x$, $y = \frac{1}{x}$, $x = 2$.

I. Построить указанные линии в прямоугольной декартовой системе координат.

II. Найти a и b – пределы интегрирования, для этого определить абсциссы точек пересечения указанных линий.

III. Определив, график какой из функций $y = x$ или $y = \frac{1}{x}$ лежит выше, воспользоваться формулой: $S = \int_a^b \left(f(x) - g(x)\right)dx$.

IV. Вычислить определенный интеграл, пользуясь формулой Ньютона-Лейбница.

3.14 Ниже сформулированы факты о сходимости и расходимости числовых рядов. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы утверждения оказались верными (Например, I, III, IV, II.)

Если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ _________, то _________ . Если _________, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ _________ .

I. расходится

II. сходится

III. $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$

IV. $\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$

3.15 Ниже сформулирован интегральный признак сходимости числовых рядов. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей. (Например, I, III, IV, II.)

Пусть дан ряд $\sum_{n=1}^{\infty} f(n)$, члены которого являются значениями некоторой функции f (x), _________ на _________ . Тогда, если _________ сходится (расходится), то сходится (расходится) и_________ .

I. $\int_1^{+\infty} \mathrm{f(x)dx}$

II. $\sum_{n=1}^{\infty} f(n)$

III. $[1, +\infty)$

IV. положительной, непрерывной и не возрастающей

3.16 Запишите последовательность действий, которую нужно применить при исследовании гармонического ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ на сходимость с помощью интегрального признака сходимости

1) Сделать вывод о расходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$

2) Ввести в рассмотрение функцию $f(x) = \frac{1}{x}$

3) Установить, что интеграл $\int_1^{+\infty} f(x)dx$ расходится

4) Доказать, что функция $f(x)$ является положительной, непрерывной, убывающей на $[1, +\infty)$

3.17 Исследуйте на абсолютную и условную сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)}{n^2}$. Запишите верную последовательность действий, которая при этом должна быть осуществлена.

1) Применить теорему Лейбница
2) Сделать вывод, является ряд абсолютно сходящимся или нет
3) Выбрать признак сходимости ряда с положительными членами и воспользоваться им
4) Составить ряд из модулей членов данного ряда

3.18 Запишите верную последовательность действий при нахождении области сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 5^{n+1}}$.

1) Исследовать сходимость ряда на концах интервала сходимости
2) Записать интервал сходимости ряда
3) Найти радиус сходимости ряда
4) Сделать вывод о том, входят ли концы интервала сходимости в область сходимости ряда

3.19 Расположите последовательность действий при нахождении частной производной $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = \ln(3xy - x^3)$.

1) $\frac{-6x(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3y-3x^2)}{(3xy-x^3)^2}$

2) $\frac{(3xy-x^3)'}{3xy-x^3}$

3) $(\ln(3xy - x^3))'_x$

4) $\left(\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}\right)'_x$

5) $\frac{(3y-3x^2)'(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3xy-x^3)'}{(3xy-x^3)^2}$

6) $\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}$

3.20 Расположите последовательность действий при исследовании функции двух переменных на экстремум.

1) вычисляем значения A, B, C

2) вычисляем $z_0(x_0; y_0)$

3) определяем стационарные точки

4) находим частные производные функции первого и второго порядков

5) определяем, минимум или максимум имеется в точке экстремума

6) вычисляем значение Δ

7) определяем наличие точки экстремума

3.21 Расположите последовательность действий при вычислении $\iint_D (x+2y)dxdy$, где область D ограничена линиями $x = 2, y = x, x = 2y$.

1) Вычислить $\int_{\frac{x}{2}}^{x}(x+2)dy = \frac{5}{4}\int_0^2 x^2dx$

2) Перейти от двойного интеграла к повторному $\int_0^2 dx \int_{\frac{x}{2}}^{x}(x+2)dy$

3) Построить область $D: x = 2, x = 2y, y = x$

4) Вычислить $\frac{5}{4}\int_0^2 x^2dx = \frac{10}{3}$

3.22 Определить последовательность действий при нахождении общего решения дифференциального уравнения $(1+x^2)y' + 2xy = 3x^2$.

1) $v = \frac{1}{1+x^2}$

2) $y = \frac{x^3+C}{1+x^2}$

3) $u'v + u\left(v' + \frac{2xv}{1+x^2}\right) = \frac{3x^2}{1+x^2}$

4) $y' + \frac{2xy}{1+x^2} = \frac{3x^2}{1+x^2}$

5) $u = x^3 + C$

3.23 В урне находятся 3 белых и 5 черных шара. Из неё наугад вынимают (без возвращения) один за другим два шара. Какова вероятность того, что среди них будет ровно один чёрный шар?

Расположите последовательность получения чисел при решении задачи по предложенному алгоритму. Вычисляем: 1) P(б); 2) P(ч); 3) P(ч\б); 4) P(б\ч); 5) P(ровно один чёрный шар).

Варианты ответов:

1) $\frac{5}{8}$

2) $\frac{3}{7}$

3) $\frac{3}{8}$

4) $\frac{15}{28}$

5) $\frac{5}{7}$

3.24 Расположите последовательность действий при построении интервального вариационного ряда по данным выборки.

1) составление таблицы, в которой в первой строке формируются границы интервалов, а число во второй строке – это общая сумма частоты встреч всех чисел дискретного ряда, попадающих в соответствующий интервал

2) формирование шкалы интервалов

3) нахождение величины интервала

4) построение дискретного вариационного ряда

3.25 Укажите последовательность действий при переводе комплексного числа из алгебраической формы в тригонометрическую.

1) подстановка ρ и φ в формулу

2) нахождения главного значения аргумента

3) вычисление модуля комплексного числа

4) вычисление $\sin\varphi$ и $\cos\varphi$

5) определение значений действительной и мнимой частей

4. Вопросы на установление соответствия.

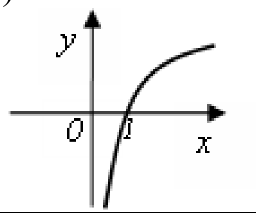
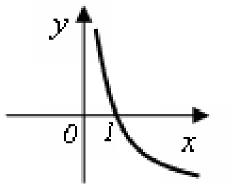
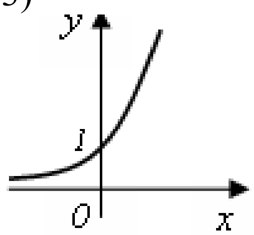
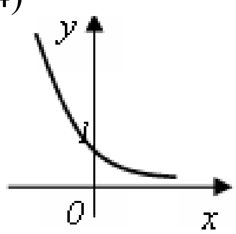
4.1 Даны числовые промежутки $A=[3;\ 5)$ и $B=[0;\ 3]$. Выполнить операции над множествами и установить соответствие.

5) $A\cap B$	а) $[0;\ 5)$
6) $A\cup B$	б) $\emptyset$
7) $A\setminus B$	в) $(3;\ 5)$
8) $B\setminus A$	г) $[3;\ 5)$
	д) $\{3\}$

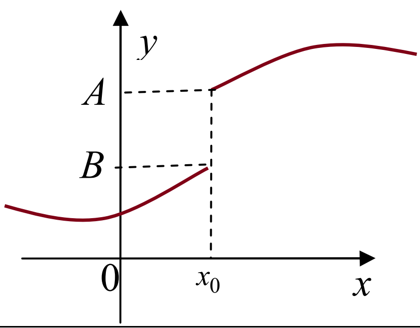
4.2 Установить соответствие между пределами и неопределенностями, обнаруженными в каждом из них

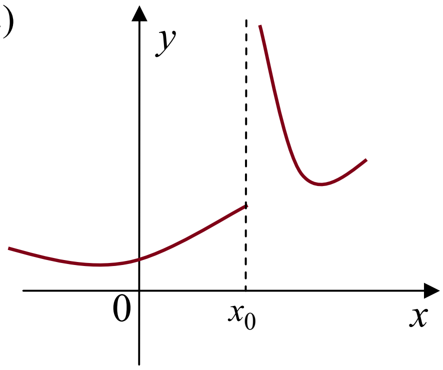
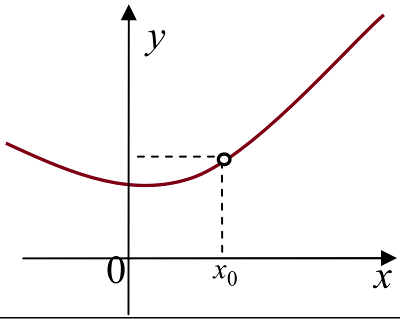
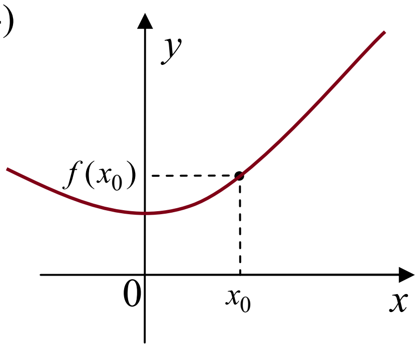
5) $\lim_{x\to 1}(1-x)\cdot tg\left(\frac{\pi x}{2}\right)$	а) неопределённость $\left(\frac{0}{0}\right)$
6) $\lim_{x\to\infty}\frac{2x^4+2x^2+8}{3x^3+5x^2-10}$	б) неопределённость $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$
7) $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x^2-2x-3}$	в) неопределённость (1^{∞})
8) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x+1}{2x-1}\right)^{3-4x}$	г) неопределённость $(0\cdot\infty)$
	д) неопределённость $(\infty+\infty)$

4.3 Установить соответствие между графическим и аналитическим заданиями функций.

1) 	а) $y = 2^{x}$ б) $y = (0{,}5)^{x}$
2) 	в) $y = \log_2 x$ г) $y = \log_{0,5} x$
3) 	д) $y = x^{\frac{1}{2}}$
4) 	

4.4 Пользуясь графиками функций, исследуйте вопрос о непрерывности функции в точке x_0 и поставьте в соответствие каждой указанной точке x_0 ее характеристику.

1) 	а) x_0 – точка непрерывности функции б) x_0 – точка устранимого разрыва 1го рода в) x_0 – точка неустранимого разрыва 1го рода

<table>
<tr><td>2)

</td><td rowspan="3">г) x_0 – точка разрыва 2го рода</td></tr>
<tr><td>3)

</td></tr>
<tr><td>4)

</td></tr>
</table>

4.5 Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y'.

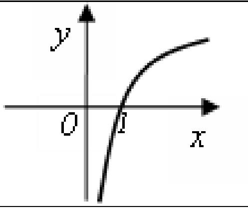
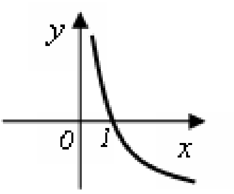
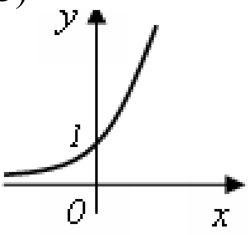
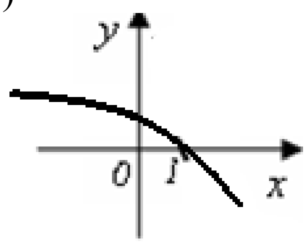
1) $y = \sin(\ln x)$ 2) $y = x \cdot \operatorname{tg} x$ 3) $y = (\log_2 x)^{\cos x}$ 4) $y = 5^x$	1) логарифмическое дифференцирование 2) табличная производная 3) производная неявно заданной функции 4) производная произведения 5) производная сложной функции

4.6 Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y'.

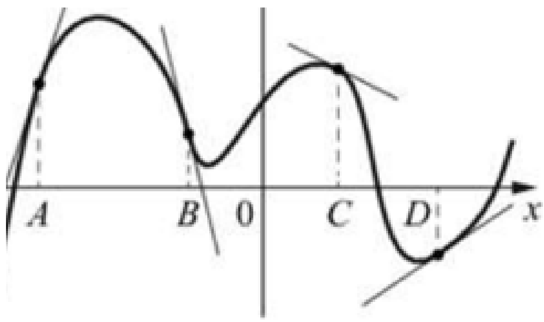
1) $y = \sqrt[3]{x}$ 2) $y = (\lg x)^x$ 3) $y = (5x + 2) \cdot \cos x$ 4) $y = e^{6x}$	1) логарифмическое дифференцирование 2) табличная производная 3) производная неявно заданной функции 4) производная произведения 5) производная сложной функции

4.7 Установить соответствие между графиками функций и знаками первой и второй производной этих функций

1)	

<table>
<tr><td>
</td><td rowspan="4">а) $y' > 0,\ y'' > 0$
б) $y' < 0,\ y'' < 0$
в) $y' > 0,\ y'' < 0$
г) $y' < 0,\ y'' > 0$</td></tr>
<tr><td>2)

</td></tr>
<tr><td>3)

</td></tr>
<tr><td>4)

</td></tr>
</table>

4.8 На рисунке изображен график функции и касательные к нему, проведенные в точках с абсциссами A, B, C, D. Поставьте в соответствие каждой точке значение ее производной в этой точке.



1) A 2) B 3) C 4) D	а) - 4 б) 3 в) -0,5 г) 0,7

4.9 Установите соответствие между функциями, записанными в левой колонке, и их первообразными в правой колонке

1) $\frac{1}{x^2}$	а) $\frac{x^2}{4}$

2) $\frac{x}{2}$ 3) $3x^2$ 4) $\frac{1}{x}+2x$	б) $\ln\lvert x\rvert + x^2$ в) $\frac{1}{x^2}+2$ г) $-\frac{1}{x}$ д) x^3

4.10 Установите соответствие между интегралами и их значениями

1) $\int \frac{dx}{a^2-x^2}$ 2) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}$ 3) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}$ 4) $\int \frac{dx}{a^2+x^2}$	а) $\frac{1}{2a}\ln\left\lvert\frac{a+x}{a-x}\right\rvert + c$ б) $\frac{1}{a} arctg\frac{x}{a}+c$ в) $arc\sin\frac{x}{a}+c$ г) $arctg\frac{x}{a}+c$ д) $\ln\left\lvert x+\sqrt{x^2 \pm a^2}\right\rvert + c$

4.11 Установите соответствие между неопределенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке

1) $\int Af(x)dx$ 2) $\int (f \pm g)dx$ 3) $\left(\int f(x)dx\right)'$ 4) $\int dF(x)$	а) $\int f\,dx \pm \int g\,dx$ б) $f(x)$ в) $A\int f(x)dx$ г) $F(x)+C$ д) $f(x)dx$

4.12 Установите соответствие между неопределенными интегралами и заменами, которые целесообразно применить для вычисления интегралов

1) $\int \sin^3 x \cdot \cos^2 x\,dx$ 2) $\int \frac{\sqrt{tgx}}{\cos^2 x}dx$ 3) $\int \sin^4 x \cdot \cos x\,dx$ 4) $\int \frac{ctgx}{\sin^2 x}\quad dx$	а) $t = tg\,x$ б) $t = ctg\,x$ в) $t = \sin x$ г) $t = \cos x$ д) $t = \cos^2 x$

4.13 Установите соответствие между интегралом и способом его решения.

1) $\int \frac{dx}{x \cdot \ln^5 x}$ 2) $\int (x+1)\sin x\,dx$	а) использование почленного деления б) подведение под знак дифференциала

3) $\int 5^x dx$ 4) $\int \frac{3+x}{x} dx$	в) использование формулы $\int f(kx+b)dx = \frac{1}{k}\int f(t)dt$ г) непосредственное интегрирование д) метод интегрирования по частям

4.14 Установить соответствие между числовыми рядами и признаками сходимости, которые целесообразно применять для исследования вопроса об их сходимости

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+1}{5n}$	а) признак сравнений
2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{n^5+1}$	б) необходимый признак сходимости
3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n-3}{(n+2)!}$	в) радикальный признак Коши
4) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{2}{n}\right)^{n^2}$	г) признак Даламбера
	д) теорема Лейбница

4.15 Установить соответствие между степенными рядами и областями их сходимости

1) $\sum_{n=1}^{\infty} x^n \cdot n!$	а) $(-\infty;\infty)$
2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n!}$	б) $\{0\}$
3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n}$	в) $[-1,\ 1]$
4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n^2}$	г) $(-1,\ 1)$
	д) $[-1,\ 1)$

4.16 Установить соответствие между функциями и их разложением в степенной ряд

1) $\ln(1+x)$	а) $x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}-K+(-1)^n\cdot\frac{x^{2n+1}}{2n+1}+K$
2) $\frac{1}{1-x}$	б) $\frac{x}{1!}-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-K+(-1)^n\cdot\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}+K$
	в) $1+x+x^2+x^3+K$
3) e^x	г) $x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-K+(-1)^{n-1}\cdot\frac{x^n}{n}+\ldots$
4) $arctg\, x$	д) $1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+K+\frac{x^n}{n!}+K$

4.17 Вычислите значения частных производных функции $z = 4x^2 - xy^3 + 5y$ в точке $M_0(1;-1)$ и установите соответствие.

1) $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right\|_{M_0}$ 2) $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right\|_{M_0}$ 3) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right\|_{M_0}$ 4) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right\|_{M_0}$ 5) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right\|_{M_0}$	а) −3 б) 8 в) 2 г) 6 д) 9 е) 1

4.18 Вычислите значения частных производных функции $z = 5x^3 - 3xy^2 - 2y$ в точке $M_0(1; 2)$ и установите соответствие.

1) $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right\|_{M_0}$ 2) $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right\|_{M_0}$ 3) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right\|_{M_0}$ 4) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right\|_{M_0}$ 5) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right\|_{M_0}$	а) 30 б) −14 в) −12 г) −6 д) −4 е) 3

4.19 Установить соответствие при переходе от $\iint_D f(x,y)dxdy$ к повторному интегралу и расставить пределы интегрирования, если D ограничена линиями:

а) $x = 1, y = 2, x + y = 6$ б) $y = \frac{x^2}{2}, y = 8$ в) $y = 2x^2, y = \sqrt{x}$ г) контуром треугольника ABC, где A(1;2), B(3;6), C(3;0) д) $x^2 + y^2 = 4$x	1)$\int_0^4 dx \int_{-\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{4x}} f(x,y)dy$ 2) $\int_0^1 dx \int_{2x^2}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x,y)dy$ 3) $\int_1^3 dx \int_{3-x}^{2x} f(x,y)dy$ 4) $\int_1^4 dx \int_2^{6-x} f(x,y)dy$ 5) $\int_{-4}^4 dx \int_{\frac{x^2}{2}}^{2x} f(x,y)dy$

4.20 Установить соответствие при переходе от $\iint_D f(x,y)dxdy$ к повторному интегралу и расставить пределы интегрирования, если D ограничена линиями

а) $x = 1, y = 2, x + y = 6$	1)$\int_0^4 dx \int_{-\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{4x}} f(x,y)dy$

б) $y = \frac{x^2}{2}, y = 8$ в) $y = 2x^2, y = \sqrt{x}$ г) контуром треугольника ABC, где A(1;2), B(3;6), C(3;0) д) $x^2 + y^2 = 4x$	2) $\int_0^1 dx \int_{2x^2}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x,y)dy$ 3) $\int_1^3 dx \int_{3-x}^{2x} f(x,y)dy$ 4) $\int_1^4 dx \int_2^{6-x} f(x,y)dy$ 5) $\int_{-4}^4 dx \int_{\frac{x^2}{2}}^{2x} f(x,y)dy$

4.21 Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

1) $y'' + y' - 6y = 0$ 2) $y'' - 10y' + 29y = 0$ 3) $y'' - 10y' + 25y = 0$ 4) $y'' + 25y = 0$	а) $y = e^{\alpha x}(C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x))$ б) $y = e^{kx}(C_1 + C_2 x)$ в) $y = C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)$ г) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot e^{k_2 x}$ д) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2$

4.22 Установите соответствие между формулами из теории вероятностей и их названиями.

1) $P(A) = \frac{m}{n}$ 2) $P(A_1) + P(A_2) + \cdots + P(A_n) = 1$ 3) $P(A) = P(B_1) \cdot P(A \backslash B_1) + +P(B_2) \cdot P(A \backslash B_2) + \cdots + +P(B_n) \cdot P(A \backslash B_n)$ 4) $P(B_i \backslash A) = \frac{P(B_i) \cdot P(A \backslash B_i)}{P(A)}$	а) формула полной вероятности б) формула классической вероятности в) формула Байеса г) формула вероятности полной группы событий д) формула Бернулли

4.23 Установить соответствие между случайной величиной и законом распределения.

1) Точка C делит отрезок AB в отношении 2:1. Наудачу на отрезок AB бросаются 4 точки. Случайная величина ξ – число точек, попавших на отрезок AC 2) Случайная величина ξ – ошибка измерительного прибора длины некоторого изделия 3) 400 изделий проходят контроль. Вероятность того, что изделие браковано, равна 0,001. Случайная величина ξ − число бракованных изделий 4) Вероятность попадания в цель 0,1. Случайная величина ξ − число выстрелов до первого попадания	а) Биномиальное распределение дискретной случайной величины б) Распределение Пуассона дискретной случайной величины в) Нормальное (гауссовское) распределение непрерывной случайной величины г) Геометрическое распределение дискретной случайной величины д) Показательное (экспоненциальное) распределение непрерывной случайной величины

4.24 Для вариационного ряда 3, 4, 5, 9, 10, 10, 12, 12, 12 вычислены числовые характеристики. Установите соответствие между их названиями и значениями.

1) 10 2) 9 3) $8\frac{5}{9}$ 4) 12	а) мода б) медиана в) среднее арифметическое г) дисперсия д) размах

4.25 Установить соответствие действий с комплексными числами $z_1 = 5 - 3i$ и $z_2 = 2 + i$.

1) $z_1 \cdot z_2$ 2) $\dfrac{z_1}{z_2}$ 3) $\bar{z}_1^{\,2}$ 4) $z_1 + z_2$	а) $16 - 30i$ б) $7 - 2i$ в) $1{,}4 - 2{,}2i$ г) $13 - i$ д) $16 + 30i$

Шкала оценивания результатов тестирования: в соответствии с действующей в университете балльно-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения – 60 баллов (установлено положением П 02.016).

Максимальный балл за тестирование представляет собой разность двух чисел: максимального балла по промежуточной аттестации для данной формы обучения (36 или 60) и максимального балла за решение компетентностно-ориентированной задачи (6).

Балл, полученный обучающимся за тестирование, суммируется с баллом, выставленным ему за решение компетентностно-ориентированной задачи.

Общий балл по промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по 5-балльной шкале (для экзамена) следующим образом:

Соответствие 100-балльной и 5-балльной шкал

Сумма баллов по 100-балльной шкале	*Оценка по 5-балльной шкале*
100–85	отлично
84–70	хорошо
69–50	удовлетворительно
49 и менее	неудовлетворительно

Критерии оценивания результатов тестирования:

Каждый вопрос (задание) в тестовой форме оценивается по дихотомической шкале: выполнено – **2 балла**, не выполнено – **0 баллов**.

2.2 КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ

Компенентностно-ориентированная задача №1

Составить функцию прибыли и построить её график, если известно, что фиксированные издержки производства продукции составляют 10 тыс. руб. в месяц, переменные издержки – 30 руб. за единицу продукции, а выручка равна 50 руб. за единицу продукции.

Компенентностно-ориентированная задача №2

Законы спроса и предложения на некоторый товар определяются уравнениями $D = 12 - 2Q$ и $S = Q + 3$.

а) Найти точку рыночного равновесия.

б) Найти точку равновесия после введения налога, равного 3 ден. ед. на единицу продукции. Определить увеличение цены и уменьшение равновесного объёма продаж. Посчитать доход государства после введения этого налога.

Компенентностно-ориентированная задача №3

Законы спроса и предложения на некоторый товар определяются уравнениями $D = 12 - 2Q$ и $S = Q + 3$.

а) Какая субсидия приведёт к увеличению объёма продаж на 2 единицы?

б) Вводится пропорциональный налог, равный 20%. Найти новую точку равновесия в доход правительства.

Компенентностно-ориентированная задача №4

В прошлом году средняя цена данного товара была 15 денежных единиц, а в настоящем году – 18 денежных единиц. Найти зависимость $P = f(n)$ цены товара P от номера года n при условии, что тенденция роста сохраниться, то есть цена будет увеличиваться на одно и то же число. Составить прогноз средней цены на три года вперед.

Компенентностно-ориентированная задача №5

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется следующим образом.

1. Если объём заказа не превышает 4 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 300 рублей.

2. Если объём заказа превышает 4 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 300 рублей предоставляется скидка в размере $\frac{x-4000}{50}$ рублей, где x – количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 16 000 единиц товара). Ответ записать в виде: $R(x_0) = R_0$.

Компенентностно-ориентированная задача №6

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется следующим образом.

1. Если объём заказа не превышает 3 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 200 рублей.

2. Если объём заказа превышает 3 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 200 рублей предоставляется скидка в размере $\frac{x-3000}{100}$ рублей, где x – количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 13 000 единиц товара). Ответ записать в виде: $R(x_0)=R_0$.

Компенентностно-ориентированная задача №7

Зависимость количества Q (в шт., $0 \leq Q \leq 30\,000$) купленного у фирмы товара от цены P (в руб. за шт.) выражается формулой $Q = 30\,000 - P$. Затраты на производство Q единиц товара составляют $5\,000Q + 3\,000\,000$ руб. Кроме затрат на производство, фирма должна платить налог t руб. $(0 < t < 15\,000)$ с каждой произведённой единицы товара. Таким образом, прибыль фирмы составляет $PQ - 5\,000Q - 3\,000\,000 - tQ$ руб., а общая сумма налогов, собранных государством, равна tQ руб.

Фирма производит такое количество товара, при котором её прибыль максимальна. При каком значении t (в руб.) общая сумма налогов, собранных государством, будет максимальной?

Компенентностно-ориентированная задача №8

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить максимальную прибыль предприятия.

Компенентностно-ориентированная задача №9

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить объём продукции и цену, соответствующие максимальной прибыли.

Компенентностно-ориентированная задача №10

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить средние и предельные затраты, соответствующие максимальной прибыли.

Компенентностно-ориентированная задача №11

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить участки роста и убывания прибыли при изменении объёма выпускаемой продукции от 2 до 5 ед.

Компенентностно-ориентированная задача №12

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить наименьшее значение затрат при изменении объёма выпускаемой продукции от 2 до 5 ед.

Компетентностно-ориентированная задача №13

По данным исследований в распределении доходов одной из стран, кривая Лоренца может быть описана уравнением $y = \frac{3}{2-x} - \frac{5}{3}$, где $x -$ доля населения, $y -$ доля доходов населения. Вычислить коэффициент Джинни, оценить распределение доходов 40% наиболее низко оплачиваемого населения.

Компенентностно-ориентированная задача №14

Из статистических данных известно, что для рассматриваемого региона число новорожденных и число умерших за единицу времени пропорциональны численности населения с коэффициентами пропорциональности соответственно k_1 и k_2. Найти закон изменения численности населения с течением времени (описать протекание демографического процесса).

Компенентностно-ориентированная задача №15

Найти выражение объёма реализованной продукции $Q = Q(t)$ и его значение при $t = 2$, если известно, что продукция продаётся на конкурентном рынке по цене $P(Q) = 3 - 2Q$, норма акселерации $\frac{1}{l} = 1{,}5$, норма инвестиций $m = 0{,}6$, $P(0) = 1$.

Пояснение: полученный на момент времени *t* доход составит $R(Q) = Q \cdot P(Q)$, часть которого, равная $I(t) = m \cdot P(Q) \cdot Q$, инвестируется в производство при норме инвестиции *m*. В результате расширения производства (предполагается полная реализация производимой продукции) будет получен прирост дохода, часть которого опять инвестируется для расширения выпуска продукции. Это приведет к росту скорости выпуска (акселерации), причём скорость выпуска пропорциональна увеличению инвестиций с коэффициентом пропорциональности l, т.е. $Q'(t) = l \cdot I(t)$, где $l^{-1} -$ норма акселерации.

Компенентностно-ориентированная задача №16

Потребитель имеет возможность потратить сумму в размере 1000 ден. ед. на приобретение x единиц первого товара и y единиц второго товара. Заданы функция полезности $\boldsymbol{u(x,y) = 0,5 \cdot \ln(x-2) + 2\ln(y-1)}$ и цены $\boldsymbol{P_1 = 0,2}$ и $\boldsymbol{P_2 = 4}$ за единицу товаров. Определить количество единиц товаров, при которых полезность для потребителя будет наибольшей.

Компенентностно-ориентированная задача №17

Вычислить на сколько процентов приближённо изменится спрос, описываемый функцией $D = e^{-\sqrt{n+P^2}}$, где $n -$число производителей товара, $P -$ цена товара, если число производителей товара уменьшится на 1%, а цена возрастёт на 1%. На рынке имеется 7 производителей, цена товара составляет 3 ед.

Компенентностно-ориентированная задача №18

Данные о росте индекса Доу-Джонса и росте цены акций (усл. ед.) приведены в таблице:

x	2,0	2,5	3,0	3,1	3,5	3,7	4,3
y (усл. ед.)	4,3	4,6	4,7	4,7	4,9	5,1	4,6

Методом наименьших квадратов найти зависимость вида $y = ax + b$ между ростом цены акций y и ростом индекса x. Вычислить рост цены акции при росте индекса, равном 2,6.

Компенентностно-ориентированная задача №19

Кооператив открывает линию по производству жестяных консервных банок объемом 0,25 литра для последующей расфасовки в них консервированного горошка. В качестве инженера-экономиста рассчитайте такие радиус основания x и высоту y консервной банки, чтобы на ее изготовление потребовалось минимум материала. Напомним, что 1 л = 1000 см^3.

Компенентностно-ориентированная задача №20

В таблице приведены данные численности занятого населения (x, млн.) и валового выпуска продукции (y, у.е.).

x_i	80	82	83	84	85	86	88	89	90	91
y_i	32	34	35	36	36	37	38	40	39	40

В предположении, что между x и y существует линейная зависимость, определить параметры линейной регрессии $y = kx + b$ методом наименьших квадратов. Спрогнозировать валовой выпуск продукции в случае, если занятое население увеличится на 10% по сравнению с последними данными (90 млн.)

Компенентностно-ориентированная задача №21

Торговое предприятие имеет сеть, состоящую из 10 магазинов, информация о деятельности которых: годовой товарооборот (y, млн. руб.) и торговая площадь (x, тыс. м^2) представлена в таблице.

x_i	0,24	0,41	0,55	0,58	0,78	0,94	0,98	1,21	1,28	1,32
y_i	19,8	38,1	41,0	43,1	56,3	68,5	75,0	89,1	91,1	91,3

В предположении, что между x и y существует линейная зависимость, определить параметры линейной регрессии $y = kx + b$ методом наименьших квадратов. Спрогнозировать годовой товарооборот в случае, если торговая площадь составит ровно 1 тыс. м^2.

Компенентностно-ориентированная задача №22

В таблице приведены данные о росте объема выручки (y, тыс. у.е.) косметической компании в зависимости от числа клиентов (x).

x_i	900	950	1000	1040	1080	1100	1120	1130	1135	1140
$y_i \cdot 10$	992	1101	1203	1289	1381	1432	1478	1505	1514	1530

В предположении, что между x и y существует квадратичная зависимость, определить параметры регрессии $y = a_2x^2 + a_1x + a_0$ методом наименьших квадратов. Спрогнозировать объем выручки, если число клиентов достигнет 1150 человек.

Компенентностно-ориентированная задача №23

В таблице приведены данные о показателях конкуренции (x) и средневзвешенные по частоте упоминания количества патентов (y).

x_i	0,9	0,91	0,92	0,93	0,94	0,95	0,96	0,97	0,98	0,9
y_i	4,5	4,8	5,3	5,9	6,1	6,4	6,1	5,4	4,8	4,3

В предположении, что между x и y существует квадратичная зависимость, определить параметры регрессии $y = a_2x^2 + a_1x + a_0$ методом наименьших квадратов. Спрогнозировать количество патентов в случае, если показатель конкуренции составит 1.

Компенентностно-ориентированная задача №24

Найти момент инерции квадратной пластины $0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq a$ относительно оси Oy.

Компенентностно-ориентированная задача №25

Определить массу круглой пластины радиуса R с центром в начале координат, если поверхностная плотность материала пластины в точке $M(x;y)$ равна $\rho(x,y) = k\sqrt{x^2+y^2}$.

Компенентностно-ориентированная задача 265

Найти массу пластины, ограниченной кривыми $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$, если её плотность равна $\rho(x,y) = x + 2y$.

Компенентностно-ориентированная задача №27

Найти значение цены $p(t)$, при котором достигается равновесное состояние рынка, заключающееся в равенстве спроса $d(t)$ и предложения $s(t)$, если $d(t) = 3p'' - p' - 2p + 18$, $s(t) = 4p'' + p' + 3p + 3$.

Компенентностно-ориентированная задача №28

Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания a нормального распределения с надежностью $\mathrm{P} = 0{,}95$, зная выборочное среднее

$\overline{x}_в = 10{,}2$, объем выборки $n = 16$ и генеральное среднеквадратическое отклонение $\sigma = 4$.

Компенентностно-ориентированная задача №29

В результате проверки 10 продавцов одной из торговых точек города были обнаружены недовесы со средними значениями $\bar{x} = 150$ г и исправленной выборочной дисперсией $S_x^2 = 2500$. В другой точке недовесы характеризовались соответственно $\bar{y} = 125$ г и $S_y^2 = 1600$ среди выборки из 15 продавцов. Выяснить при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$, в какой точке предпочтительнее покупать продукцию.

Компенентностно-ориентированная задача №30

Для двух случайных величин X, Y проведена серия испытаний. Результаты испытаний записаны в следующую корреляционную таблицу

Y \ X	0	1	2	3	4	5
1	—	3	1	—	—	—
2	1	2	2	—	—	—
3	—	—	1	4	3	1
4	—	—	—	—	1	2

Вычислить выборочный коэффициент линейной корреляции и проверить его значимость при $\alpha = 0{,}05$.

Шкала оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи: в соответствии с действующей в университете балльно-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения – 60 (установлено положением П 02.016).

Максимальное количество баллов за решение компетентностно-ориентированной задачи – 6 баллов.

Балл, полученный обучающимся за решение компетентностно-ориентированной задачи, суммируется с баллом, выставленным ему по результатам тестирования.

Общий балл по промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по 5-балльной шкале (для экзамена) следующим образом:

Соответствие 100-балльной и 5-балльной шкал

Сумма баллов по 100-балльной шкале	*Оценка по 5-балльной шкале*
100–85	отлично
84–70	хорошо
69–50	удовлетворительно

49 и менее	неудовлетворительно

Критерии оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи:

6-5 баллов выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует глубокое понимание обучающимся предложенной проблемы и разностороннее ее рассмотрение; свободно конструируемая работа представляет собой логичное, ясное и при этом краткое, точное описание хода решения задачи (последовательности (или выполнения) необходимых трудовых действий) и формулировку доказанного, правильного вывода (ответа); при этом обучающимся предложено несколько вариантов решения или оригинальное, нестандартное решение (или наиболее эффективное, или наиболее рациональное, или оптимальное, или единственно правильное решение); задача решена в установленное преподавателем время или с опережением времени.

4-3 балла выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует понимание обучающимся предложенной проблемы; задача решена типовым способом в установленное преподавателем время; имеют место общие фразы и (или) несущественные недочеты в описании хода решения и (или) вывода (ответа).

2-1 балла выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует поверхностное понимание обучающимся предложенной проблемы; осуществлена попытка шаблонного решения задачи, но при ее решении допущены ошибки и (или) превышено установленное преподавателем время.

0 баллов выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует непонимание обучающимся предложенной проблемы, и (или) значительное место занимают общие фразы и голословные рассуждения, и (или) задача не решена.