

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Малышев Александр Васильевич  
Должность: Заведующий кафедрой  
Дата подписания: 05.12.2022 10:58:38  
Уникальный программный ключ:  
c44c65fc5eb466e5e378c4db413465be7586c86f

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Юго-Западный государственный университет  
Кафедра программной инженерии

КОМПЛЕКТ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (КОС)  
для текущего контроля успеваемости  
и промежуточной аттестации обучающихся  
по учебной дисциплине

Вычислительная математика

ОПОП ВО 09.03.01 Информатика и вычислительная техника

(код и наименование направления подготовки (специальности)

направленность (профиль, специализация) «Интеллектуальные системы в цифровой экономике»

(наименование направленности (профиля) / специализации)

форма обучения \_\_\_\_\_ очная

(очная, очно-заочная, заочная)

Составитель:



к.ф.-м.н. Кочура Е.П.

Курск 2022

## **Вопросы для собеседования**

### **Тема «Математическое моделирование»**

1. Что такое математическое моделирование?
2. Основные этапы математического моделирования.
3. Основные источники погрешности математического моделирования.
4. Классификация погрешностей.
5. Что такое округление числа?
6. Определение абсолютной и относительной погрешности приближенного числа.
7. Правила оценки погрешностей арифметических операций над приближенными числами.
8. Как количество верных знаков связано с погрешностью числа?
9. Что такое машинный нуль и машинное “эпсилон”?
10. Абсолютная и относительная погрешности функций.

### **Тема «Аппроксимация функций»**

1. Что такое аппроксимация функций.
2. Определение равномерного приближения.
3. Определение квадратичного приближения.
4. Понятие непрерывной и точечной аппроксимации.
5. Понятие глобальной и локальной аппроксимации.
6. Теорема Вейерштрасса.
7. Определение многочлена наилучшего равномерного приближения.
8. Формула остаточного члена ряда в форме Лагранжа для оценки погрешности аппроксимации функций с помощью ряда Маклорена.
9. В чем преимущество схемы Горнера?
10. Что такое рациональное приближение?

### **Тема «Численное дифференцирование и интегрирование»**

1. Определение конечной разности.
2. Что такое правая, левая, центральная разность?
3. Определение узла и сетки.
4. Определение погрешности аппроксимации производной.
5. Что такое порядок точности ( погрешности )?
6. Порядок точности правой, левой и центральной разности.
7. Метод Рунге-Ромберга.

8. Определение главной части погрешности аппроксимации.
9. Определение конечной разности для функции двух переменных.
10. Абсолютное число обусловленности численного дифференцирования.
11. Оптимальный шаг при численном дифференцировании.
12. Понятие определенного интеграла.
13. Определение квадратурной формулы.
14. Обусловленность задачи численного интегрирования.
15. Формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона.
16. Погрешности основных квадратурных формул.
17. Формула численного интегрирования с помощью сплайнов.
18. Метод ячеек.
19. Погрешность метода ячеек.
20. Правило Рунге.
21. Уточнение по Ричардсону.
22. Метод Монте-Карло.
23. Погрешность метода Монте-Карло.

### **Тема «Численные методы линейной алгебры»**

1. Матричная форма записи системы линейных уравнений.
2. Что такое определитель?
3. Необходимое и достаточное условие существования единственного решения системы линейных уравнений.
4. Определение обратной матрицы. Условие ее существования.
5. Что такое единичная матрица?
6. Основные методы решения системы линейных уравнений.
7. Правило Крамера.
8. Методы Гаусса, Жордана-Гаусса.
9. Метод Холецкого
10. Метод прогонки.
11. Условие единственности решения методом прогонки
12. Итерационные методы Якоби, Гаусса-Зейделя.
13. Достаточное условие сходимости итерационных методов Якоби и Гаусса-Зейделя.

### **Тема «Решение нелинейных уравнений»**

1. Что называется корнем уравнения?
2. Определение простого и кратного корня.

3. Основные этапы поиска корня.
  4. Определение скорости и порядка сходимости численного метода поиска корня.
  5. Определение интервала неопределенности корня.
  6. Число обусловленности задачи поиска корня нелинейного уравнения.
  7. Метод бисекции.
  8. Метод простой операции.
  9. Методы Ньютона и его модификации.
  10. Критерий окончания метода простой итерации для задачи поиска корня.
  11. Метод Ньютона для решения системы нелинейных уравнений.
  12. Определение якобиана.
  13. Критерий окончания методов Ньютона.

## Тема «Методы минимизации (оптимизации)»

1. Необходимое и достаточное условие минимума непрерывной функции.
  2. Этапы поиска минимума функции.
  3. Что такое локальный и глобальный минимум?
  4. Определение унимодальной функции.
  5. Абсолютное число обусловленности задачи минимизации.
  6. Максимально возможная точность нахождения точки минимума функции.
  7. Метод оптимально пассивного поиска.
  8. Метод деления отрезка пополам.
  9. Метод золотого сечения.
  10. В чем преимущество метода золотого сечения.
  11. Метод бисекции.
  12. Метод Ньютона.
  13. Необходимое и достаточное условия сходимости метода Ньютона.

## **БТЗ**

### **Задания в закрытой форме**

#### **1. Что такое математическое моделирование?**

А. Метод исследования объектов и явлений окружающего нас мира с помощью их точного описания на языке математики.

В. Метод исследования объектов и явлений окружающего нас мира с помощью их приближенного описания на языке математики.

С. Исследования объектов и явлений окружающего нас мира с помощью точных математических методов и приближенных расчетов на ЭВМ.

Д. Метод исследования объектов и явлений окружающего нас мира с помощью экспериментов и обработки результатов на ЭВМ.

Е. Метод исследования объектов и явлений окружающего нас мира с помощью модели, представляющую копию исследуемого объекта или явления.

#### **2. Основные этапы математического моделирования.**

А. Экспериментальные исследования модели, создание теории модели, расчеты на ЭВМ и уточнение модели, использование модели на практике.

В. Создание математической модели, проверка модели на практике, уточнение теории модели, расчеты на ЭВМ, использование результатов на практике.

С. Измерения параметров модели, обработка результатов на ЭВМ, создание теории математической модели, уточнение модели.

Д. Создание математической модели, постановка, исследование и решение соответствующей математической задачи, проверка модели на практике и ее уточнение.

Е. Экспериментальные и теоретические исследования модели, расчеты на ЭВМ и уточнение модели, использование модели на практике.

#### **3. Основные источники погрешности математического моделирования.**

А. Математическая модель, входные данные, выходные данные, погрешность математических методов.

В. Входные данные, выходные данные, математическая модель, погрешности вычислений.

С. Математическая модель, входные данные, выходные данные, погрешность вычислений на ЭВМ.

D. Математическая модель, входные данные, погрешность математических методов, погрешность вычислений.

E. Математическая модель, погрешность математических методов, погрешность ЭВМ.

4. Классификация погрешности математического моделирования.

A.  $\delta_{\text{обр}}$ -погрешность обработки результатов измерений параметров модели,  $\delta_{\text{мод}}$ -погрешность математической модели,  $\delta_{\text{вх}}$ -погрешность входных данных,  $\delta_{\text{выч}}$ -погрешность вычислений.

B.  $\delta_{\text{мод}}$ -погрешность математической модели,  $\delta_{\text{вх}}$ - погрешность входных данных,  $\delta_{\text{пр}}$ -погрешность программирования,  $\delta_{\text{ЭВМ}}$ -погрешность ЭВМ.

C.  $\delta_{\text{мод}}$ -погрешность математической модели,  $\delta_{\text{вх}}$ - погрешность входных данных,  $\delta_{\text{мет}}$ -погрешность математических методов,  $\delta_{\text{выч}}$ -погрешность вычислений.

D.  $\delta_{\text{изм}}$ -погрешность измерений параметров модели,  $\delta_{\text{об}}$ -погрешность обработки результатов измерений,  $\delta_{\text{теор}}$ -погрешность теории математической модели,  $\delta_{\text{мет}}$ -погрешность математических методов.

E.  $\delta_{\text{ЭВМ}}$ -погрешность ЭВМ,  $\delta_{\text{вх}}$ - погрешность входных данных,  $\delta_{\text{мет}}$ -погрешность математических методов,  $\delta_{\text{выч}}$ -погрешность вычислений.

5. Что такое неустранимая погрешность математического моделирования- $\delta_n$ , если  $\delta_{\text{вх}}$ -погрешность входных данных,  $\delta_{\text{мод}}$ -погрешность математической модели,  $\delta_{\text{мет}}$ -погрешность математических методов,  $\delta_{\text{выч}}$ -погрешность вычислений?

A.  $\delta_n = \delta_{\text{вх}} + \delta_{\text{мод}}$

D.  $\delta_n = \delta_{\text{вх}} + \delta_{\text{мод}} + \delta_{\text{мет.}}$

B.  $\delta_n = \delta_{\text{вх}} + \delta_{\text{мод}} + \delta_{\text{выч.}}$

C.  $\delta_n = \delta_{\text{мод}} + \delta_{\text{мет.}}$

E.  $\delta_n = \delta_{\text{мет}} + \delta_{\text{выч}}$

6. Что такое округление числа?

A. Все цифры, кроме цифры, стоящей в старшем разряде, заменить нулями.

B. Уменьшить количество разрядов.

C. Все цифры, кроме цифр, стоящих в первом и последнем разряде, заменить нулями.

D. Оставить только целые разряды.

E. Уменьшить количество целых разрядов.

7. Что такое абсолютная  $\Delta a$  и относительная  $\delta a$  погрешность величины, если  $a$ -ее точное значение,  $a^*$ -приближенное значение?

- A.  $\Delta a = a - a^\square, \delta a = \frac{\Delta a}{a}.$
- B.  $\delta a = |a - a^\square|, \Delta a = \frac{\delta a}{|a|}.$
- C.  $\Delta a = |a - a^\square|, \delta a = \frac{\Delta a}{|a|}.$
- D.  $\Delta a = |a - a^\square|, \delta a = \frac{\Delta a}{|a^\square|}.$
- E.  $\Delta a = |a| - |a^\square|, \delta a = \frac{\Delta a}{|a|}.$

8. Правила оценки погрешности арифметических операций с приближенными числами  $a$  и  $b$ .

- A.  $\Delta(a \pm b) = \Delta a \pm \Delta b, \delta(a \cdot b) = \delta a \cdot \delta b, \delta(a/b) = \delta a / \delta b.$
- B.  $\Delta(a \pm b) = \Delta a + \Delta b, \delta(a \cdot b) = \delta a \cdot \delta b, \delta(a/b) = \delta a \cdot \delta b.$
- C.  $\Delta(a \pm b) = \Delta a + \Delta b, \delta(a \cdot b) = \delta a + \delta b, \delta(a/b) = \delta a + \delta b.$
- D.  $\Delta(a \pm b) = \Delta a \pm \Delta b, \delta(a \cdot b) = \delta a / \delta b, \delta(a/b) = \delta a / \delta b.$
- E.  $\Delta(a \pm b) = \Delta a \pm \Delta b, \delta(a \cdot b) = \delta a + \delta b, \delta(a/b) = \delta a - \delta b.$

9. Абсолютная  $\Delta y$  и относительная  $\delta y$  погрешности  $y=f(x)$ , если  $a$ -точное значение аргумента  $x$ ,  $a^*$ -приближенное значение аргумента  $x$ ,  $\Delta a$ -абсолютная погрешность аргумента.

- A.  $\Delta y = |f(a) - f(a^\square)|, \delta y = \frac{\Delta y}{|f(a)|}.$
- B.  $\Delta y = |f(a) - f(a^\square)| \cdot \Delta a, \delta y = \frac{\Delta y}{|f(a)|}.$
- C.  $\Delta y = |f'_x(a)|, \delta y = \frac{\Delta y}{|f(a)|}.$
- D.  $\Delta y = |f'_x(a)| \cdot \Delta a, \delta y = \frac{\Delta y}{|f(a)|}.$
- E.  $\Delta y = f'_x(a) \cdot |\Delta a|, \delta y = \frac{\Delta y}{|f(a)|}.$

10. Как количество верных знаков в числе связано с абсолютной погрешностью числа?

- A. Количество верных знаков равно порядку абсолютной погрешности.
- B. Количество верных знаков отсчитывается по количеству значащих цифр в абсолютной погрешности.

С. Количество верных знаков в числе отсчитывается от последней значащей цифры числа до первой значащей цифры его абсолютной погрешности.

Д. Количество верных знаков в числе отсчитывается от первой значащей цифры числа до первой значащей цифры его абсолютной погрешности.

Е. Количество верных знаков в числе отсчитывается от последней значащей цифры числа до последней значащей цифры его абсолютной погрешности.

11. Что такое «машинное эпсилон»  $\varepsilon_{\mu}$ ?

А. Абсолютная погрешность ввода, вывода и абсолютная погрешность арифметических операций на ЭВМ.

Б. Абсолютная погрешность ввода, вывода и относительная погрешность арифметических операций на ЭВМ.

С. Относительная погрешность ввода, вывода и абсолютная погрешность арифметических операций на ЭВМ.

Д. Относительная погрешность ввода, вывода и относительная погрешность арифметических операций на ЭВМ.

Е. Абсолютная погрешность меньше которой ЭВМ не воспринимает.

12. Что такое «машинный ноль»  $\varepsilon_{\eta}$ ?

А. Минимальное число меньше которого ЭВМ не воспринимает.

Б. Наименьшее число которое можно представить в ЭВМ.

С. Наименьшее число, меньше которого все числа на ЭВМ полагаются равными нулю.

Д. Минимальная ошибка округлений на ЭВМ при вводе, выводе и выполнении арифметических операций.

Е. Наименьшее по модулю число, меньше которого все числа на ЭВМ полагаются равными нулю.

13. Чем определяются «машинное эпсилон» и «машинный ноль» в ЭВМ?

А. «Машинное эпсилон» определяется количеством разрядов в ячейке памяти, отводимых под мантиссу числа. «Машинный ноль» определяется количеством разрядов отводимых под все число.

Б. «Машинное эпсилон» определяется количеством разрядов в ячейке памяти отводимых под мантиссу числа. «Машинный ноль» определяется количеством разрядов, отводимых под порядок числа.

С. «Машинное эпсилон» определяется количеством разрядов в ячейке памяти, отводимых под порядок числа. «Машинный ноль» определяется количеством разрядов, отводимых под мантиссу числа.

Д. «Машинное эпсилон» определяется количеством разрядов в ячейке памяти, отводимых под все число. «Машинный ноль» определяется количеством разрядов, отводимых под порядок числа.

Е. «Машинное эпсилон» определяется количеством разрядов в ячейке памяти отводимых под все число. «Машинный ноль» определяется количеством разрядов отводимых под мантиссу числа.

14. Где указано количество верных знаков, если дано приближенное число  $a$  и его абсолютная погрешность  $\Delta a$ ?

- A.  $a=765.451, \Delta a=0.021$ , 3 – верных знака .
- B.  $a=0.9053, \Delta a=0.047$ , 2 – верных знака .
- C.  $a=496812, \Delta a=34.5$ , 5 – верных знаков .
- D.  $a=64.793, \Delta a=0.103$ , 2 – верных знака .
- E.  $a=14.085, \Delta a=0.027$ , 2 – верных знака .

15. Что такое абсолютное  $v_\Delta$  и относительное  $v_\delta$  числа обусловленности вычислительной задачи, если  $\Delta_{\text{вх}}$ -абсолютная погрешность входных данных,  $\Delta_{\text{выч}}$ -абсолютная погрешность вычислений,  $\Delta_{\text{мет}}$ -абсолютная погрешность метода решения,  $\Delta_{\text{вых}}$ -абсолютная погрешность результата,  $\delta_{\text{вх}}$ -относительная погрешность входных данных,  $\delta_{\text{выч}}$ -относительная погрешность вычислений,  $\delta_{\text{мет}}$ -относительная погрешность метода решения,  $\delta_{\text{вых}}$ -относительная погрешность результата?

- A.  $v_\Delta = \frac{\Delta_{\text{вх}}}{\Delta_{\text{рез}}}, v_\delta = \frac{\delta_{\text{вх}}}{\delta_{\text{рез}}}.$
- B.  $v_\Delta = \frac{\Delta_{\text{вых}}}{\Delta_{\text{рез}}}, v_\delta = \frac{\delta_{\text{вых}}}{\delta_{\text{рез}}}.$
- C.  $v_\Delta = \frac{\Delta_{\text{вых}}}{\Delta_{\text{выч}}}, v_\delta = \frac{\delta_{\text{вых}}}{\delta_{\text{выч}}}.$
- D.  $v_\Delta = \frac{\Delta_{\text{вых}}}{\Delta_{\text{вх}}}, v_\delta = \frac{\delta_{\text{вых}}}{\delta_{\text{вх}}}.$
- E.  $v_\Delta = \frac{\Delta_{\text{вых}}}{\Delta_{\text{мет}}}, v_\delta = \frac{\delta_{\text{вых}}}{\delta_{\text{мет}}}.$

16. Вычислительная задача называется корректной, если

- A. а) решения существует,
- б) погрешность решения стремится к нулю, когда погрешность входных данных стремится к нулю,
- в) погрешность результата не зависит от погрешности

метода решения задачи.

- B. а) существуют решения,  
б) погрешность результатов зависит от погрешности входных данных,  
в) погрешность решения не зависит от погрешности метода решения задачи.
- C. а) решение существует,  
б) решение единствено,  
в) погрешность решения стремится к нулю, когда погрешность входных данных стремится к нулю.
- D. а) существует только единственное,  
б) решение зависит от погрешности входных данных,  
в) погрешность решения зависит от метода решения.
- E. а) решения существуют,  
б) решение единствено,  
в) погрешность решения определяется погрешностью метода.

17. Вычислительный алгоритм называется корректным, если

- A. а) результат устойчив к малым возмущением входных данных,  
б) результат обладает вычислительной устойчивостью,  
в) результат устойчив к погрешности вывода.
- B. а) результат устойчив к малым возмущением входных данных,  
б) результат обладает вычислительной устойчивостью,  
в) алгоритм позволяет контролировать точность расчетов.
- C. а) результат может быть получен после конечного числа операций на ЭВМ,  
б) результат обладает вычислительной устойчивостью,  
в) результат устойчив к погрешности вывода.
- D. а) результат может быть получен после конечного числа операций на ЭВМ,  
б) результат обладает вычислительной устойчивостью,  
в) алгоритм позволяет контролировать точность расчетов.
- E. а) результат может быть получен после конечного числа операций на ЭВМ,  
б) результат устойчив к малым возмущением входных данных,  
в) результат обладает вычислительной устойчивостью.

18. С какими числами, и какие арифметические операции выполняются на ЭВМ точно?

A. С целыми числами все арифметические операции выполняются точно.

Б. С вещественными числами все арифметические операции выполняются точно.

С вещественными числами арифметические операции сложения, вычитания и умножения выполняются точно.

D. С целыми числами арифметические операции сложения, вычитания и умножения выполняются точно.

Е. С целыми числами арифметические операции сложения и вычитания выполняются точно.

19. Какое из перечисленных вещественных десятичных чисел будет точно представлено в ячейке памяти ЭВМ?

- A. 0.1
- B. 0.2
- C. 0.3
- D. 0.4
- E. 0.5

20. Какая из записей вещественного числа в ячейке памяти 16-разрядной ЭВМ правильная?

A.	мантиssa										порядок						
	+	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	-	1	0	1	1	

B.	мантиssa	порядок
-	1 0 1 0 0 1 0 0 1 1 - 0 0 0 1	

C.	мантиssa												порядок			
±	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	+	0	.	1	0	

D.	мантийса										порядок							
+	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	-	1	1	0	0	0	0	0

E.	манти́сса	поря́док
-	1 1 0 1 1 0 0 1 1 + 0 0 1 0	

21. Что такое равномерное приближение функции  $f(x)$ , заданной на отрезке  $[a,b]$ , функцией  $\varphi(x)$ ?

$$A. \quad \int\limits_a^b [f(x) - \phi(x)] \cdot dx \leq \varepsilon, \varepsilon > 0.$$

- B.  $\int_a^b |f(x) - \phi(x)| \cdot dx \leq \varepsilon, \varepsilon > 0.$
- C.  $\frac{1}{b-a} \int_a^b |f(x) - \phi(x)| \cdot dx \leq \varepsilon, \varepsilon > 0.$
- D.  $|f(x) - \phi(x)| \leq \varepsilon, \varepsilon > 0, \forall x \in [a, b].$
- E.  $|f(x) - \phi(x)| \leq \varepsilon, \forall \varepsilon \neq 0, x \in [a, b].$

22. Что такое равномерное приближение функции  $f(x)$ , заданной на дискретном множестве точек  $x_i, i=0,1,\dots,n$ , функцией  $\phi(x)$ ?

- A.  $|f(x_i) - \phi(x_i)| \leq \varepsilon, \forall \varepsilon \neq 0, i=0,1,\dots,n.$
- B.  $|f(x_i) - \phi(x_i)| \leq \varepsilon, \varepsilon > 0, i=0,1,\dots,n.$
- C.  $\sum_{i=0}^n [f(x_i) - \phi(x_i)] \leq \varepsilon, \varepsilon > 0.$
- D.  $\sum_{i=0}^n |f(x_i) - \phi(x_i)| \leq \varepsilon, \varepsilon > 0.$
- E.  $\frac{1}{n+1} \sum_{i=0}^n |f(x) - \phi(x)| \leq \varepsilon, \varepsilon > 0.$

23. Что такое среднеквадратичное  $\bar{\Delta}$  приближение функции  $f(x)$ , заданной на отрезке  $[a,b]$ , функцией  $\phi(x)$ ?

- A.  $\bar{\Delta} = \frac{1}{b-a} \int_a^b \sqrt{[f(x) - \phi(x)]^2} \cdot dx \leq \varepsilon, \varepsilon > 0.$
- B.  $\bar{\Delta} = \frac{1}{b-a} \sqrt{\int_a^b [f(x) - \phi(x)]^2 \cdot dx} \leq \varepsilon, \varepsilon > 0.$
- C.  $\bar{\Delta} = \sqrt{\frac{1}{b-a} \int_a^b [f(x) - \phi(x)]^2 \cdot dx} \leq \varepsilon, \varepsilon > 0.$
- D.  $\bar{\Delta} = \int_a^b \sqrt{\frac{1}{b-a} [f^2(x) - \phi^2(x)]} \cdot dx \leq \varepsilon, \varepsilon > 0.$
- E.  $\bar{\Delta} = \frac{1}{b-a} \int_a^b \sqrt{[f^2(x) - \phi^2(x)]} \cdot dx \leq \varepsilon, \varepsilon > 0.$

24. Что такое среднеквадратичное приближение  $\bar{\Delta}$  функции  $f(x)$ , заданной на дискретном множестве точек  $x_i, i=0,1,\dots,n$ , функцией  $\phi(x)$ ?

A.  $\bar{D} = \sqrt{\frac{1}{n+1} \sum_{i=0}^n [f(x_i) - \phi(x_i)]^2} \leq \varepsilon, \varepsilon > 0.$

B.  $\bar{D} = \frac{1}{n+1} \sum_{i=0}^n \sqrt{[f(x_i) - \phi(x_i)]^2} \leq \varepsilon, \varepsilon > 0.$

C.  $\bar{D} = \sqrt{\frac{1}{n+1} \sum_{i=0}^n [f^2(x_i) - \phi^2(x_i)]} \leq \varepsilon, \varepsilon > 0.$

D.  $\bar{D} = \frac{1}{n+1} \sqrt{\sum_{i=0}^n [f^2(x_i) - \phi^2(x_i)]} \leq \varepsilon, \varepsilon > 0.$

E.  $\bar{D} = \sum_{i=0}^n \frac{1}{n+1} \sqrt{[f^2(x_i) - \phi^2(x_i)]} \leq \varepsilon, \varepsilon > 0.$

## 25. Основные виды непрерывной аппроксимации.

A. Равномерное приближение рядами Маклорена и Тейлора, среднеквадратичное приближение с помощью многочленов, рациональное приближение.

B. Равномерное приближение рядами Маклорена и Тейлора, приближение с помощью многочленов, рациональное приближение, аппроксимация с помощью сплайнов.

C. Равномерно приближение рядами Маклорена и Тейлора, среднеквадратичное приближение с помощью многочленов, аппроксимация с помощью многочленов Ньютона и Лагранжа.

D. Равномерно приближение многочленом Тейлора, среднеквадратичное приближение с помощью ортогональных многочленов, рациональное приближение.

E. Равномерное приближение рядами Маклорена и Тейлора, приближение с помощью сплайнов, рациональное приближение.

## 26. Основные виды дискретной аппроксимации.

A. Равномерное приближение, рациональное приближение, среднеквадратичное приближение, интерполяция, экстраполяция.

B. Равномерное приближение, среднеквадратичное приближение, интерполяция, экстраполяция.

C. Равномерное приближение, среднеквадратичное приближение, интерполяция сплайнами, экстраполяция.

D. Рациональное приближение, среднеквадратичное приближение, интерполяция, экстраполяция.

E. Среднеквадратичное приближение, интерполяция, экстраполяция, аппроксимация сплайнами.

## 27. Теорема Веерштрасса о равномерном приближении функций.

А. Если функция  $f(x)$  непрерывна на отрезке  $[a,b]$ , то для любого  $\varepsilon$  существует многочлен  $\varphi(x)$  степени  $n=n(\varepsilon)$ , абсолютное отклонение которого от функции  $f(x)$  на отрезке  $[a,b]$  меньше  $\varepsilon$ .

Б. Если функция  $f(x)$  дифференцируема на отрезке  $[a,b]$ , то для любого  $\varepsilon>0$  существует многочлен  $\varphi(x)$  степени  $n$ , абсолютное отклонение которого от функции  $f(x)$  на отрезке  $[a,b]$  меньше  $\varepsilon$ .

С. Если функция  $f(x)$  интегрируемая на отрезке  $[a,b]$ , то для любого  $\varepsilon$  существует многочлен  $\varphi(x)$  степени  $n$ , абсолютное отклонение которого от функции  $f(x)$  на отрезке  $[a,b]$  меньше  $\varepsilon$ .

Д. Если функция  $f(x)$  непрерывна на отрезке  $[a,b]$ , то для любого  $\varepsilon>0$  существует многочлен  $\varphi(x)$  степени  $n=n(\varepsilon)$ , абсолютное отклонение которого от функции  $f(x)$  на отрезке  $[a,b]$  меньше  $\varepsilon$ .

Е. Если функция  $f(x)$  дифференцируема на отрезке  $[a,b]$ , то для любого  $\varepsilon$  существует многочлен  $\varphi(x)$  степени  $n=n(\varepsilon)$ , абсолютное отклонение которого от функции  $f(x)$  на отрезке  $[a,b]$  меньше  $\varepsilon$ .

Ф. Если функция  $f(x)$  интегрируемая на отрезке  $[a,b]$ , то для любого  $\varepsilon>0$  существует многочлен  $\varphi(x)$  степени  $n=n(\varepsilon)$ , абсолютное отклонение которого от функции  $f(x)$  на отрезке  $[a,b]$  меньше  $\varepsilon$ .

## 28. Что такое многочлен наилучшего приближения непрерывной функции $f(x)$ , заданной на замкнутом отрезке $[a,b]$ , либо на дискретном конечном множестве точек $x_i \in [a,b]$ , $i=0,1,\dots,n$ ?

А. Многочлен  $\varphi_m(x)$  абсолютное отклонение которого от функции  $f(x)$  на отрезке  $[a,b]$  наименьшее.

Б. Многочлен  $\varphi_m(x)$  среднеквадратичное отклонение которого от функции  $f(x)$  на отрезке  $[a,b]$  наименьшее.

С. Многочлен  $\varphi_m(x)$ ,  $m \leq n$ , относительное отклонение которого от функции  $f(x)$  на отрезке  $[a,b]$  наименьшее.

Д. Многочлен  $\varphi_m(x)$ ,  $m \leq n$ , абсолютное отклонение которого от функции  $f(x)$  на отрезке  $[a,b]$  наименьшее.

Е. Многочлен  $\varphi_m(x)$ ,  $m \leq n$  среднеквадратичное отклонение которого от функции  $f(x)$  на отрезке  $[a,b]$  наименьшее.

## 29. Остаточный член разложения функции $f(x)$ в ряд Маклорена в форме Лагранжа.

- A.  $R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(x)}{(n+1)!}.$
- B.  $R_n(x) = \frac{f^{n+1}(\xi)}{(n+1)!} \cdot x^{n+1}, \xi \in [0, x].$
- C.  $R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} \cdot x^{n+1}, \xi \in [0, x].$
- D.  $R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(x)}{(n+1)!} \cdot \xi^{n+1}, \xi \in [0, x].$
- E.  $R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{n+1} \cdot x^{n+1}, \xi \in [0, x].$

30. Что такое рациональное приближение?

- A. Приближение, полученное рациональным образом с помощью двух алгебраических многочленов  $\phi_n(x) = \sum_{i=0}^n a_i \cdot x^i$  и  $\psi_m(x) = \sum_{i=0}^m b_i \cdot x^i$ .
- B. Приближение, полученное рациональным образом с помощью двух ортогональных многочленов  $\phi_n(x) = \sum_{i=0}^n a_i \cdot x^i$  и  $\psi_m(x) = \sum_{i=0}^m b_i \cdot x^i$ .
- C. Приближение, полученное с помощью двух рациональных функций  $\phi(x) = \sum_{i=0}^n a_i \cdot \phi_i(x)$  и  $\psi(x) = \sum_{i=0}^n a_i \cdot \psi_i(x)$ .
- D. Приближение, полученное образом с помощью отношения двух обобщенных многочленов  $\phi(x) = \sum_{i=0}^n a_i \cdot \phi_i(x)$  и  $\psi(x) = \sum_{i=0}^n a_i \cdot \psi_i(x)$ .
- E. Приближение, полученное с помощью отношения двух алгебраических многочленов  $\phi_n(x) = \sum_{i=0}^n a_i \cdot x^i$  и  $\psi_m(x) = \sum_{i=0}^m b_i \cdot x^i$ .

31. Для чего служит схема Горнера.

- A. Для сокращения количества арифметических операций при вычислении функций.
- B. Для сокращения количества арифметических операций при вычислении алгебраических многочленов (полиномов).
- C. Для аппроксимации алгебраических многочленов (полиномов).
- D. Для увеличения точности вычисления функций.
- E. Для увеличения точности вычислений алгебраических многочленов (полиномов).

32. Какая схема Горнера для многочлена  $-x - 3x^3 + 4x^4 - 2x^5 + 6x^6$  правильная?

- A.  $x(-1 + x^2(-3 + x(4 + x(-2 + 6x))))$ .

- B.  $-x(1-x^2(3+x(4-x(2+6x))))$ .
- C.  $-x(1+x^2(3+x(4+x(-2+6x))))$ .
- D.  $x(-1+x(3x+x(4+x(-2+6x))))$ .
- E.  $x(-1+x(3x+x^2(4-x(2+6x))))$ .

33. Что такое узел и сетка для функции одной переменной  $y=f(x), x \in \{x_i : i=0,1,\dots,n\}$ ?

A. Узел это точка с координатами  $x_i, y_i$ , сетка это прямые, соединяющие узлы.

B. Узел это точка с координатами  $x_i$ , в которых функция достигает максимума, сетка это набор узлов.

C. Узел это точка с координатами  $x_i$ , в которых функция достигает минимума, сетка это набор узлов.

D. Узел это точка с координатами  $x_i$ , в которых функция достигает максимума и минимума, сетка это прямые соединяющие узлы.

E. Узел это точка с координатами  $x_i$ , сетка это набор узлов.

34. Что такое интерполяция?

A. Интерполяция это точечная (дискретная) аппроксимация функции  $f(x)$ , заданной на отрезке  $[a,b]$ , функцией  $\varphi(x)$  в виде полинома степени  $n$ , который в  $n$  узлах на отрезке  $[a,b]$  совпадает со значениями заданной функции  $f(x)$ .

B. Интерполяция это точечная (дискретная) аппроксимация функции  $f(x)$ , заданной на отрезке  $[a,b]$ , функцией  $\varphi(x)$  в виде полинома степени  $n$ , который в  $n+1$  узле на отрезке  $[a,b]$  совпадает со значениями заданной функции  $f(x)$ .

C. Интерполяция это точечная (дискретная) аппроксимация функции  $f(x)$ , заданной на отрезке  $[a,b]$ , функцией  $\varphi(x)$  в виде полинома степени  $n+1$ , который в  $n$  узлах на отрезке  $[a,b]$  совпадает со значениями заданной функции  $f(x)$ .

D. Интерполяция это точечная (дискретная) аппроксимация функции  $f(x)$ , заданной на отрезке  $[a,b]$ , функцией  $\varphi(x)$  в виде полинома степени  $n$ , который имеет наименьшее среднеквадратичное отклонение от заданной функции  $f(x)$ .

E. Интерполяция это точечная (дискретная) аппроксимация функции  $f(x)$ , заданной на отрезке  $[a,b]$ , функцией  $\varphi(x)$  в виде полинома степени  $n$ , который обеспечивает наилучшее равномерное приближение к заданной функции  $f(x)$ .

35. Сколько существует алгебраических многочленов степени не выше  $n$ , которые в  $n+1$  узле на отрезке  $[a,b]$  совпадают со значениями заданной функции.

- A. Бесконечное множество.
- B. Конечное множество.
- C. Не менее одного.
- D. Один многочлен.
- E. Ни одного.

36. При каком соотношении количества узлов  $m+1$  и степени  $n$  аппроксимирующего многочлена  $\phi_n(x) = \sum_{i=0}^n a_i \cdot x^i$  метод наименьших квадратов переходит в интерполяцию?

- A.  $m > n$
- B.  $m \geq n$
- C.  $m = n$
- D.  $m \leq n$
- E.  $m < n$

37. Основные виды локальной интерполяции.

- A. Линейная, параболическая, интерполяция сплайнами.
- B. Линейная, квадратичная, кубическая.
- C. Линейная, квадратичная, кубическая, интерполяция сплайнами.
- D. Линейная, параболическая, интерполяция рядами.
- E. Линейная, квадратичная, интерполяция полиномами.

38. Основной недостаток линейной и параболической интерполяции.

- A. Большая погрешность интерполяции.
- B. Необходимость строить интерполяционный многочлен на каждом локальном отрезке
- C. Функция испытывает скачок при линейной интерполяции в узлах, а при параболической интерполяции в точках, где одни узлы заменяются на другие узлы.
- D. Производная испытывает скачок при линейной интерполяции в узлах, а при параболической интерполяции в точках, где одни узлы заменяются на другие узлы.
- E. Первая и вторая производные интерполяционной функции испытывают скачок в узлах.

39. Что такое экстраполяция функции  $f(x)$ , заданной на отрезке  $[a,b]$ ?

А. Использование интерполяционного многочлена  $\varphi_n(x)$ , построенного для функции  $f(x)$  на отрезке  $[a,b]$ , на локальных отрезках внутри  $[a,b]$ .

Б. Использование интерполяционного многочлена  $\varphi_n(x)$ , построенного на отрезке  $[a,b]$  для функции  $f(x)$ , вне отрезка  $[a,b]$ .

С. Интерполяция функции  $f(x)$  вне отрезка  $[a,b]$ .

Д. Использование интерполяционного многочлена  $\varphi_n(x)$ , построенного для функции  $f(x)$  на отрезке  $[a,b]$ , для вычисления другой функции  $\psi(x)$  на отрезке  $[a,b]$ .

Е. Использование интерполяционного многочлена  $\varphi_n(x)$ , построенного для функции  $f(x)$  на отрезке  $[a,b]$ , для вычисления другой функции  $\psi(x)$  вне отрезка  $[a,b]$ .

40. Определение сплайна.

А. Сплайном называется функция, которая непрерывна на всем отрезке, а на каждом частичном отрезке представляет многочлен степени  $n$ , который в  $n-k$  узлах совпадает со значениями аппроксимируемой функции,  $k$  называется дефектом сплайна.

Б. Сплайном называется функция, которая на каждом частичном отрезке представляет многочлен степени  $n$ , который в узлах, вместе со своими первыми  $k$  производными, совпадает со значениями аппроксимируемой функции,  $n-k$  называется дефектом сплайна

С. Сплайном называется функция, которая на каждом частичном отрезке представляет многочлен степени  $n$ , обеспечивающий наилучшее равномерное приближение аппроксимируемой функции и ее первых  $k$  производных,  $n-k$  называется дефектом сплайна.

Д. Сплайном называется функция, которая на каждом частичном отрезке представляет многочлен степени  $n$ , который непрерывен вместе со своими первыми  $k$  производными на всем отрезке и в узлах совпадает со значениями аппроксимируемой функции,  $n-k$  называется дефектом сплайна.

Е. Сплайном называется функция, которая на каждом частичном отрезке представляет многочлен степени  $n$ , обеспечивающий наилучшее среднеквадратичное приближение аппроксимируемой функции и ее первых  $k$  производных,  $n-k$  называется дефектом сплайна.

41. Формула многочлена Лагранжа с узлами  $x_i$ ,  $i=0,1,\dots,n$ , для функции  $y=f(x)$ .

- A.  $L_n = \sum_{i=0}^n y_i \cdot l_i(x), l_i(x) = \prod_{k=0}^n \frac{(x_i - x_k)}{(x - x_k)}$ .
- B.  $L_n = \sum_{i=0}^n y_i \cdot l_i(x), l_i(x) = \prod_{k=0}^n \frac{(x - x_k)}{(x_i - x_k)}$ .
- C.  $k \neq i \frac{(x_i - x_k)}{n(x - x_k)}$ .
- D.  $k \neq i \frac{(x - x_k)}{n(x_i - x_k)}$ .
- E.  $k \neq i \frac{(x - x_k)}{n(x - x_i)}$ .

42. Какой из интерполяционных многочленов Лагранжа правильный для дискретной функции

i	0	1	2
x <sub>i</sub>	2	4	6
y <sub>i</sub>	-3	2	-1

- A.  $L_2(x) = -3 \frac{(x-4)(x-6)}{(-3-2)(-3+1)} + 2 \frac{(x-2)(x-6)}{(2+3)(2+1)} - 1 \frac{(x-2)(x-4)}{(-1+3)(-1-2)}$ .
- B.  $L_2(x) = -3 \frac{(x-4)(x-6)}{(2-4)(2-6)} + 2 \frac{(x-2)(x-6)}{(4-2)(4-6)} - 1 \frac{(x-2)(x-4)}{(6-2)(6-4)}$ .
- C.  $L_2(x) = -3 \frac{(x-2)(x-6)}{(2-4)(2-6)} + 2 \frac{(x-4)(x-6)}{(4-2)(4-6)} - 1 \frac{(x-6)(x-4)}{(6-2)(6-4)}$ .
- D.  $L_2(x) = -3 \frac{(x-2)(x-4)}{(2-4)(2-6)} + 2 \frac{(x-2)(x-6)}{(4-2)(4-6)} - 1 \frac{(x-6)(x-2)}{(6-2)(6-4)}$ .
- E.  $L_2(x) = -3 \frac{(x-2)(x-6)}{(2-4)(2-6)} + 2 \frac{(x-4)(x-6)}{(4-2)(4-6)} - 1 \frac{(x-6)(x-4)}{(6-2)(6-4)}$ .

43. Формула погрешности интерполяции.

- A.  $R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(x)}{(n+1)!} \cdot w(\xi), w(x) = \prod_{k=0}^n (x - x_k), \xi \in [x_0, x_n]$ .
- B.  $R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(x)}{(n+1)!} \cdot w(\xi), w(x) = \sum_{k=0}^n (x - x_k), \xi \in [x_0, x_n]$ .
- C.  $R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} \cdot w(x - \xi), w(x) = \prod_{k=0}^n (x - x_k), \xi \in [x_0, x_n]$ .
- D.  $R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} \cdot w(x), w(x) = \sum_{i=0}^n (x - x_k), \xi \in [x_0, x_n]$ .
- E.  $R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} \cdot w(x), w(x) = \prod_{k=0}^n (x - x_k), \xi \in [x_0, x_n]$ .

44. Как должны быть расположены узлы  $x_i, i=0,1,\dots,n$ , чтобы погрешность интерполяции была минимальной?

А. Количество узлов должно быть больше там, где функции изменяется быстрее всего.

Б. Узлы должны быть расположены равномерно.

С. Узлы должны быть расположены по корням многочлена Лагранжа, степени  $n+1$ .

Д. Узлы должны быть расположены по корням многочлена Чебышева степени  $n+1$ .

Е. Узлы должны быть расположены по корням многочлена Тейлора степени  $n+1$ .

45. Какой из многочленов одной и той же степени  $n$  : полином  $P_n(x)$ , многочлен Ньютона  $N_n(x)$  или многочлен Лагранжа  $L_n(x)$  обеспечивает наименьшую погрешность интерполяции?

А. Многочлен Лагранжа.

Б. Многочлен Ньютона.

С. Полином  $P_n(x)$ .

Д. Многочлены Лагранжа и Ньютона.

Е. Все перечисленные многочлены дают одну и ту же погрешность.

46. Можно ли многочленом Лагранжа провести линейную, параболическую и кубическую интерполяции.

А. Можно провести любую интерполяцию.

Б. Можно провести только линейную, квадратичную и кубическую интерполяции.

С. Можно провести кубическую интерполяцию, но нельзя провести линейную интерполяцию и квадратичную.

Д. Можно провести параболическую и кубическую интерполяции, но нельзя провести линейную интерполяцию.

Е. Нельзя провести линейную интерполяцию, квадратичную и кубическую интерполяции.

47. Почему для вычисления производной функции  $y=f(x)$  на ЭВМ нельзя использовать формулу, которая следует из определения  $y' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ ,  $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$ ?

А. Возникнет большая погрешность вычислений из-за двух бесконечно малых величин  $\Delta y \rightarrow 0$  и  $\Delta x \rightarrow 0$ .

Б. Возникнет неопределенность из-за деления двух бесконечно малых величин  $\Delta y \rightarrow 0$  и  $\Delta x \rightarrow 0$ .

- C. Требуется проведение большого количества вычислений, т.к.  $\Delta x \rightarrow 0$ .  
D. Произойдет деление на ноль из-за «машинного» эпсилон, т.к.  $\Delta x \rightarrow 0$ .  
E. Произойдет деление на ноль из-за «машинного» ноля, т.к.  $\Delta x \rightarrow 0$ .

48. Определение конечных разностей.

- A. Разности между значениями двух функций при одних и тех же аргументах конечны и не равны нулю.  
B. Разностные соотношения, в которых разности между значениями аргумента и функции конечны и не равны нулю.  
C. Разностные соотношения, в которых разности между значениями аргумента конечны и не равны нулю.  
D. Разностные соотношения, в которых разности между значениями функции конечны и не равны нулю.  
E. Все разности не равные нулю.

49. Левая, правая и центральная разности для функции  $y=f(x)$ , заданной на сетке  $\{x_i: i=0, 1, \dots\}$ .

- A.  $\Delta y_i = y_{i-1} - y_i$ ,  $\Delta y_i = y_i - y_{i+1}$ ,  $\Delta y_i = y_{i+1} - y_{i-1}$ .  
B.  $\Delta y_i = y_i - y_{i-1}$ ,  $\Delta y_i = y_{i+1} - y_i$ ,  $\Delta y_i = y_{i+1} - y_{i-1}$ .  
C.  $\Delta y_i = y_i - y_{i-1}$ ,  $\Delta y_i = y_{i+1} - y_i$ ,  $\Delta y_i = y_{i-1} - y_{i+1}$ .  
D.  $\Delta y_i = y_{i-1} - y_i$ ,  $\Delta y_i = y_i - y_{i+1}$ ,  $\Delta y_i = y_{i-1} - y_{i+1}$ .  
E.  $\Delta y_{i-1} = y_i - y_{i-1}$ ,  $\Delta y_{i+1} = y_{i+1} - y_i$ ,  $\Delta y_i = y_{i+1} - y_{i-1}$ .

50. Погрешность численного дифференцирования при использовании конечных разностей, если  $y'(x)$ -точное значение производной,  $y'_h(x, h)$ -приближенное значение производной, вычисленное с шагом  $h$ .

- A.  $R(x, h) = y'(x) - y'_h(x, h) = O(h^k)$ .  
B.  $R(x, h) = y'(x) - y'_h(x, h) = O^k(h)$ .  
C.  $R(x) = y'(x) - y'_h(x, h) = O(h^k)$ .  
D.  $R(x, h^k) = y'(x) - y'_h(x, h^k) = O(h^k)$ .  
E.  $R(x, h^k) = y'(x) - y'_h(x, h^k) = O^k(h)$ .

## **Задания в открытой форме**

1. Порядок погрешности  $R(x,h)$  (точности) аппроксимации производной конечными разностями – это...(сформулируйте определение).
2. Запишите – чему равен порядок точности левой, правой и центральной разности при аппроксимации производной.
3. Запишите формулу для определение главной части погрешности численного дифференцирования.
4. Как обусловлена задача численного дифференцирования? Запишите число обусловленности.
5. Сформулируйте определение оптимального шага при численном дифференцировании.
6. Как практически оценить погрешность численного дифференцирования? Запишите последовательность действий.
7. В чем заключается метод Рунге-Ромберга улучшения аппроксимации производной?
8. Сформулируйте определение определенного интеграла функции  $f(x)$ .

9. Сформулируйте теорему существования определенного интеграла.
10. Что называется неопределенным интегралом функции  $f(x)$ ?  
Сформулируйте определение.
11. Запишите формулу для относительного числа обусловленности задачи численного интегрирования.

## Задания в закрытой форме

1. Что такое простой корень и кратный корень для уравнения  $f(x)=0$ ?

А. Корень  $\bar{x}$  называется простым, если выполняются следующие условия:  $f(\bar{x})=0, f'(\bar{x})\neq 0$ .

Корень называется  $\bar{x}$  кратным, если выполняются следующие условия:  $f(\bar{x})=0, f'(\bar{x})=0$ .

Б. Корень  $\bar{x}$  называется простым, если выполняются следующие условия:  $f(\bar{x})=0, f'(\bar{x})\neq 0$ .

Корень называется  $\bar{x}$  кратным, если выполняются следующие условия:  $f(\bar{x})=0, f'(\bar{x})=0$ .

С. Корень  $\bar{x}$  называется простым, если выполняются следующие условия:  $f(\bar{x})=0, f'(\bar{x})\neq 0$ .

Корень называется  $\bar{x}$  кратным, если выполняются следующие условия:  $f(\bar{x})=0, f'(\bar{x})\neq 0, f''(\bar{x})=0$ .

Д. Корень  $\bar{x}$  называется простым, если выполняются следующие условия:  $f(\bar{x})=0, f'(\bar{x})=0$ .

Корень называется  $\bar{x}$  кратным, если выполняются следующие условия:  $f(\bar{x})=0, f'(\bar{x})\neq 0, f''(\bar{x})\neq 0$ .

Е. Корень  $\bar{x}$  называется простым, если выполняются следующие условия:  $f(\bar{x})=0, f'(\bar{x})\neq 0, f''(\bar{x})=0$ .

Корень называется  $\bar{x}$  кратным, если выполняются следующие условия:  $f(\bar{x})\neq 0, f'(\bar{x})=0, f''(\bar{x})=0$ .

2. Что такое корень кратности  $m$  для уравнения  $f(x)=0$ ?

А. Целое число  $m$  называется кратностью корня  $\bar{x}$ , если выполняются условия  $f(\bar{x})=0; f^k(\bar{x})=0, k=1, \dots, m; f^{m+1}(\bar{x})\neq 0$ .

Б. Целое число  $m$  называется кратностью корня  $\bar{x}$ , если выполняются условия  $f(\bar{x})=0; f^{(k)}(\bar{x})=0, k=1, \dots, m; f^{(m+1)}(\bar{x})\neq 0$ .

С. Целое число  $m$  называется кратностью корня  $\bar{x}$ , если выполняются условия  $f(\bar{x})=0; f^k(\bar{x})=0, k=1, \dots, m-1; f^m(\bar{x})\neq 0$ .

Д. Целое число  $m$  называется кратностью корня  $\bar{x}$ , если выполняются условия  $f(\bar{x})=0; f^{(k)}(\bar{x})=0, k=1, \dots, m-1; f^{(m)}(\bar{x})\neq 0$ .

Е. Целое число  $m$  называется кратностью корня  $\bar{x}$ , если выполняются условия  $f(\bar{x})=0; f^k(\bar{x})\neq 0, k=1, \dots, m-1; f^m(\bar{x})=0$ .

Ф. Целое число  $m$  называется кратностью корня  $\bar{x}$ , если выполняются условия  $f(\bar{x})=0; f^{(k)}(\bar{x})\neq 0, k=1, \dots, m-1; f^{(m)}(\bar{x})=0$ .

3. Основные этапы поиска корня  $\bar{x}$  функции  $f(\bar{x})=0$ .

- A. этап определения нулевого приближения корня  $\bar{x}_0$ ,  
этап итерационного уточнения нулевого приближения  $\bar{x}_0$ .
- B. этап нахождения итерационной формулы  $x=\phi(x)$ ,  
этап вычислений корня  $\bar{x}$  по итерационной формуле  $x_{n+1}=\phi(x_n)$ .
- C. этап локализации корня  $\bar{x}$ ,  
этап вычисления нулевого приближения корня  $\bar{x}_0$ ,  
этап итерационного уточнения корня  $\bar{x}$ .
- D. этап локализации корня  $\bar{x}$ ,  
этап итерационного уточнения корня  $\bar{x}$ ,  
этап определения погрешности вычислений корня  $\bar{x}_0$ .
- E. этап локализации корня  $\bar{x}_0$ ,  
этап итерационного уточнения корня  $\bar{x}_0$ .

4. Критерий сходимости итерационного процесса для последовательности  $x_1, x_2, \dots, \underset{n \rightarrow \infty}{x_n} \rightarrow \bar{x}$

- A.  $|x_{n+1} - \bar{x}| < c \cdot |x_n - \bar{x}|^p$ ,  $\begin{cases} p=1, 0 < c < 1. \\ p > 1, c > 0. \end{cases}$
- B.  $|x_{n+1} - \bar{x}| \leq c \cdot |x_n - \bar{x}|^p$ ,  $\begin{cases} p=1, 0 < c < 1. \\ p > 1, c > 0. \end{cases}$
- C.  $|x_{n+1} - \bar{x}| \leq c \cdot |x_n - \bar{x}|^p$ ,  $\begin{cases} p=1, 0 \leq c \leq 1. \\ p \geq 1, c \geq 0. \end{cases}$
- D.  $|x_{n+1} - \bar{x}| < c \cdot |x_n - \bar{x}|^p$ ,  $\begin{cases} p=1, 0 < c < 1. \\ p > 1, c > 0. \end{cases}$
- E.  $|x_{n+1} - \bar{x}| \leq c \cdot |x_n - \bar{x}|^p$ ,  $\begin{cases} p \leq 1, 0 < c < 1. \\ p > 1, c > 0. \end{cases}$

5. Критерий окончания итерационного процесса для последовательности  $x_1, x_2, \dots, \underset{n \rightarrow \infty}{x_n} \rightarrow \bar{x}$

- A. Если  $|x_{n+1} - \bar{x}| < \varepsilon$ , то  $|x_n - \bar{x}| \leq \varepsilon$ .
- B. Если  $|x_{n+1} - \bar{x}| \leq \delta(\varepsilon)$ , то  $|x_n - \bar{x}| < \varepsilon$ .
- C. Если  $|x_{n+1} - x_n| \leq \varepsilon$ , то  $|x_n - \bar{x}| < \varepsilon$ .
- D. Если  $|x_{n+1} - x_n| \leq \delta(\varepsilon)$ , то  $|x_n - \bar{x}| < \varepsilon$ .
- E. Если  $|x_{n+1} - x_n| < \delta(\varepsilon)$ , то  $|x_n - \bar{x}| \leq \delta(\varepsilon)$ .

6. Интервал неопределенности корня  $[\bar{x} - \tilde{\varepsilon}, \bar{x} + \tilde{\varepsilon}]$  уравнения  $f(x)=0$ , если  $\bar{\Delta}x$ -предельная абсолютная погрешность аргумента, а  $\bar{\Delta}y$ -предельная абсолютная погрешность вычисления функции  $y=f(x)$ .

- A.  $2\tilde{\varepsilon} = 2|f'(\bar{x})| \cdot \bar{\Delta}y$ .
- B.  $2\tilde{\varepsilon} = 2|f'(\bar{x})| \cdot \bar{\Delta}x$ .
- C.  $2\tilde{\varepsilon} = \frac{2\bar{\Delta}y}{|f'(\bar{x})|}$ .
- D.  $2\tilde{\varepsilon} = \frac{2\bar{\Delta}x}{|f'(\bar{x})|}$ .
- E.  $2\tilde{\varepsilon} = \frac{2\bar{\Delta}y}{\bar{\Delta}x}$ .
- F.  $2\tilde{\varepsilon} = \frac{2\bar{\Delta}x}{\bar{\Delta}y}$ .

7. Когда в задаче поиска корня  $\bar{x}$  уравнения  $f(x)=0$  неприменим метод бисекции?

- A. Если функция  $f(x)$  не является непрерывной.
- B. Если функция  $f(x)$  не дифференцируема.
- C. Если функция  $f(x)$  является не унимодальной.
- D. Для простых корней.
- E. Для кратных корней.
- F. Для корней кратности более единицы.

8. Какая итерационная формула используется для поиска корня уравнения  $f(x)=0$  в методе простой итерации?

- A.  $x_{n+1} = f(x_n)$ .
- B.  $x_{n+1} = \phi(x_n)$ ,  $\phi(x)$  – итерационная функция.
- C.  $x_{n+1} = \frac{\phi(x_n)}{\phi'(x_n)}$ ,  $\phi(x)$  – итерационная функция.
- D.  $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$ .
- E.  $x_{n+1} = x_n - \frac{\phi(x_n)}{\phi'(x_n)}$ ,  $\phi(x)$  – итерационная функция.

9. Достаточное условие сходимости метода простой итерации при решении итерационного уравнения  $x=\phi(x)$  в задаче поиска корня.

- A.  $|\phi'(\bar{x})| < 1$ .
- B.  $|\phi'(\bar{x})| \leq 1$ .
- C.  $|\phi'(\bar{x})| > 1$ .
- D.  $|\phi'(\bar{x})| \geq 1$ .
- E.  $|\phi'(\bar{x})| > 0$ .
- F.  $|\phi'(\bar{x})| < 0$ .

10. Как называются методы Ньютона в задаче поиска корня уравнения  $f(x)=0$ ?

- A. Метод секущих, метод хорд, метод медиан.
- B. Метод касательных, метод хорд, метод медиан.
- C. Метод касательных, метод секущих, метод проекций.
- D. Метод хорд, метод проекций, метод касательных
- E. Метод касательных, метод секущих, метод хорд.
- F. Метод проекций, метод медиан, метод секущих.

11. Необходимое и достаточное условия сходимости метода Ньютона в задаче поиска корня уравнения  $f(x)=0$ .

- A.  $f'(x) > 0$  – необх. усл,  $f''(x) \neq 0$  – дост. усл.
- B.  $f''(x) > 0$  – необх. усл,  $f'(x) \neq 0$  – дост. усл.
- C.  $f'(x) \neq 0$  – необх. усл,  $f''(x) > 0$  – дост. усл.
- D.  $f''(x) \neq 0$  – необх. усл,  $f'(x) \neq 0$  – дост. усл.
- E.  $f'(x) \neq 0$  – необх. усл,  $f''(x) \neq 0$  – дост. усл.
- F.  $f''(x) > 0$  – необх. усл,  $f'(x) \neq 0$  – дост. усл.

12. Какой порядок сходимости имеют методы Ньютона в задаче поиска корня уравнения  $f(x)=0$ ?

- A. Экспоненциальную сходимость.
- B. Линейную сходимость.
- C. Квадратичную сходимость.
- D. Сходимость со скоростью геометрической прогрессии.
- E. Логарифмическую сходимость.

### 3

13. Обыкновенное дифференциальное уравнение.

- A.  $F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0, y = f(x)$  – искомая функция.
- B.  $F(x, y', \dots, y^{(n)}) = 0, y = f(x)$  – искомая функция.
- C.  $F(x, x', \dots, x^{(n)}, y) = 0, y = f(x)$  – искомая функция.
- D.  $F(x', \dots, x^{(n)}, y) = 0, y = f(x)$  – искомая функция.
- E.  $F_x^{(n)}(x, y) = 0, y = f(x)$  – искомая функция.
- F.  $F_y^{(n)}(x, y) = 0, y = f(x)$  – искомая функция.

14. Какое дифференциальное уравнение является разрешимым относительно старшей производной?

- A. Если дифференциальное уравнение  $F(x, y, y', \dots, y^{(n-1)}, y^{(n)})=0$  можно преобразовать к виду:  $y=\phi(x, y^{(n)})$ .
- B. Если дифференциальное уравнение  $F(x, y, y', \dots, y^{(n-1)}, y^{(n)})=0$  можно преобразовать к виду:  $y^{(n)}=\phi(x, y)$ .
- C. Если дифференциальное уравнение  $F(x, y, y', \dots, y^{(n-1)}, y^{(n)})=0$  можно преобразовать к виду:  $y^{(n)}=\phi(x, y^{(n-1)})$ .
- D. Если дифференциальное уравнение  $F(x, y, y', \dots, y^{(n-1)}, y^{(n)})=0$  можно преобразовать к виду:  $y^{(n)}=\phi(x, y, y', \dots, y^{(n-1)})$ .
- E. Если дифференциальное уравнение  $F(x, y, y', \dots, y^{(n-1)}, y^{(n)})=0$  можно преобразовать к виду:  $y=\phi(x, y, y', \dots, y^{(n-1)})$ .

15. Какое из дифференциальных уравнений является линейным?

- A.  $a_n(x) \cdot y^{(n)} + a_{n-1}(x) \cdot y^{(n-1)} + \dots + a_1(x) \cdot y' + a_0(x) \cdot y = f(x)$ .
- B.  $a_n(y) \cdot y^{(n)} + a_{n-1}(y) \cdot y^{(n-1)} + \dots + a_1(y) \cdot y' + a_0(x) \cdot y = f(x)$ .
- C.  $a_n(x, y) \cdot y^{(n)} + a_{n-1}(x, y) \cdot y^{(n-1)} + \dots + a_1(x, y) \cdot y' + a_0(x, y) \cdot y = f(x)$ .
- D.  $a_n$ .
- E.  $a_n(x) \cdot$

16. Общее решение обыкновенного дифференциального уравнения  $F(x, y, y', \dots, y^{(n-1)}, y^{(n)})=0$ .

- A. Функция  $f(x, y, c_1, c_2, \dots, c_n)$ , где  $c_1, c_2, \dots, c_n$  – произв. конст.
- B. Функция  $f(x, y, c_1, c_2, \dots, c_n)$ , где  $c_1, c_2, \dots, c_n$  – известн. конст.
- C. Функция  $f(x, c_1, c_2, \dots, c_n)$ , где  $c_1, c_2, \dots, c_n$  – известн. конст.
- D. Функция  $f(x, c_1, c_2, \dots, c_n)$ , где  $c_1, c_2, \dots, c_n$  – произв. конст.
- E. Функция  $f(y, c_1, c_2, \dots, c_n)$ , где  $c_1, c_2, \dots, c_n$  – произв. конст.
- F. Функция  $f(c_1, c_2, \dots, c_n)$ , где  $c_1, c_2, \dots, c_n$  – известн. конст.

17. Частное решение обыкновенного дифференциального уравнения  $F(x, y, y', \dots, y^{(n-1)}, y^{(n)})=0$ .

- A. Функция  $f(x, y, c_1, c_2, \dots, c_n)$ , где  $c_1, c_2, \dots, c_n$  – произв. конст.
- B. Функция  $f(x, y, c_1, c_2, \dots, c_n)$ , где  $c_1, c_2, \dots, c_n$  – известн. конст.
- C. Функция  $f(x, c_1, c_2, \dots, c_n)$ , где  $c_1, c_2, \dots, c_n$  – известн. конст.
- D. Функция  $f(x, c_1, c_2, \dots, c_n)$ , где  $c_1, c_2, \dots, c_n$  – произв. конст.
- E. Функция  $f(y, c_1, c_2, \dots, c_n)$ , где  $c_1, c_2, \dots, c_n$  – произв. конст.
- F. Функция  $f(c_1, c_2, \dots, c_n)$ , где  $c_1, c_2, \dots, c_n$  – известн. конст.

18. Задача Коши.

А. Решение дифференциального уравнения  $F(x, y, y', \dots, y^{(n-1)}, y^{(n)})=0$  с заданными дополнительными условиями на искомую функцию и ее производные.

Б. Решение дифференциального уравнения  $F(x, y, y', \dots, y^{(n-1)}, y^{(n)})=0$  с заданными  $n$ -дополнительными условиями на искомую функцию.

С. Решение дифференциального уравнения  $F(x, y, y', \dots, y^{(n-1)}, y^{(n)})=0$  с заданными  $n$ -дополнительными условиями в одной точке.

Д. Решение дифференциального уравнения  $F(x, y, y', \dots, y^{(n-1)}, y^{(n)})=0$  с заданными  $n$ -дополнительными условиями на функцию и ее производные.

Е. Решение дифференциального уравнения  $F(x, y, y', \dots, y^{(n-1)}, y^{(n)})=0$  с заданными  $n$ -дополнительными условиями на функцию и ее производные в одной точке.

#### 19. Краевая задача.

А. Решение дифференциального уравнения  $F(x, y, y', \dots, y^{(n-1)}, y^{(n)})=0$  в области  $x \in [a, b]$  с заданными дополнительными условиями на искомую функцию и ее производные.

Б. Решение дифференциального уравнения  $F(x, y, y', \dots, y^{(n-1)}, y^{(n)})=0$  с заданными  $n$ -дополнительными условиями на искомую функцию.

С. Решение дифференциального уравнения  $F(x, y, y', \dots, y^{(n-1)}, y^{(n)})=0$  в области  $x \in [a, b]$  с заданными  $n$ -дополнительными условиями на краях.

Д. Решение дифференциального уравнения  $F(x, y, y', \dots, y^{(n-1)}, y^{(n)})=0$  в области  $x \in [a, b]$  с заданными  $n$ -дополнительными условиями на функцию и ее производные в двух точках  $x=a$  и  $x=b$ .

Е. Решение дифференциального уравнения  $F(x, y, y', \dots, y^{(n-1)}, y^{(n)})=0$  с заданными  $n$ -дополнительными условиями на функцию и ее производные в двух точках  $x=a$  и  $x=b$ .

#### 20. Что такое интегральная кривая?

А. График под интегральной функции.

Б. График одной из первообразных.

С. График частного решения дифференциального уравнения.

Д. График частного решения интегрального уравнения.

Е. График полученный путем численного интегрирования.