c44c65fc5eb466e5e378c4db413465be7586c86f

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Юго-Западный государственный университет

УТВЕРЖДАЮ:
Заведующий кафедрой
программной инженерии

______________ А.В. Малышев
(подпись, инициалы, фамилия)

«17» июня 2022 г.

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
для текущего контроля успеваемости
и промежуточной аттестации обучающихся
по дисциплине

Уравнения математической физики
(наименование дисциплины)

ОПОП ВО 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем
код и наименование ОПОП ВО

Курск – 2022

1 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

1.1 ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ В ТЕСТОВОЙ ФОРМЕ

Раздел (тема) 1 «Введение в математический анализ»

Вариант 1 (Т 1)

1. Ниже дано определение предела A функции $f(x)$ в точке x_0 (в случае $A \in R$ и $x_0 \in R$). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).
Число А называется пределом функции f(x) в точке x_0, если ______ существует ______ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____ , выполняется условие _________
I. $|f(x) - A| < \varepsilon$
II. для любого числа $\varepsilon > 0$
III. $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$
IV. $\delta(\varepsilon) > 0$

2. Установить соответствие между пределами и неопределенностями, обнаруженными в каждом из них

1) $\lim\limits_{x\to1}(1-x)\cdot tg\left(\frac{\pi x}{2}\right)$	а) неопределённость $\left(\frac{0}{0}\right)$
2) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^4+2x^2+8}{3x^3+5x^2-10}$	б) неопределённость $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$
3) $\lim\limits_{x\to3}\frac{x^2-9}{x^2-2x-3}$	в) неопределённость (1^∞)
4) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2x+1}{2x-1}\right)^{3-4x}$	г) неопределённость $(0\cdot\infty)$
	д) неопределённость $(\infty+\infty)$

3. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x^4-2x^2+8}{3x^3+5x^2-10}$.

4. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{2-\sqrt{x+1}}$.

1) 24 2) –24 3) 0 4) –6 5) 6

5. Предел $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{arctg^2(3x)}{tg(2x^2)}$ равен …

1) 4,5 2) 1,5 3) 0 4) 2,25

6. Предел $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+3}{x}\right)^x$ равен

1) e 2) e^3 3) $3/e$ 4) 1

Вариант 2 (Т 1)

1. Даны числовые промежутки $A=[3;\,5)$ и $B=[0;\,3]$. Выполнить операции над множествами и установить соответствие

1) $A\cap B$ 2) $A\cup B$ 3) $A\setminus B$ 4) $B\setminus A$	а) $[0;\,5)$ б) $\emptyset$ в) $(3;\,5)$ г) $[3;\,5)$ д) $\{3\}$

2. Ниже дано определение бесконечно малой числовой последовательности. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II)

Числовая последовательность $\{x_n\}$ называется бесконечно малой, если ______ существует ______ такой, что если _______ , то выполняется условие _________

I. $|x_n| < \varepsilon$

II. $n > N(\varepsilon)$

III. для любого числа $\varepsilon > 0$

IV. номер $N(\varepsilon) > 0$

3. Предел $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^5+2x^3-1}{4x^3+x}$ равен …

1) ∞ 2) 0,5 3) 0 4) –0,25

4. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2+2x-3}{5-5x^2}$.

5. Предел $\lim\limits_{x\to0} x\cdot ctg\,2x$ равен

1) 0 2) ∞ 3) 2 4) 0,5

6. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x+1}{2x-1}\right)^{3-4x}$.

1) $\dfrac{1}{e^8}$ 2) e^2 3) e^{-4} 4) $\dfrac{1}{e^2}$

Раздел (тема) 2 «Дифференциальное исчисление функции одной переменной»

Вариант 1 (Т 2)

1. Производная функции $y=x^5-\dfrac{1}{x}+\sqrt[4]{x^3}$ равна

1) $5x^4-\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{3}{4\sqrt[4]{x}}$ 2) $5x^4+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{3}{4\sqrt[4]{x^3}}$ 3) $5x^4+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{3}{4\sqrt[4]{x}}$

4) $5x+\frac{1}{x^2}+\frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$ 5) $5x-\frac{1}{x^2}+\frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$

2. Вычислить производную функции $y=10x^5-3\sqrt{x}+\frac{5}{4x^3}-\frac{1}{x}$.

3. Вычислить производную функции $y=\frac{x\cdot\sin x}{x^2+2}$.

4.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при нахождении производной функции по определению	1) зафиксировать x, вычислить значение функции $f(x)$ 2) найти приращение функции $\Delta y=f(x+\Delta x)-f(x)$ 3) дать аргументу x приращение Δx и вычислить значение функции $f(x+\Delta x)$ 4) найти предел $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$ 5) определить отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$	

5. Установить соответствие между функцией $y=f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y'.

1) $y=\sin(\ln x)$ 2) $y=x\cdot\operatorname{tg}x$ 3) $y=(\log_2 x)^{\cos x}$ 4) $y=5^x$	1) логарифмическое дифференцирование 2) табличная производная 3) производная неявно заданной функции 4) производная произведения 5) производная сложной функции

6. Выручка R от продажи некоторого товара определяется по формуле $R(Q)=150Q-0{,}2Q^2$, где $Q-$ объём проданной продукции (тыс. ед.). Найти предельную выручку, если продано 120 тыс. ед.

Вариант 2 (Т 2)

1. Производная функции $\mathrm{f(x)=\cos^3(x^2+2x)}$ равна

1) $\mathrm{3\cos^2(x^2+2x)(2x+2)}$ 2) $\mathrm{3\cos^2(x^2+2x)(-\sin(x^2+2x))(2x+2)}$

3) $\mathrm{3\sin^2(x^2+2x)(2x+2)}$ 4) $\mathrm{3\cos^2(x^2+2x)\sin(x^2+2x)(2x+2)}$

2. Вычислить производную функции $y=-6x^{10}+5\sqrt[4]{x}+\frac{3}{x^5}-\frac{6}{\sqrt{x}}$.

3. Вычислить производную функции $y = \frac{x^2 \cdot \ln x}{1-3x^3}$.

4.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при нахождении производной функции $y = (\sin x)^{\cos x}$	1) найти производные обеих частей равенства 2) прологарифмировать обе части равенства 3) воспользоваться правилом нахождения производной сложной функции 4) воспользоваться свойством $\ln\lvert a^b \rvert = b \cdot \ln\lvert a \rvert$ 5) заменить y исходной функцией	

5. Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y'.

1) $y = \sqrt[3]{x}$ 2) $y = (\lg x)^x$ 3) $y = (5x+2) \cdot \cos x$ 4) $y = e^{6x}$	1) логарифмическое дифференцирование 2) табличная производная 3) производная неявно заданной функции 4) производная произведения 5) производная сложной функции

6. Функции долговременного спроса D и предложения S от цены P на мировом рынке нефти имеют, соответственно, вид $D = 30 - 0{,}9P$ и $S = 1{,}2P + 16$. Найти эластичность спроса в точке равновесной цены.

Раздел (тема) 3 «Интегральное исчисление функции одной переменной»
Вариант 1 (Т 3)

1. Какая из указанных ниже функций является первообразной функции $f(x) = 3 - 8x - \frac{4}{x^2}$?

1) $F(x) = -8 + \frac{8}{x^3}$

2) $F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{8}{x^3} - 2$

3) $F(x) = 3x - 4x^2 - \frac{4}{x} - 6$

4) $F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{4}{x}$

5) $F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{4}{x} - 5$

2.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{(4-5x)^2}{x} dx$	1) используем таблицу неопределённых интегралов 2) используем формулу квадрата разности 3) добавляем постоянную C в конце записи 4) используем свойство неопределённого интеграла $\int (f(x)+g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$ 5) используем почленное деление	

3. Установите соответствие между неопределённым интегралом и способом его решения.

1) $\int \frac{dx}{x \cdot \ln^5 x}$ 2) $\int (x+1) \sin x \, dx$ 3) $\int 5^x dx$ 4) $\int \frac{3+x}{x} dx$	а) использование почленного деления б) подведение под знак дифференциала в) использование формулы $\int f(kx+b)dx = \frac{1}{k}\int f(t)dt$ г) непосредственное интегрирование д) метод интегрирования по частям

4. Неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\sin^2 4x}$ равен

5. Неопределённый интеграл $\int (2x-1) \cdot \cos x dx$ равен

1) $(2x-1) \cdot \cos x + 2\sin x + C$

2) $2x \cdot \cos x - \sin x + C$

3) $(x^2 - x)\sin x + C$

4) $2\cos x + (2x-1) \cdot \sin x + C$

6. Разложение дроби $\frac{x-4}{x^3+6x^2+8x}$ на простейшие дроби имеет вид

1) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2+6x+8}$ 2) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{Mx+P}{x^2+6x+8}$ 3) $\frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{x^2+6x+8}$ 4) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x+2} + \frac{C}{x+4}$

Вариант 2 (Т 3)

1. Какая из указанных ниже функций является первообразной функции $f(x) = 2 + 5x - \frac{4}{x^2}$?

1) $F(x) = 5 + \frac{8}{x^3}$

2) $F(x) = 2x + 2{,}5x^2 + \frac{8}{x^3} - 2$

3) $F(x) = 5x + 2{,}5x^2 - \frac{4}{x} - 6$

4) $F(x) = 5x + 2{,}5x^2 + \frac{4}{x}$

5) $F(x) = 5x + 2{,}5x^2 + \frac{4}{x} - 5$

2.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{dx}{x\cdot\sqrt[3]{x}}$	1) $\frac{x^{-\frac{4}{3}+1}}{-\frac{4}{3}+1}+C$ 2) $-\frac{3}{\sqrt[3]{x}}+C$ 3) $\int \frac{dx}{x^{\frac{4}{3}}}$ 4) $\int x^{-\frac{4}{3}}dx$ 5) $\frac{x^{-\frac{1}{3}}}{x^{-\frac{1}{3}}}+C$ 6) $\int \frac{dx}{x\cdot x^{\frac{1}{3}}}$	

3. Интеграл $\int \frac{xdx}{x^2+4}$ равен

4. Неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2-9}}$ равен

1) $\frac{1}{6}\arcsin 2x+C$ 2) $\frac{1}{6}\arcsin\frac{2x}{3}+C$ 3) $\frac{1}{6}\ln\left|\frac{2x+3}{2x-3}\right|+C$ 4) $\frac{\ln\left|2x+\sqrt{4x^2-9}\right|}{2}+C$

5. Неопределенный интеграл $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2+3}}$ равен

1) $2\sqrt{x^2+3}+C$ 2) $\frac{x^2}{\sqrt{x^2+3}}$ 3) $\sqrt{x^2+3}+C$

4) $\ln\left|x+\sqrt{x^2+3}\right|+C$ 5) $2(x^2+x)e^{2x+1}+C$

6. Разложение дроби $\frac{x+5}{x^3+6x^2}$ на простейшие дроби имеет вид

1) $\frac{A}{x}+\frac{B}{x^2+6x}$ 2) $\frac{A}{x}+\frac{B}{x^2}+\frac{C}{x+6}$ 3) $\frac{A}{x}+\frac{Bx+C}{x^2+6x}$ 4) $\frac{A}{x^2}+\frac{B}{x+6}$

Раздел (тема) 4 «Определенный интеграл и его приложения»

Вариант 1 (Т 4)

1. Указать равенства, которые являются верными

1) $\int_a^b f(x)\,dx = F(b)-F(a)$ 2) $\int_a^b f(x)\,dx \geq 0$

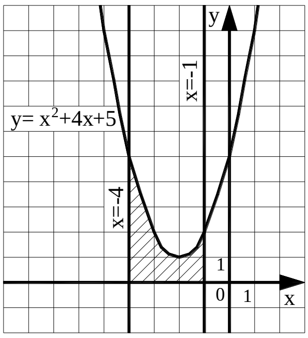
3) $\int_a^b f(x)\,dx = \int_b^a f(x)\,dx$ 4) $\int_a^a f(x)\,dx = 0$

2. Вычислить определенный интеграл $\int\limits_1^8 \left(2\sqrt[3]{x} - \frac{4}{x^2}\right)dx$

3. Установите соответствие между определенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке

1) $\int\limits_b^a f(x)dx$ 2) $\int\limits_a^a f(x)dx$ 3) $\int\limits_a^c f(x)dx + \int\limits_c^b f(x)dx$ 4) $\int\limits_a^b (f(x) + g(x))dx$	а) 0 б) $-\int\limits_a^b f(x)dx$ в) $\int\limits_a^b f(x)dx$ г) $\int\limits_a^b f(x)dx - \int\limits_a^b g(x)dx$ д) $\int\limits_a^b f(x)dx + \int\limits_a^b g(x)dx$

4. Найти площадь фигуры, изображенной на рисунке



1) $\frac{230}{3}$ 2) 70 3) 16 4) $\frac{100}{3}$ 5) 6

5. Исследуйте на сходимость несобственный интеграл $\int_{-1}^{1} \frac{1}{x^2} dx$. Укажите верную последовательность математических действий, которые для этого нужно совершить.

1) Доказать, что расходится хотя бы один из интегралов: $\int_{-1}^{0} \frac{1}{x^2} dx$ или $\int_{0}^{1} \frac{1}{x^2} dx$.

2) Представить интеграл в виде $\int_{-1}^{1} \frac{1}{x^2} dx = \int_{-1}^{0} \frac{1}{x^2} dx + \int_{0}^{1} \frac{1}{x^2} dx$.

3) Установить, что подынтегральная функция не определена в точке x=0, в окрестности которой она не ограничена.

4) Сделать вывод о расходимости интеграла $\int_{-1}^{1} \frac{1}{x^2} dx$.

6. Найти работу силы $F(x) = \frac{-3}{x^2}$ по перемещению мат. точки вдоль оси Ox из точки x=1 в точку x=2.

Вариант 2 (Т 4)

1. Указать равенства и утверждения, которые являются верными

1) $\int_a^b Cf(x)\,dx = C\int_a^b f(x)\,dx$ 2) $\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx - \int_c^b f(x)\,dx$

3) $\int_a^b dx = a - b$ 4) Если $f(x) \ge g(x)$, то $\int_a^b f(x)\,dx \ge \int_a^b g(x)\,dx$

2. Вычислить определенный интеграл $\int_0^1 \frac{6}{\pi\sqrt{4-x^2}}dx$

3. Установите соответствие между определенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке

1) $\int_{-a}^{a} f(x)dx$, если $f(x)$ – четная функция	а) 0
2) $\int_{-a}^{a} f(x)dx$, если $f(x)$ – нечетная функция	б) $-\int_a^b f(x)dx$
3) $\int_b^a f(x)dx$	в) $\int_a^b f(x)dx$
4) $\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$	г) $2\cdot\int_0^a f(x)dx$
	д) $\int_0^a f(x)dx$

4. Записать верную последовательность действий, которую требуется совершить для нахождения площади фигуры, ограниченной линиями, задаваемыми уравнениями: $y = x$, $y = \frac{1}{x}$, $x = 2$.

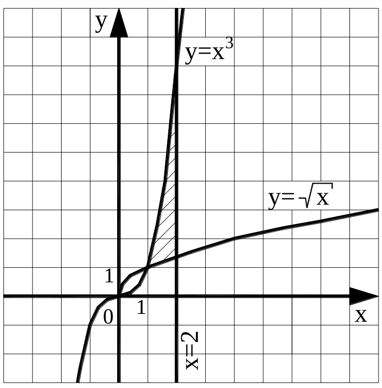
I. Построить указанные линии в прямоугольной декартовой системе координат.

II. Найти a и b – пределы интегрирования, для этого определить абсциссы точек пересечения указанных линий.

III. Определив, график какой из функций $y = x$ или $y = \frac{1}{x}$ лежит выше, воспользоваться формулой: $S = \int_a^b \left(f(x) - g(x)\right)dx$.

IV. Вычислить определенный интеграл, пользуясь формулой Ньютона-Лейбница.

5. Найти площадь фигуры, изображенной на рисунке



1) 3,5 2) 3,75 3) $\frac{37}{12}-\frac{4\sqrt{2}}{3}$ 4) $\frac{53}{12}-\frac{4\sqrt{2}}{3}$ 5) $\frac{14}{3}-\frac{4\sqrt{2}}{3}$

6. Найти работу силы $F(x)=\frac{4}{x^2}$ по перемещению мат. точки вдоль оси Ox из точки $x=-2$ в точку $x=-1$.

Раздел (тема) 5 «Числовые и функциональные ряды»

Вариант 1 (Т 5)

1. Сумма ряда $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{2^{3n+1}-8}{3^{2n}}$ равна…

2. Сумма ряда $\sum\limits_{n=3}^{\infty}\frac{1}{n(n-2)}$ равна…

3. Среди рядов

1) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt[3]{n^2-1}}{n+3}$ 2) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{5n^2-2}{n(n^2+1)^2}$ 3) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3n+1}{5n-1}$ 4) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{6^n+n}$

сходящимися являются …

4. Для рядов $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot n^2}{2^n}$ и $1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\ldots$ верно утверждение

1) оба сходятся абсолютно 2) оба сходятся условно
3) первый сходится абсолютно, а второй сходится условно
4) первый сходится условно, а второй сходится абсолютно

5. Установить соответствие между степенными рядами и областями их сходимости

1) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}x^n\cdot n!$	а) (-∞;∞)
2) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n!}$	б) {0}
3) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n}$	в) [-1, 1]
4) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n^2}$	г) (-1, 1)
	д) [-1, 1)

6. Ниже сформулирован интегральный признак сходимости числовых рядов. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей. (Например, I, III, IV, II.)

Пусть дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}f(n)$, члены которого являются значениями некоторой функции f(x), __________ на __________ . Тогда, если __________ сходится (расходится), то сходится (расходится) и__________ .

I. $\int_1^{+\infty} f(x)dx$

II. $\sum_{n=1}^{\infty} f(n)$

III. $[1;\ +\infty)$

IV. положительной, непрерывной и не возрастающей

7. Область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n \cdot n!}{5n-2}$

1) $[0; \infty)$ 2) $(-\infty; 0]$ 3) $(-\infty; \infty)$ 4) $\{0\}$

8. Если радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} c_n (x+1)^n$ равен 3, то интервал сходимости…

1) (-3;3) 2) (-2;4) 3) (-4;2) 4) (-4;4)

9. Установить соответствие между функциями и их разложением в степенной ряд

1) $(1+x)^m$ 2) $\sin x$ 3) $\cos x$ 4) $\frac{1}{1-x}$	а) $1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\frac{x^6}{6!}+\ldots+(-1)^n \cdot \frac{x^{2n}}{(2n)!}+\ldots$ б) $\frac{x}{1!}-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\ldots+(-1)^n \cdot \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}+\ldots$ в) $1+x+x^2+x^3+\ldots,$ г) $1+mx+\frac{m(m-1)}{2!}x^2+\frac{m(m-1)(m-2)}{3!}x^3+\ldots,$ д) $1-x+x^2-x^3+\ldots$

10. Запишите верную последовательность действий при нахождении области сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2 \cdot 4^n}$. (Например, I, III, IV, II).

I. Исследовать сходимость ряда на концах интервала сходимости

II. Записать интервал сходимости ряда

III. Найти радиус сходимости ряда

IV. Сделать вывод о том, входят ли концы интервала сходимости в область сходимости ряда

Вариант 2 (Т 5)

1. Сумма ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}+3^n}{2^{2n}}$ равна…

2. Сумма ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10}{n^2+9n+20}$ равна…

3. Расходящимися среди рядов:

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n^3+1}}{2n-1}$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos^2 n}{n^4}$ 3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7n+3}{n^3+n-1}$ 4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^{n+1}}{4^n}$

являются …

4. Для рядов $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n!}$ и $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^n(n+1)}{n^2-2}$ верным является утверждение

1) оба сходятся абсолютно 2) оба сходятся условно

3) первый сходится абсолютно, а второй сходится условно

4) первый сходится абсолютно, а второй расходится

5. Установить соответствие между числовыми рядами и признаками сходимости, которые целесообразно применять для исследования вопроса об их сходимости

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n+1}{5n-1}$	а) признак сравнений
2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{n^5+1}$	б) необходимый признак сходимости
3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4n+1}{(n-1)!}$	в) радикальный признак Коши
4) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n^2}$	г) признак Даламбера
	д) теорема Лейбница

6. Ниже сформулированы утверждения о сходимости числовых рядов. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы утверждения оказались верными (Например, I, III, IV, II.)

Если ряд $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ _________, то _________ . Если _________, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ _________ .

I. расходится

II. сходится

III. $\lim_{n\to\infty}a_n=0$

IV. $\lim_{n\to\infty}a_n\neq 0$

7. Область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+1)^n\cdot n!}{4^n}$

1) [-1;∞) 2) (-∞;∞) 3) {-1} 4) {0}

8. Если радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}c_n(x-1)^n$ равен 4, то интервал сходимости…

1) (-3;5) 2) (-4;4) 3) (-3;3) 4) (-5;3)

9. Установить соответствие между функциональными рядами и их суммой

1) $x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}-\ldots+(-1)^n\cdot\frac{x^{2n+1}}{2n+1}+\ldots$	а) e^x
2) $x+\frac{1}{2}\frac{x^3}{3}+\frac{1\cdot3}{2\cdot4}\frac{x^5}{5}+\frac{1\cdot3\cdot5}{2\cdot4\cdot6}\frac{x^7}{7}+\ldots$	б) $\frac{1}{1+x}$
3) $x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\ldots+(-1)^{n-1}\cdot\frac{x^n}{n}+\ldots$	в) $arctg\, x$
4) $1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\ldots+\frac{x^n}{n!}+\ldots$	г) $\arcsin x$
	д) $\ln(1+x)$

10. Ниже сформулирована терема Абеля. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей. (Например, I, III, IV, II).

Если степенной ряд $\sum_{n=0}^{\infty}a_nx^n$ сходится при $x=x_0$, то он _________ для всех x, удовлетворяющих условию _________ .Если степенной ряд $\sum_{n=0}^{\infty}a_nx^n$ расходится при $x=x_0$, то он _________ для всех x, удовлетворяющих условию _________.

I. $|x|<|x_0|$

II. $|x|>|x_0|$

III. сходится

IV. расходится

Раздел (тема) 6 «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»

Вариант 1 (Т 6)

1. Линии уровня функции $z = 4 - x^2 - y^2$ имеют вид

а) окружностей б) эллипсов в) прямых г) гипербол д) парабол

2. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial y}$ от функции $z=x-\frac{x}{y}+1$ равна

1) $1-\frac{x}{y^2}$ 2) $x-\frac{1}{y^2}+1$ 3) $\frac{x}{y^2}$ 4) $1-\frac{1}{y}$ 5) $-\frac{x}{y^2}$

3. Вычислите значения частных производных функции $z=4x^2-xy^3+5y$ в точке $M_0(1;-1)$ и установите соответствие.

1) $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right\|_{M_0}$ 2) $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right\|_{M_0}$ 3) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right\|_{M_0}$ 4) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right\|_{M_0}$ 5) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right\|_{M_0}$	а) −3 б) 8 в) 2 г) 6 д) 9 е) 1

4.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при нахождении частной производной $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = \ln(3xy - x^3)$	1) $\frac{-6x(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3y-3x^2)}{(3xy-x^3)^2}$ 2) $\frac{(3xy-x^3)'}{3xy-x^3}$ 3) $(\ln(3xy - x^3))'_x$ 4) $\left(\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}\right)'_x$ 5) $\frac{(3y-3x^2)'(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3xy-x^3)'}{(3xy-x^3)^2}$ 6) $\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}$	

5. Найти полный дифференциал первого порядка функции $z = \arcsin x^2 \cdot \cos 4y$.

6. Разложить функцию $f(x, y) = x^4 - 3xy + y^3 + 5$ по формуле Тейлора в окрестности точки (1; 2), найдя члены до второго порядка включительно.

7. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности $z = x^2 - y^2 + 5$ в точке M(1; 1).

8. Найдите сумму $a + b + c$, где $(a; b; c)$ – это координаты вектора градиента функции $u = 5x^2 + 3y^2 + 3z^2$ в точке $M(0; -2; 3)$.

9. Исследуйте на экстремум функцию $z = 6(x - y) - 3x^2 - 3y^2$. В ответе запишите значение z_0, если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$.

10. Производится два вида товаров в количестве x и y. Пусть цены на эти товары, соответственно, $P_1 = 45$ и $P_2 = 27$ тыс. руб. а функция издержек имеет вид C=$6x^2 + 3xy + 3y^2$. Найдите максимальную прибыль в тыс. руб., которую можно получить при продаже этих товаров.

Вариант 2 (Т 6)

1. Линии уровня функции $z = arctg\,\frac{y}{x}$ имеют вид

а) окружностей б) эллипсов в) прямых г) гипербол д) парабол

2. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ от функции $z = x - \frac{x}{y} + 1$ равна

1) $1 - \frac{x}{y^2}$ 2) $x - \frac{1}{y^2} + 1$ 3) $\frac{x}{y^2}$ 4) $1 - \frac{1}{y}$ 5) $-\frac{x}{y^2}$

3. Вычислите значения частных производных функции $z = 5x^3 - 3xy^2 - 2y$ в точке $M_0(1; 2)$ и установите соответствие.

1) $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right\|_{M_0}$ 2) $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right\|_{M_0}$ 3) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right\|_{M_0}$ 4) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right\|_{M_0}$ 5) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right\|_{M_0}$	а) 30 б) −14 в) −12 г) −6 д) −4 е) 3

4.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при исследовании функции двух переменных на экстремум	1) вычисляем значения A, B, C 2) вычисляем $z_0(x_0; y_0)$ 3) определяем стационарные точки 4) находим частные производные функции первого и второго порядков 5) определяем, минимум или максимум имеется в точке экстремума 6) вычисляем значение Δ 7) определяем наличие точки экстремума	

5.Найти полный дифференциал первого порядка функции $z = e^{-x} \cdot \sin 7y$.

6. Разложить функцию $f(x, y) = 5x^2 + 2y^3 - 4xy^2 - 4$ по формуле Тейлора по степеням $(x-1)$, $(y+1)$, найдя члены до второго порядка включительно.

7. Найти уравнение нормали к поверхности $z = 2x^2 + 3y^2 - 2$ в точке $M(1; -1)$.

8. Найдите сумму $a+b+c$, где $(a;b;c)$ – это координаты вектора градиента функции $u=2x^2-3y^2+4z^2$ в точке $M(1;-1;2)$.

9. Исследуйте на экстремум функцию $z=\frac{x^3}{3}-2xy+y^2-3x$. В ответе запишите значение z_0, если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0;y_0)=z_0$.

10. Производится два вида товаров в количестве x и y. Пусть цены на эти товары, соответственно, $P_1=32$ и $P_2=24$ тыс. руб. а функция издержек имеет вид C=1,5$x^2+2xy+y^2$. Найдите максимальную прибыль в тыс. руб., которую можно получить при продаже этих товаров.

Раздел (тема) 7 «Интегральное исчисление функций нескольких переменных»

Вариант 1 (Т 7)

1. Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_D (3x-2y)dxdy$, где область D – прямоугольник, ограниченный осями координат и прямыми x=2, y=5.

2. Переходя к полярным координатам, вычислить двойной интеграл $\iint\limits_D \left(1-\frac{y^2}{x^2}\right)dxdy$, где область D – круг $x^2+y^2\le\pi^2$.

3. Расставить пределы интегрирования в двойном интеграле $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$, область D – треугольник с вершинами в точках A(2;2), B(4;0), C (7;2). Ответ записать в виде одного двойного интеграла.

4. Результат расстановки пределов интегрирования в двойном интеграле $\iint\limits_D f(x;y)dxdy$, где область D ограничена линиями $y=x^2$, $y=-\sqrt{x}$, $x=1$, имеет вид _________.

1) $\int\limits_0^1 dx\int\limits_{x^2}^{-\sqrt{x}} f(x;y)dy$ 2) $\int\limits_{-\sqrt{x}}^{x^2} dx\int\limits_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x;y)dy$ 3) $\int\limits_0^1 dx\int\limits_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x;y)dy$

4) $\int\limits_{-1}^1 dy\int\limits_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x;y)dx$ 5) $\int\limits_0^1 dx\int\limits_{-\sqrt{x}}^{x^2} f(x;y)dy$

5. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле $\int\limits_0^1 dy\int\limits_{\sqrt{y}}^{2-y} f(x;y)dx$ и записать результат.

6. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями с уравнениями $x+y=1$, $z=1-y^2$, $x=0$, $z=0$, $y=0$ $(y\ge0)$.

7. Вычислить массу отрезка прямой, от точки А(3;0) до точки В(0;1), если плотность в каждой точке меняется по закону $\rho(x,y) = x + 3y$.

8. Установить соответствие при переходе от $\iint_D f(x,y)dxdy$ к повторному интегралу и расставить пределы интегрирования, если D ограничена линиями:

а) $x = 1, y = 2, x + y = 6$ б) $y = \frac{x^2}{2}, y = 8$ в) $y = 2x^2, y = \sqrt{x}$ г) контуром треугольника АВС, где А(1;2), В(3;6), С(3;0) д) $x^2 + y^2 = 4$x	1)$\int_0^4 dx \int_{-\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{4x}} f(x,y)dy$ 2) $\int_0^1 dx \int_{2x^2}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x,y)dy$ 3) $\int_1^3 dx \int_{3-x}^{2x} f(x,y)dy$ 4) $\int_1^4 dx \int_2^{6-x} f(x,y)dy$ 5) $\int_{-4}^4 dx \int_{\frac{x^2}{2}}^{2x} f(x,y)dy$

9. Вычислить $\iint_S \left(z + 2x + \frac{4}{3}y\right)dS$, где S – часть плоскости $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$, лежащая в первом октанте.

10.

Расположите последовательность действий при вычислении $\iint_D cos(x+y)dxdy$, где область D ограничена линиями $x = 0, y = x, y = \frac{\pi}{2}$	1) Перейти к двукратному интегралу $\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx \int_x^{\frac{\pi}{2}} cos(x+y)dy$ 2) Вычислить $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (cosx - sin2x)dx = 0$ 3) Построить область $D: x = 0, y = x, y = \frac{\pi}{2}$ 4) Вычислить $\int_x^{\frac{\pi}{2}} cos(x+y)dy = cosx - sin2x$	

Вариант 2 (Т 7)

1. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (2x - 3y)dxdy$, где область D – прямоугольник, ограниченный осями координат и прямыми x=2, y=4.

2. Переходя к полярным координатам, вычислить двойной интеграл $\iint\limits_D \frac{dxdy}{x^2+y^2+1}$, где область D ограничена полуокружностью $y=\sqrt{1-x^2}$ и осью Ox.

3. Расставить пределы интегрирования в двойном интеграле $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$, область D – треугольник с вершинами в точках A(2;–2), B(5;3), C (5;–3). Ответ записать в виде одного двойного интеграла.

4. Результат расстановки пределов интегрирования в двойном интеграле $\iint\limits_D f(x;y)dxdy$, где область D ограничена линиями $y=x^2-1$, $y=\sqrt{1-x^2}$, имеет вид ________.

1) $\int\limits_{-1}^{1} dy \int\limits_{\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x;y)dx$ 2) $\int\limits_{-1}^{1} dx \int\limits_{-\sqrt{1-x^2}}^{x^2-1} f(x;y)dy$ 3) $\int\limits_{-1}^{1} dx \int\limits_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} f(x;y)dy$

4) $\int\limits_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} dx \int\limits_{\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x;y)dy$ 5) $\int\limits_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} dx \int\limits_{-\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x;y)dy$

5. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле $\int\limits_{-1}^{0} dx \int\limits_{x+1}^{1+x^2} f(x;y)dy$ и записать результат.

6. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями с уравнениями $y=\frac{1}{4}x^2$, $y+z=1$, $z=0$.

7. Вычислить массу дуги циклоиды $x=t-\sin t$, $y=1-\cos t$, $0\le t\le 2\pi$, если плотность в каждой точке меняется по закону $\rho(t)=\sin\frac{t}{2}$.

8. Установить соответствие при перемене порядка интегрирования в повторном интеграле:

а) $\int_0^4 dx \int_{-\sqrt{x}}^{\sqrt{x}} f(x,y)dy$	1) $\int_{-1}^2 dy \int_{y^2}^{y} f(x,y)dx$
б) $\int_2^4 dx \int_{\frac{4}{x}}^{\frac{6-x}{2}} f(x,y)dy$	2) $\int_{-2}^2 dy \int_{y^2}^{4} f(x,y)dx$
в) $\int_{-2}^{-1} dx \int_{-\sqrt{x+2}}^{\sqrt{x+2}} f(x,y)dy + \int_{-1}^{2} dx \int_{x}^{\sqrt{x+2}} f(x,y)dy$	3) $\int_1^2 dy \int_{\frac{4}{y}}^{6-2y} f(x,y)dx$

9. Вычислить $\iint\limits_S 6dS$, где S – часть сферы $x^2+y^2+z^2=9$, лежащая в первом октанте.

10.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при вычислении $\iint\limits_D (x+2y)dxdy$, где область D ограничена линиями $x=2, y=x, x=2y$	1) Вычислить $\int_{\frac{x}{2}}^{x}(x+2)dy=\frac{5}{4}\int_0^2 x^2dx$ 2) Перейти от двойного интеграла к повторному $\int_0^2 dx\int_{\frac{x}{2}}^{x}(x+2)dy$ 3) Построить область $D: x=2, x=2y, y=x$ 4) Вычислить $\frac{5}{4}\int_0^2 x^2dx=\frac{10}{3}$	

Раздел (тема) 8 «Элементы теории функции комплексной переменной»

Вариант 1 (Т 8)

1. Установить соответствие действий с комплексными числами $z_1=5-3i$ и $z_2=2+i$.

1) $z_1\cdot z_2$ 2) $\dfrac{z_1}{z_2}$ 3) $\bar{z}_1^{\,2}$ 4) z_1+z_2	а) $16-30i$ б) $7-2i$ в) $1{,}4-2{,}2i$ г) $13-i$ д) $16+30i$

2. Сумма действительных решений уравнения $(-2+5i)\,x+2i=(1-2i)\,y+3ix-3$ равна

1) 9 2) −4 3) −9 4) 4 5) 5

3. Верно ли, что действительная часть $(2+3i)(1-i)-\dfrac{i^{15}}{1+i}$ равна 5?

1) да, верно 2) нет, не верно

4. Найти мнимую часть решения уравнения $(-1-i)z = 3+i$.

5. Найти модуль комплексного числа $z = 1 + i$.

6. Найти аргумент комплексного числа $z = 1 + i$.

7.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Укажите последовательность действий при переводе комплексного числа из алгебраической формы в тригонометрическую	1) подстановка ρ и φ в формулу 2) нахождения главного значения аргумента 3) вычисление модуля комплексного числа 4) вычисление $\sin\varphi$ и $\cos\varphi$ 5) определение значений действительной и мнимой частей	

8. Тригонометрическая форма комплексного числа $z = 6 - 6i$ имеет вид

1) $6\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) - i\cdot\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$ 2) $6\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\cdot\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$

3) $6\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\cdot\sin\frac{3\pi}{4}\right)$ 4) $6\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\cdot\sin\frac{\pi}{4}\right)$

5) $6\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} - i\cdot\sin\frac{3\pi}{4}\right)$

9. Вычислить z^{10}, если $z = \sqrt{3} - i$.

1) $2^9(\sqrt{3} - i)$ 2) $2^9(\sqrt{3} + i)$ 3) $2^9(-\sqrt{3} - i)$ 4) $2^9(-\sqrt{3} + i)$

10. Вычислить $\sqrt{-7-24i}$

1) $\{-3 + 4i; 3 - 4i\}$ 2) $\{3 + 4i; 3 - 4i\}$ 3) $\{-3 + 4i; 3 + 4i\}$ 4) $\{3 + 4i; 3 + 4i\}$

Вариант 2 (Т 8)

1. Установить соответствие действий с комплексными числами $z_1 = 2 + 4i$ и $z_2 = 1 - 3i$.

1) $z_1 \cdot z_2$ 2) $\frac{z_1}{z_2}$ 3) $\bar{z}_1^{\,2}$ 4) $z_1 + z_2$	а) $3+i$ б) $i - 1$ в) $-12 + 16i$ г) $-12 - 16i$ д) $14 - 2i$

2. Количество действительных корней многочлена $P(x) = 3x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 2$ равно

1) 2 2) 3 3) 0 4) 4 5) 1

3. Верно ли, что мнимая часть $(2+3i)(1-i) - \dfrac{i^{15}}{1+i}$ равна 2?

1) да, верно 2) нет, не верно

4. Найти мнимую часть решения уравнения $(-1 + i)z = 2 - i$.

5. Найти модуль комплексного числа $z = -1 - i$.

6. Найти аргумент комплексного числа $z = -1 - i$.

7.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Укажите последовательность действий при возведении комплексного числа в натуральную степень (без использования формул сокращённого умножения)	1) подстановка ρ и φ в формулу Муавра 2) нахождения главного значения аргумента 3) вычисление модуля комплексного числа 4) вычисление $\sin\varphi$ и $\cos\varphi$ 5) определение значений действительной и мнимой частей	

8. Тригонометрическая форма комплексного числа $z = 2 - 2i$ имеет вид

1) $2\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) - i \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$ 2) $2\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$

3) $2\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i \cdot \sin\frac{3\pi}{4}\right)$ 4) $2\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i \cdot \sin\frac{\pi}{4}\right)$

5) $2\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} - i \cdot \sin\frac{3\pi}{4}\right)$

9. Вычислить z^8, если $z = \sqrt{3} - i$.

1) $2^7(1 - \sqrt{3}i)$ 2) $2^7(1 + \sqrt{3}i)$ 3) $2^7(-1 - \sqrt{3}i)$ 4) $2^7(-1 + \sqrt{3}i)$

10. Вычислить $\sqrt{i}$

1) $\left\{-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i;\ -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right\}$ 2) $\left\{-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i;\ \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right\}$

3) $\left\{-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i;\ \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i\right\}$ 4) $\left\{\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i;\ -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right\}$

Шкала оценивания: 10-ти балльная для Т 1, Т 2, Т 3, Т 4 и 6-ти балльная для Т 5, Т 6, Т 7, Т 8.

Критерии оценивания:

Каждый вопрос (задание) в тестовой форме оценивается по дихотомической шкале: выполнено – 1 балл, не выполнено – 0 баллов.

Применяется следующая шкала перевода баллов в оценку по 5-балльной шкале:

Т 1, Т 2, Т 3, Т 4	Т 5, Т 6, Т 7, Т 8
6 баллов соответствуют оценке «отлично»; 5 баллов – оценке «хорошо»; 4 балла – оценке «удовлетворительно»; 3 балла и менее – оценке «неудовлетворительно».	9, 10 баллов соответствуют оценке «отлично»; 7, 8 баллов – оценке «хорошо»; 5, 6 баллов – оценке «удовлетворительно»; 4 балла и менее – оценке «неудовлетворительно».

1.2 ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

Лабораторная работа №1 «Введение в математический анализ»

Вариант 1

Задание №1. Найти предел

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^5+2x^3-1}{4x^3+x}$

б) $\lim\limits_{x\to-4}\dfrac{16-x^2}{\sqrt{5-x}-3}$

Задание №2. Найти предел

а) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{arctg^2(3x)}{tg(2x^2)}$

б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+3}{x}\right)^x$

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Вариант 2

Задание №1. Найти предел

а) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x-8x^2+6}{4x^2+7x-1}$

б) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{2x^2-5x-3}{27-x^3}$

Задание №2. Найти предел

а) $\lim\limits_{x\to0} x\cdot ctg\,2x$

б) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x+3}{2x}\right)^x$

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Лабораторная работа №2 «Дифференциальное исчисление функций одной переменной»

Вариант 1

Задание №1. Найти производные функций

а) $y = 3 \cdot \sqrt[4]{x^3} - \frac{1}{x^3} + \frac{7}{x^2 \cdot \sqrt{x}} - \frac{4}{11 \cdot \sqrt{x}}$;

б) $y = 5^{\frac{arctg\, x}{4x}}$.

Задание №2. Составить уравнение касательной и нормали в точке $x_0 = -1$ к параболе $y = 6x^2 + x + 2$ (уравнения записать в общем виде).

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Вариант 2

Задание №1. Найти производные функций

а) $y = \frac{x^5}{4} - \frac{2}{3}x^2 + \frac{x}{4} - \frac{8}{x} + 3$;

б) $y = \left(6 - 2x^3\right)^4$.

Задание №2. Составить уравнения касательной и нормали в точке $x_0 = 2$ к параболе $y = 7x^2 - 14x + 5$ (уравнения прямой записать в общем виде).

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Лабораторная работа №3 «Интегрирование функций одной переменной.»

Вариант 1

Задание №1. Найти интегралы. Сделать проверку

а) $\int \frac{\sqrt{5 + x^2} - \sqrt{5 - x^2}}{\sqrt{25 - x^4}} dx$;

б) $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$.

Задание №2. Найти интегралы. Сделать проверку

а) $\int (2x - 1) \cdot \cos x dx$;

б) $\int \frac{4x + 1}{x^2 + x} dx$.

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Вариант 2

Задание №1. Найти интегралы. Сделать проверку

а) $\int \frac{(1+x)^2}{x\cdot(1+x^2)}dx$;

б) $\int \frac{xdx}{x^4+16}$.

Задание №2. Найти интегралы. Сделать проверку

а) $\int (2x+1)\cdot e^{2x+1}dx$;

б) $\int \frac{5x-16}{x^2-6x+8}dx$.

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Лабораторная работа №4 «Приложения определённого интеграла»

Вариант 1

Задание №1. Найти интеграл. Сделать проверку. $\int_1^8 2\sqrt[3]{x}-\frac{4}{x^2}dx$.

Задание №2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y=2x^2,\ y=2$.

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Вариант 2

Задание №1. Найти интеграл. Сделать проверку. $\int_0^{\ln 2}\frac{e^{2x}+2}{e^x}dx$

Задание №2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой $y=x^2+x$, прямыми $x=-1,\ x=2$ и осью Ох.

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Список теоретических вопросов к лабораторной работе №1

1. Сформулируйте определение предела функции в точке, предела функции в бесконечности, предела последовательности.
2. Как связано понятие предела функции с понятиями ее пределов слева и справа?
3. Какая функция называется бесконечно малой и каковы ее основные свойства?
4. Какая функция называется бесконечно большой и какова ее связь с бесконечно малой?
5. Сформулируйте основные теоремы о пределах функций.
6. Сформулируйте первый замечательный предел и его следствия.

7. Сформулируйте второй замечательный предел.
8. Сформулируйте определения непрерывности функции в точке и на отрезке.
9. Какие точки называются точками разрыва функции?
10. Охарактеризуйте точки разрыва I рода, II рода.

Список теоретических вопросов к лабораторной работе №2

1. Дайте определение производной функции $y = f(x)$. Перечислите основные правила дифференцирования.
2. Как найти производную сложной функции?
3. Как найти уравнение касательной и нормали к графику функции $y = f(x)$ при известной фиксированной точке $M_0(x_0; y_0)$?
4. Опишите алгоритм исследования поведения графика функции с использованием аппарата производных.
5. Как найти точку максимума (минимума) функции?
6. Как найти наибольшее (наименьшее) значение функции на отрезке?
7. Сформулируйте правило Лопиталя.
8. Дайте определение эластичности спроса (предложения). Как вычислить эластичность спроса (предложения)? В каком случае спрос эластичен, нейтрален и неэластичен относительно цены на товар?
9. Дайте определение средних и предельных издержек. Как их вычислить?
10. Опишите алгоритм нахождения наибольшей прибыли (дохода, налогов и т.п.) с помощью аппарата производных.

Список теоретических вопросов к лабораторной работе №3

1. Дайте определение первообразной и неопределённого интеграла.
2. Перечислите основные свойства неопределённого интеграла.
3. Опишите алгоритмы методов непосредственного интегрирования: использование приёма деления почленно и метода группировки.
4. Опишите метод подведения под знак дифференциала.
5. Опишите варианты замены переменной в неопределённом интеграле.
6. Опишите метод интегрирования по частям.
7. Опишите метод интегрирования выражения, содержащего квадратный трехчлен в знаменателе в случае, когда в числителе многочлен нулевой степени.
8. Опишите метод интегрирования выражения, содержащего квадратный трехчлен в знаменателе в случае, когда в числителе многочлен первой степени.
9. Опишите метод интегрирования выражения, содержащего квадратный трехчлен в знаменателе с использованием замены.
10. Опишите метод неопределенных коэффициентов.

Список теоретических вопросов к лабораторной работе №4

1. Опишите способы вычисления определённого интеграла.
2. Запишите формулу интегрирования по частям. В каких случаях применяется метод интегрирования по частям?
3. Запишите формулу Ньютона-Лейбница.
4. Как с помощью определённого интеграла вычислить площадь плоской фигуры в декартовой системе координат?
5. Как с помощью определённого интеграла вычислить площадь плоской фигуры в полярной системе координат?
6. Как с помощью определённого интеграла вычислить площадь плоской фигуры, заданной параметрически ?
7. Как с помощью определённого интеграла вычислить длину дуги плоской кривой в декартовой системе координат?
8. Как с помощью определённого интеграла вычислить длину дуги плоской кривой в полярной системе координат?
9. Как с помощью определённого интеграла вычислить длину дуги плоской, заданной параметрически?
10. Как используются интегралы в экономике? Приведите примеры.

Шкала оценивания: 4-х балльная.

Критерии оценивания:

− ***4* балла** (или оценка **«отлично»**) выставляется обучающемуся, если он выполнил первые 2 задания в лабораторной работе и «защитил» её, то есть ответил на теоретический вопрос (задание №3);

− **3 балла** (или оценка **«хорошо»**) выставляется обучающемуся, если он выполнил первые 2 задания в лабораторной работе, но не ответил на теоретический вопрос;

− **2 балла** (или оценка **«удовлетворительно»**) выставляется обучающемуся, если он выполнил только задание № 1 (или только задание №2);

− **1 балл или менее** (или оценка **«неудовлетворительно»**) выставляется обучающемуся, если он правильно не решил ни одного задания в лабораторной работе.

2 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ

2.1 БАНК ВОПРОСОВ И ЗАДАНИЙ В ТЕСТОВОЙ ФОРМЕ

1. Вопросы в закрытой форме.

1.1 Даны два множества $A=\{-5,-2,1,4,7,10,13\}$ и $B=\{-4,-2,0,2,4,6,8\}$. Тогда $A\cap B$ имеет вид…

1) $\{-4,0,2,6,8\}$ 2) $\{-5,-4,-2,0,1,2,4,6,7,8,10,13\}$

3) $\{-5, -4, 0, 1, 2, 6, 7, 8, 10, 13\}$ 4) $\{-2, 4\}$ 5) $\{-5, 1, 7, 10, 13\}$

1.2 Предел $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^5+2x^3-1}{4x^3+x}$ равен …

1) ∞ 2) 0,5 3) 0 4) –0,25

1.3 Предел $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x-8x^2+6}{4x^2+7x-1}$ равен …

1) ∞ 2) 2 3) −2 4) –0,75

1.4. Предел $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x-8x^2+6}{4x^2+7x-1}$ равен

1) ∞ 2) 2 3) −2 4) –0,75

1.5 Предел $\lim\limits_{x\to-4}\dfrac{16-x^2}{\sqrt{5-x}-3}$ равен …

1) –48 2) 48 3) –32 4) 0

1.6 Предел $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{arctg^2(3x)}{tg(2x^2)}$ равен …

1) 4,5 2) 1,5 3) 0 4) 2,25

1.7 Предел $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+3}{x}\right)^x$ равен

1) e 2) e^3 3) $3/e$ 4) 1

1.8 Предел $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x+3}{2x}\right)^x$ равен

1) e 2) 0 3) $3/e$ 4) 1

1.9 Предел $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^5+2x^3-1}{4x^3+x}$ равен …

1) ∞ 2) 0,5 3) 0 4) $-\infty$ 5) –0,25

1.10 Производная функции $y=x^5-\dfrac{1}{x}+\sqrt[4]{x^3}$ равна...

1) $5x^4-\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{3}{4\sqrt[4]{x}}$ 2) $5x^4+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{3}{4\sqrt[4]{x^3}}$ 3) $5x^4+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{3}{4\sqrt[4]{x}}$

4) $5x+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{4}{3}\sqrt[3]{x}$ 5) $5x-\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{4}{3}\sqrt[3]{x}$

1.11 Производная функции $y=x^2\cdot\sin(2x)$ равна...

1) $2x\cdot\cos(2x)$ 2) $2x\cdot\sin(2x)+2x^2\cdot\cos(2x)$ 3) $2x\cdot\sin(2x)+x^2\cdot\cos(2x)$

4) $2x\cdot\sin(2x)-2x^2\cdot\cos(2x)$ 5) $4x\cdot\cos(2x)$

1.12 Укажите, как должен выглядеть график функции $y(x)$ на отрезке [a;b], если в каждой точке указанного отрезка выполняются три условия: $y<0$, $y'<0$, $y''>0$.

1) график лежит ниже оси ОХ; $y(x)$ возрастает; выпуклость вниз

2) график лежит ниже оси ОХ; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх

3) график лежит ниже оси ОХ; $y(x)$ возрастает; выпуклость вверх

4) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ убывает; выпуклость вниз
5) график лежит выше оси OX; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх

1.13 Найти точку разрыва функции $y=\dfrac{3}{(x+1)\ln x}$

1) e 2) 0 3) -1 4) 1

1.14 Одной из первообразных от функции $y=2x-3$ является функция…

1) x^2-3+C 2) 2 3) $2x^2-3+C$
4) x^2-3x+C 5) $2-3x$

1.15 Интеграл $\int\dfrac{\ln^2 x}{x}dx$ равен…

1) $\ln^3 x+C$ 2) $\dfrac{\ln^3 x}{3}+C$ 3) $\ln x+C$ 4) $2\ln x+C$ 5) $-\dfrac{\ln^3 x}{3x}+C$

1.16 Неопределенный интеграл $\int\dfrac{dx}{\sin^2 4x}$ равен

1) $-\dfrac{1}{4}ctg\,4x+C$ 2) $\dfrac{1}{4}tg\,2x+C$ 3) $-\dfrac{1}{2}ctg\,x+C$ 4) $-\dfrac{1}{4}ctg\,2x+C$

1.17 Неопределенный интеграл $\int\dfrac{\sqrt[3]{\ln^2 x}}{x}dx$ равен

1) $\dfrac{3\sqrt[3]{\ln^5 x}}{5}+C$ 2) $-\sqrt[3]{\ln^5 x}+C$ 3) $2\sqrt[3]{\ln^2 x}+C$ 4) $3\sqrt[3]{\ln x}+C$

1.18 Указать интегралы, которые являются несобственными

1) $\int\limits_{-1}^{1}\dfrac{x}{x+1}dx$ 2) $\int\limits_{-1}^{1}e^{\frac{x+1}{x}}dx$ 3) $\int\limits_{-1}^{1}\ln(x+5)\,dx$ 4) $\int\limits_{-1}^{1}(x-1)(x+1)\,dx$

1.19 Для ряда $\dfrac{4}{3}+\dfrac{8}{5}+\dfrac{16}{7}+\ldots$ верным является утверждение:

1) сходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}=\dfrac{1}{2}$ 2) расходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}=2$

3) расходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}=\infty$ 4) расходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{a_{n+1}}=4$

1.20 Для ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{n+1}{3n}\right)^{n^2}$ верным является утверждение

1) сходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=0$ 2) сходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=e$

3) расходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=\infty$ 4) расходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=e^3$

1.21 Для рядов $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n\cdot n^2}{2^n}$ и $1-\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{5}-\dfrac{1}{7}+\ldots$ верно утверждение

1) оба сходятся абсолютно 2) оба сходятся условно
3) первый сходится абсолютно, а второй сходится условно

4) первый сходится условно, а второй сходится абсолютно

1.22 Результат расстановки пределов интегрирования в двойном интеграле $\iint\limits_D f(x;y)dxdy$, где область D ограничена линиями $y=x^2-1$, $y=\sqrt{1-x^2}$, имеет вид ________.

1.23 Даны комплексные числа: $z_1=7+i$ и $z_2=1-2i$. Отношение $\frac{z_1}{z_2}$ равно…

1) $-\frac{5}{3}-5i$ 2) $\frac{9}{5}-\frac{13}{5}i$ 3) 1+3i 4) 0,1–0,3i 5) $\frac{5}{48}-\frac{15}{48}i$

1.24 Тригонометрическая форма комплексного числа $z=6-6i$ имеет вид …

1) $6\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)-i\cdot\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$ 2) $6\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)+i\cdot\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$

3) $6\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\cdot\sin\frac{3\pi}{4}\right)$ 4) $6\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\cdot\sin\frac{\pi}{4}\right)$

5) $6\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4}-i\cdot\sin\frac{3\pi}{4}\right)$

1.25 Даны комплексные числа: $z_1=3+2i$ и $z_2=5-i$. Выражение $(z_1\cdot z_2-4i^3)$ равно…

1) $17+3i$ 2) $17+7i$ 3) $13+11i$ 4) $13+3i$ 5) $17+11i$

1) $\int\limits_{-1}^{1}dy\int\limits_{\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}}f(x;y)dx$ 2) $\int\limits_{-1}^{1}dx\int\limits_{-\sqrt{1-x^2}}^{x^2-1}f(x;y)dy$ 3) $\int\limits_{-1}^{1}dx\int\limits_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}}f(x;y)dy$

4) $\int\limits_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}}dx\int\limits_{\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}}f(x;y)dy$ 5) $\int\limits_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}}dx\int\limits_{-\sqrt{1+y}}^{\sqrt{1-y^2}}f(x;y)dy$

2. Вопросы в открытой форме

2.1 Предел $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x+3}{2x}\right)^x$ равен …

2.2 Предел $\lim\limits_{x\to1}\frac{x^2+2x-3}{5-5x^2}$ равен …

2.3 Предел $\lim\limits_{x\to-4}\frac{16-x^2}{\sqrt{5-x}-3}$ равен …

2.4 Найти коэффициент k касательной $y=kx+b$ к параболе $y=7x^2-14x+5$ в точке $x_0=2$.

2.5 Найти точку минимума функции $y=(2x+1)^2\cdot(x+3)+4$.

2.6 Найдите наибольшее значение функции $y=\frac{4\sqrt{x}-3}{x+1}$.

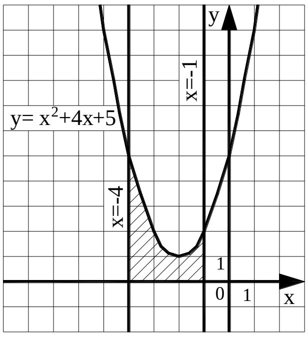
2.7 Найдите сумму $a+b+c$, где $(a;b;c)$ – это координаты вектора градиента функции $u=5x^2+3y^2+3z^2$ в точке $M(0;-2;3)$.

2.8 Исследуйте на экстремум функцию $z=6(x-y)-3x^2-3y^2$. В ответе запишите значение z_0, если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0;y_0)=z_0$.

2.9 Исследуйте на экстремум функцию $z=\frac{x^3}{3}-2xy+y^2-3x$. В ответе запишите значение z_0, если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0;y_0)=z_0$.

2.10 Вычислить определённый интеграл $\int_1^9 \frac{1+2\sqrt{x}}{x^2}dx$.

2.11 Найти площадь фигуры, изображенной на рисунке. Ответ округлить до сотых.



2.12 Найти сумму ряда: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n+8^n}{24^n}$.

2.13 Найти сумму ряда: $\sum_{n=6}^{\infty}\frac{8}{n^2-8n+15}$.

2.14 Исследовать сходимость ряда, применяя радикальный признак Коши: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\ln^n(3n+2)}$.

2.15 Исследовать сходимость ряда: $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\cdot\left(\frac{n}{2n+2}\right)^n$.

2.16 Радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-5)^{2n}}{6\cdot 5^{n+2}}$ равен_______.

2.17 Найти область сходимости ряда: $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{5n+1}{8n-7}\right)^4\cdot\left(\frac{x-1}{2}\right)^n$.

2.18 Разложите функцию $f(x)=\frac{1}{2x-7}$ в ряд Маклорена.

2.19 Вычислить с точностью до 0,001 значение функции $ln1,5$.

2.20 Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_D(2x-3y)dxdy$, где область D – прямоугольник, ограниченный осями координат и прямыми x=2, y=4.

2.21 Расставить пределы интегрирования в двойном интеграле $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$, область D – треугольник с вершинами в точках A(2;–2), B(5;3), C (5;–3). Ответ записать в виде одного двойного интеграла.

2.22 Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле $\int_{-1}^{0} dx \int_{x+1}^{1+x^2} f(x;y)dy$ и записать результат.

2.23 Действительная часть комплексного числа $z = 5 - 6i$ равна…

2.24 Мнимая часть комплексного числа $z = 5 - 6i$ равна…

2.25 Модуль комплексного числа $z = -4 + 3i$ равен…

3. Вопросы на установление последовательности

3.1 Ниже дано определение предела A функции $f(x)$ в точке x_0 (в случае $A \in R$ и $x_0 \in R$). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Число A называется пределом функции f(x) в точке x_0, если ______ существует ______ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____ , выполняется условие _________.

I. $|f(x) - A| < \varepsilon$

II. для любого числа $\varepsilon > 0$

III. $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$

IV. $\delta(\varepsilon) > 0$

3.2 Ниже дано определение бесконечно малой числовой последовательности. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Числовая последовательность $\{x_n\}$ называется бесконечно малой, если ______ существует ______ такой, что если _______ , то выполняется условие _________.

I. $|x_n| < \varepsilon$

II. $n > N(\varepsilon)$

III. для любого числа $\varepsilon > 0$

IV. номер $N(\varepsilon) > 0$

3.3 Ниже дано определение функции $f(x)$, бесконечно большой в действительной точке x_0. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Функция f(x) называется бесконечно большой в точке x_0, если ______ существует ______ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____ , выполняется условие _________.

I. $\delta(\varepsilon) > 0$

II. $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$

III. $|f(x)| > \varepsilon$

IV. для любого числа $\varepsilon > 0$

3.4 Ниже сформулировано следствие теоремы о промежуточных значениях функциях (следствие теоремы Больцмана-Коши). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Пусть функция f(x) ________, на концах отрезка ________, тогда ________, где выполняется условие _________.

I. принимает значение разных знаков

II. существует точка $c \in (a, b)$
III. непрерывна на отрезке $[a, b]$
IV. $f(c) = 0$

3.5 Ниже дано определение функции $f(x)$, бесконечно малой в действительной точке x_0. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Функция f(x) называется бесконечно малой в точке x_0, если ______ существует ______ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____ , выполняется условие _________.

I. $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$
II. $|f(x)| < \varepsilon$
III. для любого числа $\varepsilon > 0$
IV. $\delta(\varepsilon) > 0$

3.6 Расположите последовательность действий при нахождении производной функции по определению.

1) зафиксировать x, вычислить значение функции $f(x)$

2) найти приращение функции $\Delta y = f(x+\Delta x) - f(x)$

3) дать аргументу x приращение Δx и вычислить значение функции $f(x+\Delta x)$

4) найти предел $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$

5) определить отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$

3.7 Расположите последовательность действий при нахождении производной функции $y = (\sin x)^{\cos x}$.

1) найти производные обеих частей равенства

2) прологарифмировать обе части равенства

3) воспользоваться правилом нахождения производной сложной функции

4) воспользоваться свойством $\ln\left|a^b\right| = b \cdot \ln|a|$

5) заменить y исходной функцией

3.8 Расположите последовательность действий при нахождении частной производной $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = \ln(3xy - x^3)$.

1) $\frac{-6x(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3y-3x^2)}{(3xy-x^3)^2}$

2) $\frac{(3xy-x^3)'}{3xy-x^3}$

3) $(\ln(3xy - x^3))'_x$

4) $\left(\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}\right)'_x$

5) $\frac{(3y-3x^2)'(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3xy-x^3)'}{(3xy-x^3)^2}$

6) $\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}$

3.9 Расположите последовательность действий при исследовании функции двух переменных на экстремум.

1) вычисляем значения A, B, C

2) вычисляем $z_0(x_0; y_0)$

3) определяем стационарные точки

4) находим частные производные функции первого и второго порядков

5) определяем, минимум или максимум имеется в точке экстремума

6) вычисляем значение Δ

7) определяем наличие точки экстремума

3.10 Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{(4-5x)^2}{x}dx$.

1) используем таблицу неопределённых интегралов

2) используем формулу квадрата разности

3) добавляем постоянную C в конце записи

4) используем свойство неопределённого интеграла $\int(f(x)+g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$

5) используем почленное деление

3.11 Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{dx}{x\cdot\sqrt[3]{x}}$.

1) $\frac{x^{-\frac{4}{3}+1}}{-\frac{4}{3}+1}+C$

2) $-\frac{3}{\sqrt[3]{x}}+C$

3) $\int \frac{dx}{x^{\frac{4}{3}}}$

4) $\int x^{-\frac{4}{3}}dx$

5) $\frac{x^{-\frac{1}{3}}}{x^{-\frac{1}{3}}} + C$

6) $\int \frac{dx}{x \cdot x^{\frac{1}{3}}}$

3.12 Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы получилась формулировка определения неопределенного интеграла. (Например, I, III, IV, II).

Если функция F(x) – ______ функции f(x) на промежутке X, то множество функций F(x)+C, где C – произвольная постоянная, называется ______ от функции f(x) на этом промежутке и обозначается символом $\int f(x)\,dx$. При этом f(x) называется ______ , f(x)dx называется ______ .

I. подынтегральной функцией

II. первообразная

III. подынтегральным выражением

IV. неопределенным интегралом

3.13 Запишите верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла $\int (x+1)\cdot \sin x\,dx$. (Например, I, III, IV, II.)

I. Вычислить du и v

II. Установить, что нужно взять за u, а что за dv

III. Определить, относится ли интеграл к типу интегралов, интегрируемых по частям

IV. Воспользоваться формулой $\int u\,dv = uv - \int v du$, подставив вместо u, dv, du и v их значения.

3.14 Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы получилась формулировка одного из свойств определенного интеграла. (Например, I, III, IV, II).

Если m и M – соответственно наименьшее и наибольшее значения функции f(x) на _______ , то ______ ≤ ______ ≤ ______ .

I. $M(b-a)$

II. $m(b-a)$

III. $\int_a^b f(x)dx$

IV. $[a,b]$

3.15 Запишите верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла $\int \frac{x^3+5x^2-4x-6}{x(x+3)}dx$. (Например, I, III, IV, II.)

I.Проинтегрировать $Q(x)$ и полученные простейшие дроби и сложить результаты

II.Определить вид разложения $\frac{R(x)}{x(x+3)}$ дроби на простейшие дроби

III. Выполнить деление многочлена в числителе подынтегральной функции на многочлен в знаменателе, то есть представить подынтегральную функцию в виде $f(x) = Q(x) + \frac{R(x)}{x(x+3)}$

IV.Вычислить коэффициенты в разложении дроби $\frac{R(x)}{x(x+3)}$ на простейшие дроби, воспользовавшись методом неопределенных коэффициентов

3.16 Запишите верную последовательность действий, которую требуется совершить для нахождения площади фигуры, ограниченной линиями, задаваемыми уравнениями: $y = x$, $y = \frac{1}{x}$, $x = 2$.

I. Построить указанные линии в прямоугольной декартовой системе координат.

II. Найти a и b – пределы интегрирования, для этого определить абсциссы точек пересечения указанных линий.

III. Определив, график какой из функций $y = x$ или $y = \frac{1}{x}$ лежит выше, воспользоваться формулой: $S = \int_a^b \left(f(x) - g(x)\right)dx$.

IV. Вычислить определенный интеграл, пользуясь формулой Ньютона-Лейбница.

3.17 Ниже сформулированы утверждения о сходимости числовых рядов. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы утверждения оказались верными (Например, I, III, IV, II.)

Если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ _________, то _________ . Если _________, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ _________ .

I. расходится

II.сходится

III. $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$

IV. $\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$

3.18 Ниже сформулирован интегральный признак сходимости числовых рядов. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей. (Например, I, III, IV, II).

Пусть дан ряд $\sum_{n=1}^{\infty} f(n)$, члены которого являются значениями некоторой функции f (x), _________ на _________ . Тогда, если _________ сходится (расходится), то сходится (расходится) и_________ .

I. $\int_1^{+\infty} \mathrm{f(x)dx}$

II. $\sum_{n=1}^{\infty} f(n)$

III. $[1;\ +\infty)$

IV. положительной, непрерывной и не возрастающей

3.19 Исследуйте на абсолютную и условную сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n(n+1)}{n^2}$. Запишите верную последовательность действий, которая при этом должна быть осуществлена.

I. Применить теорему Лейбница

II. Сделать вывод, является ряд абсолютно сходящимся или нет

III. Выбрать признак сходимости ряда с положительными членами и воспользоваться им

IV. Составить ряд из модулей членов данного ряда

3.20 Запишите верную последовательность действий при нахождении области сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n^2\cdot 4^n}$. (Например, I, III, IV, II).

I.Исследовать сходимость ряда на концах интервала сходимости

II.Записать интервал сходимости ряда

III.Найти радиус сходимости ряда

IV.Сделать вывод о том, входят ли концы интервала сходимости в область сходимости ряда

3.21 Ниже сформулирована терема Абеля. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей. (Например, I, III, IV, II.)

Если степенной ряд $\sum_{n=0}^{\infty}a_n x^n$ сходится при $x = x_0$, то он _________ для всех x, удовлетворяющих условию _________ .Если степенной ряд $\sum_{n=0}^{\infty}a_n x^n$ расходится при $x = x_0$, то он _________ для всех x, удовлетворяющих условию _________.

I. $|x| < |x_0|$

II. $|x| > |x_0|$

III. сходится

IV. расходится

3.22 Расположите последовательность действий при вычислении $\iint_D cos(x+y)dxdy$, где область D ограничена линиями $x = 0, y = x, y = \frac{\pi}{2}$.

1) Перейти к двукратному интегралу $\int_0^{\frac{\pi}{2}}dx\int_x^{\frac{\pi}{2}}cos(x+y)dy$

2) Вычислить $\int_0^{\frac{\pi}{2}}(cosx - sin2x)dx = 0$

3) Построить область $D: x = 0, y = x, y = \frac{\pi}{2}$

4) Вычислить $\int_x^{\frac{\pi}{2}}cos(x+y)dy = cosx - sin2x$

3.23 Расположите последовательность действий при вычислении $\iint_D (x+2y)dxdy$, где область D ограничена линиями $x=2, y=x, x=2y$.

1) Вычислить $\int_{\frac{x}{2}}^{x}(x+2)dy=\frac{5}{4}\int_0^2 x^2dx$

2) Перейти от двойного интеграла к повторному $\int_0^2 dx\int_{\frac{x}{2}}^{x}(x+2)dy$

3) Построить область $D: x=2, x=2y, y=x$

4) Вычислить $\frac{5}{4}\int_0^2 x^2dx=\frac{10}{3}$

3.24 Укажите последовательность действий при переводе комплексного числа из алгебраической формы в тригонометрическую.

1) подстановка ρ и φ в формулу

2) нахождения главного значения аргумента

3) вычисление модуля комплексного числа

4) вычисление $\sin\varphi$ и $\cos\varphi$

5) определение значений действительной и мнимой частей

3.25 Укажите последовательность действий при возведении комплексного числа в натуральную степень (без использования формул сокращённого умножения).

1) подстановка ρ и φ в формулу Муавра

2) нахождения главного значения аргумента

3) вычисление модуля комплексного числа

4) вычисление $\sin\varphi$ и $\cos\varphi$

5) определение значений действительной и мнимой частей

4. Вопросы на установление соответствия

4.1 Даны числовые промежутки $A=[3;\,5)$ и $B=[0;\,3]$. Выполнить операции над множествами и установить соответствие.

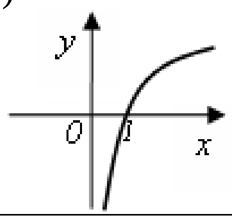
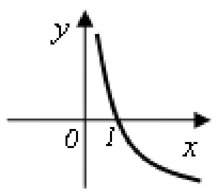
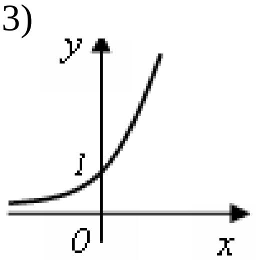
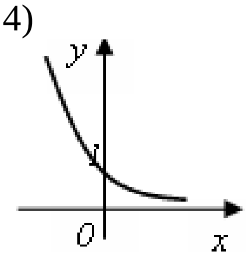
1) $A\cap B$ 2) $A\cup B$	а) $[0;\,5)$ б) $\emptyset$

3) $A \setminus B$ 4) $B \setminus A$	в) $(3;\ 5)$ г) $[3;\ 5)$ д) $\{3\}$

4.2 Установить соответствие между пределами и неопределенностями, обнаруженными в каждом из них

1) $\lim\limits_{x \to 1}(1-x) \cdot tg\left(\frac{\pi x}{2}\right)$ 2) $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{2x^4+2x^2+8}{3x^3+5x^2-10}$ 3) $\lim\limits_{x \to 3} \frac{x^2-9}{x^2-2x-3}$ 4) $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1}\right)^{3-4x}$	а) неопределённость $\left(\frac{0}{0}\right)$ б) неопределённость $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$ в) неопределённость (1^{∞}) г) неопределённость $(0 \cdot \infty)$ д) неопределённость $(\infty + \infty)$

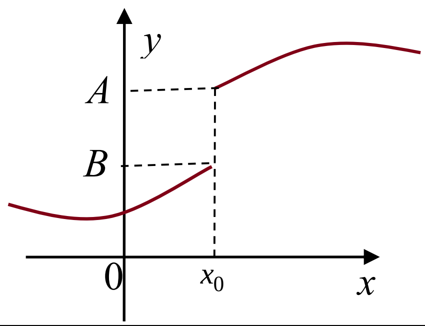
4.3 Установить соответствие между графическим и аналитическим заданиями функций.

1) 	а) $y = 2^x$ б) $y = (0{,}5)^x$ в) $y = \log_2 x$ г) $y = \log_{0,5} x$ д) $y = x^{\frac{1}{2}}$
2) 	
3) 	
4) 	

4.4 Исследуйте данные ниже функции на ограниченность и установите соответствие.

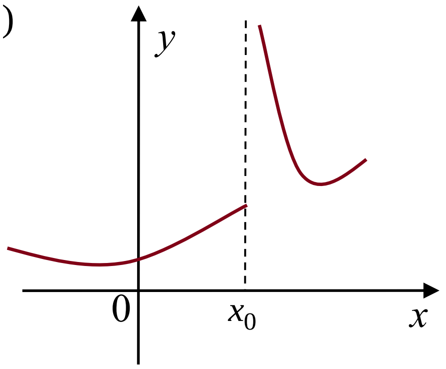
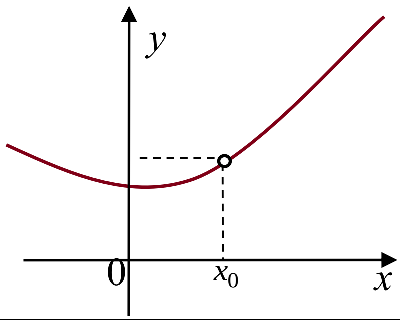
1) $y=3^x$ 2) $y=-x^2+3x$ 3) $y=tg\ x$ 4) $y=\sin x$	а) ограничена сверху, не ограничена снизу б) ограничена снизу, не ограничена сверху, в) ограничена и сверху, и снизу г) не ограничена ни сверху, ни снизу

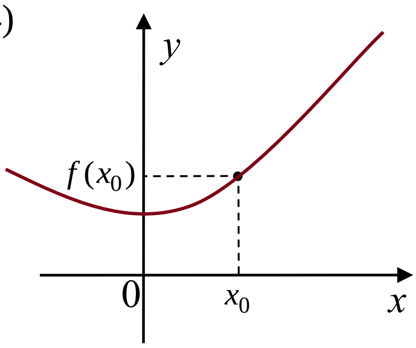
4.5 Пользуясь графиками функций, исследуйте вопрос о непрерывности функции в точке x_0 и поставьте в соответствие каждой указанной точке x_0 ее характеристику.

<table>
<tr><td>1)

</td><td>а) x_0 – точка непрерывности функции

б) x_0 – точка устранимого разрыва 1го рода

в) x_0 – точка неустранимого разрыва 1го рода

г) x_0 – точка разрыва 2го рода</td></tr>
<tr><td>2)

</td><td></td></tr>
<tr><td>3)

</td><td></td></tr>
</table>

4) 	

4.6 Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y'.

1) $y = \sin(\ln x)$ 2) $y = x \cdot \operatorname{tg} x$ 3) $y = (\log_2 x)^{\cos x}$ 4) $y = 5^x$	1) логарифмическое дифференцирование 2) табличная производная 3) производная неявно заданной функции 4) производная произведения 5) производная сложной функции

4.7 Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y'.

1) $y = \sqrt[3]{x}$ 2) $y = (\lg x)^x$ 3) $y = (5x + 2) \cdot \cos x$ 4) $y = e^{6x}$	1) логарифмическое дифференцирование 2) табличная производная 3) производная неявно заданной функции 4) производная произведения 5) производная сложной функции

4.8 Вычислите значения частных производных функции $z = 4x^2 - xy^3 + 5y$ в точке $M_0(1; -1)$ и установите соответствие.

1) $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right\|_{M_0}$ 2) $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right\|_{M_0}$ 3) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right\|_{M_0}$ 4) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right\|_{M_0}$ 5) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right\|_{M_0}$	а) −3 б) 8 в) 2 г) 6 д) 9 е) 1

4.9 Вычислите значения частных производных функции $z = 5x^3 - 3xy^2 - 2y$ в точке $M_0(1; 2)$ и установите соответствие.

1) $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right\|_{M_0}$ 2) $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right\|_{M_0}$ 3) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right\|_{M_0}$ 4) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right\|_{M_0}$ 5) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right\|_{M_0}$	а) 30 б) −14 в) −12 г) −6 д) −4 е) 3

4.10 Установите соответствие между функциями, записанными в левой колонке и их первообразными в правой колонке

1) $\frac{1}{x^2}$ 2) $\frac{x}{2}$ 3) $3x^2$ 4) $\frac{1}{x}+2x$	а) $\frac{x^2}{4}$ б) $\ln\|x\|+x^2$ в) $\frac{1}{x^2}+2$ г) $-\frac{1}{x}$ д) x^3

4.11 Установите соответствие между интегралами и их значениями

1) $\int \frac{dx}{a^2-x^2}$	а) $\frac{1}{2a}\ln\left\|\frac{a+x}{a-x}\right\|+c$
2) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}$	б) $\frac{1}{a} arctg\frac{x}{a}+c$
3) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}$	в) $arc\sin\frac{x}{a}+c$
4) $\int \frac{dx}{a^2+x^2}$	г) $arctg\frac{x}{a}+c$ д) $\ln\left\|x+\sqrt{x^2 \pm a^2}\right\|+c$

4.12 Установите соответствие между неопределенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке

1) $\int Af(x)dx$ 2) $\int (f \pm g)dx$ 3) $\left(\int f(x)dx\right)'$ 4) $\int dF(x)$	а) $\int f\,dx \pm \int g\,dx$ б) $f(x)$ в) $A\int f(x)dx$ г) $F(x)+C$ д) $f(x)dx$

4.13 Установите соответствие между неопределенными интегралами и заменами, которые целесообразно применить для вычисления интегралов

1) $\int \sin^3 x \cdot \cos^2 x\, dx$	а) $t = tg\, x$
2) $\int \frac{\sqrt{tgx}}{\cos^2 x} dx$	б) $t = ctg\, x$
	в) $t = \sin x$
3) $\int \sin^4 x \cdot \cos x\, dx$	г) $t = \cos x$
4) $\int \frac{ctgx}{\sin^2 x} \quad dx$	д) $t = \cos^2 x$

4.14 Установите соответствие между интегралом и способом его решения.

1) $\int \frac{dx}{x \cdot \ln^5 x}$	а) использование почленного деления
2) $\int (x+1) \sin x\, dx$	б) подведение под знак дифференциала
3) $\int 5^x dx$	в) использование формулы $\int f(kx+b)dx = \frac{1}{k}\int f(t)dt$
4) $\int \frac{3+x}{x} dx$	г) непосредственное интегрирование
	д) метод интегрирования по частям

4.15 Установите соответствие между определенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке

1) $\int_b^a f(x)dx$	а) 0
	б) $-\int_a^b f(x)dx$
2) $\int_a^a f(x)dx$	в) $\int_a^b f(x)dx$
3) $\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$	г) $\int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx$
4) $\int_a^b (f(x)+g(x))dx$	д) $\int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$

4.16 Установить соответствие между числовыми рядами и признаками сходимости, которые целесообразно применять для исследования вопроса об их сходимости

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n+1}{5n-1}$	а) признак сравнений
2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{n^5+1}$	б) необходимый признак сходимости
3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4n+1}{(n-1)!}$	в) радикальный признак Коши
4) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n^2}$	г) признак Даламбера
	д) теорема Лейбница

4.17 Установить соответствие между числовыми рядами и признаками сходимости, которые целесообразно применять для исследования вопроса об их сходимости

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+1}{5n}$	а) признак сравнений
2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{n^5+1}$	б) необходимый признак сходимости
3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n-3}{(n+2)!}$	в) радикальный признак Коши
4) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{2}{n}\right)^{n^2}$	г) признак Даламбера
	д) теорема Лейбница

4.18 Установить соответствие между степенными рядами и областями их сходимости

1) $\sum_{n=1}^{\infty}x^n\cdot n!$	а) $(-\infty;\ \infty)$
2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n!}$	б) $\{0\}$
3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n}$	в) $[-1;\ 1]$
4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n^2}$	г) $(-1;\ 1)$
	д) $[-1;\ 1)$

4.19 Установить соответствие между функциями и их разложением в степенной ряд

1) $\ln(1+x)$	а) $x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}-\ldots+(-1)^n\cdot\frac{x^{2n+1}}{2n+1}+\ldots$
2) $\frac{1}{1-x}$	б) $\frac{x}{1!}-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\ldots+(-1)^n\cdot\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}+\ldots$
3) e^x	в) $1+x+x^2+x^3+\ldots$
4) $arctg\, x$	г) $x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\ldots+(-1)^{n-1}\cdot\frac{x^n}{n}+...$
	д) $1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\ldots+\frac{x^n}{n!}+\ldots$

4.20 Установить соответствие между функциями и их разложением в степенной ряд

1) $(1+x)^m$	а) $1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\frac{x^6}{6!}+\ldots+(-1)^n\cdot\frac{x^{2n}}{(2n)!}+\ldots$
2) $\sin x$	б) $\frac{x}{1!}-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\ldots+(-1)^n\cdot\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}+\ldots$
3) $\cos x$	в) $1+x+x^2+x^3+\ldots,$
4) $\frac{1}{1-x}$	г) $1+mx+\frac{m(m-1)}{2!}x^2+\frac{m(m-1)(m-2)}{3!}x^3+\ldots,$
	д) $1-x+x^2-x^3+\ldots$

4.21 Установить соответствие между функциональными рядами и их суммой

1) $x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}-\ldots+(-1)^n\cdot\frac{x^{2n+1}}{2n+1}+\ldots$	а) e^x
2) $x+\frac{1}{2}\frac{x^3}{3}+\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\frac{x^5}{5}+\frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}\frac{x^7}{7}+\ldots$	б) $\frac{1}{1+x}$
3) $x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\ldots+(-1)^{n-1}\cdot\frac{x^n}{n}+\ldots$	в) $arctg\, x=$
4) $1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\ldots+\frac{x^n}{n!}+\ldots$	г) $\arcsin x=$
	д) $\ln(1+x)$

4.22 Известно, что функцию, заданную на отрезке $[-\pi;\pi]$ можно разложить в ряд Фурье, то есть представить в виде $f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cdot\cos nx+b_n\cdot\sin nx)$. Установить соответствие между коэффициентами Фурье и формулами, по которым они вычисляются.

1) a_0 2) a_n 3) b_n	а) $\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)dx$ б) $\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cdot\cos nx\,dx$ в) $\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cdot\sin nx\,dx$ г) $\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\cos nx\,dx$ д) $\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\sin nx\,dx$

4.23 Установить соответствие при переходе от $\iint_D f(x,y)dxdy$ к повторному интегралу и расставить пределы интегрирования, если D ограничена линиями

а) $x=1, y=2, x+y=6$ б) $y=\frac{x^2}{2}, y=8$ в) $y=2x^2, y=\sqrt{x}$ г) контуром треугольника ABC, где A(1;2), B(3;6), C(3;0) д) $x^2+y^2=4$x	1) $\int_0^4 dx\int_{-\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{4x}} f(x,y)dy$ 2) $\int_0^1 dx\int_{2x^2}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x,y)dy$ 3) $\int_1^3 dx\int_{3-x}^{2x} f(x,y)dy$ 4) $\int_1^4 dx\int_2^{6-x} f(x,y)dy$ 5) $\int_{-4}^4 dx\int_{\frac{x^2}{2}} f(x,y)dy$

4.24 Установить соответствие действий с комплексными числами $z_1=5-3i$ и $z_2=2+i$.

1) $z_1\cdot z_2$ 2) $\frac{z_1}{z_2}$ 3) $\bar{z}_1^{\,2}$ 4) z_1+z_2	а) $16-30i$ б) $7-2i$ в) $1{,}4-2{,}2i$ г) $13-i$ д) $16+30i$

4.25 Установить соответствие действий с комплексными числами $z_1=2+4i$ и $z_2=1-3i$.

1) $z_1\cdot z_2$	а) $3+i$ б) $i-1$ в) $-12+16i$

2) $\frac{z_1}{z_2}$ 3) $\bar{z}_1^{\,2}$ 4) $z_1 + z_2$	г) $-12 - 16i$ д) $14 - 2i$

Шкала оценивания результатов тестирования: в соответствии с действующей в университете бально-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения – 60 баллов (установлено положением П 02.016).

Максимальный балл за тестирование представляет собой разность двух чисел: максимального балла по промежуточной аттестации для данной формы обучения (36 или 60) и максимального балла за решение компетентностно-ориентированной задачи (6).

Балл, полученный обучающимся за тестирование, суммируется с баллом, выставленным ему за решение компетентностно-ориентированной задачи.

Общий балл по промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по 5-балльной шкале (для экзамена) следующим образом:

Соответствие 100-балльной и 5-балльной шкал

Сумма баллов по 100-балльной шкале	*Оценка по 5-балльной шкале*
100–85	отлично
84–70	хорошо
69–50	удовлетворительно
49 и менее	неудовлетворительно

Критерии оценивания результатов тестирования:

Каждый вопрос (задание) в тестовой форме оценивается по дихотомической шкале: выполнено – **2 балла**, не выполнено – **0 баллов**.

2.2 КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ

Компенентностно-ориентированная задача №1

Составить функцию прибыли и построить её график, если известно, что фиксированные издержки производства продукции составляют 10 тыс. руб. в месяц, переменные издержки – 30 руб. за единицу продукции, а выручка равна 50 руб. за единицу продукции.

Компенентностно-ориентированная задача №2

Законы спроса и предложения на некоторый товар определяются уравнениями $D = 12 - 2Q$ и $S = Q + 3$.

а) Найти точку рыночного равновесия.

б) Найти точку равновесия после введения налога, равного 3 ден. ед. на единицу продукции. Определить увеличение цены и уменьшение равновесного объёма продаж. Посчитать доход государства после введения этого налога.

Компенентностно-ориентированная задача №3

Законы спроса и предложения на некоторый товар определяются уравнениями $D = 12 - 2Q$ и $S = Q + 3$.

а) Какая субсидия приведёт к увеличению объёма продаж на 2 единицы?

б) Вводится пропорциональный налог, равный 20%. Найти новую точку равновесия в доход правительства.

Компенентностно-ориентированная задача №4

В прошлом году средняя цена данного товара была 15 денежных единиц, а в настоящем году – 18 денежных единиц. Найти зависимость $P = f(n)$ цены товара P от номера года n при условии, что тенденция роста сохраниться, то есть цена будет увеличиваться на одно и то же число. Составить прогноз средней цены на три года вперед.

Компенентностно-ориентированная задача №5

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется следующим образом.

1. Если объём заказа не превышает 4 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 300 рублей.

2. Если объём заказа превышает 4 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 300 рублей предоставляется скидка в размере $\frac{x-4000}{50}$ рублей, где x – количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 16 000 единиц товара). Ответ записать в виде: $R(x_0) = R_0$.

Компенентностно-ориентированная задача №6

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется так:

1. Если объём заказа не превышает 3 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 200 рублей.

2. Если объём заказа превышает 3 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 200 рублей предоставляется скидка в размере $\frac{x-3000}{100}$ рублей, где x – количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 13 000 единиц товара). Ответ записать в виде: $R(x_0) = R_0$.

Компенентностно-ориентированная задача №7

Зависимость количества Q (в шт., $0 \le Q \le 30\,000$) купленного у фирмы товара от цены P (в руб. за шт.) выражается формулой $Q = 30\,000 - P$. Затраты на производство Q единиц товара составляют $5\,000Q + 3\,000\,000$ руб. Кроме затрат на производство, фирма должна платить налог t руб. $(0 < t < 15\,000)$ с каждой произведённой единицы товара. Таким образом, прибыль фирмы составляет $PQ - 5\,000Q - 3\,000\,000 - tQ$ руб., а общая сумма налогов, собранных государством, равна tQ руб.

Фирма производит такое количество товара, при котором её прибыль максимальна. При каком значении t (в руб.) общая сумма налогов, собранных государством, будет максимальной?

Компенентностно-ориентированная задача №8

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить максимальную прибыль предприятия.

Компенентностно-ориентированная задача №9

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить объём продукции и цену, соответствующие максимальной прибыли.

Компенентностно-ориентированная задача №10

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить средние и предельные затраты, соответствующие максимальной прибыли.

Компенентностно-ориентированная задача №11

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить участки роста и убывания прибыли при изменении объёма выпускаемой продукции от 2 до 5 ед.

Компенентностно-ориентированная задача №12

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить наименьшее значение затрат при изменении объёма выпускаемой продукции от 2 до 5 ед.

Компенентностно-ориентированная задача №13

Потребитель имеет возможность потратить сумму в размере 1000 ден. ед. на приобретение x единиц первого товара и y единиц второго товара. Заданы функция полезности $u(x,y) = 0{,}5 \cdot \ln(x-2) + 2\ln(y-1)$ и цены $P_1 = 0{,}2$ и $P_2 = 4$ за единицу товаров. Определить количество единиц товаров, при которых полезность для потребителя будет наибольшей.

Компенентностно-ориентированная задача №14

Вычислить на сколько процентов приближённо изменится спрос, описываемый функцией $D = e^{-\sqrt{n+P^2}}$, где n −число производителей товара, P −цена товара, если число производителей товара уменьшится на 1%, а цена возрастёт на 1%. На рынке имеется 7 производителей, цена товара составляет 3 ед.

Компенентностно-ориентированная задача №15

Данные о росте индекса Доу-Джонса и росте цены акций (усл. ед.) приведены в таблице:

x	2,0	2,5	3,0	3,1	3,5	3,7	4,3
y (усл. ед.)	4,3	4,6	4,7	4,7	4,9	5,1	4,6

Методом наименьших квадратов найти зависимость вида $y = ax + b$ между ростом цены акций y и ростом индекса x. Вычислить рост цены акции при росте индекса, равном 2,6.

Компетентностно-ориентированная задача №16

По данным исследований в распределении доходов одной из стран, кривая Лоренца может быть описана уравнением $y = \frac{3}{2-x} - \frac{5}{3}$, где $x -$ доля населения, $y -$ доля доходов населения. Вычислить коэффициент Джинни, оценить распределение доходов 40% наиболее низко оплачиваемого населения.

Компенентностно-ориентированная задача №17

Из статистических данных известно, что для рассматриваемого региона число новорожденных и число умерших за единицу времени пропорциональны численности населения с коэффициентами пропорциональности соответственно k_1 и k_2. Найти закон изменения численности населения с течением времени (описать протекание демографического процесса).

Компенентностно-ориентированная задача №18

Найти выражение объёма реализованной продукции $Q = Q(t)$ и его значение при $t = 2$, если известно, что продукция продаётся на конкурентном рынке по цене $P(Q) = 3 - 2Q$, норма акселерации $\frac{1}{l} = 1{,}5$, норма инвестиций $m = 0{,}6$, $P(0) = 1$.

Пояснение: полученный на момент времени t доход составит $R(Q) = Q \cdot P(Q)$, часть которого, равная $I(t) = m \cdot P(Q) \cdot Q$, инвестируется в производство при норме инвестиции m. В результате расширения производства (предполагается полная реализация производимой продукции) будет получен прирост дохода, часть которого опять инвестируется для расширения выпуска продукции. Это приведет к росту скорости выпуска (акселерации), причём скорость выпуска пропорциональна увеличению инвестиций с коэффициентом пропорциональности l, т.е. $Q'(t) = l \cdot I(t)$, где l^{-1} — норма акселерации.

Компенентностно-ориентированная задача №19

Известно, что начальный размер вклада под 10% годовых в банке составил 1 млн. рублей. Найти размер вклада через 5 лет: а) без капитализации процентов, б) с ежегодной капитализацией, в) с ежеквартальной капитализацией, г) с ежемесячной капитализацией, д) с ежедневной капитализацией, е) с непрерывной капитализацией.

Компенентностно-ориентированная задача №20

Кооператив открывает линию по производству жестяных консервных банок объемом 0,25 литра для последующей расфасовки в них консервированного горошка. В качестве инженера-экономиста рассчитайте такие радиус основания x и высоту y консервной банки, чтобы на ее изготовление потребовалось минимум материала. Напомним, что 1 л = 1000 см^3.

Компенентностно-ориентированная задача №21

Обувная фабрика продаёт туфли по цене 35 руб. за пару. Издержки составляют 63 тыс. руб. за 100 пар туфель и 60,75 тыс. руб. за 85 пар.

а) Найти точку безубыточности.

б) Сколько пар туфель фабрика должна произвести и продать, чтобы получить 10% дохода на деньги, вложенные в фиксированные затраты?

Компенентностно-ориентированная задача №22

Составить функцию прибыли и построить её график, если известно, что фиксированные издержки производства продукции составляют 10 тыс. руб. в месяц, переменные издержки – 30 руб. за единицу продукции, а выручка равна 50 руб. за единицу продукции.

Компенентностно-ориентированная задача №23

Законы спроса и предложения на некоторый товар определяются уравнениями $D = 12 - 2Q$ и $S = Q + 3$.

а) Найти точку рыночного равновесия.

б) Найти точку равновесия после введения налога, равного 3 ден. ед. на единицу продукции. Определить увеличение цены и уменьшение равновесного объёма продаж. Посчитать доход государства после введения этого налога.

Компенентностно-ориентированная задача №24

Законы спроса и предложения на некоторый товар определяются уравнениями $D = 12 - 2Q$ и $S = Q + 3$.

а) Какая субсидия приведёт к увеличению объёма продаж на 2 единицы?

б) Вводится пропорциональный налог, равный 20%. Найти новую точку равновесия в доход правительства.

Компенентностно-ориентированная задача №25

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется следующим образом.

1. Если объём заказа не превышает 4 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 300 рублей.

2. Если объём заказа превышает 4 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 300 рублей предоставляется скидка в размере $\frac{x-4000}{50}$ рублей, где x – количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 16 000 единиц товара). Ответ записать в виде: $R(x_0)=R_0$.

Компенентностно-ориентированная задача №26

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется следующим образом.

1. Если объём заказа не превышает 3 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 200 рублей.

2. Если объём заказа превышает 3 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 200 рублей предоставляется скидка в размере $\frac{x-3000}{100}$ рублей, где x – количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 13 000 единиц товара). Ответ записать в виде: $R(x_0)=R_0$.

Компенентностно-ориентированная задача №27

Зависимость количества Q (в шт., $0 \le Q \le 30\,000$) купленного у фирмы товара от цены P (в руб. за шт.) выражается формулой $Q = 30\,000 - P$. Затраты на производство Q единиц товара составляют $5\,000Q + 3\,000\,000$ руб. Кроме затрат на производство, фирма должна платить налог t руб. $(0 < t < 15\,000)$ с каждой произведённой единицы товара. Таким образом, прибыль фирмы составляет $PQ - 5\,000Q - 3\,000\,000 - tQ$ руб., а общая сумма налогов, собранных государством, равна tQ руб.

Фирма производит такое количество товара, при котором её прибыль максимальна. При каком значении t (в руб.) общая сумма налогов, собранных государством, будет максимальной?

Компенентностно-ориентированная задача №28

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить максимальную прибыль предприятия.

Компенентностно-ориентированная задача №29

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить объём продукции и цену, соответствующие максимальной прибыли.

Компенентностно-ориентированная задача №30

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить средние и предельные затраты, соответствующие максимальной прибыли.

Шкала оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи: в соответствии с действующей в университете балльно-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения – 60 (установлено положением П 02.016).

Максимальное количество баллов за решение компетентностно-ориентированной задачи – 6 баллов.

Балл, полученный обучающимся за решение компетентностно-ориентированной задачи, суммируется с баллом, выставленным ему по результатам тестирования.

Общий балл по промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по 5-балльной шкале (для экзамена) следующим образом:

Соответствие 100-балльной и 5-балльной шкал

Сумма баллов по 100-балльной шкале	*Оценка по 5-балльной шкале*
100–85	отлично
84–70	хорошо
69–50	удовлетворительно
49 и менее	неудовлетворительно

Критерии оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи:

6-5 баллов выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует глубокое понимание обучающимся предложенной проблемы и разностороннее ее рассмотрение; свободно конструируемая работа представляет собой логичное, ясное и при этом краткое, точное описание хода решения задачи (последовательности (или выполнения) необходимых трудовых действий) и формулировку доказанного, правильного вывода (ответа); при этом обучающимся предложено несколько вариантов решения или оригинальное, нестандартное решение (или наиболее эффективное, или наиболее рациональное, или оптимальное, или единственно правильное решение); задача решена в установленное преподавателем время или с опережением времени.

4-3 балла выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует понимание обучающимся предложенной проблемы; задача решена типовым способом в установленное преподавателем время; имеют место общие фразы и (или) несущественные недочеты в описании хода решения и (или) вывода (ответа).

2-1 балла выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует поверхностное понимание обучающимся предложенной проблемы; осуществлена попытка шаблонного решения задачи, но при ее решении допущены ошибки и (или) превышено установленное преподавателем время.

0 баллов выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует непонимание обучающимся предложенной проблемы, и (или) значительное место занимают общие фразы и голословные рассуждения, и (или) задача не решена.