

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Чернецкая Ирина Евгеньевна
Должность: Заведующий кафедрой
Дата подписания: 20.09.2023 16:03:28
Уникальный программный ключ:
bdf214c64d8a381b0782ea566b0dce05e3f5ea2d

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
«Юго-Западный государственный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
«Вычислительная техника»
И.Е. Чернецкая
«31» 09 2023 г.

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
для текущего контроля успеваемости и промежуточной
аттестации обучающихся по дисциплине

«Математические основы теории бифуркаций электронных схем»

09.03.01 Информатика и вычислительная техника

Курск 2023

1 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

1.1 Вопросы для устного опроса

Раздел (тема) дисциплины: Основные понятия и элементы электронных схем (ЭС). Описание ЭС дифференциальными уравнениями и итерируемыми отображениями

- 1. Что такое электрический ток в проводниках?
- 2. Что нужно создать в проводнике, чтобы в нем существовал и возник электрический ток?
- 3. Каково назначение источника тока в электрической цепи? Какие преобразования энергии происходят внутри источника тока?
- 4. Что происходит с электронами металла при возникновении в нем электрического поля?
- 5. Что представляет собой электрический ток в металле?
- 6. От какого полюса источника тока и к какому принято считать направление тока?
- 7. Какой величиной определяется сила тока в электрической цепи? Как выражается сила тока через электрический заряд и время? Что принимают за единицу силы тока?
- 8. Что такое электрическое напряжение? Что принимают за единицу напряжения?
- 9. Как зависит сила тока в проводнике от напряжения на концах проводника?
- 10. Что принимают за единицу сопротивления проводника? Как она называется?
- 11. Какова зависимость силы тока в проводнике от сопротивления этого проводника? Как формулируется закон Ома?
- 12. Какая электрическая величина одинакова для всех проводников, соединенных последовательно?

- 13. Какая из электрических величин одинакова для всех проводников, соединенных параллельно?
- 14. В чем заключается явление самоиндукции? Как называется коэффициент самоиндукции.
- 15. Сформулируйте законы Кирхгофа
- 16. Что такое конденсатор? Что такое емкость конденсатора и в каких единицах она измеряется?
- 17. Что означает «ток через конденсатор»? Запишите, чему равняется ток конденсатора.
- 18. В каких единицах измеряется сопротивление проводника? Запишите закон Ома. Поясните формулу.
- 19. Что такое источник тока/напряжения? Какую функцию выполняет гальванический элемент?
- 20. Что такое э.д.с. гальванического элемента и от чего она зависит?
- 21. Чем отличается реальный гальванический элемент от идеального?
- 22. В какую сторону течет ток в гальваническом элементе и в сопротивлении (резисторе)?
- 23. Что такое катушка индуктивности?
- 24. Поясните, в чем отличие катушки индуктивности от источника тока/напряжения и резистора.
- 25. В чем измеряется индуктивность катушки?
Чему равняется разность потенциалов на катушке индуктивности?
- 26. Запишите уравнение электрического контура, содержащего катушку индуктивности, гальванический элемент и сопротивление (резистор).
- 27. Чему равняется постоянная времени контура, что она характеризует и от чего зависит?
- 28. Дайте определение дифференциального уравнения первого порядка.
- 29. Как записывается дифференциальное уравнение, разрешенное относительно первой производной?

- 30. Что такое поле направлений?
- 31. Что является решением дифференциального уравнения? Приведите примеры решения дифференциального уравнения.
- 32. Объясните, какие величины называются начальными значениями и что такое начальное условие? Поясните физический смысл начальных значений и начального условия в задаче заряда конденсатора.
- 33. Как формулируется задача Коши? Дайте графическую интерпретацию решения задачи Коши.
- 35. Рассмотрите цепь, состоящую из сопротивления R и индуктивности L (рис. 1). Найдите ток $I(t)$ цепи и постройте графики $I(t)$ и $L\frac{dI}{dt}$.

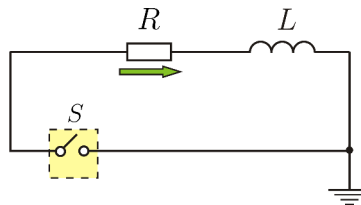


Рис.1. $R = 2.0$ Ом; $L = 5 \cdot 10^{-3}$ Гн; $I(0) = 2$ А.

- 36. Рассмотрите схему (рис. 2), состоящую из источника с э.д.с, равной E , сопротивления R и индуктивности L (рис. 2).

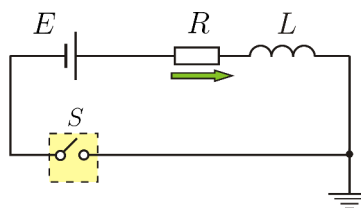


Рис.2. $R = 2.0$ Ом; $L = 5 \cdot 10^{-3}$ Ф; $E = 5.0$ В; $I(0) = 0$ А.

Найдите ток $I(t)$ цепи и постройте графики $I(t)$ и $L\frac{dI}{dt}$.

- 37. Выполните анализ, как меняются $I(t)$, $L\frac{dI}{dt}$ и к каким значениям они стремятся с течением времени. Сформулируйте выводы.
- 38. Чему равняется постоянная времени контура и от чего зависит?
- 39 Как получить из модели с непрерывным временем (дифференциального уравнения) модель с дискретным временем (отображение).

- 40. Примените технику построения «cobweb» диаграммы для изучения изменения тока в катушке индуктивности с помощью итерируемого отображения.

Раздел (тема) дисциплины: « Введение в теорию итерируемых отображений»

- 1. Пусть $F(x) = x^2$. Вычислите первые пять точек орбиты, если $x_0 = 1/2$.
- 2. Пусть $F(x) = x^2 + 1$. Вычислите первые пять точек орбиты, если $x_0 = 0$.
- 3. Пусть $F(x) = x^2 - 2$. Вычислите $F^2(x)$ и $F^3(x)$.
- 4. Пусть $F(x) = x^2$. Вычислите $F^2(x)$, $F^3(x)$ и $F^4(x)$. Какова формула для $F^k(x)$?
- 5. Что такое орбита точки x_0 ?
- 6. Что такое неподвижная точка и периодическая орбита?
- 7. Найдите все неподвижные точки для каждой из следующих функций: (а) $F(x) = 3x + 2$; (б) $F(x) = x^2 - 2$; (с) $F(x) = x^3$.
- 6. В трапеции $ABCD$ с основанием $AB = a$ и $CD = b$ проведен отрезок A_1B_1 , соединяющий середины диагоналей. В трапеции A_1B_1CD проведен отрезок A_1B_1 , соединяющий середины диагоналей и т.д. Что Вы можете сказать о последовательности длин отрезков $\{A_kB_k\}$?
- 8. Решите уравнение

$$1 = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + x}}}}} = x.$$

- 9. Одно из первых отображений, представляющее собой динамическую систему, возникла в начале XIII века. Задача формулируется так:
« Некто поместил пару кроликов в загоне, огороженном со всех сторон, дабы знать, сколько кроликов родится в течение года. Природа кроликов такова, что через месяц пара кроликов производит на свет другую пару, а потомство они дают со второго месяца после своего рождения. Поскольку первая пара в первом месяце дает потомство, то удвой число кроликов, и в первом месяце окажутся две пары.

Из них одна, а именно первая пара дает потомство и в следующем месяце, так что во втором месяце окажутся три пары...

а. Сколько пар произвела первая пара в загоне к концу года?

б. Найдите формулу, показывающую сколько кроликов x_k будет через k месяцев? »

- 10. Дайте определение диффеоморфизма.
- 11. Найдите $f^{-1}(x)$, если $x' = f(x)$, где $f(x) = 0.5x + 1$.
- 12. Что такое траектория (орбита) дискретной динамической системы?
- 13. Что такое фазовая (изображающая) точка?
- 14. Что такое аттрактор?
- 15. Дайте определение неподвижной точки.
- 15. Найдите неподвижные точки отображения $x_{k+1} = 2.5(x_k - x_k^2)$.
- 17. Что такое цикл с периодом m ?

Раздел (тема) дисциплины: Основные элементы теории устойчивости и бифуркаций отображений

- 1. Линейный анализ устойчивости неподвижных точек и циклов.
- 2. Дайте определение матрицы монодромии.
- 3. Дайте определение мультипликатора неподвижной точки. Каков геометрический смысл мультипликатора?
- 4. Критерии линейной устойчивости неподвижных точек и циклов.
- 5. Алгоритм анализа устойчивости неподвижных точек и циклов.
- 6. Определение гиперболических неподвижных/периодических точек. Условия нарушения гиперболичности.
- 7. Устойчивость негиперболических неподвижных/периодических точек с мультипликатором $+1$.
- 8. Устойчивость негиперболических неподвижных/периодических точек с мультипликатором -1 .
- 9. Бифуркации в гладких отображениях.

- 10. Касательная бифуркация.
- 11. Суб- и суперкритические бифуркации удвоения периода.
- 12. Транскритическая и суб- и суперкритические виллообразные бифуркации.
- 13. Бифуркация рождения замкнутой инвариантной кривой.
- 14. Кусочно-гладкие отображения.
- 15. Что такое многообразие переключения (switching manifold) или border?
- 16. Что такое «border-collision» бифуркация, как она возникает?
- 17. Перечислите базовые «border-collision» бифуркации и опишите их: какая динамика до, в точке и после бифуркации?
- 18. Как определяются параметры $a_{\mathcal{L}}$ $a_{\mathcal{R}}$ «skew tent map» (нормальной формы) и что они характеризуют?
- 19. Как связаны параметры $a_{\mathcal{L}}$ $a_{\mathcal{R}}$ «skew tent map» (нормальной формы) с параметрами кусочно-гладкого отображения?
- 20. Как получить нормальную форму для произвольного кусочно-гладкого непрерывного отображения?

Раздел (тема) дисциплины: Расчет нелинейных электронных схем методом точечных отображений Пуанкаре

- 1. Методика построение отображения Пуанкаре для непрерывных моделей нелинейных электронных схем.
- 2. Непрерывные и дискретные математические модели импульсных электронных схем.
- 3. Схема замещения понижающего стабилизатора напряжения с широтно-импульсным управлением.
- 4. Одномерная математическая модель с непрерывным временем понижающего стабилизатора напряжения с широтно-импульсным управлением.
- 5. Одномерная дискретная модель понижающего стабилизатора напряжения с широтно-импульсным управлением.

- 6. Двумерная математическая модель с непрерывным временем понижающего стабилизатора постоянного напряжения.
- 7. Двумерная дискретная модель понижающего стабилизатора.
- 8. Алгоритмы численного расчета неподвижных/периодических точек дискретных моделей нелинейных электронных схем.
- 9. Анализ устойчивости неподвижных точек методом уравнений периодов.
- 10. Бифуркационный нелинейных электронных схем методами теории нормальных форм.

Шкала оценивания: балльная

Критерии оценки

Оценка «**6 баллов**» выставляется обучающемуся, если задача решена правильно, в установленное преподавателем время или с опережением времени, при этом обучающимся предложено нестандартное или наиболее эффективное (или наиболее рациональное, или оптимальное) ее решение.

Оценка «**4,5 баллов**» выставляется обучающемуся, если задача решена правильно, в установленное преподавателем время, типовым способом; допускается наличие несущественных недочетов.

Оценка «**3 балла**» выставляется обучающемуся, если при решении задачи допущены ошибки некритического характера и (или) превышено установленное преподавателем время.

Оценка «**0 баллов**» выставляется обучающемуся, если задача не решена или при ее решении допущены ошибки критического характера.

2 КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ

2.1 Вопросы к зачету

1. Что такое электрический ток в проводниках?

2. Что нужно создать в проводнике, чтобы в нем существовал и возник электрический ток?

3. Каково назначение источника тока в электрической цепи? Какие преобразования энергии происходят внутри источника тока?

4. Что происходит с электронами металла при возникновении в нем электрического поля?
5. Что представляет собой электрический ток в металле?
6. От какого полюса источника тока и к какому принято считать направление тока?
7. Какой величиной определяется сила тока в электрической цепи? Как выражается сила тока через электрический заряд и время? Что принимают за единицу силы тока?
8. Что такое электрическое напряжение? Что принимают за единицу напряжения?
9. Как зависит сила тока в проводнике от напряжения на концах проводника?
10. Что принимают за единицу сопротивления проводника? Как она называется?
11. Какова зависимость силы тока в проводнике от сопротивления этого проводника? Как формулируется закон Ома?
12. Какая электрическая величина одинакова для всех проводников, соединенных последовательно?
13. Какая из электрических величин одинакова для всех проводников, соединенных параллельно?
14. Для чего служат конденсаторы?
15. В чем заключается явление самоиндукции? Как называется коэффициент самоиндукции.
16. Сформулируйте законы Кирхгофа.
17. Что такое дифференциальное уравнение первого порядка?
18. Что такое решение дифференциального уравнения?
19. Что такое решение задачи Коши? Решите задачу Коши

$$\frac{dx}{dt} = -5x + 20, \quad x(0) = 1.$$

20. Описание процесса заряда/разряда конденсатора через сопротивление с помощью дифференциального уравнения.
21. Расчет цепей с катушкой индуктивности, резистором и источником э.д.с. с помощью дифференциального уравнения.
22. Расчет цепей с конденсатором, резистором и источником э.д.с. с помощью дифференциального уравнения.
23. Описание электронных схем с помощью итерируемых отображений (функций).

24. Что такое множество? Какие операции с множествами вы знаете?
25. Дайте определение функции в терминах теории множеств.
26. Алгоритм графического итерирования функций.
27. Что такое динамическая система? Приведите примеры.
28. Что такое орбита дискретной динамической системы $x_{k+1} = F(x_k)$?
29. Пусть $F(x) = x^2 + 1/2$. Рассчитайте первые пять точек орбиты, если начальная точка $x_0 = 0$.
30. Дайте определение переходного процесса.
31. Что такое неподвижная точка отображения $x \mapsto F(x)$? Найдите неподвижную точку $x \mapsto F(x)$, где $F(x) = x^3 - a \cdot x$, $a > 0$. Изобразите решение задачи графически.
32. Найдите неподвижные точки $F(x) = 3x + 2$; $F(x) = x^2 - 2$; $F(x) = x^2 + 1$; $F(x) = x^3 - 3x$.
33. Дайте определение периодической точки и орбиты периодической точки отображения $x \mapsto F(x)$. Что такое цикл?
32. Найдите $F^3(x) = F(F(F(x)))$, если $F(x) = x^2 + b$.
33. Что такое устойчивость/неустойчивость?
34. Что такое мультипликатор неподвижной точки и периодической точки? Запишите формулы для расчета *мультипликатора неподвижной точки* и *мультипликатора периодической точки*. Найдите неподвижные точки отображения $x_{k+1} = a - 2 - x_k^2$ и отвечающие им мультипликаторы в форме явной зависимости от параметра .
35. Опишите динамику линейного отображения $x \mapsto a \cdot x + b$, где a и b – параметры.
- (а) Найдите неподвижные точки $F(x) = ax + b$.
- (б) Чему равен мультипликатор неподвижной точки?
- (в) При каких значениях a and b отображение F не имеет неподвижных точек?
- (г) При каких значениях a and b отображение F не имеет бесконечное число неподвижных точек?
- (д) При каких значениях a and b отображение F имеет единственную неподвижную точку? Как она находится?
- (е) Пусть F имеет единственную неподвижную точку и $|a| < 1$. Что можете сказать о поведении других орбит, отличных от неподвижной точки? Проиллюстрируйте ответ графически (построением cobweb диаграммы).

(ж) Какие неподвижные точки мы называем притягивающими («аттракторами»)? Почему используется термин «аттрактор»?

(з) Как ведут себя орбиты, отличные от неподвижной точки, если $a = 0$?

(и) Пусть F имеет единственную неподвижную точку и $|a| > 1$. Что можете сказать о поведении других орбит, отличных от неподвижной точки? В этом случае неподвижная точка называется «отталкивающей» («репеллером»). Объясните почему. Проиллюстрируйте ответы графически (построением cobweb диаграммы).

(к) Выполните анализ поведения орбит $F(x) = x + b$ для случаев $b > 0$, $b = 0$ и $b < 0$.

(л) Выполните анализ поведения орбит $F(x) = -x + b$.

36. В чем состоит роль линейного отображения для изучения поведения нелинейных систем.

37. Дайте определение гиперболической и негиперболической неподвижных точек.

38. Сформулируйте условие устойчивости гиперболической неподвижной точки. Найдите неподвижные точки отображения $x \mapsto a - x^2$ и запишите условия их гиперболичности.

39. Как определяется устойчивость негиперболической неподвижной точки?

40. Что такое бифуркация неподвижных точек/циклов?

41. Опишите качественно касательную бифуркацию (fold): изобразите бифуркационную диаграмму; изобразите cobweb диаграммы до, в точке и после бифуркации. Определите устойчивость негиперболической неподвижной точки. Указание: можно использовать нормальную форму.

42. Опишите качественно субкритическую вилообразную бифуркацию (pitchfork): изобразите бифуркационную диаграмму; изобразите cobweb диаграммы до, в точке и после бифуркации. Определите устойчивость негиперболической неподвижной точки. Указание: можно использовать нормальную форму.

43. Опишите качественно суперкритическую вилообразную бифуркацию (pitchfork): изобразите бифуркационную диаграмму; изобразите cobweb диаграммы до, в точке и после бифуркации. Определите устойчивость негиперболической неподвижной точки. Указание: можно использовать нормальную форму.

44. Опишите качественно *суперкритическую* бифуркацию удвоения периода: изобразите бифуркационную диаграмму; изобразите cobweb диаграммы до, в точке и после бифуркации. Определите устойчивость негиперболической неподвижной точки. Что такое производная Шварца? *Указание: можно использовать нормальную форму.*

45. Опишите качественно *субкритическую* бифуркацию удвоения периода: изобразите бифуркационную диаграмму; изобразите cobweb диаграммы до, в точке и после бифуркации. Определите устойчивость негиперболической неподвижной точки. Что такое производная Шварца? *Указание: можно использовать нормальную форму.*

46. Негладкие отображения.

47. Что такое многообразие переключения (switching manifold) или border?

48. Что такое «border-collision» бифуркация, как она возникает?

49. Перечислите базовые «border-collision» бифуркации и опишите их: какая динамика до, в точке и после бифуркации?

50 Как определяются параметры a_L a_R «skew tent map» (нормальной формы) и что они характеризуют?

60 Как связаны параметры a_L a_R «skew tent map» (нормальной формы) с параметрами кусочно-гладкого отображения?

61. Как получить нормальную форму для произвольного кусочно-гладкого непрерывного отображения?

2.2 БАНК ВОПРОСОВ И ЗАДАНИЙ В ТЕСТОВОЙ ФОРМЕ

1. Что не отражает фазовый портрет:

- (а) Начальное состояние отображения.
- (б) Направление эволюции во времени системы.
- (в) Скорость эволюции во времени системы.

(г) Конечное состояние системы.

2. Для отображения

$$x_{k+1} = 2.5ax(1 - x^3)$$

определите неподвижные точки.

3. Изображающая точка - это:

(а) Произвольная точка какой-либо траектории на фазовом портрете

(б) Точка на фазовом портрете, отвечающая начальному состоянию системы

(в) Точка на фазовом портрете, отображающая состояние системы в определённый момент времени.

4. Для отображения

$$x_{k+1} = 2.5ax(1 - x^3)$$

определить область устойчивости неподвижных точек

5. Для отображения

$$x_{k+1} = 2ax(1 - x^5)/3$$

определите границы области устойчивости ненулевой неподвижной точки.

(6) Что может измениться при изменении начальных условий?

а. Положение неподвижных точек на фазовом портрете

в. Траектория на фазовом портрете

7. Для отображения

$$x_{k+1} = 2ax(1 - x^5)/3$$

найдите точку/точки удвоения периода для неподвижной точки

8. Что происходит при касательной бифуркации?

(а) Устойчивая неподвижная точка сливается с неустойчивой и они исчезают

(б) Устойчивая неподвижная точка становится неустойчивой или наоборот

(в) Устойчивой неподвижная точка становится неустойчивой и рождается два симметричных устойчивых неподвижных точек

8. Что происходит при транскритической бифуркации?

(а) Устойчивая неподвижная точка сливается с неустойчивой и они исчезают

(б) Устойчивая неподвижная точка становится неустойчивой или наоборот

(в) Устойчивой неподвижная точка становится неустойчивой и рождается два симметричных устойчивых неподвижных точек

9. Что происходит при виллообразной бифуркации?

(а) Устойчивая неподвижная точка сливается с неустойчивой и они исчезают

(б) Устойчивая неподвижная точка становится неустойчивой или наоборот

(в) Устойчивой неподвижная точка становится неустойчивой и рождается два симметричных устойчивых неподвижных точек

9. Пять резисторов с сопротивлениями $R_1 = 100$ Ом, $R_2 = 10$ Ом, $R_3 = 20$ Ом, $R_4 = 500$ Ом, $R_5 = 30$ Ом соединены параллельно. Наибольший ток будет наблюдаться в

(а) R_2

(б) R_4

(в) R_1

(г) R_5

10. Найти параметры нормальной формы для анализа бифуркаций граничного столкновения в следующей последовательности.

(а) Вычислить неподвижную точку при бифуркационном значении параметра, а также матрицу Якоби слева и справа от точки бифуркации. Найти след и определитель матрицы Якоби. След, определитель матрицы Якоби и неподвижная точка есть параметры нормальной формы.

(б) Вычислить матрицу Якоби слева и справа от точки бифуркации,

а также ее след и определитель, затем - найти неподвижную точку при бифуркационном значении параметра. След, определитель матрицы Якоби и неподвижная точка есть параметры нормальной формы.

11. Единица измерения силы тока и ЭДС в системе СИ.

Варианты ответов:

- (а) Единица тока — ампер (А), единица ЭДС — вольт (В).
- (б) Единица тока — сименс (См), единица ЭДС — вольт (В).
- (в) Единица тока — сименс (См), единица ЭДС — генри (Гн).

12. Единица измерения сопротивления и проводимости.

Варианты ответов:

- 1. Единица сопротивления — ампер (А), единица проводимости — вольт (В).
 - 2. Единица сопротивления — сименс (См), единица проводимости — ом (Ом).
 - 3. Единица сопротивления — ом (Ом), единица проводимости — сименс (См).
- 13.** Что такое идеальный источник ЭДС?

Варианты ответов:

- 1. Это идеализированный источник питания, напряжение на зажимах которого постоянно и равно ЭДС, а внутреннее сопротивление равно нулю.
- 2. Это идеализированный источник питания, который создает ток, не зависящий от сопротивления нагрузки, а его ЭДС и внутреннее сопротивление равны бесконечности.
- 3. Это источник ЭДС с последовательно включенным внутренним сопротивлением.

14. Что такое идеальный источник тока?

Варианты ответов:

- 1. Это идеализированный источник питания, напряжение на зажимах которого постоянно и равно ЭДС, а внутреннее сопротивление равно нулю.
- 2. Это идеализированный источник питания, который создает ток, не зависящий от сопротивления нагрузки, а его ЭДС и внутреннее сопротивление равны бесконечности.
- 3. Это источник тока с параллельно включенным внутренним сопротивлением.

15. Закон Ома для участка цепи с ЭДС.

Варианты ответов:

1. $I = \frac{\varphi_a - \varphi_b \pm E}{R} = \frac{U_{ab} \pm E}{R}.$

2. $I = \frac{\varphi_a - \varphi_b}{R} = \frac{U_{ab}}{R}.$

3. $U_{ab} = RI.$

16. Как формулируется первый закон Кирхгофа?

Варианты ответов:

1. $\Sigma I = 0.$

2. $\Sigma I = \Sigma J.$

3. $\Sigma IR = \Sigma E.$

17. Как формулируется второй закон Кирхгофа?

Варианты ответов:

1. $\Sigma I = 0.$

2. $\Sigma IR = \Sigma Jr.$

3. $\Sigma IR = \Sigma E.$

18. Единица измерения индуктивности и емкости в системе СИ.

Варианты ответов:

1. Единица индуктивности — ампер (А), единица емкости — вольт (В).
2. Единица индуктивности — А/м, единица емкости — Тл.
3. Единица индуктивности — Гн, единица емкости — Ф.

19. Как определяется ЭДС самоиндукции в катушке с неферромагнитным сердечником?

Варианты ответов:

$$1. \quad e_L = L \frac{di}{dt}.$$

$$2. \quad e_L = -L \frac{di}{dt}.$$

$$3. \quad e_L = \frac{d\psi}{dt},$$

i —ток, L — индуктивность, ψ — потокосцепление.

20. Как определяется ток, протекающий через конденсатор при его заряде?

Варианты ответов:

$$1. \quad i = C \frac{dU}{dt} = C \frac{dq}{dt}.$$

$$2. \quad i = C \frac{dU}{dt} = \frac{dq}{dt}.$$

$$3. \quad i = -C \frac{dU}{dt}.$$

21. Уравнение RC цепи, подключенной к источнику постоянной ЭДС, можно свести к линейному отображению $x_{k+1} = ax_k + b$. Оцените величину b .

Варианты ответов:

1. $0 < b < 1$.

2. $-1 < b < 0$.

3. $-1 < b < 1$.

22. Уравнение RL цепи, подключенной к источнику постоянной ЭДС, можно свести к линейному отображению $x_{k+1} = ax_k + b$. Оцените величину b .

Варианты ответов:

1. $-1 < b < 1$.

2. $-1 < b < 0$.

3. $0 < b < 1$.

23. Уравнение RL цепи, подключенной к источнику постоянной ЭДС, можно свести к линейному отображению $x_{k+1} = ax_k + b$. Найдите неподвижную точку x_* отображения и определите устойчивость.

Варианты ответов:

1. $x_* = \frac{b}{1-a}$, неподвижная точка неустойчива.

2. $x_* = \frac{b}{a-1}$, неподвижная точка устойчива.

3. $x_* = \frac{b}{1-a}$, неподвижная точка устойчива.

24. Уравнение RC цепи, подключенной к источнику постоянной ЭДС, можно свести к линейному отображению $x_{k+1} = ax_k + b$. Найдите мультипликатор ρ неподвижной точки и определите устойчивость.

Варианты ответов:

1. $\rho = a, \quad |a| < 1,$ неподвижная точка устойчива.
2. $\rho = b, \quad |b| < 1,$ неподвижная точка устойчива.
3. $\rho = a, \quad b > 1,$ неподвижная точка неустойчива.

25. Импульсный стабилизатора напряжения можно моделировать с помощью кусочно-линейным отображением вида

$$x_{k+1} = \begin{cases} a_L x_k + b, & x_k \leq 0; \\ a_R x_k + b, & x_k \geq 0 \end{cases}$$

. Определите неподвижные точки x_* .

Варианты ответов:

1. $x_* = \frac{b}{1 - a_L}, \quad b < 0; \quad x_* = \frac{b}{1 - a_R}, \quad b > 0.$
2. $x_* = \frac{b}{1 - a_L}, \quad b > 0; \quad x_* = \frac{b}{1 - a_R}, \quad b < 0.$
3. $x_* = \frac{b}{1 - a_L}, \quad ; x_* = \frac{b}{1 - a_R} \text{quad} b < 0 \quad (b > 0).$

25. Импульсный стабилизатора напряжения можно моделировать с помощью кусочно-линейным отображением вида

$$x_{k+1} = \begin{cases} a_L x_k + b, & x_k \leq 0; \\ a_R x_k + b, & x_k \geq 0 \end{cases}$$

. Определите неподвижную точку x_* и мультипликатор ρ .

Варианты ответов:

$$1. \quad x_* = \frac{b}{1 - a_L}, \rho = a_L, \quad b < 0; \quad x_* = \frac{b}{1 - a_R}, \rho = a_R, \quad b > 0.$$

$$2. \quad x_* = \frac{b}{1 - a_L}, \rho = a_R, \quad b < 0; \quad x_* = \frac{b}{1 - a_R}, \rho = a_L, \quad b > 0.$$

$$3. \quad x_* = \frac{b}{1 - a_L}, \quad ; x_* = \frac{b}{1 - a_R}, \quad \rho = a_R, \quad b < 0 \quad (b > 0).$$

26. Импульсный стабилизатора напряжения можно моделировать с помощью кусочно-линейным отображением вида

$$x_{k+1} = \begin{cases} a_L x_k + b, & x_k \leq 0; \\ a_R x_k + b, & x_k \geq 0 \end{cases}$$

. Определите неподвижную точку x_* и бифуркационную точку b_* .

Варианты ответов:

$$1. \quad x_* = \frac{b}{1 - a_L}, \quad b < 0; \quad x_* = \frac{b}{1 - a_R}, \quad b > 0, \quad b_* = 0.$$

$$2. \quad x_* = \frac{b}{1 - a_L}, \quad b < 0; \quad x_* = \frac{b}{1 - a_R}, \quad b > 0, \quad b_* = 0.$$

$$3. \quad x_* = \frac{b}{1 - a_L}, \quad ; x_* = \frac{b}{1 - a_R}, \quad b < 0 \quad (b > 0), \quad b_* < 0.$$

27. Какова динамика кусочно-линейного отображения вида

$$x_{k+1} = \begin{cases} a_L x_k + b, & x_k \leq 0; \\ a_R x_k + b, & x_k \geq 0 \end{cases},$$

если $0 < a_L < 1$, $|a_R| > 1$ и $b < 0$.

Варианты ответов:

1. Отображение имеет устойчивую неподвижную точку

$$x_* = \frac{b}{1 - a_L} < 0.$$

2. Отображение имеет неустойчивую неподвижную точку $x_* = \frac{b}{1 - a_L}$.
3. Отображение имеет устойчивый 2-цикл.

28. Какова динамика кусочно-линейного отображения вида

$$x_{k+1} = \begin{cases} a_L x_k + b, & x_k \leq 0; \\ a_R x_k + b, & x_k \geq 0 \end{cases},$$

если $|a_L| > 1$, $|a_R| < 1$ и $b > 0$.

Варианты ответов:

1. Отображение имеет устойчивую неподвижную точку $x_* = \frac{b}{1 - a_L}$.
2. Отображение имеет устойчивую неподвижную точку $x_* = \frac{b}{1 - a_R}$.
3. Отображение имеет неустойчивую неподвижную точку $x_* = \frac{b}{1 - a_R}$.

29. Какую бифуркацию претерпевает отображение

$$x_{k+1} = ax_k(1 - x_k),$$

если $a = 3.0$.

Варианты ответов:

1. Касательную бифуркацию.
2. Бифуркацию удвоения периода.
3. Вилообразную бифуркацию.

30. Резистор с сопротивлением R подключен к источнику ЭДС. Получите уравнение цепи.

Варианты ответов:

1. $R \frac{dU_c}{dt} = U_c + E.$

$$2. \quad \frac{dU_c}{dt} = \frac{U_c}{RC} + \frac{E}{RC}.$$

$$3. \quad RI = E.$$

31. Определите зарядный ток, если напряжение на конденсаторе меняется во времени по закону $U_c = U_m \sin(\omega t)$.

Варианты ответов:

$$1. \quad i = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(CU_m \sin(\omega t)) = \omega CU_m \cos(\omega t).$$

$$2. \quad i = C \frac{dU_c}{dt} = -\omega CU_m \cos(\omega t).$$

$$3. \quad i = \frac{dU_c}{dt} = -\omega U_m \cos(\omega t).$$

32. Получите уравнение RLC цепи, подключенной к источнику ЭДС E , в нормальной форме Коши.

Варианты ответов:

$$1. \quad L \frac{di}{dt} = -Ri - \frac{q}{C} + E; \quad i = C \frac{dq}{dt}$$

$$2. \quad \frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}i - \frac{1}{L}U_c + \frac{E}{L}; \quad \frac{dU_c}{dt} = \frac{i}{C}$$

$$3. \quad \frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}i - \frac{1}{LC}q - \frac{E}{L}; \quad \frac{dq}{dt} = i.$$

33. Получите уравнение RLC цепи, подключенной к источнику ЭДС E , в матричной форме.

Варианты ответов:

$$1. \quad \frac{d\mathbf{x}}{dt} = A\mathbf{x} + B, \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} i \\ U_c \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} -R/L & 1/L \\ 1/C & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} E/L \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$2. \quad \frac{d\mathbf{x}}{dt} = A\mathbf{x} + B, \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} i \\ U_c \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} -R/L & -1/L \\ 1/C & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} E/L \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$3. \quad \frac{d\mathbf{x}}{dt} = A\mathbf{x} + B, \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} i \\ q \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} -R/L & -1/(LC) \\ 1/C & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} E/(LC) \\ 0 \end{pmatrix}.$$

35. Получите уравнение RLC фильтра, подключенного к источнику ЭДС E и нагрузке с сопротивлением R_L , в матричной форме.

Варианты ответов:

$$1. \quad \frac{d\mathbf{x}}{dt} = A\mathbf{x} + B, \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} i \\ U_c \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} -R/L & 1/L \\ 1/C & 1/R_L \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} E/L \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$2. \quad \frac{d\mathbf{x}}{dt} = A\mathbf{x} + B, \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} i \\ U_c \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} -R/L & -1/L \\ 1/C & -1/(CR_L) \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} E/L \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$3. \quad \frac{d\mathbf{x}}{dt} = A\mathbf{x} + B, \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} i \\ q \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} -R/L & -1/(LC) \\ 1/C & -1/(CR_L) \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} E/(LC) \\ 0 \end{pmatrix}.$$

36. По катушке с индуктивностью L течет ток $i = I_m \sin(2\pi t)$. Определите ЭДС самоиндукции.

Варианты ответов:

$$1. \quad e_L = -L \frac{di}{dt} = -2\pi L I_m \cos(2\pi t).$$

$$2. \quad e_L = L \frac{di}{dt} = 2\pi L I_m \cos(2\pi t).$$

$$3. \quad e_L = -\frac{di}{dt} = -2\pi I_m \cos(2\pi t).$$

37. По катушке с индуктивностью L течет ток $i = I_m \cos(2\pi t)$. Определите ЭДС самоиндукции.

Варианты ответов:

$$1. \quad e_L = -L \frac{di}{dt} = -2\pi L I_m \sin(2\pi t).$$

$$2. \quad e_L = -L \frac{di}{dt} = 2\pi L I_m \sin(2\pi t).$$

$$3. \quad e_L = -\frac{di}{dt} = -2\pi I_m \cos(2\pi t).$$

38. Индуктивная катушка с сопротивлением R и индуктивностью L подключена к источнику ЭДС. Получите уравнение цепи в нормальной форме Коши.

Варианты ответов:

$$1. \quad L \frac{di}{dt} + Ri = E.$$

$$2. \quad L \frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}i + \frac{E}{L}.$$

$$3. \quad L \frac{di}{dt} = \frac{R}{L}i - \frac{E}{L}.$$

39. Конденсатор с сопротивлением R и емкостью подключен к источнику ЭДС. Получите уравнение цепи в нормальной форме Коши.

Варианты ответов:

$$1. \quad R \frac{dU_c}{dt} = U_c + E.$$

$$2. \quad \frac{dU_c}{dt} = \frac{U_c}{RC} + \frac{E}{RC}.$$

$$3. \quad \frac{dU_c}{dt} = -\frac{U_c}{RC} + \frac{E}{RC}.$$

39. Получите уравнение периодов для отображения

$$F : x \mapsto F(x),$$

$$F(x) = \begin{cases} F_{\mathcal{L}}(x) = e^\lambda \cdot (x - 1) + 1, & \text{if } x < 1 + \frac{q - 1 - P/\alpha}{e^\lambda}; \\ F_{\mathcal{M}}(x) = e^\lambda \cdot (x - 1) + 2e^{\lambda(1-z(x))} - 1, & \text{if } 1 + \frac{q - 1 - P/\alpha}{e^\lambda} \leq x \leq q + \frac{P}{\alpha}; \\ F_{\mathcal{R}}(x) = e^\lambda \cdot (x + 1) - 1, & \text{if } x > q + \frac{P}{\alpha}, \end{cases}$$

$$q - 1 - (x - 1)e^{\lambda z} - \frac{\alpha}{P}(z - 1/2) = 0.$$

40. Найдите собственные значения λ_1, λ_2 матрицы коэффициентов уравнение RLC контура

Варианты ответов:

$$1. \quad \lambda_{1,2} = -\frac{R}{L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} + \frac{1}{LC}}.$$

$$2. \quad \lambda_{1,2} = -\frac{R}{L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}.$$

$$3. \quad \lambda_{1,2} = \frac{R}{L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}.$$

41. Пусть собственные значения (2×2) -матрицы A комплексные: $\lambda_{1,2} = \alpha \pm j\beta$. Вычислите экспоненциальную матрицу e^{At} .

Варианты ответов:

$$1. \quad e^{At} = e^{\alpha t} \left[E \cdot \cos \beta t + (A + \alpha E) \frac{\sin \beta t}{\beta} \right],$$

$$2. \quad e^{At} = e^{\alpha t} \left[E \cdot \cos \beta t - (A - \alpha E) \frac{\sin \beta t}{\beta} \right],$$

$$3. \quad e^{At} = e^{\alpha t} \left[E \cdot \cos \beta t + (A - \alpha E) \frac{\sin \beta t}{\beta} \right],$$

42. Решите уравнение $\frac{d\mathbf{x}}{dt} = A\mathbf{x}$, $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$, если собственные значения (2×2) -матрицы A комплексные: $\lambda_{1,2} = \alpha \pm j\beta$.

Варианты ответов:

$$1. \quad \mathbf{x}(t) = e^{At} \mathbf{x}_0 = e^{\alpha t} \left[E \cdot \cos \beta t + (A + \alpha E) \frac{\sin \beta t}{\beta} \right] \mathbf{x}_0.$$

$$2. \quad \mathbf{x}(t) = e^{At} \mathbf{x}_0 = e^{\alpha t} \left[E \cdot \cos \beta t + (A - \alpha E) \frac{\sin \beta t}{\beta} \right] \mathbf{x}_0.$$

$$3. \quad \mathbf{x}(t) = e^{At} \mathbf{x}_0 = e^{\alpha t} \left[E \cdot \cos \beta t - (A + \alpha E) \frac{\sin \beta t}{\beta} \right] \mathbf{x}_0.$$

43. Решите уравнение $\frac{d\mathbf{x}}{dt} = A\mathbf{x} + B$, $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$, если собственные значения (2×2) -матрицы A комплексные: $\lambda_{1,2} = \alpha \pm j\beta$.

Варианты ответов:

$$1. \quad \mathbf{x}(t) = e^{At}(\mathbf{x}_0 + \mathbf{x}_s) - \mathbf{x}_s = \\ = e^{\alpha t} \left[E \cdot \cos \beta t + (A + \alpha E) \frac{\sin \beta t}{\beta} \right] (\mathbf{x}_0 + \mathbf{x}_s) - \mathbf{x}_s, \quad \mathbf{x}_s = -A^{-1}B.$$

$$2. \quad \mathbf{x}(t) = e^{At}(\mathbf{x}_0 + \mathbf{x}_s) - \mathbf{x}_s = \\ = e^{\alpha t} \left[E \cdot \cos \beta t + (A - \alpha E) \frac{\sin \beta t}{\beta} \right] (\mathbf{x}_0 + \mathbf{x}_s) - \mathbf{x}_s, \quad \mathbf{x}_s = -A^{-1}B.$$

$$3. \quad \mathbf{x}(t) = e^{At}(\mathbf{x}_0 + \mathbf{x}_s) - \mathbf{x}_s = \\ = e^{\alpha t} \left[E \cdot \cos \beta t + (A - \alpha E) \frac{\sin \beta t}{\beta} \right] (\mathbf{x}_0 + \mathbf{x}_s) - \mathbf{x}_s, \quad \mathbf{x}_s = A^{-1}B.$$

44. Собственные значения матрицы A размерности 2×2 действительные и различные $\lambda_1 \neq \lambda_2$. Найдите матрицу e^{At} .

Варианты ответов:

$$1. \quad e^{At} = e^{\lambda_1 t} Q_1 + e^{\lambda_2 t} Q_2, \quad Q_1 = \frac{A - \lambda_2 E}{\lambda_1 - \lambda_2}, \quad Q_2 = \frac{A - \lambda_1 E}{\lambda_2 - \lambda_1}.$$

$$2. \quad e^{At} = e^{\lambda_1 t} Q_1 + e^{\lambda_2 t} Q_2, \quad Q_1 = \frac{A - \lambda_2 E}{\lambda_2 - \lambda_1}, \quad Q_2 = \frac{A - \lambda_1 E}{\lambda_2 + \lambda_1}.$$

$$3. \quad e^{At} = e^{\lambda_1 t} Q_1 + e^{\lambda_2 t} Q_2, \quad Q_1 = \frac{A - \lambda_1 E}{\lambda_2 - \lambda_1}, \quad Q_2 = \frac{A - \lambda_2 E}{\lambda_2 - \lambda_1}.$$

45. Собственные значения матрицы A размерности 2×2 действительные и кратные $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_0$. Найдите матрицу e^{At} .

Варианты ответов:

$$1. \quad e^{At} = e^{\lambda_0 t} (E - t(A - \lambda_0 E)).$$

$$2. \quad e^{At} = e^{\lambda_0 t} (E + A - \lambda_0 E).$$

$$3. \quad e^{At} = e^{\lambda_0 t} (E + t(A - \lambda_0 E)).$$

46. Какую бифуркацию претерпевает отображение $x_{k+1} = (a+1)x_k + x_k^2$, если $a = 0.0$.

Варианты ответов:

1. Касательную бифуркацию.

2. Бифуркацию удвоения периода.
3. Транскритическую бифуркацию.

47. Определите тип бифуркации отображения $x_{k+1} = a + x_k + x_k^2$ при $a = 0.0$.

Варианты ответов:

1. Касательная бифуркация.
2. Бифуркация удвоения периода.
3. Транскритическая бифуркацию.

5.3. Определите тип бифуркации кубического отображения $x_{k+1} = (a + 1)x_k - x_k^3$ в точке $a = 0.0$.

Варианты ответов:

1. Вилообразная бифуркация.
2. Бифуркация удвоения периода.
3. Транскритическая бифуркацию.

48. Определите тип бифуркации кубического отображения $x_{k+1} = (a + 1)x_k - x_k^3$ в точке $a = 2.0$.

Варианты ответов:

1. Вилообразная бифуркация.
2. Бифуркация удвоения периода.
3. Транскритическая бифуркацию.

49. Найдите неподвижные точки x_* и мультипликаторы ρ отображения $x_{k+1} = 1 - ax_k^2$.

Варианты ответов:

$$1. \quad x_* = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4a}}{2a}, \quad \rho = 1 \pm \sqrt{1 + 4a}.$$

$$2. \quad x_* = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4a}}{2a}, \quad \rho = 1 \pm \sqrt{1 + 4a}.$$

$$3. \quad x_* = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4a}}{2a}, \quad \rho = 1 \mp \sqrt{1 + 4a}.$$

50. Найдите неподвижные точки x_* отображения $x_{k+1} = \frac{x_k + 1}{x_k + 2}$, модулирующего бесконечную цепочку резисторов.

Варианты ответов:

1. $x_* = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$.

2. $x_* = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$.

3. $x_* = \frac{2}{\sqrt{5} - 1}$.

51. Определите устойчивость неподвижной точки x_* отображения $x_{k+1} = \frac{x_k + 1}{x_k + 2}$, модулирующего бесконечную цепочку резисторов.

Варианты ответов:

1. Неподвижная точка устойчива, мультипликатор $0 < \rho < 1$.
2. Неподвижная точка устойчива, мультипликатор $\rho > 1$.
3. Неподвижная точка устойчива, мультипликатор $-1 < \rho < 0$.

52. Найдите нетривиальные неподвижные точки x_* кубического отображения $x_{k+1} = ax_k - x_k^3$ и определите точку a_* бифуркации удвоения периода

Варианты ответов:

1. $x_* = \pm\sqrt{a-1}$, $a_* = 1$.

2. $x_* = \pm\sqrt{1-a}$, $a_* = 1$.

3. $x_* = \pm\sqrt{a-1}$, $a_* = 2$.

53. Для тривиальной неподвижной точки x_* кубического отображения $x_{k+1} = ax_k - x_k^3$ определите точку a_* вилообразной бифуркации.

Варианты ответов:

1. $a_* = 1$.

2. $a_* = 0$.

3. $a_* = 2$.

54. Для кубического отображения $x_{k+1} = ax_k + x_k^3$ определите точку a_* субкритической вилообразной бифуркации.

Варианты ответов:

1. $a_* = 1$.

2. $a_* = 0$.

3. $a_* = 2$.

55. Для кубического отображения $x_{k+1} = a - bx_k + x_k^3$ определите линию касательной бифуркации.

Варианты ответов:

1. $a = \pm \frac{2(b-1)^{3/2}}{3\sqrt{3}}$.

2. $a = \pm \frac{2(b+1)^{3/2}}{3\sqrt{3}}$.

3. $a = \pm \frac{2(2+b)\sqrt{b-1}}{3\sqrt{3}}$.

56. Какая бифуркация имеет место при $a = 0.0$ в отображении $x_{k+1} = (a + 1)x_k + x_k^2$, ?

57. Определите тип бифуркации отображения $x_{k+1} = a + x_k + x_k^2$ при $a = 0.0$.

58. Определите тип бифуркации кубического отображения $x_{k+1} = (a + 1)x_k - x_k^3$ в точке $a = 2.0$.

59. Найдите неподвижные точки x_* и мультипликаторы ρ отображения $x_{k+1} = 1 - ax_k^2$.

60. Найдите неподвижные точки x_* отображения $x_{k+1} = \frac{x_k + 1}{x_k + 2}$, моделирующего бесконечную цепочку резисторов.

61. Определите устойчивость неподвижной точки x_* отображения $x_{k+1} = \frac{x_k + 1}{x_k + 2}$, моделирующего бесконечную цепочку резисторов.

62. Найдите нетривиальные неподвижные точки x_* кубического отображения $x_{k+1} = ax_k - x_k^3$ и определите точку a_* бифуркации удвоения периода

63. Для тривиальной неподвижной точки x_* кубического отображения $x_{k+1} = ax_k - x_k^3$ определите точку a_* вилообразной бифуркации.

64. Для кубического отображения $x_{k+1} = ax_k + x_k^3$ определите точку a_* субкритической вилообразной бифуркации.

65. Для кубического отображения $x_{k+1} = a - bx_k + x_k^3$ определите линию касательной бифуркации.

66. Найдите негиперболическую неподвижную точку с мультипликатором -1.0 в отображении $x_{k+1} = (a + 1)x_k + x_k^2$, ?

67. Найдите негиперболическую неподвижную точку с мультипликатором -1.0 в отображении $x_{k+1} = a + x_k + x_k^2$.

68. Найдите негиперболическую неподвижную точку с мультипликатором $+1.0$ в отображении $x_{k+1} = (a + 1)x_k - x_k^3$.

69. Найдите негиперболическую неподвижную точку с мультипликатором -1.0 в отображении $x_{k+1} = 1 - ax_k^2$.

70. Найдите негиперболическую неподвижную точку с мультипликатором $+1.0$ в отображении $x_{k+1} = 1 - ax_k^2$.

71. Найдите негиперболическую неподвижную точку с мультипликатором -1.0 в отображении $x_{k+1} = ax_k - x_k^3$.

72. Найдите негиперболическую неподвижную точку с мультипликатором $+1.0$ в отображении $x_{k+1} = ax_k - x_k^3$.

73. Определите устойчивость негиперболической неподвижной точки с мультипликатором -1.0 в отображении $x_{k+1} = ax_k - x_k^3$.

74. Определите устойчивость негиперболической неподвижной точки с мультипликатором -1.0 для кубического отображения $x_{k+1} = ax_k + x_k^3$

75. Для кубического отображения $x_{k+1} = a - bx_k + x_k^3$ определите устойчивость негиперболической неподвижной точки с мультипликатором $= +1.0$.

76. Для отображения

$$F : x \mapsto F(x),$$

with

$$F(x) = \begin{cases} F_{\mathcal{L}}(x) = e^\lambda \cdot (x - 1) + 1, & \text{if } x < q - \frac{P}{\alpha}; \\ F_{\mathcal{M}}(x) = e^\lambda \cdot (x - 1) + e^{\lambda(1-z(x))}, & \text{if } q - \frac{P}{\alpha} \leq x \leq q; \\ F_{\mathcal{R}}(x) = e^\lambda x, & \text{if } x > q, \end{cases}$$

$$z(x) = \frac{\alpha}{P}(q - x).$$

получите уравнение периодов.

77. Для отображения

$$F : x \mapsto F(x),$$

with

$$F(x) = \begin{cases} F_{\mathcal{L}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x - 1) + 1, & \text{if } x < q - \frac{P}{\alpha}; \\ F_{\mathcal{M}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x - 1) + e^{\lambda(1-z(x))}, & \text{if } q - \frac{P}{\alpha} \leq x \leq q; \\ F_{\mathcal{R}}(x) = e^{\lambda}x, & \text{if } x > q, \end{cases}$$

$$z(x) = \frac{\alpha}{P}(q - x).$$

получите выражение производной $F(x)$ по x для расчета мультипликатора неподвижной точки.

78. Для отображения

$$F : x \mapsto F(x),$$

$$F(x) = \begin{cases} F_{\mathcal{L}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x - 1) + 1, & \text{if } x < q - \frac{P}{\alpha}; \\ F_{\mathcal{M}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x - 1) + 2e^{\lambda(1-z(x))} - 1, & \text{if } q - \frac{P}{\alpha} \leq x \leq q + \frac{P}{\alpha}; \\ F_{\mathcal{R}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x + 1) - 1, & \text{if } x > q + \frac{P}{\alpha}, \end{cases}$$

$$z(x) = \frac{\alpha}{P}(q - x).$$

найдите производную $F(x)$ по x

79. Для отображения

$$F : x \mapsto F(x),$$

$$F(x) = \begin{cases} F_{\mathcal{L}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x - 1) + 1, & \text{if } x < q - \frac{P}{\alpha}; \\ F_{\mathcal{M}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x - 1) + 2e^{\lambda(1-z(x))} - 1, & \text{if } q - \frac{P}{\alpha} \leq x \leq q + \frac{P}{\alpha}; \\ F_{\mathcal{R}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x + 1) - 1, & \text{if } x > q + \frac{P}{\alpha}, \end{cases}$$

$$z(x) = \frac{\alpha}{P}(q - x).$$

найдите уравнение периодов.

80. Для отображения

$$F : x \mapsto F(x),$$

$$F(x) = \begin{cases} F_{\mathcal{L}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x - 1) + 1, & \text{if } x < q - \frac{P}{\alpha}; \\ F_{\mathcal{M}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x - 1) + 2e^{\lambda(1-z(x))} - 1, & \text{if } q - \frac{P}{\alpha} \leq x \leq q + \frac{P}{\alpha}; \\ F_{\mathcal{R}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x + 1) - 1, & \text{if } x > q + \frac{P}{\alpha}, \end{cases}$$

$$z(x) = \frac{\alpha}{P}(q - x).$$

найдите уравнение для расчета неподвижной точки.

81. Для отображения

$$F : x \mapsto F(x),$$

$$F(x) = \begin{cases} F_{\mathcal{L}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x - 1) + 1, & \text{if } x < q - \frac{P}{\alpha}; \\ F_{\mathcal{M}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x - 1) + 2e^{\lambda(1-z(x))} - 1, & \text{if } q - \frac{P}{\alpha} \leq x \leq q + \frac{P}{\alpha}; \\ F_{\mathcal{R}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x + 1) - 1, & \text{if } x > q + \frac{P}{\alpha}, \end{cases}$$

$$z(x) = \frac{\alpha}{P}(q - x).$$

определите многообразия переключения.

82. Найдите первую производную функции $F : I \mapsto R, I \subseteq \mathbb{R}$:

$$F : x \mapsto F(x),$$

$$F(x) = \begin{cases} F_{\mathcal{L}}(x) = e^{\lambda}(x - 1 + \mu) + 1 - \mu, & x < q - \frac{P}{\alpha}; \\ F_{\mathcal{M}}(x) = F_{\mathcal{M}}(x) = e^{\lambda}(x - 1 + \mu) - \mu + e^{\lambda(1-z(x))}, & q - \frac{P}{\alpha} \leq x \leq q; \\ F_{\mathcal{R}}(x) = e^{\lambda}(x + \mu) - \mu, & x > q, \end{cases}$$

$$z(x) = \frac{\alpha}{P}(q - x).$$

83. Получите уравнение для неподвижной точки $F : I \mapsto R$, $I \subseteq \mathbb{R}$:

$$F : x \mapsto F(x),$$

$$F(x) = \begin{cases} F_{\mathcal{L}}(x) = e^\lambda(x - 1 + \mu) + 1 - \mu, & x < q - \frac{P}{\alpha}; \\ F_{\mathcal{M}}(x) = F_{\mathcal{M}}(x) = e^\lambda(x - 1 + \mu) - \mu + e^{\lambda(1-z(x))}, & q - \frac{P}{\alpha} \leq x \leq q; \\ F_{\mathcal{R}}(x) = e^\lambda(x + \mu) - \mu, & x > q, \end{cases}$$

$$z(x) = \frac{\alpha}{P}(q - x).$$

84. Получите уравнение периодов для

$$F : x \mapsto F(x),$$

with

$$F(x) = \begin{cases} F_{\mathcal{L}}(x) = e^\lambda \cdot (x - 1) + 1, & \text{if } x < q - \frac{P}{\alpha}; \\ F_{\mathcal{M}}(x) = e^\lambda \cdot (x - 1) + e^{\lambda(1-z(x))} + 1 - e^{\lambda z(x)}, & \text{if } q - \frac{P}{\alpha} \leq x \leq q; \\ F_{\mathcal{R}}(x) = e^\lambda x, & \text{if } x > q, \end{cases}$$

$$z(x) = \frac{\alpha}{2P}(q - x), \quad 0 \leq z \leq 1/2.$$

85. Найдите выражение для расчета мультипликатора неподвижной точки

$$F : x \mapsto F(x),$$

with

$$F(x) = \begin{cases} F_{\mathcal{L}}(x) = e^\lambda \cdot (x - 1) + 1, & \text{if } x < q - \frac{P}{\alpha}; \\ F_{\mathcal{M}}(x) = e^\lambda \cdot (x - 1) + e^{\lambda(1-z(x))} + 1 - e^{\lambda z(x)}, & \text{if } q - \frac{P}{\alpha} \leq x \leq q; \\ F_{\mathcal{R}}(x) = e^\lambda x, & \text{if } x > q, \end{cases}$$

$$z(x) = \frac{\alpha}{2P}(q - x), \quad 0 \leq z \leq 1/2.$$

86. Найдите уравнение периодов для

$$F : x \mapsto F(x),$$

with

$$F(x) = \begin{cases} F_{\mathcal{L}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x - 1) + 1, & \text{if } x < q - \frac{P}{\alpha}; \\ F_{\mathcal{M}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x - 1) + e^{\lambda(1-z(x))} + 1 - e^{\lambda z(x)}, & \text{if } q - \frac{P}{\alpha} \leq x \leq q; \\ F_{\mathcal{R}}(x) = e^{\lambda} x, & \text{if } x > q, \end{cases}$$

$$z(x) = \frac{\alpha}{2P}(q - x), \quad 0 \leq z \leq 1/2.$$

87. Найдите многообразия переключения для

$$F : x \mapsto F(x),$$

with

$$F(x) = \begin{cases} F_{\mathcal{L}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x - 1) + 1, & \text{if } x < q - \frac{P}{\alpha}; \\ F_{\mathcal{M}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x - 1) + e^{\lambda(1-z(x))} + 1 - e^{\lambda z(x)}, & \text{if } q - \frac{P}{\alpha} \leq x \leq q; \\ F_{\mathcal{R}}(x) = e^{\lambda} x, & \text{if } x > q, \end{cases}$$

$$z(x) = \frac{\alpha}{2P}(q - x), \quad 0 \leq z \leq 1/2.$$

89. Найдите уравнение неподвижной точки для

$$F : x \mapsto F(x),$$

with

$$F(x) = \begin{cases} F_{\mathcal{L}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x - 1 + \mu) + 1 - \mu, & \text{if } x < q - \frac{P}{\alpha}; \\ F_{\mathcal{M}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x - 1 + \mu) + 1 - \mu + e^{\lambda(1-z(x))} - e^{\lambda z(x)}, & \text{if } q - \frac{P}{\alpha} \leq x \leq q; \\ F_{\mathcal{R}}(x) = e^{\lambda}(x + \mu) - \mu, & \text{if } x > q, \end{cases}$$

$$z(x) = \frac{\alpha}{2P}(q - x), \quad 0 \leq z \leq 1/2.$$

90. Найдите уравнение периодов для

$$F : x \mapsto F(x),$$

with

$$F(x) = \begin{cases} F_{\mathcal{L}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x - 1 + \mu) + 1 - \mu, & \text{if } x < q - \frac{P}{\alpha}; \\ F_{\mathcal{M}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x - 1 + \mu) + 1 - \mu + e^{\lambda(1-z(x))} - e^{\lambda z(x)}, & \text{if } q - \frac{P}{\alpha} \leq x \leq q; \\ F_{\mathcal{R}}(x) = e^{\lambda}(x + \mu) - \mu, & \text{if } x > q, \end{cases}$$

$$z(x) = \frac{\alpha}{2P}(q - x), \quad 0 \leq z \leq 1/2.$$

91. Получите выражение первой производной для

$$F : x \mapsto F(x),$$

with

$$F(x) = \begin{cases} F_{\mathcal{L}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x - 1 + \mu) + 1 - \mu, & \text{if } x < q - \frac{P}{\alpha}; \\ F_{\mathcal{M}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x - 1 + \mu) + 1 - \mu + e^{\lambda(1-z(x))} - e^{\lambda z(x)}, & \text{if } q - \frac{P}{\alpha} \leq x \leq q; \\ F_{\mathcal{R}}(x) = e^{\lambda}(x + \mu) - \mu, & \text{if } x > q, \end{cases}$$

$$z(x) = \frac{\alpha}{2P}(q - x), \quad 0 \leq z \leq 1/2.$$

92. Найдите многообразия переключения для

$$F : x \mapsto F(x),$$

with

$$F(x) = \begin{cases} F_{\mathcal{L}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x - 1 + \mu) + 1 - \mu, & \text{if } x < q - \frac{P}{\alpha}; \\ F_{\mathcal{M}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x - 1 + \mu) + 1 - \mu + e^{\lambda(1-z(x))} - e^{\lambda z(x)}, & \text{if } q - \frac{P}{\alpha} \leq x \leq q; \\ F_{\mathcal{R}}(x) = e^{\lambda}(x + \mu) - \mu, & \text{if } x > q, \end{cases}$$

$$z(x) = \frac{\alpha}{2P}(q - x), \quad 0 \leq z \leq 1/2.$$

93. Найдите уравнения многообразий переключения для

$$F : x \mapsto F(x),$$

$$F(x) = \begin{cases} F_{\mathcal{L}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x - 1) + 1, & \text{if } x < \frac{q - 1 - P/\alpha}{e^{\lambda}} + 1; \\ F_{\mathcal{M}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x - 1) + e^{\lambda(1-z(x))}, & \text{if } \frac{q - 1 - P/\alpha}{e^{\lambda}} + 1 \leq x \leq q; \\ F_{\mathcal{R}}(x) = e^{\lambda}x, & \text{if } x > q, \end{cases}$$

$$q - 1 - (x - 1)e^{\lambda z(x)} - \frac{P}{\alpha}z(x) = 0.$$

94. Найдите уравнения периодов для

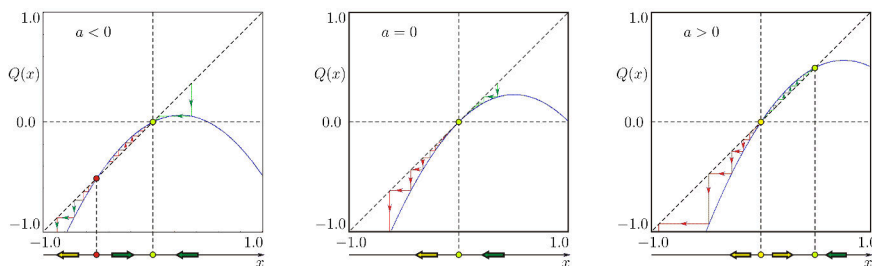
$$F : x \mapsto F(x),$$

$$F(x) = \begin{cases} F_{\mathcal{L}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x - 1) + 1, & \text{if } x < \frac{q - 1 - P/\alpha}{e^{\lambda}} + 1; \\ F_{\mathcal{M}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x - 1) + e^{\lambda(1-z(x))}, & \text{if } \frac{q - 1 - P/\alpha}{e^{\lambda}} + 1 \leq x \leq q; \\ F_{\mathcal{R}}(x) = e^{\lambda}x, & \text{if } x > q, \end{cases}$$

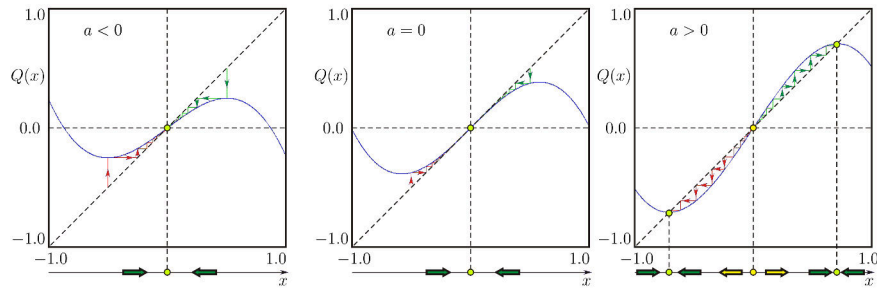
$$q - 1 - (x - 1)e^{\lambda z(x)} - \frac{P}{\alpha}z(x) = 0.$$

95. Установите соответствие

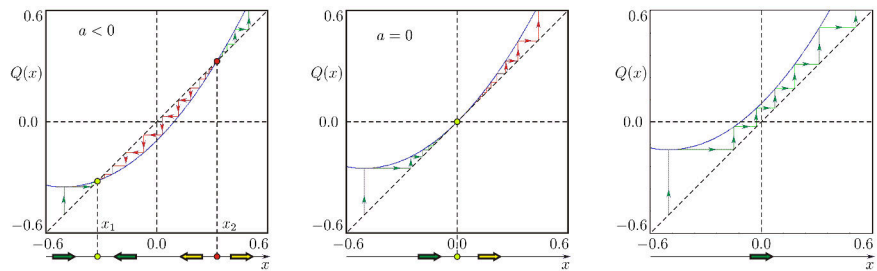
- 1) Касательная бифуркация
- 2) Транскритическая бифуркация
- 3) Суперкритическая виллообразная бифуркация



(a)



(б)



(в)

96. Найдите уравнения неподвижной точки отображения

$$F : x \mapsto F(x),$$

$$F(x) = \begin{cases} F_{\mathcal{L}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x - 1) + 1, & \text{if } x < \frac{q - 1 - P/\alpha}{e^{\lambda}} + 1; \\ F_{\mathcal{M}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x - 1) + e^{\lambda(1-z(x))}, & \text{if } \frac{q - 1 - P/\alpha}{e^{\lambda}} + 1 \leq x \leq q; \\ F_{\mathcal{R}}(x) = e^{\lambda}x, & \text{if } x > q, \end{cases}$$

$$q - 1 - (x - 1)e^{\lambda z(x)} - \frac{P}{\alpha}z(x) = 0.$$

97. Найдите производную по x функции

$$F : x \mapsto F(x),$$

$$F(x) = \begin{cases} F_{\mathcal{L}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x - 1) + 1, & \text{if } x < \frac{q - 1 - P/\alpha}{e^{\lambda}} + 1; \\ F_{\mathcal{M}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x - 1) + e^{\lambda(1-z(x))}, & \text{if } \frac{q - 1 - P/\alpha}{e^{\lambda}} + 1 \leq x \leq q; \\ F_{\mathcal{R}}(x) = e^{\lambda}x, & \text{if } x > q, \end{cases}$$

$$q - 1 - (x - 1)e^{\lambda z(x)} - \frac{P}{\alpha}z(x) = 0.$$

98. Найдите уравнение неподвижной точки отображения

$$F : x \mapsto F(x),$$

$$F(x) = \begin{cases} F_{\mathcal{L}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x - 1) + 1, & \text{if } x < 1 + \frac{q - 1 - P/\alpha}{e^{\lambda}}; \\ F_{\mathcal{M}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x - 1) + 2e^{\lambda(1-z(x))} - 1, & \text{if } 1 + \frac{q - 1 - P/\alpha}{e^{\lambda}} \leq x \leq q + \frac{P}{\alpha}; \\ F_{\mathcal{R}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x + 1) - 1, & \text{if } x > q + \frac{P}{\alpha}, \end{cases}$$

$$q - 1 - (x - 1)e^{\lambda z} - \frac{\alpha}{P}(z - 1/2) = 0.$$

99. Получите характеристическое уравнение для RLC контура

Варианты ответов:

$$1. \quad \lambda^2 + \frac{R}{L}\lambda - \frac{1}{LC} = 0.$$

$$2. \quad \lambda^2 + \frac{R}{L}\lambda + \frac{1}{LC} = 0.$$

$$3. \quad \lambda^2 - \frac{R}{L}\lambda + \frac{1}{LC} = 0.$$

100. Найдите уравнения многообразий переключения для бимодального

отображения

$$F : x \mapsto F(x),$$

$$F(x) = \begin{cases} F_{\mathcal{L}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x - 1) + 1, & \text{if } x < 1 + \frac{q - 1 - P/\alpha}{e^{\lambda}}; \\ F_{\mathcal{M}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x - 1) + 2e^{\lambda(1-z(x))} - 1, & \text{if } 1 + \frac{q - 1 - P/\alpha}{e^{\lambda}} \leq x \leq q + \frac{P}{\alpha}; \\ F_{\mathcal{R}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x + 1) - 1, & \text{if } x > q + \frac{P}{\alpha}, \end{cases}$$

$$q - 1 - (x - 1)e^{\lambda z} - \frac{\alpha}{P}(z - 1/2) = 0.$$

101. Получите выражение первой производной по x для негладкого отображения

$$F : x \mapsto F(x),$$

$$F(x) = \begin{cases} F_{\mathcal{L}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x - 1) + 1, & \text{if } x < 1 + \frac{q - 1 - P/\alpha}{e^{\lambda}}; \\ F_{\mathcal{M}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x - 1) + 2e^{\lambda(1-z(x))} - 1, & \text{if } 1 + \frac{q - 1 - P/\alpha}{e^{\lambda}} \leq x \leq q + \frac{P}{\alpha}; \\ F_{\mathcal{R}}(x) = e^{\lambda} \cdot (x + 1) - 1, & \text{if } x > q + \frac{P}{\alpha}, \end{cases}$$

$$q - 1 - (x - 1)e^{\lambda z} - \frac{\alpha}{P}(z - 1/2) = 0.$$

102. Найти параметры нормальной формы для анализа бифуркаций граничного столкновения в следующей последовательности:

(а) Вычислить неподвижную точку при бифуркационном значении параметра, а также матрицу Якоби слева и справа от точки бифуркации. Найти след и определитель матрицы Якоби. След, определитель матрицы Якоби и неподвижная точка есть параметры нормальной формы.

(б) Вычислить матрицу Якоби слева и справа от точки бифуркации, а также ее след и определитель, затем - найти неподвижную точку при бифуркационном значении параметра. След, определитель матрицы Якоби и неподвижная точка есть параметры нормальной формы.

Шкала оценивания результатов тестирования: в соответствии с действующей в университете балльно-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения- 60 баллов (установлено положением П 02.016).

Максимальный балл за тестирование представляет собой разность двух чисел: максимального балла по промежуточной аттестации для данной формы обучения (36 или 60) и максимального балла за решение компетентностно-ориентированной задачи (6).

Балл, полученный обучающимся за тестирование, суммируется с баллом, выставленным ему за решение компетентностно-ориентированной задачи. Общий балл по промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по дихотомической шкале следующим образом:

Соответствие 100 балльной и дихотомической шкал

Оценка по 100-балльной шкале	Оценка по дихотомической шкале
100-50	зачтено
49 и менее	не зачтено

2.3 КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ

Компетентностно-ориентированная задача №1.

Найдите границу бифуркации Неймарка-Сакера для неподвижной точки двумерного отображения

$$(x, y) \mapsto (1 - ay^2 + bx, x).$$

Компетентностно-ориентированная задача №2.

Записать уравнения

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2; \\ \dot{x}_2 = -2(x_1 + x_2) + 2, \quad x_1(0) = 2, x_2(0) = 3, \end{cases} \quad (1)$$

в матричной форме $\frac{d\mathbf{x}}{dt} = A\mathbf{x} + \mathbf{b}$. Найти решение задачи Коши.

Компетентностно-ориентированная задача №3.

Найдите (2×2) матрицу A такую, чтобы система $\frac{d\mathbf{x}}{dt} = A\mathbf{x}$, $\mathbf{x} = (x_1, x_2)^T$; $\mathbf{x}(0) = (1, 1)^T$ имела интегральную кривую

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} e^{-t}(\cos t + 2 \sin t) \\ e^{-t} \cos t \end{bmatrix}.$$

Компетентностно-ориентированная задача №4.

Найдите периодическое решение $x_c(t)$ уравнения

$$\frac{dx}{dt} = -ax + b(t), \quad b(t + T) \equiv b(t),$$

где $x \in \mathbb{R}$ и $b(t) = A_m \cos t$; $T = 2\pi$ – период периодического решения, a , $A_m = \text{const}$.

Компетентностно-ориентированная задача №5.

Записать уравнение RLC контура

$$\begin{cases} L \frac{di}{dt} = -Ri - U_c + E_0; \\ C \frac{dU_c}{dt} = i, \quad i(0) = 0, \quad U_c(0) = 0; \end{cases} \quad (2)$$

в матричной форме $\frac{d\mathbf{x}}{dt} = A\mathbf{x} + \mathbf{b}$. Найти решение задачи Коши.

Компетентностно-ориентированная задача №6.

Найдите неподвижную точку линейного отображения

$$x_{k+1} = f(x_k), \quad f(x) = ax + b$$

как функцию параметров a , b .

Найдите диапазон значений a и b , в котором неподвижная точка является притягивающей (аттрактором).

Компетентностно-ориентированная задача №7.

Постройте итерационные диаграммы отображения

$$x_{k+1} = f(x_k), \quad f(x) = a(x - x^2)$$

для значения параметра $a = 2.5$.

Какой процесс (неподвижная точка, цикл) будет устанавливаться в каждом случае при протекании достаточно большого времени?

Компетентностно-ориентированная задача №9.

Найдите неподвижные точки кубического отображения

$$x_{k+1} = f(x_k), \quad f(x) = (a + 1)x - x^3 \quad (3)$$

для $a = 0.5$. Сколько неподвижных точек имеет отображение (3)?

Компетентностно-ориентированная задача №10.

Для отображения

$$x_{k+1} = ax_k e^{-x_k}$$

найдите все неподвижные точки и исследуйте их устойчивость. Найдите значения a , при которых неподвижные точки теряют устойчивость.

Компетентностно-ориентированная задача №11.

Для отображения

$$x_{k+1} = \frac{(1 + a)x_k}{1 + ax_k}$$

найдите негиперболическую неподвижную точку с $+1$ и определите устойчивость.

Компетентностно-ориентированная задача №12.

Для отображения

$$x_{k+1} = \frac{(1 + a)x_k}{1 + ax_k}$$

найдите негиперболическую неподвижную точку с -1 и определите устойчивость.

Компетентностно-ориентированная задача №13.

Для отображения $x_{k+1} = \frac{ax_k^2}{b^2 + x_k^2}$, $a > 0$ найдите все неподвижные точки и исследуйте их устойчивость.

Компетентностно-ориентированная задача №14.

Найдите значения параметра, отвечающие касательной бифуркации и бифуркации удвоения периода для неподвижной точки отображения

$$x_{k+1} = a - x_k^4.$$

Компетентностно-ориентированная задача №15.

Качественно изобразите итерационные диаграммы до и после вилкообразной бифуркации для отображения

$$x_{k+1} = ax_k - x_k^3.$$

Компетентностно-ориентированная задача №16.

Покажите, что для отображения

$$x_{k+1} = \frac{ax_k}{\sqrt{1 + x_k^2}}$$

имеет место бифуркация типа «вилка». Найдите бифуркационное значение параметра и изобразите итерационные диаграммы для ситуаций до и после бифуркации.

Компетентностно-ориентированная задача №17.

Определите линию бифуркации удвоения периода (period-doubling для

$$x_{k+1} = \alpha - x_k^2 + \beta y_k; \quad y_{k+1} = x_k.$$

Компетентностно-ориентированная задача №18.

Постройте «треугольник» устойчивости

$$x_{k+1} = \alpha - x_k^2 + \beta y_k; \quad y_{k+1} = x_k.$$

Компетентностно-ориентированная задача №19.

Найдите линию седло-узловой (saddle-node, fold) бифуркации

$$x_{k+1} = y_k; \quad y_{k+1} = \beta y_k - \alpha x_k + x_k^2.$$

Компетентностно-ориентированная задача №20.

Определите линию бифуркации удвоения периода (period-doubling, flip)

$$x_{k+1} = y_k; \quad y_{k+1} = \beta y_k - \alpha x_k + x_k^2.$$

Компетентностно-ориентированная задача №21.

Для отображения

$$x_{k+1} = \alpha x_k + y_k; \quad y_{k+1} = \beta x_k + x_k^3.$$

найдите границу бифуркации Неймарка -Сакера.

Компетентностно-ориентированная задача №22.

Получите уравнение для границы седло-узловой бифуркации:

$$x_{k+1} = \alpha x_k + y_k; \quad y_{k+1} = \beta x_k + x_k^3.$$

Компетентностно-ориентированная задача №23.

Получите уравнение для границы бифуркации удвоения периода для неподвижной точки двумерного отображения

$$x_{k+1} = \alpha x_k + y_k; \quad y_{k+1} = \beta x_k + x_k^3.$$

Компетентностно-ориентированная задача №24.

Для отображения

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= a - x_k^2 - by_k \equiv f_1(x_k, y_k); \\y_{k+1} &= x_k \equiv f_2(x_k, y_k)\end{aligned}$$

определите аналитическое выражение для линии бифуркации удвоения периода 2-цикла как функцию параметров a , b .

Компетентностно-ориентированная задача №25.

Для двумерного отображения

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= a - x_k^2 - by_k \equiv f_1(x_k, y_k); \\y_{k+1} &= x_k \equiv f_2(x_k, y_k)\end{aligned}$$

найдите элементы 2-цикла как функции параметров a , b .

Шкала оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи: в соответствии с действующей в университете балльно-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения - 60 (установлено положением П 02.016). Максимальное количество баллов за решение компетентностно-ориентированной задачи - 6 баллов. Балл, полученный обучающимся за решение компетентностно-ориентированной задачи, суммируется с баллом, выставленным ему по результатам тестирования. Общий балл промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по дихотомической шкале:

Соответствие 100 балльной и дихотомической шкал

Оценка по 100-балльной шкале	Оценка по дихотомической шкале
100-50	зачтено
49 и менее	не зачтено

Критерии оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи (нижеследующие критерии оценки являются примерными и могут корректироваться): 6-5 баллов выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует глубокое понимание обучающимся предложенной

проблемы и разностороннее ее рассмотрение; свободно конструируемая работа представляет собой логичное, ясное и при этом краткое, точное описание хода решения задачи (последовательности (или выполнения) необходимых трудовых действий) и формулировку доказанного, правильного вывода (ответа); при этом обучающимся предложено несколько вариантов решения или оригинальное, нестандартное решение (или наиболее эффективное, или наиболее рациональное, или оптимальное, или единственно правильное решение); задача решена в установленное преподавателем время или с опережением времени. 4-3 балла выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует понимание обучающимся предложенной проблемы; задача решена типовым способом в установленное преподавателем время; имеют место общие фразы и (или) несущественные недочеты в описании хода решения и (или) вывода (ответа). 2-1 балла выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует поверхностное понимание обучающимся предложенной проблемы; осуществлена попытка шаблонного решения задачи, но при ее решении допущены ошибки и (или) превышено установленное преподавателем время. 0 баллов выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует непонимание обучающимся предложенной проблемы, и (или) значительное место занимают общие фразы и голословные рассуждения, и (или) задача не решена.