

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Емельянов Сергей Геннадьевич
Должность: ректор
Дата подписания: 08.02.2024 14:18:17
Уникальный программный ключ:
9ba7d3e34c012eba476ffd2d064cf2781953be730df2374d16f3c0ce536f0fc6

МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ
Юго-Западный государственный университет

УТВЕРЖДАЮ:
И.о.зав.кафедрой
высшей математики
(наименование кафедры полностью)

О.А.Бредихина
(подпись)
« 03 » « 07 » 2023г.

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
для текущего контроля успеваемости
и промежуточной аттестации обучающихся
по дисциплине

Математический анализ

(наименование дисциплины)

ОПОП ВО 38.03.01 Экономика

шифр и наименование направления подготовки (специальности)

форма обучения очно-заочная

(очная, очно-заочная, заочная)

1 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

1.1 ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ В ТЕСТОВОЙ ФОРМЕ

Разделы (темы):

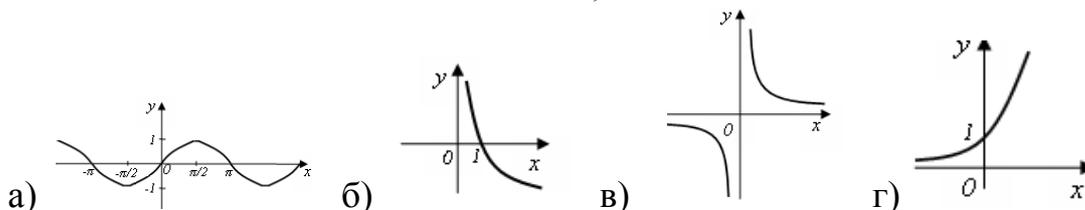
- 1 «Введение в математический анализ»
2. «Дифференциальное исчисление функции»
3. «Функции нескольких переменных»
4. «Интегральное исчисление»

Вариант 1

1. Найти $A \cap (B \cup C)$, если $A = (-3; 11]$, $B = [-2; 5]$, $C = (4; 9)$

- 1) $(4; 5]$ 2) $[-2; 9]$ 3) $(-3; 9]$ 4) $(-3; 4) \cup [5; 11]$

2. Указать график функции $y = \log_{0,5} x$



3. Ниже дано определение бесконечно большой числовой последовательности. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II)

Числовая последовательность $\{x_n\}$ называется бесконечно большой, если _____ существует _____ такой, что если _____, то выполняется условие _____

- I. $|x_n| > \varepsilon$
- II. $n > N(\varepsilon)$
- III. для любого числа $\varepsilon > 0$
- IV. номер $N(\varepsilon) > 0$

4. Установить соответствие между пределами и неопределенностями, обнаруженными в каждом из них

1) $\lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi x}{2} \right)$	а) неопределённость $\left(\frac{0}{0} \right)$
2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 + 2x^2 + 8}{3x^3 + 5x^2 - 10}$	б) неопределённость $\left(\frac{\infty}{\infty} \right)$
3) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 3}$	в) неопределённость (1^∞)
4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1} \right)^{3-4x}$	г) неопределённость $(0 \cdot \infty)$
	д) неопределённость $(\infty + \infty)$

10. Функции долговременного спроса D и предложения S от цены P на мировом рынке нефти имеют, соответственно, вид $D = 30 - 0,9P$ и $S = 1,2P + 16$. Найти эластичность спроса в точке равновесной цены.

11. Найти частную производную $\frac{\partial z}{\partial x}$ функции $z = x \cos(x + 2xy)$

- 1) $\cos(x + 2xy) - x \sin(x + 2xy)(1 + 2y)$ 2) $-2y \sin(x + 2xy)$
 3) $\cos(x + 2xy) - x \sin(x + 2xy)$ 4) $-\sin(x + 2xy)$

12. Вычислите значения частных производных функции $z = 4x^2 - xy^3 + 5y$ в точке $M_0(1; -1)$ и установите соответствие.

1) $\frac{\partial z}{\partial x} \Big _{M_0}$	а) -3
2) $\frac{\partial z}{\partial y} \Big _{M_0}$	б) 8
3) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \Big _{M_0}$	в) 2
4) $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \Big _{M_0}$	г) 6
5) $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \Big _{M_0}$	д) 9
	е) 1

13. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{(2x)^2 - 9}$

- 1) $\frac{1}{3} \operatorname{arctg} 2x + C$ 2) $\frac{1}{12} \ln \left| \frac{2x-3}{2x+3} \right| + C$
 3) $\frac{1}{6} \ln \left| \frac{2x+3}{2x-3} \right| + C$ 4) $\ln x + \left| \sqrt{4x^2 - 9} \right| + C$

14. Найти работу силы $F(x) = \frac{4}{x^2}$ по перемещению мат. точки вдоль оси Ox из точки $x=-2$ в точку $x=-1$.

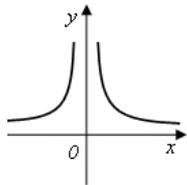
Вариант 2

1. Даны числовые промежутки $A = [3; 5)$ и $B = [0; 3]$. Выполнить операции над множествами и установить соответствие

1) $A \cap B$	а) $[0; 5)$
2) $A \cup B$	б) \emptyset
3) $A \setminus B$	в) $(3; 5)$
	г) $[3; 5)$

4) $B \setminus A$	д) $\{3\}$
--------------------	------------

2. Указать функцию, график которой изображен на рисунке



- 1) $y = \frac{1}{x}$ 2) $y = \frac{1}{x^2}$ 3) $y = x^3$ 4) $y = \text{ctg } x$

3. Ниже дано определение бесконечно малой числовой последовательности. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II)

Числовая последовательность $\{x_n\}$ называется бесконечно малой, если _____ существует _____ такой, что если _____, то выполняется условие _____

- I. $|x_n| < \varepsilon$
 II. $n > N(\varepsilon)$
 III. для любого числа $\varepsilon > 0$
 IV. номер $N(\varepsilon) > 0$

4. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+8}{3x+5} \right)^{6-9x}$.

5. Если функции $y = f(x)$ и $y = g(x)$ – бесконечно малые в точке a , то бесконечно малыми в точке a обязательно являются функции

- 1) $f(x) + g(x)$ 2) $f(x) \cdot g(x)$ 3) $f(x)^{g(x)}$ 4) $f(x) / g(x)$

6. Производная функции $y = x^5 - \frac{1}{x} + \sqrt[4]{x^3}$ равна

- 1) $5x^4 - \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$ 2) $5x^4 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x^3}}$
 3) $5x^4 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$ 4) $5x + \frac{1}{x^2} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$

7.

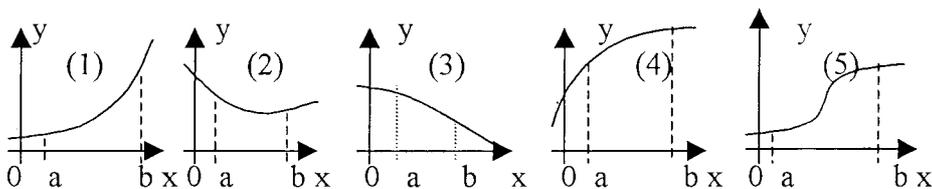
Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при	1) зафиксировать x , вычислить значение функции $f(x)$ 2) найти приращение функции	

нахождении производной функции по определению	$\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$ 3) дать аргументу x приращение Δx и вычислить значение функции $f(x + \Delta x)$ 4) найти предел $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ 5) определить отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$	
---	---	--

8. Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y' .

1) $y = \sin(\ln x)$ 2) $y = x \cdot \operatorname{tg} x$ 3) $y = (\log_2 x)^{\cos x}$ 4) $y = 5^x$	1) логарифмическое дифференцирование 2) табличная производная 3) производная неявно заданной функции 4) производная произведения 5) производная сложной функции
--	---

9. Укажите, на каком рисунке изображён график функции, для которой в каждой точке отрезка $[a; b]$ выполняются три условия: $y > 0, y' < 0, y'' < 0$.



10. Выручка R от продажи некоторого товара определяется по формуле $R(Q) = 150Q - 0,2Q^2$, где Q – объём проданной продукции (тыс. ед.). Найти предельную выручку, если продано 120 тыс. ед.

11. Найти частную производную $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции $z = \frac{3 - y^2}{1 + x}$

- 1) $-2y$ 2) $\frac{3-2y}{1+x}$ 3) $\frac{2y}{(1+x)^2}$ 4) $\frac{-2y}{1+x}$

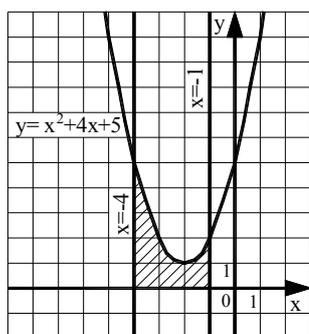
12. Вычислите значения частных производных функции $z = 5x^3 - 3xy^2 - 2y$ в точке $M_0(1; 2)$ и установите соответствие.

1) $\frac{\partial z}{\partial x} \Big _{M_0}$	a) 30
2) $\frac{\partial z}{\partial y} \Big _{M_0}$	б) -14
3) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \Big _{M_0}$	в) -12
4) $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \Big _{M_0}$	г) -6
5) $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \Big _{M_0}$	д) -4
	е) 3

13. Установите соответствие между интегралами и их значениями

1) $\int \frac{dx}{a^2 - x^2}$	а) $\frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+x}{a-x} \right + c$
2) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}$	б) $\frac{1}{a} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{x}{a} + c$
3) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$	в) $\operatorname{arc} \sin \frac{x}{a} + c$
4) $\int \frac{dx}{a^2 + x^2}$	г) $\operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{x}{a} + c$
	д) $\ln \left x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right + c$

14. Найти площадь фигуры, изображенной на рисунке



- 1) $\frac{230}{3}$ 2) 70 3) 16 4) $\frac{100}{3}$ 5) 6

Шкала оценивания: 28-ти балльная для Т 1, Т 2, Т 3.

Критерии оценивания:

Каждый вопрос (задание) в тестовой форме оценивается по дихотомической шкале: выполнено – 2 балла, не выполнено – 0 баллов.

Применяется следующая шкала перевода баллов в оценку по 5-балльной шкале:

1.8. Предел $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{16-x^2}{\sqrt{5-x}-3}$ равен

- 1) -48 2) 48 3) -32 4) 0

1.9. Предел $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2-5x-3}{27-x^3}$ равен

- 1) $\frac{7}{27}$ 2) $-\frac{7}{9}$ 3) $-\frac{7}{27}$ 4) $\frac{7}{9}$

1.10. Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg^2(3x)}{\tg(2x^2)}$ равен

- 1) 4,5 2) 1,5 3) 0 4) 2,25

1.11. Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(6x)-\sin(3x)}{\sin x + \sin(8x)}$ равен

- 1) $\frac{1}{3}$ 2) $\frac{1}{9}$ 3) $-\frac{1}{3}$ 4) -1

1.12. Предел $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \ctg 2x$ равен

- 1) 0 2) ∞ 3) 2 4) 0,5

1.13. Найти точку разрыва функции $y = \frac{3}{(x+1) \ln x}$

- 1) e 2) 0 3) -1 4) 1

1.14. Производная функции $y = x^5 - \frac{1}{x} + \sqrt[4]{x^3}$ равна

- 1) $5x^4 - \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$ 2) $5x^4 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x^3}}$ 3) $5x^4 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$
4) $5x + \frac{1}{x^2} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$ 5) $5x - \frac{1}{x^2} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$

1.15. Производная функции $y = x^2 \cdot \sin(2x)$ равна

- 1) $2x \cdot \cos(2x)$ 2) $2x \cdot \sin(2x) + 2x^2 \cdot \cos(2x)$
3) $2x \cdot \sin(2x) + x^2 \cdot \cos(2x)$ 4) $4x \cdot \cos(2x)$

1.16. Укажите, как должен выглядеть график функции $y(x)$ на отрезке $[a;b]$, если в каждой точке указанного отрезка выполняются три условия:

$$y < 0, y' < 0, y'' > 0.$$

- 1) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ возрастает; выпуклость вниз

- 2) график лежит ниже оси ОХ; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх
 3) график лежит ниже оси ОХ; $y(x)$ возрастает; выпуклость вверх
 4) график лежит ниже оси ОХ; $y(x)$ убывает; выпуклость вниз
 5) график лежит выше оси ОХ; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх

1.17. Функция, удовлетворяющая равенству: $y' = \sqrt{y-1}$ имеет вид

- 1) $y = 1 + \left(\frac{x+C}{2}\right)^{-1}$ 2) $y = 1 + \left(\frac{x+C}{2}\right)^{-2}$ 3) $y = 1 + \left(\frac{x+C}{2}\right)^2$
 4) $y = C + \left(\frac{x}{2}\right)^2$ 5) $y = 1 + C\left(\frac{x}{2}\right)^2$

1.18. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial y}$ от функции $z = x - \frac{x}{y} + 1$ равна...

- 1) $1 - \frac{x}{y^2}$ 2) $x - \frac{1}{y^2} + 1$ 3) $\frac{x}{y^2}$ 4) $1 - \frac{1}{y^2}$

1.19. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial y}$ от функции $z = x - \frac{x}{y} + 1$ равна

- 1) $1 - \frac{x}{y^2}$ 2) $x - \frac{1}{y^2} + 1$ 3) $\frac{x}{y^2}$ 4) $1 - \frac{1}{y}$ 5) $-\frac{1}{y^2}$

1.20. Первообразная функции $f(x) = \sin \frac{x}{2} + x + 1$, график которой проходит через $M(0; 4)$

- 1) $\cos \frac{x}{2} + \frac{x^2}{2} + x + 6$ 2) $2 \cos \frac{x}{2} + \frac{x^2}{2} + 2$
 3) $-2 \cos \frac{x}{2} + \frac{x^2}{2} + x + 6$ 4) $2 \cos \frac{x}{2} + \frac{x^2}{2} + x + 6$

1.21. Неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\sin^2 4x}$ равен

- 1) $-\frac{1}{4} \operatorname{ctg} 4x + C$ 2) $\frac{1}{4} \operatorname{tg} 2x + C$
 3) $-\frac{1}{2} \operatorname{ctg} x + C$ 4) $-\frac{1}{4} \operatorname{ctg} 2x + C$

1.22. Неопределенный интеграл $\int \frac{\sqrt[3]{\ln^2 x}}{x} dx$ равен

- 1) $\frac{3\sqrt[3]{\ln^5 x}}{5} + C$ 2) $-\sqrt[3]{\ln^5 x} + C$
 3) $2\sqrt[3]{\ln^2 x} + C$ 4) $3\sqrt[3]{\ln x} + C$

1.23. Разложение дроби $\frac{x+5}{x^3+6x^2}$ на простейшие дроби имеет вид

- 1) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2+6x}$ 2) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x+6}$
 3) $\frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{x^2+6x}$ 4) $\frac{A}{x^2} + \frac{B}{x+6}$

1.24. Неопределенный интеграл $\int \frac{4x+1}{x^2+x} dx$ равен

- 1) $\ln|x| + 3\ln|x+1| + C$ 2) $3\ln|x| + \ln|x+1| + C$
 3) $\ln|x| - 3\ln|x+1| + C$ 4) $3\ln|x| - \ln|x+1| + C$

1.25. Определенный интеграл $\int_{\pi/2}^{\pi} \frac{\cos x}{\sin x+1} dx$ равен.....

- 1) 0 2) 1 3) $\ln 2$ 4) $-\ln 2$

2. Вопросы в открытой форме

2.1. Количество корней уравнения $||4-x|-7|=7$ равно ...

2.2. Точная верхняя грань множества $(0; 3)$ равна....

2.3. Предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+2x-3}{5-5x^2}$ равен ...

2.4. Предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+3}{2x}\right)^x$ равен ...

2.5. Предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+2x-3}{5-5x^2}$ равен ...

2.6. Предел $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{16-x^2}{\sqrt{5-x}-3}$ равен ...

2.7. Предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{5^x+x}$ равен...

2.8. Точка разрыва функции $y = \frac{\lg x}{x^2-4}$ равна...

2.9. Коэффициент k касательной $y = kx + b$ к параболе $y = 7x^2 - 14x + 5$ в точке $x_0 = 2$ равен...

2.10. Точку минимума функции $y = (2x+1)^2 \cdot (x+3) + 4$ равна ...

2.11 Точка минимума функции точку минимума функции $f(x) = \frac{x^2 + 8}{1 - x}$

2.12. Наибольшее значение функции $y = \frac{4\sqrt{x} - 3}{x + 1}$ равно...

2.13. Ускорение точки, движущейся по закону $x(t) = \sin\left(2t + \frac{\pi}{4}\right)$ в момент времени $t=0$, равно...

2.14. Длина промежутка возрастания функции $f(x) = \frac{x}{1 + x^2}$

2.15. Составить уравнение нормали в точке $x_0 = 2$ к параболе $y = 7x^2 - 14x + 5$ (уравнение прямой записать в общем виде $Ax + By + C = 0$). В ответе записать сумму $(A + B + C)$.

2.16. Сумма $a + b + c$, где $(a; b; c)$ – это координаты вектора градиента функции $u = 5x^2 + 3y^2 + 3z^2$ в точке $M(0; -2; 3)$ равна ...

2.17. Исследуйте на экстремум функцию $z = 6(x - y) - 3x^2 - 3y^2$. В ответе запишите значение z_0 , если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$.

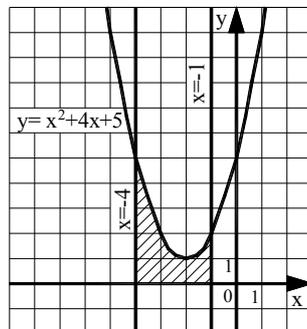
2.18. Исследуйте на экстремум функцию $z = \frac{x^3}{3} - 2xy + y^2 - 3x$. В ответе запишите значение z_0 , если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$.

2.19. Пусть $F(x) = a \cdot \cos \frac{x}{2} + b \cdot x^2 + c \cdot x$ – первообразная для функции $f(x) = \sin \frac{x}{2} + x - 8$, график которой проходит через точку $M(0; -2)$. Найти произведение $a \cdot b \cdot c$.

2.20. Определенный интеграл $\int_1^8 \left(2\sqrt[3]{x} - \frac{4}{x^2}\right) dx$ равен

2.21. Определённый интеграл $\int_1^9 \frac{1 + 2\sqrt{x}}{x^2} dx$ равен ...

2.22. Найти площадь фигуры, изображенной на рисунке. Ответ округлить до сотых.



2.23. Площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 4$; $y = -2x - 1$, равна ...

2.24. Найти площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = \sqrt[3]{x}$ и прямой, проходящей через точки $A(1; 1)$ и $B(8; 2)$.

2.25. Работа силы $F(x) = \frac{4}{x^2}$ по перемещению мат. точки вдоль оси Ox из точки $x=-2$ в точку $x=-1$, равна ...

3. Вопросы на установление последовательности.

3.1. Ниже дано определение предела A функции $f(x)$ в точке x_0 (в случае $A \in R$ и $x_0 \in R$). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Число A называется пределом функции $f(x)$ в точке x_0 , если _____ существует _____ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____, выполняется условие _____.

- I. $|f(x) - A| < \varepsilon$
- II. для любого числа $\varepsilon > 0$
- III. $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$
- IV. $\delta(\varepsilon) > 0$

3.2. Ниже дано определение функции $f(x)$, бесконечно большой в действительной точке x_0 . Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Функция $f(x)$ называется бесконечно большой в точке x_0 , если _____ существует _____ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____, выполняется условие _____.

- I. $\delta(\varepsilon) > 0$
- II. $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$
- III. $|f(x)| > \varepsilon$
- IV. для любого числа $\varepsilon > 0$

3.3. Ниже дано определение функции $f(x)$, бесконечно малой в действительной точке x_0 . Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Функция $f(x)$ называется бесконечно малой в точке x_0 , если _____ существует _____ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____, выполняется условие _____.

- I. $\delta(\varepsilon) > 0$
- II. $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$
- III. $|f(x)| < \varepsilon$
- IV. для любого числа $\varepsilon > 0$

3.4. Ниже сформулировано следствие теоремы о промежуточных значениях функций (следствие теоремы Больцмана-Коши). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Пусть функция $f(x)$ _____, на концах отрезка _____, тогда _____, где выполняется условие _____.

- I. принимает значение разных знаков
- II. существует точка $c \in (a, b)$
- III. непрерывна на отрезке $[a, b]$
- IV. $f(c) = 0$

3.5. Расположите последовательность действий при нахождении производной функции по определению.

- 1) зафиксировать x , вычислить значение функции $f(x)$
- 2) найти приращение функции $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$
- 3) дать аргументу x приращение Δx и вычислить значение функции $f(x + \Delta x)$
- 4) найти предел $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$
- 5) определить отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$

3.6. Расположите последовательность действий при нахождении производной функции $y = (\sin x)^{\cos x}$.

- 1) найти производные обеих частей равенства
- 2) прологарифмировать обе части равенства
- 3) воспользоваться правилом нахождения производной сложной функции
- 4) воспользоваться свойством $\ln|a^b| = b \cdot \ln|a|$
- 5) заменить y исходной функцией

3.7. Расположите последовательность действий при нахождении частной производной $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = \ln(3xy - x^3)$.

- 1) $\frac{-6x(3xy - x^3) - (3y - 3x^2)(3y - 3x^2)}{(3xy - x^3)^2}$
- 2) $\frac{(3xy - x^3)'}{3xy - x^3}$
- 3) $(\ln(3xy - x^3))'_x$
- 4) $\left(\frac{3y - 3x^2}{3xy - x^3}\right)'_x$
- 5) $\frac{(3y - 3x^2)'(3xy - x^3) - (3y - 3x^2)(3xy - x^3)'}{(3xy - x^3)^2}$
- 6) $\frac{3y - 3x^2}{3xy - x^3}$

3.8. Расположите последовательность действий при исследовании функции двух переменных на экстремум.

- 1) вычисляем значения A, B, C
- 2) вычисляем $z_0(x_0; y_0)$
- 3) определяем стационарные точки
- 4) находим частные производные функции первого и второго порядков
- 5) определяем, минимум или максимум имеется в точке экстремума
- 6) вычисляем значение Δ

7) определяем наличие точки экстремума

3.9. Записать верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла $\int (x+1) \cdot \sin x \, dx$.

- 1) Вычислить du и v
- 2) Установить, что нужно взять за u , а что за dv
- 3) Определить, относится ли интеграл к типу интегралов, интегрируемых по частям
- 4) Воспользоваться формулой $\int u \, dv = uv - \int v \, du$, подставив вместо u , dv , du и v их значения.

3.10. Записать верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла $\int \frac{(4-5x)^2}{x} \, dx$

- 1) используем таблицу неопределённых интегралов
- 2) используем формулу квадрата разности
- 3) добавляем постоянную C в конце записи
- 4) используем свойство неопределённого интеграла $\int (f(x) + g(x)) \, dx = \int f(x) \, dx + \int g(x) \, dx$
- 5) используем почленное деление

3.11. Записать верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла $\int \frac{2-6x}{3x} \, dx$.

- 1) $\int \left(\frac{2}{3x} - 2 \right) \, dx$
- 2) $\int \frac{2}{3x} \, dx - \int 2 \, dx$
- 3) $\frac{2}{3} \ln|x| - 2x + C$
- 4) $\int \left(\frac{2}{3x} - \frac{6x}{3x} \right) \, dx$
- 5) $\frac{2}{3} \int \frac{dx}{x} - 2 \int dx$

3.12. Записать верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt[3]{x}}$

- 1) $\frac{x^{-\frac{4}{3}+1}}{-\frac{4}{3}+1} + C$
- 2) $-\frac{3}{\sqrt[3]{x}} + C$
- 3) $\int \frac{dx}{x^{\frac{4}{3}}}$
- 4) $\int x^{-\frac{4}{3}} \, dx$

$$5) \frac{x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{3}}} + C$$

$$6) \int \frac{dx}{x \cdot x^{\frac{1}{3}}}$$

3.13. Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{(4-5x)^2}{x} dx$.

- 1) используем таблицу неопределённых интегралов
- 2) используем формулу квадрата разности
- 3) используем свойство неопределённого интеграла

$$\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$$

- 4) используем почленное деление

3.14. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы получилась формулировка определения неопределенного интеграла. (Например, I, III, IV, II.)

Если функция $F(x)$ – _____ функции $f(x)$ на промежутке X , то множество функций $F(x)+C$, где C – произвольная постоянная, называется _____ от функции $f(x)$ на этом промежутке и обозначается символом $\int f(x) dx$. При этом $f(x)$ называется _____, $f(x)dx$ называется _____.

- I. подынтегральной функцией
- II. первообразная
- III. подынтегральным выражением
- IV. неопределенным интегралом

3.15. Запишите верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла $\int x \cdot \cos x dx$.

- 1) Вычислить du и v
- 2) Установить, что нужно взять за u , а что за dv
- 3) Определить, относится ли интеграл к типу интегралов, интегрируемых по частям
- 4) Воспользоваться формулой $\int u dv = uv - \int v du$, подставив вместо u , dv , du и v их значения.

3.16. Запишите верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла $\int \frac{2x^3 - x^2 + 2x - 1}{x(x-1)} dx$.

- 1) Проинтегрировать $Q(x)$ и полученные простейшие дроби и сложить результаты
- 2) Определить вид разложения $\frac{R(x)}{x(x-1)}$ дроби на простейшие дроби

- 3) Выполнить деление многочлена в числителе подынтегральной функции на многочлен в знаменателе, то есть представить подынтегральную функцию в виде $f(x) = Q(x) + \frac{R(x)}{x(x-1)}$
- 4) Вычислить коэффициенты в разложении дроби $\frac{R(x)}{x(x-1)}$ на простейшие дроби, воспользовавшись методом неопределенных коэффициентов

3.17. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы получилась формулировка одного из свойств определенного интеграла. (Например, I, III, IV, II)

Если m и M – соответственно наименьшее и наибольшее значения функции $f(x)$ на _____, то _____ \leq _____ \leq _____.

- I. $M(b-a)$
 II. $m(b-a)$
 III. $\int_a^b f(x)dx$
 IV. $[a, b]$

3.18. Ниже сформулирован геометрический смысл определенного интеграла

$\int_a^b f(x)dx$ для случая $f(x) \geq 0$. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы утверждение оказалось верным (Например, I, III, IV, II.)

Определенный интеграл $\int_a^b f(x)dx$ выражает площадь криволинейной трапеции, ограниченной сверху _____, снизу _____, слева _____, справа _____.

- I. прямой $x=a$
 II. прямой $x=b$
 III. графиком функции $y = f(x)$
 IV. осью Ox

3.19. Запишите верную последовательность действий, которую требуется совершить для нахождения площади фигуры, ограниченной линиями, задаваемыми уравнениями: $y = 2x$, $y = -x^2 + 4x$.

- 1) Построить указанные линии в прямоугольной декартовой системе координат.
 2) Найти a и b – пределы интегрирования, для этого определить абсциссы точек пересечения указанных линий.

- 3) Определив, график какой из функций лежит выше, воспользоваться формулой: $S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$.
- 4) Вычислить определенный интеграл, пользуясь формулой Ньютона-Лейбница.

3.20. Записать верную последовательность действий, которую требуется совершить для нахождения площади фигуры, ограниченной линиями, задаваемыми уравнениями: $y = x$, $y = \frac{1}{x}$, $x = 2$.

- 1) Построить указанные линии в прямоугольной декартовой системе координат.
- 2) Найти a и b – пределы интегрирования, для этого определить абсциссы точек пересечения указанных линий.
- 3) Определив, график какой из функций $y = x$ или $y = \frac{1}{x}$ лежит выше, воспользоваться формулой: $S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$.
- 4) Вычислить определенный интеграл, пользуясь формулой Ньютона-Лейбница.

3.21. Исследуйте на сходимость несобственный интеграл $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^5} dx$. Укажите верную последовательность математических действий, которые для этого нужно совершить.

- 1) Сделать вывод о расходимости интеграла $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^5} dx$.
- 2) Доказать, что расходится хотя бы один из интегралов: $\int_{-1}^0 \frac{1}{x^5} dx$ или $\int_0^1 \frac{1}{x^5} dx$.
- 3) Представить интеграл в виде $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^5} dx = \int_{-1}^0 \frac{1}{x^5} dx + \int_0^1 \frac{1}{x^5} dx$.
- 4) Установить, что подынтегральная функция не определена в точке $x=0$, в окрестности которой она не ограничена.

3.22. Исследуйте на сходимость несобственный интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$. Укажите верную последовательность математических действий, которые для этого нужно совершить.

- 1) Доказать, что сходятся оба интеграла: $\int_{-\infty}^a \frac{1}{1+x^2} dx$ или $\int_a^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$.
- 2) Представить интеграл в виде $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx = \int_{-\infty}^a \frac{1}{1+x^2} dx + \int_a^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$.
- 3) Установить, что данный интеграл является несобственным по бесконечному промежутку.
- 4) Сделать вывод о сходимости интеграла $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$.

3.23. Исследуйте на сходимость несобственный интеграл $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx$. Укажите верную последовательность математических действий, которые для этого нужно совершить.

- 1) Доказать, что расходится хотя бы один из интегралов: $\int_{-1}^0 \frac{1}{x^2} dx$ или $\int_0^1 \frac{1}{x^2} dx$.
- 2) Представить интеграл в виде $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx = \int_{-1}^0 \frac{1}{x^2} dx + \int_0^1 \frac{1}{x^2} dx$.
- 3) Установить, что подынтегральная функция не определена в точке $x=0$, в окрестности которой она не ограничена.
- 4) Сделать вывод о расходимости интеграла $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx$.

3.24. Запишите последовательность действий, которую нужно применить при исследовании гармонического ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ на сходимость с помощью интегрального признака сходимости

- 1) Сделать вывод о расходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$
- 2) Ввести в рассмотрение функцию $f(x) = \frac{1}{x}$
- 3) Установить, что интеграл $\int_1^{+\infty} f(x) dx$ расходится
- 4) Доказать, что функция $f(x)$ является положительной, непрерывной, убывающей на $[1, +\infty)$

3.25. Ниже сформулирован признак сравнения несобственных интегралов.

Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы утверждение оказалось верным (Например, I, III, IV, II.)

Если функции $f(x)$ и $g(x)$ _____ на $[a, +\infty)$ и удовлетворяют на нем условию _____, то из сходимости интеграла _____ следует сходимость интеграла _____.

I. $\int_a^{+\infty} g(x) dx$

II. $\int_a^{+\infty} f(x) dx$

III. $0 \leq f(x) \leq g(x)$

IV. непрерывны

4. Вопросы на установление соответствия.

4.1. Даны числовые промежутки $A = [3; 5)$ и $B = [0; 3]$.

Выполнить операции над множествами и установить соответствие.

1) $A \cap B$	а) $[0; 5)$
2) $A \cup B$	б) \emptyset
3) $A \setminus B$	в) $(3; 5)$
4) $B \setminus A$	г) $[3; 5)$
	д) $\{3\}$

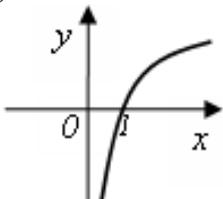
4.2. Установить соответствие между пределами и неопределенностями, обнаруженными в каждом из них

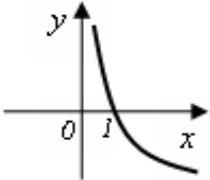
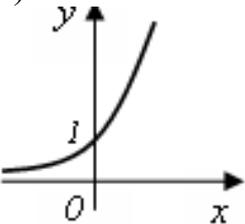
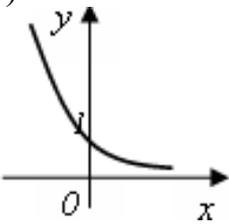
1) $\lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi x}{2} \right)$	а) неопределённость $\left(\frac{0}{0} \right)$
2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 + 2x^2 + 8}{3x^3 + 5x^2 - 10}$	б) неопределённость $\left(\frac{\infty}{\infty} \right)$
3) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 3}$	в) неопределённость (1^∞)
4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1} \right)^{3-4x}$	г) неопределённость $(0 \cdot \infty)$
	д) неопределённость $(\infty + \infty)$

4.3. Установить соответствие между пределами и их значениями

1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^4 + 2x^2 + 8}{3x^3 + 5x^2 - 10}$	а) 0
2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^4 + 2x^2 + 8}{3x^3 + 5x^2 - 10}$	б) $\frac{2}{3}$
3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 + 2x^2 + 8}{3x^3 + 5x^2 - 10}$	в) $+\infty$
4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^4 + 2x^2 + 8}{3x^5 + 5x^2 - 10}$	г) $-\infty$

4.4. Установить соответствие между графическим и аналитическим заданиями функций.

1) 	а) $y = 2^x$
	б) $y = (0,5)^x$

<p>2)</p> 	<p>в) $y = \log_2 x$</p> <p>г) $y = \log_{0,5} x$</p> <p>д) $y = x^{\frac{1}{2}}$</p>
<p>3)</p> 	
<p>4)</p> 	

4.5. Исследуйте данные ниже функции на ограниченность и установите соответствие.

<p>1) $y = 3^x$</p>	<p>а) ограничена сверху, не ограничена снизу</p>
<p>2) $y = -x^2 + 3x$</p>	<p>б) ограничена снизу, не ограничена сверху,</p>
<p>3) $y = \operatorname{tg} x$</p>	<p>в) ограничена и сверху, и снизу</p>
<p>4) $y = \sin x$</p>	<p>г) не ограничена ни сверху, ни снизу</p>

4.6. Исследуйте данные ниже функции на четность и периодичность и установите соответствие.

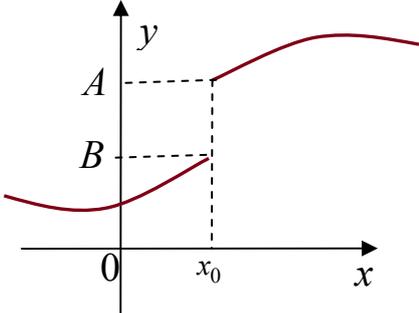
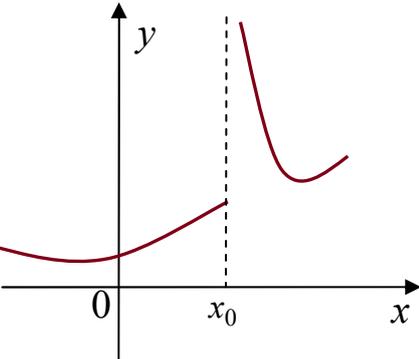
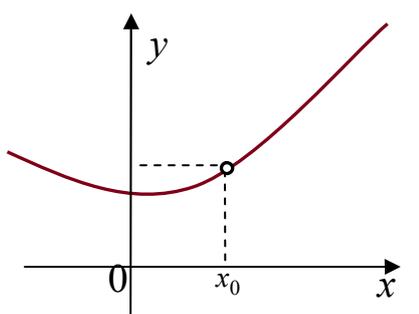
<p>1) $y = \arcsin x$</p>	<p>а) четная, периодическая с периодом $T = 2\pi$</p>
<p>2) $y = \cos x$</p>	<p>б) нечетная, периодическая с периодом $T = 2\pi$</p>
<p>3) $y = \operatorname{tg} x$</p>	<p>в) четная, периодическая с периодом $T = \pi$</p>
<p>4) $y = \sin x$</p>	<p>г) нечетная, периодическая с периодом $T = \pi$</p>

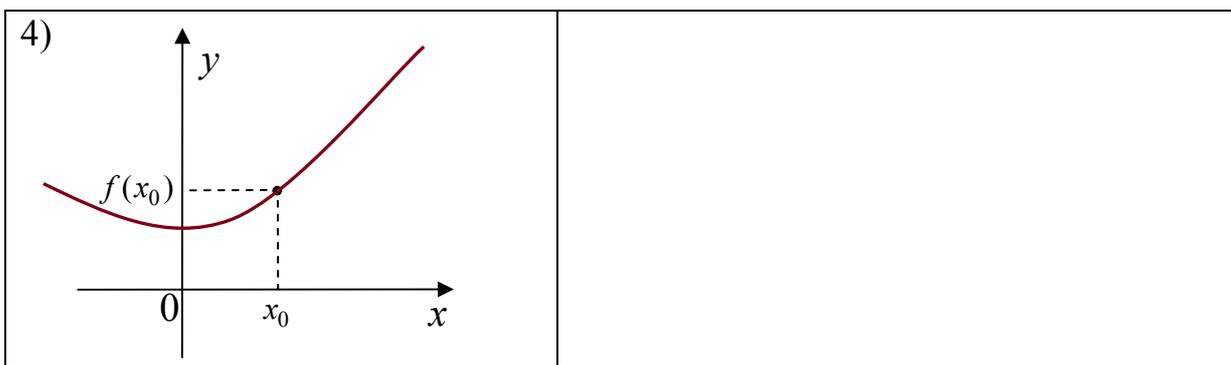
д) нечетная, не периодическая

4.7. Исследуйте данные ниже функции на монотонность и установите соответствие.

1) $y = \arccos x$	а) возрастает на $(-\infty, +\infty)$
2) $y = (x - 1)^2$	б) убывает на $(-\infty, +\infty)$
3) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	в) убывает на $[-1, 1]$
4) $y = \operatorname{arctg} x$	г) убывает на $(-\infty, 1]$ и возрастает на $[1, +\infty)$
	д) нечетная, не периодическая

4.8. Пользуясь графиками функций, исследуйте вопрос о непрерывности функции в точке x_0 и поставьте в соответствие каждой указанной точке x_0 ее характеристику.

1) 	а) x_0 – точка непрерывности функции б) x_0 – точка устранимого разрыва 1го рода
2) 	в) x_0 – точка неустраняемого разрыва 1го рода г) x_0 – точка разрыва 2го рода
3) 	



4.9. Исследуйте вопрос о непрерывности функции

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x < 0 \\ (x+1)^2, & 0 \leq x \leq 2 \\ -x+4, & 2 < x < 3, x > 3 \\ 4, & x = 3 \end{cases}$$

в точках, указанных в левой колонке, и установите соответствие

1) $x = 0$	а) точка непрерывности функции
2) $x = 1$	б) точка устранимого разрыва 1го рода
3) $x = 2$	в) точка неустранимого разрыва 1го рода
4) $x = 3$	г) точка разрыва 2го рода

4.10. Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y' .

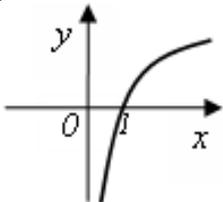
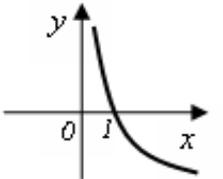
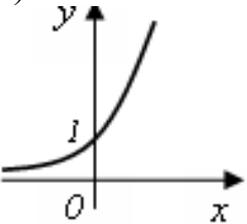
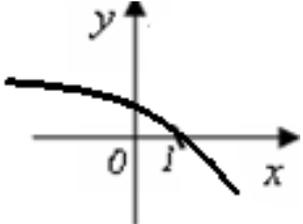
1) $y = \sin(\sqrt{x+1}-2)$	1) логарифмическое дифференцирование
2) $y = x \cdot \lg x$	2) табличная производная
3) $y = (\log_2 x)^{\cos x}$	3) производная неявно заданной функции
4) $y = x^6$	4) производная произведения
	5) производная сложной функции

4.11. Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y' .

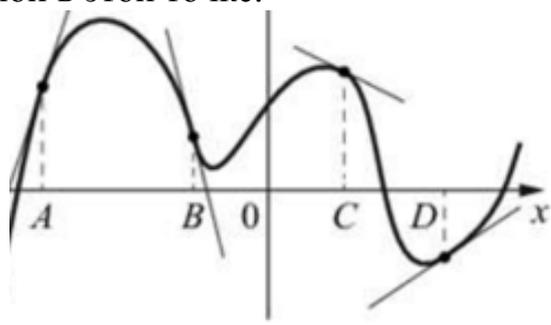
1) $y = \sqrt[3]{x}$	1) логарифмическое дифференцирование
2) $y = (\lg x)^x$	2) табличная производная
3) $y = (5x+2) \cdot \cos x$	3) производная неявно заданной функции
	4) производная произведения

4) $y = e^{6x}$	5) производная сложной функции
-----------------	--------------------------------

4.12. Установить соответствие между графиками функций и знаками первой и второй производной этих функций

1) 	a) $y' > 0, y'' > 0$ б) $y' < 0, y'' < 0$
2) 	в) $y' > 0, y'' < 0$ г) $y' < 0, y'' > 0$
3) 	
4) 	

4.13. На рисунке изображен график функции и касательные к нему, проведенные в точках с абсциссами А, В, С, D. Поставьте в соответствие каждой точке значение ее производной в этой точке.



1) A	a) - 4
2) B	б) 3
3) C	в) -0,5
4) D	г) 0,7

4.14. Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

1) $y'' + y' - 6y = 0$	a) $y = e^{\alpha x}(C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x))$
2) $y'' - 10y' + 29y = 0$	б) $y = e^{kx}(C_1 + C_2 x)$
3) $y'' - 10y' + 25y = 0$	в) $y = C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)$
4) $y'' + 25y = 0$	г) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot e^{k_2 x}$
	д) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2$

4.15. Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

1) $y'' + 2y' + 3y = 0$	a) $y = e^{\alpha x}(C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x))$
2) $y'' - 10y' + 29y = 0$	б) $y = e^{kx}(C_1 + C_2 x)$
3) $y'' - 2y' + y = 0$	в) $y = C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)$
4) $y'' + 49y = 0$	г) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot e^{k_2 x}$
	д) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2$

4.16. Установить соответствие между функциями и их разложениями

1) $\ln(1+x)$	a) $x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - K + (-1)^n \cdot \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + K$
2) $\frac{1}{1-x}$	б) $\frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - K + (-1)^n \cdot \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + K$
3) e^x	в) $1 + x + x^2 + x^3 + K$
4) $\arctg x$	г) $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - K + (-1)^{n-1} \cdot \frac{x^n}{n} + \dots$
	д) $1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + K + \frac{x^n}{n!} + K$

4.17. Вычислите значения частных производных функции $z = 4x^2 - xy^3 + 5y$ в точке $M_0(1; -1)$ и установите соответствие.

1) $\frac{\partial z}{\partial x} \Big _{M_0}$	а) -3
2) $\frac{\partial z}{\partial y} \Big _{M_0}$	б) 8
3) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \Big _{M_0}$	в) 2
4) $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \Big _{M_0}$	г) 6
5) $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \Big _{M_0}$	д) 9
	е) 1

4.18. Вычислите значения частных производных функции $z = 5x^3 - 3xy^2 - 2y$ в точке $M_0(1; 2)$ и установите соответствие

1) $\frac{\partial z}{\partial x} \Big _{M_0}$	а) 30
2) $\frac{\partial z}{\partial y} \Big _{M_0}$	б) -14
3) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \Big _{M_0}$	в) -12
4) $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \Big _{M_0}$	г) -6
5) $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \Big _{M_0}$	д) -4
	е) 3

4.19. Установите соответствие между функциями, записанными в левой колонке, и их первообразными в правой колонке

1) $\frac{1}{x^2}$	а) $\frac{x^2}{4}$
2) $\frac{x}{2}$	б) $\ln x + x^2$
3) $3x^2$	в) $\frac{1}{x^2} + 2$
4) $\frac{1}{x} + 2x$	г) $-\frac{1}{x}$
	д) x^3

4.20. Установите соответствие между функциями, записанными в левой колонке, и их первообразными в правой колонке

1) $\frac{2}{x^3}$	а) x
	б) $\ln x + 2x$

2) $6x^2$	В) $-\frac{1}{x^2}$
3) 1	Г) $-\frac{1}{x}$
4) $\frac{1}{x} + 2$	Д) $2x^3$

4.21. Установите соответствие между интегралами и их значениями

1) $\int \frac{dx}{a^2 - x^2}$	а) $\frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+x}{a-x} \right + c$
2) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}$	б) $\frac{1}{a} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{x}{a} + c$
3) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$	в) $\operatorname{arc} \sin \frac{x}{a} + c$
4) $\int \frac{dx}{a^2 + x^2}$	г) $\operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{x}{a} + c$
	д) $\ln \left x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right + c$

4.22. Установите соответствие между неопределенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке

1) $\int Af(x)dx$	а) $\int f dx \pm \int g dx$
2) $\int (f \pm g)dx$	б) $f(x)$
3) $\left(\int f(x)dx \right)$	в) $A \int f(x)dx$
4) $\int dF(x)$	г) $F(x) + C$
	д) $f(x)dx$

4.23. Установите соответствие между определенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке.

1) $\int_b^a f(x)dx$	а) 0
2) $\int_a^a f(x)dx$	б) $-\int_a^b f(x)dx$
3) $\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$	в) $\int_a^b f(x)dx$
4) $\int_a^b (f(x) + g(x))dx$	г) $\int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx$
	д) $\int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$

4.24. Установите соответствие между неопределенными интегралами и заменами, которые целесообразно применить для вычисления интегралов

1) $\int \sin^3 x \cdot \cos^2 x dx$	а) $t = \operatorname{tg} x$
2) $\int \frac{\sqrt{\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} dx$	б) $t = \operatorname{ctg} x$
3) $\int \sin^4 x \cdot \cos x dx$	в) $t = \sin x$
4) $\int \frac{\operatorname{ctg} x}{\sin^2 x} dx$	г) $t = \cos x$
	д) $t = \cos^2 x$

4.25. Установите соответствие между интегралом и способом его вычисления.

1) $\int \frac{dx}{x \cdot \ln^5 x}$	а) использование почленного деления
2) $\int (x + 1) \sin x dx$	б) подведение под знак дифференциала
3) $\int 5^x dx$	в) использование формулы
4) $\int \frac{3+x}{x} dx$	г) непосредственное интегрирование
	д) метод интегрирования по частям

Шкала оценивания результатов тестирования: в соответствии с действующей в университете балльно-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения – 60 баллов (установлено положением П 02.016).

Максимальный балл за тестирование представляет собой разность двух чисел: максимального балла по промежуточной аттестации для данной формы обучения

(36 или 60) и максимального балла за решение компетентностно-ориентированной задачи (6).

Балл, полученный обучающимся за тестирование, суммируется с баллом, выставленным ему за решение компетентностно-ориентированной задачи.

Общий балл по промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по 5-балльной шкале (для экзамена) следующим образом:

Соответствие 100-балльной и 5-балльной шкал

<i>Сумма баллов по 100-балльной шкале</i>	<i>Оценка по 5-балльной шкале</i>
100–85	отлично
84–70	хорошо
69–50	удовлетворительно
49 и менее	неудовлетворительно

Критерии оценивания результатов тестирования:

Каждый вопрос (задание) в тестовой форме оценивается по дихотомической шкале: выполнено – **2 балла**, не выполнено – **0 баллов**.

2.2 КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ

Компетентностно-ориентированная задача №1

Составить функцию прибыли и построить её график, если известно, что фиксированные издержки производства продукции составляют 10 тыс. руб. в месяц, переменные издержки – 30 руб. за единицу продукции, а выручка равна 50 руб. за единицу продукции.

Компетентностно-ориентированная задача №2

Законы спроса и предложения на некоторый товар определяются уравнениями $D = 12 - 2Q$ и $S = Q + 3$.

а) Найти точку рыночного равновесия.

б) Найти точку равновесия после введения налога, равного 3 ден. ед. на единицу продукции. Определить увеличение цены и уменьшение равновесного объёма продаж. Посчитать доход государства после введения этого налога.

Компетентностно-ориентированная задача №3

Законы спроса и предложения на некоторый товар определяются уравнениями $D = 12 - 2Q$ и $S = Q + 3$.

а) Какая субсидия приведёт к увеличению объёма продаж на 2 единицы?

б) Вводится пропорциональный налог, равный 20%. Найти новую точку равновесия в доход правительства.

Компетентностно-ориентированная задача №4

В прошлом году средняя цена данного товара была 15 денежных единиц, а в настоящем году – 18 денежных единиц. Найти зависимость $P = f(n)$ цены товара P от номера года n при условии, что тенденция роста сохраниться, то есть цена будет увеличиваться на одно и то же число. Составить прогноз средней цены на три года вперед.

Компенентностно-ориентированная задача №5

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется следующим образом.

1. Если объём заказа не превышает 4 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 300 рублей.

2. Если объём заказа превышает 4 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 300 рублей предоставляется скидка в размере $\frac{x-4000}{50}$ рублей, где x – количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 16 000 единиц товара). Ответ записать в виде:

$$R(x_0) = R_0.$$

Компенентностно-ориентированная задача №6

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется так:

1. Если объём заказа не превышает 3 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 200 рублей.

2. Если объём заказа превышает 3 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 200 рублей предоставляется скидка в размере $\frac{x-3000}{100}$ рублей, где x – количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 13 000 единиц товара). Ответ записать в виде:

$$R(x_0) = R_0.$$

Компенентностно-ориентированная задача №7

Зависимость количества Q (в шт., $0 \leq Q \leq 30\,000$) купленного у фирмы товара от цены P (в руб. за шт.) выражается формулой $Q = 30\,000 - P$. Затраты на производство Q единиц товара составляют $5\,000Q + 3\,000\,000$ руб. Кроме затрат на производство, фирма должна платить налог t руб. ($0 < t < 15\,000$) с каждой произведённой единицы товара. Таким образом, прибыль фирмы составляет $PQ - 5\,000Q - 3\,000\,000 - tQ$ руб., а общая сумма налогов, собранных государством, равна tQ руб.

Фирма производит такое количество товара, при котором её прибыль максимальна. При каком значении t (в руб.) общая сумма налогов, собранных государством, будет максимальной?

Компенентностно-ориентированная задача №8

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1,92 \cdot Q^3 + 4,32 \cdot Q^2 + 2,88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1,44 \cdot Q + 89,28$. Требуется определить максимальную прибыль предприятия.

Компенентностно-ориентированная задача №9

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1,92 \cdot Q^3 + 4,32 \cdot Q^2 + 2,88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1,44 \cdot Q + 89,28$. Требуется определить объём продукции и цену, соответствующие максимальной прибыли.

Компенентностно-ориентированная задача №10

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1,92 \cdot Q^3 + 4,32 \cdot Q^2 + 2,88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1,44 \cdot Q + 89,28$. Требуется определить средние и предельные затраты, соответствующие максимальной прибыли.

Компенентностно-ориентированная задача №11

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1,92 \cdot Q^3 + 4,32 \cdot Q^2 + 2,88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1,44 \cdot Q + 89,28$. Требуется определить участки роста и убывания прибыли при изменении объёма выпускаемой продукции от 2 до 5 ед.

Компенентностно-ориентированная задача №12

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1,92 \cdot Q^3 + 4,32 \cdot Q^2 + 2,88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1,44 \cdot Q + 89,28$. Требуется определить наименьшее значение затрат при изменении объёма выпускаемой продукции от 2 до 5 ед.

Компенентностно-ориентированная задача №13

Потребитель имеет возможность потратить сумму в размере 1000 ден. ед. на приобретение x единиц первого товара и y единиц второго товара. Заданы функция полезности $u(x, y) = 0,5 \cdot \ln(x - 2) + 2 \ln(y - 1)$ и цены $P_1 = 0,2$ и $P_2 = 4$ за единицу товаров. Определить количество единиц товаров, при которых полезность для потребителя будет наибольшей.

Компенентностно-ориентированная задача №14

Вычислить на сколько процентов приближённо изменится спрос, описываемый функцией $D = e^{-\sqrt{n+P^2}}$, где n — число производителей товара, P — цена товара, если число производителей товара уменьшится на 1%, а цена возрастёт на 1%. На рынке имеется 7 производителей, цена товара составляет 3 ед.

Компенентностно-ориентированная задача №15

Данные о росте индекса Доу-Джонса и росте цены акций (усл. ед.) приведены в таблице:

x	2,0	2,5	3,0	3,1	3,5	3,7	4,3
y (усл. ед.)	4,3	4,6	4,7	4,7	4,9	5,1	4,6

Методом наименьших квадратов найти зависимость вида $y = ax + b$ между ростом цены акций y и ростом индекса x . Вычислить рост цены акции при росте индекса, равном 2,6.

Компетентностно-ориентированная задача №16

По данным исследований в распределении доходов одной из стран, кривая Лоренца может быть описана уравнением $y = \frac{3}{2-x} - \frac{5}{3}$, где x – доля населения, y – доля доходов населения. Вычислить коэффициент Джинни, оценить распределение доходов 40% наиболее низко оплачиваемого населения.

Компетентностно-ориентированная задача №17

Из статистических данных известно, что для рассматриваемого региона число новорожденных и число умерших за единицу времени пропорциональны численности населения с коэффициентами пропорциональности соответственно k_1 и k_2 . Найти закон изменения численности населения с течением времени (описать протекание демографического процесса).

Компетентностно-ориентированная задача №18

Найти выражение объёма реализованной продукции $Q = Q(t)$ и его значение при $t = 2$, если известно, что продукция продаётся на конкурентном рынке по цене $P(Q) = 3 - 2Q$, норма акселерации $\frac{1}{l} = 1,5$, норма инвестиций $m = 0,6$, $P(0) = 1$.

Пояснение: полученный на момент времени t доход составит $R(Q) = Q \cdot P(Q)$, часть которого, равная $I(t) = m \cdot P(Q) \cdot Q$, инвестируется в производство при норме инвестиции m . В результате расширения производства (предполагается полная реализация производимой продукции) будет получен прирост дохода, часть которого опять инвестируется для расширения выпуска продукции. Это приведет к росту скорости выпуска (акселерации), причём скорость выпуска пропорциональна увеличению инвестиций с коэффициентом пропорциональности l , т.е. $Q'(t) = l \cdot I(t)$, где l^{-1} – норма акселерации.

Компетентностно-ориентированная задача №19

Известно, что начальный размер вклада под 10% годовых в банке составил 1 млн. рублей. Найти размер вклада через 5 лет: а) без капитализации процентов, б) с ежегодной капитализацией, в) с ежеквартальной капитализацией, г) с ежемесячной капитализацией, д) с ежедневной капитализацией, е) с непрерывной капитализацией.

Компетентностно-ориентированная задача №20

Кооператив открывает линию по производству жестяных консервных банок объемом 0,25 литра для последующей расфасовки в них консервированного горош-

ка. В качестве инженера-экономиста рассчитайте такие радиус основания x и высоту y консервной банки, чтобы на ее изготовление потребовалось минимум материала. Напомним, что $1 \text{ л} = 1000 \text{ см}^3$.

Компенентностно-ориентированная задача №21

В таблице приведены данные численности занятого населения (x , млн.) и валового выпуска продукции (y , у.е.).

x_i	80	82	83	84	85	86	88	89	90	91
y_i	32	34	35	36	36	37	38	40	39	40

В предположении, что между x и y существует линейная зависимость, определить параметры линейной регрессии $y = kx + b$ методом наименьших квадратов. Спрогнозировать валовой выпуск продукции в случае, если занятое население увеличится на 10% по сравнению с последними данными (90 млн.)

Компенентностно-ориентированная задача №22

Торговое предприятие имеет сеть, состоящую из 10 магазинов, информация о деятельности которых: годовой товарооборот (y , млн. руб.) и торговая площадь (x , тыс. м²) представлена в таблице.

x_i	0,24	0,41	0,55	0,58	0,78	0,94	0,98	1,21	1,28	1,32
y_i	19,8	38,1	41,0	43,1	56,3	68,5	75,0	89,1	91,1	91,3

В предположении, что между x и y существует линейная зависимость, определить параметры линейной регрессии $y = kx + b$ методом наименьших квадратов. Спрогнозировать годовой товарооборот в случае, если торговая площадь составит ровно 1 тыс. м².

Компенентностно-ориентированная задача №23

В таблице приведены данные о росте объема выручки (y , тыс. у.е.) косметической компании в зависимости от числа клиентов (x).

x_i	900	950	1000	1040	1080	1100	1120	1130	1135	1140
$y_i \cdot 10$	992	1101	1203	1289	1381	1432	1478	1505	1514	1530

В предположении, что между x и y существует квадратичная зависимость, определить параметры регрессии $y = a_2x^2 + a_1x + a_0$ методом наименьших квадратов. Спрогнозировать объем выручки, если число клиентов достигнет 1150 человек.

Компенентностно-ориентированная задача №24

В таблице приведены данные о показателях конкуренции (x) и средневзвешенные по частоте упоминания количества патентов (y).

x_i	0,9	0,91	0,92	0,93	0,94	0,95	0,96	0,97	0,98	0,9
y_i	4,5	4,8	5,3	5,9	6,1	6,4	6,1	5,4	4,8	4,3

В предположении, что между x и y существует квадратичная зависимость, определить параметры регрессии $y = a_2x^2 + a_1x + a_0$ методом наименьших квадратов. Спрогнозировать количество патентов, в случае, если показатель конкуренции составит 1.

Компенентностно-ориентированная задача №25

Найти значение цены $p(t)$, при котором достигается равновесное состояние рынка, заключающееся в равенстве спроса $d(t)$ и предложения $s(t)$, если $d(t) = 3p'' - p' - 2p + 18$, $s(t) = 4p'' + p' + 3p + 3$.

Шкала оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи:

В соответствии с действующей в университете балльно-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения – 60 (установлено положением П 02.016).

Максимальное количество баллов за решение компетентностно-ориентированной задачи – 6 баллов.

Балл, полученный обучающимся за решение компетентностно-ориентированной задачи, суммируется с баллом, выставленным ему по результатам тестирования.

Общий балл по промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по 5-балльной шкале (для экзамена) следующим образом:

Соответствие 100-балльной и 5-балльной шкал

<i>Сумма баллов по 100-балльной шкале</i>	<i>Оценка по 5-балльной шкале</i>
100–85	отлично
84–70	хорошо
69–50	удовлетворительно
49 и менее	неудовлетворительно

Критерии оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи:

6-5 баллов выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует глубокое понимание обучающимся предложенной проблемы и разностороннее ее рассмотрение; свободно конструируемая работа представляет собой логичное, ясное и при этом краткое, точное описание хода решения задачи (последовательности (или выполнения) необходимых трудовых действий) и формулировку доказанного, правильного вывода (ответа); при этом обучающимся предложено несколько вариантов решения или оригинальное, нестандартное решение (или наиболее эффективное, или наиболее рациональное, или оптимальное, или единственно правильное решение); задача решена в установленное преподавателем время или с опережением времени.

4-3 балла выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует понимание обучающимся предложенной проблемы; задача решена типовым способом в установленное преподавателем время; имеют место общие фразы и (или) несущественные недочеты в описании хода решения и (или) вывода (ответа).

2-1 балла выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует поверхностное понимание обучающимся предложенной проблемы; осуществлена попытка шаблонного решения задачи, но при ее решении допущены ошибки и (или) превышено установленное преподавателем время.

0 баллов выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует непонимание обучающимся предложенной проблемы, и (или) значительное место занимают общие фразы и голословные рассуждения, и (или) задача не решена.