МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Юго-Западный государственный университет

УТВЕРЖДАЮ:
И.о. зав. кафедрой
высшей математики
(наименование кафедры полностью)

О.А. Бредихина
(подпись)
«30» 08 2022 г.

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
для текущего контроля успеваемости
и промежуточной аттестации обучающихся
по дисциплине

Математический анализ
(наименование дисциплины)

ОПОП ВО 38.03.01 Экономика
шифр и наименование направления подготовки (специальности)

Курск – 2022

1 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

1.1 ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ В ТЕСТОВОЙ ФОРМЕ

Раздел (тема) 1 «Числовые множества. Введение в математический анализ»

Вариант 1 (Т 1)

1. Найти $A \cap B$, если множества A и B заданы перечислением элементов: $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ и $B = \{b, d, e, m, n, p\}$.

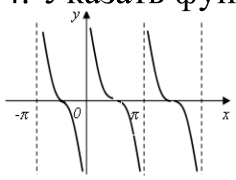
1) $\{a, b, c, d, e, f, m, n, p\}$ 2) $\{b, d\}$
3) $\{a, c, f\}$ 4) $\{b, d, e\}$

2. Найти $A \cap (B \cup C)$, если $A = (-3;11]$, $B = [-2;\ 5]$, $C = (4;9]$
1) $(4;5]$ 2) $[-2;\ 9]$ 3) $(-3;9]$ 4) $(-3;4) \cup [5;\ 11]$

3. Найти область определения функции $y = \dfrac{4}{\sqrt{x} - 2}$

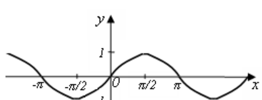
1) $(4;+\infty)$ 2) $(-\infty;4) \cup (4;+\infty)$
3) $[0;4) \cup (4;+\infty)$ 4) $(0;4) \cup (4;+\infty)$

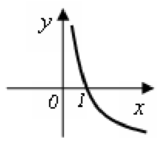
4. Указать функцию, график которой изображен на рисунке

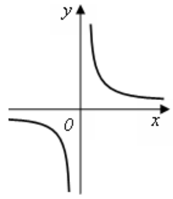


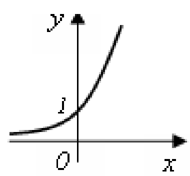
1) $y = \dfrac{1}{x}$ 2) $y = \dfrac{1}{x^2}$ 3) $y = x^3$ 4) $y = ctg\ x$

5. Указать график функции $y = \log_{0,5} x$

а) 

б) 

в) 

г) 

6. Ниже дано определение бесконечно большой числовой последовательности. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II)

Числовая последовательность $\{x_n\}$ называется бесконечно большой , если ______ существует ______ такой, что если _______ , то выполняется условие _________

I. $|x_n| > \varepsilon$
II. $n > N(\varepsilon)$
III. для любого числа $\varepsilon > 0$
IV. номер $N(\varepsilon) > 0$

7. Установить соответствие между пределами и неопределенностями, обнаруженными в каждом из них

1) $\lim\limits_{x\to 1}(1-x)\cdot tg\left(\frac{\pi x}{2}\right)$	а) неопределённость $\left(\frac{0}{0}\right)$
2) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^4+2x^2+8}{3x^3+5x^2-10}$	б) неопределённость $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$
3) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x^2-2x-3}$	в) неопределённость (1^∞)
4) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2x+1}{2x-1}\right)^{3-4x}$	г) неопределённость $(0\cdot\infty)$
	д) неопределённость $(\infty+\infty)$

8. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x^4-2x^2+8}{3x^3+5x^2-10}$.

9. Предел $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+3}{x}\right)^x$ равен …

1) e 2) e^3 3) $3/e$ 4) 1

10. Бесконечно малые в точке x_0 функции $f(x)$ и $g(x)$ называются эквивалентными бесконечно малыми, если

1) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)}{g(x)}=0$ 2) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)}{g(x)}=1$ 3) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)}{g(x)}=+\infty$ 4) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)}{g(x)}=-\infty$

Вариант 2 (Т 1)

1. Даны два множества $A=\{-2,3,8,13,18,23\}$, $B=\{-3,-1,1,3,5,7,9,11,13\}$. Найти $A\setminus B$.

1) $\{-3,-2,-1,1,3,5,7,8,9,11,13,18,23\}$ 2) $\{-2,8,18,23\}$
3) $\{-3,-2,-1,1,5,7,8,9,11,18,23\}$ 4) $\{-3,-1,1,5,7,9,11\}$

2. Даны числовые промежутки $A=[3;5)$ и $B=[0;3]$. Выполнить операции над множествами и установить соответствие

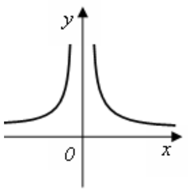
1) $A \cap B$	а) $[0;\ 5)$
2) $A \cup B$	б) $\emptyset$
3) $A \setminus B$	в) $(3;\ 5)$
4) $B \setminus A$	г) $[3;\ 5)$
	д) $\{3\}$

3. Найти область определения функции $y = \dfrac{\ln(x+1)}{x-4}$

1) $(4;+\infty)$ 2) $(-\infty;4)\cup(4;+\infty)$

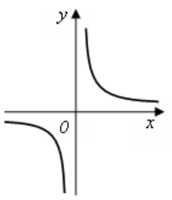
3) $(0;4)\cup(4;+\infty)$ 4) $(-1;4)\cup(4;+\infty)$

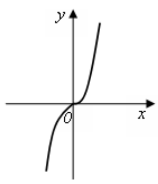
4. Указать функцию, график которой изображен на рисунке

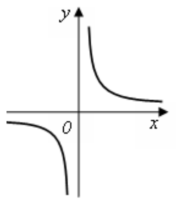


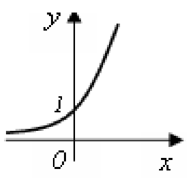
1) $y=\dfrac{1}{x}$ 2) $y=\dfrac{1}{x^2}$ 3) $y=x^3$ 4) $y=ctg\,x$

5. Указать график функции $y=x^3$

а) 

б) 

в) 

г) 

6. Ниже дано определение бесконечно малой числовой последовательности. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II)

Числовая последовательность $\{x_n\}$ *называется бесконечно малой, если* ______ *существует* ______ *такой, что если* _______ *, то выполняется условие* _________

I. $|x_n| < \varepsilon$

II. $n > N(\varepsilon)$

III. для любого числа $\varepsilon > 0$

IV. номер $N(\varepsilon) > 0$

7. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x+8}{3x+5}\right)^{6-9x}$.

8. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+2x-3}{5-5x^2}$.

9. Предел $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x+3}{2x}\right)^x$ равен

1) e 2) 0 3) $3/e$ 4) 1

10. Если функции $y=f(x)$ и $y=g(x)$ – бесконечно малые в точке a, то бесконечно малыми в точке a обязательно являются функции

1) $f(x)+g(x)$ 2) $f(x)\cdot g(x)$ 3) $f(x)^{g(x)}$ 4) $f(x)/g(x)$

Раздел (тема) 2 «Дифференциальное исчисление функции одной»

Вариант 1 (Т 2)

1. Производная функции $y=x^5-\dfrac{1}{x}+\sqrt[4]{x^3}$ равна

1) $5x^4-\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{3}{4\sqrt[4]{x}}$ 2) $5x^4+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{3}{4\sqrt[4]{x^3}}$

3) $5x^4+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{3}{4\sqrt[4]{x}}$ 4) $5x+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{4}{3}\sqrt[3]{x}$

2. Производная функции $\mathrm{f(x)=\cos^3(x^2+2x)}$ равна

1) $\mathrm{3\cos^2(x^2+2x)(2x+2)}$ 2) $\mathrm{3\cos^2(x^2+2x)(-\sin(x^2+2x))(2x+2)}$

3) $\mathrm{3\sin^2(x^2+2x)(2x+2)}$ 4) $\mathrm{3\cos^2(x^2+2x)\sin(x^2+2x)(2x+2)}$

3.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при нахождении производной функции по определению	1) зафиксировать x, вычислить значение функции $f(x)$ 2) найти приращение функции $\Delta y=f(x+\Delta x)-f(x)$ 3) дать аргументу x приращение Δx и вычислить значение функции $f(x+\Delta x)$ 4) найти предел $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ 5) определить отношение $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$	

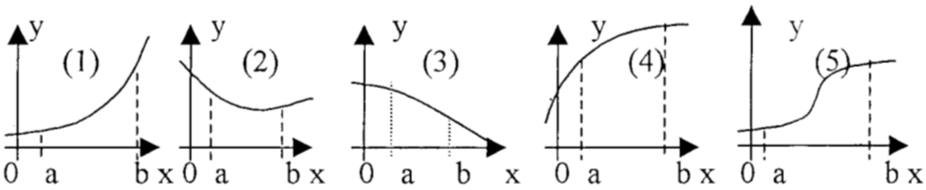
4. Производная функции $y = x^x$

1) $y' = \dfrac{x^{x+1}}{x+1}$ 2) $y' = x^x$ 3) $y' = x^x \ln x$ 4) $y' = x^x(1+\ln x)$

5. Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y'.

1) $y = \sin(\ln x)$ 2) $y = x \cdot \operatorname{tg} x$ 3) $y = (\log_2 x)^{\cos x}$ 4) $y = 5^x$	1) логарифмическое дифференцирование 2) табличная производная 3) производная неявно заданной функции 4) производная произведения 5) производная сложной функции

6. Укажите, на каком рисунке изображён график функции, для которой в каждой точке отрезка $[a;b]$ выполняются три условия: $y > 0, y' < 0, y'' < 0$.



7. Найти коэффициент k касательной $y = kx + b$ к параболе $y = 7x^2 - 14x + 5$ в точке $x_0 = 2$.

8. Найти точку минимума функции $y = (2x+1)^2 \cdot (x+3) + 4$.

9. Найти наименьшее значение функции $y = \frac{x^2+49}{x}$ на отрезке $[-9; -1]$.

10. Выручка R от продажи некоторого товара определяется по формуле $R(Q) = 150Q - 0{,}2Q^2$, где $Q -$ объём проданной продукции (тыс. ед.). Найти предельную выручку, если продано 120 тыс. ед.

Вариант 2 (Т 2)

1. Найти производную y' функции $y = tg^2 5x$

1) $y' = \dfrac{2tg\,5x}{\cos^2 5x}$ 2) $y' = 2tg5x$ 3) $y' = \dfrac{10}{\cos^2 5x}$ 4) $y' = \dfrac{10tg\,5x}{\cos^2 5x}$

2. Найти значение производной y'_x при $t = 1$, если функция задана параметрически: $\begin{cases} x = t + \dfrac{t^3}{3} \\ y = arctg\, t \end{cases}$,

3.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при нахождении производной функции $y = (\sin x)^{\cos x}$	1) найти производные обеих частей равенства 2) прологарифмировать обе части равенства 3) воспользоваться правилом нахождения производной сложной функции 4) воспользоваться свойством $\ln\left\|a^b\right\| = b \cdot \ln\|a\|$ 5) заменить y исходной функцией	

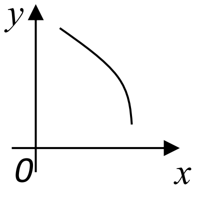
4. Пусть y(x) задана неявно: $y = x + \ln y$, тогда $y'(x)$ равна____

1) $\dfrac{y}{y-1}$ 2) $\dfrac{y}{y+1}$ 3) $1+\dfrac{1}{y}$ 4) $\dfrac{y-1}{y}$

5. Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y'.

1) $y = \sqrt[3]{x}$ 2) $y = (\lg x)^x$ 3) $y = (5x+2) \cdot \cos x$ 4) $y = e^{6x}$	1) логарифмическое дифференцирование 2) табличная производная 3) производная неявно заданной функции 4) производная произведения 5) производная сложной функции

6. По графику функции $y = f(x)$, представленному на рисунке, определить знак y' и y''.



1) $y' < 0,\ y'' > 0$ 2) $y' > 0,\ y'' < 0$

3) $y' < 0,\ y'' < 0$ 4) $y' > 0,\ y'' > 0$

7. Найти угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = 5\sqrt[5]{x} + 4\sqrt{x}$ в точке $x = 1$

8. Точка минимума функции $y = \dfrac{e^x}{x}$

1) 0 2) 1 3) e 4) нет точки минимума

9. Длина промежутка убывания функции $y = (x+1)(x-2)^2$

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

10. Функции долговременного спроса D и предложения S от цены P на мировом рынке нефти имеют, соответственно, вид $D = 30 - 0{,}9P$ и $S = 1{,}2P + 16$. Найти эластичность спроса в точке равновесной цены.

Раздел (тема) 3 «Неопределенный интеграл»

Вариант 1 (Т 3)

1. Найти первообразная функции $f(x) = \sin\dfrac{x}{2} + x + 1$, график которой проходит через M (0; 4)

1) $\cos\dfrac{x}{2} + \dfrac{x^2}{2} + x + 6$ 2) $2\cos\dfrac{x}{2} + \dfrac{x^2}{2} + 2$

3) $-2\cos\dfrac{x}{2} + \dfrac{x^2}{2} + x + 6$ 4) $2\cos\dfrac{x}{2} + \dfrac{x^2}{2} + x + 6$

2. Найти неопределенный интеграл $\displaystyle\int \frac{dx}{\sin^2 4x}$

1) $-\dfrac{1}{4}ctg 4x + C$ 2) $\dfrac{1}{4}tg\, 2x + C$

3) $-\dfrac{1}{2}ctg\, x + C$ 4) $-\dfrac{1}{4}ctg\, 2x + C$

3. Установите соответствие между интегралами и их значениями

1) $\int \frac{dx}{a^2 - x^2}$ 2) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}$ 3) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$ 4) $\int \frac{dx}{a^2 + x^2}$	а) $\frac{1}{2a}\ln\left\|\frac{a+x}{a-x}\right\|+c$ б) $\frac{1}{a} arc\,tg \frac{x}{a}+c$ в) $arc\sin\frac{x}{a}+c$ г) $arc\,tg\frac{x}{a}+c$ д) $\ln\left\|x+\sqrt{x^2 \pm a^2}\right\|+c$

4. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2 - 9}}$

1) $\frac{1}{6}\arcsin 2x + C$ 2) $\frac{1}{6}\arcsin\frac{2x}{3} + C$

3) $\frac{1}{6}\ln\left|\frac{2x+3}{2x-3}\right| + C$ 4) $\frac{\ln\left|2x+\sqrt{4x^2-9}\right|}{2} + C$

5. Найти неопределённый интеграл $\int \frac{\cos x}{\sqrt{5 - 2\sin x}}dx$

1) $\sqrt{5-2\sin x} + C$ 2) $2\ln\left|5 - 2\sin x\right| + C$

3) $-\sqrt{5-2\sin x} + C$ 4) $2\sqrt{5-2\sin x} + C$

6. Указать равенства, которые являются верными

1) $\int dF(x) = f(x)$ 2) $\int (f_1(x)\cdot f_2(x))dx = \int f_1(x)\,dx \cdot \int f_2(x)\,dx$

3) $\int dF(x) = F(x) + C$ 4) $\int f(ax+m)dx = \frac{F(ax+m)}{a} + C$

7. Найти неопределённый интеграл $\int (2x+1)\cdot e^{2x+1}dx$

1) $xe^{2x+1} + C$ 2) $2xe^{2x+1} + C$

3) $(x^2 + x)e^{2x+1} + C$ 4) $2(x^2+x)e^{2x+1} + C$

8. Указать вид разложения дроби $\frac{x-4}{x^3+6x^2+8x}$ на простейшие

1) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2+6x+8}$ 2) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{Mx+P}{x^2+6x+8}$

3) $\frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{x^2+6x+8}$ 4) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x+2} + \frac{C}{x+4}$

9. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{4x+1}{x^2+x}dx$

1) $\ln|x|+3\ln|x+1|+C$ 2) $3\ln|x|+\ln|x+1|+C$

3) $\ln|x|-3\ln|x+1|+C$ 4) $3\ln|x|-\ln|x+1|+C$

10. Записать верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла $\int (x+1)\cdot \sin x\, dx$.

1) Вычислить du и v
2) Установить, что нужно взять за u, а что за dv
3) Определить, относится ли интеграл к типу интегралов, интегрируемых по частям
4) Воспользоваться формулой $\int u\, dv = uv - \int v du$, подставив вместо u, dv, du и v их значения.

Вариант 2 (Т 3)

1. Найти первообразную функции $f(x)=\frac{1}{\cos^2 x}+3x^2+1$, график которой проходит через M (0; 2)

1) $-tg\, x+x^3+2$ 2) $tg\, x+x^3+x+2$

3) $tg\, x+x^3+2$ 4) $tg\, x+x^3+x+2$

2. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{(2x)^2-9}$

1) $\frac{1}{3}arctg\, 2x+C$ 2) $\frac{1}{12}\ln\left|\frac{2x-3}{2x+3}\right|+C$

3) $\frac{1}{6}\ln\left|\frac{2x+3}{2x-3}\right|+C$ 4) $\ln x+\left|\sqrt{4x^2-9}\right|+C$

3. Установите соответствие между функциями, записанными в левой колонке, и их первообразными в правой колонке

1) $\frac{1}{x^2}$ 2) $\frac{x}{2}$ 3) $3x^2$	а) $\frac{x^2}{4}$ б) $\ln|x|+x^2$ в) $\frac{1}{x^2}+2$ г) $-\frac{1}{x}$ д) x^3

4) $\frac{1}{x}+2x$	

4. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{\sqrt[3]{\ln^2 x}}{x}dx$

1) $\frac{3\sqrt[3]{\ln^5 x}}{5}+C$ 2) $-\sqrt[3]{\ln^5 x}+C$

3) $2\sqrt[3]{\ln^2 x}+C$ 4) $3\sqrt[3]{\ln x}+C$

5. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{x\,dx}{\sqrt{x^2+3}}$

1) $2\sqrt{x^2+3}+C$ 2) $\frac{x^2}{\sqrt{x^2+3}}$

3) $\sqrt{x^2+3}+C$ 4) $\ln\left|x+\sqrt{x^2+3}\right|+C$

6. Найти неопределённый интеграл $\int (2x-1)\cdot \cos x\,dx$

1) $(2x-1)\cdot\cos x+2\sin x+C$ 2) $2x\cdot\cos x-\sin x+C$

3) $(x^2-x)\sin x+C$ 4) $2\cos x+(2x-1)\cdot\sin x+C$

7. Найти неопределённый интеграл $\int 2x\ln x\,dx$

1) $x^2\ln x+C$ 2) $x^2\ln x-x^2+C$

3) $x+\ln x+C$ 4) $x^2\ln x-\frac{x^2}{2}+C$

8. Определить вид разложения дроби $\frac{3x-4}{x^4+6x^3+10x^2}$ на простейшие дроби

1) $\frac{A}{x^2}+\frac{B}{x^2+6x+10}$ 2) $\frac{A}{x}+\frac{Mx+P}{x^2+6x+10}$

3) $\frac{A}{x}+\frac{B}{x^2}+\frac{Mx+P}{x^2+6x+10}$ 4) $\frac{A}{x}+\frac{B}{x^2}+\frac{C}{x^2+6x+10}$

9. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{5x-16}{x^2-6x+8}dx$

1) $3\ln|x-2|-2\ln|x-4|+C$ 2) $3\ln|x-2|+2\ln|x-4|+C$

3) $2\ln|x-2|+3\ln|x-4|+C$ 4) $3\ln|x+2|+2\ln|x+4|+C$

10. Записать верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла $\int \frac{x^3+5x^2-4x-6}{x(x+3)}dx$.

1. Проинтегрировать $Q(x)$ и полученные простейшие дроби и сложить результаты
2. Определить вид разложения $\frac{R(x)}{x(x+3)}$ дроби на простейшие дроби
3. Выполнить деление многочлена в числителе подынтегральной функции на многочлен в знаменателе, то есть представить подынтегральную функцию в виде $f(x) = Q(x) + \frac{R(x)}{x(x+3)}$
4. Вычислить коэффициенты в разложении дроби $\frac{R(x)}{x(x+3)}$ на простейшие дроби, воспользовавшись методом неопределенных коэффициентов

Раздел (тема) 4 «Определенный интеграл»

Вариант 1 (Т 4)

1. Указать равенства, которые являются верными

1) $\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$ 2) $\int_a^b f(x)\,dx \ge 0$

3) $\int_a^b f(x)\,dx = \int_b^a f(x)\,dx$ 4) $\int_a^a f(x)\,dx = 0$

2. Вычислить определенный интеграл $\int_1^8 \left(2\sqrt[3]{x} - \frac{4}{x^2}\right)dx$

3. Установите соответствие между определенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке

1) $\int_b^a f(x)dx$ 2) $\int_a^a f(x)dx$ 3) $\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$ 4) $\int_a^b (f(x)+g(x))dx$	а) 0 б) $-\int_a^b f(x)dx$ в) $\int_a^b f(x)dx$ г) $\int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx$ д) $\int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$

4. Вычислить определенный интеграл $\int\limits_0^{\ln 2} \frac{e^{2x}+2}{e^x}dx$

5. Указать интегралы, которые являются несобственными

1) $\int\limits_{-1}^{1} \frac{x}{x+1}dx$ 2) $\int\limits_{-1}^{1} e^{\frac{x+1}{x}}dx$

3) $\int\limits_{-1}^{1} \ln(x+5)\,dx$ 4) $\int\limits_{-1}^{1} (x-1)(x+1)\,dx$

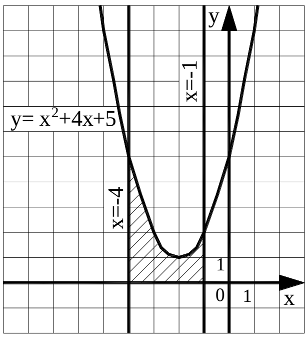
6. Указать интегралы, которые не являются несобственными:

1) $\int_1^3 \left(\frac{2}{\sqrt[3]{x}}\right)dx$ 2) $\int_1^8 \left(\frac{2}{\sqrt[3]{x}}\right)dx$

3) $\int_1^3 \ln x\ dx$ 4) $\int_0^\pi (tg\ x)dx$

7. Найти площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y=-x^3$ и прямой, проходящей через точки A(-1; 4) и B(1;-4)

8. Найти площадь фигуры, изображенной на рисунке



1) $\frac{230}{3}$ 2) 70 3) 16 4) $\frac{100}{3}$ 5) 6

9. Исследуйте на сходимость несобственный интеграл $\int_{-1}^{1} \frac{1}{x^2}dx.$ Укажите верную последовательность математических действий, которые для этого нужно совершить.

1) Доказать, что расходится хотя бы один из интегралов: $\int_{-1}^{0} \frac{1}{x^2}dx$ или $\int_{0}^{1} \frac{1}{x^2}dx.$

2) Представить интеграл в виде $\int_{-1}^{1} \frac{1}{x^2}dx = \int_{-1}^{0} \frac{1}{x^2}dx + \int_{0}^{1} \frac{1}{x^2}dx.$

3) Установить, что подынтегральная функция не определена в точке x=0, в окрестности которой она не ограничена.

4) Сделать вывод о расходимости интеграла $\int_{-1}^{1} \frac{1}{x^2}dx.$

10. Найти работу силы $F(x)=\frac{-3}{x^2}$ по перемещению мат. точки вдоль оси Ox из точки x=1 в точку x=2.

Вариант 2 (Т 4)

1. Указать равенства и утверждения, которые являются верными

1) $\int_a^b Cf(x)\,dx = C\int_a^b f(x)\,dx$ 2) $\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx - \int_c^b f(x)\,dx$

3) $\int_a^b dx = a-b$ 4) Если $f(x)\ge g(x)$, то $\int_a^b f(x)\,dx \ge \int_a^b g(x)\,dx$

2. Вычислить определенный интеграл $\int\limits_0^1 \frac{6}{\pi\sqrt{4-x^2}}dx$

3. Установите соответствие между определенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке

1) $\int\limits_{-a}^{a} f(x)dx$, если $f(x)$ – четная функция	а) 0
2) $\int\limits_{-a}^{a} f(x)dx$, если $f(x)$ – нечетная функция	б) $-\int\limits_a^b f(x)dx$
3) $\int\limits_b^a f(x)dx$	в) $\int\limits_a^b f(x)dx$
4) $\int\limits_a^c f(x)dx + \int\limits_c^b f(x)dx$	г) $2\cdot\int\limits_0^a f(x)dx$
	д) $\int\limits_0^a f(x)dx$

4. Вычислить определенный интеграл $\int\limits_{\pi/2}^{\pi} \frac{\cos x}{\sin x+1}dx$

1) 0 2) 1 3) $\ln 2$ 4) $-\ln 2$

5. Указать интегралы, которые являются несобственными

1) $\int\limits_0^2 \frac{dx}{x^2-1}dx$ 2) $\int\limits_0^2 e^{2x-1}dx$

3) $\int\limits_0^2 \ln x\,dx$ 4) $\int\limits_0^2 (x-2)x\,dx$

6. Указать интегралы, которые не являются несобственными:

1) $\int_0^3 \left(\frac{4}{\sqrt[3]{x}}\right) dx$ 2) $\int_1^8 (x-1)(x-8)dx$

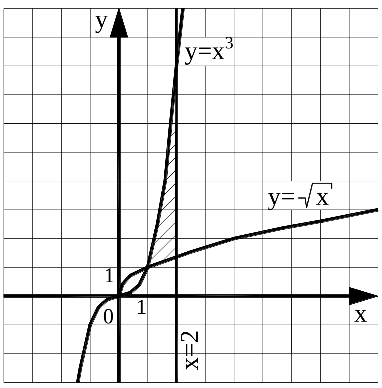
3) $\int_0^{e} \ln x \ dx$ 4) $\int_{\pi/4}^{\pi/2} (\mathrm{c}tg\ x)dx$

7. Найти площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y=\sqrt[3]{x}$ и прямой, проходящей через точки $A(1;\ 1)$ и $B(8;2)$

8. Записать верную последовательность действий, которую требуется совершить для нахождения площади фигуры, ограниченной линиями, задаваемыми уравнениями: $y = x, y = \frac{1}{x}, x = 2.$

1. Построить указанные линии в прямоугольной декартовой системе координат.
2. Найти a и b – пределы интегрирования, для этого определить абсциссы точек пересечения указанных линий.
3. Определив, график какой из функций $y = x$ или $y = \frac{1}{x}$ лежит выше, воспользоваться формулой: $S = \int\limits_a^b \left(f(x) - g(x)\right)dx$.
4. Вычислить определенный интеграл, пользуясь формулой Ньютона-Лейбница.

9. Найти площадь фигуры, изображенной на рисунке



1) 3,5 2) 3,75 3) $\frac{37}{12} - \frac{4\sqrt{2}}{3}$

4) $\frac{53}{12} - \frac{4\sqrt{2}}{3}$ 5) $\frac{14}{3} - \frac{4\sqrt{2}}{3}$

10. Найти работу силы $F(x) = \frac{4}{x^2}$ по перемещению мат. точки вдоль оси Ox из точки x=-2 в точку x=-1.

Раздел (тема) 5 «Функции нескольких переменных»

Вариант 1 (Т 5)

1. Найти частную производную $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции $z = \frac{3 - y^2}{1 + x}$

1) $-2y$ 2) $\frac{3-2y}{1+x}$ 3) $\frac{2y}{(1+x)^2}$ 4) $\frac{-2y}{1+x}$

2. Вычислите значения частных производных функции $z = 5x^3 - 3xy^2 - 2y$ в точке $M_0(1;2)$ и установите соответствие.

1) $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right\|_{M_0}$ 2) $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right\|_{M_0}$ 3) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right\|_{M_0}$ 4) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right\|_{M_0}$ 5) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right\|_{M_0}$	а) 30 б) −14 в) −12 г) −6 д) −4 е) 3

3. Найти частную производную $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ функции $z = x \ln y$

1) $-\frac{x}{y^2}$ 2) $\frac{x}{y^2}$ 3) $\frac{x}{y}$ 4) $\ln y$

4.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при исследовании функции двух переменных на экстремум	1) вычисляем значения A, B, C 2) вычисляем $z_0(x_0; y_0)$ 3) определяем стационарные точки 4) находим частные производные функции первого и второго порядков 5) определяем, минимум или максимум имеется в точке экстремума 6) вычисляем значение Δ 7) определяем наличие точки экстремума	

5. Найти производную функции $z = f(x, y)$ по направлению вектора $\vec{e}(-1;0)$

1) $\frac{\partial f}{\partial x}$ 2) $\frac{\partial f}{\partial y}$ 3) $-\frac{\partial f}{\partial x}$ 4) $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$

6. Найти градиент функции $z = e^{x^2+y}$ в точке Р (0;1)

1) $(0;e)$ 2) $(0;0)$ 3) $(e;e)$ 4) (1;1)

7. Найдите сумму $a + b + c$, где $(a; b; c)$ – это координаты вектора градиента функции $u = 2x^2 - 3y^2 + 4z^2$ в точке $M(1; -1; 2)$.

8. Исследуйте на экстремум функцию $z = \frac{x^3}{3} - 2xy + y^2 - 3x$. В ответе запишите значение z_0, если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$.

9. Производится два вида товаров в количестве x и y. Пусть цены на эти товары, соответственно, $P_1 = 32$ и $P_2 = 24$ тыс. руб. а функция издержек имеет вид С=1,5$x^2 + 2xy + y^2$. Найдите максимальную прибыль в тыс. руб., которую можно получить при продаже этих товаров.

10. В таблице приведены данные об уровне безработицы (x) и уровне преступности (y) в некотором населенном пункте.

x_i	0,6	1,3	2,2	3,3	4,2	5,3	6,0	6,3	6,4	6,5
y_i	4,2	4,27	4,32	4,47	4,53	4,68	4,85	5,01	5,15	5,22

В предположении, что между x и y существует линейная зависимость, определить параметры линейной регрессии $y = kx + b$ методом наименьших квадратов. Спрогнозировать уровень преступности в случае, когда безработица отсутствует.

Вариант 2 (Т 5)

1. Найти частную производную $\frac{\partial z}{\partial x}$ функции $z = x\cos(x + 2xy)$

1) $\cos(x+2xy) - x\sin(x+2xy)(1+2y)$ 2) $-2y\sin(x+2xy)$

3) $\cos(x+2xy) - x\sin(x+2xy)$ 4) $-\sin(x+2xy)$

2. Вычислите значения частных производных функции $z = 4x^2 - xy^3 + 5y$ в точке $M_0(1; -1)$ и установите соответствие.

1) $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right\|_{M_0}$ 2) $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right\|_{M_0}$ 3) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right\|_{M_0}$ 4) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right\|_{M_0}$ 5) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right\|_{M_0}$	а) -3 б) 8 в) 2 г) 6 д) 9 е) 1

3. Найти частную производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = y^x$

1) $y^x \ln^2 y$ 2) $x\, y^{x-1} \ln y$ 3) $x(x-1)y^{x-2}$ 4) $y^{x-1} x \ln y$

4.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при нахождении частной производной $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = \ln(3xy - x^3)$	1) $\frac{-6x(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3y-3x^2)}{(3xy-x^3)^2}$ 2) $\frac{(3xy-x^3)'}{3xy-x^3}$ 3) $(\ln(3xy - x^3))'_x$ 4) $\left(\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}\right)'_x$ 5) $\frac{(3y-3x^2)'(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3xy-x^3)'}{(3xy-x^3)^2}$ 6) $\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}$	

5. Найти производную функции $z = f(x, y)$ по направлению вектора $\vec{e}\,(0;1)$

1) $\frac{\partial f}{\partial x}$ 2) $\frac{\partial f}{\partial y}$ 3) $-\frac{\partial f}{\partial x}$ 4) $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$

6. Найти градиент функции $z = \ln x + 2xy$ в точке $P(0{,}5; -1)$

1) (0; 1) 2) (2; -1) 3) (0;-2) 4) (1; -2)

7. Найдите сумму $a + b + c$, где $(a; b; c)$ – это координаты вектора градиента функции $u = 5x^2 + 3y^2 + 3z^2$ в точке $M(0; -2; 3)$.

8. Исследуйте на экстремум функцию $z = 6(x - y) - 3x^2 - 3y^2$. В ответе запишите значение z_0, если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$.

9. Производится два вида товаров в количестве x и y. Пусть цены на эти товары, соответственно, $P_1 = 45$ и $P_2 = 27$ тыс. руб. а функция издержек имеет вид С=$6x^2 + 3xy + 3y^2$. Найдите максимальную прибыль в тыс. руб., которую можно получить при продаже этих товаров.

10. В таблице приведены данные об объемах производства (x, у.е.) некоторой компании в течение 10 месяцев и соответствующей операционной прибылью (y, тыс. руб.).

x_i	500	520	523	530	550	555	560	562	565	570
y_i	61	66,8	67	69	74	76,7	78	79	79,3	81

В предположении, что между x и y существует линейная зависимость, определить параметры линейной регрессии $y = kx + b$ методом наименьших квадратов. Сделать выводы о возможной месячной прибыли, если объем производства достигнет 600 у.е.

Раздел (тема) 6 «Дифференциальные уравнения»

Вариант 1 (Т 6)

1. Указать тип дифференциального уравнения $xy' + 2y + x^5y^3e^x = 0$

1) уравнением с разделяющимися переменными
2) однородным уравнением 3) линейным уравнением
4) уравнением Бернулли 5) уравнением в полных дифференциалах

2. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = xy^2$

1) $y = Ce^{-\frac{x^3}{3}}$ 2) $y = (x^2 + C)^{-1}$ 3) $y = \sqrt{x + C}$ 4) $y = -2(x^2 + C)^{-1}$

3. Найти общее решение дифференциального уравнения $yy' = 3$

1) $y = -C/x^2$ 2) $y = \pm\sqrt{3x + C}$ 3) $y = Ce^{2x}$ 4) $y = \pm\sqrt{6x + C}$

4. Указать тип дифференциального уравнения $\left(y^2 - 1\right)dx - \dfrac{x-1}{y+1}dy = 0$

1) уравнением с разделяющимися переменными
2) однородным уравнением 3) линейным уравнением
4) уравнением Бернулли 5) уравнением в полных дифференциалах

5. Найти постоянную С в частном решении дифференциального уравнения $y \cdot y' = 4x^3$ при $y(5) = 2$.

6. Указать уравнение, к которому сводится уравнение $yy'' - y' = 0$ с помощью введения переменной $z = y'$

1) $y^2\,dz = zdy$ 2) $y\,dz = z^2dy$ 3) $y\,dz = zdy$ 4) $ydz = dy$

7. Указать замену, целесообразную для понижении порядка диф.уравнения $y'y'' = y^2$

1) $z(y) = y'$ 2) $z(x) = y$ 3) $z(y) = y'$ 4) $z(x) = y'$

8. Решение задачи Коши для диф.уравнения $x^2 y'' = 1$,если $y(1) = 3$, $y'(1) = 1$

1) $y = -\ln|x| + 2x + 1$ 2) $y = \ln|x| + 2$ 3) $y = x^2 + 2$ 4) $y = \dfrac{1}{x^2} + 3x$

9. Указать вид частного решения дифференциального уравнения $y'' + 3y = xe^{3x}$

1) Axe^{3x} 2) $(Ax + B)e^{3x}$ 3) $x(Ax + B)e^{3x}$ 4) $x^2(Ax + B)e^{3x}$

10. Установить соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

1) $y'' + y' - 6y = 0$ 2) $y'' - 10y' + 29y = 0$ 3) $y'' - 10y' + 25y = 0$ 4) $y'' + 25y = 0$	а) $y = e^{\alpha x}(C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x))$ б) $y = e^{kx}(C_1 + C_2 x)$ в) $y = C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)$ г) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot e^{k_2 x}$ д) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2$

Вариант 2 (Т 6)

1. Дифференциальное уравнение $(3x^2 + y)dx + (x + 2y)dy = 0$ является

1) уравнением с разделяющимися переменными
однородным уравнением 3) линейным уравнением
4) уравнением Бернулли 5) уравнением в полных дифференциалах

2. Дифференциальное уравнение $(xy^2 + e^x)dx - \dfrac{dy}{y} = 0$ является

1) уравнением с разделяющимися переменными
2) однородным уравнением 3) линейным уравнением
4) уравнением Бернулли 5) уравнением в полных дифференциалах

3. Общее решение дифференциального уравнения $y' = \sqrt{xy}$

1) $y = C\left(\dfrac{x\sqrt{x}}{3}\right)^2$ 2) $y = Cx - 3\sqrt{x}$

3) $y = \dfrac{C}{\sqrt{x}}$ 4) $y = \left(\dfrac{x\sqrt{x}+C}{3}\right)^2$

4. Общее решение дифференциального уравнения $y' = y - 1$

1) $y = Ce^x - 1$ 2) $y = Ce^x + 1$ 3) $y = Cx + 1$ 4) $y = Cx - 1$

5. Понижение порядка в дифференциальном уравнении $yy'' = 2$ с помощью введения переменной $z = y'$ приводит к уравнению

1) $yz\,dz = 2dy$ 2) $z\,dz = 2dy$ 3) $y\,dz = 2dy$ 4) $dz = 2\ln y\,dy$

6. Решение задачи Коши для диф.уравнения $y'' = x^{-2}$,если $y(1) = 3$, $y'(1) = 0$

1) $y = \ln|x| + 2$ 2) $y = -\ln|x| + x + 2$

3) $y = x^2 + 2$ 4) $y = x^{-2} + 3x$

7. Установить вид частного дифференциального уравнения
$y'' - 2y' + y = (3x+2)e^x$

1) Axe^x 2) $(Ax+B)e^x$ 3) $x(Ax+B)e^x$ 4) $x^2(Ax+B)e^x$

8. Установить вид частного решения диф.уравнения $y'' - 2y' + 2y = 2e^x\cos x$

1) $e^x(A\cos x + B\sin x)$ 2) $xe^x(A\cos x + B\sin x)$ 3) $Axe^x cos\, x$ 4) $Axe^x\sin x$

9. Найти постоянную C в частном решении дифференциального уравнения $y \cdot y' = \sqrt{x}$ при $y(9) = 4$.

10. Найти общее решение линейного однородного уравнения
$y'' - 10y' + 29y = 0.$

1) $y = e^{-5x}(C_1 \cdot \cos(2x) + C_2 \cdot \sin(2x))$ 2) $y = C_1 \cdot e^{7x} + C_2 \cdot e^{3x}$

3) $y = C_1 \cdot e^{-7x} + C_2 \cdot e^{-3x}$ 4) $y = e^{5x}(C_1 \cdot \cos(2x) + C_2 \cdot \sin(2x))$

5) $y = e^{5x}(C_1 + C_2x)$

Раздел (тема) 7 «Числовые ряды»

Вариант 1 (Т 7)

1. Найти сумму a_3+a_2, если n-ая частичная сумма ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ имеет вид

$$S_n = \frac{\sqrt[3]{n-2}}{2}$$

2. Найти сумму ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{3n+1}-8}{3^{2n}}$

3. Найти сумму ряда $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n(n-2)}$

4. Выбрать сходящиеся среди рядов :

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n^2-1}}{n+3}$, 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n^2-2}{n(n^2+1)^2}$, 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+1}{5n-1}$, 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{6^n+n}$

5. Установить соответствие между числовыми рядами и признаками сходимости, которые целесообразно применять для исследования вопроса об их сходимости

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+1}{5n-1}$	а) признак сравнений
2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^5+1}$	б) необходимый признак сходимости
3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n+1}{(n-1)!}$	в) радикальный признак Коши
4) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n^2}$	г) признак Даламбера
	д) теорема Лейбница

6. Выбрать верные утверждения для ряда $\frac{4}{3}+\frac{8}{5}+\frac{16}{7}+\ldots$

1) сходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{2}$, 2) расходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 2$,

3) расходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \infty$, 4) расходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{a_{n+1}} = 4$.

7. Запишите последовательность действий, которую нужно применить при исследовании ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3}$ на сходимость с помощью интегрального признака сходимости

1) Ввести в рассмотрение функцию $f(x) = \frac{1}{x^3}$
2) Доказать, что функция $f(x)$ является положительной, непрерывной, убывающей на $[1, +\infty)$

3) Установить, что интеграл $\int_1^{+\infty} f(x)dx$ сходится

4) Сделать вывод о сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3}$

8. Выбрать верные утверждения для ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{3n}\right)^{n^2}$

1) сходится, так как $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = 0$, 2) сходится, так как $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = e$,

3) расходится, так как $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \infty$, 4) расходится, так как $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = e^3$.

9. Выбрать верные утверждения для рядов $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n^2}{2^n}$ и $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \ldots$

1) оба сходятся абсолютно, 2) оба сходятся условно,

3) первый сходится абсолютно, а второй сходится условно,

4) первый сходится условно, а второй сходится абсолютно.

10. Какой вывод точно можно сделать о сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$,

если известно, что ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n \geq 0$, расходится?

1) сходится условно, 2) расходится,

3) не является абсолютно сходящимся, 4) сходится абсолютно

Вариант 2 (Т 7)

1. Найти член ряда a_3, если n-ая частичная сумма ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ имеет вид

$$S_n = \frac{12n}{n+1}$$

2. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1} + 3^n}{2^{2n}}$

3. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10}{n^2 + 9n + 20}$

4. Выбрать расходящиеся среди рядов:

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n^3+1}}{2n-1}$, 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos^2 n}{n^4}$, 3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7n+3}{n^3+n-1}$, 4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^{n+1}}{4^n}$

5. Установить соответствие между числовыми рядами и признаками сходимости, которые целесообразно применять для исследования вопроса об их сходимости

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7n+4}{8n+3}$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2-7}{n^7}$ 3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2+n}{(n+1)!}$ 4) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{1}{2n}\right)^{n^2}$	а) признак сравнений б) необходимый признак сходимости в) радикальный признак Коши г) признак Даламбера д) теорема Лейбница

6. Выбрать верное утверждение для ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4n+1}{(n-1)!}$

1) сходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{1}{4}$, 2) сходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=0$,

3) расходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=\infty$, 4) расходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{a_{n+1}}=\frac{1}{4}$.

7. Запишите последовательность действий, которую нужно применить при исследовании ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\sqrt{n}}$ на сходимость с помощью интегрального признака сходимости

1) Ввести в рассмотрение функцию $f(x)=\frac{1}{x\sqrt{x}}$
2) Установить, что интеграл $\int_1^{+\infty} f(x)dx$ сходится
3) Сделать вывод о сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\sqrt{n}}$
4) Доказать, что функция $f(x)$ является положительной, непрерывной, убывающей на $[1,+\infty)$

8. Выбрать верное утверждение для ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{n-1}\right)^{(n-1)n}$

1) сходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=e^{-1}$, 2) сходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=e$,

3) расходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=e$, 4) расходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=\infty$.

9. Выбрать верное утверждение для рядов $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n!}$ и $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^n(n+1)}{n^2-2}$

1) оба сходятся абсолютно, 2)оба сходятся условно,
3) первый сходится абсолютно, а второй сходится условно,
4) первый сходится абсолютно, а второй расходится.

10. Какой вывод можно сделать о сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n$, если известно, что ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$, где $a_n \ge 0$, сходится?

1) сходится абсолютно, 2) сходится условно,
3) расходится, 4) не является абсолютно сходящимся

Раздел (тема) 8 «Функциональные ряды»

Вариант 1 (Т 8)

1. Найти интервал сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}c_n(x+1)^n$, если радиус сходимости этого ряда равен 3

1) (-3;3), 2) (-2;4) 3) (-4;2) 4) (-4;4)

2. Найти область сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^{n+1}x^n}{3^n\ (n^2+1)}$

1) [-3/2;3/2) 2) [-3/2;3/2] 3) (-3/2;3/2] 4) [-2/3;2/3]

3. Найти область сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{x^n\cdot n!}{5n-2}$

1) [0;∞), 2) (-∞;0], 3) (-∞;∞) 4) {0}

4. Установить соответствие между функциями и их разложением в степенной ряд

1) $(1+x)^m$	а) $1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\frac{x^6}{6!}+\ldots+(-1)^n\cdot\frac{x^{2n}}{(2n)!}+\ldots$
2) $\sin x$	б) $\frac{x}{1!}-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\ldots+(-1)^n\cdot\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}+\ldots$

3) $\cos x$ 4) $\dfrac{1}{1-x}$	в) $1+x+x^2+x^3+\ldots,$ г) $1+mx+\dfrac{m(m-1)}{2!}x^2+\dfrac{m(m-1)(m-2)}{3!}x^3+\ldots,$ д) $1-x+x^2-x^3+\ldots$

5. Определить значение выражения $\ln 0{,}6$, вычисленное с точностью до $\varepsilon = 0{,}01$

6. Найти коэффициент c_2, если решение $y = y(x)$ задачи Коши $y' = 2x - \sin y$ $y(0) = \dfrac{\pi}{2}$ разложено в степенной ряд $\sum\limits_{n=0}^{\infty} c_n x^n$.

7. Если степенной ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} c_n (x+1)^n$ сходится в точке $x = 6$, то он обязательно сходится и в точке

1) $x = -9$, 2) $x = 7$, 3) $x = -3$, 4) $x = -8$.

8. Найти коэффициент b_2 разложения функции $f(x) = x - 2$ в ряд Фурье на отрезке $[-\pi; \pi]$.

9. Запишите верную последовательность действий при нахождении области сходимости степенного ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^n}{n^2 \cdot 4^n}$.

1) Исследовать сходимость ряда на концах интервала сходимости
2) Записать интервал сходимости ряда
3) Найти радиус сходимости ряда
4) Сделать вывод о том, входят ли концы интервала сходимости в область сходимости ряда

10. Известно, что начальный размер вклада под 10% годовых в банке составил 1 млн. рублей. Найти размер вклада через 5 лет: а) с ежегодной капитализацией, б) с непрерывной капитализацией.

Вариант 2 (Т 8)

1. Найти интервал сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} c_n (x-1)^n$, если радиус сходимости ряда равен 4

1) (-3;5), 2) (-4;4), 3) (-3;3) 5) (-5;3)

2. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n x^n}{2n+1}$ …

1) [-1/5;1/5) 2) [-1/5;1/5] 3) (-5/2;5/2] 4) (-1/5;1/5)

3. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+1)^n \cdot n!}{4^n}$

1) [-1;∞), 2) (-∞;∞) 3) {-1} 4) {0}

4. Установить соответствие между функциональными рядами и их суммой

1) $x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}-\ldots+(-1)^n\cdot\frac{x^{2n+1}}{2n+1}+\ldots$ 2) $x+\frac{1}{2}\frac{x^3}{3}+\frac{1\cdot3}{2\cdot4}\frac{x^5}{5}+\frac{1\cdot3\cdot5}{2\cdot4\cdot6}\frac{x^7}{7}+\ldots$ 3) $x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\ldots+(-1)^{n-1}\cdot\frac{x^n}{n}+\ldots$ 4) $1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\ldots+\frac{x^n}{n!}+\ldots$	а) e^x б) $\frac{1}{1+x}$ в) $arctg\, x=$ г) $\arcsin x=$ д) $\ln(1+x)$

5. Определить значение выражения $\sqrt{4{,}8}$, вычисленное с точностью до $\varepsilon=0{,}01$

6. Найти коэффициент c_2 , если решение $y=y(x)$ задачи Коши $y'=6\ln(x+y)$, $y(0)=1$ разложено в степенной ряд $\sum_{n=0}^{\infty}c_n x^n$

7. Определить коэффициент c_2 разложения функции $f(x)=4arctg\, x$ в степенной ряд $\sum_{n=0}^{\infty}c_n(x-1)^n$ равен….

8. Какой (какие) из коэффициентов a_0, a_n, b_n разложения функции $f(x)=x^3\cos x$ в ряд Фурье на отрезке $[-\pi;\pi]$ равен 0?

1) a_0, 2) a_n, 3) b_n, 4) ни один из них.

9. Ниже сформулирована терема Абеля. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей. (Например, I, III, IV, II.)

Если степенной ряд $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ *сходится при* $x = x_0$, *то он* _________ *для всех x, удовлетворяющих условию* _________ .*Если степенной ряд* $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ *расходится при* $x = x_0$, *то он* _________ *для всех x, удовлетворяющих условию* _________.

I. $|x| < |x_0|$
II. $|x| > |x_0|$
III. *сходится*
IV. *расходится*

10. Известно, что начальный размер вклада под 5% годовых в банке составил 2 млн. рублей. Найдем размер вклада через 10 лет: а) без капитализации процентов, б) с непрерывной капитализацией.

Шкала оценивания: 10-ти балльная для всех тестов.

Критерии оценивания:

Каждый вопрос (задание) в тестовой форме оценивается по дихотомической шкале: выполнено – 1 балл, не выполнено – 0 баллов.

Применяется следующая шкала перевода баллов в оценку по 5-балльной шкале:

9, 10 баллов соответствуют оценке «отлично»;
7, 8 баллов – оценке «хорошо»;
5, 6 баллов – оценке «удовлетворительно»;
4 балла и менее – оценке «неудовлетворительно».

2 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ

2.1 БАНК ВОПРОСОВ И ЗАДАНИЙ В ТЕСТОВОЙ ФОРМЕ

1. Вопросы в закрытой форме

1.1. Найти $A \cap (B \cup C)$, если $A = (-3;11]$, $B = [-2;\ 5]$,.$C = (4;9)$

1) $(4;5]$ 2) $[-2;\ 9]$

3) $(-3;9]$ 4) $(-3;4) \cup [5;\ 11]$

1.2. Верным для множества $X = \{x \mid x \le 5,\ x \in N\}$ является утверждение:

1) $\inf X = 0$, $\sup X = 5$ 2) $\inf X = 1$, $\sup X = 5$

3) $\inf X = 5$, $\sup X = 1$ 4) $\inf X = 1$, $\sup X = 6$

1.3. Окрестностью точки $a = 1{,}3$ радиуса $\mathrm{r} = 0{,}3$ является множество

1) $(-1{,}6;1)$ 2) $(1;1{,}6)$

3) $(0{,}3;1{,}6)$ 4) $(-1;1{,}6)$

1.4. Нечетными из ниже перечисленных являются функции

1) $y = \ln\dfrac{1+x}{1-x}$ 2) $y = \sin^2 x$ 3) $y = \dfrac{x|x|}{cos\ x}$ 4) $y = 3^x + 3^{-x} + 3$

1.5. Среди данных ниже функций указать функции, возрастающие на всей области определения

1) $y = \dfrac{1}{x}$ 2) $y = \dfrac{1}{x^2}$ 3) $y = x^3$ 4) $y = tg\ x$

1.6. Графики взаимно обратных функций симметричны относительно

1) прямой $y = x$ 2) оси Ox 3) оси Oy 4) начала координат

1.7. Предел $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{3x - 8x^2 + 6}{4x^2 + 7x - 1}$ равен

1) ∞ 2) 2 3) -2 4) –0,75

1.8. Предел $\lim\limits_{x \to -4} \dfrac{16 - x^2}{\sqrt{5 - x} - 3}$ равен

1) –48 2) 48 3) –32 4) 0

1.9. Предел $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{2x^2-5x-3}{27-x^3}$ равен

1) $\frac{7}{27}$ 2) $-\frac{7}{9}$ 3) $-\frac{7}{27}$ 4) $\frac{7}{9}$

1.10. Предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg^2(3x)}{tg(2x^2)}$ равен

1) 4,5 2) 1, 5 3) 0 4) 2,25

1.11. Предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin(6x)-\sin(3x)}{\sin x+\sin(8x)}$ равен

1) $\frac{1}{3}$ 2) $\frac{1}{9}$ 3) $-\frac{1}{3}$ 4) –1

1.12. Предел $\lim\limits_{x\to 0} x\cdot ctg\,2x$ равен

1) 0 2) ∞ 3) 2 4) 0,5

1.13. Найти точку разрыва функции $y=\dfrac{3}{(x+1)\,\ln x}$

1) e 2) 0 3) -1 4) 1

1.14. Производная функции $y=x^5-\dfrac{1}{x}+\sqrt[4]{x^3}$ равна

1) $5x^4-\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{3}{4\sqrt[4]{x}}$ 2) $5x^4+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{3}{4\sqrt[4]{x^3}}$ 3) $5x^4+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{3}{4\sqrt[4]{x}}$

4) $5x+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{4}{3}\sqrt[3]{x}$ 5) $5x-\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{4}{3}\sqrt[3]{x}$

1.15. Производная функции $y=x^2\cdot\sin(2x)$ равна

1) $2x\cdot\cos(2x)$ 2) $2x\cdot\sin(2x)+2x^2\cdot\cos(2x)$

3) $2x\cdot\sin(2x)+x^2\cdot\cos(2x)$ 4) $4x\cdot\cos(2x)$

1.16. Укажите, как должен выглядеть график функции $y(x)$ на отрезке [a;b], если в каждой точке указанного отрезка выполняются три условия:

$y<0$, $y'<0$, $y''>0$.

1) график лежит ниже оси ОХ; $y(x)$ возрастает; выпуклость вниз

2) график лежит ниже оси ОХ; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх

3) график лежит ниже оси ОХ; $y(x)$ возрастает; выпуклость вверх

4) график лежит ниже оси ОХ; $y(x)$ убывает; выпуклость вниз

5) график лежит выше оси ОХ; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх

1.17. Неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\sin^2 4x}$ равен

1) $-\frac{1}{4}ctg 4x + C$ 2) $\frac{1}{4}tg\,2x + C$

3) $-\frac{1}{2}ctg\,x + C$ 4) $-\frac{1}{4}ctg\,2x + C$

1.18. Неопределенный интеграл $\int \frac{\sqrt[3]{\ln^2 x}}{x}dx$ равен

1) $\frac{3\sqrt[3]{\ln^5 x}}{5} + C$ 2) $-\sqrt[3]{\ln^5 x} + C$

3) $2\sqrt[3]{\ln^2 x} + C$ 4) $3\sqrt[3]{\ln x} + C$

1.19. Разложение дроби $\frac{x+5}{x^3+6x^2}$ на простейшие дроби имеет вид

1) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2+6x}$ 2) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x+6}$

3) $\frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{x^2+6x}$ 4) $\frac{A}{x^2} + \frac{B}{x+6}$

1.20. Неопределенный интеграл $\int \frac{4x+1}{x^2+x}dx$ равен

1) $\ln|x| + 3\ln|x+1| + C$ 2) $3\ln|x| + \ln|x+1| + C$

3) $\ln|x| - 3\ln|x+1| + C$ 4) $3\ln|x| - \ln|x+1| + C$

1.21. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial y}$ от функции $z = x - \frac{x}{y} + 1$ равна…

1) $1 - \frac{x}{y^2}$ 2) $x - \frac{1}{y^2} + 1$ 3) $\frac{x}{y^2}$ 4) $1 - \frac{1}{y^2}$

1.22. Общее решение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными $e^x dx - (e^x + 2)\cdot 4y dy = 0$ имеет вид

1) $\frac{1}{\sqrt{2}}arctg\frac{e^x}{\sqrt{2}} = 2y^2 + C$ 2) $\ln|e^x + 2| = C - 2y^2$ 3) $\ln|e^x + 2| = 2y^2 + C$

4) $e^x \cdot \ln|e^x + 2| = 2y^2 + C$ 5) $\frac{1}{\sqrt{2}}arctg\frac{e^x}{\sqrt{2}} = C - 2y^2$

1.23. Область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{3^n\ (n^2+1)}$ равна

1) [-3; 3) 2) [-3; 3] 3) (-3; 3] 4) [-1/3; 1/3]

1.24. Частное решение дифференциального уравнения $y''+2y'-y=-x^2+6x-3$ имеет вид

1) x^2 2) $2x^2-x$ 3) x^2+2 4) x^2-2x+1 5) x^2+3x+1

1.25. Общее решение дифференциального уравнения $y'=\sqrt{y-1}$ имеет вид

1) $y=1+\left(\frac{x+C}{2}\right)^{-1}$ 2) $y=1+\left(\frac{x+C}{2}\right)^{-2}$ 3) $y=1+\left(\frac{x+C}{2}\right)^{2}$

4) $y=C+\left(\frac{x}{2}\right)^{2}$ 5) $y=1+C\left(\frac{x}{2}\right)^{2}$

2. Вопросы в открытой форме

2.1. Количество корней уравнения $||4-x|-7|=7$ равно …

2.2. Точная верхняя грань множества $(0;3)$ равна….

2.3. Предел $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2+2x-3}{5-5x^2}$ равен …

2.4. Предел $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x+3}{2x}\right)^{x}$ равен …

2.5. Предел $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2+2x-3}{5-5x^2}$ равен …

2.6. Предел $\lim\limits_{x\to-4}\frac{16-x^2}{\sqrt{5-x}-3}$ равен …

2.7. Точка разрыва функции $y=\frac{lgx}{x^2-4}$ равна…

2.8. Коэффициент k касательной $y=kx+b$ к параболе $y=7x^2-14x+5$ в точке $x_0=2$ равен…

2.9. Точку минимума функции $y=(2x+1)^2\cdot(x+3)+4$ равна …

2.10. Наибольшее значение функции $y=\frac{4\sqrt{x}-3}{x+1}$ равно…

2.11. Ускорение точки, движущейся по закону $x(t)=\sin\left(2t+\frac{\pi}{4}\right)$ в момент времени $t=0$, равно

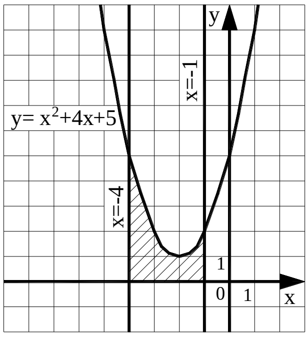
2.12. Сумма $a+b+c$, где $(a;b;c)$ – это координаты вектора градиента функции $u=5x^2+3y^2+3z^2$ в точке $M(0;-2;3)$ равна …

2.13. Исследуйте на экстремум функцию $z=6(x-y)-3x^2-3y^2$. В ответе запишите значение z_0, если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0;y_0)=z_0$.

2.14. Исследуйте на экстремум функцию $z = \frac{x^3}{3} - 2xy + y^2 - 3x$. В ответе запишите значение z_0, если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$.

2.15. Определённый интеграл $\int_1^9 \frac{1+2\sqrt{x}}{x^2}dx$ равен …

2.16. Найти площадь фигуры, изображенной на рисунке. Ответ округлить до сотых.



2.17. Площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2-4$; $y=-2x-1$, равна …

2.18. Работа силы $F(x) = \frac{4}{x^2}$ по перемещению мат. точки вдоль оси Ox из точки $x=-2$ в точку $x=-1$, равна …

2.19. Постоянная C в частном решении дифференциального уравнения $y \cdot y' = 4x^3$ при $y(5) = 2$ равна …

2.20. Сумма ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n - 2^n}{5^n}$ равна …

2.21. Частичная сумма S_2 ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{15}{2n+1}$ равна…

2.22. Если n-ая частичная сумма ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ имеет вид $S_n = \frac{15(n-1)}{n+1}$, то сумма a_3+a_4 равна …

2.23. Если решение $y = y(x)$ задачи Коши $y' = 5x + \frac{3}{y}$, $y(0) = 1$ разложено в степенной ряд $\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$, то коэффициент c_2 равен …

2.24. Коэффициент c_2 разложения функции $f(x) = \sqrt{3}\, tgx$ в степенной ряд $\sum_{n=0}^{\infty} c_n \left(x - \frac{\pi}{3}\right)^n$ равен …

2.25. Коэффициент b_2 разложения функции $f(x)=x+1$ в ряд Фурье на отрезке $[-\pi;\pi]$ равен …

3. Вопросы на установление последовательности.

3.1. Ниже дано определение предела A функции $f(x)$ в точке x_0 (в случае $A\in R$ и $x_0\in R$). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Число A называется пределом функции $f(x)$ в точке x_0, если ______ существует ______ такое, что для всех $x_0\in D(f)$, удовлетворяющих условию _____ , выполняется условие _________.

I. $|f(x)-A|<\varepsilon$

II. для любого числа $\varepsilon>0$

III. $0<|x-x_0|<\delta(\varepsilon)$

IV. $\delta(\varepsilon)>0$

3.2. Ниже дано определение функции $f(x)$, бесконечно большой в действительной точке x_0. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Функция $f(x)$ называется бесконечно большой в точке x_0, если ______ существует ______ такое, что для всех $x_0\in D(f)$, удовлетворяющих условию _____ , выполняется условие _________.

I. $\delta(\varepsilon)>0$

II. $0<|x-x_0|<\delta(\varepsilon)$

III. $|f(x)|>\varepsilon$

IV. для любого числа $\varepsilon>0$

3.3. Ниже дано определение функции $f(x)$, бесконечно малой в действительной точке x_0. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Функция $f(x)$ называется бесконечно малой в точке x_0, если ______ существует ______ такое, что для всех $x_0\in D(f)$, удовлетворяющих условию _____ , выполняется условие _________.

I. $\delta(\varepsilon)>0$

II. $0<|x-x_0|<\delta(\varepsilon)$

III. $|f(x)|<\varepsilon$

IV. для любого числа $\varepsilon>0$

3.4. Ниже сформулировано следствие теоремы о промежуточных значениях функциях (следствие теоремы Больцмана-Коши). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Пусть функция $f(x)$________, на концах отрезка ________, тогда ________, где выполняется условие _________.

I. принимает значение разных знаков
II. существует точка $c \in (a, b)$
III. непрерывна на отрезке $[a, b]$
IV. $f(c) = 0$

3.5. Расположите последовательность действий при нахождении производной функции по определению.

1) зафиксировать x, вычислить значение функции $f(x)$
2) найти приращение функции $\Delta y = f(x+\Delta x) - f(x)$
3) дать аргументу x приращение Δx и вычислить значение функции $f(x+\Delta x)$
4) найти предел $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$
5) определить отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$

3.6. Расположите последовательность действий при нахождении производной функции $y = (\sin x)^{\cos x}$.

1) найти производные обеих частей равенства
2) прологарифмировать обе части равенства
3) воспользоваться правилом нахождения производной сложной функции
4) воспользоваться свойством $\ln\left|a^b\right| = b \cdot \ln|a|$
5) заменить y исходной функцией

3.7. Расположите последовательность действий при нахождении частной производной $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = \ln(3xy - x^3)$.

1) $\frac{-6x(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3y-3x^2)}{(3xy-x^3)^2}$
2) $\frac{(3xy-x^3)'}{3xy-x^3}$
3) $(\ln(3xy - x^3))'_x$
4) $\left(\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}\right)'_x$
5) $\frac{(3y-3x^2)'(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3xy-x^3)'}{(3xy-x^3)^2}$
6) $\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}$

3.8. Расположите последовательность действий при исследовании функции двух переменных на экстремум.

1) вычисляем значения A, B, C
2) вычисляем $z_0(x_0; y_0)$
3) определяем стационарные точки
4) находим частные производные функции первого и второго порядков
5) определяем, минимум или максимум имеется в точке экстремума
6) вычисляем значение Δ

7) определяем наличие точки экстремума

3.9. Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{(4-5x)^2}{x}dx$.

1) используем таблицу неопределённых интегралов
2) используем формулу квадрата разности
3) используем свойство неопределённого интеграла^
$\int (f(x)+g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$
4) используем почленное деление

3.10. Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{dx}{x\cdot\sqrt[3]{x}}$.

1) $\frac{x^{-\frac{4}{3}+1}}{-\frac{4}{3}+1}+C$
2) $-\frac{3}{\sqrt[3]{x}}+C$
3) $\int \frac{dx}{x^{\frac{4}{3}}}$
4) $\int x^{-\frac{4}{3}}dx$
5) $\frac{x^{-\frac{1}{3}}}{x^{-\frac{1}{3}}}+C$
6) $\int \frac{dx}{x\cdot x^{\frac{1}{3}}}$

3.11. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы получилась формулировка определения неопределенного интеграла. (Например, I, III, IV, II.)

Если функция $F(x)$ – ______ функции $f(x)$ на промежутке X, то множество функций $F(x)+C$, где C – произвольная постоянная, называется ______ от функции $f(x)$ на этом промежутке и обозначается символом $\int f(x)\,dx$. При этом $f(x)$ называется ______ , $f(x)dx$ называется ______ .

I. подынтегральной функцией
II. первообразная
III. подынтегральным выражением
IV. неопределенным интегралом

3.12. Запишите верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла $\int x\cdot\cos x\,dx$.

1) Вычислить du и v
2) Установить, что нужно взять за u, а что за dv
3) Определить, относится ли интеграл к типу интегралов, интегрируемых по частям

4) Воспользоваться формулой $\int u\,dv = uv - \int v du$, подставив вместо u, dv, du и v их значения.

3.13. Запишите верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла $\int \frac{2x^3 - x^2 + 2x - 1}{x(x-1)} dx$.

1) Проинтегрировать $Q(x)$ и полученные простейшие дроби и сложить результаты
2) Определить вид разложения $\frac{R(x)}{x(x-1)}$ дроби на простейшие дроби
3) Выполнить деление многочлена в числителе подынтегральной функции на многочлен в знаменателе, то есть представить подынтегральную функцию в виде $f(x) = Q(x) + \frac{R(x)}{x(x-1)}$
4) Вычислить коэффициенты в разложении дроби $\frac{R(x)}{x(x-1)}$ на простейшие дроби, воспользовавшись методом неопределенных коэффициентов

3.14. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы получилась формулировка одного из свойств определенного интеграла. (Например, I, III, IV, II)

Если m и M – соответственно наименьшее и наибольшее значения функции $f(x)$ на ______ , то ______ $\leq$ ______ $\leq$ ______ .

I. $M(b-a)$
II. $m(b-a)$
III. $\int_a^b f(x)dx$
IV. $[a,b]$

3.15. Ниже сформулирован геометрический смысл определенного интеграла $\int_a^b f(x)dx$ для случая $f(x) \geq 0$. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы утверждение оказалось верным (Например, I, III, IV, II.)

Определенный интеграл $\int_a^b f(x)dx$ выражает площадь криволинейной трапеции, ограниченной сверху _________, снизу _________, слева _________, справа _________.

I. *прямой* $x = a$
II. *прямой* $x = b$
III. *графиком функции* $y = f(x)$
IV. *осью Ox*

3.16. Запишите верную последовательность действий, которую требуется совершить для нахождения площади фигуры, ограниченной линиями, задаваемыми уравнениями: $y = 2x, y = -x^2 + 4x$.

1) Построить указанные линии в прямоугольной декартовой системе координат.
2) Найти a и b – пределы интегрирования, для этого определить абсциссы точек пересечения указанных линий.
3) Определив, график какой из функций лежит выше, воспользоваться формулой: $S = \int_a^b \left(f(x) - g(x)\right) dx$.
4) Вычислить определенный интеграл, пользуясь формулой Ньютона-Лейбница.

3.17. Исследуйте на сходимость несобственный интеграл $\int_{-1}^{1} \frac{1}{x^5} dx$. Укажите верную последовательность математических действий, которые для этого нужно совершить.

1) Сделать вывод о расходимости интеграла $\int_{-1}^{1} \frac{1}{x^5} dx$.

2) Доказать, что расходится хотя бы один из интегралов: $\int_{-1}^{0} \frac{1}{x^5} dx$ или $\int_{0}^{1} \frac{1}{x^5} dx$.

3) Представить интеграл в виде $\int_{-1}^{1} \frac{1}{x^5} dx = \int_{-1}^{0} \frac{1}{x^5} dx + \int_{0}^{1} \frac{1}{x^5} dx$.

4) Установить, что подынтегральная функция не определена в точке x=0, в окрестности которой она не ограничена.

3.18. Исследуйте на сходимость несобственный интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$. Укажите верную последовательность математических действий, которые для этого нужно совершить.

1) Доказать, что сходятся оба интеграла: $\int_{-\infty}^{a} \frac{1}{1+x^2} dx$ или $\int_{a}^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$.

2) Представить интеграл в виде $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx = \int_{-\infty}^{a} \frac{1}{1+x^2} dx + \int_{a}^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$.

3) Установить, что данный интеграл является несобственным по бесконечному промежутку.

4) Сделать вывод о сходимости интеграла $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$.

3.19. Ниже сформулирован признак сравнения несобственных интегралов.

Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы утверждение оказалось верным (Например, I, III, IV, II.)

Если функции $f(x)$ *и* $g(x)$ _________ *на* $[a, +\infty)$ *и удовлетворяют на нем условию* _________, *то из сходимости интеграла* _________ *следует сходимость интеграла* _________ .

I. $\int\limits_{a}^{+\infty} g(x)dx$

II. $\int\limits_{a}^{+\infty} f(x)dx$

III. $0 \le f(x) \le g(x)$

IV. непрерывны

3.20. Ниже сформулированы факты о сходимости и расходимости числовых рядов. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы утверждения оказались верными (Например, I, III, IV, II.)

Если ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ _________, *то* _________ . *Если* _________, *то ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ _________ .

I. *расходится*

II. *сходится*

III. $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$

IV. $\lim\limits_{n\to\infty} a_n \ne 0$

3.21. Ниже сформулирован интегральный признак сходимости числовых рядов. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей. (Например, I, III, IV, II.)

Пусть дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} f(n)$, *члены которого являются значениями некоторой функции* f (x), _________ *на* _________ . *Тогда, если* _________ *сходится (расходится), то сходится (расходится) и* _________ .

I. $\int_1^{+\infty} f(x)dx$

II. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} f(n)$

III. $[1, +\infty)$

IV. *положительной, непрерывной и не возрастающей*

3.22. Запишите последовательность действий, которую нужно применить при исследовании гармонического ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ на сходимость с помощью интегрального признака сходимости

1) Сделать вывод о расходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$

2) Ввести в рассмотрение функцию $f(x) = \frac{1}{x}$

3) Установить, что интеграл $\int_1^{+\infty} f(x)dx$ расходится
4) Доказать, что функция $f(x)$ является положительной, непрерывной, убывающей на $[1, +\infty)$

3.23. Исследуйте на абсолютную и условную сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)}{n^2}$. Запишите верную последовательность действий, которая при этом должна быть осуществлена.

1) Применить теорему Лейбница
2) Сделать вывод, является ряд абсолютно сходящимся или нет
3) Выбрать признак сходимости ряда с положительными членами и воспользоваться им
4) Составить ряд из модулей членов данного ряда

3.24. Запишите верную последовательность действий при нахождении области сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 5^{n+1}}$.

1) Исследовать сходимость ряда на концах интервала сходимости
2) Записать интервал сходимости ряда
3) Найти радиус сходимости ряда
4) Сделать вывод о том, входят ли концы интервала сходимости в область сходимости ряда

3.25. Ниже сформулирована терема Абеля для ряда $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x - x_0)^n$. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей. (Например, I, III, IV, II.)

Если ряд $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x - x_0)^n$ *сходится при* $x = a$, *то он* _________ *для всех x, удовлетворяющих условию* _________ *.Если степенной ряд* $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x - x_0)^n$ *расходится при* $x = a$, *то он* _________ *для всех x, удовлетворяющих условию* _________.

I. $|x - x_0| < |a|$
II. $|x - x_0| > |a|$
III. *сходится*
IV. *расходится*

4. Вопросы на установление соответствия.

4.1. Даны числовые промежутки $A = [3;\ 5)$ и $B = [0;\ 3]$.
Выполнить операции над множествами и установить соответствие.

1) $A \cap B$ 2) $A \cup B$ 3) $A \setminus B$ 4) $B \setminus A$	а) $[0;\ 5)$ б) $\emptyset$ в) $(3;\ 5)$ г) $[3;\ 5)$ д) $\{3\}$

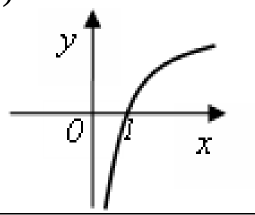
4.2. Установить соответствие между пределами и неопределенностями, обнаруженными в каждом из них

1) $\lim\limits_{x\to 1}(1-x)\cdot tg\left(\frac{\pi x}{2}\right)$ 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^4+2x^2+8}{3x^3+5x^2-10}$ 3) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x^2-2x-3}$ 4) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2x+1}{2x-1}\right)^{3-4x}$	а) неопределённость $\left(\frac{0}{0}\right)$ б) неопределённость $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$ в) неопределённость (1^{∞}) г) неопределённость $(0\cdot\infty)$ д) неопределённость $(\infty+\infty)$

4.3. Установить соответствие между пределами и их значениями

1) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x^4+2x^2+8}{3x^3+5x^2-10}$ 2) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2x^4+2x^2+8}{3x^3+5x^2-10}$ 3) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x^3+2x^2+8}{3x^3+5x^2-10}$ 4) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x^4+2x^2+8}{3x^5+5x^2-10}$	а) 0 б) $\frac{2}{3}$ в) $+\infty$ г) $-\infty$

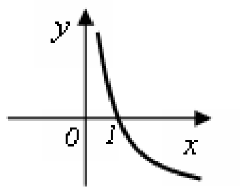
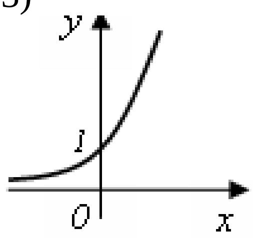
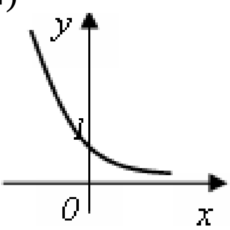
4.4. Установить соответствие между графическим и аналитическим заданиями функций.

<table>
<tr><td>1)
</td><td rowspan="4">а) $y = 2^x$

б) $y = (0{,}5)^x$

в) $y = \log_2 x$

г) $y = \log_{0,5} x$

д) $y = x^{\frac{1}{2}}$</td></tr>
<tr><td>2)
</td></tr>
<tr><td>3)
</td></tr>
<tr><td>4)
</td></tr>
</table>

4.5. Исследуйте данные ниже функции на ограниченность и установите соответствие.

<table>
<tr><td>1) $y = 3^x$

2) $y = -x^2 + 3x$

3) $y = tg\, x$

4) $y = \sin\, x$</td><td>а) ограничена сверху,
не ограничена снизу

б) ограничена снизу,
не ограничена сверху,

в) ограничена и сверху, и снизу

г) не ограничена ни сверху, ни снизу</td></tr>
</table>

4.6. Исследуйте данные ниже функции на четность и периодичность и установите соответствие.

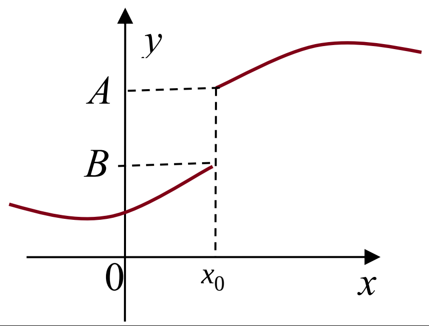
1) $y = \arcsin\, x$	а) четная, периодическая с периодом $T = 2\pi$

2) $y = \cos x$	б) нечетная, периодическая с периодом $T = 2\pi$
3) $y = tg\, x$	в) четная, периодическая с периодом $T = \pi$
4) $y = \sin x$	г) нечетная, периодическая с периодом $T = \pi$
	д) нечетная, не периодическая

4.7. Исследуйте данные ниже функции на монотонность и установите соответствие.

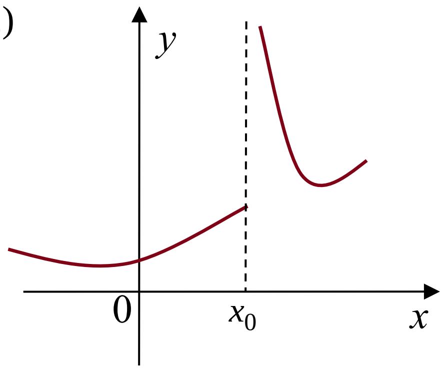
1) $y = \arccos x$	а) возрастает на $(-\infty, +\infty)$
2) $y = (x-1)^2$	б) убывает на $(-\infty, +\infty)$
3) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	в) убывает на $[-1,1]$
4) $y = arctg\, x$	г) убывает на $(-\infty, 1]$ и возрастает на $[1, +\infty)$
	д) нечетная, не периодическая

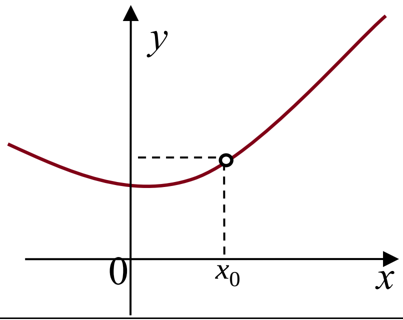
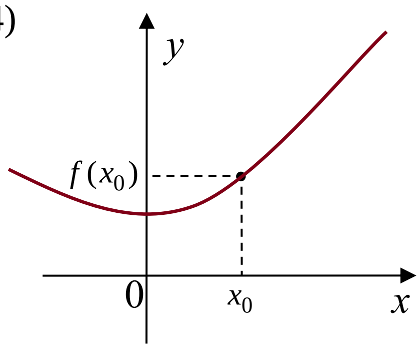
4.8. Пользуясь графиками функций, исследуйте вопрос о непрерывности функции в точке x_0 и поставьте в соответствие каждой указанной точке x_0 ее характеристику.

<table>
<tr><td>1)

</td><td rowspan="2">а) x_0 – точка непрерывности функции

б) x_0 – точка устранимого разрыва 1го рода

в) x_0 – точка неустранимого разрыва 1го рода

г) x_0 – точка разрыва 2го рода</td></tr>
<tr><td>2)

</td></tr>
</table>

3) 	
4) 	

4.9. Исследуйте вопрос о непрерывности функции

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x}, & x<0 \\ (x+1)^2, 0\le x\le 2 \\ -x+4, & 2<x<3,\ x>3 \\ 4,\ x=3 \end{cases}$$

в точках, указанных в левой колонке, и установите соответствие

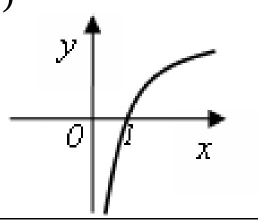
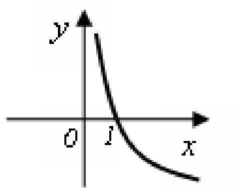
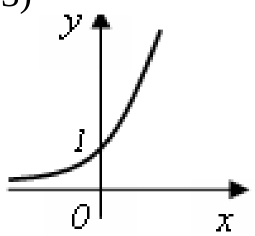
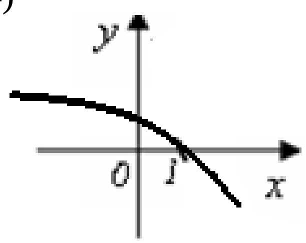
1) $x=0$	а) точка непрерывности функции
2) $x=1$	б) точка устранимого разрыва 1го рода
3) $x=2$	в) точка неустранимого разрыва 1го рода
4) $x=3$	г) точка разрыва 2го рода

4.10. Установить соответствие между функцией $y=f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y'.

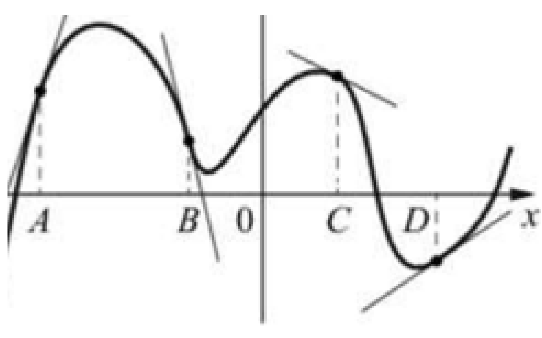
1) $y=\sin\left(\sqrt{x+1}-2\right)$	1) логарифмическое дифференцирование 2) табличная производная
2) $y=x\cdot lg\,x$	3) производная неявно заданной функции 4) производная произведения
3) $y=(\log_2 x)^{\cos x}$	5) производная сложной функции

4) $y = x^6$	

4.11. Установить соответствие между графиками функций и знаками первой и второй производной этих функций

1) 	а) $y' > 0,\ y'' > 0$ б) $y' < 0,\ y'' < 0$
2) 	в) $y' > 0,\ y'' < 0$ г) $y' < 0,\ y'' > 0$
3) 	
4) 	

4.12. На рисунке изображен график функции и касательные к нему, проведенные в точках с абсциссами A, B, C, D. Поставьте в соответствие каждой точке значение ее производной в этой точке.



1) A 2) B 3) C 4) D	а) - 4 б) 3 в) -0,5 г) 0,7

4.13. Вычислите значения частных производных функции $z = 4x^2 - xy^3 + 5y$ в точке $M_0(1; -1)$ и установите соответствие.

1) $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right\|_{M_0}$ 2) $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right\|_{M_0}$ 3) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right\|_{M_0}$ 4) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right\|_{M_0}$ 5) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right\|_{M_0}$	а) -3 б) 8 в) 2 г) 6 д) 9 е) 1

4.14. Вычислите значения частных производных функции $z = 5x^3 - 3xy^2 - 2y$ в точке $M_0(1; 2)$ и установите соответствие

1) $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right\|_{M_0}$ 2) $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right\|_{M_0}$ 3) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right\|_{M_0}$ 4) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right\|_{M_0}$ 5) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right\|_{M_0}$	а) 30 б) -14 в) -12 г) -6 д) -4 е) 3

4.15. Установите соответствие между функциями, записанными в левой колонке, и их первообразными в правой колонке

1) $\frac{1}{x^2}$ 2) $\frac{x}{2}$	а) $\frac{x^2}{4}$ б) $\ln\|x\| + x^2$

3) $3x^2$ 4) $\frac{1}{x}+2x$	в) $\frac{1}{x^2}+2$ г) $-\frac{1}{x}$ д) x^3

4.16. Установите соответствие между интегралами и их значениями

1) $\int \frac{dx}{a^2-x^2}$ 2) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}$ 3) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}$ 4) $\int \frac{dx}{a^2+x^2}$	а) $\frac{1}{2a}\ln\left\|\frac{a+x}{a-x}\right\|+c$ б) $\frac{1}{a} arc\,tg \frac{x}{a}+c$ в) $arc\sin \frac{x}{a}+c$ г) $arc\,tg \frac{x}{a}+c$ д) $\ln\left\|x+\sqrt{x^2 \pm a^2}\right\|+c$

4.17. Установите соответствие между неопределенными интегралами, записанными в левой колонке, и равными им выражениями в правой колонке

1) $\int Af(x)dx$ 2) $\int (f \pm g)dx$ 3) $\left(\int f(x)dx\right)'$ 4) $\int dF(x)$	а) $\int f\,dx \pm \int g\,dx$ б) $f(x)$ в) $A\int f(x)dx$ г) $F(x)+C$ д) $f(x)dx$

4.18. Установите соответствие между неопределенными интегралами и заменами, которые целесообразно применить для вычисления интегралов

1) $\int \sin^3 x \cdot \cos^2 x\,dx$ 2) $\int \frac{\sqrt{tgx}}{\cos^2 x}dx$ 3) $\int \sin^4 x \cdot \cos x\,dx$ 4) $\int \frac{ctgx}{\sin^2 x}\,dx$	а) $t = tg\,x$ б) $t = ctg\,x$ в) $t = \sin x$ г) $t = \cos x$ д) $t = \cos^2 x$

4.19. Установите соответствие между интегралом и способом его вычисления.

1) $\int \frac{dx}{x \cdot \ln^5 x}$ 2) $\int (x+1)\sin x\, dx$ 3) $\int 5^x dx$ 4) $\int \frac{3+x}{x} dx$	а) использование почленного деления б) подведение под знак дифференциала в) использование формулы $\int f(kx+b)dx = \frac{1}{k}\int f(t)dt$ г) непосредственное интегрирование д) метод интегрирования по частям

4.20. Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

1) $y'' + y' - 6y = 0$ 2) $y'' - 10y' + 29y = 0$ 3) $y'' - 10y' + 25y = 0$ 4) $y'' + 25y = 0$	а) $y = e^{\alpha x}(C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x))$ б) $y = e^{kx}(C_1 + C_2 x)$ в) $y = C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)$ г) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot e^{k_2 x}$ д) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2$

4.21. Установить соответствие между числовыми рядами и признаками сходимости, которые целесообразно применять для исследования вопроса об их сходимости

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{5n}$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^5+1}$ 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-3}{(n+2)!}$ 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1+\frac{2}{n}\right)^{n^2}$	а) признак сравнений б) необходимый признак сходимости в) радикальный признак Коши г) признак Даламбера д) теорема Лейбница

4.22. Установить соответствие между степенными рядами и областями их сходимости

1) $\sum_{n=1}^{\infty} x^n \cdot n!$	а) (-∞;∞)
2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$	б) {0}
3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$	в) [-1, 1]
4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$	г) (-1, 1)
	д) [-1, 1)

4.23. Установить соответствие между функциями и их разложением в степенной ряд

1) $\ln(1+x)$	а) $x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}-\ldots+(-1)^n\cdot\frac{x^{2n+1}}{2n+1}+\ldots$
2) $\frac{1}{1-x}$	б) $\frac{x}{1!}-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\ldots+(-1)^n\cdot\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}+\ldots$
	в) $1+x+x^2+x^3+\ldots$
3) e^x	г) $x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\ldots+(-1)^{n-1}\cdot\frac{x^n}{n}+\ldots$
4) $arctg\, x$	д) $1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\ldots+\frac{x^n}{n!}+\ldots$

4.24. Установить соответствие между функциональными рядами и их суммой

1) $x+\frac{1}{2}\frac{x^3}{3}+\frac{1\cdot3}{2\cdot4}\frac{x^5}{5}+\frac{1\cdot3\cdot5}{2\cdot4\cdot6}\frac{x^7}{7}+\ldots$	а) e^x
	б) $\frac{1}{1+x}$
2) $x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}-\ldots+(-1)^n\cdot\frac{x^{2n+1}}{2n+1}+\ldots$	в) $arctg\, x$
3) $x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\ldots+(-1)^{n-1}\cdot\frac{x^n}{n}+\ldots$	г) $\arcsin x$
	д) $\ln(1+x)$
4) $1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\ldots+\frac{x^n}{n!}+\ldots$	

4.25. Известно, что функцию, заданную на отрезке [-π, π] можно разложить в ряд Фурье, то есть представить в виде

$$f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cdot\cos nx+b_n\cdot\sin nx).$$

Установить соответствие между коэффициентами Фурье и формулами, по которым они вычисляются.

1) a_0 2) a_n 3) b_n	а) $\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)dx$ б) $\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cdot \cos nx\, dx$ в) $\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cdot \sin\, nx\, dx$ г) $\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \cos nx\, dx$ д) $\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \sin\, nx\, dx$

Шкала оценивания результатов тестирования: в соответствии с действующей в университете балльно-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения – 60 баллов (установлено положением П 02.016).

Максимальный балл за тестирование представляет собой разность двух чисел: максимального балла по промежуточной аттестации для данной формы обучения (36 или 60) и максимального балла за решение компетентностно-ориентированной задачи (6).

Балл, полученный обучающимся за тестирование, суммируется с баллом, выставленным ему за решение компетентностно-ориентированной задачи.

Общий балл по промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по 5-балльной шкале (для экзамена) следующим образом:

Соответствие 100-балльной и 5-балльной шкал

Сумма баллов по 100-балльной шкале	*Оценка по 5-балльной шкале*
100–85	отлично
84–70	хорошо
69–50	удовлетворительно
49 и менее	неудовлетворительно

Критерии оценивания результатов тестирования:

Каждый вопрос (задание) в тестовой форме оценивается по дихотомической шкале: выполнено – **2 балла**, не выполнено – **0 баллов**.

2.2 КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ

Компенентностно-ориентированная задача №1

Составить функцию прибыли и построить её график, если известно, что фиксированные издержки производства продукции составляют 10 тыс. руб. в месяц, переменные издержки – 30 руб. за единицу продукции, а выручка равна 50 руб. за единицу продукции.

Компенентностно-ориентированная задача №2

Законы спроса и предложения на некоторый товар определяются уравнениями $D = 12 - 2Q$ и $S = Q + 3$.

а) Найти точку рыночного равновесия.

б) Найти точку равновесия после введения налога, равного 3 ден. ед. на единицу продукции. Определить увеличение цены и уменьшение равновесного объёма продаж. Посчитать доход государства после введения этого налога.

Компенентностно-ориентированная задача №3

Законы спроса и предложения на некоторый товар определяются уравнениями $D = 12 - 2Q$ и $S = Q + 3$.

а) Какая субсидия приведёт к увеличению объёма продаж на 2 единицы?

б) Вводится пропорциональный налог, равный 20%. Найти новую точку равновесия в доход правительства.

Компенентностно-ориентированная задача №4

В прошлом году средняя цена данного товара была 15 денежных единиц, а в настоящем году – 18 денежных единиц. Найти зависимость $P = f(n)$ цены товара Р от номера года n при условии, что тенденция роста сохраниться, то есть цена будет увеличиваться на одно и то же число. Составить прогноз средней цены на три года вперед.

Компенентностно-ориентированная задача №5

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется следующим образом.

1. Если объём заказа не превышает 4 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 300 рублей.

2. Если объём заказа превышает 4 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 300 рублей предоставляется скидка в размере $\frac{x-4000}{50}$ рублей, где x – количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 16 000 единиц товара). Ответ записать в виде: $R(x_0) = R_0$.

Компенентностно-ориентированная задача №6

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется так:

1. Если объём заказа не превышает 3 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 200 рублей.

2. Если объём заказа превышает 3 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 200 рублей предоставляется скидка в размере $\frac{x-3000}{100}$ рублей, где x – количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 13 000 единиц товара). Ответ записать в виде: $R(x_0)=R_0$.

Компенентностно-ориентированная задача №7

Зависимость количества Q (в шт., $0 \le Q \le 30\,000$) купленного у фирмы товара от цены P (в руб. за шт.) выражается формулой $Q = 30\,000 - P$. Затраты на производство Q единиц товара составляют $5\,000Q + 3\,000\,000$ руб. Кроме затрат на производство, фирма должна платить налог t руб. $(0 < t < 15\,000)$ с каждой произведённой единицы товара. Таким образом, прибыль фирмы составляет $PQ - 5\,000Q - 3\,000\,000 - tQ$ руб., а общая сумма налогов, собранных государством, равна tQ руб.

Фирма производит такое количество товара, при котором её прибыль максимальна. При каком значении t (в руб.) общая сумма налогов, собранных государством, будет максимальной?

Компенентностно-ориентированная задача №8

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P9Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить максимальную прибыль предприятия.

Компенентностно-ориентированная задача №9

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P9Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить объём продукции и цену, соответствующие максимальной прибыли.

Компенентностно-ориентированная задача №10

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P9Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить средние и предельные затраты, соответствующие максимальной прибыли.

Компенентностно-ориентированная задача №11

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P9Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить участки роста и убывания прибыли при изменении объёма выпускаемой продукции от 2 до 5 ед.

Компенентностно-ориентированная задача №12

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1{,}92 \cdot Q^3 + 4{,}32 \cdot Q^2 + 2{,}88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P9Q) = -1{,}44 \cdot Q + 89{,}28$. Требуется определить наименьшее значение затрат при изменении объёма выпускаемой продукции от 2 до 5 ед.

Компенентностно-ориентированная задача №13

Потребитель имеет возможность потратить сумму в размере 1000 ден. ед. на приобретение x единиц первого товара и y единиц второго товара. Заданы функция полезности $u(x,y) = 0{,}5 \cdot \ln(x-2) + 2\ln(y-1)$ и цены $P_1 = 0{,}2$ и $P_2 = 4$ за единицу товаров. Определить количество единиц товаров, при которых полезность для потребителя будет наибольшей.

Компенентностно-ориентированная задача №14

Вычислить на сколько процентов приближённо изменится спрос, описываемый функцией $D = e^{-\sqrt{n+P^2}}$, где $n -$число производителей товара, $P -$цена товара, если число производителей товара уменьшится на 1%, а цена возрастёт на 1%. На рынке имеется 7 производителей, цена товара составляет 3 ед.

Компенентностно-ориентированная задача №15

Данные о росте индекса Доу-Джонса и росте цены акций (усл. ед.) приведены в таблице:

x	2,0	2,5	3,0	3,1	3,5	3,7	4,3
y (усл. ед.)	4,3	4,6	4,7	4,7	4,9	5,1	4,6

Методом наименьших квадратов найти зависимость вида $y = ax + b$ между ростом цены акций y и ростом индекса x. Вычислить рост цены акции при росте индекса, равном 2,6.

Компетентностно-ориентированная задача №16

По данным исследований в распределении доходов одной из стран, кривая Лоренца может быть описана уравнением $y = \frac{3}{2-x} - \frac{5}{3}$, где $x -$ доля населения, $y -$ доля доходов населения. Вычислить коэффициент Джинни, оценить распределение доходов 40% наиболее низко оплачиваемого населения.

Компенентностно-ориентированная задача №17

Из статистических данных известно, что для рассматриваемого региона число новорожденных и число умерших за единицу времени пропорциональны численности населения с коэффициентами пропорциональности соответственно k_1 и k_2. Найти закон изменения численности населения с течением времени (описать протекание демографического процесса).

Компенентностно-ориентированная задача №18

Найти выражение объёма реализованной продукции $Q = Q(t)$ и его значение при $t = 2$, если известно, что продукция продаётся на конкурентном рынке по цене $P(Q) = 3 - 2Q$, норма акселерации $\frac{1}{l} = 1{,}5$, норма инвестиций $m = 0{,}6$, $P(0) = 1$.

Пояснение: полученный на момент времени t доход составит $R(Q) = Q \cdot P(Q)$, часть которого, равная $I(t) = m \cdot P(Q) \cdot Q$, инвестируется в производство при норме инвестиции m. В результате расширения производства (предполагается полная реализация производимой продукции) будет получен прирост дохода, часть которого опять инвестируется для расширения выпуска продукции. Это приведет к росту скорости выпуска (акселерации), причём скорость выпуска пропорциональна увеличению инвестиций с коэффициентом пропорциональности l, т.е. $Q'(t) = l \cdot I(t)$, где l^{-1} — норма акселерации.

Компенентностно-ориентированная задача №19

Известно, что начальный размер вклада под 10% годовых в банке составил 1 млн. рублей. Найти размер вклада через 5 лет: а) без капитализации процентов, б) с ежегодной капитализацией, в) с ежеквартальной капитализацией, г) с ежемесячной капитализацией, д) с ежедневной капитализацией, е) с непрерывной капитализацией.

Компенентностно-ориентированная задача №20

Кооператив открывает линию по производству жестяных консервных банок объемом 0,25 литра для последующей расфасовки в них консервированного горошка. В качестве инженера-экономиста рассчитайте такие радиус основания x и высоту y консервной банки, чтобы на ее изготовление потребовалось минимум материала. Напомним, что 1 л = 1000 см^3.

Компенентностно-ориентированная задача №21

В таблице приведены данные численности занятого населения (x, млн.) и валового выпуска продукции (y, у.е.).

x_i	80	82	83	84	85	86	88	89	90	91
y_i	32	34	35	36	36	37	38	40	39	40

В предположении, что между x и y существует линейная зависимость, определить параметры линейной регрессии $y = kx + b$ методом наименьших квадратов. Спрогнозировать валовой выпуск продукции в случае, если занятое население увеличится на 10% по сравнению с последними данными (90 млн.)

Компенентностно-ориентированная задача №22

Торговое предприятие имеет сеть, состоящую из 10 магазинов, информация о деятельности которых: годовой товарооборот (y, млн. руб.) и торговая площадь (x, тыс. м^2) представлена в таблице.

x_i	0,24	0,41	0,55	0,58	0,78	0,94	0,98	1,21	1,28	1,32
y_i	19,8	38,1	41,0	43,1	56,3	68,5	75,0	89,1	91,1	91,3

В предположении, что между x и y существует линейная зависимость, определить параметры линейной регрессии $y = kx + b$ методом наименьших квадратов. Спрогнозировать годовой товарооборот в случае, если торговая площадь составит ровно 1 тыс. м^2.

Компенентностно-ориентированная задача №23

В таблице приведены данные о росте объема выручки (y, тыс. у.е.) косметической компании в зависимости от числа клиентов (x).

x_i	900	950	1000	1040	1080	1100	1120	1130	1135	1140
$y_i \cdot 10$	992	1101	1203	1289	1381	1432	1478	1505	1514	1530

В предположении, что между x и y существует квадратичная зависимость, определить параметры регрессии $y = a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ методом наименьших квадратов. Спрогнозировать объем выручки, если число клиентов достигнет 1150 человек.

Компенентностно-ориентированная задача №24

В таблице приведены данные о показателях конкуренции (x) и средневзвешенные по частоте упоминания количества патентов (y).

x_i	0,9	0,91	0,92	0,93	0,94	0,95	0,96	0,97	0,98	0,9
y_i	4,5	4,8	5,3	5,9	6,1	6,4	6,1	5,4	4,8	4,3

В предположении, что между x и y существует квадратичная зависимость, определить параметры регрессии $y = a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ методом наименьших квадратов. Спрогнозировать количество патентов, в случае, если показатель конкуренции составит 1.

Компенентностно-ориентированная задача №25

Найти значение цены $p(t)$, при котором достигается равновесное состояние рынка, заключающееся в равенстве спроса $d(t)$ и предложения $s(t)$, если $d(t) = 3p'' - p' - 2p + 18$, $s(t) = 4p'' + p' + 3p + 3$.

Шкала оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи:

В соответствии с действующей в университете балльно-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения – 60 (установлено положением П 02.016).

Максимальное количество баллов за решение компетентностно-ориентированной задачи – 6 баллов.

Балл, полученный обучающимся за решение компетентностно-ориентированной задачи, суммируется с баллом, выставленным ему по результатам тестирования.

Общий балл по промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по 5-балльной шкале (для экзамена) следующим образом:

Соответствие 100-балльной и 5-балльной шкал

Сумма баллов по 100-балльной шкале	*Оценка по 5-балльной шкале*
100–85	отлично
84–70	хорошо
69–50	удовлетворительно
49 и менее	неудовлетворительно

Критерии оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи:

6-5 баллов выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует глубокое понимание обучающимся предложенной проблемы и разностороннее ее рассмотрение; свободно конструируемая работа представляет собой логичное, ясное и при этом краткое, точное описание хода решения задачи (последовательности (или выполнения) необходимых трудовых действий) и формулировку доказанного, правильного вывода (ответа); при этом обучающимся предложено несколько вариантов решения или оригинальное, нестандартное решение (или наиболее эффективное, или наиболее рациональное, или оптимальное, или единственно правильное решение); задача решена в установленное преподавателем время или с опережением времени.

4-3 балла выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует понимание обучающимся предложенной проблемы; задача решена типовым способом в установленное преподавателем время; имеют место общие фразы и (или) несущественные недочеты в описании хода решения и (или) вывода (ответа).

2-1 балла выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует поверхностное понимание обучающимся предложенной проблемы; осуществлена попытка шаблонного решения задачи, но при ее решении допущены ошибки и (или) превышено установленное преподавателем время.

0 баллов выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует непонимание обучающимся предложенной проблемы, и (или) значительное место занимают общие фразы и голословные рассуждения, и (или) задача не решена.