МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Юго-Западный государственный университет

УТВЕРЖДАЮ:
Заведующий кафедрой
программной инженерии
_____________ А.В. Малышев
«_30_»___08_____ 2022г.

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
для текущего контроля успеваемости
и промежуточной аттестации обучающихся
по дисциплине

Геометрия и топология
(наименование дисциплины)

02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем
(код и наименование ОПОП ВО)

Курск, 2022

Задания для проведения текущего контроля успеваемости

Вопросы для собеседования

Вопросы для собеседования по теме №1 «Векторная алгебра»

1. Понятие вектора. Длина вектора.
2. Коллинеарные, компланарные и равные вектора.
3. Нулевой вектор.
4. Операции над векторами в геометрической форме: сложение, вычитание векторов, умножение вектора на число. Свойства операций над векторами.
5. Декартова система координат на плоскости и в пространстве.
6. Декартов базис.
7. Координаты вектора, действия над векторами в координатной форме. Нахождение координат вектора по координатам начала и конца вектора.
8. Нахождение длины и направляющих косинусов вектора.

Критерии оценки:

- 0 баллов выставляется обучающемуся, если студент не может ответить на поставленные вопросы или допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой знаний.
- 4 балла выставляется обучающемуся, если студент показывает высокий уровень теоретических знаний по дисциплине «Геометрия и топология», но и видит междисциплинарные связи. Умеет анализировать практические ситуации. Ответ построен логично.
- 8 баллов выставляется обучающемуся если студент показывает не только высокий уровень теоретических знаний по дисциплине «Геометрия и топология», но и видит междисциплинарные связи. Умеет анализировать практические ситуации. Ответ построен логично. Если по данной теме не предусмотрено защиты практической работы.

Вопросы для собеседования по теме №2 «Прямая на плоскости»

9. Проекция вектора на ось. Свойства проекции вектора на ось.
10. Скалярное произведение векторов: определение, свойства, вычисление в декартовой системе координат.

11. Применение скалярного произведения в механике и геометрии.

12. Векторное произведение векторов: определение, свойства, вычисление в декартовой системе координат.

13. Применение векторного произведения в механике и геометрии.

14. Смешанное произведение: определение, геометрический смысл, свойства.

15. Вычисление смешанного произведения в декартовой системе координат.

Вопросы для собеседования по теме №3 «Плоскость. Прямая в пространстве. Плоскость и прямая в пространстве»

16. Предмет аналитической геометрии. Декартова система координат на прямой, на плоскости, в пространстве.

17. Простейшие задачи аналитической геометрии: расстояние между двумя точками, деление отрезка в заданном отношении.

18. Линия и поверхность.

19. Уравнение линии и уравнение поверхности в декартовой системе координат.

20. Классификация линий и поверхностей.

21. Прямая линия на плоскости.

22. Основные виды уравнений: нормальное, общее, в отрезках, каноническое, параметрическое, с угловым коэффициентом, уравнение прямой, проходящей через заданную точку перпендикулярно данному вектору, уравнение прямой, проходящей через две заданные точки.

23. Угол между прямыми на плоскости.

24. Условия коллинеарности и ортогональности.

25. Расстояние от точки до прямой на плоскости.

Вопросы для собеседования по теме №4 «Кривые второго порядка»

26. Кривые второго порядка на плоскости:

27. Окружность: определение, вывод канонического уравнения, свойства, построение.

28. Эллипс: определение, вывод канонического уравнения, свойства, построение, эксцентриситет и его смысл, директрисы их свойства.

29. Гипербола: определение, вывод канонического уравнения, свойства, построение, эксцентриситет и его смысл, директрисы и асимптоты гиперболы.

30. Парабола: определение, вывод канонического уравнения, свойства, построение, эксцентриситет.

31. Общее уравнение линии второго порядка.

32. Преобразование общего уравнения к каноническому виду линии со смещением.

33. Полярные координаты на плоскости.

34. Различные способы задания линий.

35. Плоскость в пространстве.

Вопросы для собеседования по теме №5 «Поверхности второго порядка»

36. Основные виды уравнений: нормальное, общее, в отрезках, уравнение плоскости, проходящей через заданную точку перпендикулярно данному вектору, уравнение плоскости, проходящей через три точки.

37. Угол между плоскостями. Условия коллинеарности и ортогональности плоскостей.

38. Расстояние от точки до плоскости.

39. Прямая в пространстве:

40. Основные виды уравнений: общее, каноническое, параметрическое.

Вопросы для собеседования по теме №6 «Множества. Линейные пространства. Нормированные и Евклидовы пространства.

Метрические пространства. Топологические пространства. Элементы дифференциальной геометрии»

41. Множества. Операции над множествами.
42. Линейное пространство. Операции в них.
43. Метрическое пространство. Операции в них.
44. Евклидово и нормированное пространство. Операции в них.
45. Понятие топологического пространства.

Критерии оценки:

- 0 баллов выставляется обучающемуся, если студент не может ответить на поставленные вопросы или допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой знаний.
- 2 баллов выставляется обучающемуся, если студент показывает высокий уровень теоретических знаний по дисциплине «Геометрия и топология». Ответ построен логично.
- 4 балла выставляется обучающемуся, если студент показывает не только высокий уровень теоретических знаний по дисциплине «Геометрия и топология», но и видит междисциплинарные связи. Умеет анализировать практические ситуации. Ответ построен логично.

Контрольные вопросы к защите практических работ

Практическая работа 1

1. Понятие вектора
2. Действия над векторами.
3. Сложение и вычитание векторов.
4. Умножение вектора на число
5. Скалярное и векторное произведение векторов.

Практическая работа 2

1. Общее уравнение прямой на плоскости
2. Каноническое уравнение прямой
3. Уравнение прямой с угловым коэффициентом
4. Угол между прямыми

5. Нормальное уравнение прямой

6. Расстояние от точки до прямой

Практическая работа 3

1. Общее уравнение кривой второго порядка

2. Каноническое уравнение эллипса

3. Каноническое уравнение гиперболы

4. Каноническое уравнение параболы

5. Методы приведения кривой второго порядка к каноническому виду

Практическая работа 4

1. Общее уравнение повехностей второго порядка

2. Каноническое уравнение эллипсоида

3. Каноническое уравнение гиперболоида

4. Каноническое уравнение параболоида

5. Метод Лагранжа приведения поверхностиивторого порядка к каноническому виду

Практическая работа 5

1. Множества. Операции над множествами.
2. Линейное пространство. Операции в них.
3. Метрическое пространство. Операции в них.
4.Евклидово и нормированное пространство. Операции в них.
5. Понятие топологического пространства.

Критерии оценки:
- 0 баллов выставляется обучающемуся, если студент не может ответить на поставленные вопросы или допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой знаний.
- 2 баллов выставляется обучающемуся, если студент показывает высокий уровень теоретических знаний по дисциплине «Геометрия и топология». Ответ построен логично.
- 4 балла выставляется обучающемуся, если студент показывает

не только высокий уровень теоретических знаний по дисциплине «Геометрия и топология», но и видит междисциплинарные связи. Умеет анализировать практические ситуации. Ответ построен логично.

Типовые задания для проведения промежуточной аттестации

Задания в закрытой форме

1. Укажите формулу, по которой находится вероятность наступления значения случайной величины:

1. Формула Бернулли.

2. Классическое определение вероятности.

3. Формула Пуассона.

4. Теоремы суммы и произведения вероятностей.

2. Укажите вид закона распределения случайной величины:

1. Равномерное распределение.

2. Нормальное распределение.

3. Биномиальное распределение.

4. Распределение Пуассона.

3. Чем не может быть выпуклая оболочка в трехмерном евклидовом пространстве

1. Конусом.

2. Сферой.

3. Шаром.

4. Кубом.

4. Какое из следующих утверждений НЕ верно

1. Экспонированная точка является экстремальной.

2. Экстремальная точка является экспонированной.

3. Экстремальная точка является граничной.

4. Экспонированная точка является граничной.

5. С чем совпадает дважды взятая выпуклая оболочка.
1. Самим множеством.
2. Со внутренностью множества.
3. С замыканием множества.
4. С выпуклой оболочкой множества.

6. Каким свойством НЕ обладает Мера Хаусдорфа?
1. Монотонность.
2. Счетная субаддитивность.
3. Не увеличивается при нерастягивающих отображениях.
4. Не уменьшается при нерастягивающих отображениях.

7. Что имеет максимальный объем при заданной площади поверхности?
1. Куб.
2. Шар.
3. Тетраэдр.
4. Эллипсоид.

8. Какую величину выпуклого тела можно получить, как смешанный объем?
1. Радиус вписанной сферы.
2. Радиус описанной сферы.
3. Площадь поверхности.
4. Диаметр

9. Чему равна степень многочлена Александера трилистника?
1. 1.
2. 2.
3. 3.

4. 4.

10. Чему равно степень многочлена Джонса трилистника?

1. 1.

2. 2.

3. 3.

4. 4.

11. Чему равен инвариант Кассона гомологической сферы Пуанкаре?

1. -1.

2. -2.

3. 0.

4. 2.

12 Является ли линейно связным пространство?
1. антидискретное.
2. дискретное.

3. дискретное, в котором меньше двух точек.
4. R^n.

13. Какие из следующих требований не предъявляются к системе аксиом:

1) Непротиворечивость.

2) Минимальность.

3) Полнота.

4) Независимость.

14. Какие из следующих свойств являются топологическими:

1. свойство пространства X быть сепарабельным;
2. свойство пространства X быть полным;
3. свойство фигуры в R n быть выпуклой
4. свойство фигуры в R n быть ограниченной;

15. Компактное подмножество A хаусдорфова пространства(X, Ω):

1. Хаусдорфово.

2. Замкнуто.

3. Открыто.

4. Открыто и замкнуто.

16. Укажите утверждения не эквивалентные постулату Евклида: «И чтобы всякий раз, когда прямая при пересечении с двумя другими прямыми образует с ними внутренние односторонние углы, сумма которых меньше двух прямых, эти прямые пересекались с той стороны, с которой эта сумма меньше двух прямых.»

1. Существуют подобные треугольники.

2. Сумма внутренних углов треугольника равна двум прямым.

3. Две параллельные прямые при пересечении их третьей образуют равные соответственные углы

4. Нет правильного ответа.

17. Смешанный объём НЕ.

1. Инвариантен относительно параллельных переносов тел в наборе;

2. Убывает по включению тел;

3. Непрерывен относительно метрики хаусдорфа;

4. Неотрицателен.

18. Непустое выпуклое замкнутое множество, не содержит прямую, тогда ______.

1. У него может не быть экстремальных точек;

2. У него может не быть экспонированных точек;

3. У него может не быть граничных точек;

4. У него может не быть опорных гиперплосокстей.

19. Равенство в неравенстве Брунна - Минковского достигается для ________.

1. Непустых компактных выпуклых множеств, одно из которых шар;

2. Непустых компактных выпуклых множеств, лежащих в параллельных гиперплоскостях;

3. Непустых компактных выпуклых множеств, одно из которых куб;

4. Непустых компактных выпуклых множеств, имеющих непустое пересечение.

20. Типичное число решений системы полиномиальных уравнений равно____

1. Площади поверхности соответствующего многогранника Ньютона;

2. Квадратному корню из площади поверхности соответствующего многогранника Ньютона;

3. Объему соответствующего многогранника Ньютона;

4. Половине объема соответствующего многогранника Ньютона.

21. Многочлен 2t-1 _____.

1. Является многочленом Александера узла трилистник;

2. Является многочленом Александера узла восьмерка;

3. Является многочленом Александера узла Печать Соломона;

4. Не является многочленом Александера.

22. В лемме Дена говориться о кусочно-линейное отображение диска в _____.

1. 2-мерное многообразие;

2. 3-мерное многообразие;

3. 4-мерное многообразие;

4. Четномерную сферу.

23. Если группа узла равна Z то узел является _____.

1. Тривиальным;

2. Трилистником;

3. Восьмеркой;

4. Печатью Соломона.

24. Инвариант Рохлина многообразия _______.

1. Сравним с половиной инварианта Кассона по модулю 2;

2. Сравним с половиной инварианта Кассона по модулю 3;

3. Равен половине инварианта Кассона;

4. Сравним с инвариантом Кассона по модулю 2.

25. Части JSJ разложения являются _______

1. Либо атороидальными, либо расслоениями Зейферта;

2. Либо атороидальными, либо асферическими;

3. Либо асферическими, либо расслоениями Зейферта;

4. Только расслоениями Зейферта.

26. A множество райиональных точек на числовой прямой R^1 со стандартной топологией, принадлежащих интервалу (0,1): $A = Q\cap(0,1)$, тогда _____
1. $\bar{A}$ компактное множество.

2. $\bar{A}$ некомпактное множество.

3. A некомпактное множество.

4. A предкомпакт.

27. Даны три вектора $\mathbf{l}=\mathbf{c}$, $\mathbf{m}=\mathbf{a}-\mathbf{b}-\mathbf{c}$, $\mathbf{n}=\mathbf{a}-\mathbf{b}+\mathbf{c}$ ($\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ и $\mathbf{c}$ - три некомпланарных вектора). Выберете верное утверждение
1. Векторы $\mathbf{l}$, $\mathbf{m}$ и $\mathbf{n}$ некомпланарны.

2. Векторы $\mathbf{l}$, $\mathbf{m}$ и $\mathbf{n}$ компланарны и $\mathbf{l}-\mathbf{m}-\mathbf{n}=0$.

3. Векторы $\mathbf{l}$, $\mathbf{m}$ и $\mathbf{n}$ компланарны и $2\mathbf{l}+\mathbf{m}-\mathbf{n}=0$.

4. Векторы $\mathbf{l}$, $\mathbf{m}$ и $\mathbf{n}$ компланарны и $2\mathbf{l}-\mathbf{m}-\mathbf{n}=0$.

28. Эквидистанта — это _______

1. Ортогональная система пучка расходящихся прямых.
2. Геометрическое место точек, расположенных по одну сторону от некоторой прямой.
3. Ортогональная траектория пучка параллельных прямых.
4. Множество точек, расположенных по одну сторону от прямой и равноотстоящих от этой прямой.

29. Даны три вектора $\mathbf{a}(1,3)$, $\mathbf{b}(2,-1)$, $\mathbf{c}(-10,-2)$. Укажите числа α и β, такие что $\alpha\mathbf{a}+\beta\mathbf{b}+\mathbf{c}=\mathbf{0}$:

1. $\alpha=0$ и $\beta=2$,

2. $\alpha=2$ и $\beta=2$

3. $\alpha=2$ и $\beta=4$

4. $\alpha=2$ и $\beta=-2$

30. Определить, при каких значениях α и β векторы $\mathbf{a}=(-2,3,\beta)$ и $\mathbf{b}=(\alpha,-6,2)$ коллинеарны:
1. $\alpha=1$ и $\beta=2$,
2. $\alpha=2$ и $\beta=2$

3. $\alpha=4$ и $\beta=-1$

4. $\alpha=2$ и $\beta=-1$

31. Типичное число решений системы полиномиальных уравнений равно ?

1. Площади поверхности соответствующего многогранника Ньютона;
2. Квадратному корню из площади поверхности соответствующего многогранника Ньютона;
3. Объему соответствующего многогранника Ньютона;
4. Половине объема соответствующего многогранника Ньютона.

32. Плоская кривая, имеющая касание второго порядка с кривой $\mathbf{r}=\mathbf{r}(t)$, это

1. Касательная прямая
2. Соприкасающаяся сфера
3. Соприкасающаяся окружность

4.Огибающая
5. Циклоида

33.Даны векторы $\mathbf{a} = (2,-1,3)$ и $\mathbf{b} = (-6,3,-9)$. Выберете верное утверждение
1. Векторы $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$ неколлинеарны и вектор $\mathbf{b}$ длиннее вектора $\mathbf{a}$.
2. Векторы $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$ неколлинеарны и вектор $\mathbf{a}$ длиннее вектора $\mathbf{b}$.
3. Векторы $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$ коллинеарны и вектор $\mathbf{b}$ длиннее вектора $\mathbf{a}$.
4. Векторы $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$ коллинеарны и вектор $\mathbf{a}$ длиннее вектора $\mathbf{b}$.

34. Дано, что $|\mathbf{a}| = 3$ $|\mathbf{b}|$=5. Определите, при каком значении α векторы $\mathbf{a} + \alpha\mathbf{b}$ и $\mathbf{a} - \alpha\mathbf{b}$ будут взаимно перпендикулярны.
1. 0
2. $\pm\frac{5}{3}$
3. $\frac{25}{9}$
4. $\pm\frac{3}{5}$

35. Векторное произведение $[\mathbf{a},\mathbf{b}]$ векторов $\mathbf{a} = (1,-1,2)$ и $\mathbf{b} = (-2,2,-4)$ равно
1. 1
2. 0
3. $(1,0,2)$
4. $(0,0,0)$
5. $(1,0,3)$

36. Выражение $[\mathbf{a} + 2\mathbf{b}, \mathbf{a} - 2\mathbf{b}]$ равно
1. $4[\mathbf{b},\mathbf{a}]$
2. $4[\mathbf{a},\mathbf{b}]$
3. $[\mathbf{a},\mathbf{a}] - 4[\mathbf{b},\mathbf{b}]$
4. $\mathbf{0}$

37. Укажите, для каких векторов выполняется равенство $[\mathbf{a},\mathbf{b}]^2 = |\mathbf{a}|^2 |\mathbf{b}|^2$:

1. Для всех векторов

2. Только для перпендикулярных векторов

3. Только для коллинеарных векторов

4. Только для векторов, длины которых равны

38. Выберите верное соотношение для смешанного произведения:

1. $(\mathbf{a},\mathbf{b},\mathbf{c}+\lambda\mathbf{a}+\mu\mathbf{b})=\mathbf{abc}$ Только при $\lambda=\mu=0$
2. $(\mathbf{a},\mathbf{b},\mathbf{c}+\lambda\mathbf{a}+\mu\mathbf{b})=\mathbf{abc}$ при любых значениях λ и μ
3. $(\mathbf{a},\mathbf{b},\mathbf{c}+\lambda\mathbf{a}+\mu\mathbf{b})<\mathbf{abc}$
4. $(\mathbf{a},\mathbf{b},\mathbf{c}+\lambda\mathbf{a}+\mu\mathbf{b})>\mathbf{abc}$

39. Вычислите смешанное произведение трех векторов $\mathbf{a}(2,1,0)$, $\mathbf{b}(3,4,-1)$ и $\mathbf{c}(-1,-3,1)$

1. -2

2. 8

3. 5

4. 0

40. Дополните утверждение. Если смешанное произведение трех векторов $(\mathbf{a},\mathbf{b},\mathbf{c})>0$, то векторы ________

1. Компланарны

2. **A, b** и, **a,c** коллинеарны

3. Образуют правую тройку векторов

4. Образуют левую тройку векторов

41. Определите, правой или левой являются тройки векторов $\mathbf{a}=\mathbf{i}$, $\mathbf{b}=\mathbf{k}$, $\mathbf{c}=\mathbf{j}$ и $\mathbf{e}=\mathbf{i}+\mathbf{j}$, $\mathbf{f}=\mathbf{i}-\mathbf{j}$, $\mathbf{g}=\mathbf{k}$:

1. Тройка $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ - правая, тройка $\mathbf{e}$, $\mathbf{f}$, $\mathbf{g}$ - левая тройка векторов;
2. Тройка $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ - правая, тройка $\mathbf{e}$, $\mathbf{f}$, $\mathbf{g}$ - правая;
3. Тройка $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ - левая, тройка $\mathbf{e}$, $\mathbf{f}$, $\mathbf{g}$ - правая;
4. Тройка $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ - левая, тройка $\mathbf{e}$, $\mathbf{f}$, $\mathbf{g}$ - левая;

42. Дополните утверждение. Если векторы $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ и $\mathbf{c}$ компланарны, то________

1. Векторные произведения $[\mathbf{a},\mathbf{b}]=\mathbf{0}$ и $[\mathbf{b},\mathbf{c}]=\mathbf{0}$
2. Скалярные произведения $(\mathbf{a},\mathbf{b})=\mathbf{0}$ и $(\mathbf{b},\mathbf{c})=\mathbf{0}$
3.скалярные произведения $(\mathbf{a},\mathbf{b})=(\mathbf{b},\mathbf{c})$
4. Смешанное произведение $(\mathbf{a},\mathbf{b},\mathbf{c})=\mathbf{0}$

43. Установите, какую кривую на плоскости задают следующими параметрическими уравнениями $x=2\cos t$, $y=2\sin t$, $0\le t<\pi$
1. Окружность с центром в начале координат и радиусом 2
2. Верхняя полуокружность с центром в начале координат и радиусом 2
3. Окружность с центром в точке $(2,2)$ и радиусом 1
4. Правая полуокружность с центром в точке $(2,2)$ и радиусом 1

44.установите уравнение линии в декартовой системе координат, если в полярных координатах она определяется уравнением $\rho=\dfrac{2}{\cos\alpha}$:
1. Прямая $x=2$
2. Прямая $y=2$
3. Окружность с центром в точке $(0,2)$ и радиусом 2
4. Окружность с центром в точке $(2,0)$ и радиусом 2

45. Производная радиус-вектора $\mathbf{r}=\mathbf{r}(t)$ по параметру дуге $\dfrac{\mathrm{d}\mathbf{r}}{\mathrm{d}s}=\dot{\mathbf{r}}$

1. Нулевой вектор
2. Вектор, перпендикулярный вектору $\mathbf{r}(t)$
3. Единичный вектор $|\dot{\mathbf{r}}|=1$
4. Вектор, коллинеарный вектору $\mathbf{r}(t)$

46. Пусть задана вектор-функция $\mathbf{r}=\mathbf{r}(t)$, где $t\in(a,b)$. Найти производную следующей функции $\mathbf{r}\times\mathbf{r}'$

1. $\mathbf{r}'\times\mathbf{r}'$

2. $\mathbf{r}''\times\mathbf{r}'$

3. $\mathbf{r}\times\mathbf{r}''$

4. $\mathbf{0}$

47**.** Укажите особые точки следующей кривой $x=2t-t^2, y=3t-t^3$:

1. $t=0$

2. $t=1$
3. $t=2$

4. кривая не имеет особых точек

48. Даны две кривые $y=e^x$ и $y=1+x+1/2x^2$ и точка $x_0=0$. Выберите верное утверждение

1. Кривые только пересекаются в точке $x_0=0$;
2. Кривые в точке $x_0=0$ имеют касание первого порядка;
3. Кривые в точке $x_0=0$ имеют касание второго порядка;
4. Кривые в точке $x_0=0$ имеют касание третьего порядка

49. Спрямляемая плоскость для пространственной кривой проходит через векторы

1. r',r'';

2. r'',r''';

3. $r',[r',r'']$,

4. $r',[r',[r',r'']]$,

5. $[r',r''],[r',[r',r'']]$

50. Направляющим вектором главной нормали для пространственной кривой служит вектор:

1. r';

2. r'';

3. r'''

4. $[r',r'']$

5. $[r',[r',r'']]$,

6. $[[r',r''],r']$.

51. Первая квадратичная форма поверхности $\mathbf{r}=\{R\cos v, R\sin v,\ u\}$ имеет вид

1. $\left\{1+R^2\right\}du^2+2Rdudv+R^2dv^2$

2. $du^2+2Rdudv+\left\{1+R^2\right\}dv^2$

3. $du^2+R^2dv^2$

4. $R^2du^2+dv^2$

52. Можно ли в R^1 ввести метрику следующим образом: $\rho(x,y)=\begin{cases}0, x=y\\ 2, x\neq y\end{cases}$:

1. Да, выполняются все аксиомы метрики

2. Нет, не выполняются все аксиомы метрики

3. Нет, не выполняется первая аксиома метрики

4. Нет, не выполняется аксиома симметрии

5. Нет, не выполняется правило треугольника

53. Если T_1 – метрическое пространство $C^1[a,b]$; T_2 – пространство, состоящее только из множества X и пустого множества, тогда справедливо следующее утверждение:

1. T_1 – топологическое пространство; T_2 – топологическое пространство
2. T_1 – не топологическое пространство; T_2 – не топологическое пространство
3. T_1 – топологическое пространство; T_2 – не топологическое пространство
4. T_1 - не топологическое пространство; T_2 – топологическое пространство

54. Выберите правильное утверждение. Отображение *f*, действующее из метрического пространство X в метрическое пространство Y является гомеоморфизмом, если...

1. *f*-биективно и непрерывно;

2. *f*-инъективно и непрерывно;

3. *f*-сюръективно и равномерно непрерывно, f^{-1} - непрерывно;

4. *f*-инъективно и непрерывно, f^{-1} - биективно;

5. *f*-биективно и непрерывно, f^{-1} - непрерывно;

6. *f*-биективно и равномерно непрерывно, f^{-1} - равномерно непрерывно.

55. Топологическими инвариантами являются:

1. Компактность.

2. Простое отношение трёх точек.

3. Отделимость.

4. Ориентация многообразия.

56. Элементарными линиями являются:

1. Дуга

2. Луч

3. Синусоида;

4. Окружность.

57. Аксиомы Гильберта включают аксиомы:

1. Порядка

2. Непрерывности

3. Откладывания

4. Параллельности

5. Конгруэнтности.

58. Аксиома Паша — это аксиома…

1. Непрерывности;

2. Порядка;

3. Принадлежности;

4. Конгруэнтности.

59. Отрицанием аксиомы параллельности (Плейфера) является следующее утверждение:

Через точку, не лежащую на данной прямой, в плоскости, заданной

Точкой и прямой проходит _____

1. Не менее двух прямых не пересекающих данную прямую.

2. По крайней мере две прямые не пересекающие данную прямую.

3. Не более двух прямых не пересекающих данную прямую.

4. Две прямые, не пересекающие данную.

60. Укажите системы аксиом, обладающие свойством полноты

1. Аксиоматика Гильберта евклидовой геометрии;

2. Аксиоматика геометрии Лобачевского;

3. Аксиоматика абсолютной геометрии;

4. Система аксиом группы.

61. К фактам абсолютной геометрии относятся:

1. Любой отрезок можно единственным образом разделить пополам;

2. Перпендикуляр и наклонная к прямой пересекаются;

3. Существуют треугольники с произвольно большой площадью;

4. Сумма внутренних углов треугольника не более двух прямых.

62. Аксиомой Плейфера является следующее утверждение:

1. Сумма углов треугольника равна 180 градусов

2. Перпендикуляр и наклонная к прямой пересекаются;

3. Через каждую точку, лежащую вне прямой, в плоскости, определенной точкой и прямой, проходит не более одной прямой, не пересекающей данной;

4. Множество точек, лежащих по одну сторону от данной прямой, на одном и том же расстоянии от неё есть прямая.

63. Введение аксиом конгруэнтности позволяет доказать следующие теоремы:

1. В равнобедренном треугольнике углы при основании равны;

2. Признаки равенства треугольников;

3. Сумма углов треугольника равна 180 грудосов.

4. Теорему Пифагора.

64. К движениям II рода относятся:

1. Центральная симметрия;

2. Скользящая симметрия;

3. Композиция поворота и параллельного переноса;

4. Композиция двух осевых симметрий.

65. Укажите верное высказывание. Единственный центр симметрии имеет:

1. Правильный треугольник;

2. Пара параллельных прямых;

3. Параллелограмм;

4. Круг.

66. Укажите движения второго рода

1.скользящая симметрия;

2. центральная симметрия;

3. осевая симметрия;

4. параллельный перенос на вектор.

67. Укажите верное утверждение. Группой является множество…

1. Всех движений I рода

2. Всех движений II рода;

3. Всех поворотов плоскости;

4. Множество всех осевых симметрий.

68. Укажите верное утверждение. Параллельное проектирование не сохраняет:

1. Величину углов;

2. Равенство отрезков;

3. Параллельность прямых;

4. Выпуклость фигуры.

69. При параллельном проектировании сохраняются:

1. Расстояние между точками;

2. Величину угла;

3. Выпуклость фигуры;

4 перпендикулярность прямых.

70. На E_2 задана естественная топология. Компактными множествами в E_2 являются:

1. конечное множество точек;

2. открытый круг;

3. полуплоскость;

4. квадрат.

71. В E_3 задана естественная топология. Связными множествами в E_3 являются:

1. двухполостной гиперболоид;

2. эллиптический параболоид;

3. гиперболический цилиндр;

4. сфера.

72. Даны точки A(1,-2,3), B(0,-1,2), C(3,-4,5). Координаты векторного произведения векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$ равны

1. (1,0,-1)
2. (0,0,0)
3. (0,1,1)
4. (1,1,0)
5. (0,0,1)

73. Прямые 2x + 5y - 7 = 0 и y = kx + 1 параллельны, если k равно

1. 2/5
2. 2.5
3. –0.4
4. –2.5
5. 1.25

74. Косинус двугранного угла между плоскостями 2x – y + z = 1 и x + y – z = 2 равен
1. $\frac{1}{2}$
2. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
3. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
4. 1
5. 0

75. Числа m и n таковы, что векторы $\vec{a}$(m; 1; 2) и $\vec{b}$(-1; n; 4) коллинеарны.
Тогда сумма m + n равна
1. 2.5
2. 0
3. 2
4. 1.5
5. 1

76. Если $\bar{a} = (2; -1; 0)$; $\bar{b} = (-1; 1; 2)$, то $|3\bar{a} + \bar{b}|$ равен
1. $3\sqrt{5} + \sqrt{6}$
2. $\sqrt{57}$
3. $\sqrt{33}$
4. 7
5. 57

77. Уравнение прямой на плоскости, проходящей через точку A(1; 2) параллельно вектору $\bar{v}(3; -1)$ имеет вид:
1. 2x + 3y – 7 = 0
2. x – 2y – 5 = 0
3. x + 2y + 5 = 0
4. x + 3y – 7 = 0
5. 2x + 3y – 5 = 0

78 Уравнение прямой в пространстве, проходящей через точки A(1; 2; -1) и B(0; 1; 1) имеет вид:

1. $\frac{x}{-1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+1}{2}$
2. $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+1}{2}$
3. $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{-2}$
4. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-1}{2}$
5. $\frac{x-1}{0}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{1}$

79.. Объём пирамиды с вершинами в точках A(-2; 2; 1), B(-4; 2; -1), C(-4; 3; 2), D(0; 3; 3) равен

1. 1
2. 2
3. 3
4. 4
5. 5

80. Расстояние между фокусами гиперболы x2 – 2y2 = 1 равно

1. $\sqrt{3}$
2. $\sqrt{5}$
3. $\sqrt{2}$
4. $\sqrt{3/2}$
5. $\sqrt{6}$

81. Прямые x + 5y - 7 = 0 и y = kx + 1 параллельны, если k равно

1. 1/5
2. 1.5
3. –0.2
4. –1.5
5. -1.25

Задания в открытой форме

1. Коллинеарны ли векторы $\mathbf{c}_1$ и $\mathbf{c}_2$, построенные по векторам **a** и **b**? Ответ запишите

$$a=\{1,\quad -2,\quad 3\},$$

$b = \{3, \quad 0, \quad -1\}$,

$c_1 = 2a + 4b$,

$c_2 = 3b - a$.

2. Проверить, компланарны ли векторы $\mathbf{a}(2,3,5)$, $\mathbf{b}(7,1,-1)$ и $\mathbf{c}(3,-5,-11)$

3. На E_2 задана естественная топология. Компактными множествами в E_2 являются _______

4. В E_3 задана естественная топология. Связными множествами в E_3 являются _______

5. Множество R^1/Q всех иррациональных чисел на R^1 будет _____

6. Проверить, что векторы $\mathbf{a}(-5,-1)$ и $\mathbf{b}(-1,3)$ образуют базис на плоскости. Найти координаты вектора $\mathbf{c}(-1,2)$ в этом базисе.

7. Вектор составляет с осями *Ox* и *Oy* углы $\alpha = 45^\circ$ и $\beta = 60^\circ$. Определите, какой угол вектор составляет с осью *Oz*?

8. Проверить, компланарны ли векторы $\mathbf{a}(2,3,5)$, $\mathbf{b}(7,1,-1)$ и $\mathbf{c}(3,-5,-11)$.

9. Даны точки $M(-1,5)$ и $N(-3,-1)$. Найти их координаты в новой системе координат, если оси координат повернуты на угол -45° .

10. Полярная ось полярной системы координат направлена по биссектрисе второго координатного угла, полярный полюс совпадает с началом декартовой системы координат. Даны декартовы прямоугольные координаты точек $M(-1,1)$ и $N(-2\sqrt{3},2)$. Полярные координаты этих точек равны _______

11. Дано аффинное преобразование $x' = y + 3$, $y' = -x + 3y - 1$. Найти образ прямой $x - y - 1 = 0$.

12. Написать формулы, задающие преобразование: симметрия относительно оси абсцисс. Является ли данное преобразование линейным, аффинным, ортогональным? Ответ обосновать.

13. Найти точку, чтобы при переносе в нее начало координат уравнение линии $x^2 - xy - 3y^2 + 2x - 6y - 1 = 0$ не содержало членов первой степени относительно новых переменных.

14. Дано полярное уравнение линии $\rho = 2R\sin\alpha$. Составить параметрическое уравнение этой линий в декартовых прямоугольных координатах, совмещая

полярную и декартовую прямоугольную системы координат и выбирая в качестве параметра полярный угол α.

15. Исследовать тип кривой в зависимости от параметра α
$\alpha\left(x^2+y^2\right)+x+y+4=0$.
В ответ запишите тип кривой.

16. Применяя теорию инвариантов определить тип кривой $4xy-3y^2-4x+10y-6=0$.
В ответ запишите тип кривой.

17. Определить тип поверхности $x^2+\alpha\left(y^2+z^2\right)=1$ при всевозможных значениях параметра α.
В ответ запишите тип поверхности.

18. Сечение поверхности $x^2+4y^2-5z^2-1=0$ плоскостью $x=1$ спроектировано на плоскость Oyz. Изобразите проекцию.

19. Для того чтобы линия (k - кривизна данной линии, χ - кручение данной линии) была прямой необходимо и достаточно, чтобы ________

20. Обыкновенная точка поверхности – это точка, вблизи которой уравнение поверхности может быть записано в виде ________.

21. Вычислите вторую квадратичную форму для поверхности
$\mathbf{r}=\left\{R\cos v, R\sin v,\ u\right\}$.

22. Определить тип заданной кривой $x=t^2$, $y=\dfrac{2}{3}t(3-t^2)$

23. Точка A лежит на прямой $x+y=8$, причем A равноудалена от точки $B(2,8)$ и от прямой $x-3y+2=0$. Найти координаты точки A.

24. Применяя теорию инвариантов, определите тип кривой
$3x^2+10xy+3y^2-2x-14y-13=0$.

25. Является ли топологическое пространство (X, τ) хаусдорфовым? Удовлетворяет ли оно первой аксиоме отделимости?

26. Топология, в которой точки являются открытыми множествами, называются ________-топологией.

27. Множество всех точек прикосновения множества Н, называется ___________ множества Н.

28. Пересечение конечного числа открытых множеств является множеством _____________.

29. Топологическое пространство (X, Ф) в котором одновременно открытыми и замкнутыми являются только пустое множество и X называется_________.

30. Компактное множество в хаусдорфовом топологическом пространстве является множеством _______________.

31. Непустое открытое связанное множество называется ________________.

32. Закончите предложение: «В случае естественной параметризации параметром является____________ ».

33. Закончите предложение: «Для того чтобы связная линия была простейшей, необходимо и достаточно чтобы ___________ ».

34. Продолжите предложение: «Если во всех точках гладкой линии кручение равно нулю, то эта линия ______________»

35. Закончите предложение. Координатные линии на поверхности будут ортогональны тогда и только тогда, когда в каждой точке поверхности __________________.

36.Закончите предложение: «Второй квадратичной формой поверхности называется скалярное произведение_____________».

37. Координатные линии на поверхности будут ортогональны тогда и только тогда, когда первая квадратичная форма поверхности имеет вид

I =_____________»

38. Базис — это ____________ линейно независимая система векторов.

39. Аксиоматический подход к построению геометрической науки является _______.

Задания на установление правильной последовательности.

1. Процесс решения задачи физики, техники, экономики и, в частности, проектирования конструкций с помощью методов математического моделирования состоит из нескольких основных этапов.

1 этап	проведение вычислений и анализ результатов
2 этап	построение математической модели объекта
3 этап	выбор численного метода и разработка вычислительного алгоритма
4 этап	разработка программы или выбор прикладных программ
5 этап	исследование объекта

2. Установите правильный порядок алгоритм решения задачи по аналитической геометрии.

1 этап	Составление алгоритма решения и его выполнение.
2 этап	Определение вида задачи. На данном этапе нужно всего лишь определить «плоская» или пространственная задача предложена для решения.
3 этап	Определить какие геометрические фигуры используются в условии задачи
4 этап	Выполнение чертежа. Чертеж лучше делать всегда, даже если этого не требуется по условию. Поверьте, это очень помогает при решении задачи.

3. Установите правильную последовательность этапов при решении задачи графическим методом:

1. На плоскости X_1 $0X_2$ строят прямые. определяются полуплоскости. определяют многоугольник решений. строят вектор $N(c_1,c_2)$, который указывает направление целевой функции. передвигают прямую целевую функцию $c_1x_2 + c_2x_2 = 0$ в направлении вектора N до крайней точки многоугольника решений. вычисляют координаты точки и значение целевой функции в этой точке.

2. Определяются полуплоскости. определяют многоугольник решений. строят вектор $N(c_1,c_2)$, который указывает направление целевой функции. на плоскости X_1 $0X_2$ строят прямые. передвигают прямую целевую функцию $c_1x_2 + c_2x_2 = 0$ в направлении вектора N до крайней точки многоугольника решений. вычисляют координаты точки и значение целевой функции в этой точке.

3. На плоскости X_1 $0X_2$ строят прямые. определяются полуплоскости. определяют многоугольник решений. строят вектор $N(c_1,c_2)$, который указывает направление целевой функции. вычисляют координаты точки и значение целевой функции в этой точке. передвигают прямую целевую функцию $c_1x_2 + c_2x_2 = 0$ в направлении вектора N до крайней точки многоугольника решений.

4. Строят вектор $N(c_1,c_2)$, который указывает направление целевой функции. на плоскости X_1 $0X_2$ строят прямые. передвигают прямую целевую функцию $c_1x_2 + c_2x_2 = 0$ в направлении вектора N до крайней точки многоугольника решений. вычисляют координаты точки и значение целевой функции в этой точке. Определяются полуплоскости. определяют многоугольник решений.

4. Установите правильную последовательность алгоритма при решении задачи симплекс- методом.

1 шаг	Привести задачу линейного программирования к канонической форме. Для этого перенести свободные члены в правые части (если среди этих свободных членов окажутся отрицательные, то соответствующее уравнение или неравенство умножить на - 1) и в каждое ограничение ввести дополнительные переменные (со знаком "плюс", если в исходном неравенстве знак "меньше или

	равно", и со знаком "минус", если "больше или равно").
2 шаг	Если в полученной системе m уравнений, то m переменных принять за основные, выразить основные переменные через неосновные и найти соответствующее базисное решение. Если найденное базисное решение окажется допустимым, перейти к допустимому базисному решению.
3 шаг	Если в полученной системе m уравнений, то m переменных принять за основные, выразить основные переменные через неосновные и найти соответствующее базисное решение. Если найденное базисное решение окажется допустимым, перейти к допустимому базисному решению.
4 шаг	Выразить функцию цели через неосновные переменные допустимого базисного решения. Если отыскивается максимум (минимум) линейной формы и в её выражении нет неосновных переменных с отрицательными (положительными) коэффициентами, то критерий оптимальности выполнен и полученное базисное решение является оптимальным - решение окончено. Если при нахождении максимума (минимума) линейной формы в её выражении имеется одна или несколько неосновных переменных с отрицательными (положительными)

	коэффициентами, перейти к новому базисному решению

5. Установите правильную последовательность алгоритма этапов математического моделирования.

1 шаг	Выбор (или разработка) алгоритма для реализации модели на компьютере. Модель представляется в форме, удобной для применения численных методов, определяется последовательность вычислительных и логических операций, которые нужно произвести, чтобы найти искомые величины с заданной точностью.
2 шаг	Выбирается эквивалент объекта, отражающий в математической форме его свойства — законы, которым он подчиняется, связи, присущие составляющим его частям, и т. Д. Математическая модель (или ее фрагменты) исследуется теоретическими методами, что позволяет получить важные предварительные знания об объекте.
3 шаг	Создаются программы, «переводящие» модель и алгоритм на доступный компьютеру язык. К ним также предъявляются требования экономичности и адаптивности.

6. Установите правильную последовательность алгоритма построения профиля понятия в методе семантических дифференциалов.

1 шаг	В каждой выделенной шкале фиксируются «координаты»

	исследуемого объекта.
2 шаг	Определяется список свойств, по которым оценивается понятие (объект).
3 шаг	Для каждого свойства формируется шкала, на краях которой расположены объекты с полярными проявлениями анализируемого свойства.

7. Установите правильную последовательность процесса разработки программ на основе алгоритма для реализации на компьютере.

1 шаг	Математическое описание.
2 шаг	Создание технического задания.
3 шаг	Разработка структуры программы.
4 шаг	Тестирование и отладка.
5 шаг	Алгоритмизация.
6 шаг	Кодирование на программном языке.
7 шаг	Сопровождение и эксплуатация.

8. Установите правильную последовательность этапов вычислительного эксперимента.

1 этап	Обработка результатов расчетов.
2 этап	Построение математической модели.
3 этап	Разработка программы.
4 этап	Разработка программы.
5 этап	Создание метода расчета.

9. Установите правильную последовательность преобразования и исследование математической модели при решении теоремой Бэкингема.

1 этап	После установления чисел и определения критериев подобия делается оценка порядков величин безразмерных параметров модели.
2 этап	Приведение математической модели к безразмерному виду.
3 этап	После деления обеих частей уравнений модели на коэффициент, стоящий перед наиболее значимым членом уравнения, все безразмерные коэффициенты, получаемые перед остальными членами уравнений, и будут являться безразмерными коэффициентами или числами подобия.
4 этап	Рассматривается вопрос о предельных значениях чисел подобия.
5 этап	Для полученной в результате краевой задачи осуществляется проверка корректности (исследуются вопросы единственности, устойчивости и существования решения).

10. При создании концептуальной модели выявляются качественные (функциональные) и количественные параметры объекта и внешних воздействий, установите правильный порядок подготовки исходных данных.

1 шаг	Аппроксимация функций
2 шаг	Сбор фактических данных
3 шаг	Подбор закона распределения
4 шаг	Выдвижение гипотез

5 шаг	Результат сбора и обработки исходных данных

11. Установите правильную последовательность решения задачи Кеплера.

1 шаг	Сначала вычисляются скалярные величины $r = \|q_0\|,\ P = \|p_0\|^2/2,\ M = q_0^T p_0,\ A = K/r - P > 0,\ \lambda = \sqrt{2A}$
2 шаг	Решение исходных уравнений $q_1 = q_0 + d_1 q_0 + d_2 p_0,\ p_1 = p_0 + d_3 q_0 + d_4 p_0,$
3 шаг	Находится решение x нелинейного уравнения $f(x) = K\ \arctan(x) + \frac{a_1 x + a_2 x^2 - a_1 x^3}{(1+x^2)^2} + a_3 = 0$ $a_1 = r(A-P),\ a_2 = 2\lambda M,\ a_3 = -A\lambda h/2.$ где используемые коэффициенты имеют следующий вид $d_1 = s^2(1+P/A),\ d_2 = (cs\lambda r + s^2 M)/A,$ $d_3 = -cs\lambda(1+P/A)/\|q_1\|,\ d_4 = rd_1/\|q_1\|,$ $\|q_1\| = r + rs^2(P/A - 1) + cs\lambda M/A,$ $c = (1-x^2)/(1+x^2),\ s = 2x/(1+x^2).$

12. Переход от математической постановки задачи к ее численному решению включает следующие этапы, установите их правильный порядок.

1 этап	Аппроксимацию исходных операторов *L*, *l* их дискретными аналогами.
2 этап	Замену (аппроксимацию) функций *u*, *f*, *ϕ* непрерывного аргумента *x* дискретными функциями.
3 этап	Замену области Ω непрерывного аргумента *x* его дискретным аналогом Ωh.

13. Установите в правильной последовательности этапы алгоритма дихотомического поиска.

1 этап	Выбрать константу различимости $2\bar{E} > 0$ и допустимую конечную длину интервала неопределенности $l > 0$. Пусть [a1, b1] - начальный интервал неопределенности.
2 этап	Если $F(pk) < F(qk)$, положить $a[k+1]=ak$ и $b[k+1]=qk$. В противном случае положить $a[k+1]=pk$ и $b[k+1]=bk$.
3 этап	Если $bk-ak < l$, то остановиться; точка минимума принадлежит интервалу $[ak,bk]$. В противном случае вычислить $pk=(ak+bk)/2E$ $qk=(ak+bk)/2+E$.

14. Установите в правильной последовательности этапы алгоритма золотого сечения.

1 этап	Если $bk-ak < l$, то остановиться; точка минимума принадлежит интервалу $[ak,bk]$. В противном если $F(ck)>F(dk)$.
2 этап	Положить $a[k+1]=ck$, $b[k+1]=bk$, $c[k+1]=dk$, $d[k+1]=a[k+1]+0.618(b[k+1]-a[k+1])$. Вычислить $F(d[k+1]$.
3 этап	Выбрать допустимую конечную длину интервала неопределенности l>0. Пусть [a,b] - начальный интервал неопределенности. Положить $c=a+(1-0.618)(b-a)$ и $d=a+0.618(b-a)$. Вычислить $F(c)$ и $F(d)$, *положить* $k=1$.
4 этап	Положить $a[k+1]=ak$, $b[k+1]=dk$,$d[k+1]=ck$, $c[k+1]=a[k+1]+(1-0.618)(b[k+1]-a[k+1])$. Вычислить $F(c[k+1])$.
5 этап	Заменить k *на* $k+1$.

15. Установите в правильной последовательности этапы алгоритма Хука и Дживса с использованием одномерной минимизации.

1 этап	Вычислить *lymj* - оптимальное решение задачи минимизации *f(yj+lym * dj)* при условии *lym* принадлежит E1. Положить *y[j+1]= yj+lymj*dj*. Если j < n, то заменить j на j+1 и вернуться к шагу 1. Если j=n, то положить *x[k+1] = y[n+1]*. Если ||*x[k+1] - xk*|| < *eps*.
2 этап	Положить *d = x[k+1] - xk* и найти *lym* - оптимальное решение задачи минимизации *f(x[k+1]+lym*d)* при условии lym принадлежит E1. Положить *y1= x[k+1]+lym*d, j=1*, заменить k на *k+1*
3 этап	Выбрать число *eps > 0* для остановки алгоритма. Выбрать начальную точку *x1*, положить *y1= x1, k=j=1*

Задание на установление соответствия.

1. Установите правильные соответствия между определениями и терминами.

Внутренность	набор открытых множеств, такой, что любое открытое множество является объединением множеств из базы.
Внутренняя точка множества	выколотая окрестность точки p
Выколотая окрестность точки p	совокупность всех внутренних точек множества
База топологии	точка, у которой есть окрестность, содержащаяся в данном множестве.

2. Установите правильные соответствия между определениями и терминами.

Общая топология	множество, замыкание которого совпадает со всем пространством.
Гомеоморфные пространства	пространства, между которыми существует гомеоморфизм.
Всюду плотное множество	раздел топологии, в котором изучаются понятия «непрерывности» и «предела» в наиболее общем смысле.
Дискретное множество	множество, каждая точка которого является изолированной.

3. Установите правильные соответствия между определениями и терминами.

Замкнутое множество	топология на подмножестве A топологического пространства, открытыми множествами в которой считаются пересечения открытых множеств объёмлющего пространства с 1.

Индуцированная топология	множество, которое идет какдополнение к открытому.
Замыкание	топология, в которой любое множество открыто.
Дискретная топология	минимальное замкнутое множество, содержащее данное.

4. Установите правильные соответствия между определениями и терминами.

Индуцированная топология	такая точка а ∈ А, что пересечение некоторой её окрестности с А состоит из единственной точки 1. Компонента связности точки — максимальное связное множество, содержащее эту точку.
Континуум	связное компактное хаусдорфово топологическое пространство.
Кривая	непрерывное отображение связного подмножества вещественной прямой
Изолированная точка множества А топологического пространства X	топология на подмножестве А топологического пространства, открытыми множествами в которой считаются пересечения открытых множеств объёмлющего пространства с 1.

5. Установите правильные соответствия между определениями и терминами.

Линейно связное пространство	пространство, в котором любая точка имеет компактную окрестность.
Локально стягиваемое пространство	пространство, в котором любая точка имеет связную окрестность.
Локально связное пространство	пространство, в котором любая точка имеет стягиваемую окрестность

Локально компактное пространство	пространство, в котором любую пару точек можно соединить кривой

6. Установите правильные соответствия между определениями и терминами.

Массивное множество	пространство, гомеоморфное метрическому пространству.
Многосвязная область линейно связного пространства	любое множество, которое не является множеством первой категории
Множество второй категории	область, фундаментальная группа которой не тривиальна.
Метризуемое пространство	подмножество S топологического пространства X, являющееся пересечением счётного числа открытых плотных в X подмножеств. Если каждое массивное множество плотно в X, то X является пространством Бэра.

7. Установите правильные соответствия между определениями и терминами.

Множество первой категории	множество, замыкание которого не содержит открытых множеств (замыкание имеет пустую внутренность).
Область	множество, которое можно представить как счётное объединение нигде не плотных множеств.
Открытое множество	открытое связное подмножество топологического пространства.
Нигде не плотное множество	основное понятие общей топологии,

8. Установите правильные соответствия между определениями и терминами.

Односвязное пространство	открытое множество, содержащее

	точку или множество
Открытая окрестность точки или множества	связное пространство, любое отображение окружности в которое гомотопно постоянному отображению.
Открытое отображение	Открытое отображение
Предбаза	семейство Y открытых подмножеств топологпческого пространства X такое, что совокупность всех множеств, являющихся пересечением конечного числа элементов Y, образует базу X.

9. Установите правильные соответствия между определениями и терминами.

Сепарабельное пространство	точка топологического пространства, в любой проколотой окрестности которой содержится хотя бы одна точка М.
Хаусдорфово пространство	топологическое пространство X при условии, что любые две различных точки x и y из X обладают непересекающимися
Полугруппа	множество объектов, если для его элементов определена замкнутая ассоциативная бинарная операция
Точка накопления множества М	топологическое пространство, в котором имеется счётное всюду плотное множество.

10. Установите правильные соответствия между определениями и терминами.

Факторгруппа	отображение, устанавливающее взаимно однозначное соответствие между образом и прообразом.
Система координат	такое отображение, что для каждой

	точки образа существует элемент из прообраза, который в него перешел.
Мономорфизм	множество объектов, являющиеся собой классами эквивалентности некоторой заданной группы G по подгруппе H, каждый из которых получается последовательным сложением элементов из группы G с заданным элементом из подгруппы H. Факторгруппа обозначается G/H.
Эпиморфизм	отображение некоторого пространства в числовые последовательности фиксированной длины, называемые координатами.

11. Установите правильные соответствия между определениями и терминами.

Компактное множество	система координат в области V евклидова пространства Rn, где V – образ некоторой карты мн-зия M
Связанное множество	ограниченное замкнутое множество.
Локальной системой координат	отображение карты атласа M в соответствующую область V из Rn.
Координатный гомеоморфизм	множество, которое нельзя представить в виде непересекающихся множеств, таких, что одно множество не содержит предельную точку другого.

12. Установите правильные соответствия между определениями и терминами.

Кольцо	кольцо с единицей, содержащее элементы отличные от нуля, для каждого из которых определен обратный элемент по “умножению”

Поле	множество объектов с двумя бинарными операциями, являющееся группой по одной из операций, и полугруппой по второй операции, причем для элементов кольца справедлив закон ассоциативности и дистрибутивности.
Ранг квадратной матрицы порядка n	множество точек, расстояние от которых до заданной точки не превышает радиуса
Окрестность радиуса R точки метрического пространства	число линейно независимых строк

13. Установите правильные соответствия между определениями и терминами.

Гомотопия	два смежных раздела математики, которые изучают гладкие многообразия (обычно с дополнительными структурами)
Дифференциальная геометрия и топология	все множество гладких гомотопий
Гомотопически эквивалентными	полилинейный функционал, заданный на мн-ии, аргументы к-го являются векторные поля.
Тензором типа *(p, q)* ранга *p+q*	такие два многообразия, что существуют гладкие отображения, переводящие одно в другое и наоборот, что их композиции гомотопны соответствующим тождественным отображениям.

14. Установите правильные соответствия между определениями и терминами.

Топология	Каждое непрерывное преобразование такого рода

	оставляет неподвижной по крайней мере одну точку.
Теорема Брауэра о неподвижной точке	это раздел математики, изучающий свойства фигур, которые остаются неизменными при определенных трансформациях, происходящих без разрывов и склеиваний.
Теорема Жордана	линия, которую описывает точка, закрепленная в плоскости круга (производящий круг), когда этот круг катится (без скольжения) по некоторой прямой KL.
Циклоида	плоская простая замкнутая кривая разбивает плоскость на две связные. компоненты и является их общей границей

15**.** Установите правильные соответствия между основателями различных видов геометрий.

Воображаемая геометрия	Риман
Эллиптическая геометрия	Минковский
Пространственно-временная геометрия	Гаусс
Абсолютная геометрия	Евклид

Компетентностно-ориентированные задачи.

Задача 1

Дано множество из шести точек X= {a,b,c,d,e,g}и некоторое семейство $\tau = \{\{e\},\{a, b\},\{a, b, c\},\{a, b,e\},\{a, b, c,e\},\{a, b, c, d,e\}\}$ его подмножеств. 1) Является ли τ топологией на X? В случае отрицательного ответа постройте слабейшую из топологий на X, содержащую семейство τ (подчеркните в ее записи открытые множества, не входящие в τ). Далее обозначим построенную топологию символом τ.

Задача 2

Дано множество из шести точек X= {a,b,c,d,e,g}и некоторое семейство $\tau = \{\{e\},\{a, b\},\{a, b, c\},\{a, b,e\},\{a, b, c,e\},\{a, b, c, d,e\}\}$

Для множества A = {a, b, c, d} в топологическом пространстве (X, τ), сформулировав общие определения перечисленных ниже объектов. Найдите а) внутренность A, б) замыкание A, в) границу A, г) множество изолированных точек.

Задача 3

Пользуясь определением непрерывного отображения топологических пространств, выясните, будет ли непрерывным отображение f: X →X, где $f(a) = f(b) = f(c) = a$, $f(d) = d$, $f(e) = f(g) = g$. Найдите точки разрыва, если они есть.

Задача 4

Для заданных кривых

$$\gamma:\begin{cases} x = 2\cdot\sqrt{(2\cdot t+1)^3} \\ y = 3\cdot t^2 \end{cases},\quad \delta:\ y - x^2 + 4x - 4$$

и значения параметра t0 = 0 найдите:

1. Области определения кривых γ, δ.

2. Касательную и нормаль к γ, δ при t = t0 .

3. Натуральный параметр для γ.

4. Порядок соприкосновения γ с δ при $t = t0$.

5. Радиус дважды соприкасающейся при $t = t0$ с γ окружности и кривизну.

Задача 4

Для данной кривой $\boldsymbol{\gamma}: \begin{cases} x = t^3 - 2 \cdot t^2 \\ y = 2 \cdot t^2 - 1 \\ z = 3 \cdot t + 1 \end{cases}$ при $t0 = 1$ найдите:

1. Уравнения нормальной и соприкасающейся плоскости и уравнение касательной к γ .

2. Репер Френе, кривизну и кручение для γ .

3. Докажите, что если кривая целиком лежит в одной плоскости, то её кручение тождественно равно нулю.

Задача 5

Для поверхности $\Pi: \ x^2 + 2y^2 + z^2 = 4$ и точки М(–1; 0; √3)

на ней найдите:

1. Параметризацию поверхности вблизи данной точки.

2. Стандартный базис касательных векторов в точке m.

3. Уравнение касательной плоскости в этой точке.

4. I-ю и II-ю квадратичные форму в точке m.
5. Гауссову и среднюю кривизны в точке m/

Задача 6

Докажите, что открытый круг гомеоморфен открытому квадрату и докажите, что (0; 1) и [0; 1) не гомеоморфны.

Задача 7

Во множестве $X = \{1, 2, 3, 4\}$ задано семейство $\tau = \{\varnothing, X, \{3\}, \{3, 4\}\}$ Докажите, что τ – топологическая структура, найдите её базис и замыкание множества $\{1, 2\}$.

Задача 8

Выяснить взаимное расположение прямых $x=1+3t$, $y=-2-t$, $z=2t$ и $(x-4)/2=(y+3)/(-3)=(z-2)/4$. Система координат аффинная.

Задача 9

Задано дифференциальное уравнение $4xdx + 9ydy = 0.$

1. Изобразите интегральную кривую дифференциального уравнения, удовлетворяющую условию задачи Коши y(0) = 2.
2. Определите тип кривой, постройте ее.

Задача 10

Определить главные кривизны параболоида $z = a\,(x^2 + y^2)$ в точке $M_0(0,0,0)$.

Задача 11

Пусть M – метрическое пространство с метрикой $d(x,y)=\begin{cases}0, & x=y,\\ 1, & x\neq y,\end{cases}$

R снабжено обычной метрикой. Покажите, что любая функция $f: M \to R$ непрерывна.

Задача 12

Дана линия:

$$\gamma:\ \begin{cases}x=t^2-7t+2\\ y=3t-1\\ z=4t^2+11t\end{cases}$$

Доказать, что, она плоская и найти плоскость, в которой она лежит.

Задача 13

Составить натуральное уравнение для кривой:

$$\gamma: \begin{cases} x = at \\ y = a\sqrt{2}\ln t \qquad a<t<\infty. \\ z = \dfrac{a}{t} \end{cases}$$

Задача 14

Написать уравнение (в полярной системе координат) траектории основания перпендикуляра, опущенного из начала координат на отрезок постоянной длины, который скользит по осям прямоугольной декартовой системы координат (четырехлепестковая роза).

Задача 15

Вычислите массу плоской неоднородной пластинки, если она ограничена линиями $y = x$, $x = 2$, $y = 2x$, $x = 4$ и плотность распределения массы задана функциу ей:

$$\rho\,(x,y) = \frac{y}{x}$$

Критерии оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи:

6-5 баллов выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует глубокое понимание обучающимся предложенной проблемы и разностороннее ее рассмотрение; свободно конструируемая работа представляет собой логичное, ясное и при этом краткое, точное описание хода решения задачи (последовательности (или выполнения) необходимых трудовых действий) и формулировку доказанного, правильного вывода (ответа); при этом обучающимся предложено несколько вариантов решения или оригинальное, нестандартное решение (или наиболее эффективное, или наиболее рациональное, или оптимальное, или единственно правильное решение); задача решена в установленное преподавателем время или с опережением времени.

4-3 балла выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует понимание обучающимся предложенной проблемы; задача решена типовым способом в установленное преподавателем время; имеют место общие фразы и (или) несущественные недочеты в описании хода решения и (или) вывода (ответа).

2-1 балла выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует поверхностное понимание обучающимся предложенной проблемы; осуществлена попытка шаблонного решения задачи, но при ее решении допущены ошибки и (или) превышено установленное преподавателем время.

0 баллов выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует непонимание обучающимся предложенной проблемы, и (или) значительное место занимают общие фразы и голословные рассуждения, и (или) задача не решена.

Инструкция по выполнению тестирования на промежуточной аттестации обучающихся

Необходимо выполнить 16 заданий. На выполнение отводится 1 акад. час.

Задания выполняются на отдельном листе (бланке ответов), который сдается преподавателю на проверку.

На отдельном листе (бланке ответов) запишите свои фамилию, имя, отчество и номер группы, затем приступайте к выполнению заданий.

Укажите номер задания и рядом с ним:

− при выполнении заданий в закрытой форме запишите букву (буквы), которой (которыми) промаркированы правильные ответы;

− при выполнении задания в открытой форме запишите пропущенное слово, словосочетание, цифру или формулу;

− при выполнении задания на установление последовательности рядом с буквами, которыми промаркированы варианты ответов, поставьте цифры так, чтобы они показывали правильное расположение ответов;

− при выполнении задания на установление соответствия укажите соответствия между буквами и цифрами, располагая их парами.

При решении компетентностно-ориентированной задачи (задания) запишите развернутый ответ. Ответ записывайте аккуратно, разборчивым почерком. Количество предложений в ответе не ограничивается. Баллы, полученные Вами за выполнение заданий, суммируются. Каждый верный ответ оценивается следующим образом:

− задание в закрытой форме – 2 балла,

− задание в открытой форме – 2 балла,

− задание на установление последовательности – 2 балла;

− задание на установление соответствия – 2 балла,

− решение компетентностно-ориентированной задачи (задания) – 6 баллов.

Максимальное количество баллов на промежуточной аттестации – 36 (для обучающихся по заочной форме обучения – 60).

Шкала оценивания результатов тестирования: в соответствии с действующей в университете балльно-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения – 60 баллов (установлено положением П 02.018). Максимальный балл за тестирование представляет собой разность двух чисел: максимального балла по промежуточной аттестации для данной формы обучения (36 или 60) и максимального балла за решение компетентностно-ориентированной задачи (6). Балл, полученный обучающимся за тестирование, суммируется с баллом, выставленным ему за решение компетентностно-ориентированной задачи. Общий балл по промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по дихотомической шкале следующим образом:

Соответствие 100-балльной и дихотомической шкал

Сумма баллов по 100-балльной шкале	Оценка по дихотомической шкале
50-100	Зачтено
менее 50 баллов	Не зачтено