МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Юго-Западный государственный университет

Кафедра программной инженерии

КОМПЛЕКТ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (КОС)
для текущего контроля успеваемости
и промежуточной аттестации обучающихся
по учебной дисциплине

Дискретная математика

ОПОП ВО 09.03.01 Информатика и вычислительная техника

*(код и наименование направления подготовки (специальности)*

направленность (профиль, специализация) «Интеллектуальные системы в цифровой экономике»

*(наименование направленности (профиля) / специализации)*

форма обучения ____________ очная

*(очная, очно-заочная, заочная)*

Составитель: к.ф.-м.н. Кочура Е.П.

Курск 2022

## Вопросы для собеседования

### Тема «Множества»

1. Понятие множества.
2. Числовые множества.
3. Конечные и бесконечные множества. Способы задания множеств.
4. Понятие подмножества. Свойства включений.
5. Равенство множеств.
6. Понятие универсального множества, пустого множества, дополнения множества.
7. Графическое изображение множеств: понятие диаграммы Эйлера-Венна.
8. Операции над множествами: объединение, пересечение, разность.
9. Свойства операций над множествами.
10. Понятие высказывания. Простые и сложные высказывания.
11. Понятие таблицы истинности, значений истинности.
12. Операции над высказываниями: отрицание.
13. Операции над высказываниями: конъюнкция, дизъюнкция.
14. Операции над высказываниями: импликация.
15. Операции над высказываниями: эквивалентность.
16. Порядок выполнения логических операций.
17. Понятие логически эквивалентных формул.
18. Свойства логических операций.
19. Понятие тавтологии (тождественно истинной формулы), противоречия.
20. Соответствие понятий теории множеств и математической логики.

### Тема «Бинарные отношения»

1. Понятие бинарного отношения.
2. Способы описания бинарного отношения
3. Виды бинарных отношений.
4. Свойства рефлексивности, симметричности, транзитивности.
5. Эквивалентность.
6. Отношение порядка.
7. Замыкание отношений.

### Тема «Булевы функции»

1. Понятие булевой функции.

2. Булева функция одной переменной.
3. Булева функция двух переменных.
4. Булева функция n переменных.
5. Что понимается под логической функцией? Какие значения может принимать логическая функция?
6. Что такое логический аргумент? Какие значения может принимать логический аргумент?
7. Как описывается логическая функция?
8. Какова последовательность составления таблицы истинности для логической функции?
9. В каком столбце таблицы истинности расположены значения логической функции для всех значений логических аргументов?

**Тема «Комбинаторика»**

1. Сочетания.
2. Размещения.
3. Перестановки.
4. Формула включения-исключения
5. Понятие композиции.
6. Разбиения
7. Что такое рекуррентное соотношение.
8. Числа Стирлинга и Каталана.

**Тема «Теория графов»**

1. Понятие графа.
2. Части графа.
3. Неориентированные графы.
4. Поиск путей в графе.
5. Деревья.
6. Паросочетания.
7. Поток в транспортной сети.
8. Операции над графами.

## БТЗ

## Задания в открытой форме

Вариант 1

Задача (задание) 1. Построить граф по его матрице смежности: $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Найти степени вершин этого графа.

Задача (задание) 2. Даны множества $A=\{1,3,7\}, B=\{2,3,8\}, C=\{1,8,9\}$. Найти состав множества, заданного формулой $D=(A \cup B)\Delta C$.

Задача (задание) 3. Даны бинарные отношения $\alpha=\{\langle 1,2\rangle, \langle 1,3\rangle, \langle 3,3\rangle\}, \beta=\{\langle 2,3\rangle, \langle 3,4\rangle, \langle 3,1\rangle\}$. Найти состав бинарных отношений $\tau=\alpha \circ \beta, v=\beta \circ \alpha$.

Задача (задание) 4. Для булевской функции $f(x_1, x_2, x_3)=\overline{(x_1 \downarrow x_2) \to x_3}$ выписать все двоичные наборы, входящие в состав ее единичного множества.

Задача (задание) 5.Вычислить выражение $C_7^3 \cdot \bar{C}_1^3$.

Вариант 2

Задача (задание) 1 Методом карт Карно найти МДНФ булевской функции $f(x_1, x_2, x_3)=\overline{(x_1 \oplus x_2) \to x_3} \to \bar{x}_2$.

Задача (задание) 2 Для взвешенного орграфа, заданного матрицей весов $W=\begin{pmatrix} \infty & 1 & \infty \\ \infty & \infty & 2 \\ 2 & 2 & \infty \end{pmatrix}$

Используя алгоритм Флойда найти матрицу расстояний по графу и соответствующую маршрутную матрицу.

Задача (задание) 3. Для графа, заданного матрицей А=$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, Найти радиус, диаметр, центр и периферию.

Задача (задание) 4. Построить код Хаффмана для алфавита

| a | b | c | d |
|---|---|---|---|
| 0.5 | 0.3 | 0.1 | 0.1 |

Задача (задание) 5. Для взвешенного графа, заданного весовой матрицей

$W = \begin{pmatrix} \infty & 1 & 2 \\ 1 & \infty & 2 \\ 2 & 2 & \infty \end{pmatrix}$ построить минимальное остовное дерево по алгоритму Прима.

Вариант 3

1. Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, если $A = (1, 4)$, $B = [0, 8]$.
2. Упростите выражение: $\overline{\overline{A} \cap B} \cup B$.
3. Докажите равенство: $A \setminus B = A \setminus (A \cap B)$.
4. Из 220 студентов 163 играют в баскетбол, 175 – в футбол, 24 не играют в эти игры. Сколько человек одновременно играют в баскетбол и футбол?
5. Составьте таблицу истинности следующей формулы алгебры высказываний: $(A \vee B) \to (A \wedge B)$.
6. Докажите равносильность: $\overline{A \to B} \Leftrightarrow A \wedge \rceil B$.

Вариант 4

1. Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, если $A = (3, +\infty)$, $B = [1, 4)$.
2. Упростите выражение: $(A \cap B \cap C) \cup (\overline{A} \cap B \cap C) \cup \overline{B} \cup \overline{C}$.
3. Докажите равенство: $A \setminus B = (A \cup B) \setminus B$.
4. В группе 30 студентов. Все, кроме двух, имеют оценки «5», «4» и «3». Число студентов, имеющих оценки «5» - двенадцать, «4» - четырнадцать, «3» - шестнадцать. Трое учатся лишь на «5» и на «3», трое – лишь на «5» и «4» и четверо лишь на «4» и на «3». Сколько человек имеет одновременно оценки «5», «4» и «3»?
5. Составьте таблицу истинности следующей формулы алгебры высказываний: $((A \to B) \wedge (B \to C)) \to (A \to C)$.
6. Докажите равносильность: $A \wedge (A \vee C) \wedge (B \vee C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$.

Вариант 5

1. Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, если $A = [2, 5]$, $B = (-\infty, 3)$.

2. Упростите выражение: $\overline{(A \cap B) \cap (\overline{A} \cup \overline{B})}$.

3. Докажите равенство: A ∩(B \ C) = (A ∩ B) \ (A ∩ C).

4. Из 64 студентов на вопрос, занимаются ли они в свободное время спортом, утвердительно ответили 40 человек; на вопрос, любят ли они слушать музыку, 30 человек ответили утвердительно, причем 21 студент занимаются спортом и любят слушать музыку. Сколько человек не увлекаются ни спортом, ни музыкой?

5. Составьте таблицу истинности следующей формулы алгебры высказываний: $(\neg A \vee \neg B) \wedge C \rightarrow (A \leftrightarrow B)$.

6. Докажите равносильность: $A \wedge A \Leftrightarrow A$.

Вариант 6

1. Найдите A ∪ B, A ∩ B, A \ B, B \ A, если A = [0, 7), B = (-∞, 2).

2. Упростите выражение: $(A \cap B \cap C \cap \overline{D}) \cup (\overline{A} \cap C) \cup (\overline{B} \cap C) \cup (C \cap D)$.

3. Докажите равенство: (A ∪ B) \ C = (A \ C) ∪ (B \ C).

4. Среди 35 туристов одним английским языком владеют 11 человек, английским и французским – 5 человек, 9 человек не владеют ни английским, ни французским. Сколько человек владеют только французским языком?

5. Составьте таблицу истинности следующей формулы алгебры высказываний: $(A \wedge (\neg C \rightarrow \neg B)) \leftrightarrow A$.

6. Докажите равносильность: $A \vee (B \wedge A) \Leftrightarrow A$.

Вариант 7

1. Найдите A ∪ B, A ∩ B, A \ B, B \ A, если A = (-3, 7), B = [0, 10).

2. Упростите выражение: $\overline{A \cup B \cup C}$.

3. Докажите равенство: (A \ C) ∩ (B \ C) = (A ∩ B) \ C.

4. Анкетирование, проведенное среди 57 студентов, показало, что в шахматы умеют играть 35 человек, в шашки – 40 человек, причем в обе игры умеют играть 21 человек. Сколько человек не умеют играть ни в шахматы, ни в шашки?

5. Составьте таблицу истинности следующей формулы алгебры высказываний: $(A \rightarrow \neg B) \wedge (\neg A \vee B)$.

6. Докажите равносильность: $A \vee (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (B \vee C)$.

Вариант 8

1. Найдите A ∪ B, A ∩ B, A \ B, B \ A, если A = (3, 5], B = (-∞, 10).

2. Упростите выражение: $(A \cup B) \cap (A \cup \overline{B})$.

3. Докажите равенство: (A \ B) \ C = A \ (B ∪ C).

4. Из 25 студентов группы «отлично» по английскому языку по экзамену получили 10 человек, «отлично» по математике получили 14 человек. 7

студентов получили «отлично» по обоим предметам. Сколько студентов группы не имеют отличной оценки ни по математике, ни по английскому языку?

5. Составьте таблицу истинности следующей формулы алгебры высказываний:
$(A \to (B \to C)) \to ((A \to B) \to (A \to C))$.

6. Докажите равносильность: $(A \wedge B) \vee ((A \vee B) \wedge (\rceil A \vee \rceil B)) \Leftrightarrow A \vee B$.

Вариант 9

1. Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, если $A = [-2, 4)$, $B = (1, 6)$.
2. Упростите выражение: $(A \cup B) \cap (\overline{A} \cup B) \cap (A \cup \overline{B})$.
3. Докажите равенство: $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$.
4. В олимпиаде по математике приняло участие 10 учеников класса, в олимпиаде по биологии – 7 человек, в олимпиаде по физике – 9 человек. Известно, что в олимпиадах по математике и биологии участвовало 4 ученика, в олимпиадах по математике и физике – 5 человек, во всех трех олимпиадах – 2 ученика. Сколько школьников участвовало в олимпиадах по физике и биологии, если всего участников олимпиад было 17 человек?
5. Составьте таблицу истинности следующей формулы алгебры высказываний: $(P \leftrightarrow Q) \to (P \wedge Q)$.
6. Докажите равносильность: $\overline{A \vee B} \Leftrightarrow \rceil A \wedge \rceil B$.

Вариант 10

1. Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, если $A = [1, 3]$, $B = [2, 10)$.
2. Упростите выражение: $\overline{A \cup B} \cup A$.
3. Докажите равенство: $(A \setminus B) \cap (C \setminus D) = (A \cap C) \setminus (B \cup D)$.
4. В группе 30 студентов. Известно, что 18 человек имеют спортивный разряд по лыжам, а 16 – по плаванию. 10 студентов не имеют разряда ни по плаванию, ни по лыжам. Сколько студентов имеют спортивный разряд и по плаванию, и по лыжам?
5. Составьте таблицу истинности следующей формулы алгебры высказываний: $(P \wedge (Q \to P)) \vee \rceil P$.
6. Докажите равносильность: $A \vee (\rceil A \wedge B) \Leftrightarrow A \vee B$.

Вариант 11

1. Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, если $A = (3, 7)$, $B = (-\infty, 5)$.
2. Упростите выражение: $A \cup (\overline{A} \cap B)$.
3. Докажите равенство: $(A \setminus B) \cup B = A \cup B$.
4. Множество M состоит из m лиц, владеющих хотя бы одним иностранным языком – английским, французским, немецким. Известно, что английским языком владеют 70 лиц, французским – 65, немецким – 50,

английским и французским – 40, английским и немецким – 30, французским и немецким – 20, а всеми тремя языками – 5. Найти m.

5. Составьте таблицу истинности следующей формулы алгебры высказываний: (P ∧ (Q ∨ ⌉P)) ∧ (⌉Q → P) ∨ Q.

6. Докажите равносильность: ⌉A ∨ (A ∧ B) ⇔ ⌉A ∨ B.

Вариант 2

1. Найдите A ∪ B, A ∩ B, A \ B, B \ A, если A = [0, 5), B = [2, +∞).
2. Упростите выражение: $\overline{\overline{A} \cup B} \cup B$.
3. Докажите равенство: A = (A \ B) ∪ (A ∩ B).
4. В одной семье было много детей. 7 любили капусту, 6 – морковь, 5 – горох, 4 – капусту и морковь, 3 – капусту и горох, 2 – морковь и горох, 1 – все. Сколько детей в семье?
5. Составьте таблицу истинности следующей формулы алгебры высказываний: $\overline{P \to \overline{Q \wedge P}} \to (P \vee R)$.
6. Докажите равносильность: ⌉A ∨ (A ∧ B) ⇔ (A → B).

Вариант 13

1. Найдите A ∪ B, A ∩ B, A \ B, B \ A, если A = (-7, -3), B = [-5, 0).
2. Упростите выражение: (A ∪ B) ∩ ($\overline{A \cup B}$).
3. Докажите равенство: A \ (A \ B) = A ∩ B.
4. В отчете об изучении иностранных языков студентами говорилось, что из 100 человек 5 изучают английский, немецкий и французский, 10 – английский и немецкий, 8 – французский и английский, 20 – немецкий и французский, 30 – английский, 23 – немецкий, 50 – французский. Тому, кто составил отчет, было указано на ошибки. Верно ли это?
5. Составьте таблицу истинности следующей формулы алгебры высказываний: (P ∧ (Q ∨ ⌉P)) ∧ ((⌉Q → P) ∨ Q).
6. Докажите равносильность: A ∧ (⌉A ∨ B) ⇔ (A ∧ B).

## **Задания в закрытой форме**

1. Даны пересечение $D = A \cap B$ и объединение множеств $E = A \cup B$. Указать верные соотношения: 1¿$D \subseteq E$,2¿$E \subseteq D$,3¿$D \Delta E = \varphi$.
2. Пусть граф задан матрицей смежности A=$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Его радиус

равен

1)0, 2) 1, 2) 2, 3) 3. Указать верный ответ.

3. Даны множества $A=\{0,\{0,1\}\}$ и $A=\{(0,1)\}$. Мощность $|A\times B|$ их декартова произведения равна 1) 1, 2) 2, 3) 3, 4) 4. Указать верный ответ.

4. Пусть $D_1(f)$- единичное множество булевской функции $f(x_1,x_2)=x_1\to x_2\to x_1$. Тогда мощность этого множества $|D_1(f)|$ равна

   1) 0, 2) 1, 3) 2, 4) 3,5) 4. Указать верный ответ.
5. Образ $\alpha\circ\beta(3)$ композиции бинарных $\alpha=\{\langle 1,2\rangle,\langle 1,3\rangle,\langle 3,3\rangle\},\beta=\{\langle 2,3\rangle,\langle 3,4\rangle,\langle 3,1\rangle\}$ на элементе 3 имеет в своем составе 1) 0, 2) 1, 3) 2, 4) 3 элемента. Указать верный ответ.
6. Кодовое расстояние кода $\{(1,0,1),(0,1,0)\}$ равно 1) 0,2) 1, 3) 2), 3) 3. Указать верный ответ.
7. Для сообщения s=aabcdd и кода

| a | b | c | d |
|---|---|---|---|
| 111 | 10 | 01<br>1 | 00 |

   Длина кодового слова будет 1) 12,2) 13, 3) 14, 4) 15, 5) 16 символов.
8. Граф задан матрицей A=$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\1&1&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$. Он имеет 1)2, 2) 3,3) 4, 4) 5, 5) 6 ребер. Указать верный ответ.
9. Граф задан матрицей A=$\begin{pmatrix}0&1&1&0\\1&0&1&0\\1&1&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$. Тогда расстояние от вершины 2 до вершины 4 по графу равно 1) 1, 2) 2, 3) 3, 4) 4 . Указать верный ответ.
10. Граф задан матрицей A=$\begin{pmatrix}0&1&1&1\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$. Тогда максимальное паросочетание в данном графе имеет 1) 0, 2) 1, 3) 2, 4) 3 ребра. Указать верный ответ.
11. Пусть $D_0(f)$- нулевое множество булевской функции $f(x_1,x_2)=(\bar{x}_1\oplus x)_2\leftarrow x_1$. Тогда мощность этого множества $|D_0(f)|$ равна 1) 0, 2) 1, 3) 2, 4) 3,5) 4. Указать верный ответ.
12. Прообраз $(\alpha\circ\beta)^{-1}(3)$ композиции бинарных

на элементе 3 имеет в своем составе 1) 0, 2) 1, 3) 2, 4) 3 элемента. Указать верный ответ.

13. Для взвешенного графа, заданного весовой матрицей $W = \begin{pmatrix} \infty & 1 & 2 \\ 1 & \infty & 2 \\ 2 & 2 & \infty \end{pmatrix}$ построить минимальное остовное дерево имеет вес 1) 1, 2) 2, 3) 3, 4) 4 , 5) 5 Указать верный ответ.

14. Для взвешенного графа, заданного весовой матрицей $W = \begin{pmatrix} \infty & 1 & 2 \\ 1 & \infty & 2 \\ 2 & 2 & \infty \end{pmatrix}$ минимальный по весу цикл в графе имеет вес 1) 2, 2) 3, 3) 3, 4) 4, 5) 5. Указать верный ответ.

15. При максимальном упрощении булевской функции $f(x, y, z) = x \vee xy \vee \bar{y} z \vee \bar{z}$ в конечном выражении получаем 1) 1,2) 2, 3) 3, 4) 4 буквы. Указать верный ответ.

Решить задачу. Найти МДНФ булевской функции $f(x, y, z) = \bar{x} \vee xy \vee \bar{y} z \vee \bar{\bar{z}}$.