

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна  
Должность: проректор по учебной работе  
Дата подписания: 31.01.2021 00:23:39  
Уникальный программный ключ:  
0b817ca911e6668abb13a5d426d39e5f1c11eabbf73e943df4a4851fda56d089

## МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«Юго-Западный государственный университет» (ЮЗГУ)

Кафедра фундаментальной химии и химической технологии

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной работе

О.Г. Локтионова  
« 31 » 01 / 2021 г.



### СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ИЗМЕРЕНИЙ И ВЫЧИСЛЕНИЙ В ХИМИЧЕСКОЙ ПРАКТИКЕ

Методические указания к лабораторным работам по дисциплине  
«Статистическая обработка в химической практике» для студентов  
направлений 18.03.01 - Химическая технология

КУРСК 2018

УДК 66(076.5)

Составители: С.Д. Пожидаева, А.М. Иванов

Рецензент

Кандидат химических наук, доцент *Н.А. Борщ*

**Статистическая обработка измерений и вычислений в химической практике:** методические указания к лабораторным работам по дисциплине «Статистическая обработка в химической практике» для студентов направлений 18.03.01 - Химическая технология / Юго-Зап.гос.ун-т; сост.: С.Д. Пожидаева, А.М. Иванов. Курск, 2018. 30 с. 14 табл.

В методические указания включены работы по статистической обработке экспериментальных данных в химическом эксперименте, позволяющие освоить методы и приемы оценки погрешностей измерений, испытаний и вычислений, основы корреляционного анализа и метода наименьших квадратов.

Методические указания к лабораторным работам по дисциплине «Статистическая обработка в химической практике» для студентов направлений 18.03.01 - Химическая технология.

Методические указания соответствуют требованиям программы.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать *ф. 02.18* Формат 64x18 1/16  
Усл.печ.л. *1,44* Уч.-изд.л. *1,6* Тираж *100* экз. Заказ *615* Бесплатно  
Юго-Западный государственный университет.  
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

## СОДЕРЖАНИЕ

	Стр
ВВЕДЕНИЕ	4
Методика выполнения конкретных измерений	5
Лабораторная работа № 1. Статистическая обработка экспериментальных данных	6
Лабораторная работа № 2. Статистическая обработка экспериментальных данных с использованием ЭВМ	8
Лабораторная работа № 3. Обработка результатов неравноточных наблюдений при разном числе измерений в рядах, но одинаковой точности каждого отдельного измерения	9
Лабораторная работа № 4. Обработка результатов неравноточных наблюдений с разной точностью отдельного измерения	11
Лабораторная работа № 5. О среднем значении и о дисперсии функции нескольких независимых случайных величин	14
Лабораторная работа № 6. Сравнение точности двух рядов измерений одной и той же величины величин с использованием критерия F	17
Лабораторная работа № 7. Сравнение точности двух рядов измерений одной и той же величины величин с использованием критерия F с использованием ЭВМ	19
Лабораторная работа № 8. Проверка гипотезы «Средние двух выборок относятся к одной и той же совокупности» с использованием критерия Стьюдента	20
Лабораторная работа № 9. Проверка гипотезы с помощью критерия Стьюдента с использованием ЭВМ	22
Лабораторная работа № 10. Использование $\chi^2$ критерия при проверке гипотезы «Исполнители не отличаются друг от друга по допускаемым ошибкам в модельном эксперименте»	23
Лабораторная работа № 11. Построение калибровочных прямых на основании расчета регрессионного уравнения	25
Лабораторная работа № 12. Установление количественной зависимости между величинами, характеризующими данный процесс путем подбора эмпирических формул	27
Библиографический список	30

## ВВЕДЕНИЕ

В химической практике используется очень большой ассортимент измерений. Это и различные виды взвешивания, начиная от сотых и тысячных грамма и оканчивая килограммами, тоннами и десятками тонн, определение объема, температуры, вязкости, теплопроводности. Давления, электропроводности, линейных размеров, площадей, концентраций веществ и т.д., причем как и в случае взвешивания в очень широких диапазонах. При этом каждый вид измерений может быть выполнен множеством способов с использованием различных приборов и оснащения разного класса, а следовательно, с predeterminedенной этим классом точностью. К тому же, кроме систематической, каждое измерение по тем или иным причинам будет содержать и случайную ошибку. Для выявления таких ошибок и оценки их величины и проводится статистическая обработка измерений. Естественно, чтобы результаты обработки были надежными, самих однотипных измерений должно быть не меньше 10.

Каждое измерение имеет свою технику и рекомендуемую систему проведения. Проиллюстрируем это на конкретном примере определения концентрации вещества в жидком растворе.

При определении концентрации вещества объемным методом, т.е. путем титрования отобранной пробы, предлагается разработать план выполнения эксперимента. Существуют следующие разновидности подобного плана:

1) последовательный план выполнения эксперимента. Отобрать пробу, выполнить подготовительные операции, оттитровать пробу, записать результат и так повторить указанное в задании число раз. Требуется минимальное количество емкостей, но является самым медленным вариантом исполнения.

2) параллельный план выполнения эксперимента. Отобрать все пробы по заданию, каждую в соответствующую посуду. Сделать подготовительные операции для каждой пробы по очереди. Затем оттитровать каждую пробу и записать результат. Является самым быстрым вариантом, но требует большое рабочее место и много емкостей для титрования. Поэтому на практике наиболее распространенным является третий вариант, которого целесообразно придерживаться.

3) параллельно-последовательный план выполнения экспери-

мента. Отобрать часть проб (5-7 по числу имеющихся в комплекте емкостей для этих целей) и выполнить все как в параллельном плане. Затем повторять такую же серию измерений до достижения заданного количества измерений.

## **МЕТОДИКА ВЫПОЛНЕНИЯ КОНКРЕТНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ**

Любые химические измерения включают в себя ряд операций, начиная от отбора проб и заканчивая записью результата. На начальном этапе в качестве измерений можно использовать:

- определение плотности предложенной жидкости;
- определение вязкости предложенной жидкости;
- определение рН отобранных параллельно проб;
- определение концентраций реагентов.

По мере получения навыков в работе и расчетах методы статистики можно применять к экспериментально определенным константам (констант равновесия, скорости, распределения), размерам частиц и пор адсорбентов и т.д.

Основные формулы при определении концентраций растворов в лабораторных работах.

1. Определение содержания сильного основания прямым титрованием стандартным раствором кислоты.

Отобранную пробу реакционной смеси вносят в колбу, добавляют фенолфталеин в качестве индикатора (раствор должен иметь розовый цвет) и титруют раствором кислоты до исчезновения окраски. Концентрацию рассчитывают по закону эквивалентов.

2. Определение содержания кислоты прямым титрованием стандартным раствором щелочи.

Отобранную пробу реакционной смеси вносят в колбу, добавляют фенолфталеин в качестве индикатора и титруют раствором кислоты до появления розовой окраски, не исчезающей в течение 20 с. Концентрацию кислоты рассчитывают по закону эквивалентов.

3. Определение содержания ионов кальция в растворе трилонометрическим методом.

Отобранную пробу реакционной смеси вносят в колбу, добавляют 6-8 мл 2 н. раствора аммиака или щелочи, добавить мурексид (сухая смесь мурексида с солью) в качестве индикатора (раствор должен иметь розовый цвет) и титруют раствором трилона Б до пе-

рехода розовой окраски в фиолетово-синюю. Концентрацию рассчитывают по формуле:

$$\left[Ca^{2+}\right] = \frac{C_{тр}V_{тр}}{V_{пробы}}, г-экв/л,$$

где  $C_{тр}$  – концентрация трилона Б; г-экв/л;  $V_{тр}$  – объем титрованного раствора трилона Б;  $V_{пробы}$  – объем пробы для титрования.

### Лабораторная работа № 1

## СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:** получить серию из 15-25 измерений указанной преподавателем величины (концентрации раствора, pH, показателя преломления и т.д.), провести статистическую обработку полученных результатов. Конечный результат записать 1-3 вариантами из принятых способов.

**ОБОРУДОВАНИЕ:** описание лабораторной установки приводится дополнительно в зависимости от конкретного задания на выполняемый эксперимент.

### Порядок выполнения работы

1. Получить у преподавателя допуск к работе и подробное задание на эксперимент.
2. Провести по предложенной методике 15-25 измерений величины заданного параметра и полученные данные занести в табл.1.
3. Привести рабочее место в порядок и сдать его лаборанту. Приступить к обработке результатов выполненного эксперимента и оформлению отчета по лабораторной работе.

### Обработка результатов эксперимента

1. Заполнить расчетные столбцы таблицы 1.
2. Определить среднее арифметическое результатов проведенных результатов.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} x_i}{n_1}$$

и

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n_2} x_i}{n_2}.$$

Таблица 1 -Результаты выполненных измерений и их обработка

Исходные данные		Первая обработка		Вторая обработка		
№	Результат измерения $x_i$	$\bar{x} - x_i$	$(\bar{x} - x_i)^2$	$x_i$	$\bar{x} - x_i$	$(\bar{x} - x_i)^2$
1						
2						
...						
$n_1$				$n_2$		
	$\sum_{i=1}^{n_1} x_i$	$\sum_{i=1}^{n_1} (\bar{x} - x_i)$	$\sum_{i=1}^{n_1} (\bar{x} - x_i)^2$	$\sum_{i=1}^{n_2} x_i$	$\sum_{i=1}^{n_2} (\bar{x} - x_i)$	$\sum_{i=1}^{n_2} (\bar{x} - x_i)^2$

3. Найти среднюю квадратичную ошибку отдельного измерения  $\sigma$ . При этом сумма  $\sum_{i=1}^{n_1} (\bar{x} - x_i)$  должна быть равна нулю, что является контролем правильности вычислений:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (\bar{x} - x_i)^2}{n-1}}.$$

4. Определить наибольшую возможную ошибку  $\Delta$  отдельного измерения ( $\Delta=3\sigma$ ) и убедиться, что среди результатов измерений нет таких, которые бы отличались от среднего арифметического более чем на  $\Delta$ . Если такие результаты присутствуют, то их следует отбросить и начать обработку сначала, но уже с числом измерений  $n_2$ . ( $n_1 - n_2$ ) – число отброшенных измерений, выполненных неточно.

5. Определить среднюю квадратичную ошибку  $\sigma_0$  среднего арифметического:

$$\sigma_0 = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

6. Определить вероятную ошибку среднего арифметического

$$r_0 = 0,675\sigma_0$$

7. Рассчитать максимальную ошибку среднего арифметического  $\Delta_0$ .

8. Рассчитать меру точности единичного измерения по форму-

ле:

$$h = \sqrt{\frac{n-1}{2\sum(\bar{x}-x_i)^2}}$$

9. Рассчитать меру точности среднего арифметического по формуле:

$$H = h\sqrt{n}$$

10. Записать конкретный вид кривой распределения:

$$\varphi(x) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-(x-\bar{x})^2 \cdot h^2}$$

Построить кривую распределения графически и показать, что вероятность достоверного события равна 1.

11. Оформить отчет, представить его на утверждение и защитить теоретическую часть работы.

## **Лабораторная работа № 2**

### **СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭВМ**

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:** провести статистическую обработку результатов, полученной в лабораторной работе № 1 серии измерений указанной преподавателем величины с использованием программы Excel.

**ОБОРУДОВАНИЕ:** персональный компьютер типа IBM-PC.

#### **Порядок выполнения работы**

1. Ввести полученные в предыдущей работе данные в компьютер и провести соответствующие расчеты с помощью специальной программы.

2. Распечатать полученные результаты на принтере и вклеить в отчет по лабораторной работе.

#### **Контрольные вопросы к лабораторным работам 1 и 2**

1. Ошибки эксперимента и источники их происхождения. Систематическая и случайная ошибки. Пути их обнаружения и устранения.

2. Средние значения величины в химии и химической технологии. Средняя арифметическая простая и взвешенная. Медиана. Мода.

3. Средние значения величины. Средняя логарифмическая и геометрическая. Средняя квадратичная и средняя гармоническая

величины.

4. Математическое ожидание и дисперсия случайной дискретной величины.

5. Математическое ожидание и дисперсия случайной непрерывной величины.

6. Плотность распределения и кривая распределения.

7. Нормальное распределение. Кривая Гаусса и ее характеристика.

8. Закон распределения ошибок.

9. Средняя квадратичная ошибка отдельного измерения и среднего арифметического.

10. Оценка меры точности отдельных измерений и среднего арифметического.

11. Наибольшая возможная и вероятная ошибка отдельных измерений и среднего арифметического. Правило трех сигм.

12. Наивероятнейшее значение измеряемой величины.

13. Функция Лапласа.

14. Последовательность статистической обработки экспериментальных данных.

### **Лабораторная работа № 3**

#### **ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ НЕРАВНОТОЧНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ ПРИ РАЗНОМ ЧИСЛЕ ИЗМЕРЕНИЙ В РЯДАХ, НО ОДИНАКОВОЙ ТОЧНОСТИ КАЖДОГО ОТДЕЛЬНОГО ИЗМЕРЕНИЯ**

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:** познакомить студентов с данным методом обработки экспериментальных данных, широко встречающемся на практике. На конкретных примерах освоить технику выполнения данного приема.

**ОБОРУДОВАНИЕ:** объектом может быть любое измерение в области химии и химической технологии, которое можно воспроизвести множество раз. Оснащение рабочего места зависит от выбора объекта измерения и приводится дополнительно.

#### **Порядок выполнения работы**

1. Получить у преподавателя допуск к работе и подробное задание на эксперимент (объект измерения, количество рядов измерений, число измерений в каждом ряду). Число рядов измерений не меньше трех, число измерений в каждом ряду не менее 10.

2. Провести измерения величины заданного параметра по

предложенной методике, полученные данные занести в таблицу 2.

Таблица 2 -Результаты выполненных измерений

№	Ряд 1		Ряд 2		Ряд j	
	Измеренный результат	Анализируемый результат $x_i$	Измеренный результат	Анализируемый результат $x_i$	Измеренный результат	Анализируемый результат $x_i$
1						
2						
...						
i						
		$\sum_{i=1}^{n_1} x_i$		$\sum_{i=1}^{n_2} x_i$		$\sum_{i=1}^{n_j} x_i$
$\bar{g}_i$		$g_1$		$g_2$		$g_j$
$\bar{x}$		$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} x_i}{n_1}$		$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n_2} x_i}{n_2}$		$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n_j} x_i}{n_j}$

3. Привести рабочее место в порядок и сдать его лаборанту.

4. Приступить к обработке результатов выполненного эксперимента и оформлению отчета по лабораторной работе.

### Обработка результатов эксперимента

1. Заполнить расчетные столбцы табл. 2 предыдущего раздела. Определить средние значения по рядам.

2. Принимая количество измерений в каждом ряду за соответствующий вес ряда  $g_i$ , найти общую арифметическую середину по формуле:

$$\bar{x} = \frac{g_1 \bar{x}_1 + g_2 \bar{x}_2 + \dots + g_n \bar{x}_n}{g_1 + g_2 + g_3 + \dots + g_n} = \frac{\sum_{i=1}^n g_j \bar{x}_i}{\sum_{i=1}^n g_j}$$

3. Все измерения выполненных рядов расположить в один ряд, провести их обработку в последовательности:

- определить среднее арифметическое;
- найти среднюю квадратичную ошибку отдельного измерения;
- убедиться, что среди результатов измерений нет таких, которые бы отличались от среднего арифметического более чем на  $\Delta$ .

Если такие результаты присутствуют, то их следует отбросить и начать обработку сначала;

- определить среднюю квадратичную ошибку  $\sigma_0$  среднего арифметического.

Техника работы по данному пункту описана в методических указаниях к лабораторной работе №1.

4. Сравнить значения средних арифметических по пп. 2 и 3 и сделать соответствующие выводы.

5. Оформить отчет по лабораторной работе.

### **Контрольные вопросы**

1. Неравноточные наблюдения. Классификация.

2. Порядок и методы обработки неравноточных измерений.

3. «Вес» наблюдения и принципы его определения. Общая арифметическая середина неравноточных измерений.

4. Варианты обработки рядов неравноточных наблюдений, отличающихся числом измерений в каждом ряду, но при одинаковой точности каждого из отдельных измерений.

5. Обработка неравноточных наблюдений по принципу статистической обработки экспериментальных данных.

### **Лабораторная работа № 4**

#### **ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ НЕРАВНОТОЧНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ С РАЗНОЙ ТОЧНОСТЬЮ ОТДЕЛЬНОГО ИЗМЕРЕНИЯ**

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:** познакомиться с методом обработки неравноточных измерений с разной точностью отдельных измерений и осуществить его на практике, получив экспериментальные данные.

**ОБОРУДОВАНИЕ:** объектом может быть:

- титрование реакционной смеси растворами разной концентрации;
- синхронное измерение температуры разными приборами;
- синхронное измерение других физических характеристик разными приборами.

Оснащение рабочего места зависит от выбора объекта измерения и приводится дополнительно.

#### **Порядок выполнения работы**

1. Получить у преподавателя допуск к работе и подробное задание на эксперимент (объект измерения, количество рядов изме-

рений, число измерений в каждом ряду, условия проведения отдельных измерений в каждом ряду). Число рядов измерений не меньше трех, число измерений в каждом ряду не менее 10.

2. Провести измерения величины заданного параметра по предложенной методике, полученные данные занести в таблицу 3.

Таблица 3 -Результаты выполненных измерений

№	Ряд 1		Ряд 2		Ряд j	
	Измеренный результат	Анализируемый результат $x_i$	Измеренный результат	Анализируемый результат $x_i$	Измеренный результат	Анализируемый результат $x_i$
1						
2						
...						
i						
$n_i$		$n_1$		$n_2$		$n_j$
		$\sum_{i=1}^{n_1} x_i$		$\sum_{i=1}^{n_2} x_i$		$\sum_{i=1}^{n_j} x_i$
$\bar{x}$		$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} x_i}{n_1}$		$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n_2} x_i}{n_2}$		$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n_j} x_i}{n_j}$

3. Привести рабочее место в порядок и сдать его лаборанту.

4. Приступить к обработке результатов выполненного эксперимента и оформлению отчета по лабораторной работе.

### Обработка результатов эксперимента

1. Заполнить расчетные столбцы табл. 3 предыдущего раздела. Определить средние значения по рядам.

2. Повести статистическую обработку каждого ряда измерений в последовательности:

- определить среднее арифметическое;
- найти среднюю квадратичную ошибку отдельного измерения;
- убедиться, что среди результатов измерений нет таких, которые бы отличались от среднего арифметического более чем на  $\Delta$ . Если такие результаты присутствуют, то их следует отбросить и начать обработку сначала;
- определить среднюю квадратичную ошибку  $\sigma_0$  среднего

арифметического.

3. Принимая количество измерений в каждом ряду  $n_i$  за соответствующий вес ряда  $g_i$ , найти общую арифметическую середину по формуле:

$$\bar{x} = \frac{g_1 \bar{x}_1 + g_2 \bar{x}_2 + \dots + g_n \bar{x}_n}{g_1 + g_2 + g_3 + \dots + g_n} = \frac{\sum_{i=1}^n g_i \bar{x}_i}{\sum_{i=1}^n g_i}$$

4. Представив формулу п.3. в виде

$$\bar{x} = \frac{g_1}{\sum g_i} \bar{x}_1 + \frac{g_2}{\sum g_i} \bar{x}_2 + \dots + \frac{g_j}{\sum g_i} \bar{x}_j = k_1 \bar{x}_1 + k_2 \bar{x}_2 + \dots + k_j \bar{x}_j$$

Рассчитать дисперсию  $\sigma_z^2$  для середины выполненных измерений:

$$\sigma_z^2 = k_1^2 \sigma_1^2 + k_2^2 \sigma_2^2 + \dots + k_j^2 \sigma_j^2$$

Все измерения выполненных рядов расположить в один ряд, провести их обработку в последовательности:

Техника работы по данному пункту описана в методических указаниях к лабораторной работе №1.

4. Сравнить значения средних арифметических по пп. 2 и 3 и сделать соответствующие выводы.

5. Оформить отчет по лабораторной работе.

### Контрольные вопросы

1. Неравноточные наблюдения. Классификация.
2. Каковы причины происхождения неравноточных измерений? Являются ли неравноточные измерения отрицательной характеристикой деятельности производящих такие измерения людей?
3. «Вес» наблюдения и принципы его определения. Общая арифметическая середина неравноточных измерений.
4. Порядок и методы обработки неравноточных измерений.
5. Классификация неравноточных измерений с четко оговоренным (известным) числом их.
6. Сущность обработки неравноточных измерений с известным числом и одинаковой точностью отдельных измерений.
7. Сущность обработки неравноточных измерений с известным числом, но не одинаковой точностью отдельных измерений
8. Сущность обработки неравноточных измерений, когда число их неизвестно.

9. Использование методов статистической обработки экспериментальных данных при обработке неравноточных измерений.

### Лабораторная работа № 5

#### О СРЕДНЕМ ЗНАЧЕНИИ И О ДИСПЕРСИИ ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ НЕЗАВИСИМЫХ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:** на конкретном примере из химической практики получить необходимый массив экспериментальных данных, позволяющих вычислить среднее значение и дисперсию функции нескольких независимых случайных величин.

**ОБОРУДОВАНИЕ:** в качестве объекта исследования можно взять приготовление определенного количества раствора путем смешивания соответствующим соотношением двух других растворов. Концентрация такого раствора будет следовать формуле:

$$m_1C_1 + m_2C_2 = m_{\Sigma}C_{\Sigma}$$

или

$$C_{\Sigma} = \frac{m_1C_1}{m_{\Sigma}} + \frac{m_2C_2}{m_{\Sigma}},$$

где  $m_1 + m_2 = m_{\Sigma}$ ,  $m$  – масса раствора,  $C$  – концентрация, моль/кг.

Соответственно рабочее место для данной лабораторной работы может быть оснащено:

- средствами точного взвешивания масс в рабочем диапазоне значений;
- средствами определения концентраций исходных и конечных значений.

#### Порядок выполнения работы

1. Получить у преподавателя допуск к работе и подробное задание на эксперимент. В задании должны быть указаны объект измерения, методики проведения отдельных операций и комплексов операций, число повторений и другие, необходимые для проведения эксперимента сведения.

2. Провести не менее 10 (указывает преподаватель) определений концентрации первого из предложенных растворов. Результаты занести в табл. 4.

3. Повторить п. 3 в отношении второго из предложенных растворов. Результаты занести в таблицу 4.

4. Взвесить до третьего знака после запятой указанные количества первого и второго растворов, смешать их в предназначенной для этих целей емкости, тщательно перемешать. Повести не менее 10 (указывает преподаватель) определений концентрации полученного раствора. Результаты занести в таблицу 4.

Таблица 4 -Результаты выполненных измерений и их обработка

Исходные данные		Первая обработка			Вторая обработка		
№	Результат измерения	$C_i$ , моль/кг	$\bar{C} - C_i$	$(\bar{C} - C_i)^2$	$C_i$ , моль/кг	$\bar{C} - C_i$	$(\bar{C} - C_i)^2$
Раствор 1							
		$\sum_{i=1}^{n_1} C_i$	$\sum_{i=1}^{n_1} (\bar{C} - C_i)$	$\sum_{i=1}^{n_1} (\bar{C} - C_i)^2$	$\sum_{i=1}^{n_2} C_i$	$\sum_{i=1}^{n_2} (\bar{C} - C_i)$	$\sum_{i=1}^{n_2} (\bar{C} - C_i)^2$
Раствор 2							
		$\sum_{i=1}^{n_1} C_i$	$\sum_{i=1}^{n_1} (\bar{C} - C_i)$	$\sum_{i=1}^{n_1} (\bar{C} - C_i)^2$	$\sum_{i=1}^{n_2} C_i$	$\sum_{i=1}^{n_2} (\bar{C} - C_i)$	$\sum_{i=1}^{n_2} (\bar{C} - C_i)^2$
Раствор $\Sigma$							
		$\sum_{i=1}^{n_1} C_i$	$\sum_{i=1}^{n_1} (\bar{C} - C_i)$	$\sum_{i=1}^{n_1} (\bar{C} - C_i)^2$	$\sum_{i=1}^{n_2} C_i$	$\sum_{i=1}^{n_2} (\bar{C} - C_i)$	$\sum_{i=1}^{n_2} (\bar{C} - C_i)^2$

5. Привести рабочее место в порядок и сдать его лаборанту.

6. Приступить к обработке результатов выполненного эксперимента и оформлению отчета по лабораторной работе.

### Обработка результатов эксперимента

1. По результатам измерений рассчитать концентрации  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_\Sigma$ . Заполнить соответствующие столбцы таблицу 4.

2. Повести статистическую обработку каждого ряда измерений в последовательности:

- определить среднее арифметическое;
- найти среднюю квадратичную ошибку отдельного измерения;
- найти наибольшую возможную ошибку  $\Delta$  отдельного измерения;
- убедиться, что среди результатов измерений нет таких, которые бы отличались от среднего арифметического более чем на  $\Delta$ ;
- если такие окажутся, их следует отбросить и провести вторую обработку, введя соответствующие коррективы в число измерений;
- определить среднюю квадратичную ошибку среднего арифметического ( $\sigma_x$  – для раствора №1,  $\sigma_y$  – для раствора №2,  $\sigma_z$  – для раствора, полученного смешиванием)
- определить значения  $a$  и  $b$  в уравнении  $z = ax + by$ ;

- воспользовавшись формулой  $\sigma_z^2 = a^2 \sigma_x^2 + b^2 \sigma_y^2$ ,

определить величину  $\sigma_z$ . Сравнить полученное значение  $\sigma_z$  с рассчитанным в результате статистической обработки результатов. Сделать соответствующие выводы по результатам такого сравнения.

3. Оформить отчет по лабораторной работе.

### Контрольные вопросы

1. Среднее значение функции нескольких независимых случайных величин.

2. Дисперсия функции нескольких независимых случайных величин.

3. Среднее значение функций:

$$z = ax + by,$$

$$z = x + y$$

$$z = ax - by,$$

$$z = k_1 x_1 + k_2 x_2 + \dots + k_n x_n$$

$$z = x_1 + x_2 + \dots + x_n$$

$$z = (k_1 x_1 + k_2 x_2 + \dots + k_n x_n) / n$$

4. Дисперсия функций, приведенных в вопросе 3.

5. Дисперсия функций  $z = \varphi(x, y)$ .

6. Использование сведений о среднем значении и о дисперсии функции нескольких случайных величин в химической практике и исследовательской работе.

### Лабораторная работа № 6

## СРАВНЕНИЕ ТОЧНОСТИ ДВУХ РЯДОВ ИЗМЕРЕНИЙ ОДНОЙ И ТОЙ ЖЕ ВЕЛИЧИНЫ ВЕЛИЧИН С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КРИТЕРИЯ F

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:** получить два ряда измерений указанной преподавателем величины (концентрации конкретного соединения при использовании разных методов анализа и т.д.) и провести их сравнение с помощью F–критерия. Доказать или опровергнуть гипотезу, что между используемыми методами анализа в части воспроизводимости устойчивости результатов различий нет.

**ОБОРУДОВАНИЕ:** приводится дополнительно в зависимости от природы измеряемой величины и рекомендуемых к использованию методов измерения этой величины.

### Порядок выполнения работы

1. Изучить методики предложенных методов анализа, необходимое оснащение рабочего места для выполнения эксперимента, а также инструкции к используемым измерительным приборам в части подготовки к работе.

2. Получить у преподавателя допуск к работе и подробное задание на эксперимент. В задании должны быть указаны объект измерения и методики проведения анализов, другие необходимые для проведения эксперимента сведения.

3. Выполнить запланированные измерения сначала одним, а затем другим методом. Результаты занести в таблицу 5.

Таблица 5 -Результаты выполненных измерений при использовании разных методов анализа

Метод измерения 1				Метод измерения 2			
№ П/П	Объем (масса) пробы, взятой на измерение	Результат измерения	$S_1$	№ П/П	Объем (масса) пробы, взятой на измерение	Результат измерения	$S_2$

4. Привести рабочее место в порядок и сдать его лаборанту.

Приступить к обработке результатов выполненного эксперимента

и оформлению отчета по лабораторной работе

### Обработка результатов эксперимента

1. Обозначить результаты эксперимента  $C_1$  через  $X_1$ , а  $C_2$  через  $X_2$ . Выбрать значения постоянных  $A$  и  $B$  таким образом, чтобы  $A$  было меньше самого малого  $X_1$ , а  $B$  меньше самого малого  $X_2$ . Найти соответствующие разности

$$x_{1(i)} = X_{1(i)} - A \quad \text{и} \quad x_{2(i)} = X_{2(i)} - B.$$

Полученные результаты занести в таблицу 6.

Таблица 6 - Обработка результатов выполненных измерений

Метод измерения 1				Метод измерения 2					
№ п/п	$X_{1(i)}$	$x_{1(i)}$	$x_{1(i)}^2$	$\sigma_1^2$	№ п/п	$X_{2(i)}$	$x_{2(i)}$	$x_{2(i)}^2$	$\sigma_2^2$
1									
2									
...									
$n_1$					$n_2$				
		$\Sigma x_{1(i)}$	$\Sigma x_{1(i)}^2$				$\Sigma x_{2(i)}$	$\Sigma x_{2(i)}^2$	

2. Заполнить соответствующие расчетные столбцы табл.6. Расчет дисперсии провести по формуле:

$$\sigma_1^2 = \frac{\Sigma x_{1(i)}^2 - \frac{(\Sigma x_{1(i)})^2}{n_1}}{n_1 - 1} \quad \text{и} \quad \sigma_2^2 = \frac{\Sigma x_{2(i)}^2 - \frac{(\Sigma x_{2(i)})^2}{n_2}}{n_2 - 1}$$

3. Определить расчетное значение критерия Фишера:

$$F = \sigma_1^2 / \sigma_2^2 \quad \text{при условии, что } \sigma_1^2 > \sigma_2^2 .$$

4. Выбрать уровень значимости этой функции (из имеющихся в справочных таблицах) и рассчитать число степеней свободы для каждой выборки.

5. Найти табличное значение критерия  $F$ .

6. Сравнить табличное и расчетное значения критерия  $F$  и на основе результатов такого сравнения сделать вывод о точности двух методов анализа.

7. Оформить отчет по лабораторной работе.

## Лабораторная работа № 7

### СРАВНЕНИЕ ТОЧНОСТИ ДВУХ РЯДОВ ИЗМЕРЕНИЙ ОДНОЙ И ТОЙ ЖЕ ВЕЛИЧИНЫ ВЕЛИЧИН С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КРИТЕРИЯ F С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭВМ

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:** провести обработку рядов и доказать или опровергнуть гипотезу, предложенную в работе №6, на основании использования F–критерия с помощью программы Excel.

**ОБОРУДОВАНИЕ:** персональный компьютер типа IBM-PC.

#### Порядок выполнения работы

1. Полученные в предыдущей работе экспериментальные данные внести в компьютер и, используя программу Excel провести соответствующие расчеты, войдя в меню «Сервис» выбрать «Анализ данных», «двухвыборочный F-тест для двух дисперсий».

2. Распечатать полученные данные на принтере и вклеить в отчет по лабораторной работе, написать соответствующий вывод.

#### Контрольные вопросы к лабораторным работам №6, 7

1. Как проводится оценка надежности выполненных измерений?

2. Критерий F и его применение при проверке гипотез

3. Таблицы функций F и правила пользования ими.

4. Показать, что расчет дисперсии по формуле

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_{(i)}^2 - \frac{(\sum x_{(i)})^2}{n}}{n-1}$$

не зависит от численного значения величины A в разности  $x_{(i)} = X_{(i)} - A$ .

5. Показать, что расчет дисперсии по формулам (а) и (в) приводит к эквивалентным результатам

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_{(i)}^2 - \frac{(\sum x_{(i)})^2}{n}}{n-1} \quad (a) \quad \text{и} \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum (\bar{x} - x_i)^2}{n-1}} \quad (b).$$

6. Число степеней свободы для критерия F при выполнении практических задач.

## Лабораторная работа № 8

### ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗЫ «СРЕДНИЕ ДВУХ ВЫБОРОК ОТНОСЯТСЯ К ОДНОЙ И ТОЙ ЖЕ СОВОКУПНОСТИ» С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КРИТЕРИЯ СТЬЮДЕНТА

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:** получить две выборки экспериментальных данных указанной преподавателем величины (концентрации конкретного соединения, рН, показателя преломления и т.д.) и, используя критерий t и таблицы распределения Стьюдента, доказать или опровергнуть гипотезу, что средние арифметические двух этих выборок относятся к одной и той же совокупности.

**ОБОРУДОВАНИЕ:** приводится дополнительно в зависимости от природы измеряемой величины и рекомендуемых к использованию методов измерения этой величины.

#### Порядок выполнения работы

1. Изучить методику предложенного метода, необходимое оснащение рабочего места для его выполнения, инструкции к используемому оборудованию.

2. Получить у преподавателя допуск к работе и подробное задание на эксперимент. В задании должны быть указаны объект измерения, метод проведения анализа, другие необходимые для проведения эксперимента сведения.

3. Выполнить необходимый эксперимент по двум выборкам. Результаты занести в табл. 7.

Таблица 7 - Результаты выполненных измерений и их обработка

Выборка 1					Выборка 2				
№	Результат измерения	$x_{1(i)}$	$x^2_{1(i)}$	$\sigma_1^2$	№	Результат измерения	$x_{2(i)}$	$x^2_{2(i)}$	$\sigma_2^2$
1					1				
2					2				
...					...				
$n_1$					$n_2$				
		$\sum x_{1(i)}$	$\sum x^2_{1(i)}$				$\sum x_{2(i)}$	$\sum x^2_{2(i)}$	
		$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} x_i}{n_1}$					$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n_2} x_i}{n_2}$		

4. Привести рабочее место в порядок и сдать его лаборанту.

Приступить к обработке результатов выполненного эксперимента и оформлению отчета по лабораторной работе.

### **Обработка результатов эксперимента**

1. Заполнить расчетные столбцы таблицы 7. Расчет  $\sigma$  провести по формуле:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n-1} - \frac{(\sum x)^2}{n(n-1)}}.$$

2. Определить расчетное значение критерия Стьюдента по формуле:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}.$$

3. Рассчитать число степеней свободы  $k$ .

4. По таблице Стьюдента найти вероятность, которой соответствует рассчитанная величина критерия  $t$  при числе степеней свободы  $k$ .

5. Сделать вывод относительно того, относятся ли экспериментально полученные выборки к одной и той же совокупности или нет.

7. Оформить отчет по лабораторной работе.

### **Лабораторная работа № 9**

#### **ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗЫ С ПОМОЩЬЮ КРИТЕРИЯ СТЬЮДЕНТА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭВМ**

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:** обработать полученные в предыдущей работе две выборки указанной величины и доказать или опровергнуть гипотезу, используя программу Excel.

**ОБОРУДОВАНИЕ:** персональный компьютер типа IBM-PC.

#### **Порядок выполнения работы**

1. Полученные в предыдущей работе экспериментальные данные внести в компьютер и, используя программу Excel провести соответствующие расчеты, войдя в меню «Сервис» выбрать «Анализ данных», «парный двухвыборочный t-тест для двух средних».

2. Распечатать полученные данные на принтере и вклеить в отчет по лабораторной работе, написать соответствующий вывод.

### **Контрольные вопросы к лабораторным работам № 8,9**

1. Критерий Стьюдента и его применение на практике при проверке гипотез.
2. Какие задачи решаются с помощью распределения Стьюдента?
3. В чем сущность распределения Стьюдента и чем оно отличается от нормального распределения?
4. Таблицы Стьюдента и правила пользования ими.
5. Выражение для критерия Стьюдента при проверке различий между двумя средними.
6. Число степеней свободы при проверке гипотезы о наличии различия между двумя средними.
7. Области преимущественного использования распределения Стьюдента.

### **Лабораторная работа № 10**

#### **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ $\chi^2$ КРИТЕРИЯ ПРИ ПРОВЕРКЕ ГИПОТЕЗЫ «ИСПОЛНИТЕЛИ НЕ ОТЛИЧАЮТСЯ ДРУГ ОТ ДРУГА ПО ДОПУСКАЕМЫМ ОШИБКАМ В МОДЕЛЬНОМ ЭКСПЕРИМЕНТЕ»**

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:** выполнить предложенный модельный эксперимент, полученные результаты сравнить с истинными, оценить количество ошибок, допущенных каждым исполнителем, и, используя  $\chi^2$  критерий, проверить гипотезу, указанную в заглавии.

**ОБОРУДОВАНИЕ:** приводится дополнительно в зависимости от природы измеряемой величины и рекомендуемых к использованию методов измерения этой величины.

#### **Порядок выполнения работы**

1. Изучить методику предложенного метода, необходимое оснащение рабочего места для его выполнения, инструкции к используемому оборудованию. Вся отобранная преподавателем группа выполняет один и тот же эксперимент, но в разном, четко оговоренном объеме.
2. Получить у преподавателя допуск к работе и подробное за-

дание на эксперимент. В задании должны быть указаны объект измерения, метод проведения анализа, другие необходимые для проведения эксперимента сведения.

3. Выполнить необходимый эксперимент, полученные результаты занести в таблицу 8.

Таблица 8 -Результаты эксперимента

№ п/п	Результат измерения	Фактически полученный результат	Истинный результат (по указанию преподавателя)	Допустимые отклонения при проверке гипотезы	Принятый результат

В графе «Фактически полученный результат» рассчитать концентрацию, выход продукта, степень превращения, константу скорости и другую величину в зависимости от выполняемого эксперимента. Получить подпись преподавателя под этими данными.

4. Получить у преподавателя истинное значение результата и допустимые границы для приемки.

5. Привести рабочее место в порядок и сдать его лаборанту. Приступить к обработке результатов выполненного эксперимента и оформлению отчета по лабораторной работе.

### Обработка результатов эксперимента

1. Рассчитать отклонения полученных фактически результатов от истинного значения. Все измерения, где эти отклонения окажутся за пределами допустимых, считать непринятными. Сосчитать число принятых и неприятных результатов у каждого исполнителя и внести полученные результаты в таблицу 9.

2. Рассчитать ожидаемое число ошибок для каждого исполнителя. Для этого воспользоваться формулой:

Таблица 9 -Обработка результатов выполненных измерений

№ п/п	Фамилия, имя, отчество исполнителя	Общее число измерений	Число результатов	
			принятых	непринятых
1		$n_1$	$N_1$	$O_1$
2		$n_2$	$N_2$	$O_2$
...				
Итого		$\Sigma n_i$	$\Sigma N_i$	$\Sigma O_i$

$$\frac{n_i}{\Sigma n_i} \Sigma O_i = E_i \quad \Sigma E_i = \Sigma O_i$$

3. Определить величину  $\chi^2$  критерия по формуле:

$$\chi^2 = \sum_i \left[ \frac{\left( n_i - N_i - \frac{n_i}{\Sigma n_i} \cdot \Sigma O_i \right)^2}{\frac{n_i}{\Sigma n_i} \cdot \Sigma O_i} \right] + \sum_i \left[ \frac{\left( N_i - \frac{n_i}{\Sigma n_i} \cdot \Sigma N_i \right)^2}{\frac{n_i}{\Sigma n_i} \cdot \Sigma N_i} \right]$$

4. Определить число степеней свободы  $k$  (на единицу меньше числа участников эксперимента) и воспользовавшись табличными значениями  $\chi^2$ , найти вероятность того, что значение  $\chi^2$  не меньше найденного расчетным путем.

5. На основании найденной вероятности сделать обоснованный вывод о приемлемости или о сомнительности выбранной гипотезы

6. Оформить отчет по лабораторной работе.

### Контрольные вопросы

1. В чем сущность проверки значимости с помощью  $\chi^2$  критерия?

2. В каких случаях используют  $\chi^2$  критерий?

3. Специфика  $\chi^2$  распределения и его отличие от нормального распределения.

4. Формула для определения  $\chi^2$  критерия и смысл входящих в нее составляющих.

5. Роль гипотезы при определении математического ожидания числа событий.

6. Число степеней свободы при использовании  $\chi^2$  критерия.

7. Примеры гипотез, вводимых при подсчете  $\chi^2$  критерия. Всегда ли вводимая гипотеза должна быть истинной?

8. Что значит, что суммирование при расчете  $\chi^2$  критерия производится по всем исходам опыта?

9. Таблица функций  $\chi^2$  критерия. Правила пользования таблицей на практике.

10. Какую вероятность следует считать малой, а какую - большой? Какой следует вывод, если найденная по таблице функций  $\chi^2$  вероятность мала?

11. Какой следует вывод, если найденная по таблице функций  $\chi^2$  вероятность велика? Покажите на примере нескольких гипотез.

### Лабораторная работа № 11

## ПОСТРОЕНИЕ КАЛИБРОВОЧНЫХ ПРЯМЫХ НА ОСНОВАНИИ РАСЧЕТА РЕГРЕССИОННОГО УРАВНЕНИЯ

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:** используя метод наименьших квадратов, для экспериментально полученных данных, имеющих зависимость в виде математического уравнения прямой между величиной измеряемого параметра и значением требуемой величины, т.е.

$$y=ax+b,$$

раскрыть численные значения величин  $a$  и  $b$  и построить прямую линию между полученными точками.

**ОБОРУДОВАНИЕ:** приводится дополнительно в зависимости от природы измеряемой величины.

### Порядок выполнения работы

1. Изучить методику предложенного метода, необходимое оснащение рабочего места для его выполнения, инструкции к используемому оборудованию.

2. Получить у преподавателя допуск к работе и подробное задание на эксперимент. В задании должны быть указаны объект измерения, метод проведения анализа, другие необходимые для проведения эксперимента сведения.

3. Выполнить необходимый эксперимент и получить данные, имеющие зависимость в виде математического уравнения прямой между величиной измеряемого параметра и значением требуемой величины, т.е.

$$y=ax+b,$$

где  $a$  и  $b$  - неизвестные параметры этой зависимости. Полученные результаты занести в таблицу 10.

Таблица 10 -Результаты эксперимента

№ п/п						
Варьируемая переменная X						
Измеряемый показатель Y						

4. Привести рабочее место в порядок и сдать его лаборанту.

Приступить к обработке результатов выполненного эксперимента и оформлению отчета по лабораторной работе.

### Обработка результатов эксперимента

1. На основании полученных результатов выполнить соответствующие расчеты и заполнить таблицу 11, где  $n$  – число выполненных измерений или экспериментально полученных пар  $X$  и  $Y$ .

2. Рассчитать численные значения  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$  по формулам

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{n} \sum X^2 - \bar{X}^2 \qquad \sigma_y^2 = \frac{1}{n} \sum Y^2 - \bar{Y}^2$$

Таблица 11 -Обработка результатов эксперимента

Y	X	YX	X <sup>2</sup>	Y <sup>2</sup>
Y <sub>1</sub>	X <sub>1</sub>			
...	...			
...	...			
$\sum Y_i$	$\sum X_i$	$\sum X_i Y_i$	$\sum X_i^2$	$\sum Y_i^2$
$\bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n}$	$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$	$\frac{1}{n} \sum X_i Y_i$		

3. Рассчитать коэффициент корреляции  $r$

$$r = \frac{\frac{1}{n} \sum X_i Y_i - \bar{X} \cdot \bar{Y}}{\sigma_x \sigma_y} .$$

4. Найти конкретный вид регрессионного уравнения

$$Y - \bar{Y} = r \frac{\sigma_x}{\sigma_y} (X - \bar{X})$$

5. На основании зависимости между несколькими парами значений  $y$  и  $x$  (не меньше десяти) составить соответствующее число уравнений для определения наивероятнейших значений параметров  $a$  и  $b$  в уравнении

$$y = ax + b.$$

6. Построить полученную прямую. Оформить отчет по лабораторной работе.

## Лабораторная работа № 12

### УСТАНОВЛЕНИЕ КОЛИЧЕСТВЕННОЙ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ ВЕЛИЧИНАМИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИМИ ДАННЫЙ ПРОЦЕСС ПУТЕМ ПОДБОРА ЭМПИРИЧЕСКИХ ФОРМУЛ

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:** для экспериментально полученных данных установить количественную зависимость между значениями  $x$  и  $y$ , характеризующими данный процесс, т.е. получить функциональную зависимость

$$y = f(x).$$

На практике в большинстве случаев можно ограничиться следующими типами функциональных зависимостей, представленных в таблице 12.

Таблица 12 - Функциональные зависимости и необходимые условия наличия эмпирических зависимостей

№	Вид эмпирической формулы	$\overline{x_s}$	$\overline{y_s}$
1	$y = ax + b$	$\frac{x_1 + x_n}{2}$	$\frac{y_1 + y_n}{2}$
2	$y = a \cdot x^b$	$\sqrt{x_1 x_n}$	$\sqrt{y_1 y_n}$
3	$y = a \cdot e^{xb}$	$\frac{x_1 + x_n}{2}$	$\sqrt{y_1 y_n}$
4	$y = \frac{1}{ax + b}$	$\frac{x_1 + x_n}{2}$	$\frac{2y_1 \cdot y_n}{y_1 + y_n}$
5	$y = \frac{x}{ax + b}$	$\frac{2x_1 \cdot x_n}{x_1 + x_n}$	$\frac{2y_1 \cdot y_n}{y_1 + y_n}$
6	$y = a \ln x + b$	$\sqrt{x_1 x_n}$	$\frac{y_1 + y_n}{2}$
7	$y = a + \frac{b}{x}$	$\frac{2x_1 \cdot x_n}{x_1 + x_n}$	$\frac{y_1 + y_n}{2}$

**ОБОРУДОВАНИЕ:** приводится дополнительно в зависимости от природы измеряемой величины.

## Порядок выполнения работы

1. Изучить методику предложенного метода, необходимое оснащение рабочего места для его выполнения, инструкции к используемому оборудованию.

2. Получить у преподавателя допуск к работе и подробное задание на эксперимент. В задании должны быть указаны объект измерения, метод проведения анализа, другие необходимые для проведения эксперимента сведения.

3. Выполнить необходимый эксперимент, фиксируя получаемые значения величины  $y$  при варьируемых значениях величины  $x$ . Все полученные значения (не меньше 8-10) занести в таблицу 13.

Таблица 13 -Результаты эксперимента

№ п/п						
Варьируемая переменная $x_i$						
Измеряемый показатель $y_i$						

4. Привести рабочее место в порядок и сдать его лаборанту. Приступить к обработке результатов выполненного эксперимента и оформлению отчета по лабораторной работе.

### Обработка результатов эксперимента

1. Для установления количественной зависимости между переменными, т.е. проверки определенной эмпирической формулы между значениями  $x_i$  и  $y_i$ , находят соответствующие значения  $\bar{x}_s$  и  $\bar{y}_s$  для всех типов эмпирических формул (см. таблицу. 12) для соответствующих значений  $x_1$  и  $x_n$ , а также  $y_1$  и  $y_n$ . Полученные результаты заносят в таблицу 14.

2. Определяют значение  $\bar{y}_s'$ , соответствующее значению  $\bar{x}_s$  по данным таблицы 13, путем сравнения величины  $\bar{x}_s$  с определенными экспериментально данными.

Если значение  $\bar{x}_s$  не находится среди исходных данных, то величину  $\bar{y}_s'$  определяют путем линейной интерполяции

$$\bar{y}_s' = y_i + \frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i} \cdot (\bar{x}_s - x_i)$$

где  $\bar{x}_i$  и  $x_{i+1}$  - промежуточные значения, между которыми содержится  $\bar{x}_s$ , т.е.  $x_i < \bar{x}_s < x_{i+1}$ . Следует иметь в виду, что эти условия яв-

ляются необходимыми, т.к. не учитывается поведение всех эмпирических данных  $(x_i, y_i)$  и в табл. 12 представлено всего 7 типов эмпирических зависимостей и может случиться, что величины  $x_i$  и  $y_i$  связаны зависимостью, не представленной в таблице 12.

Таблица 14 -Выбор типа эмпирической формулы

№	$\overline{x_s}$	$\overline{y_s}$	$\overline{y_s}'$	$ \overline{y_s} - \overline{y_s}' $	Вывод
1	$\frac{x_1+x_n}{2}$	$\frac{y_1+y_n}{2}$			
2	$\sqrt{x_1 x_n}$	$\sqrt{y_1 y_n}$			
3	$\frac{x_1+x_n}{2}$	$\sqrt{y_1 y_n}$			
4	$\frac{x_1+x_n}{2}$	$\frac{2y_1 \cdot y_n}{y_1+y_n}$			
5	$\frac{2x_1 \cdot x_n}{x_1+x_n}$	$\frac{2y_1 \cdot y_n}{y_1+y_n}$			
6	$\sqrt{x_1 x_n}$	$\frac{y_1+y_n}{2}$			
7	$\frac{2x_1 \cdot x_n}{x_1+x_n}$	$\frac{y_1+y_n}{2}$			

Полученные значения  $\overline{y_s}'$  вносят в таблицу 14.

3. На основании расчета разности  $|\overline{y_s} - \overline{y_s}'|$  определяем предпочтительную эмпирическую формулу, т.е. ту, для которой это расхождение мало. В графу «вывод» таблицы 14 вносится информация о том, подходит, мало подходит или не подходит данный тип эмпирической формулы для полученных значений.

### Контрольные вопросы к лабораторным работам 11, 12

1. Способ наименьших квадратов в обработке экспериментальных данных. Сущность метода и области его использования.
2. В чем сущность и техника операций приведения нелинейных уравнений к случаю линейных?
3. Система нормальных уравнений и ее получение.
4. Техника операций приведения условных уравнений к нормальным.
5. Средняя квадратичная ошибка неизвестного переменного, найденного по методу наименьших квадратов.

6. Доверительные границы найденных способом наименьших квадратов значений и их определение.

7. Проведение прямой через заданные точки в рамках метода наименьших квадратов.

8. Эмпирические формулы. Принцип подбора типа эмпирической формулы.

### **БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК**

1. Закгейм А.Ю. Введение в моделирование химических процессов. - М.: Химия, 1982. - 288 с.

2. Батунер Л.М., Позин М.Е. Математические методы в химической технике. -М.: Химия, 1968. - 824 с.

3. Лебедев Н.Н., Манаков М.Н., Швец В.Ф. Теория химических процессов основного органического и нефтехимического синтеза. -М.: Химия, 1984. - 376 с.

4. Аналитическая химия. Проблемы и подходы. В двух томах./под ред. Ю.А.Золотова. Т.2.-М.: Мир, «АСТ», 2004. – 728 с.

5. Шенк Х. Теория инженерного эксперимента. -М.: Мир, 1972. - 381 с.