

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Юго-Западный государственный университет»  
(ЮЗГУ)

Кафедра космического приборостроения и систем связи

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

**О.Е. Доктионова**

«15» 12

(2017) г.



**ИЗУЧЕНИЕ МЕТОДОВ АНАЛИТИЧЕСКОГО И  
ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИ  
ИССЛЕДОВАНИИ ОДНОКАНАЛЬНЫХ СИСТЕМ  
МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ**

Методические указания  
по выполнению практической работы №3  
для студентов, обучающихся по направлению подготовки  
11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи»  
по курсу «Теория телетрафика»

Курск 2017

УДК 621.391

Составители: А.В. Хмелевская, А.Н. Швцов

Рецензент

Доктор технических наук, старший научный сотрудник,  
профессор кафедры *В.Г. Андронов*

**Изучение методов аналитического и имитационного моделирования при исследовании одноканальных систем массового обслуживания:** методические указания по выполнению практической работы №3 по курсу «Теория телетрафика» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост. А.В. Хмелевская, А.Н. Шевцов. Курск, 2017. – 12 с.: ил. 2, табл. 1. – Библиогр.: с. 12.

Методические указания по выполнению практической работы содержат краткие теоретические сведения о аналитических и имитационных методах моделирования одноканальных систем массового обслуживания, задания для выполнения работы, примеры их выполнения, а также перечень вопросов для самоконтроля.

Методические указания полностью соответствуют требованиям типовой программы, утвержденной УМО по направлению подготовки 11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи», а также рабочей программе дисциплины «Теория телетрафика».

Предназначены для студентов, обучающихся по направлению подготовки 11.03.02 очной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать *15.12.17*. Формат 60x84/16.

Усл. печ. л. *0,697*. Уч.-изд. л. *0,63*. Тираж 100 экз. Заказ. *3260* Бесплатно  
Юго-Западный государственный университет.  
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94

## 1 Цель работы

- овладение аналитическими методами и методами имитационного моделирования исследования одноканальных систем массового обслуживания.

## 2 Теоретические сведения

### 2.1 Основные понятия и определения

Модель одноканальной системы массового обслуживания (СМО) с отказами (потерями) является простейшей из всех моделей, используемых для решения задач теории массового обслуживания.

Система массового обслуживания в этом случае состоит только из одного канала ( $n = 1$ ) и на нее поступает пуассоновский поток заявок с интенсивностью  $\lambda$ , которую будем считать не зависящей от времени.

Заявка, заставшая канал занятым, получает отказ и покидает систему необслуженной.

Заявка, заставшая канал свободным, поступает на обслуживание, которое продолжается в течение случайного времени  $T_s$ , распределенного по показательному закону с параметром  $\mu$ :

$$f(t) = \mu \cdot e^{-\mu t} (t > 0) \quad (1)$$

Поток обслуживания представляет собой, таким образом, простейший (пуассоновский) поток с интенсивностью  $\mu$ . Чтобы представить себе этот поток, можно вообразить один непрерывно занятый канал, который будет формировать поток обслуженных заявок интенсивности  $\mu$ .

СМО с отказами характеризуются следующими величинами.

**Относительная пропускная способность** – отношение среднего числа обслуженных заявок за единицу времени к среднему числу всех поступивших заявок за тоже время, т.е. средняя доля обслуженных заявок среди всех поступивших.

**Абсолютная пропускная способность** – среднее число заявок, которое может обслужить СМО в единицу времени.

**Вероятность** отказа – средняя доля не обслуженных заявок среди всех поступивших.

Нахождение предельных вероятностей состояний системы  $p_0$  (вероятность того, что в системе находится 0 заявок) и  $p_1$  (вероятность того, что в системе находится 1 заявка) несложно отыскивается на основании решений уравнений Колмогорова для стационарного режима:

$$p_0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu} \quad (2)$$

$$p_1 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \quad (3)$$

Для одноканальной СМО с отказами вероятность  $p_0$  есть не что иное, как относительная пропускная способность  $q$ . Действительно,  $p_0$  есть вероятность того, что в момент  $t$  канал свободен, или вероятность того, что заявка, пришедшая в момент  $t$ , будет обслужена. Следовательно, для данного момента времени  $t$  среднее отношение числа обслуженных заявок к числу поступивших также равно  $p_0$  ( $q = p_0$ ).

В установившемся режиме обслуживания предельное значение относительной пропускной способности будет равно:

$$q = \frac{\mu}{\lambda + \mu} \quad (4)$$

Зная относительную пропускную способность  $q$ , легко найти абсолютную пропускную способность  $A$ . Они связаны очевидным соотношением:

$$A = \lambda \cdot q \quad (5)$$

В установившемся режиме обслуживания предельное значение относительной пропускной способности будет равно:

$$A = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \quad (6)$$

Зная относительную пропускную способность системы  $q$  (вероятность того, что пришедшая в момент  $t$  заявка будет обслужена), легко найти вероятность отказа, или долю необслуженных заявок среди пришедших:

$$p_{отк} = 1 - q \quad (7)$$

В установившемся режиме:

$$p_{отк} = 1 - \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}. \quad (8)$$

### 3 Задание на практическую работу

#### 3.1 Расчет на аналитической модели

1) В приложении Microsoft Excel подготовьте таблицу, представленную на рисунке 1.

| Аналитическая модель          |       |      |   |   | Имитационная модель     |   |   |                         |   |   |
|-------------------------------|-------|------|---|---|-------------------------|---|---|-------------------------|---|---|
| Экспоненциальное обслуживание |       |      |   |   | Экспоненц. обслуживание |   |   | Регулярное обслуживание |   |   |
| $T_a$                         | $T_s$ | Ротк | q | A | Ротк                    | q | A | Ротк                    | q | A |

Рисунок 1 – Вид исходной таблицы

2) В двух первых столбцах таблицы запишите свои исходные данные (средний интервал между заявками входного потока  $T_a$  и среднее время обслуживания в канале  $T_s$  соответственно), которые определяются по правилу:

$$T_a = \text{«последние две цифры номера зачетки»}$$

$$T_s = (0,1 \cdot T_a \cdot i), i = 1, \dots, 9$$

3. В столбцы с третьего по пятый впишите формулы для расчета показателей  $P_{отк}$ ,  $q$  и  $A$ .

#### 3.2 Эксперимент на имитационной модели

1) Задайте режим запусков с экспоненциально распределенным временем обслуживания, задав значение соответствующего параметра равным 1.

2) Для каждой комбинации  $T_a$  и  $T_s$  осуществите запуск модели.

3) Результаты запусков внесите в таблицу.

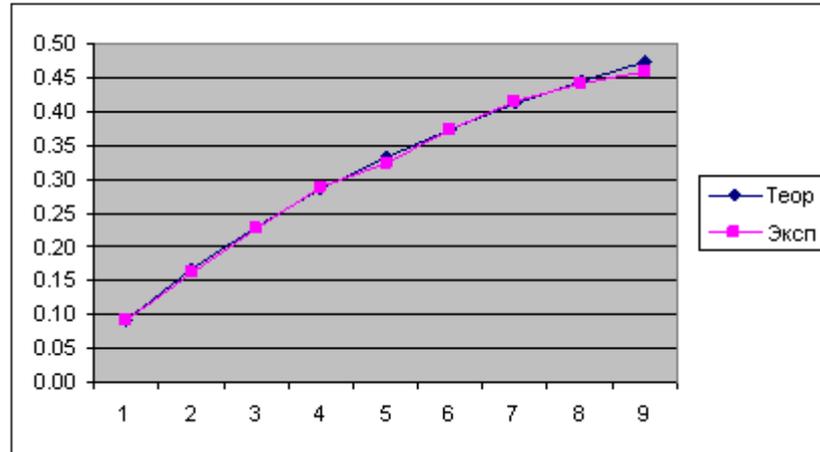
4) Внесите в соответствующие столбцы таблицы формулы для расчета среднего значения показателя  $P_{отк}$ ,  $q$  и  $A$ .

5) Повторите пп.1-3 для детерминированного закона времени обслуживания заявок, задав значение соответствующего параметра равным 2.

#### 3.3 Анализ результатов

1) Проанализируйте результаты, полученные теоретическим и экспериментальным способами, сравнив результаты между собой.

2) Постройте на одной диаграмме графики зависимости  $P_{отк}$  от  $T_s$  на теоретически и экспериментально полученных данных для случая экспоненциально распределенного времени обслуживания.



3) Выполните предыдущий пункт на экспериментально полученных данных для случаев экспоненциально распределенного и детерминированного времени обслуживания.

#### 4 Содержание отчета

Практическая работа рассчитана на 2 часа для очной формы обучения направления подготовки 11.03.02 и выполняется в 3й контрольной точке.

Отчет по работе должен включать:

- цель работы;
- краткие теоретические сведения;
- исходные данные;
- порядок выполнения работы;
- таблицу с расчетными и экспериментальными результатами;
- графический материал согласно описаниям предыдущих пунктов;
- выводы о проделанной работе с анализом полученных результатов.

Минимальный балл за практическую работу составляет 0.5 балла (выполнил работу, но не защитил). Максимальный балл – 3 (выполнил работу и защитил без замечаний).

Примерные критерии оценки качества отчётов по лабораторной работе:

- оформление отчёта не соответствует предъявляемым требованиям – минус 0,5 балла;
- полученные экспериментальные материалы не обработаны (осциллограммы, спектрограммы и т. п.) – минус 0.5 балла;
- выводы не соответствуют результатам работы – минус 0,5 балла;
- работа защищена не вовремя (после окончания 1й контрольной точки) – минус 0.5 балла.

## 5 Задачи на практическую работу

1) На телефонную линию поступает простейший поток вызовов с интенсивностью  $\lambda = 0,9$  вызовов в минуту. Производительность телефонной линии  $\mu = 0,7$  вызовов в минуту. Определить относительную и абсолютную пропускную способности, вероятность отказа и среднее время простоя канала.

2) Справочное бюро имеет одну телефонную линию, на которую приходится в среднем 0,4 вызова в минуту. Среднее время разговора 1,3 мин. Считая потоки простейшими, найти абсолютную и относительную пропускные способности справочного бюро и вероятность отказа абоненту.

3) Сборочный участок производит в один час 90 блоков, т.е. интенсивность потока  $\lambda = 1.5$  блоков в минуту. На этом участке работает контролер, который выборочно проверяет изготовленные блоки аппаратуры, средняя продолжительность контрольных операций равна 1,25 минут. Если в момент прибытия очередного блока контролер занят, то этот блок сразу же передается на дальнейшие операции без промежуточного контроля. Производство непрерывное и продолжается до обнаружения дефекта в одном из блоков, в этом случае технологический процесс останавливается, и выясняются причины неисправности. Необходимо определить, какая часть продукции в таких условиях подвергается контролю, и какая часть продукции пропускается на дальнейшие операции без контроля (т.е. какая часть получает отказ от прохождения контрольных операций).

4) В мастерской по ремонту обуви в понедельник работает только один мастер, который выполняет заказ в среднем за 25 мин. Клиенты заходят в мастерскую в среднем каждые 35 мин и в случае занятости мастера уходят. Определить характеристики работы обувной мастерской и отношение *заработанные деньги/не заработанные деньги*, если средняя стоимость ремонта составляет 80 руб.

5) В результате наблюдений установлено, что интенсивность телефонных звонков диспетчеру жилищно-эксплуатационной конторы, имеющих характер простейших пуассоновских потоков, составляет 1,1 вызовов в минуту, средняя продолжительность разговора (обслуживание клиента) составляет 2,3 мин. Определить характеристики работы диспетчера конторы также количество обслу-

женных и не обслуженных клиентов за 1 час работы. Сравнить фактическую пропускную способность с номинальной (когда каждый клиент обслуживается 2,5 мин).

## **6 Контрольные вопросы**

- 1) Дайте краткое описание модели СМО с отказами.
- 2) Какими показателями характеризуется функционирование СМО с отказами?
- 3) Как рассчитывается вероятность  $p_0$ ?
- 4) Как рассчитывается вероятность  $p_1$ ?
- 5) Что такое относительная пропускная способность?
- 6) Что такое абсолютная пропускная способность?
- 7) Чему равна вероятность отказа обслуживания заявки?
- 8) Приведите примеры СМО с отказами.

## 7 Список используемых источников

1) Козликин, В.И. Теория массового обслуживания [Текст] : учебное пособие / В. И. Козликин, Л. П. Кузнецова ; Минобрнауки России, Юго-Западный государственный университет. - Курск : ЮЗГУ, 2013. - 143 с

2) Кирпичников, А. П. Методы прикладной теории массового обслуживания [Текст] / А. П. Кирпичников. - Казань : Казанский университет, 2011. - 200 с.

3) Теория вероятностей [Текст] : учебное пособие : [для студентов техн. и экон. спец. дневной, заочной и дистан. форм обучения] / Е. В. Журавлева [и др.] ; Юго-Зап. гос. ун-т. - Курск : ЮЗГУ, 2015. - 175 с

4) Крылов, В.В. Теория телетрафика и ее приложения [Текст] : учебное пособие / В. В. Крылов, С. С. Самохвалова. - СПб. : БХВ-Петербург, 2005. - 288 с

5) Вентцель, Е. С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология [Текст] : учебное пособие / Е. С. Вентцель. - М. : Высшая школа, 2001. - 208 с.