

УДК 621.391

Составители: А.В. Хмелевская, А.Н. Шевцов

Рецензент

Доктор технических наук, старший научный сотрудник,
профессор кафедры *В.Г. Андронов*

Исследование многоканальной СМО с ожиданием:
методические указания по выполнению лабораторной работы №4
по курсу «Теория телетрафика» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост. А.В.
Хмелевская, А.Н. Шевцов. Курск, 2017. – 10 с.: ил. 1, табл. 1. –
Библиогр.: с. 10.

Методические указания по выполнению лабораторной работы
содержат краткие теоретические сведения о системах массового
обслуживания с ожиданием, задания для выполнения работы, а также
вопросы для самоконтроля.

Методические указания полностью соответствуют требованиям
типовой программы, утвержденной УМО по направлению подготовки
11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи», а также
рабочей программе дисциплины «Теория телетрафика».

Предназначены для студентов, обучающихся по направлению
подготовки 11.03.02 очной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать *15.12.17* . Формат 60x841/16.
Усл. печ. л. *0,58* . Уч.-изд. л. *0,52* Тираж 100 экз. Заказ *3256* Бесплатно
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94

1 Цель работы

- изучить систему массового обслуживания с ожиданием и ее характеристики.

2 Краткие теоретические сведения

СМО с N – каналами обслуживает простейший поток требований. При занятости всех n узлов обслуживания поступившее требование ставится в очередь и обслуживается после некоторого ожидания. Общее число требований, находящихся в системе на обслуживании и в очереди, обозначим $k(k = \overline{0, \infty})$ и назовем состоянием системы. При $k = \overline{0, N}$ величина k характеризует число занятых каналов в системе, при $k = \overline{0, \infty}$ число занятых каналов равно N , а разность $k - N$ определяет длину очереди. Параметр интенсивности обслуживания потока ν определяется числом занятых узлов, и в первом случае $k = \overline{0, N}$ зависит от состояния системы k , а во втором $k = \overline{N, \infty}$ имеет постоянное значение ν .

Введем понятие загрузки системы p равное отношению интенсивности входящего потока к интенсивности обслуживания:

$$p = \frac{\lambda}{\nu}. \quad (1)$$

Отметим, что при интенсивности поступающей нагрузки p , равной или больше числа узлов обслуживания системы N , с вероятностью равной 1 постоянно будут заняты все узлы обслуживания и длина очереди будет бесконечной – явление «взрыва». Поэтому, чтобы система могла функционировать нормально и очередь не росла безгранично, необходимо выполнить условие $p < N$.

Вероятность того, что система в установившемся режиме находится в состоянии k (P_k) определяем по формуле (второе распределение Эрланга)

$$P_k = \begin{cases} \frac{p^k}{k!} P_0, \text{ при } k = \overline{0, N}, \\ \frac{p^k}{N^{k-N} N!}, \text{ при } k = \overline{N, \infty} \end{cases}, \quad (2)$$

где

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^N \frac{p^k}{k!} + \frac{p^{N+1}}{N!(N-p)}}. \quad (4)$$

К основным характеристикам качества обслуживания СМО с ожиданием относят следующие.

Вероятность наличия очереди $P_{оч}$ есть вероятность того, что число требований в системе больше числа узлов:

$$P_{оч} = \frac{p^{N+1}}{N!(N-p)} P_0. \quad (5)$$

Вероятность занятости всех узлов системы $P_{зан}$.

$$P_{зан} = \frac{p^N}{(N-1)!(N-p)} P_0 \quad (6)$$

Среднее число требований в системе M_{TP}

$$M_{TP} = P_0 \left(p \sum_{k=0}^{N-1} \frac{p^k}{k!} + \frac{p^{N+1}(N+1-p)}{(N-1)!(N-p)^2} \right). \quad (7)$$

Средняя длина очереди $M_{оч}$

$$M_{оч} = \frac{p^{N+1} P_0}{(N-1)!(N-p)^2}. \quad (8)$$

Среднее число свободных узлов $M_{св}$

$$M_{св} = P_0 \sum_{k=1}^N k \frac{p^k}{(N-k)!}. \quad (9)$$

Среднее число занятых узлов $M_{зан}$

$$M_{зан} = N - M_{св}. \quad (10)$$

Среднее время ожидания начала обслуживания $T_{ож}$ для требования, поступившего в систему

$$T_{ож} = \frac{P^n}{\nu(N-1)!(N-p)^2} P_0. \quad (11)$$

Общее время, которое проводят в очереди все требования, поступившие в систему за единицу времени, $T_{оож}$

$$T_{оож} = \frac{P^{N+1}}{(N-1)!(N-p)^2} P_0. \quad (12)$$

Среднее время $T_{тр}$, которое требование проводит в системе обслуживания

$$T_{тр} = T_{оож} + \frac{1}{\nu}. \quad (13)$$

Суммарное время, которое в среднем проводят в системе все требования, поступившие за единицу времени, $T_{стр}$

$$T_{стр} = T_{оож} + p. \quad (14)$$

3 Порядок выполнения работы

1. Построить график вероятности состояний P_k от k для N -канальной СМО с ожиданием, если на вход поступает простейший поток требований с интенсивностью $\lambda = 15 \frac{m}{N_n N}$ и обслуживание требований производится с интенсивностью $\nu = 5 \frac{m}{N_n N}$, где N_n – номер студента по журналу, m – номер группы (пример: для группы ИТ-21 $m = 2+1=3$), N – число каналов обслуживания (определяется из таблицы 1).

Таблица 1 – Исходные данные

N_n	1,5,9,13,17,21	2,6,10,14,18,22	3,7,11,15,19,23	4,8,12,16,20,24
N	3	4	5	6

Для СМО с ожиданием график распределения P_k , построенный в системе MathCad, показан на рисунке 1.

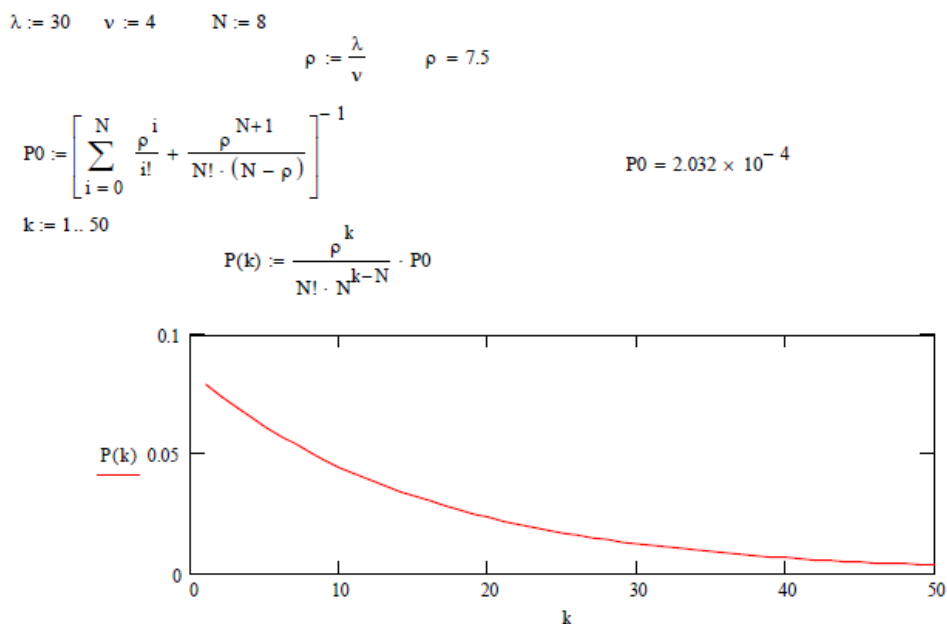


Рисунок 1 – График вероятностей P_k

2. Определить характеристики качества обслуживания:

- Вероятность наличия очереди P_k .
- Вероятность занятости всех узлов системы $P_{зан}$.
- Среднее число требований в системе MTP .

- Среднюю длину очереди $M_{оч}$.
- Среднее число свободных узлов $M_{св}$.
- Среднее число занятых узлов $M_{зан}$.
- Среднее время ожидания $T_{ож}$.
- Общее время пребывания требований в очереди за единицу времени $T_{оож}$.
- Среднее время пребывания требований в системе $T_{тр}$.
- Суммарное время, которое проводят все требования в системе за единицу времени, $T_{стр}$.

4 Содержание отчета

Лабораторная работа рассчитана на 2 часа у очной и заочной форм обучения направления подготовки 11.03.02. Выполняется во 2й контрольной точке.

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

- 1) Цель работы;
- 2) Краткие теоретические сведения;
- 3) Порядок выполнения работы;
- 4) Исходные данные для моделирования;
- 5) Результаты моделирования (таблицы 1, 2, 3 с пояснениями);
- 6) Результаты расчетов;
- 7) Ответы на контрольные вопросы;
- 8) Выводы о проделанной работе с анализом полученных результатов.

Минимальный балл за лабораторную работу составляет 0.5 балла (выполнил работу, но не защитил). Максимальный балл – 3 (выполнил работу и защитил без замечаний).

Примерные критерии оценки качества отчётов по лабораторной работе:

- оформление отчёта не соответствует предъявляемым требованиям – минус 0,5 балла;
- полученные экспериментальные материалы не обработаны (осциллограммы, спектрограммы и т. п.) – минус 0.5 балла;
- выводы не соответствуют результатам работы – минус 0,5 балла;
- работа защищена не вовремя (после окончания 2й контрольной точки) – минус 0.5 балла.

5 Контрольные вопросы

1. Что такое явление «взрыва» в СМО с ожиданием?
2. Определить вероятность любого состояния системы с ожиданием.
3. Дать понятие состояния СМО с ожиданием.

6 Список используемых источников

1) Козликин, В.И. Теория массового обслуживания [Текст] : учебное пособие / В. И. Козликин, Л. П. Кузнецова ; Минобрнауки России, Юго-Западный государственный университет. - Курск : ЮЗГУ, 2013. - 143 с

2) Кирпичников, А. П. Методы прикладной теории массового обслуживания [Текст] / А. П. Кирпичников. - Казань : Казанский университет, 2011. - 200 с.

3) Теория вероятностей [Текст] : учебное пособие : [для студентов техн. и экон. спец. дневной, заочной и дистан. форм обучения] / Е. В. Журавлева [и др.] ; Юго-Зап. гос. ун-т. - Курск : ЮЗГУ, 2015. - 175 с

4) Крылов, В.В. Теория телетрафика и ее приложения [Текст] : учебное пособие / В. В. Крылов, С. С. Самохвалова. - СПб. : БХВ-Петербург, 2005. - 288 с

5) Вентцель, Е. С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология [Текст] : учебное пособие / Е. С. Вентцель. - М. : Высшая школа, 2001. - 208 с.