

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна

Должность: проректор по учебной работе

Дата подписания: 03.02.2021 18:04:28

Уникальный программный ключ:

0b817ca911e6668abb13a5d426471e51c41e33bf73e911d1d115161564089

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра космического приборостроения и систем связи

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

О.Г. Локтионова

«18» 06 (ЮЗГУ) 2018 г.



ИССЛЕДОВАНИЕ МНОГОКАНАЛЬНОЙ СМО С ОЖИДАНИЕМ

Методические указания по выполнению лабораторной работы №4
для студентов, обучающихся по специальности
10.05.02 «Информационная безопасность
телекоммуникационных систем»
по курсу «Теория массового обслуживания»

Курск 2018

УДК 621.391

Составители: А.В. Хмелевская, Л.О. Марухленко, И.Г. Бабанин

Рецензент

Доктор физико-математических наук, профессор кафедры
А.А. Гуламов

Исследование многоканальной СМО с ожиданием:
методические указания по выполнению лабораторной работы №4
по курсу «Теория массового обслуживания» / Юго-Зап. гос. ун-т;
сост. А.В.Хмелевская, Л.О.Марухленко, И.Г.Бабанин.– Курск, 2018.
– 7 с.: ил. 1, табл. 1. – Библиогр.: с. 7.

Методические указания по выполнению лабораторной работы содержат краткие теоретические сведения о системах массового обслуживания с ожиданием, задания для выполнения работы, а также вопросы для самоконтроля.

Методические указания полностью соответствуют требованиям учебного плана по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем», а также рабочей программе дисциплины.

Предназначены для студентов, обучающихся по специальности 10.05.02 очной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать *18.06./8* Формат 60x841/16.
Усл. печ. л. 0,41. Уч.-изд. л. 0,37. Тираж 100 экз. Заказ *2030* Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94

1 Цель работы

- изучить систему массового обслуживания с ожиданием и ее характеристики.

2 Краткие теоретические сведения

СМО с N - каналами обслуживает простейший поток требований. При занятости всех n узлов обслуживания поступившее требование ставится в очередь и обслуживается после некоторого ожидания. Общее число требований, находящихся в системе на обслуживании и в очереди, обозначим $k (k = \overline{0, \infty})$ и назовем состоянием системы. При $k = \overline{0, N}$ величина k характеризует число занятых каналов в системе, при $k = \overline{0, \infty}$ число занятых каналов равно N , а разность $k - N$ определяет длину очереди. Параметр интенсивности обслуживания потока ν определяется числом занятых узлов, и в первом случае $k = \overline{0, N}$ зависит от состояния системы k , а во втором $k = \overline{N, \infty}$ имеет постоянное значение ν .

Введем понятие загрузки системы p равное отношению интенсивности входящего потока к интенсивности обслуживания:

$$p = \frac{\lambda}{\nu}. \quad (1)$$

Отметим, что при интенсивности поступающей нагрузки p , равной или больше числа узлов обслуживания системы N , с вероятностью равной 1 постоянно будут заняты все узлы обслуживания и длина очереди будет бесконечной – явление «взрыва». Поэтому, чтобы система могла функционировать нормально и очередь не росла безгранично, необходимо выполнить условие $p < N$.

Вероятность того, что система в установившемся режиме находится в состоянии k (P_k) определяем по формуле (второе распределение Эрланга)

$$P_k = \begin{cases} \frac{p^k}{k!} P_0, \text{ при } k = \overline{0, N}, \\ \frac{p^k}{N^{k-N} N!}, \text{ при } k = \overline{N, \infty} \end{cases}, \quad (2)$$

где

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^N \frac{p^k}{k!} + \frac{p^{N+1}}{N!(N-p)}}. \quad (4)$$

К основным характеристикам качества обслуживания СМО с ожиданием относят следующие.

Вероятность наличия очереди $P_{оч}$ есть вероятность того, что число требований в системе больше числа узлов:

$$P_{оч} = \frac{p^{N+1}}{N!(N-p)} P_0. \quad (5)$$

Вероятность занятости всех узлов системы $P_{зан}$.

$$P_{зан} = \frac{p^n}{(N-1)!(N-p)} P_0 \quad (6)$$

Среднее число требований в системе M_{TP}

$$M_{TP} = P_0 \left(p \sum_{k=0}^{N-1} \frac{p^k}{k!} + \frac{p^{N+1}(N+1-p)}{(N-1)!(N-p)^2} \right). \quad (7)$$

Средняя длина очереди $M_{оч}$

$$M_{оч} = \frac{p^{N+1} P_0}{(N-1)!(N-p)^2}. \quad (8)$$

Среднее число свободных узлов $M_{св}$

$$M_{св} = P_0 \sum_{k=1}^N k \frac{p^k}{(N-k)!}. \quad (9)$$

Среднее число занятых узлов $M_{зан}$

$$M_{зан} = N - M_{св}. \quad (10)$$

Среднее время ожидания начала обслуживания $T_{ож}$ для требования, поступившего в систему

$$T_{оож} = \frac{P^n}{\nu(N-1)!(N-p)^2} P_0. \quad (11)$$

Общее время, которое проводят в очереди все требования, поступившие в систему за единицу времени, $T_{оож}$

$$T_{оож} = \frac{P^{N+1}}{(N-1)!(N-p)^2} P_0. \quad (12)$$

Среднее время $T_{тр}$, которое требование проводит в системе обслуживания

$$T_{тр} = T_{оож} + \frac{1}{\nu}. \quad (13)$$

Суммарное время, которое в среднем проводят в системе все требования, поступившие за единицу времени, $T_{сгр}$

$$T_{сгр} = T_{оож} + p. \quad (14)$$

3 Порядок выполнения работы

1. Построить график вероятности состояний $P_{kот}$ k для N -канальной СМО с ожиданием, если на вход поступает простейший поток требований с интенсивностью $\lambda = 15 \frac{m}{N_n N}$ и обслуживание требований производится с интенсивностью $\nu = 5 \frac{m}{N_n N}$, где N_n – номер студента по журналу, m – номер группы (пример: для группы ИТ-21 $m = 2+1=3$), N – число каналов обслуживания (определяется из таблицы 1).

Таблица 1 – Исходные данные

N_n	1,5,9,13,17,21	2,6,10,14,18,22	3,7,11,15,19,23	4,8,12,16,20,24
N	3	4	5	6

Для СМО с ожиданием график распределения P_k , построенный в системе MathCad, показан на рисунке 1.

$$\lambda := 30 \quad \nu := 4 \quad N := 8$$

$$\rho := \frac{\lambda}{\nu} \quad \rho = 7.5$$

$$P_0 := \left[\sum_{i=0}^N \frac{\rho^i}{i!} + \frac{\rho^{N+1}}{N! \cdot (N - \rho)} \right]^{-1} \quad P_0 = 2.032 \times 10^{-4}$$

$$k := 1..50$$

$$P(k) := \frac{\rho^k}{N! \cdot N^{k-N}} \cdot P_0$$

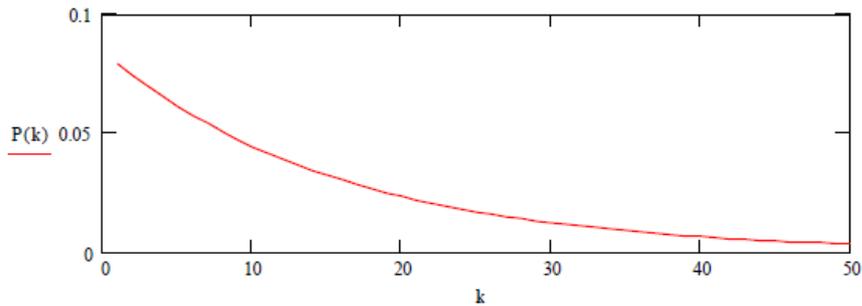


Рисунок 1– График вероятностей P_k

2 Определить характеристики качества обслуживания:

- Вероятность наличия очереди P_k .
- Вероятность занятости всех узлов системы $P_{зан}$.
- Среднее число требований в системе MTP .
- Среднюю длину очереди $Mоч$.
- Среднее число свободных узлов $Mсв$.
- Среднее число занятых узлов $Mзан$.
- Среднее время ожидания $Тож$.
- Общее время пребывания требований в очереди за единицу времени $Тоож$.
- Среднее время пребывания требований в системе $Tтр$.
- Суммарное время, которое проводят все требования в системе за единицу времени, $Tстр$.

4 Содержание отчета

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

- 1) Цель работы;
- 2) Краткие теоретические сведения;
- 3) Порядок выполнения работы;
- 4) Исходные данные для моделирования;
- 5) Результаты моделирования (таблицы 1, 2, 3 с пояснениями);

- 6) Результаты расчетов;
- 7) Ответы на контрольные вопросы;
- 8) Выводы о проделанной работе с анализом полученных результатов.

5 Контрольные вопросы

1. Что такое явление «взрыва» в СМО с ожиданием?
2. Определить вероятность любого состояния системы с ожиданием.
3. Дать понятие состояния СМО с ожиданием.

6 Список используемых источников

1) Козликин, В.И. Теория массового обслуживания [Текст] : учебное пособие / В. И. Козликин, Л. П. Кузнецова ; Минобрнауки России, Юго-Западный государственный университет. - Курск : ЮЗГУ, 2013. - 143 с

2) Кирпичников, А. П. Методы прикладной теории массового обслуживания [Текст] / А. П. Кирпичников. - Казань : Казанский университет, 2011. - 200 с.

3) Теория вероятностей [Текст] : учебное пособие : [для студентов техн. и экон. спец. дневной, заочной и дистан. форм обучения] / Е. В. Журавлева [и др.] ; Юго-Зап. гос. ун-т. - Курск : ЮЗГУ, 2015. - 175 с

4) Крылов, В.В. Теория телетрафика и ее приложения [Текст] : учебное пособие / В. В. Крылов, С. С. Самохвалова. - СПб. : БХВ-Петербург, 2005. - 288 с

5) Вентцель, Е. С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология [Текст] : учебное пособие / Е. С. Вентцель. - М. : Высшая школа, 2001. - 208 с.