

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна

Должность: проректор по учебной работе

Дата подписания: 05.08.2023 23:11:45

Уникальный программный ключ:

0b817ca911e6668abb13a5d42647985f1-13abbf73e947df6a4851fcb56d080

## МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Юго-Западный государственный университет»  
(ЮЗГУ)

Кафедра космического приборостроения и систем связи

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной работе  
Локтионова  
« 05.08.2020 г.



## СИГНАЛЬНО-КОДОВЫЕ КОНСТРУКЦИИ В СИСТЕМАХ МОБИЛЬНОЙ СВЯЗИ

Методические указания  
по выполнению практических работ  
для студентов, обучающихся по направлению подготовки  
11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи»  
по дисциплине «Сигнально-кодовые конструкции  
в системах мобильной связи»

Курск 2020

УДК 621.396

Составители: Д.С. Коптев, В.Г. Довбня

Рецензент:

Доктор технических наук, старший научный сотрудник,  
профессор кафедры космического приборостроения и систем связи  
*В.Г. Андронов*

**Сигнально-кодовые конструкции в системах мобильной связи:**  
методические указания по выполнению практических работ / Юго-Зап. гос.  
ун-т; сост.: Д.С. Коптев В.Г. Довбня. – Курск, 2020. – 76 с.: табл. 6, иллю-  
стр. 25. – Библиогр.: с. 76.

Методические указания по выполнению практических работ содержат все необходимые теоретические сведения для изучения физических основ передачи сигналов, в том числе в системах мобильной связи, требования к оформлению отчёта по выполнению практических работ и списки контрольных вопросов для самопроверки изучаемого материала.

Методические указания соответствуют учебному плану по направлению подготовки 11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи», а также рабочей программе дисциплины «Сигнально-кодовые конструкции в системах мобильной связи».

Предназначены для студентов, обучающихся по направлению подготовки 11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи», заочной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать *30.09.20*. Формат 60x84/16.  
Усл. печ. л. 4,42. Уч.-изд. л. 4,0. Тираж 100 экз. Заказ *38*. Бесплатно  
Юго-Западный государственный университет.  
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

## Практическая работа №1 «Исследование спектров периодических сигналов»

### 1 Цель работы

1.1 Практическое применение основных принципов спектрального анализа периодических сигналов.

1.2 Формирование умения использовать программу для моделирования электрических и электронных схем Multisim.

1.3 Получение навыков использования программных пакетов компьютерного моделирования для спектрального анализа сигналов.

### 2 Основные теоретические сведения

#### 2.1 Общие сведения о периодических сигналах

Сигналом называется процесс изменения во времени физического состояния какого-либо объекта, служащий для отображения, регистрации и передачи информации. Математической моделью сигнала может быть функция времени, например  $s(t)$ .

Типичными для радиотехники сигналами являются напряжение  $u(t)$  и ток  $i(t)$ . Если математическая модель сигнала позволяет предсказать его точное значение в любой момент времени, такой сигнал называется детерминированным.

Периодическим называется любой сигнал, для которого выполняется условие  $s(t) = s(t + kT)$ , где период  $T$  является конечным отрезком, а  $k$  - любое целое число.

Простейшие периодические сигналы основаны на функциях косинуса или синуса.

$$s_1(t) = a \cos(\omega t),$$

$$s_2(t) = b \sin(\omega t).$$

где  $\omega$  – круговая частота,  $\omega = 2\pi f$ ;  $f = \frac{1}{T}$ .

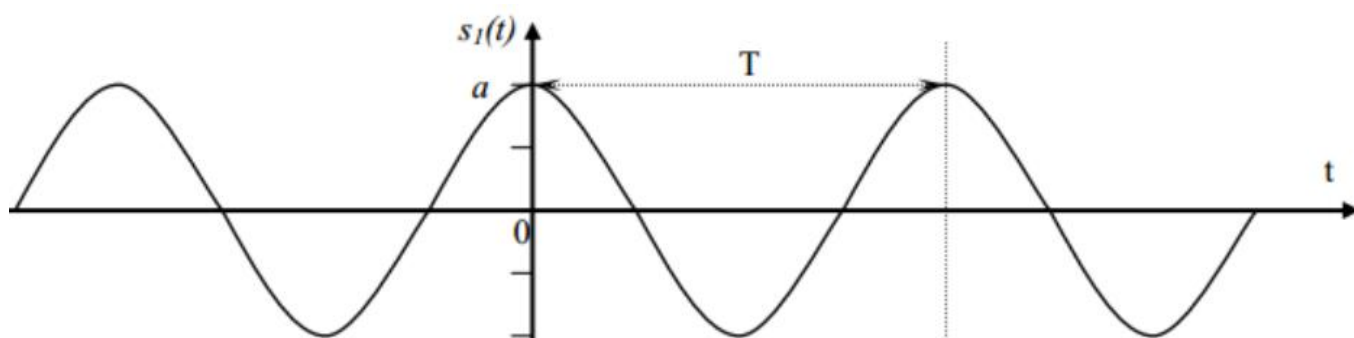


Рисунок 1 – Периодический сигнал  $s_1(t) = a \cos(\omega t)$

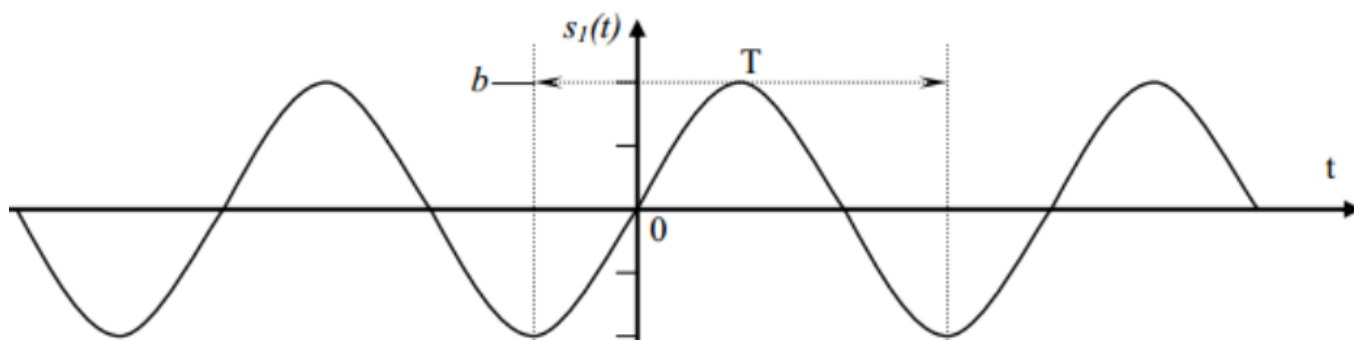


Рисунок 2 – Периодический сигнал  $s_2(t) = b \sin(\omega t)$

Одно из простейших гармонических колебаний – это сумма колебаний синуса и косинуса. В данном случае частота одинакова для обоих слагаемых (рисунок 3).

$$s(t) = a \cos(\omega t) + b \sin(\omega t).$$

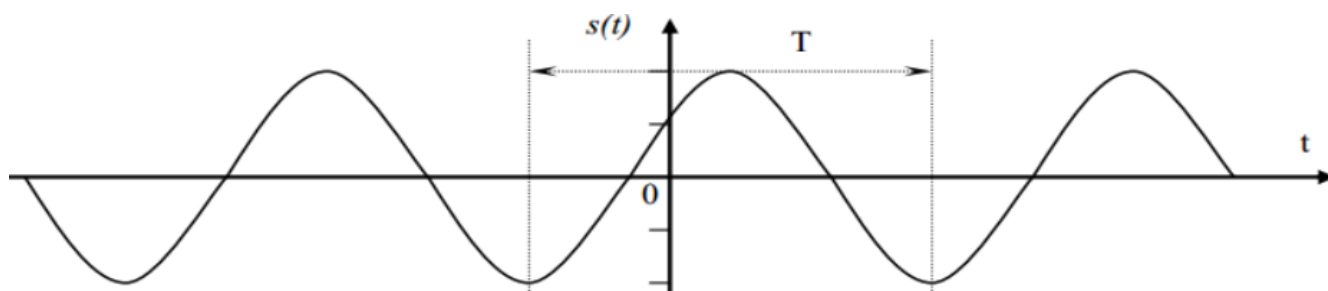


Рисунок 3 – Гармоническое колебание  $s(t) = a \cos(\omega t) + b \sin(\omega t)$ .

На рисунке 4 показан результат сложения двух сигналов:  $f_1 = 600 \text{ Гц}$ ,  $f_2 = 1000 \text{ Гц}$ . Сдвиг между фазами  $\varphi = 45^\circ$ , одно деление (клеточка) = 1 мс.

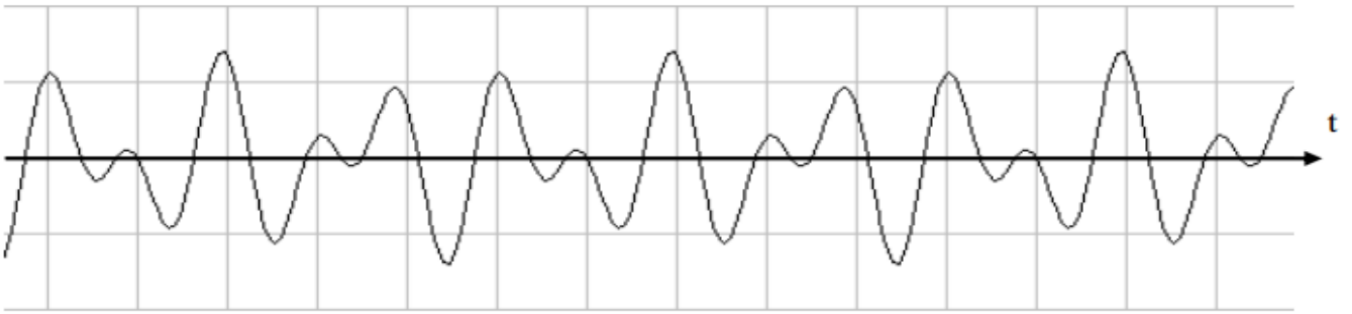


Рисунок 4 – Результат сложения двух сигналов:  $f_1 = 600 \text{ Гц}$ ,  $f_2 = 1000 \text{ Гц}$

Рассмотрим вещественный периодический сигнал  $s(t)$  с периодом  $T$ .

Энергия сигнала вычисляется, на отрезке времени  $[t_1, t_2]$ , следующим образом:

$$E_s(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} s^2(t) dt$$

## 2.2 Разложение периодических сигналов в ряд Фурье

В спектральном анализе показано, что периодический сигнал с ограниченной энергией за период  $T$  может быть представлен в виде ряда Фурье:

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_1 t + b_n \sin n\omega_1 t)$$

с коэффициентами

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) dt \\ a_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cos(n\omega_1 t) dt \\ b_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \sin(n\omega_1 t) dt \end{aligned} \right\}$$

где  $\omega_1 = \frac{2\pi}{T}$  - частота первой (основной) гармоники.

Если сигнал описывается чётной функцией времени ( $s(t) = s(-t)$ ), то тогда все коэффициенты  $b_n$  равны нулю и можно записать, что

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_1 t)$$

Если сигнал описывается нечётной функцией времени ( $s(t) = -s(-t)$ ), то тогда все коэффициенты  $a_n$  равны нулю и можно записать, что

$$s(t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\omega_1 t$$

Некоторое неудобство синусно – косинусной формы ряда Фурье состоит в том, что для каждого значения индекса суммирования  $n$  (то есть для каждой гармоники с частотой  $n\omega_1$ ) в формуле фигурируют два слагаемых – синус и косинус.

Воспользовавшись формулами тригонометрических преобразований, сумму этих двух слагаемых можно трансформировать в косинус той же частоты с иной амплитудой и некоторой начальной фазой:

$$s(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos(n\omega_1 t + \varphi_n)),$$

где  $A_n$ ,  $\varphi_n$  - амплитуда и фаза  $n$ -й гармоники:

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2};$$

$$\varphi_n = -\operatorname{arctg} \frac{b_n}{a_n}.$$

Формулы для нахождения  $a_n$  и  $b_n$  остаются такими же:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cos(n\omega_1 t) dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \sin(n\omega_1 t) dt$$

Это представление называют **спектральным**, или **частотным**, представлением сигнала. Спектральное представление сигнала – это постоянная составляющая  $A_0/2$  и бесконечное число гармонических составляющих (гармонических сигналов). Число  $n$  определяет порядковый номер гармоники. Каждая гармоника характеризуется амплитудой  $A_n$ , частотой  $n\omega_1$  и начальной фазой  $\varphi_n$ . Гармоника, соответствующая  $n=1$ - первая (основная) гармоника. Она имеет частоту, равную частоте сигнала.

Совокупность всех амплитуд гармоник  $A_n$  определяет амплитудный спектр сигнала, а совокупность всех начальных фаз называется фазовым спектром сигнала (рисунок 5).

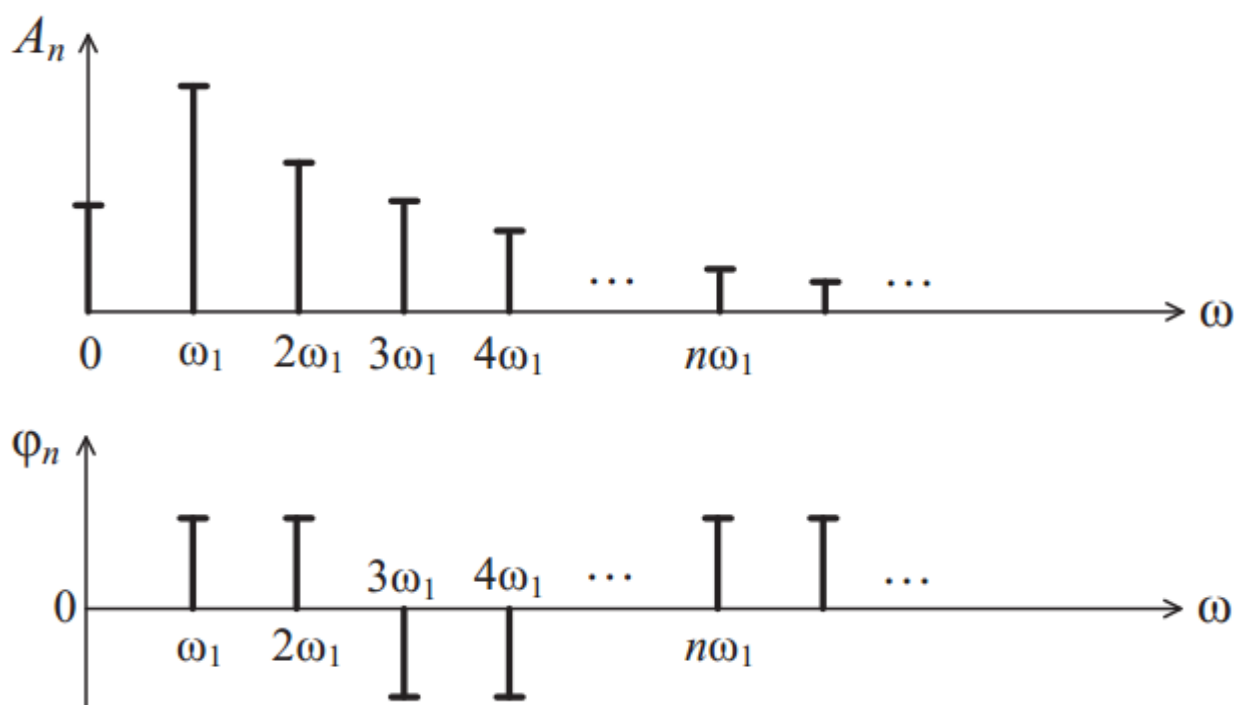


Рисунок 5 – Амплитудный и фазовый спектр периодического сигнала

Особый интерес представляет амплитудная диаграмма, которая позволяет судить о процентном содержании тех или иных гармоник в спектре периодического сигнала.

Графический спектр состоит из отдельных линий, и поэтому он называется линейчатый. Расстояние между гармониками равны основной частоте (часто бывает так, что какая – либо гармоника равна нулю, и кажется, что расстояние между гармониками разное). На самом деле, это не так и гармонику, равную нулю, тоже необходимо считать. ***Спектр периодического сигнала называют также дискретным, поскольку гармоники определены дискретных частотах  $\omega_1, 2\omega_1, 3\omega_1, \dots$***

Теоретически ряд Фурье содержит бесконечное количество слагаемых, поэтому теоретически ширина спектра бесконечна. Поэтому для таких сигналов вводится понятие практической ширины спектра. Если полоса пропускания какого-либо устройства недостаточно широка, чтобы пропустить все гармоники, существенно влияющие на форму сигнала, то сигнал на выходе этого устройства исказится.

Ширина полосы пропускания устройства не должна быть уже ширины спектра сигнала. Существуют несколько критериев для определения практической ширины спектра сигнала.

1. Можно отбрасывать все гармоники с амплитудами меньшими 1 %

максимальной амплитуды в спектре. Тогда частота гармоник и определит ширину спектра сигнала  $\Delta\omega_C$ .

$$\Delta\omega_C = \omega_{\text{ВЕРХ}} - \omega_{\text{НИЖН}}.$$

2. Энергетический критерий. Можно отбрасывать те гармоники, суммарная мощность которых меньше 10 % общей мощности сигнала. В этом случае ширину спектра также определяют оставшиеся в сигнале гармоники. Однако независимо от критерия, по которому определяют ширину спектра сигнала, можно выделить закономерности, общие для всех сигналов:

- чем круче фронт сигнала;
- чем короче импульсы;
- чем больше пауза между импульсами, тем шире спектр сигнала, т. е. тем медленнее убывают амплитуды гармоник с ростом их номера.

***В математическом анализе доказано, что преобразование Фурье существует, если функция  $s(t)$  удовлетворяют условию Дирихле и условию абсолютной интегрируемости:***

$$\int_{-\infty}^{\infty} |s(t)| dt < \infty$$

Энергия сигнала:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |s(t)|^2 dt < \infty,$$

т.е. энергия должна быть ограничена.

***В реальности все сигналы ограничены, т.е. имеют конечную энергию.***

### 2.3 Спектр последовательности прямоугольных импульсов

Первым рассматриваемым сигналом будет последовательность прямоугольных импульсов с амплитудой  $A$ , длительностью  $\tau$  и периодом повторения  $T$ . Начало отсчёта времени примем расположенным в середине импульса (рисунок 6).



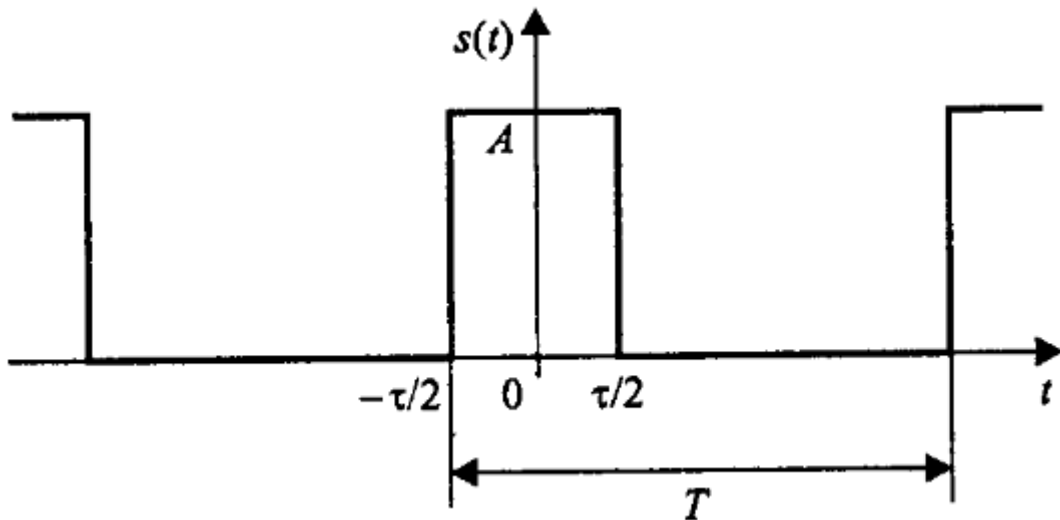


Рисунок 6 – Периодическая последовательность прямоугольных импульсов

Данный сигнал является чётной функцией, поэтому для его представления удобнее использовать синусно – косинусную форму ряда Фурье – в ней будут присутствовать только косинусные слагаемые  $a_n$ , равные:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} A \cdot \cos\left(\frac{2\pi n}{T} t\right) dt = \frac{2A}{\pi n} \sin\left(\frac{\pi n \tau}{T}\right).$$

Внимательно рассматривая полученную формулу, можно заметить, что длительность импульсов и период их следования входят в нее не обособленно, а исключительно в виде отношения. Этот параметр – отношение периода к длительности импульсов – называют скважностью последовательности импульсов и обозначают буквой  $q$ :

$$q = T / \tau.$$

Введем этот параметр в полученную формулу для коэффициентов ряда Фурье, а затем приведём формулу к виду  $\sin(x) / x$ :

$$a_n = \frac{2A}{\pi n} \sin\left(\frac{\pi n}{q}\right) = \frac{2A}{q} \frac{\sin\left(\frac{\pi n}{q}\right)}{\frac{\pi n}{q}}.$$

При такой форме записи становится хорошо видно, чему равно значение постоянного слагаемого ряда: поскольку при  $x \rightarrow 0$   $\sin(x) / x \rightarrow 1$ , то

$$\frac{a_0}{2} = \frac{A}{q} = \frac{A\tau}{T}.$$

Теперь можно записать и само представление последовательности прямоугольных импульсов в виде ряда Фурье:

$$s(t) = \frac{A}{q} + \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} \frac{2A}{\pi n} \sin\left(\frac{\pi n}{q}\right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi n}{T} t\right)$$

Амплитуды гармонических слагаемых ряда зависят от номера гармоники по закону  $\sin(x)/x$  (рисунок 7).

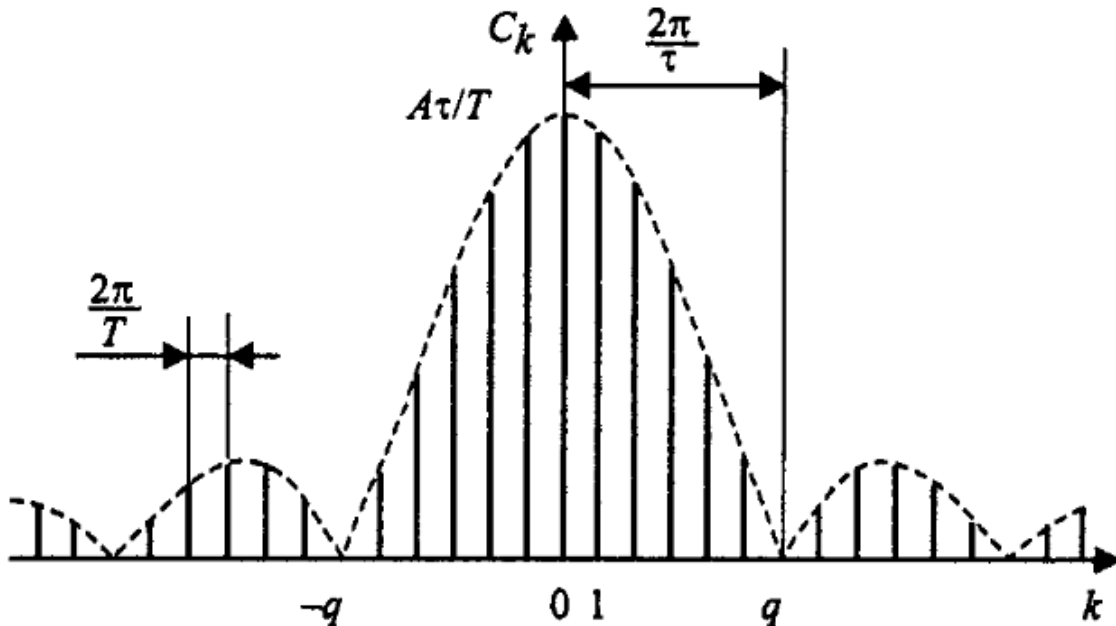


Рисунок 7 – Коэффициенты ряда Фурье для последовательности прямоугольных импульсов

График функции  $\sin(x)/x$  имеет лепестковый характер. Говоря о ширине этих лепестков, следует подчеркнуть, что для графиков дискретных спектров периодических сигналов возможны два варианта градуировки горизонтальной оси – в номерах гармоник и в частотах. На рисунке 5 градуировка оси соответствует номерам гармоник, а частотные параметры спектра нанесены на график с помощью размерных линий.

Итак, ширина лепестков, измеренная в количестве гармоник, равна скважности последовательности (при  $n = kq$  имеем  $\sin(\pi k/q) = 0$ , если  $k \neq 0$ ). Отсюда следует важное свойство спектра последовательности прямоугольных импульсов – в нём отсутствуют (имеют нулевые амплитуды) гармоники с номерами, кратными скважности.

**Расстояние по частоте между соседними гармониками равно частоте следования импульсов -  $2\pi/T$ . Ширина лепесткового спектра, измеренная в единицах частоты  $2\pi/\tau$ , то есть обратна пропорциональна длительности импульсов. Это значит, что, чем протяженнее**

*сигнал во времени, тем уже его спектр, и наоборот, чем короче сигнал, тем шире его спектр.*

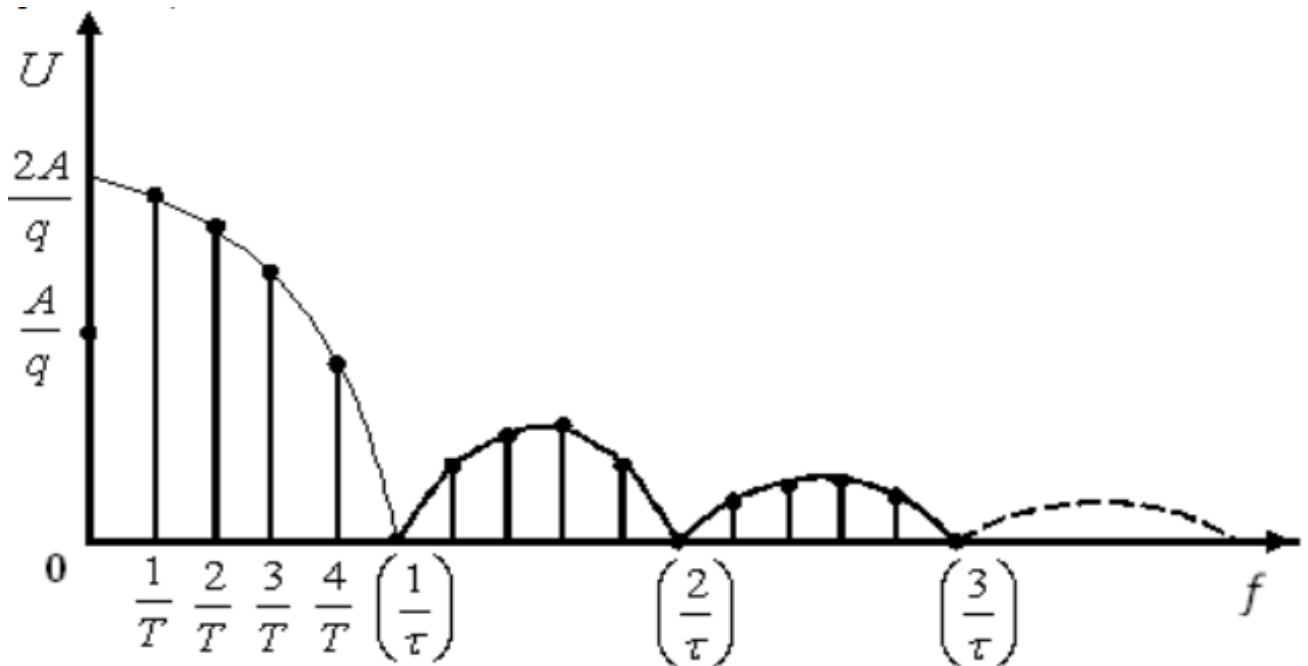


Рисунок 8 – Амплитудный спектр последовательности прямоугольных импульсов

Максимумы лепестков этого спектра находятся в пропорции  $1, 2/3\pi, 2/5\pi, 2/7\pi$  и т.д. Таким образом, максимум 2-го лепестка составляет 21% от первого, максимум 3-го лепестка – 13%, 4-го – 9% и т.д.

Пусть входной сигнал  $s(t)$  представляет собой периодическую последовательность прямоугольных импульсов амплитуды  $A=2$ , следующих с периодом  $T=4$  секунды и различной скважностью  $q=5, 2$  и  $1,25$ . На рисунке 9 показаны временные осциллограммы указанных сигналов, их амплитудные спектры  $|S(\omega_n)|$  (синим цветом), а также непрерывные огибающие  $S(\omega)$  спектров (красным цветом).

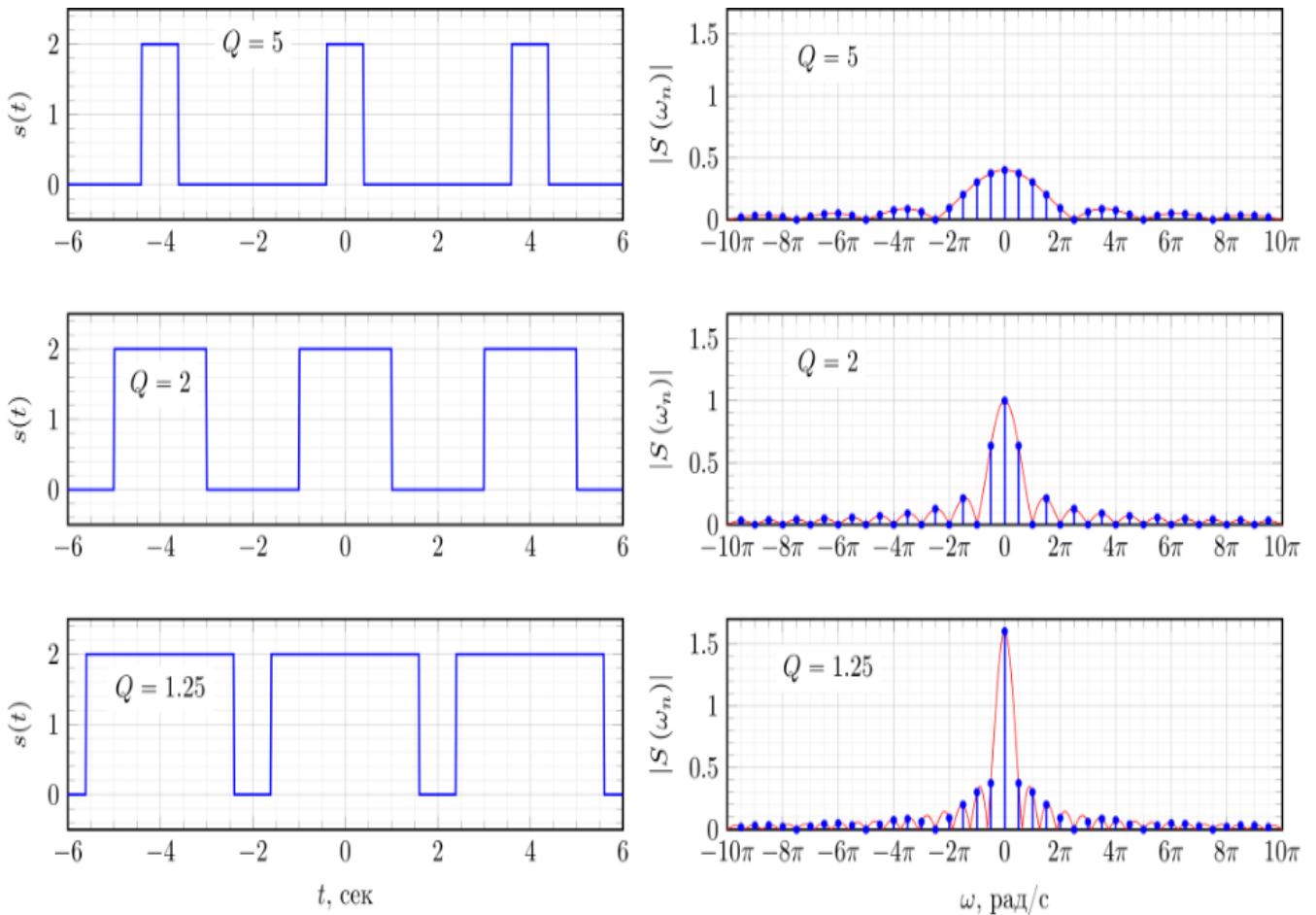


Рисунок 9 – Спектр периодической последовательности прямоугольных импульсов при различном значении скважности

Как можно видеть из рисунка 9, при увеличении скважности сигнала, длительность импульсов  $s(t)$  уменьшается, огибающая спектра  $S(\omega)$  расширяется и уменьшается по амплитуде (красная кривая). В результате, в пределах главного лепестка увеличивается количество гармоник спектра  $|S(\omega_n)|$ , показанных синим цветом.

Выше рассмотрен спектр периодической последовательности прямоугольных импульсов для случая, когда исходный сигнал  $s(t)$  являлся симметричным относительно  $t=0$ . В результате спектр такого сигнала  $S(\omega_n)$  является вещественным. Теперь рассмотрим, что произойдет со спектром сигнала  $s_{sh}(t)$  если сместить сигнал  $s(t)$  во времени так, как это показано на рисунке 10.

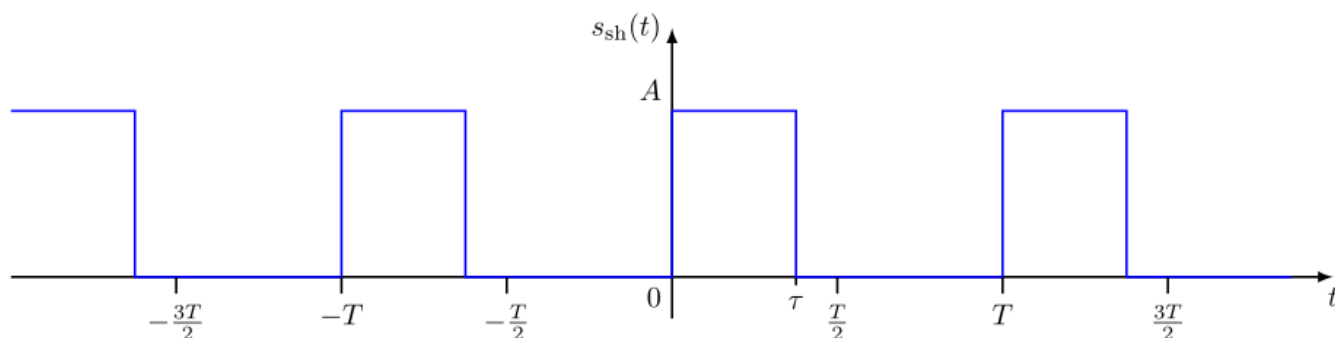


Рисунок 10 – Смещённая во времени периодическая последовательность прямоугольных импульсов

Смещенный сигнал  $s_{sh}(t)$  можно представить как сигнал  $s(t)$ , задержанный на половину длительности импульса  $s_{sh}(t) = s\left(t - \frac{\tau}{2}\right)$ .

Спектр  $S_{sh}(\omega_n)$  смещенного сигнала  $s_{sh}(t)$  можно представить согласно свойству циклического временного сдвига как:

$$S_{sh}(\omega_n) = S(\omega_n) \exp\left(-j\omega_n \frac{\tau}{2}\right) = A \frac{\sin\left(\omega_n \frac{\tau}{2}\right)}{\omega_n \frac{T}{2}} \exp\left(-j\omega_n \frac{\tau}{2}\right), \quad n = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$$

Таким образом, спектр периодической последовательности прямоугольных импульсов, смещенной относительно нуля, не является чисто вещественной функцией, а приобретает дополнительный фазовый множитель  $\exp\left(-j\omega_n \frac{\tau}{2}\right)$ . Амплитудный  $|S_{sh}(\omega_n)|$  и фазовый  $\Phi_{sh}(\omega)$  спектры показаны на рисунке 11.

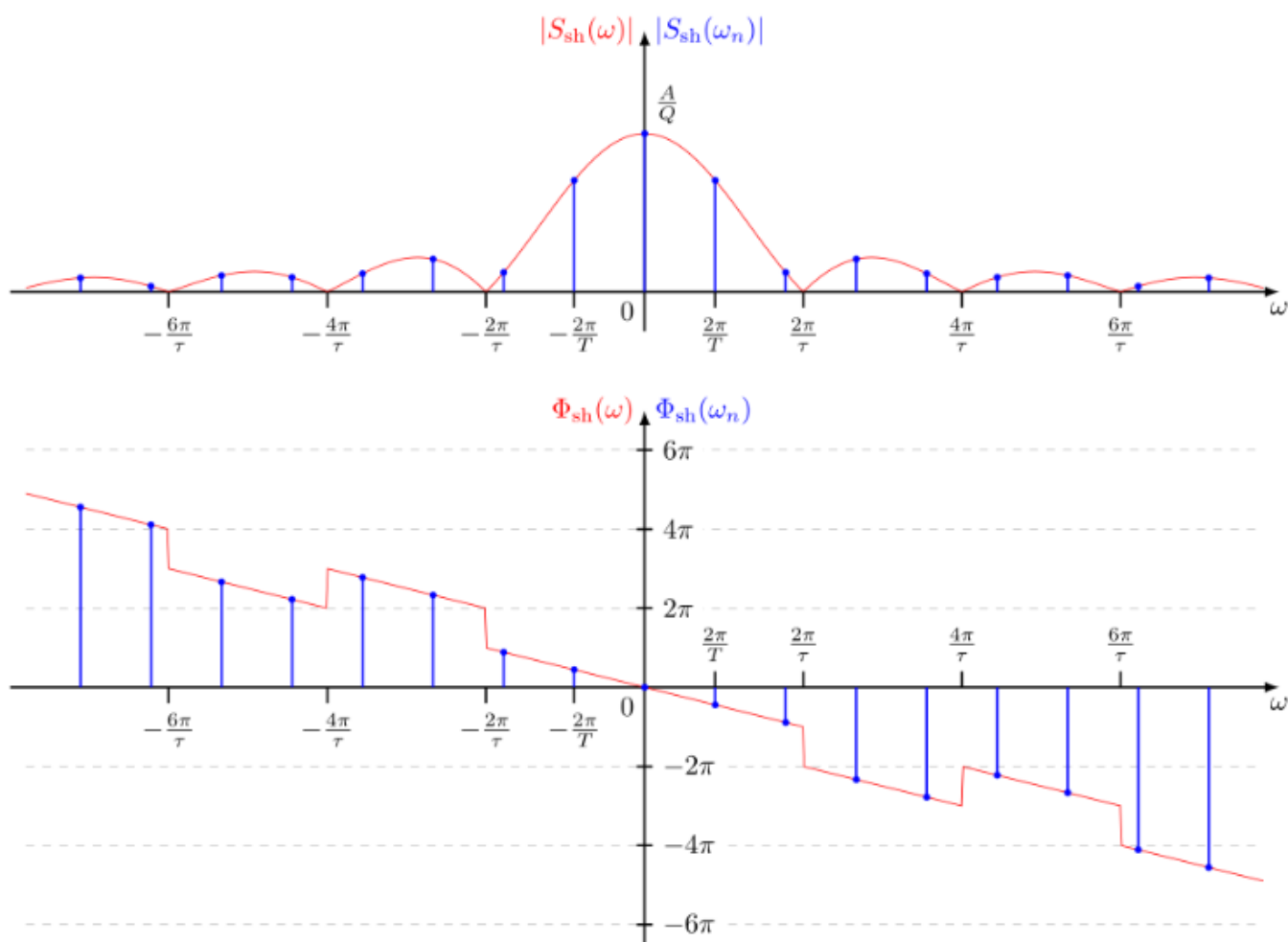


Рисунок 11 – Амплитудный и фазовый спектры смещенной во времени периодической последовательности прямоугольных импульсов

Из рисунка 11 следует, что сдвиг периодического сигнала во времени не изменяет амплитудный спектр сигнала, но добавляет линейную составляющую к фазовому спектру сигнала.

### 2.3.1 Спектр одиночного прямоугольного импульса

Для того чтобы применить данные о периодическом сигнале к одиночному импульсу представим, что этот импульс повторяется с некоторым периодом  $T$  и устремим этот период к бесконечности. Расстояние между соседними гармониками в спектре периодического сигнала равно  $1/T$ . Следовательно, для  $T$  стремящегося к бесконечности расстояние между гармониками стремится к нулю, т. е. они сливаются. Амплитуды этих гармоник, стремятся к нулю, т. к. интеграл берется только в пределах существования импульса (вне импульса  $s(t) = 0$ ).

*Итак, отдельных гармоник в спектре одиночного импульса не будет. Этот спектр является сплошным (в него входят все частоты).*

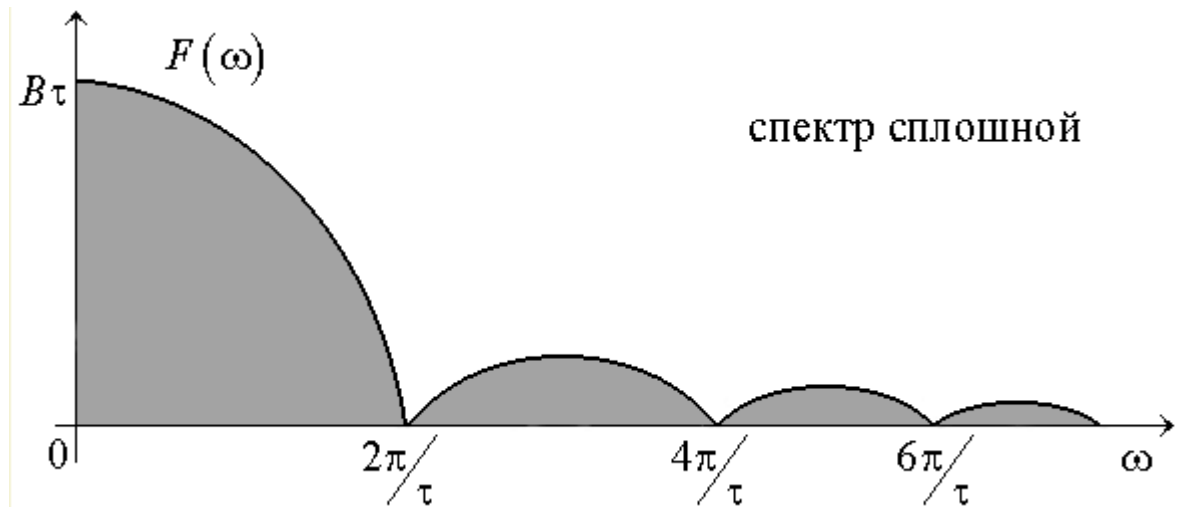


Рисунок 12 – Спектр одиночного прямоугольного импульса

Очевидно, нулевые амплитуды гармоник не могут использоваться для описания спектра.

Для характеристики одиночных импульсов вводят новую характеристику: спектральную плотность  $S(f)$ . Под спектральной плотностью понимают предел отношения амплитуды гармоник к расстоянию между соседними при  $T$  стремящемся к бесконечности.

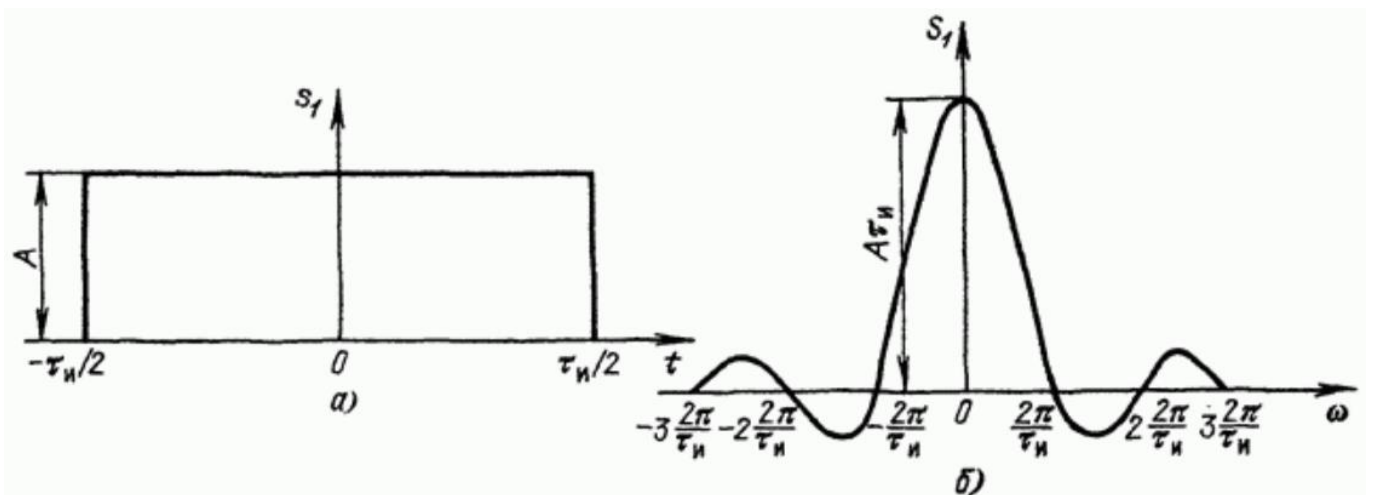


Рисунок 13 – Прямоугольный импульс (а) и его спектральная плотность (б)

Одиночный прямоугольный импульс описывается выражением:

$$s_1(t) = \begin{cases} A & \text{при } -\tau_u/2 \leq t \leq \tau_u/2 \\ 0 & \text{при } t < -\tau_u/2 \text{ и } t > \tau_u/2 \end{cases}$$

Отсюда спектральная плотность будет равна:

$$S_1(\omega) = A \int_{-\tau_u/2}^{\tau_u/2} e^{-i\omega t} dt = \frac{A}{-i\omega} \left( e^{-i\omega_n \frac{\tau_u}{2}} - e^{i\omega_n \frac{\tau_u}{2}} \right) = \frac{2A}{\omega} \sin \frac{\omega \tau_u}{2} = A\tau_u \frac{\sin\left(\omega \frac{\tau_u}{2}\right)}{\omega \frac{\tau_u}{2}}.$$

Заметим, что произведение  $A\tau_u$ , равное площади импульса, определяет значение спектральной плотности импульса при  $\omega=0$ , т.е.  $S_1(0) = A\tau_u$ .

При удлинении (растягивании) импульса расстояние между нулями функции  $S_1(\omega)$  сокращается, что равносильно сужению спектра. Значение  $S_1(0)$  при этом возрастает. При укорочении (сжатии) импульса, наоборот, расстояние между нулями функции  $S_1(\omega)$  увеличивается (расширение спектра), а значение  $S_1(0)$  уменьшается. В пределе при  $\tau_u \rightarrow 0$  ( $A = \text{const}$ ) точки  $\omega_1 = \pm 2\pi / \tau_u$ , соответствующие двум первым нулям функции  $S_1(\omega)$ , удаляются в бесконечность и спектральная плотность, бесконечно малая по величине, становится равномерной в полосе частот от  $-\infty$  до  $+\infty$ .

## 2.4 Спектр меандровой последовательности импульсов

Важным частным случаем последовательности прямоугольных импульсов является *меандр* – *последовательность прямоугольных импульсов со скважностью, равной двум*, когда длительность импульсов и промежутки между ними становятся равными (рисунок 14).

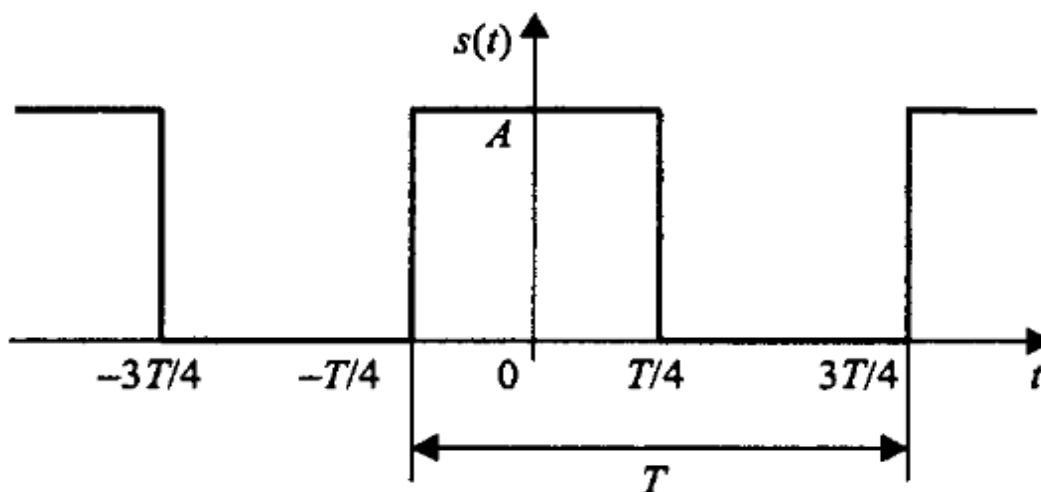


Рисунок 14 – Последовательность прямоугольных импульсов (меандр)



Подставив  $q=2$  в формулу для расчёта коэффициентов  $a_n$  обычной последовательности прямоугольных импульсов, получим:

$$a_n = A \frac{\sin(\pi n / 2)}{\pi n / 2} = \begin{cases} A, & n = 0, \\ 0, & n = 2m, m \neq 0 \\ \frac{2A}{\pi n}, & n = 4m + 1, \\ -\frac{2A}{\pi n}, & n = 4m - 1. \end{cases}$$

Здесь  $m$  - произвольное целое число.

Таким образом в спектре меандра присутствуют только нечётные гармоники. Это согласуется с правилом приведенным выше. Представление меандра в виде ряда Фурье с учётом этого может быть записано следующим образом:

$$s(t) = \frac{A}{2} + \frac{2A}{\pi} \left( \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) - \frac{1}{3} \cos\left(3\frac{2\pi}{T}t\right) + \frac{1}{5} \cos\left(5\frac{2\pi}{T}t\right) - \frac{1}{7} \cos\left(7\frac{2\pi}{T}t\right) + \dots \right).$$

Гармонические составляющие, из которых складывается меандр, имеют амплитуды, обратно пропорциональные номерам гармоник, и чередующиеся знаки.

## 2.5 Спектр пилообразного сигнала

Пилообразный сигнал представлен на рисунке 15.

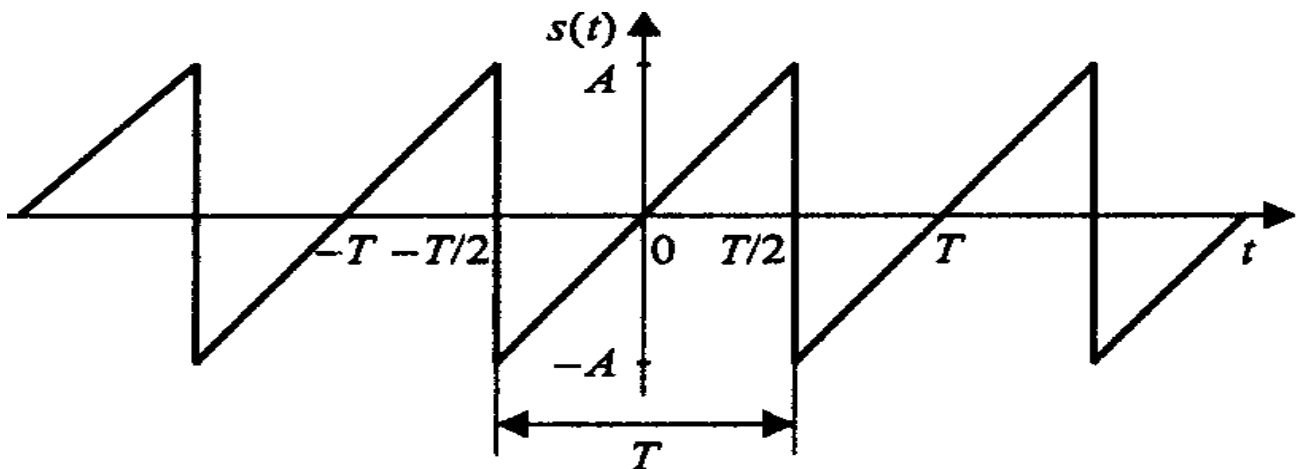


Рисунок 15 – Пилообразный сигнал

В пределах периода он описывается линейной функцией:

$$s(t) = \frac{2A}{T}(t - kT), \quad \left(k - \frac{1}{2}\right)T < t < \left(k + \frac{1}{2}\right)T.$$

Данный сигнал является нечётной функцией, поэтому его ряд Фурье в синусно – косинусной форме будет содержать только синусные слагаемые:

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \frac{2A}{T} t \sin\left(\frac{2\pi n}{T} t\right) dt = -\frac{2A}{\pi n} (-1)^n.$$

Сам ряд Фурье для пилообразного сигнала выглядит следующим образом:

$$s(t) = \frac{2A}{\pi} \left( \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) - \frac{1}{2} \sin\left(2 \frac{2\pi}{T} t\right) + \frac{1}{3} \sin\left(3 \frac{2\pi}{T} t\right) - \frac{1}{4} \sin\left(4 \frac{2\pi}{T} t\right) + \dots \right).$$

У рассмотренных выше спектров прямоугольного и пилообразного периодических сигналов есть одна общая черта – амплитуды гармоник с ростом их номеров убывают пропорционально  $n$ .

## 2.5 Спектр последовательности треугольных импульсов

В данном случае импульсы имеют не пилообразную, а симметричную форму.

$$s(t) = A \left( 1 - 4 \frac{|t - kT|}{T} \right), \quad \left(k - \frac{1}{2}\right)T \leq t \leq \left(k + \frac{1}{2}\right)T.$$

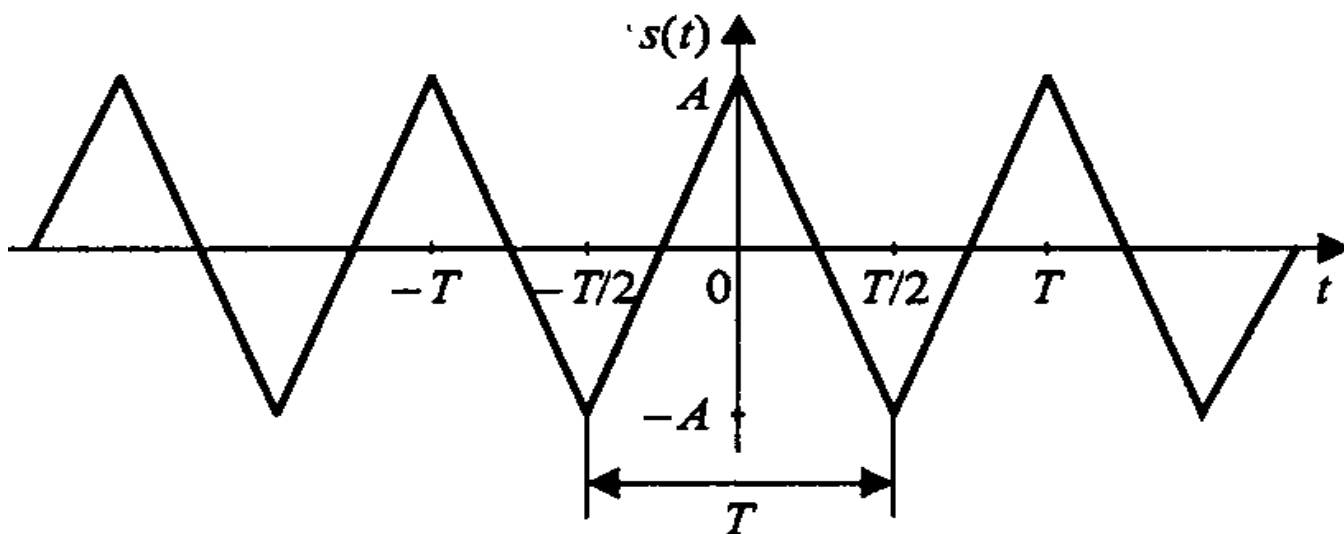


Рисунок 16 – Последовательность треугольных импульсов

Вычислим коэффициенты ряда Фурье (сигнал является чётной функцией, поэтому в синусно – косинусной форме ряда Фурье будут присутствовать только косинусные слагаемые):

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} A \left( 1 - 4 \frac{|t|}{T} \right) \cos \left( \frac{2\pi n}{T} t \right) dt = \frac{4A}{(\pi n)^2} (1 - (-1)^n) = \begin{cases} 0, & n = 2m, \\ \frac{8A}{(\pi n)^2}, & n = 2m + 1. \end{cases}$$

Как и в случае меандра, здесь присутствуют только нечётные гармоники. Сам ряд Фурье имеет следующий вид:

$$s(t) = \frac{8A}{\pi^2} \left( \cos \left( \frac{2\pi}{T} t \right) + \frac{1}{3^2} \cos \left( 3 \frac{2\pi}{T} t \right) + \frac{1}{5^2} \cos \left( 5 \frac{2\pi}{T} t \right) + \frac{1}{7^2} \cos \left( 7 \frac{2\pi}{T} t \right) + \dots \right).$$

Как видите, в отличие от последовательностей прямоугольных и пилообразных импульсов, для треугольного периодического сигнала амплитуды гармоник убывают пропорционально второй степени номеров гармоник  $n$ . Это проявление общего правила, гласящего, что скорость убывания спектра зависит от степени гладкости сигнала. Прямоугольный и пилообразный сигналы имеют разрывы первого рода (скачки), и в их спектрах присутствует множитель  $1/n$ . Треугольный сигнал является непрерывной функцией (но ее первая производная содержит разрывы), и амплитуды гармоник его ряда Фурье содержат множитель  $1/n$ .

Экстраполировав эту зависимость, получим следующее правило: если  $N$  – номер последней непрерывной производной сигнала, то спектр этого сигнала будет убывать со скоростью  $1/n^{N-2}$ . Предельным случаем является гармонический сигнал, дифференцировать который без потери непрерывности можно бесконечно. Согласно общему правилу, это даст бесконечную скорость убывания спектра, что вполне соответствует действительности (ряд Фурье для гармонического сигнала содержит только одну гармонику).

### 3 Основные сведения о программе моделирования Multisim

Вид окна программы Multisim и название основных его элементов приведены на рисунке 17.

Выбор компонентов может выполняться с помощью панели *Component* (Компонент) с помощью меню *Multisim*, вкладки *Place* и диалогового окна *Component*. Во втором случае выполняется несколько больше действий, но имеется возможность разместить любой необходимый компонент.

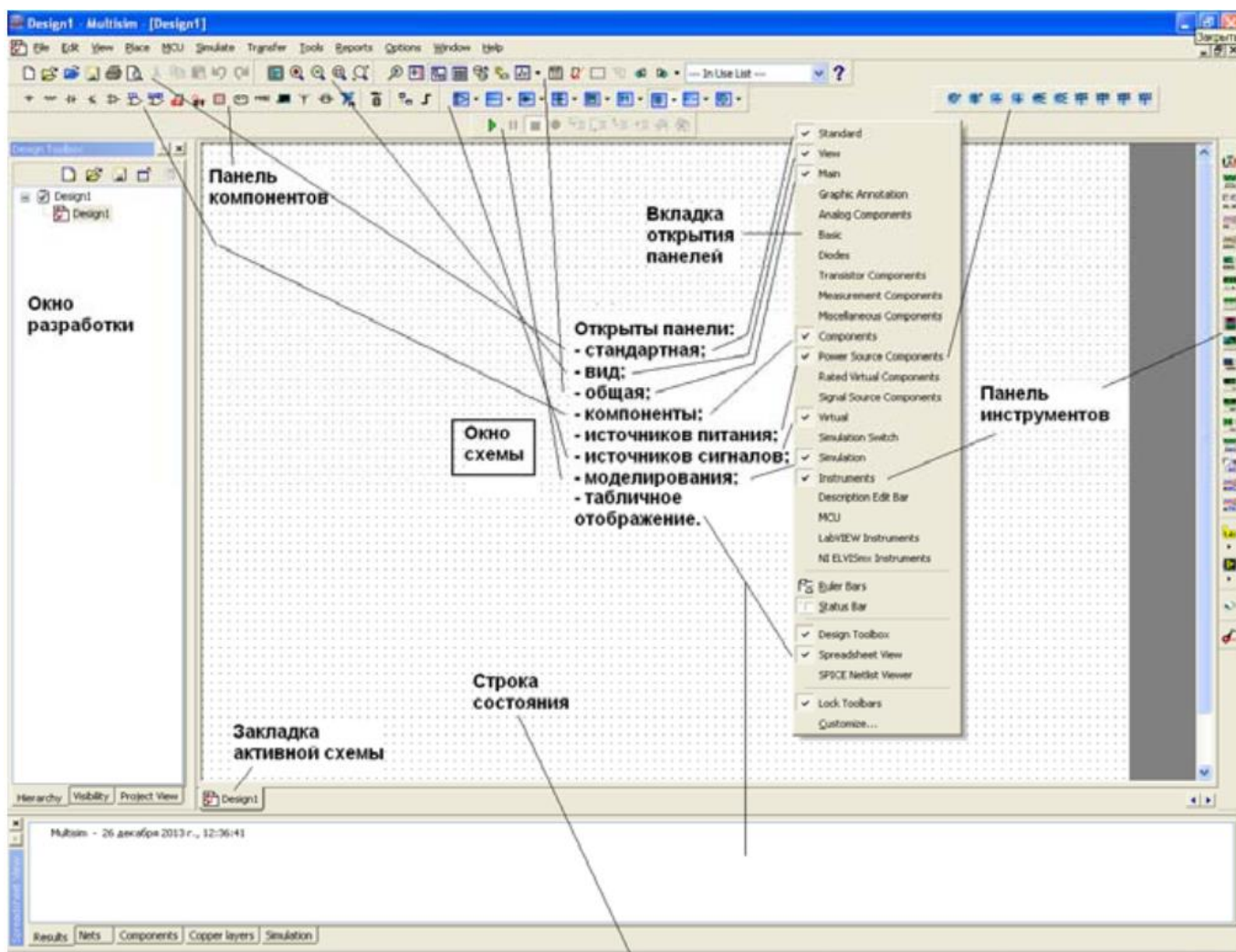


Рисунок 17 – Вид окна программы Multisim

Для быстрого добавления источников переменного тока можно пользоваться панелью инструментов Virtual (Виртуальные).

Виртуальный компонент представляет собой идеальный компонент, такой, например, как диод, резистор, имеющий нестандартное значение, операционный усилитель (ОУ) и так далее. Если нажать одну из кнопок на панели инструментов, появится вложенная панель инструментов (будем называть ее «панель компонентов»). На ней можно быстро выбрать нужный компонент.

Вывод различных панелей в область их расположения обеспечивается установкой флажков перед их названиями в выпадающем меню, появляющемся при установке стрелки курсора в область расположения панелей и щелчке правой кнопкой мышки.

Панель компонентов содержит стандартные компоненты, а именно:

- PowerSources (Источники питания) - одно и трехфазные источники питания, а также источники питания постоянного тока и заземление;

- SignalSources (Источники сигнала) - источники напряжения и тока: источники прямоугольного сигнала, кусочного линейного сигнала и таймеры;
- BasicParts (Базовые компоненты) - базовые компоненты, которые включают резисторы, конденсаторы, катушки и так далее;
- DiodesandZeners (Диоды и стабилитроны);
- TransistorComponents (Транзисторные компоненты) – биполярные транзисторы BJT, мощные полевые транзисторы MOSFET, арсенид галлиевые транзисторы GaAsFET и полевые транзисторы JFET;
- AnalogComponents (Аналоговые компоненты) – операционные усилители (ОУ) и компараторы;
- MiscellaneousComponents (Прочие компоненты) - аналоговые переключатели, предохранители, 7-сегментные дисплеи, двигатели, таймер 555-й серии и так далее;
- RatedComponents (Компоненты с ограничениями) - компоненты, которые имеют физические ограничения и могут выйти из строя при их превышении. Например, резисторы с ограничением по мощности или транзисторы с ограничением по коллекторному току. Если во время моделирования будет превышено предельное значение, компонент в схеме будет показан как вышедший из строя;
- 3D Components (Трехмерные компоненты) - отображаются с использованием элементов трехмерной графики;
- MeasurementsComponents (Измерительные компоненты) - устройства для измерения напряжения и тока, а также пробники логического уровня.

Для соединения компонентов необходимо подвести курсор мыши к контакту компонента. При приближении к контакту курсор мыши будет заменен символом в виде перекрестья. Далее производится щелчок левой кнопкой мыши и перемещение курсора. Вы заметите, что при его перемещении за перекрестьем тянется линия. Если нет необходимости подводить провод к выбранному полюсу, нажмите клавишу ESC, линия исчезнет.

#### **4 Содержание работы и порядок выполнения**

Для проведения спектрального анализа в пакете *Multisim* собирается схема, представленная на рисунке 18.

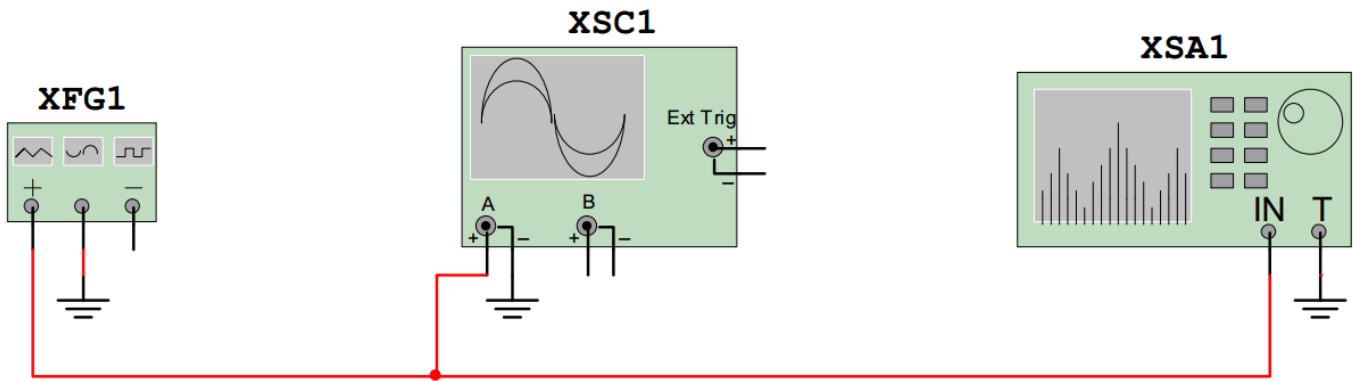


Рисунок 18 – Схема проведения спектрального анализа  
*XFG1* – генератор сигналов, *XSA1* – анализатор спектра,  
*XSC1* – осциллограф

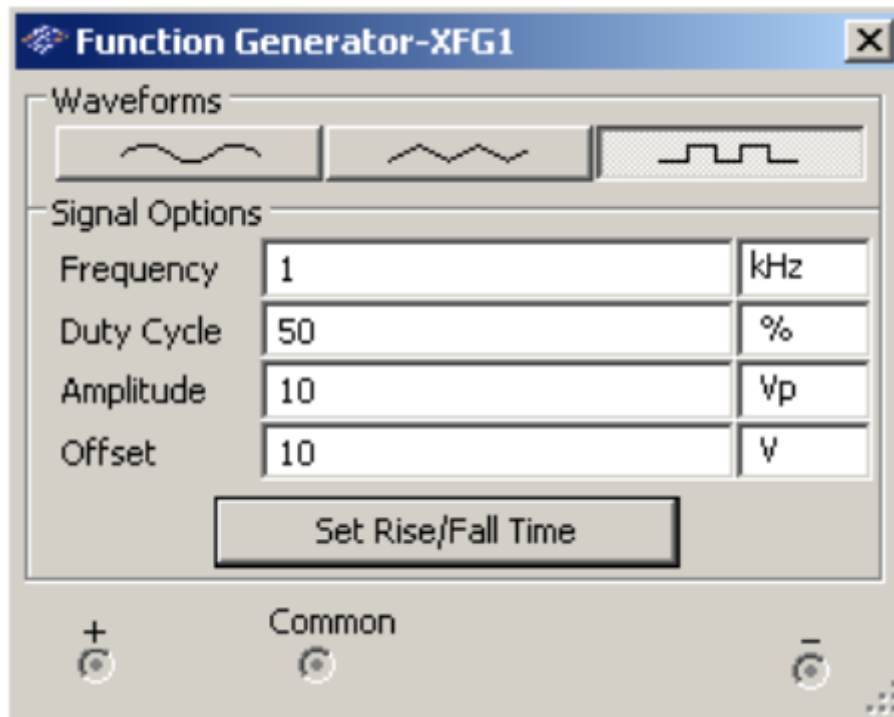


Рисунок 19 – Вид функционального блока генераторов *Waveforms* – форма сигнала, *Frequency* – частота, *DutyCycle* – длительность импульсов (в % от периода сигнала), *Amplitude* – амплитуда сигнала, *Offset* – постоянная составляющая сигнала ( $a_0$ )

#### 4.1 Исследование спектра гармонического сигнала

Настройте генератор сигналов для формирования гармонического сигнала с параметрами: амплитуда  $U = 10$  В; частота  $f = 1$  кГц; смещение  $a_0 = 0$  В.

Установите элементы регулировки анализатора спектра в положения:

Полоса: 10 кГц.

Начало: 0 кГц.

Граница: 10 кГц.

Чувствительность: 2 В/дел.

Число точек разложения: 8192.

Разрешение: 20 Гц.

Зафиксируйте форму и спектр сигнала. Проанализируйте полученные результаты и сделайте выводы о параметрах сигнала и его спектра.

## 4.2 Исследование спектра треугольного сигнала

Настройте генератор сигналов для формирования треугольного сигнала с параметрами: амплитуда  $U = 10$  В; частота  $f = 1$  кГц; длительность: 50 %; смещение  $a_0 = 0$ .

Оставьте элементы регулировки анализатора спектра в том же положении, что и в пункте для исследования гармонического сигнала.

Зафиксируйте форму и спектр сигнала.

Проведите теоретический расчет по формулам для треугольного сигнала с нулевой постоянной составляющей:  $a_0 = 0$ ;

Сопоставьте расчётные значения амплитуд гармоник  $a_n$  с результатами компьютерного моделирования.

Таблица 1

№ гармоники $n$	0	1	2	3	4	5
Расчёт						
Эксперимент						

Проанализируйте полученные результаты и сделайте выводы о параметрах сигнала и его спектра.

## 4.3 Исследование меандровой последовательности

Настройте генератор сигналов для формирования меандра: амплитуда  $U = 10$  В; частота  $f = 1$  кГц; длительность: 50 %; смещение  $a_0 = 0$ .

Оставьте элементы регулировки анализатора спектра в том же положении, что и в пункте для исследования гармонического сигнала.

Зафиксируйте форму и спектр сигнала.

Проведите теоретический расчет по формулам для меандра с нулевой постоянной составляющей:  $a_0 = 0$ ;

Сопоставьте расчётные значения амплитуд гармоник  $a_n$  с результатами компьютерного моделирования.

Таблица 2

№ гармоники $n$	0	1	2	3	4	5
Расчёт						
Эксперимент						

Проанализируйте полученные результаты и сделайте выводы о параметрах сигнала и его спектра.

### 4.3 Исследование последовательности прямоугольных импульсов

Настройте генератор сигналов для формирования последовательности прямоугольных импульсов: амплитуда  $U = 10$  В; частота  $f = 1$  кГц; длительность: 10%; смещение  $a_0 = 10$  В.

Это соответствует импульсам с  $A = 20$  В и скважностью  $q = 10$ . Установите элементы регулировки анализатора спектра в положение:

Полоса: 40 кГц.

Начало: 0 кГц.

Граница: 40 кГц.

Чувствительность: 1 В/дел.

Число точек разложения : 8192.

Разрешение : 20 Гц.

Зафиксируйте форму и спектр сигнала.

Рассчитайте значения максимумов первых трёх лепестков и сопоставьте их с результатами компьютерного моделирования.

Таблица 3

№ лепестка	1	2	3
Расчёт			
Эксперимент			



Измените длительность импульсов: длительность 20%. Зафиксируйте форму и спектр сигнала. Проанализируйте полученные результаты и сделайте выводы о параметрах сигнала и его спектра. Поясните, как изменяется спектр сигнала при изменении длительности импульсов.

Сделайте общие выводы о методах описания и характеристиках сигналов.

## **5 Требования к оформлению отчёта по выполнению практической работы**

Отчёт должен быть оформлен с помощью редактора MS Word, версии 97 и выше (.doc, .rtf).

Параметры страницы:

- верхнее поле- 2 см;
- нижнее поле- 2 см;
- левое поле- 2 см;
- правое поле- 1 см;
- переплет- 0 см;
- размер бумаги А4;
- различать колонтитулы первой страницы.

Шрифт текста: Times New Roman, 14 пунктов, через 1,5 интервала, выравнивание по ширине, первая строка с отступом 1,25 см. Номер страницы внизу, справа, 14 пунктов.

Несложные формулы должны быть набраны с клавиатуры и с использованием команды «Вставка→Символ». Сложные формулы должны быть набраны в редакторе MathType 6.0 Equation.

Отчёт по выполнению практической работы должен содержать:

- название предмета, номер и название практической работы;
- фамилию и инициалы автора, номер группы;
- фамилию и инициалы преподавателя;
- цель работы;
- перечень используемого оборудования;
- последовательность действий при проведении исследований;
- вывод о проделанной работе;
- ответы на контрольные вопросы;
- дату выполнения и личную подпись.

Результаты различных измерений необходимо представить в виде нескольких самостоятельных таблиц и графиков. Каждая таблица и каждый график должны иметь свой заголовок и исходные данные эксперимента.

При выполнении численных расчетов надо записать формулу определяемой величины, сделать соответствующую численную подстановку и произвести вычисления.

## 6 Контрольные вопросы

1. Дайте определение спектра сигнала.
2. Приведите формулы для нахождения коэффициентов для разложения в ряд Фурье периодического сигнала.
3. Как изменяется спектр сигнала при увеличении длительности сигнала? Почему?
4. Как изменяется спектр сигнала при уменьшении длительности сигнала? Почему?
5. Дайте определение линейчатого спектра сигнала.
6. Дайте определение сплошного спектра сигнала.
7. Одинаковый ли спектр имеет последовательность прямоугольных импульсов и одиночный прямоугольный импульс. Почему?
8. Какими коэффициентами определяется разложение в ряд Фурье чётной функции?
9. Какими коэффициентами определяется разложение в ряд Фурье нечётной функции?
10. Дайте определение фазового спектра сигнала.
11. Дайте определение спектральной плотности.
12. Как изменяются амплитудный и фазовый спектры последовательности прямоугольных импульсов при смещении на  $\tau_u / 4$ .
13. Изобразите амплитудные спектры треугольного и пилообразного сигналов. В чём их сходство и различие?

## Практическая работа №2 «Исследование амплитудной модуляции»

### 1 Цель работы

Изучение методов моделирования электронных устройств с помощью программы Multisim, исследование метода амплитудной модуляции (АМ) при передаче непрерывных сообщений, получение осциллограмм и спектрограмм АМ сигнала с различными коэффициентами и частотами модуляции.

### 2 Основные теоретические сведения

Для эффективного использования каналов связи широко используется метод частотного разделения каналов, в котором спектры исходных низкочастотных сигналов переносятся в неперекрывающиеся полосы частот. Обычно при этом передаваемый сигнал становится узкополосным, т. е. эффективная ширина спектра намного меньше его центральной частоты:

$$\Delta f \ll f_0.$$

Такой сигнал формируется с помощью модуляции, т. е. формируется несущее колебание (чаще всего гармоническое), и какой-либо из параметров этого колебания изменяется пропорционально исходному модулирующему сигналу. Полученный сигнал называется модулированным сигналом. Обратный процесс – восстановление исходного сигнала – называется демодуляцией.

В общем виде гармонический сигнал можно записать в виде:

$$s(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Любой из трех параметров этого сигнала: амплитуду  $A$ , частоту  $\omega_0$ , начальную фазу  $\varphi_0$  можно связать с модулирующим сигналом и получить при этом три основных вида модуляции: амплитудную, частотную и фазовую. Частотную и фазовую модуляцию часто объединяют под общим названием – угловая модуляция.

#### 2.1 Амплитудная модуляция

##### 2.1.1 Однотональная амплитудная модуляция

Рассмотрим простой частный случай *однотональной* амплитудной модуляции. Модулирующий сигнал является гармонической функцией:

$$s_M(t) = A_M \cos(\Omega_0 t + \varphi_0).$$

Модулированный сигнал:

$$s_{AM}(t) = (A_0 + A_M \cos(\Omega t + \varphi_0)) \cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Необходимость в дополнительном слагаемом  $A_0$  вызвана тем обстоятельством, что при простом умножении несущей на знакопеременный модулирующий сигнал, огибающая модулированного сигнала будет соответствовать модулю сигнала, а не его амплитуде. Величина  $A_0$  должна быть всегда больше  $A_M$ . Амплитудную модуляцию можно представить как умножение несущей на модулирующий сигнал с добавленной постоянной составляющей.

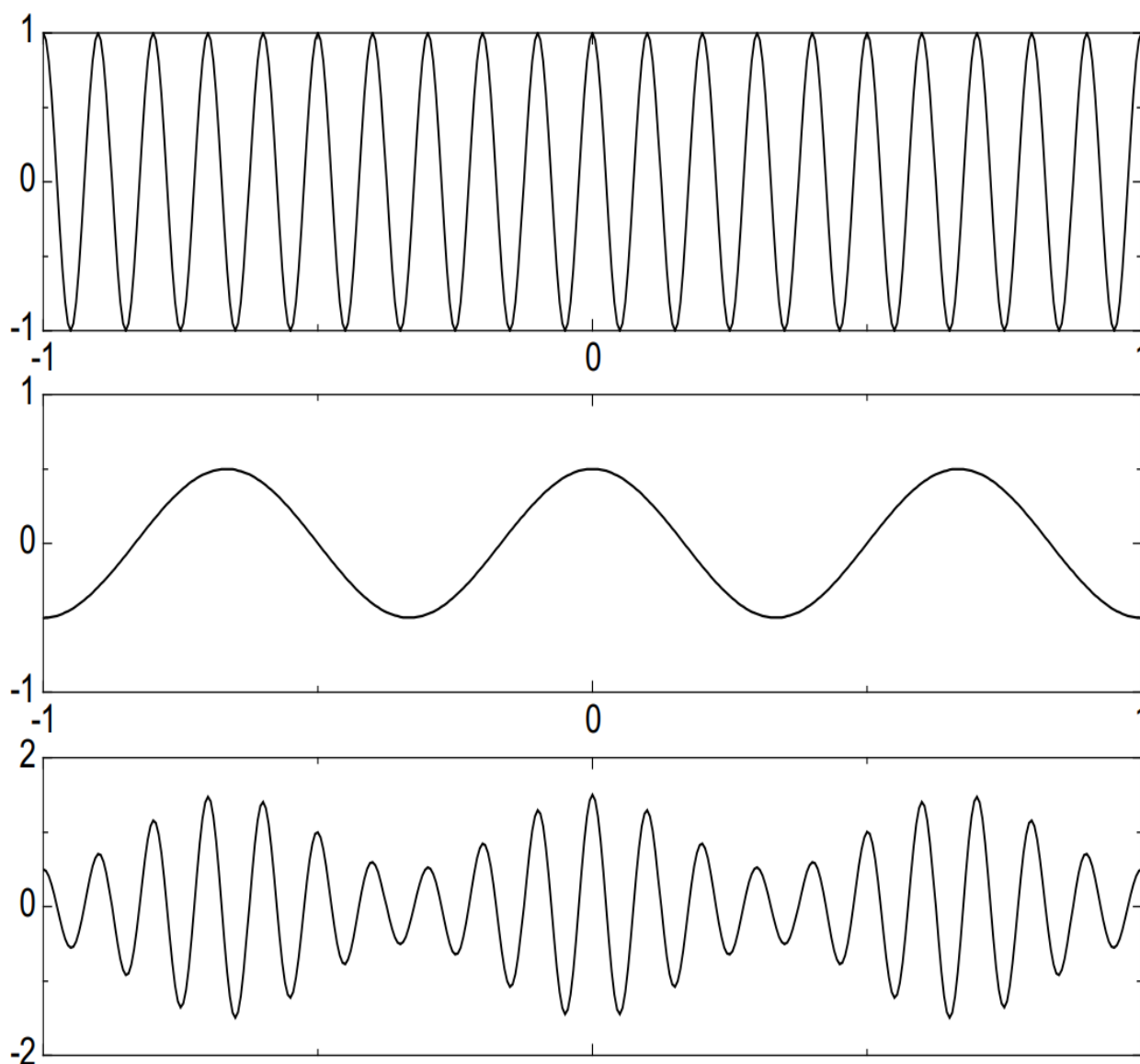


Рисунок 1 – Несущая частота (сверху), модулирующий сигнал (в центре), модулированный сигнал (снизу)

Отношение между амплитудами модулирующего сигнала  $A_M$  и несущего колебания  $A_0$  называется *глубиной (коэффициентом) модуляции*:

$$m = \frac{A_M}{A_0}.$$

Максимальное и минимальное значение огибающей одностонального АМ сигнала равны:

$$A_{\max} = A_0(1 + m),$$

$$A_{\min} = A_0(1 - m).$$

Отсюда следует формула, позволяющая по результатам измерений максимальной и минимальной амплитуды сигнала вычислить глубину модуляции:

$$m = \frac{A_{\max} - A_{\min}}{A_{\max} + A_{\min}}.$$

При  $m > 1$  имеет место перемодуляция.

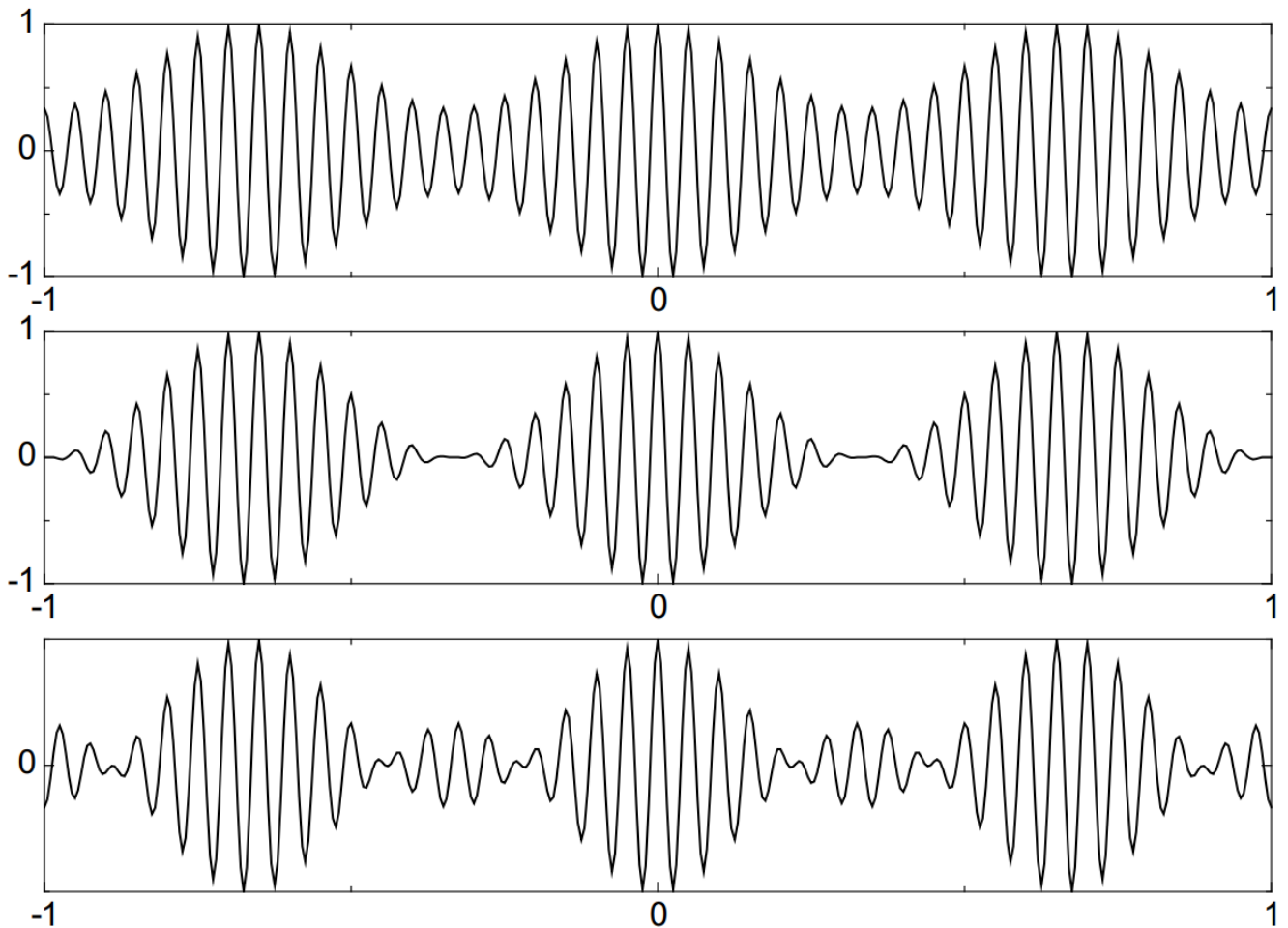


Рисунок 2 – Одностональный АМ сигнал:  $m = 0,5$  (сверху),  $m = 1$  (в центре),  $m = 2$  (снизу)

Сделав тригонометрические преобразования, можно представить АМ сигнал в виде:

$$s_{AM}(t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + \frac{A_0 m}{2} \cos((\omega_0 + \Omega)t + \varphi_0 + \Phi_0) + \frac{A_0 m}{2} \cos((\omega_0 - \Omega)t + \varphi_0 - \Phi_0).$$

Из этой формулы видно, что спектр однотонового АМ сигнала состоит из трёх компонент. Несущее колебание с частотой  $\omega_0$  и амплитудой  $A_0$  не зависит от модулирующего колебания. Две боковые частоты с амплитудой  $\frac{A_0 m}{2}$  смещены вверх и вниз на величину  $\Omega$ . Для верхней боковой частоты начальные фазы несущей и модулирующего сигнала складываются, а для нижней – вычитаются.

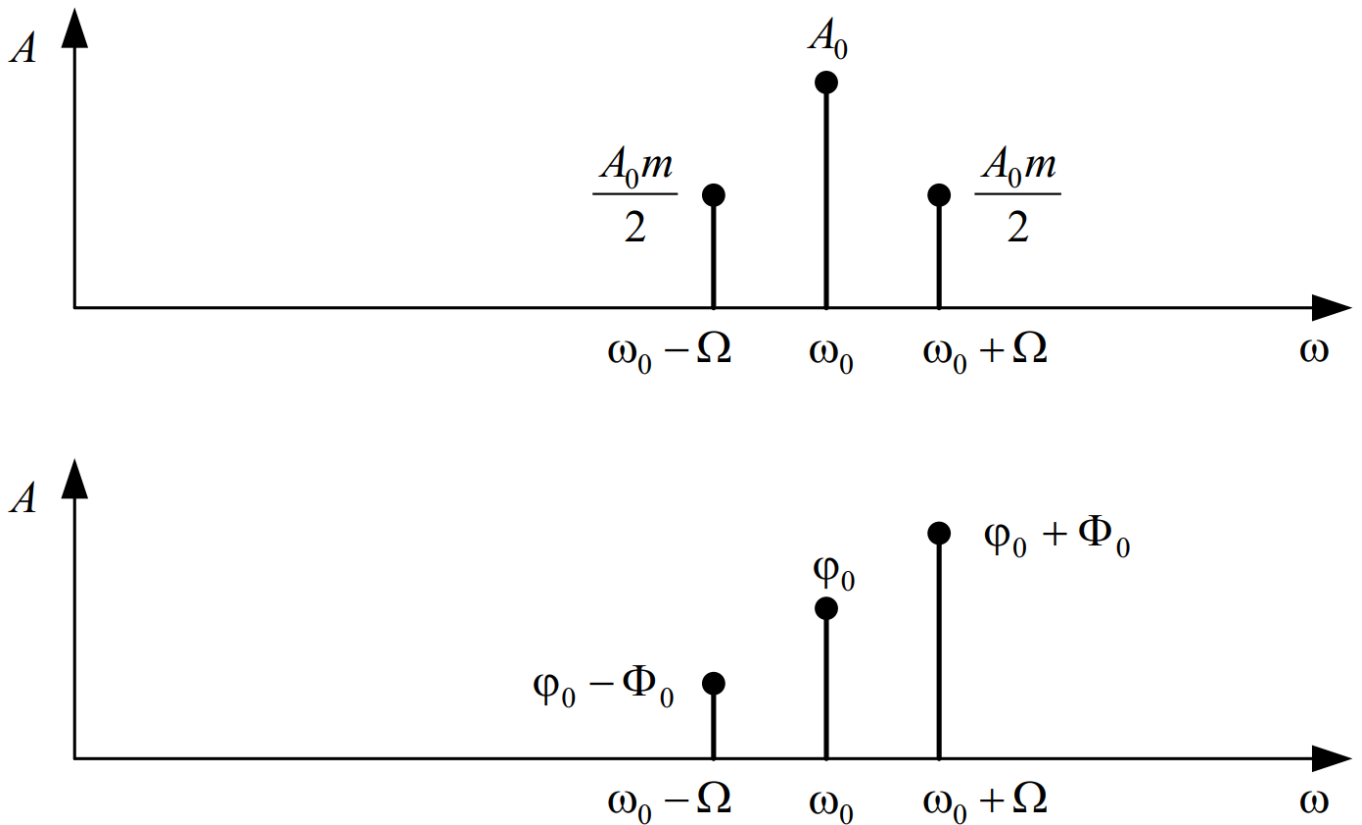


Рисунок 3 – Амплитудный (сверху) и фазовый (снизу) спектры однотонового АМ сигнала

Пиковая мощность ортогонального АМ сигнала составляет:

$$P_{\max} = A_0^2(1 + m)^2.$$

Средняя мощность АМ сигнала вычисляется через предельный переход:

$$P_{cp} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s^2(t) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} (A_0(1 + m \cos(\Omega t + \Phi_0)) \cos(\omega_0 t + \varphi_0))^2 dt = \frac{A_0^2}{2} + \frac{A_0^2 m^2}{4}.$$

Первое слагаемое не зависит от коэффициента модуляции и представляет собой мощность немодулированной несущей. Полезная мощность, заключенная в боковых частотах, представлена вторым слагаемым.

**Коэффициент полезного действия (КПД)** амплитудной модуляции определяется как отношение мощности боковых частот к общей средней мощности:

$$\eta_{AM} = \frac{\frac{A_0^2 m^2}{4}}{A_0^2 \left( \frac{1}{2} + \frac{m^2}{4} \right)} = \frac{m^2}{m^2 + 2}.$$

Как видно из этой формулы, даже при максимальном коэффициенте модуляции ( $m=1$ ) КПД составляет лишь 33 %, т. е., две трети мощности тратится на передачу бесполезной в информационном отношении несущей.

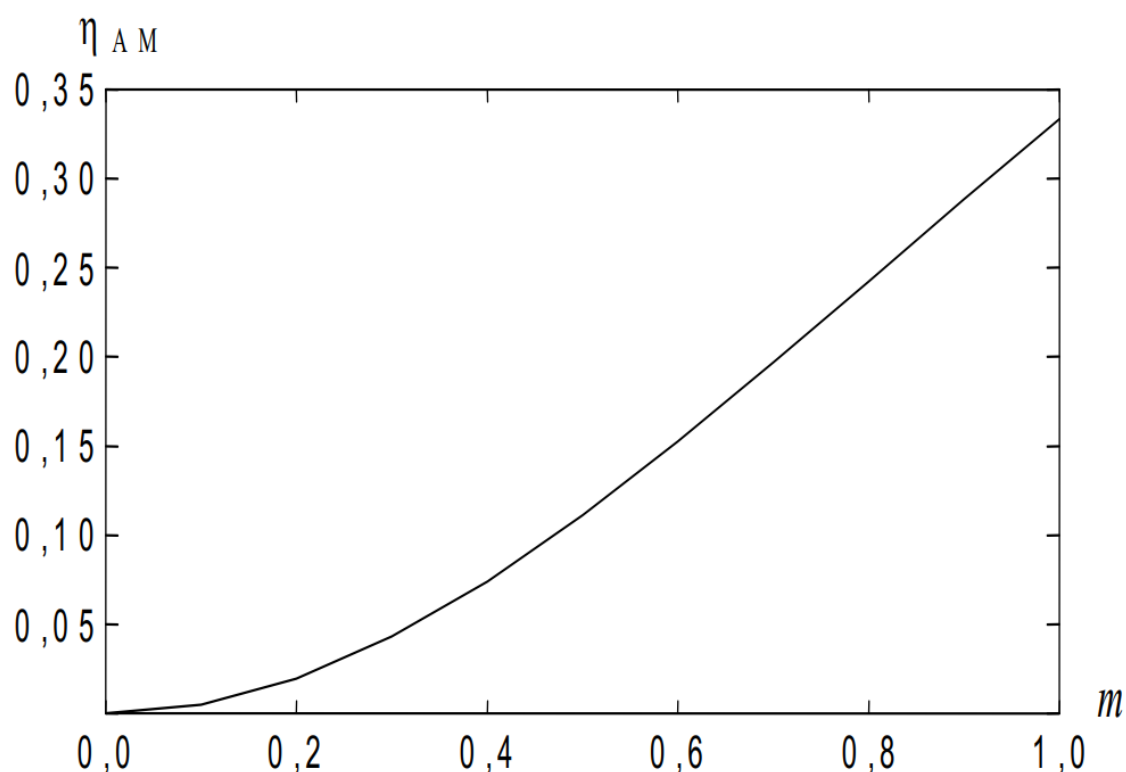


Рисунок 4 – Зависимость КПД от коэффициента амплитудной модуляции

Демодуляция АМ сигнала в простейшем случае осуществляется с помощью **амплитудного детектора**. В случае однополупериодного детектора на выход детектора проходят импульсы одной полярности. В случае двухполупериодного детектора на выходе детектора получается модуль

АМ сигнала. Далее импульсы пропускаются через *фильтр низкой частоты* (ФНЧ) для сглаживания.

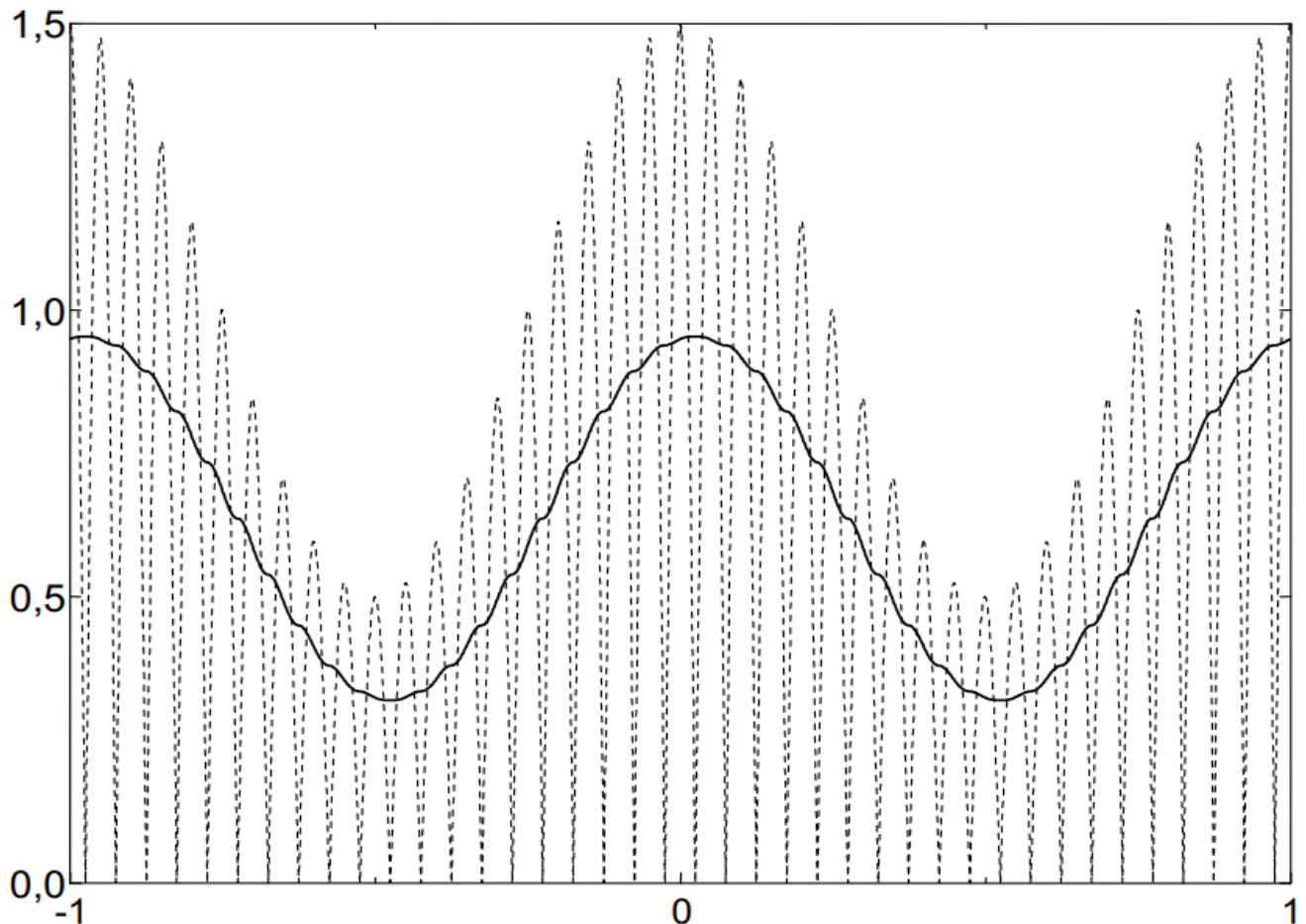


Рисунок 5 – Двухполупериодное детектирование АМ сигнала: модуль сигнала (пунктир), результат после ФНЧ (сплошная линия)

Очевидно, что данный способ детектирования не будет правильно работать в случае перемодуляции. Более совершенный способ – *синхронное детектирование*, суть которого состоит в умножении сигнала на опорное колебание с несущей частотой:

$$y(t) = s_{AM}(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = A(t) \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) = \frac{1}{2} A(t) + \frac{1}{2} \cos(2\omega_0 t + 2\varphi_0).$$

Результат умножения содержит два слагаемых. Первое – это искомая амплитудная функция, второе – АМ сигнал с несущей частотой  $2\omega_0$ . Этот высокочастотный сигнал удаляется путем пропускания через ФНЧ.



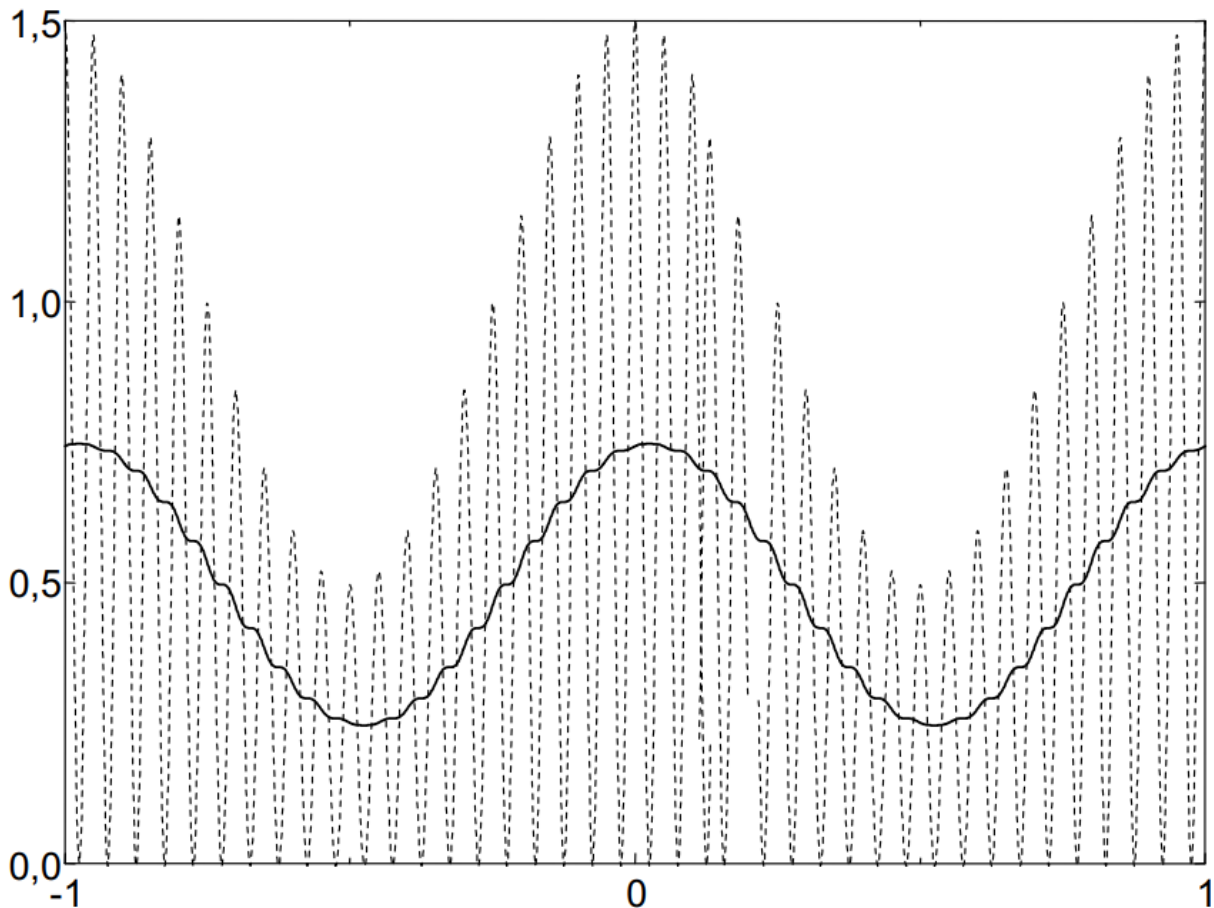


Рисунок 6 – Синхронное детектирование АМ сигнала: умножение на опорное колебание (пунктир), результат после ФНЧ (сплошная линия)

В синхронном детекторе необходимо очень точное совпадение начальных фаз и частот опорного колебания и несущего колебания.

При совпадении частот, но несовпадении начальных фаз выходной низкочастотный сигнал оказывается умноженным на косинус фазовой ошибки:

$$\begin{aligned} y(t) &= s_{AM}(t) \cos(\omega_0 t + \varphi) = A(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \cos(\omega_0 t + \varphi) = \\ &= \frac{1}{2} A(t) \cos(\varphi - \varphi_0) + \frac{1}{2} A(t) \cos(2\omega_0 t + \varphi + \varphi_0) \end{aligned}$$

При наличии фазовой ошибки уровень полезного сигнала на выходе демодулятора падает, а при ошибке равной  $90^\circ$ , становится равным нулю. При наличии частотного сдвига между несущим и опорным колебанием ситуация становится еще хуже – выходной низкочастотный сигнал оказывается умноженным на гармоническое колебание с разностной частотой:

$$\begin{aligned} y(t) &= s_{AM}(t) \cos((\omega_0 + \Delta\omega)t) = A(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \cos((\omega_0 + \Delta\omega)t) = \\ &= \frac{1}{2} A(t) \cos(\Delta\omega t - \varphi_0) + \frac{1}{2} A(t) \cos((2\omega_0 + \Delta\omega)t + \varphi_0). \end{aligned}$$

В результате выходной сигнал будет пульсировать с частотой  $\Delta\omega$ . Это явление называется биениями, а разность частот  $\Delta\omega$  – частотой биений.

Для поддержания частотной и фазовой синхронизации между несущим и опорным колебаниями используют следующие системы фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ).

Достоинством синхронного детектирования является то, что оно позволяет правильно демодулировать сигнал даже в случае перемодуляции.

### 2.1.2 Амплитудная модуляция с подавленной несущей

Для повышения КПД амплитудной модуляции можно удалить бесполезное несущее колебание. Такой способ называется АМ с подавленной несущей частотой (АМ-ПН):

$$s(t) = s_M(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Энергетический выигрыш очень большой (теоретический КПД равен 100%). Ширина спектра такая же, как и в случае обычной АМ, т.к. подавлена средняя частота, а боковые частоты остались на месте.

Демодуляция АМ с подавленной несущей частотой осуществляется с помощью синхронного детектора. Для облегчения задачи синхронизации частоты и фазы опорного колебания несущую частоту подавляют не полностью.

### 2.1.3 Однополосная модуляция

АМ с подавленной несущей частотой имеет преимущества по сравнению обычной АМ только в энергетическом смысле. Ширина спектра при этом остается равной удвоенной частоте модулирующего сигнала.

Легко заметить, что спектры боковых полос АМ сигнала являются зеркальным отражением друг друга, т.е. они несут одинаковую информацию. Поэтому одну из боковых полос можно удалить. Получившаяся модуляция называется однополосной (английский термин – single side band, SSB). В зависимости от того, какая полоса передается, различают однополосный сигнал с верхней или нижней боковой полосой.

Модулятор однополосного сигнала гораздо сложнее обычного амплитудного модулятора. Сложность заключается в том, что необходимо сформировать из исходного модулирующего сигнала его квадратурное дополнение. С частотной точки зрения это означает, что каждой компоненте

спектра исходного сигнала соответствует компонента в квадратурном дополнении с такой же амплитудой и сдвигом по фазе на  $90^\circ$ . Иными словами, каждому косинусу в исходном сигнале соответствует синус в квадратурном дополнении.

К сожалению, не существует идеального квадратурного фазовращателя. Многочисленные схемы, описанные в литературе, дают приемлемую точность фазовой характеристики в определенном диапазоне частот.

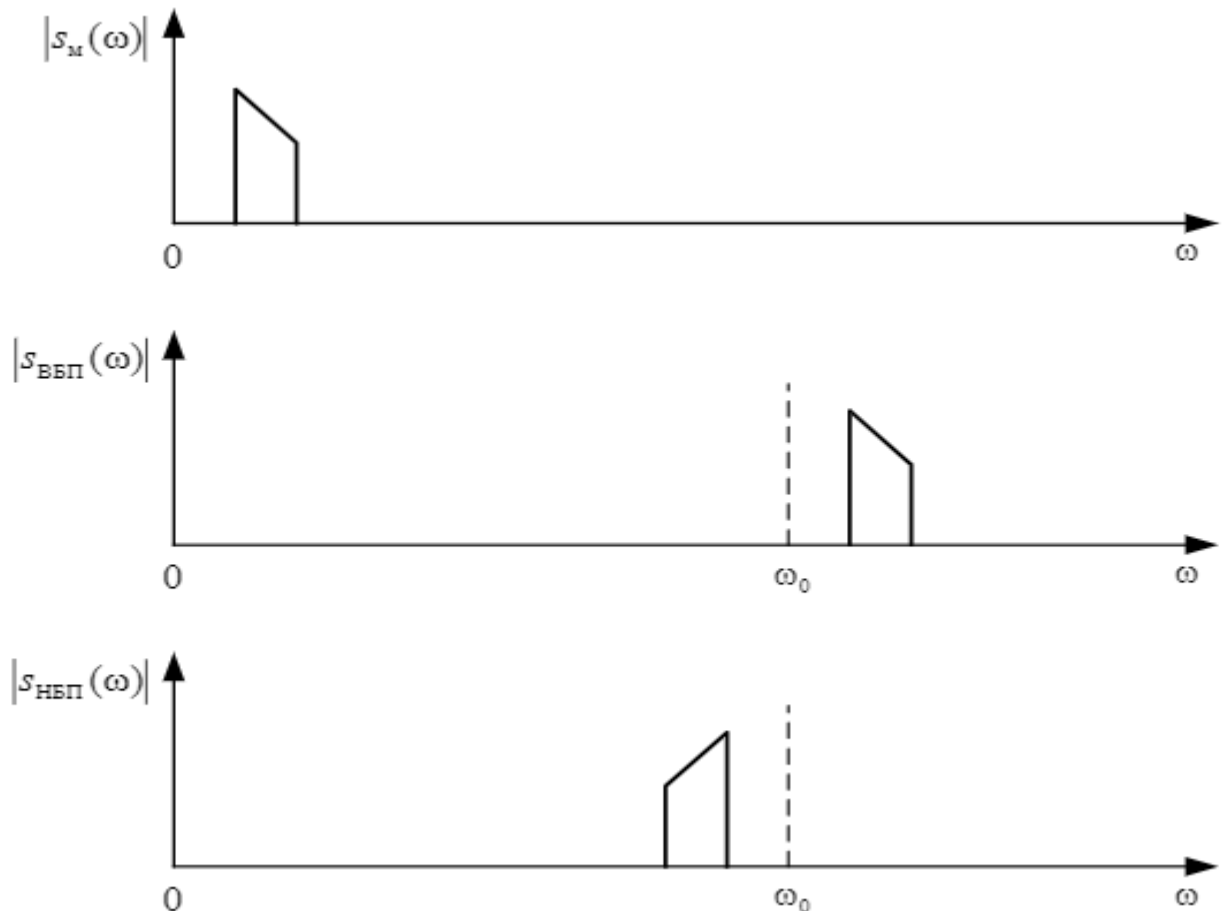


Рисунок 7 – Однополосная модуляция: спектр модулирующего сигнала (сверху), спектр однополосного сигнала с верхней боковой полосой (в центре), спектр однополосного сигнала с нижней боковой полосой (снизу)

Пара квадратурных модулирующих сигналов подается на пару умножителей. На вход несущей частоты первого умножителя подается прямой сигнал, на второй умножитель подается сдвинутый на  $90^\circ$ . В зависимости от того вычитаются или суммируются сигналы с выходов умножителей, получается верхняя или нижняя боковая полоса:

$$s_{\text{ВБП}}(t) = s(t) \cos \omega_0 t - s_{\perp}(t) \sin \omega_0 t = \cos(\omega_0 + \Omega)t$$

$$s_{\text{НБП}}(t) = s(t) \cos \omega_0 t + s_{\perp}(t) \sin \omega_0 t = \cos(\omega_0 - \Omega)t$$

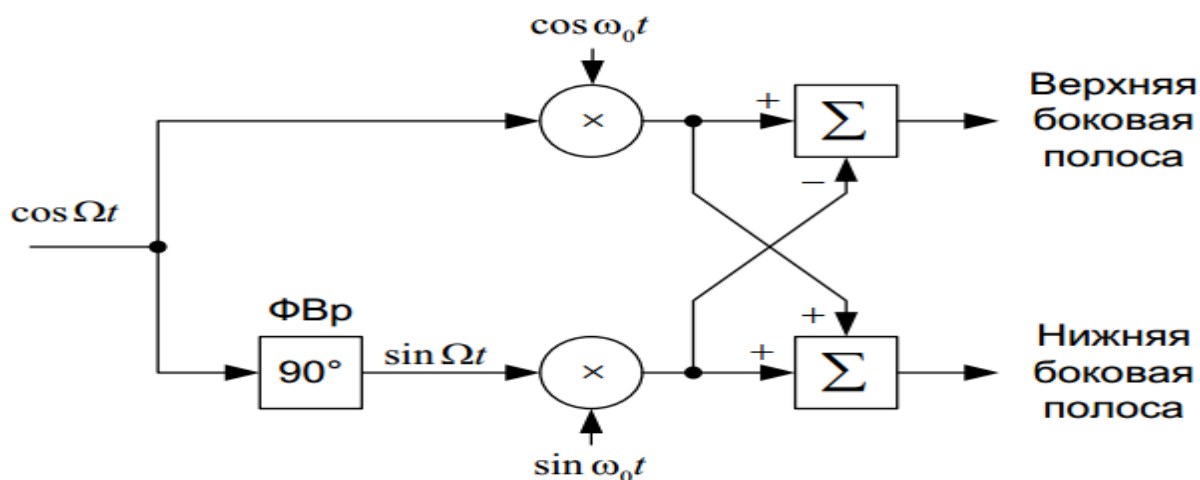


Рисунок 8 – Структурная схема формирователя однополосного сигнала

Амплитудная огибающая однополосного сигнала не похожа на модулирующий низкочастотный сигнал. Для того чтобы убедиться в этом, возьмем в качестве модулирующего сигнала, состоящий из суммы двух гармонических сигналов.

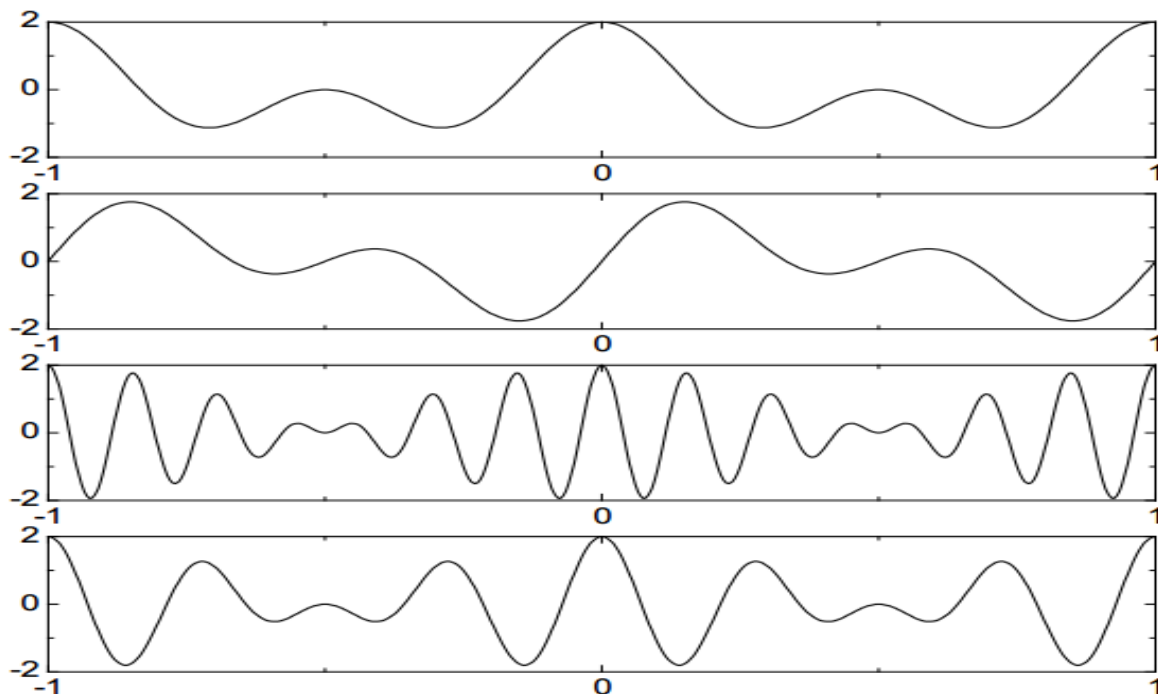


Рисунок 9 – Однополосная модуляция: модулирующий сигнал (первый сверху), квадратурное дополнение модулирующего сигнала (второй сверху), сигнал верхней боковой полосы (третий сверху), сигнал нижней боковой полосы (снизу)

Однополосная модуляция находит широкое применение в технике профессиональной радиосвязи. Демодуляция однополосного сигнала возможна методом синхронного детектирования:

$$y(t) = s_{SSB}(t) \cos \omega_0 t = (x(t) \cos \omega_0 t \pm x_{\perp}(t) \sin \omega_0 t) \cos \omega_0 t = \\ = \frac{1}{2} x(t) + \frac{1}{2} x(t) \cos 2\omega_0 t \pm \frac{1}{2} x_{\perp}(t) \sin 2\omega_0 t.$$

Результат умножения содержит два слагаемых. Первое – модулирующий сигнал, второе – однополосный сигнал на удвоенной несущей частоте.

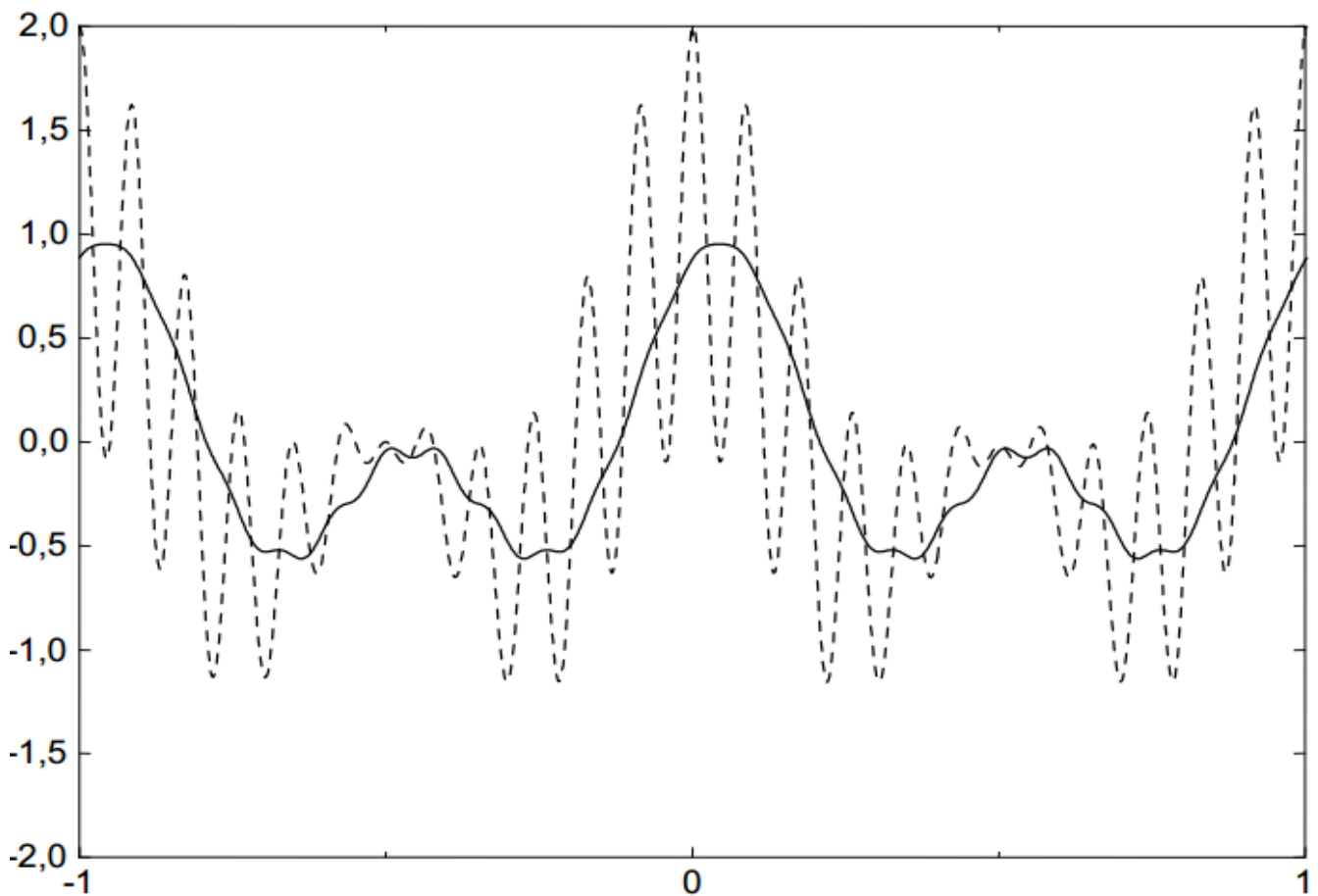


Рисунок 10 – Демодуляция однополосного сигнала: результат умножения на несущее колебание (пунктир), отфильтрованный сигнал (сплошная линия)

Искажения, возникающие при наличии фазового или частотного сдвига опорного колебания, проявляются не так, как в случае демодуляции АМ. В случае фазового сдвига опорного сигнала:

$$y(t) = s_{SSB}(t) \cos(\omega_0 t + \varphi) = (x(t) \cos \omega_0 t \pm x_{\perp}(t) \sin \omega_0 t) \cos(\omega_0 t + \varphi) = \\ = \frac{1}{2} (x(t) \cos \varphi \pm x_{\perp}(t) \sin \varphi) + \frac{1}{2} (x(t) \cos(2\omega_0 t + \varphi) \pm x_{\perp}(t) \sin(2\omega_0 t + \varphi)).$$

Низкочастотная составляющая представляет собой линейную комбинацию сигнала и его квадратурного дополнения. Со спектральной точки зрения это означает фазовый сдвиг всех частотных компонент на угол  $\varphi$ .

Форма сигнала при этом, конечно же, искажается. Приемлемы эти искажения или нет, зависит от характера передаваемого сигнала. Например, человеческое ухо не чувствительно к фазовым искажениям, поэтому в речевом сигнале искажения такого рода будут незаметны.

В случае частотного сдвига опорного колебания:

$$y(t) = s_{SSB}(t) \cos(\omega_0 + \Delta\omega)t = \frac{1}{2}(x(t) \cos \Delta\omega t \pm x_{\perp}(t) \sin \Delta\omega t) + \frac{1}{2}(x(t) \cos(2\omega_0 + \Delta\omega)t \pm x_{\perp}(t) \sin(2\omega_0 + \Delta\omega)t).$$

Низкочастотная составляющая представляет собой однополосный сигнал с несущей частотой  $\Delta\omega$ . С частотной точки зрения это означает сдвиг спектра на  $\Delta\omega$ . Это более серьезные искажения, которые приводят изменению тембра передаваемой речи. Иногда такие искажения используются преднамеренно, например, когда из мужского голоса нужно сделать детский.

#### 4 Содержание работы и порядок выполнения

Собрать экспериментальную установку для исследования АМ сигналов, изображенную на рисунке 11.



Рисунок 11 – Схема экспериментальной установки  
V1 – амплитудный модулятор, XSA1 – анализатор спектра,  
XSC1 – осциллограф

Для настройки амплитудного модулятора необходимо произвести двойной щелчок левой кнопкой мыши по функциональному блоку V1. Появляется диалоговое окно AM\_VOLTAGE параметров амплитудного модулятора (рисунок 12).

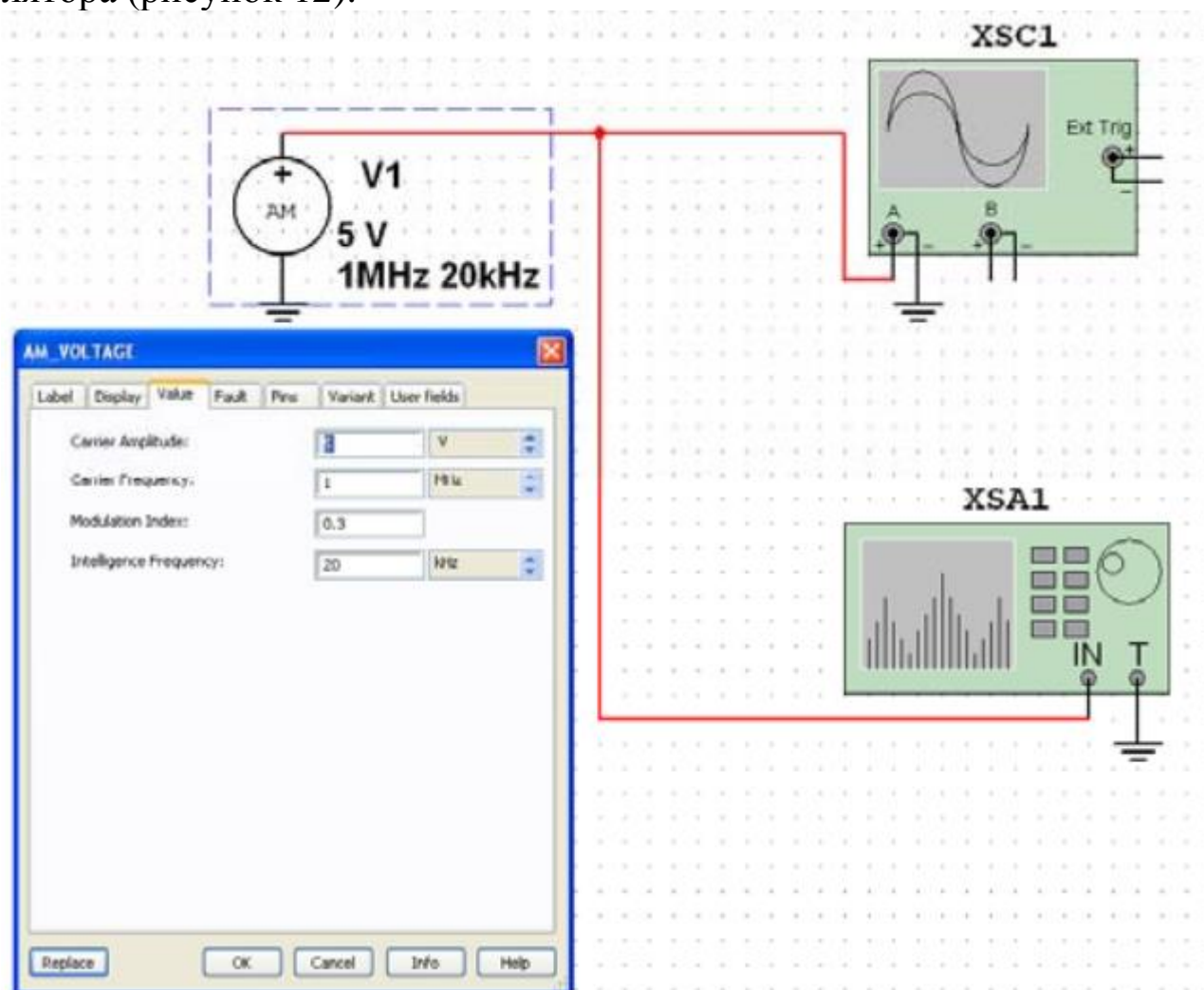


Рисунок 12 – Ввод параметров АМ напряжения

В появившемся окне панели AM\_VOLTAGE во вкладке Value (Величина) ввести параметры АМ напряжения:

- амплитуда несущего колебания (CarrierAmplitude)  $v_c = 5V$  ( $U_0 = 5B$ );
- частота несущего колебания (CarrierFrequency)  $f_c = 100\text{kHz}$  ( $f_0 = 100\text{kHz}$ );
- коэффициент модуляции (ModulationIndex)  $m = 0,3$ ;
- частота модуляции (Intelligence Frequency)  $F_M = 20\text{kHz}$  ( $F_M = 20\text{кГц}$ ) колебания, имитирующего низкочастотный модулирующий сигнал.

Установите элементы регулировки анализатора спектра в положения (рисунок 13):

Диапазон частот (Span): 80 kHz.

Начало (Start): 960 kHz.

Граница (End): 1,04 MHz.

Чувствительность (Range): 1 V/Div (В/дел).

Разрешение (Resolution freq): 200 Hz.

Вкладка Set: число точек разложения БПФ (FFTpoints): 8192.

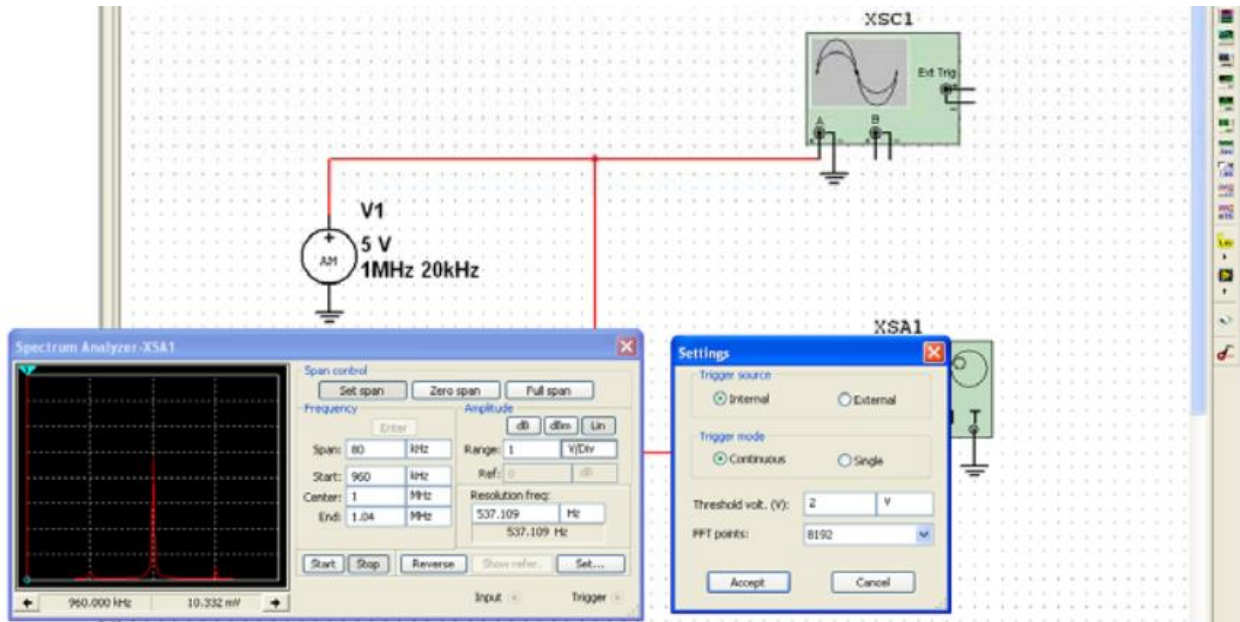


Рисунок 13 – Ввод параметров анализатора спектра

Зафиксируйте форму и спектр сигнала в соответствующем разделе отчета. Сделайте вывод о форме полученного АМ сигнала и его спектре.

Повторите машинный эксперимент при других коэффициентах и частотах модуляции ( $m = 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1; 1,2$  и  $F_M=40$  кГц;  $F_M=70$  кГц). Полученные графики занесите в соответствующий раздел отчета.

Сделайте вывод о форме АМ сигнала и его спектре. Сравните полученные АМ сигналы с аналогичными кривыми, полученными в предварительном расчете.

## 5 Требования к оформлению отчёта по выполнению практической работы

Отчёт должен быть оформлен с помощью редактора MS Word, версии 97 и выше (.doc, .rtf).

Параметры страницы:

- верхнее поле- 2 см;
- нижнее поле- 2 см;
- левое поле- 2 см;



- правое поле- 1 см;
- переплет- 0 см;
- размер бумаги А4;
- различать колонтитулы первой страницы.

Шрифт текста: Times New Roman, 14 пунктов, через 1,5 интервала, выравнивание по ширине, первая строка с отступом 1,25 см. Номер страницы внизу, справа, 14 пунктов.

Несложные формулы должны быть набраны с клавиатуры и с использованием команды «Вставка→Символ». Сложные формулы должны быть набраны в редакторе MathType 6.0 Equation.

Отчёт по выполнению практической работы должен содержать:

- название предмета, номер и название практической работы;
- фамилию и инициалы автора, номер группы;
- фамилию и инициалы преподавателя;
- цель работы;
- перечень используемого оборудования;
- последовательность действий при проведении исследований;
- вывод о проделанной работе;
- ответы на контрольные вопросы;
- дату выполнения и личную подпись.

Результаты различных измерений необходимо представить в виде нескольких самостоятельных таблиц и графиков. Каждая таблица и каждый график должны иметь свой заголовок и исходные данные эксперимента.

При выполнении численных расчетов надо записать формулу определяемой величины, сделать соответствующую численную подстановку и произвести вычисления.

## **6 Контрольные вопросы**

1. Каков спектральный состав АМ сигнала?
2. Как расположены спектральные компоненты АМ сигнала относительно несущей частоты.
3. Покажите, что процесс модуляции связан с переносом спектра сигнала из области низких в область высоких частот?
4. Поясните связь при амплитудной модуляции огибающей сигнала с мгновенным значением низкочастотного модулирующего колебания?
5. Каков принцип работы радиопередатчика с АМ?

### Практическая работа №3 «Исследование частотной модуляции»

#### 1 Цель работы

Изучение методов моделирования электронных устройств с помощью программы Multisim, исследование метода частотной модуляции (ЧМ) при передаче непрерывных сообщений, получение осциллограмм и спектрограмм ЧМ сигнала с различными коэффициентами и частотами модуляции.

#### 2 Основные теоретические сведения

Для описания модулированных колебаний удобно использовать квазигармоническую форму:

$$u(t) = U_0(t) \cos \Phi(t), \quad (1)$$

где  $\Phi(t) = \omega_0 t + \Delta\varphi(t) + \varphi_0$  – текущая фаза;  $\Delta\varphi(t)$  – девиация (отклонение) фазы;  $\varphi_0$  – начальная фаза.

При угловой модуляции (УМ) огибающая  $U_0(t)$  не изменяется  $U_0(t) = \text{const}$ , а изменению подвергается либо фаза, либо её производная.

Фазовая модуляция (ФМ) – вид модуляции, при которой девиация фазы пропорциональна модулирующему сигналу  $u_c(t)$ :

$$\Delta\varphi(t) = K_{\text{ФМ}} u_c(t), \quad (2)$$

где  $K_{\text{ФМ}}$  – константа, характеризующая работу модулятора.

Для частного случая – тональной ФМ, когда в качестве модулирующего сигнала используется гармонический сигнал низкой частоты ( $\Omega \ll \omega_0$ ):

$$u_c(t) = U_c \cos \Omega t,$$

девиация фазы согласно (2) равна:

$$\Delta\varphi(t) = K_{\text{ФМ}} U_c \cos \Omega t = M_{\text{ФМ}} \cos \Omega t, \quad (3)$$

где  $M_{\text{ФМ}} = K_{\text{ФМ}} U_c = \Delta\varphi_{\text{max}}$  – индекс фазовой модуляции, имеющий смысл максимальной девиации фазы. Подставив (3) в (1), получим выражение для тональной ФМ:

$$u_{\text{ФМ}}(t) = U_0 \cos[\omega_0 t + M_{\text{ФМ}} \cos \Omega t],$$

(в этом выражении и далее полагается  $\varphi_0 = 0$ ).

Частотная модуляция (ЧМ) – вид модуляции, при котором девиация частоты пропорциональна модулирующему сигналу:

$$\Delta\omega(t) = K_{\text{ЧМ}} u_c(t),$$

где  $K_{\text{ЧМ}}$  – константа, характеризующая работу модулятора.

Производная от текущей фазы равна мгновенной частоте сигнала  $\omega(t)$ :

$$\omega(t) = \frac{d}{dt} \Phi(t) = \omega_0 + \frac{d}{dt} [\Delta\varphi(t)] = \omega_0 + \Delta\omega(t),$$

равной сумме несущей частоты  $\omega_0$  и девиации частоты  $\Delta\omega(t)$ , изменяющейся под управлением модулирующего сигнала. В каждый момент времени мгновенная частота сигнала имеет только одно значение, в то время как спектр сигнала может состоять из большого числа частотных составляющих.

В частном случае тональной ЧМ:

$$u_c(t) = U_c \cos \Omega t, \quad \Delta\omega(t) = K_{\text{ЧМ}} U_c \cos \Omega t = \Delta\omega_{\text{max}} \cos \Omega t,$$

мгновенная частота равна:

$$\omega(t) = \omega_0 + \Delta\omega(t) = \omega_0 + \Delta\omega_{\text{max}} \cos \Omega t,$$

а полная фаза:

$$\begin{aligned} \Phi(t) &= \int_0^t \omega(\tau) d\tau = \int_0^t \omega_0 d\tau + \int_0^t \Delta\omega_{\text{max}} \cos \Omega \tau d\tau = \\ &= \omega_0 t + \frac{\Delta\omega_{\text{max}}}{\Omega} \sin \Omega t = \omega_0 t + M_{\text{ЧМ}} \sin \Omega t. \end{aligned}$$

Здесь  $M_{\text{ЧМ}} = \Delta\omega_{\text{max}}/\Omega$  – индекс ЧМ, имеющий смысл максимальной девиации частоты. Подставив последнее выражение в (1), получим:

$$u_{\text{ЧМ}}(t) = U_0 \cos[\omega_0 t + M_{\text{ЧМ}} \sin \Omega t].$$

Из сопоставления выражений для тональных ФМ и ЧМ следует, что они отличаются только начальной фазой, что даёт основание рассматривать их как одно общее колебание с УМ:

$$u_{\text{УМ}}(t) = U_0 \cos[\omega_0 t + M_{\text{УМ}} \sin \Omega t].$$

Представим это выражение в комплексной форме (аналитический сигнал):

$$\dot{u}_{\text{УМ}}(t) = U_0 e^{j[\omega_0 t + M_{\text{УМ}} \sin \Omega t]} = U_0 e^{j\omega_0 t} \cdot e^{jM_{\text{УМ}} \sin \Omega t}. \quad (4)$$

Последний множитель в этом выражении является периодической функцией времени. Разложим его в ряд Фурье:

$$e^{jM \sin \Omega t} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(M) e^{jk\Omega t}. \quad (5)$$

Коэффициентами разложения являются функции Бесселя первого рода  $k$ -го порядка от индекса модуляции  $M$  (рисунок 2).

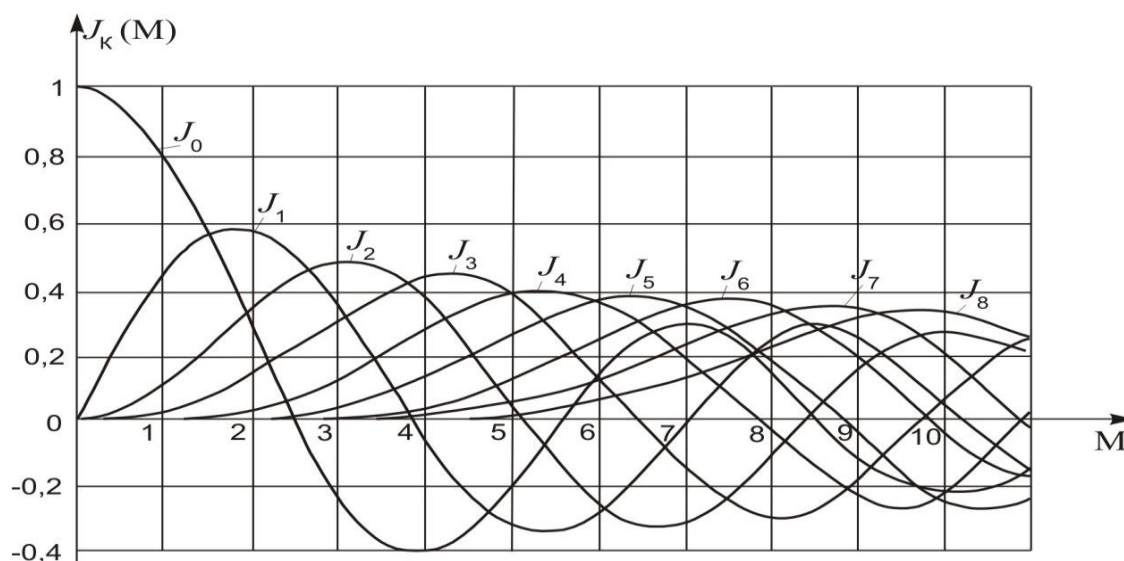


Рисунок 2 – Функция Бесселя для  $M \geq 0$ .

Подставив (5) в (4), получим:

$$\dot{u}_{\text{УМ}}(t) = U_0 \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(M_{\text{ЧМ}}) e^{j[\omega_0 + k\Omega]t}.$$

Взяв вещественную часть от этого выражения, перейдем от комплексной записи к канонической форме квазигармонического колебания:

$$u_{\text{УМ}}(t) = U_0 \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(M_{\text{УМ}}) \cos(\omega_0 + k\Omega)t.$$

Из этого выражения видно, что спектр амплитуд модулированного колебания состоит из бесконечного числа спектральных линий, расположенных на частотной оси с равномерным шагом  $\Omega$ . Амплитуды спектральных линий определяются произведением амплитуды модулированного колебания  $U_0$  на соответствующие значения функции Бесселя –  $U_0 J_k(M)$ . Но так как максимальное значение функции Бесселя равно единице ( $J_0$  при  $M=0$ ), то значения  $J_k(M)$  могут рассматриваться как относительные амплитуды спектральных составляющих.

Практическая ширина спектра сигнала с УМ ограничивается составляющими с относительной амплитудой более 0,1 (относительная мощность больше 1%). Номер такой составляющей ( $k_{\text{гр}}$ ) находится из выражения:

$$J_{k_{\text{гр}}}(k_{\text{гр}} - 1) > 0,1.$$

Аргументом функции Бесселя является индекс модуляции  $M$ , следовательно  $k_{\text{гр}} - 1 = M$ , откуда:

$$k_{\text{гр}} = M + 1.$$

Составляющая спектра с номером  $k_{\text{гр}} + 1$  имеет относительную амплитуду менее 0,1, т.е. окажется за пределами практической ширины спектра.

Последнее выражение позволяет по индексу модуляции  $M$  оценить число спектральных линий в практической ширине спектра. Так, например, при  $M=3,2$  граничное значение  $k_{\text{гр}}=4$  (ближайшее целое число). Следовательно, в спектре такого сигнала должны быть несущая и четыре пары боковых частот. Эти результаты легко проверить по графикам бесселевых функций (рис. 2). Действительно, четвертая пара боковых имеет относительную амплитуду  $J_4(3,2)=0,16$ , т.е. находится в пределах практической ширины спектра, а следующая пятая пара боковых имеет относительную амплитуду  $J_5(3,2)=0,04$ , т.е. находится за пределами этой полосы. Из рисунка 3 следует, что практическая ширина спектра  $2\Delta\omega^* = 2\Omega(M+1)$ .

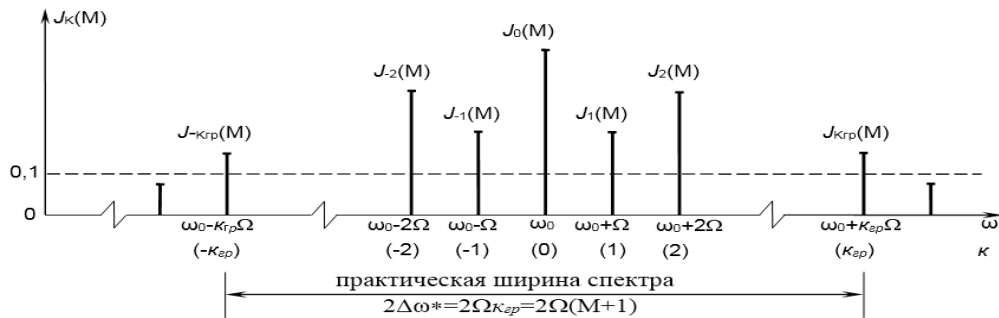


Рисунок 3 – К определению практической ширины спектра при угловой модуляции

Здесь отложены относительные амплитуды  $J_k(M)$ ; для построения амплитудного спектра все составляющие следует умножить на  $U_0 = \text{const}$ .

Для ФММ =  $M_{\text{ФМ}}$ . Индекс ФМ  $M_{\text{ФМ}} = \Delta\varphi_{\text{max}}$  и зависит от амплитуды модулирующего сигнала  $U_c$ . Поэтому практическая ширина спектра при ФМ равна:

$$2\Delta\omega^*_{\text{ФМ}} = 2\Omega(M_{\text{ФМ}} + 1)$$

и зависит как от частоты, так и от амплитуды модулирующего сигнала.

Для ЧММ =  $M_{\text{ЧМ}} = \Delta\omega_{\text{max}}/\Omega$ , где  $\Delta\omega_{\text{max}}$  пропорциональна амплитуде модулирующего сигнала  $U_c$ :

$$2\Delta\omega^*_{\text{ЧМ}} = 2\Omega\left(\frac{\Delta\omega_{\text{max}}}{\Omega} + 1\right) = 2\Delta\omega_{\text{max}} + 2\Omega.$$

Обычно  $\Delta\omega_{\text{max}} \gg \Omega$  и  $2\Delta\omega^*_{\text{ЧМ}} \cong 2\Delta\omega_{\text{max}}$ , т.е. при ЧМ практическая ширина спектра зависит от амплитуды и почти не зависит от частоты модулирующего сигнала  $\Omega$ . Следовательно, практическая ширина спектра ЧМ сигнала значительно меньше, чем для ФМ сигнала при тех же параметрах модуляции, что и определило широкое использование ЧМ в радиовещании и связи.

Выходная мощность передатчика с УМ на некоторой нагрузке  $R_H$  может быть найдена как сумма мощностей, отдельных составляющих спектра:

$$\begin{aligned} P_{\text{вых}} &= P(\omega_0) + P(\omega_0 + \Omega) + P(\omega_0 - \Omega) + P(\omega_0 + 2\Omega) + \dots = \\ &= \frac{U_0^2}{2R_H} [J_0^2(M) + J_1^2(M) + J_{-1}^2(M) + J_2^2(M) + \dots] = P_0. \end{aligned}$$

Здесь  $U_0^2/2R_H = P_0$  – мощность гармонического (немодулированного) сигнала, а сумма в квадратных скобках, согласно свойству 4 бесселевых функций, равна единице. Следовательно, мощность передатчика с угловой

модуляцией остается постоянной независимо от параметров модуляции. В этом отношении ЧМ и ФМ выгодно отличаются от АМ, для которой выходная мощность передатчика меняется в больших пределах (например, при максимальной глубине модуляции  $M_{AM}=1$ , мощность передатчика АМ меняется от нуля до  $4P_0$ ).

В спектрах ЧМ сигналов нет низкочастотной составляющей, соответствующей исходному моделирующему сигналу. Для того чтобы восстановить сигнал сообщения необходимо осуществить детектирование – процесс, обратный модуляции. Детектирование, как и модуляция, – нелинейное преобразование сигнала. Нелинейный элемент обогащает спектр выходного сигнала новыми спектральными компонентами, а фильтр выделяет низкочастотные компоненты. В качестве нелинейных элементов при детектировании можно использовать транзисторы и полупроводниковые диоды. Чаще всего используются полупроводниковые диоды, причём применяются только точечные диоды, так как плоскостные диоды имеют большую входную ёмкость.

При детектировании ЧМ сигнала напряжение на выходе частотного детектора (ЧД) должно воспроизводить закон изменения мгновенной частоты входного сигнала. Поэтому для идеального ЧД

$U_{\text{вых}}(t) = S_{\text{чд}}(t)\Delta f(t)$ , где  $S_{\text{чд}}$  – крутизна характеристики ЧД. При этом предполагается, что  $\Delta f(t)$  и  $U_{\text{вых}}(t)$  являются «медленными» функциями времени. В отличие от амплитудного детектора, для образования частот сообщения (низкочастотной компоненты) одного лишь нелинейного элемента недостаточно: нелинейность диода проявляется при изменении действующего на него напряжения, а не при изменении частоты. Поэтому для осуществления ЧМ детектирования требуются дополнительные преобразования.

Существует два класса ЧД: в одних детекторах ЧМ сигналы с помощью колебательного контура преобразуются в АМ сигналы, а потом детектируются, в других (дискриминатор, детектор отношений) – при детектировании ЧМ сигналов используется зависимость от частоты в колебательном контуре разности фаз между током и напряжением.

Основными характеристиками и параметрами ЧД являются:

- 1) семейство детекторных характеристик:  $\Delta U = F(f)$  при  $U_0 = \text{const}$ ;
- 2) крутизна детекторной характеристики:  $S_{\text{чд}} = \Delta U / \Delta f$ ;
- 3) диапазон частот  $\Delta f_{\text{лин}}$ , в котором детекторная характеристика достаточно линейна;
- 4) входное сопротивление:  $R_{\text{вх}} = U_0 / I_0$ ;

5) минимальное  $U_{0\min}$  и максимальное  $U_{0\max}$  значения амплитуды входного сигнала, при которых гарантируются основные качественные показатели;

б) выходное сопротивление:  $R_{\text{вых}} = U_{\Omega}/I_{\Omega}$ , определяемое свойствами АД;

7) нелинейные искажения выходного сигнала:

$$\gamma = \sqrt{\frac{P_{2\Omega} + P_{3\Omega} + P_{4\Omega} + \dots}{P_{\Omega}}}.$$

Рассмотрим процесс детектирования высокочастотных ЧМ сигналов на примере некоторых схем ЧД первого типа. В этих детекторах используются:

- амплитудный ограничитель (АО) ЧМ сигнала;
- избирательная линейная цепь, преобразующая частотную модуляцию в амплитудную;
- амплитудный детектор.

АО ЧМ сигнала позволяет устранять нежелательные изменения амплитуды высокочастотного колебания, возникающие вследствие воздействия помех на радиосигнал при передаче ЧМ сигналов через избирательные цепи, при относительном изменении положения передатчика и приёмника ЧМ сигнала и т. д., и представляет собой сочетание нелинейного элемента и избирательной нагрузки. В качестве линейной цепи можно использовать любую электрическую цепь, обладающую неравномерной частотной характеристикой: RL-, RC- фильтры, колебательные контуры и т. д. Наибольшее применение получили колебательные цепи.

Самой простой является схема, в которой ЧМ сигнал с несущей  $f_0$  подаётся на колебательный контур с частотой резонанса  $f_p = f_0$  (рисунок 4, а). Добротность контура выбирается таким образом, чтобы при удвоенной девиации частоты рабочий участок амплитудно-частотной характеристики был линейным. В этом случае при изменении частоты ЧМ сигнала амплитуда напряжения на контуре  $U_k(t)$  будет изменяться во времени в соответствии с законом модуляции  $f(t)$  (рисунок 5).



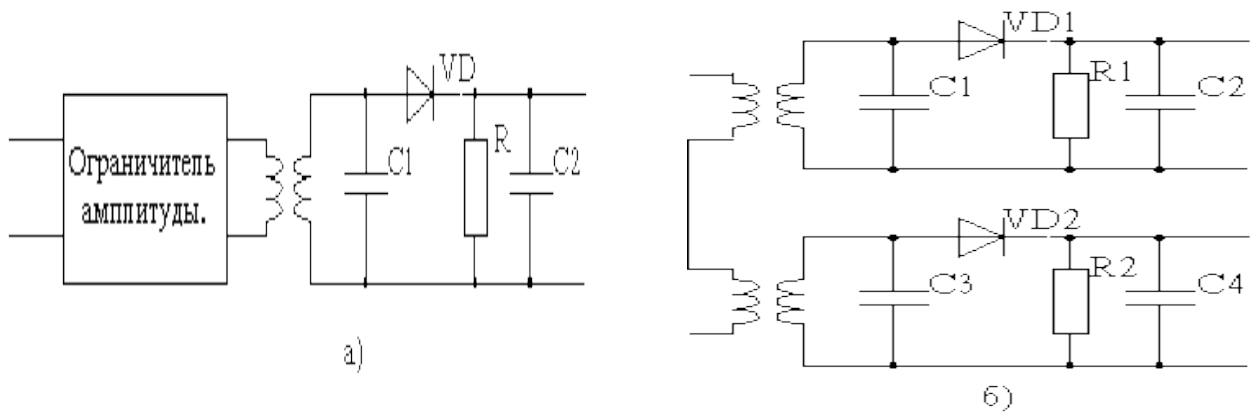


Рисунок 4 – Схемы простейшего (а) и дифференциального (б) ЧД

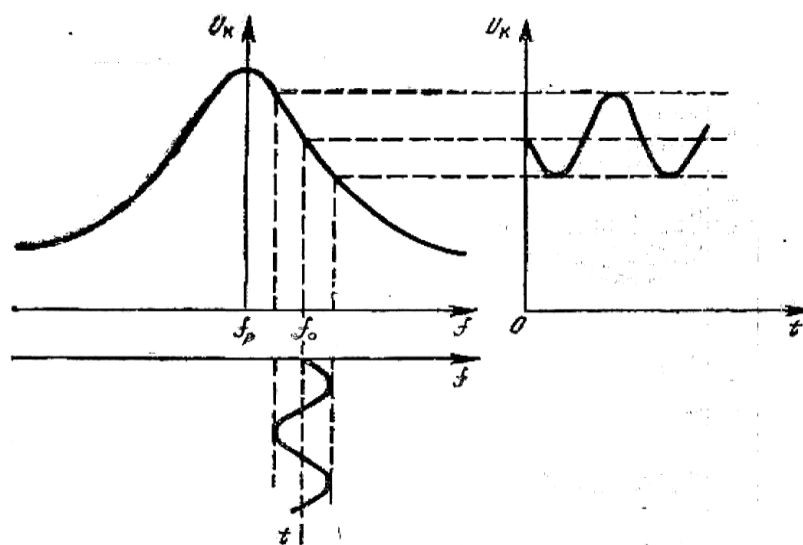


Рисунок 5 – К объяснению работы простейшего ЧД

Получившийся сигнал с изменяющейся амплитудой детектируется амплитудным детектором с RC-фильтром. Недостатком этой схемы является необходимость настройки контура на частоту, отличную от несущей ЧМ сигнала. Кроме того, резонансная кривая одиночного контура имеет небольшой линейный участок на скате характеристики. Из-за нелинейности склона резонансной кривой такие детекторы имеют большие нелинейные искажения.

В некоторой степени устранить этот недостаток позволяет схема дифференциального ЧД (рисунок 4, б). ЧМ сигнал подаётся одновременно на два контура: резонансные частоты  $f_{p1} \neq f_{p2}$  выбираются таким образом, чтобы несущая частота  $f_0$  располагалась на середине линейного участка характеристики. Сигналы АД противофазны и вычитаются (отсюда и название схемы), что позволяет уменьшить нелинейные искажения.

Недостатком рассмотренных схем (рисунок 4) является зависимость выходного сигнала от уровня высокочастотного ЧМ сигнала (рисунок 6). Для устранения этого влияния применяют амплитудные ограничители.

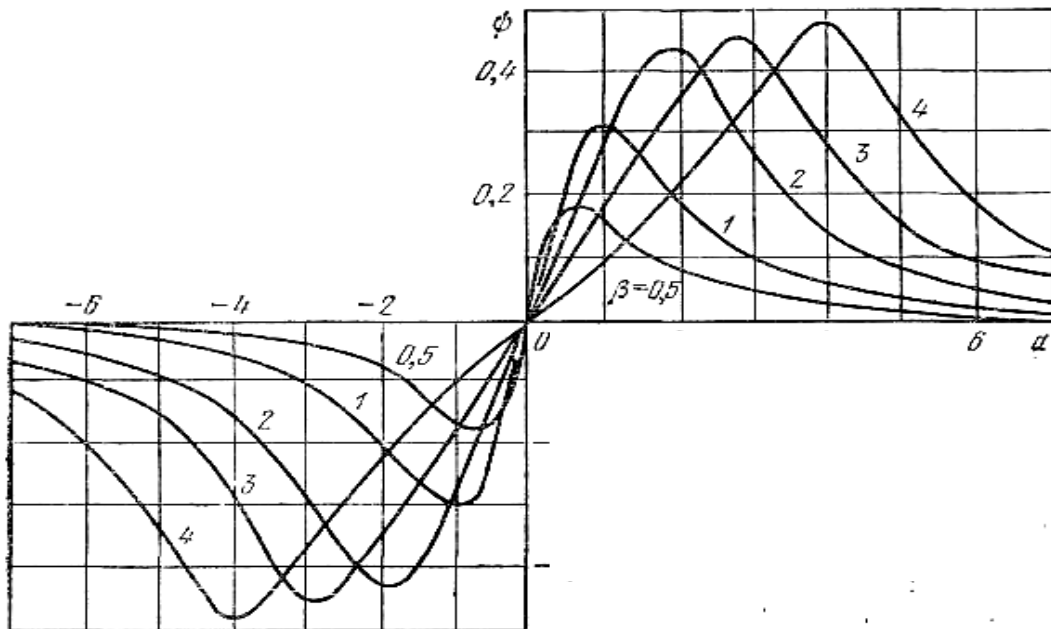


Рисунок 6 – Семейство характеристик двухконтурного ЧД

$\alpha = \frac{2\Delta f}{f_0} Q$  – относительная частота,  $Q$  – добротность контура,  $\psi = \frac{U_{\Omega}}{N}$  – относительная амплитуда напряжения на выходе ЧД,

$N$  – постоянный коэффициент,  $\beta$  – коэффициент связи контуров

Схемы ЧМ детекторов второго класса весьма слабо реагируют на изменение амплитуды сигнала и поэтому не содержат ограничителя. Эти схемы довольно широко применяются в приёмниках ЧМ сигналов, в устройствах автоматической подстройки частоты генераторов и др.

В этих схемах:

- 1) девиация частоты входного ЧМ колебания преобразуется в девиацию фазы другого напряжения;
- 2) девиация фазы преобразуется в амплитудную модуляцию напряжений, приложенных к диодам;
- 3) осуществляется амплитудное детектирование.

На рисунке 7 приведены схема фазочастотного дискриминатора и график зависимости выходного напряжения от частоты.

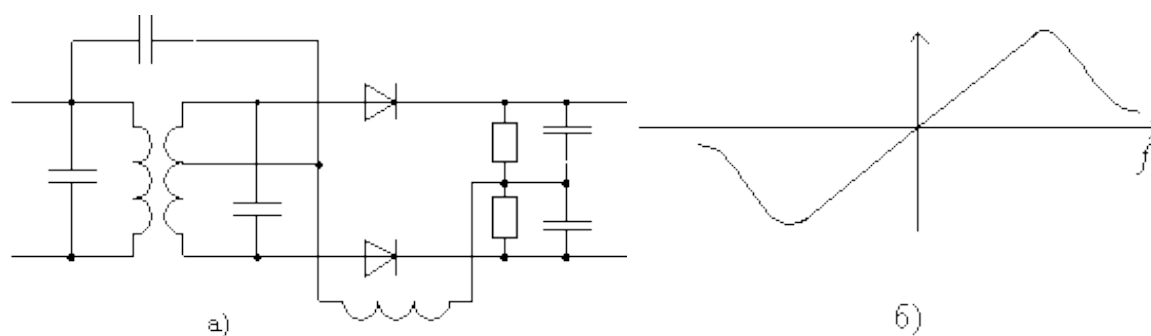


Рисунок 7 – Схема фазочастотного дискриминатора (а) и зависимость выходного напряжения от частоты (б)

#### 4 Содержание работы и порядок выполнения

Собрать экспериментальную установку для исследования ЧМ сигналов, изображенную на рисунке 8.

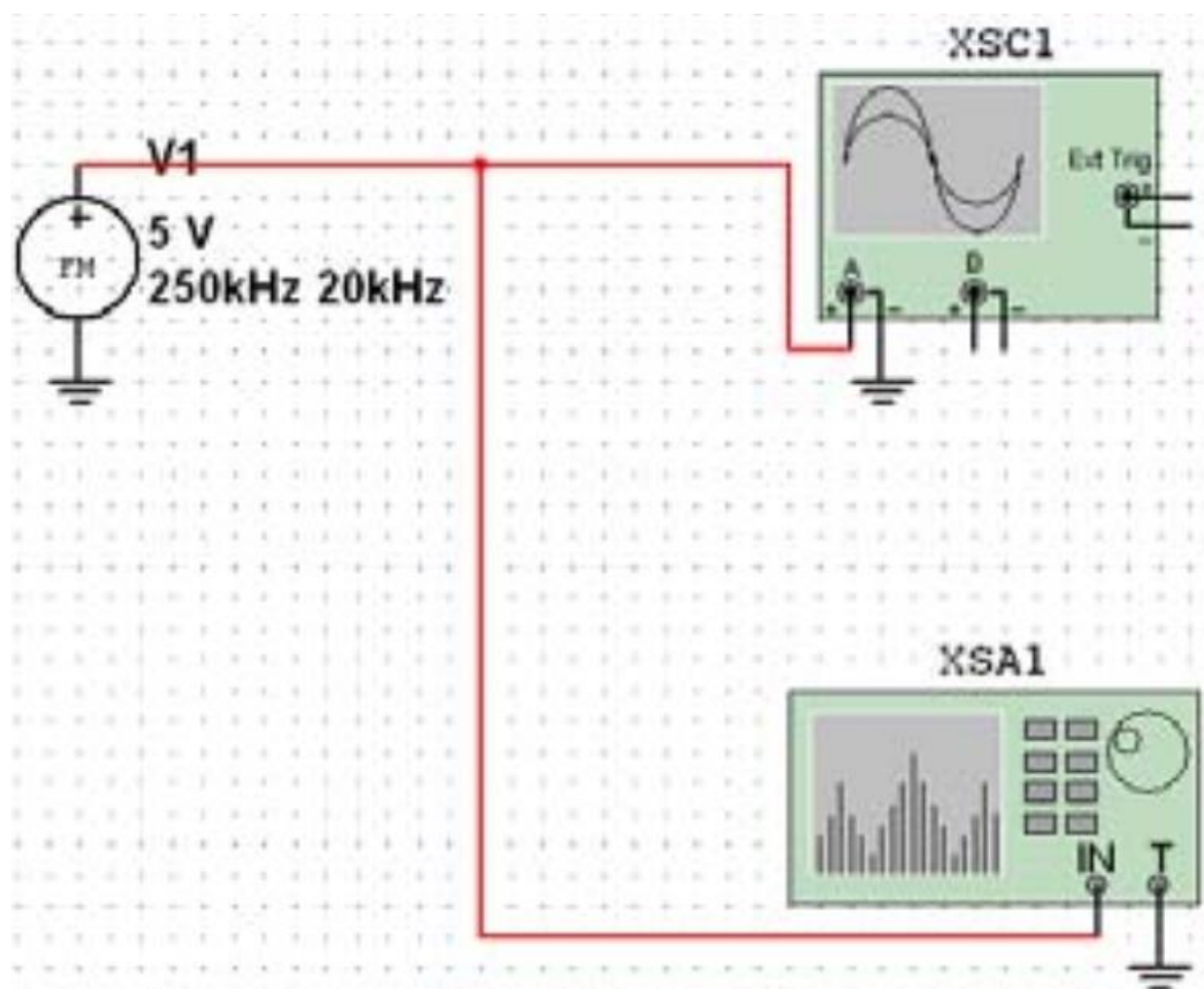


Рисунок 8 – Схема экспериментальной установки  
V1 – частотный модулятор, XSA1 – анализатор спектра,  
XSC1 – осциллограф

Для настройки амплитудного модулятора необходимо произвести двойной щелчок левой кнопкой мыши по функциональному блоку V1. Появляется диалоговое окно FM\_VOLTAGE параметров амплитудного модулятора (рисунок 9).

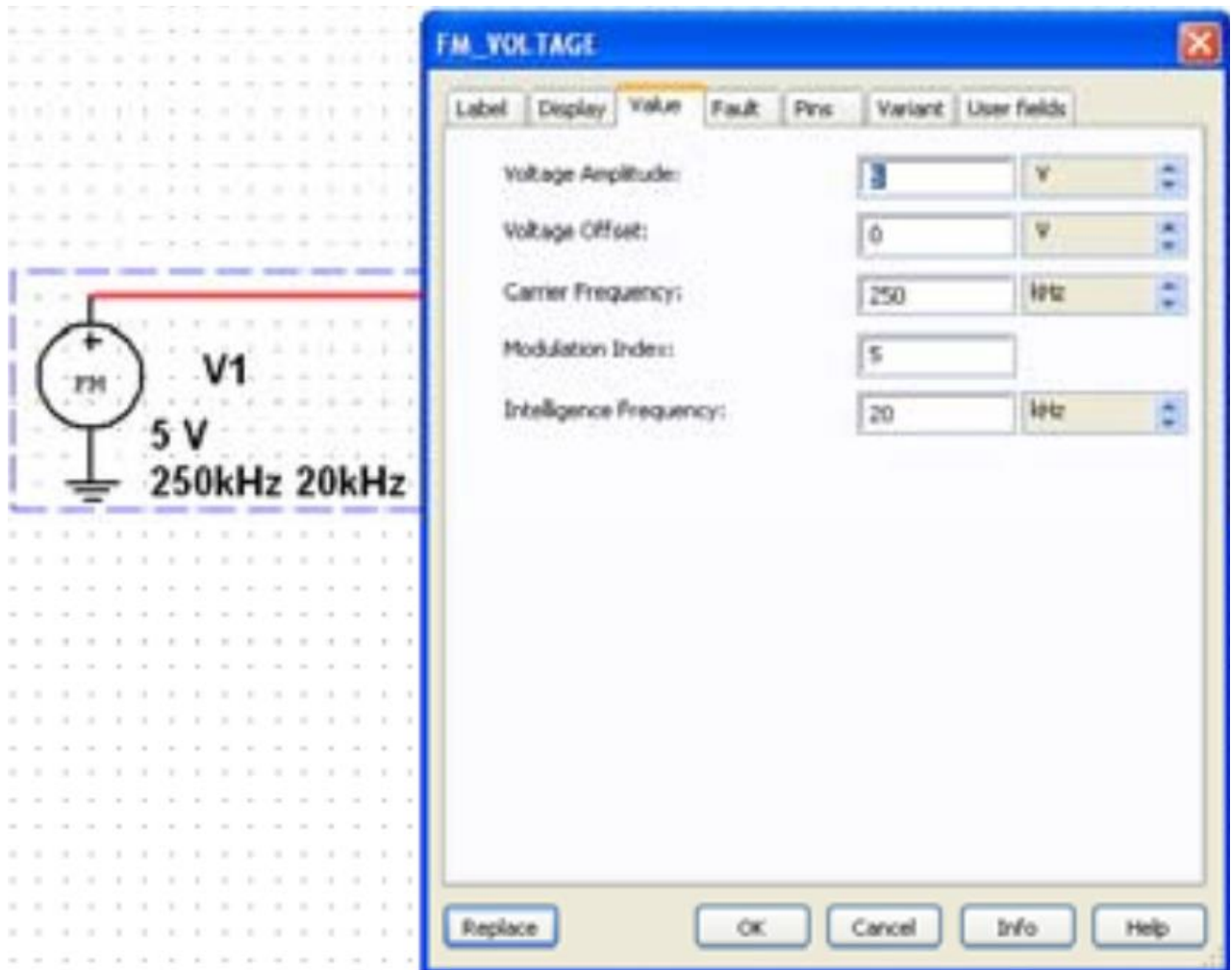


Рисунок 9 – Ввод параметров ЧМ напряжения

В появившемся окне панели AM\_VOLTAGE во вкладке Value (Величина) ввести параметры АМ напряжения:

- амплитуда несущего колебания (CarrierAmplitude)  $v_c = 5V$  ( $U_0 = 5B$ );
- частота несущего колебания (CarrierFrequency)  $f_c = 250kHz$  ( $f_0 = 250kHz$ );
- индекс модуляции (ModulationIndex)  $m=5$ ;
- частота модуляции (Intelligence Frequency)  $F_M = 20 kHz$  ( $F_M = 20 кГц$ ) колебания, имитирующего низкочастотный модулирующий сигнал.

Установите элементы регулировки анализатора спектра в положения (рисунок 13):

Диапазон частот (Span): 400 kHz.

Начало (Start): 50 kHz.

Граница (End): 250 kHz.

Чувствительность (Range): 0,3 V/Div (В/дел).

Разрешение (Resolution freq): 200 Hz.

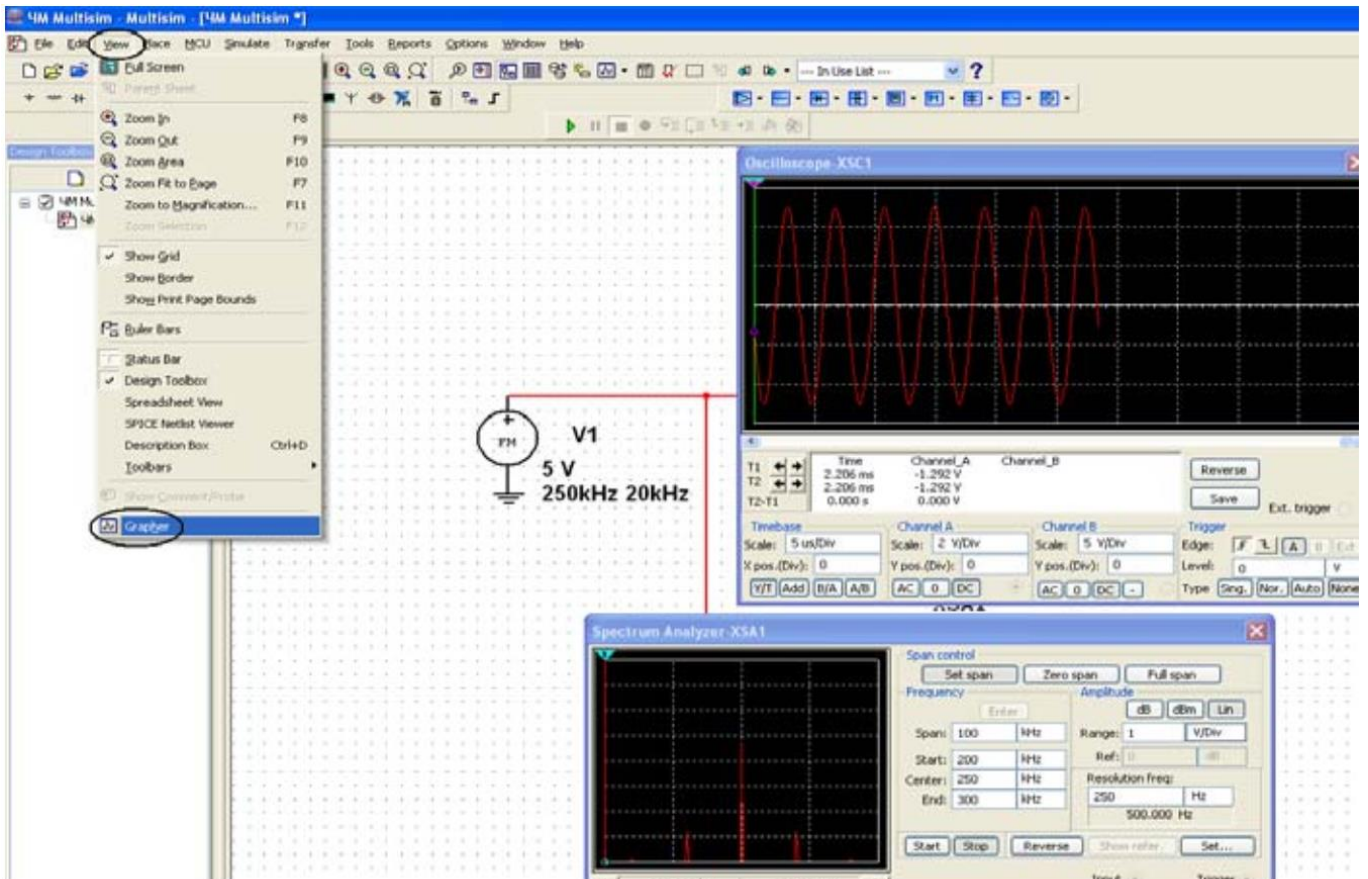
Вкладка Set: число точек разложения БПФ (FFTpoints): 8192.

Для запуска эксперимента необходимо щелкнуть левой кнопкой мыши по зеленому треугольнику Run панели Simulation или во вкладке Simulate. Зафиксируйте форму и спектр сигнала в соответствующем разделе отчета. Сделайте вывод о форме полученного ЧМ сигнала и его спектре.

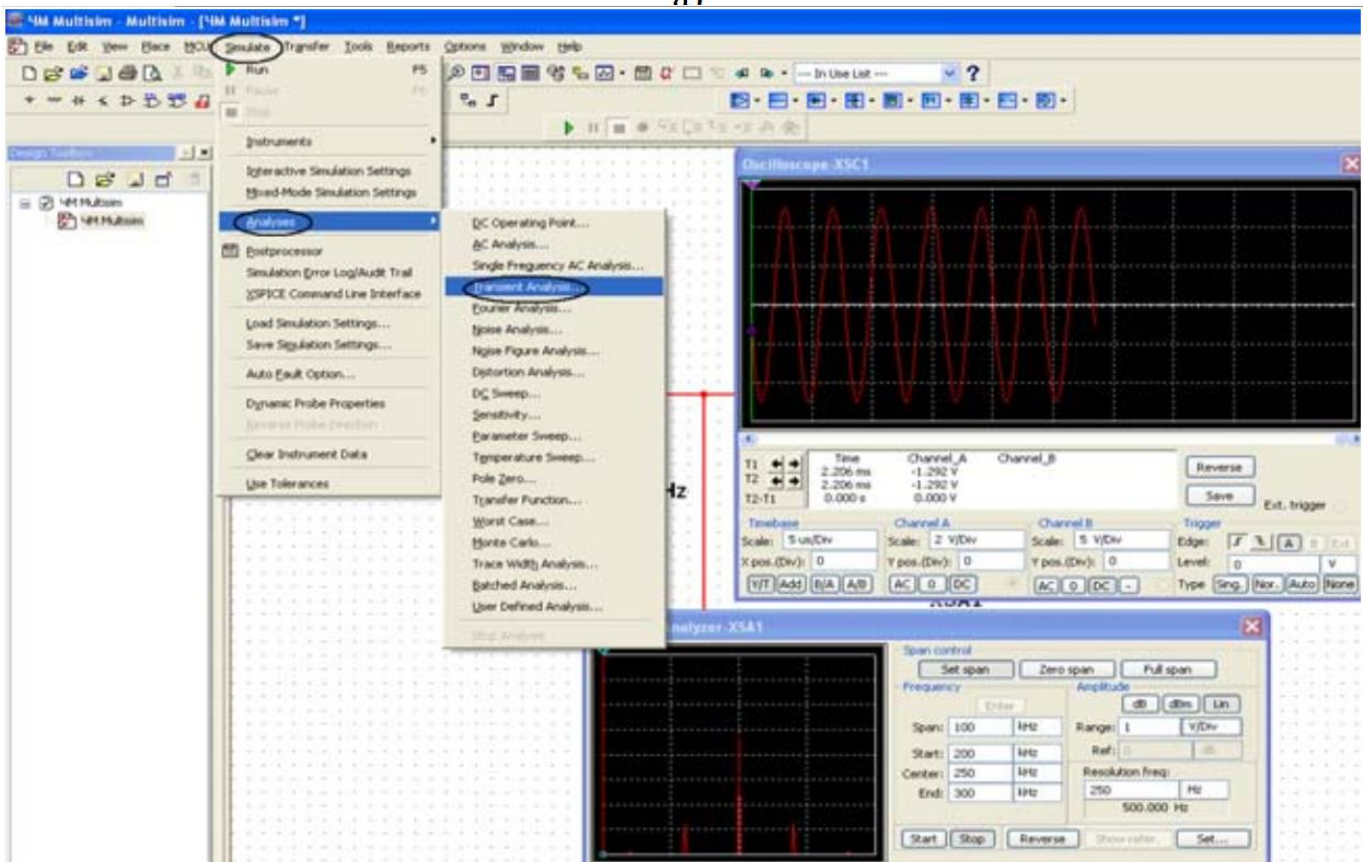
Повторите эксперимент при других коэффициентах и частотах модуляции ( $m_{\text{ЧМ}} = 0,5; 2; 5; 10; F_{\text{М}} = 50$  кГц). При изменении параметров ЧМ сигнала положения элементов регулировки осциллографа и анализатора спектра необходимо изменять с учетом ожидаемых ширины спектра и уровней спектральных составляющих сигнала.

До сих пор контроль временных частотных характеристик исследуемых сигналов осуществлялся их наблюдением на экранах используемых виртуальных приборов (показанных на рисунке 10) после их открытия двойным щелчком левой кнопки мыши по пиктограмме выбранного прибора.

Возможен и весьма полезен вывод и накопление получаемых результатов с помощью самописца, включаемого выбором позиции Grapher выпадающего меню View (рисунок 10, а) или пункта Analises и подпункта TransientAnalises ... (Анализ переходных процессов) в меню Simulate (рисунок 10, б). При каждом запуске эксперимента кнопкой Run и его останове кнопкой Stop simulation в самописце формируются вкладки с результатами.



a)



б)

Рисунок 10 – Выбор видов вывода характеристик ЧМ напряжения

Для детального рассмотрения полученных результатов при нажатой левой кнопке мыши можно выделить интересующий фрагмент полученной характеристики, который будет показан более подробно в новом масштабе.

Полученные графики занесите в соответствующий раздел отчета.

Сделайте вывод о форме ЧМ сигнала и его спектре. Сравните полученные ЧМ сигналы с аналогичными кривыми, полученными в предварительном расчете.

## **5 Требования к оформлению отчёта по выполнению практической работы**

Отчёт должен быть оформлен с помощью редактора MS Word, версии 97 и выше (.doc, .rtf).

Параметры страницы:

- верхнее поле- 2 см;
- нижнее поле- 2 см;
- левое поле- 2 см;
- правое поле- 1 см;
- переплет- 0 см;
- размер бумаги А4;
- различать колонтитулы первой страницы.

Шрифт текста: Times New Roman, 14 пунктов, через 1,5 интервала, выравнивание по ширине, первая строка с отступом 1,25 см. Номер страницы внизу, справа, 14 пунктов.

Несложные формулы должны быть набраны с клавиатуры и с использованием команды «Вставка→Символ». Сложные формулы должны быть набраны в редакторе MathType 6.0 Equation.

Отчёт по выполнению практической работы должен содержать:

- название предмета, номер и название практической работы;
- фамилию и инициалы автора, номер группы;
- фамилию и инициалы преподавателя;
- цель работы;
- перечень используемого оборудования;
- последовательность действий при проведении исследований;
- вывод о проделанной работе;
- ответы на контрольные вопросы;
- дату выполнения и личную подпись.

Результаты различных измерений необходимо представить в виде нескольких самостоятельных таблиц и графиков. Каждая таблица и каждый график должны иметь свой заголовок и исходные данные эксперимента.

При выполнении численных расчетов надо записать формулу определяемой величины, сделать соответствующую численную подстановку и произвести вычисления.

## **6 Контрольные вопросы**

1. Что такое индекс модуляции?
2. Как зависит спектральный состав однотонового ЧМ сигнала от индекса модуляции?
3. Как расположены спектральные компоненты однотонового ЧМ сигнала относительно несущей частоты?
4. Как связаны ширина спектра ЧМ сигнала и индекс модуляции?
5. Поясните различие амплитудной и частотной модуляций?
6. Каков принцип радиосвязи с использованием ЧМ?



## Практическая работа №4 «Исследование временной дискретизации аналоговых сигналов»

### 1 Цель работы

Изучение методов дискретизации различных аналоговых сигналов и их моделирование с помощью программы NI Multisim, получение навыков использования данной программы для анализа временной дискретизации аналоговых сигналов.

### 2 Основные теоретические сведения

Процесс замены аналогового сигнала его дискретными отсчетами обычно через равные промежутки времени называется дискретизацией сигнала по времени.

Отсчеты дискретного сигнала определены для дискретных значений независимой переменной времени и представляются последовательностью чисел. Такую последовательность чисел можно записать в следующем виде:

$$u(k) = \{u(k)\} = \{ \dots, u(-2), u(-1), u(0), u(1), u(2), \dots \}, \quad -\infty < k < \infty.$$

Дискретный сигнал обычно изображают в виде графика, аналогичного приведенному на рисунке 1, а. Дискретный сигнал  $u(k)$  определен только для целых значений  $k$ .

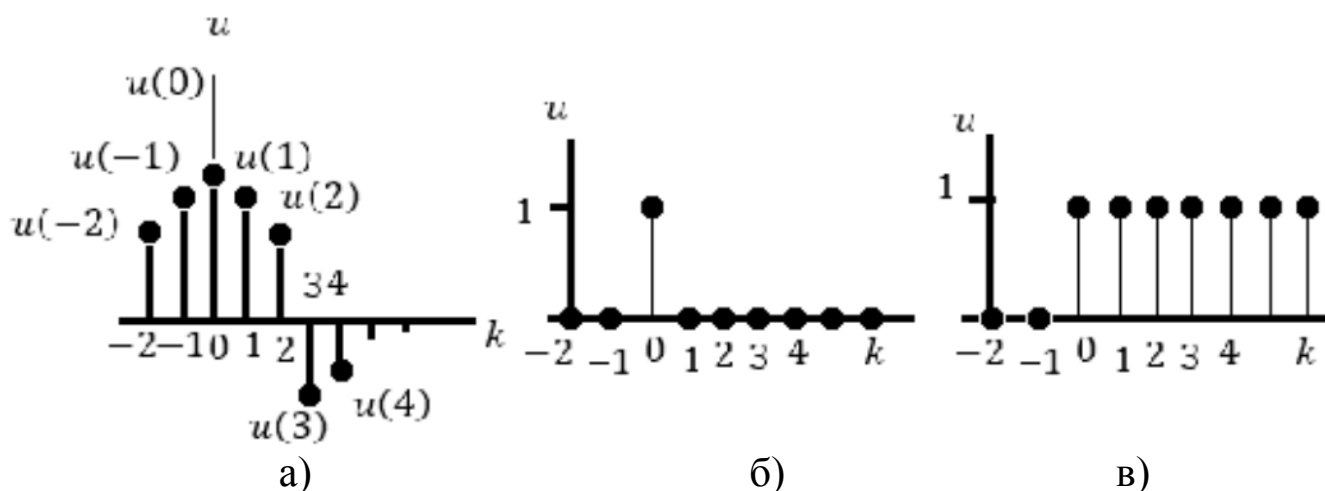


Рисунок 1 – Дискретный сигнал (а), дискретный единичный импульс (б), дискретная единичная импульсная функция (в)

Например, дискретный единичный импульс (рисунок 1, б) определяется следующей формулой:

$$\delta(k) = \begin{cases} 1, & k = 0; \\ 0, & k \neq 0. \end{cases}$$

Дискретная единичная ступенчатая функция (рисунок 1, в) определяется следующим образом:

$$1(k) = \begin{cases} 1, & k \geq 0; \\ 0, & k < 0. \end{cases}$$

Интервал времени  $T_d$ , через который берутся отсчеты аналогового сигнала, называется периодом дискретизации. Величина  $F_d = 1/T_d$  называется частотой дискретизации. Значения дискретного сигнала в тактовые моменты называются отсчетами или выборками.

Для правильного выбора частоты или периода дискретизации следует использовать теорему Котельникова: аналоговый сигнал, не содержащий частот выше  $F_{max}$ , полностью определяется последовательностью своих значений в моменты времени, отстоящие друг от друга на

$$T_d \leq 1/(2F_{max}).$$

Если частота дискретизации достаточно большая и превышает частоту аналогового сигнала, то дискретные отсчеты позволят правильно восстановить аналоговый сигнал (рисунок 2, а).

Если частота дискретизации небольшая по сравнению с частотой аналогового сигнала, то в этом случае дискретные отсчеты могут не позволить правильно восстановить аналоговый сигнал (рисунок 2, б).

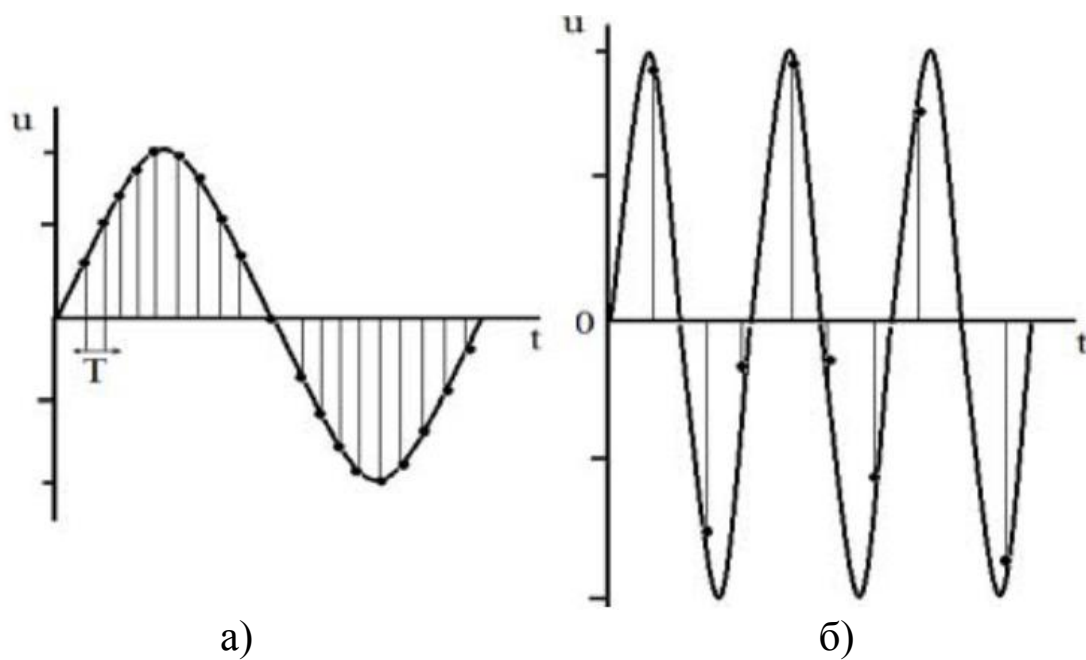


Рисунок 2 – Правильная (а) и неправильная (б) дискретизация сигнала

Если частота аналогового сигнала значительно больше частоты дискретизации, то наблюдается эффект ложной частоты (рисунок 3).

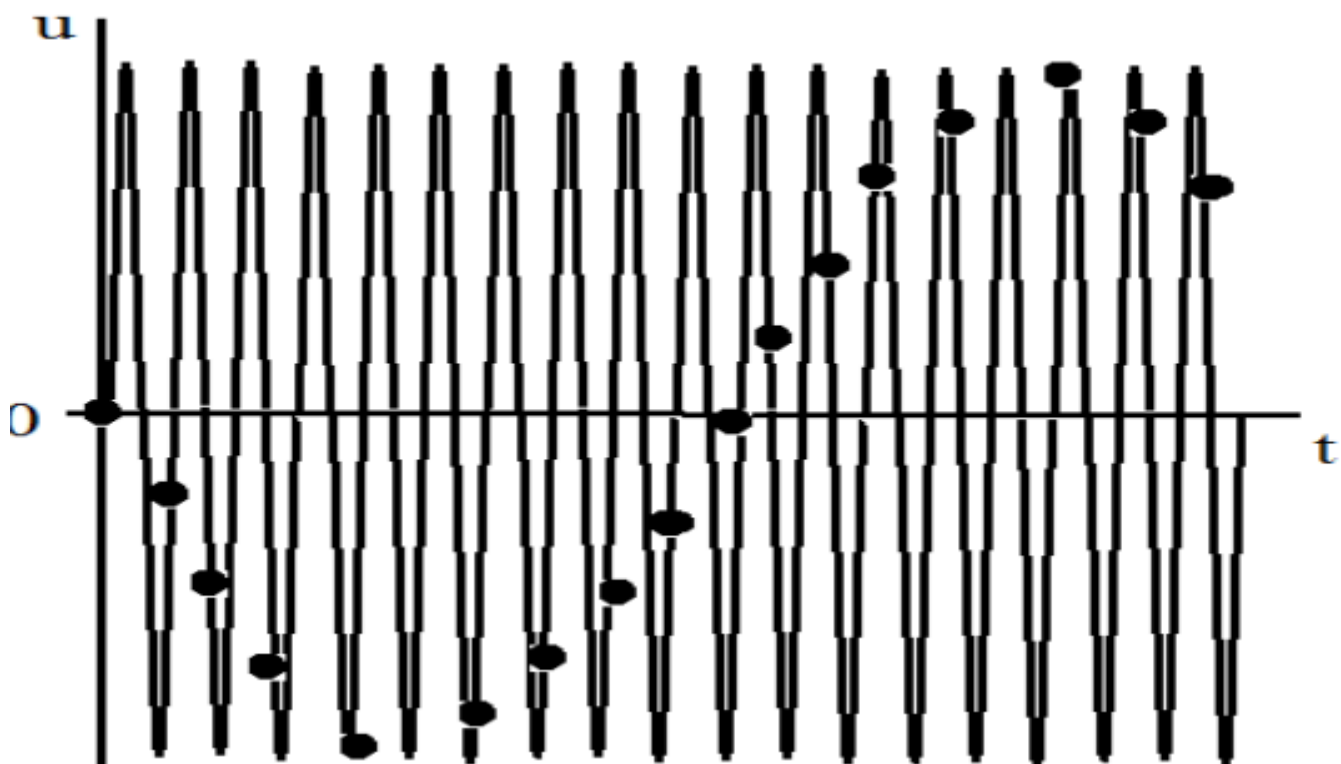


Рисунок 3 – Эффект ложной частоты

Как видно из этих графиков, неправильный выбор частоты дискретизации аналоговых сигналов может привести к потере информации, поскольку дискретный сигнал не учитывает поведения аналогового сигнала в промежутках между отсчетами. Так, в современных цифровых аудиосистемах частоту дискретизации выбирают с запасом по отношению к теоретическому пределу слышимости в 20 кГц равной 44,1 или 48 кГц. В студийной аппаратуре обычно используют частоты дискретизации 56, 96 или 192 кГц. Это делается для того, чтобы сохранить высокочастотные гармоники звукового сигнала, не воспринимаемые человеческим ухом, которые вносят заметный вклад в формирование общей звуковой картины. Частоту дискретизации для телефонных сигналов выбирают равной 8 кГц.

Получить дискретный сигнал из аналогового сигнала можно, применив принцип амплитудно-импульсной модуляции (АИМ). Импульсный модулятор можно представить как умножитель с двумя входами и одним выходом. На первый вход импульсного модулятора подается аналоговый сигнал, подлежащий дискретизации, на второй вход - последовательность коротких синхронизирующих импульсов, следующих во времени через равные промежутки времени  $T_d$  (интервал дискретизации). На выходе образуется дискретный сигнал, величина выборок которого будет пропорциональна величине аналогового сигнала в точках отсчета (рисунок 4).

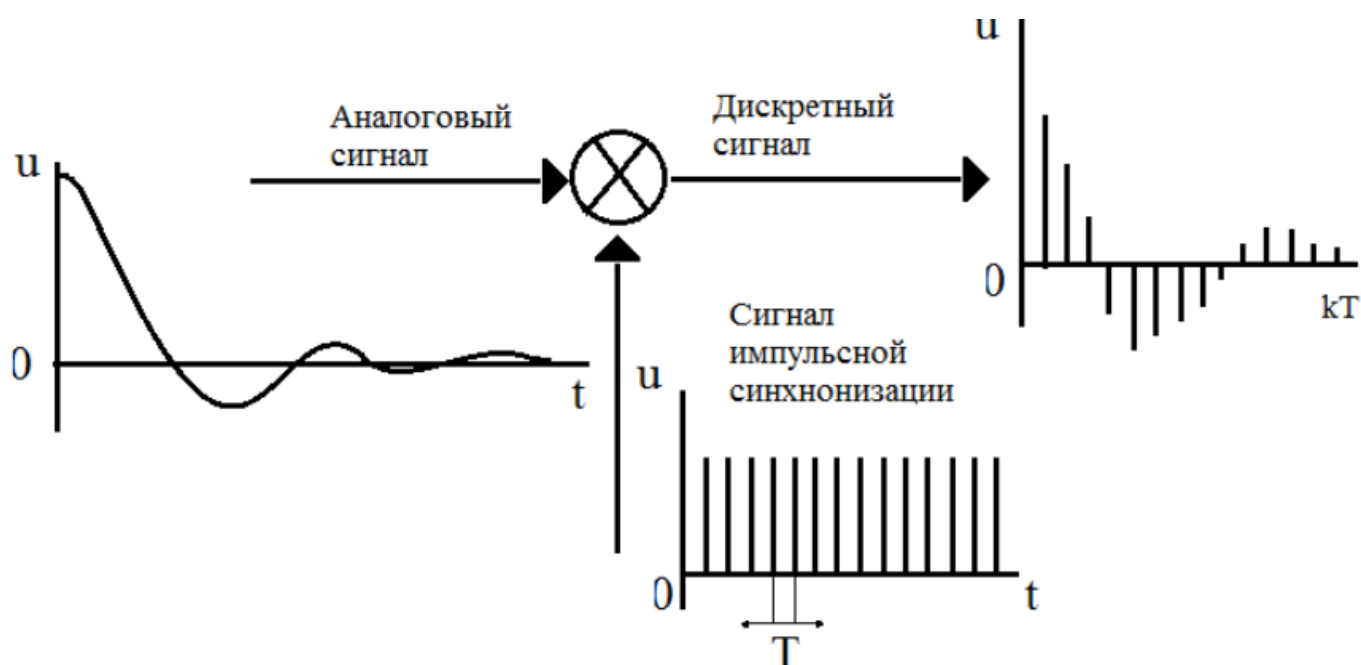


Рисунок 4 – Формирование дискретного сигнала из аналогового

Математическая модель дискретного сигнала может быть записана в следующем виде:

$$u(kT) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} u(nT)\delta(kT - nT),$$

где  $T = T_{\text{д}}$ ;  $\delta(kT - nT) = \begin{cases} 1, k = n; \\ 0, k \neq n. \end{cases}$

Заметим, что все члены данной суммы при  $n \neq k$  равны нулю. Для изучения последовательности формирования дискретных сигналов проведем предварительный расчет процесса дискретизации аналоговых сигналов и моделирование процесса дискретизации с помощью ЭВМ.

### 3 Задание на практическую работу

Выполнить дискретизацию аналоговых сигналов (рисунок 5 – 9) на отрезке  $t = [0; 1]$  мс, при  $k = 0, 1, 2, \dots, 10$ , где  $k$  – номера отсчетов и при одинаковых интервалах между моментами времени. Результаты занести в таблицу 1.

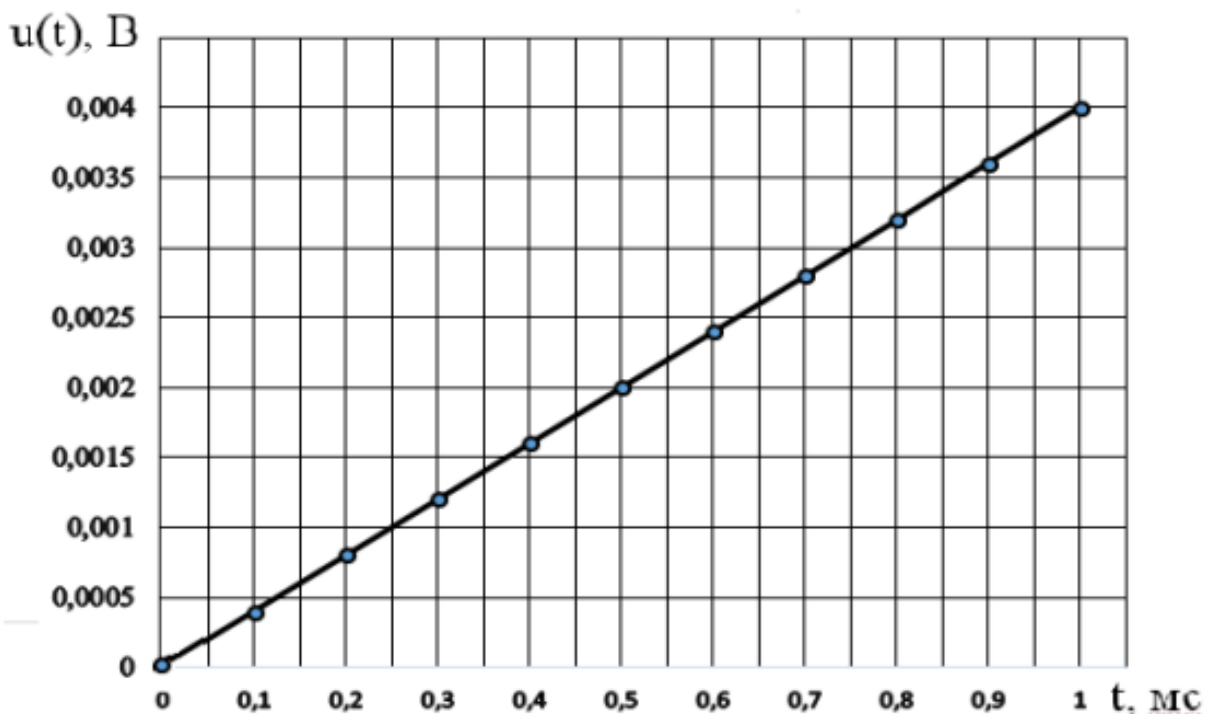
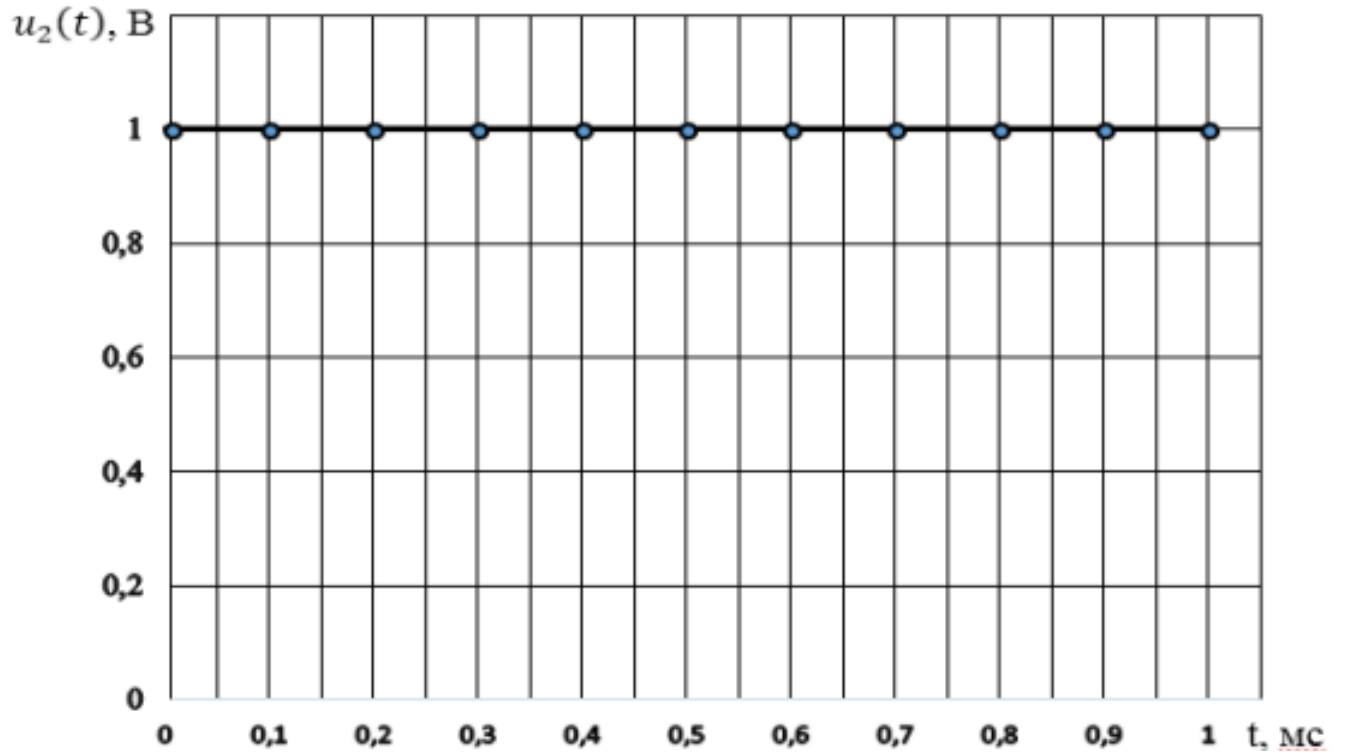
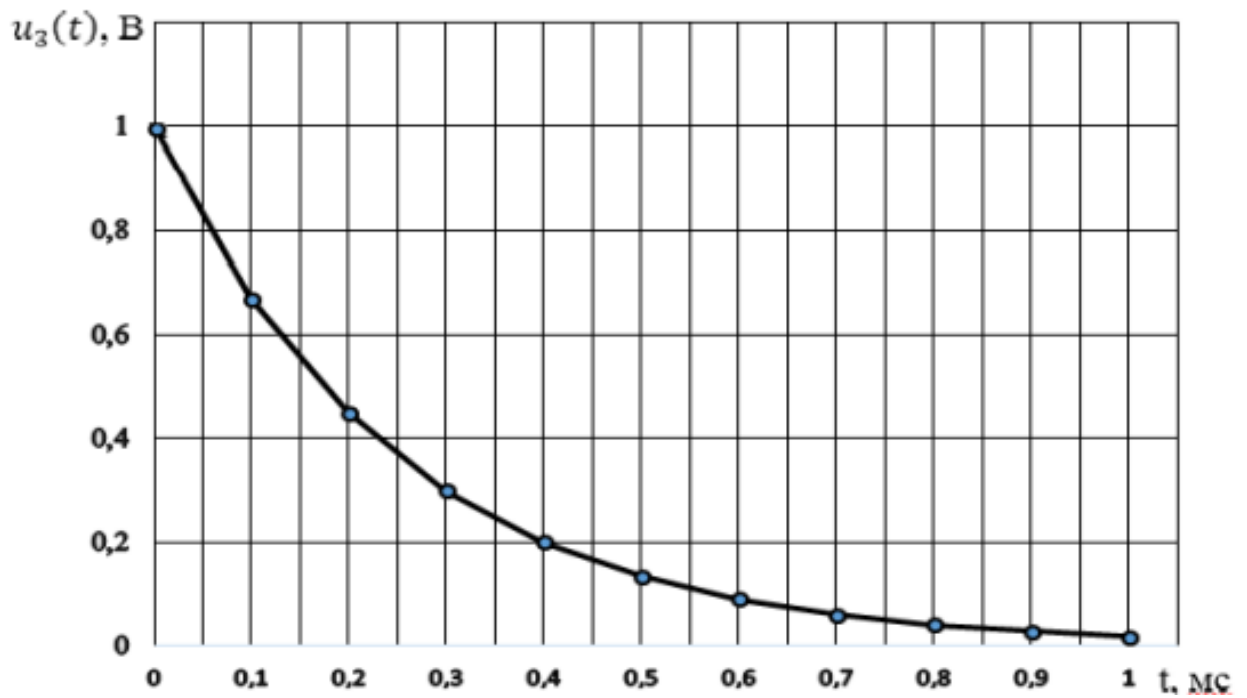


Рисунок 5 – Линейно – изменяющееся напряжение  $u_1(t) = 4t$  [В]

Рисунок 6 – Единичный сигнал  $u_2(t) = 1$  ВРисунок 7 – Экспоненциальный сигнал  $u_3(t) = \exp(-4 \cdot 10^3 t)$  В

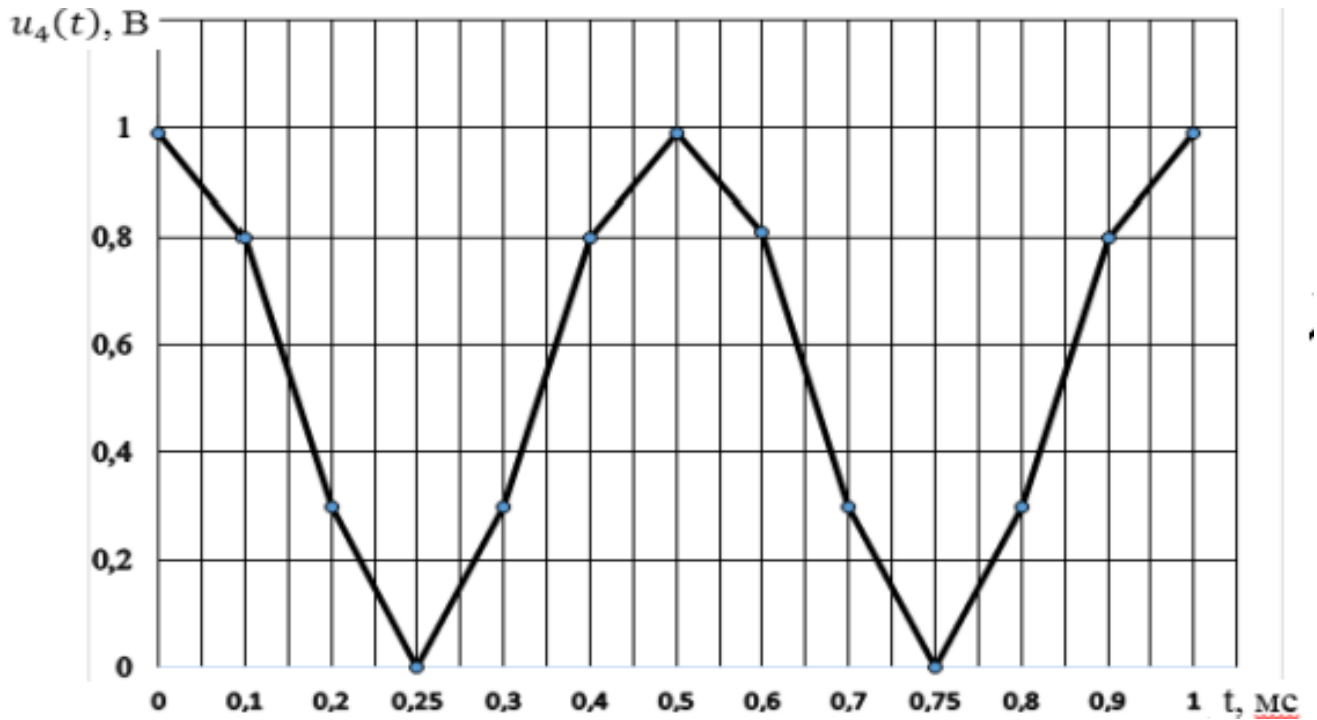


Рисунок 8 – Двухполупериодный сигнал  $u_4(t) = |\cos(2\pi ft)|$  В

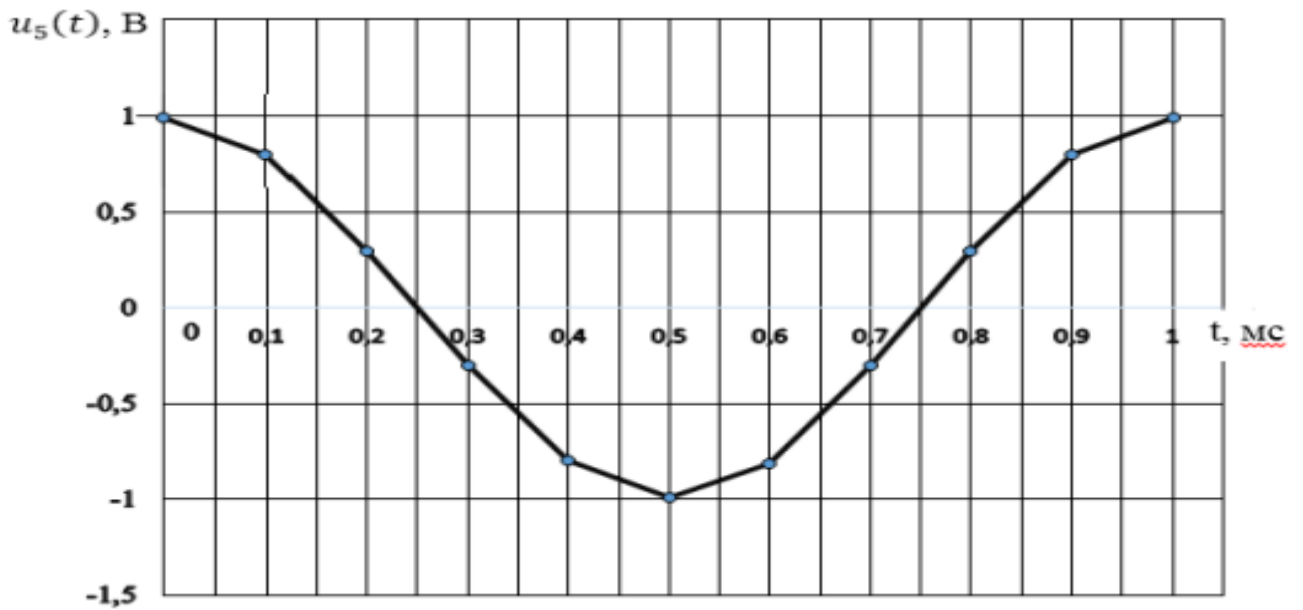


Рисунок 9 – Косинусоидальный сигнал  $u_5(t) = \cos(2\pi ft)$  В

Таблица 1 – Результаты расчётов

По предварительному расчету						
$k$	$t$	$u_1(t)$	$u_2(t)$	$u_3(t)$	$u_4(t)$	$u_5(t)$
0						
1						

2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						

Дискретизация различных аналоговых сигналов осуществляется амплитудным импульсным модулятором (АИМ) (рисунок 10), реализованным в программе NI Multisim.

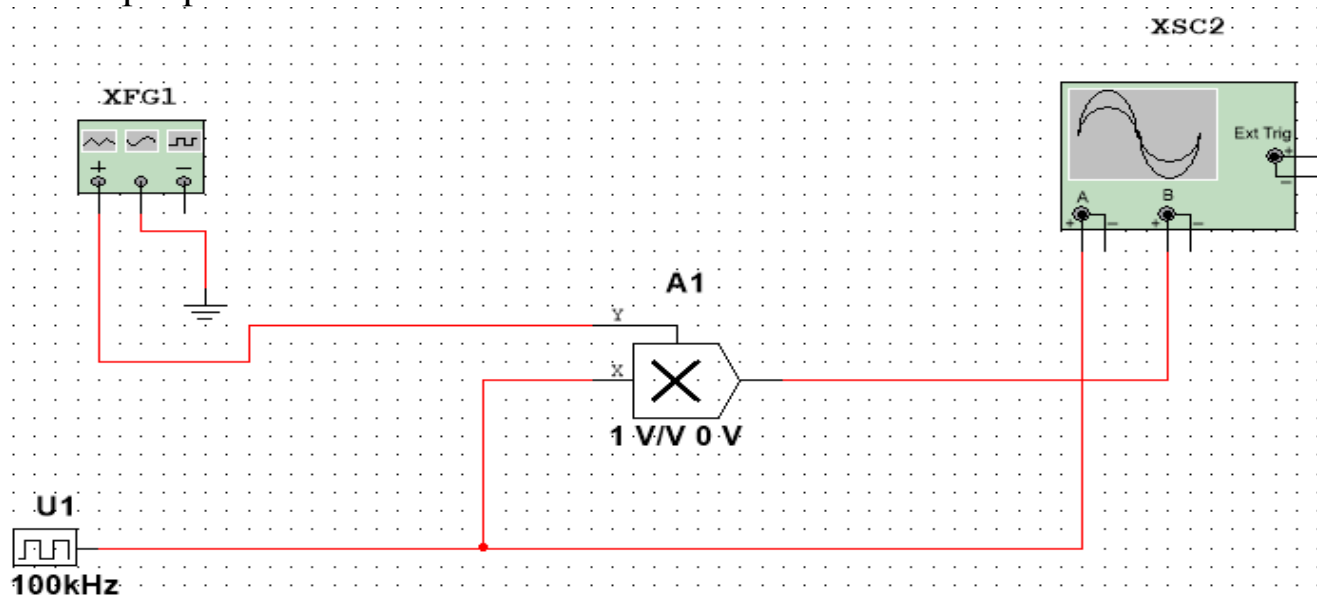


Рисунок 10 – Функциональная схема амплитудно – импульсного модулятора: XFG1 – функциональный генератор (источник аналогового сигнала); U1 – источник синхроимпульсов; A1 – двухвходовый умножитель; XSC1 – осциллограф

Параметры функционального генератора и источника синхроимпульсов настраиваются после щелчка правой кнопкой мыши по их условному обозначению (рисунок 11).



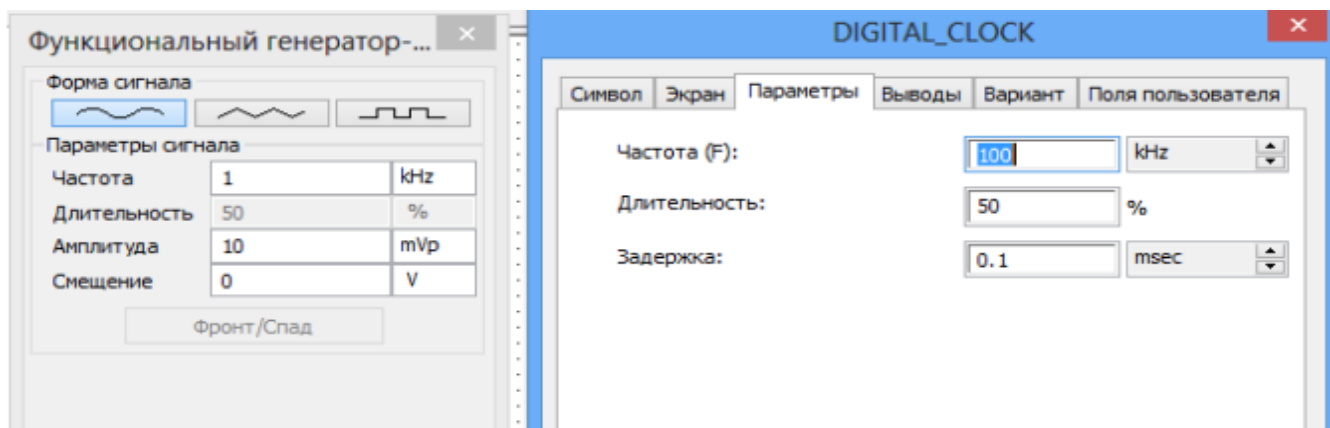


Рисунок 11 – Настройка параметров функционального генератора и источника синхроимпульсов

Запустив режим моделирования, с помощью осциллографа наблюдаем последовательность синхроимпульсов и дискретизированный аналоговый синусоидальный сигнал (рисунок 12). Аналогичным образом можно исследовать процесс дискретизации кусочно-линейно-изменяющегося напряжения (ЛИН) – треугольного сигнала и кусочно-единичного сигнала, получаемых от функционального генератора.

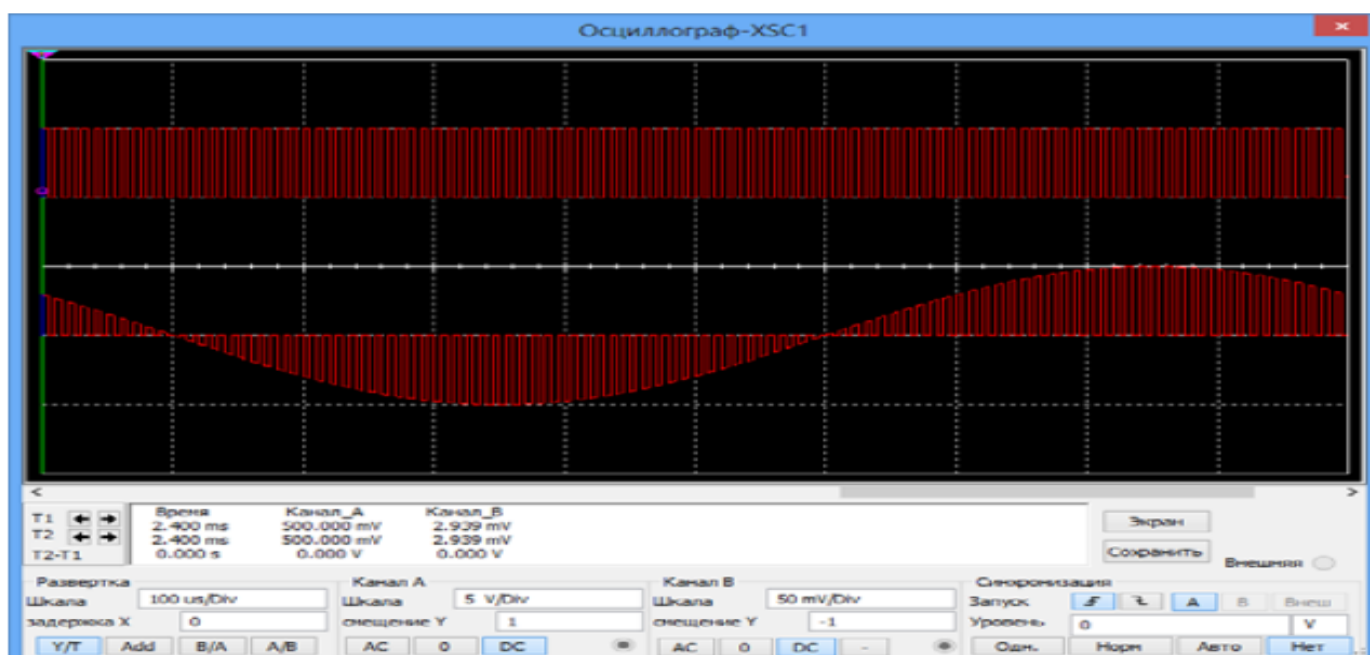


Рисунок 12 – Дискретизация аналогового синусоидального сигнала

Проявление эффекта ложной частоты исследуется с помощью той же схемы (рисунок 10) при увеличении частоты синусоидального сигнала до 30 кГц и 95 кГц (рисунок 13).

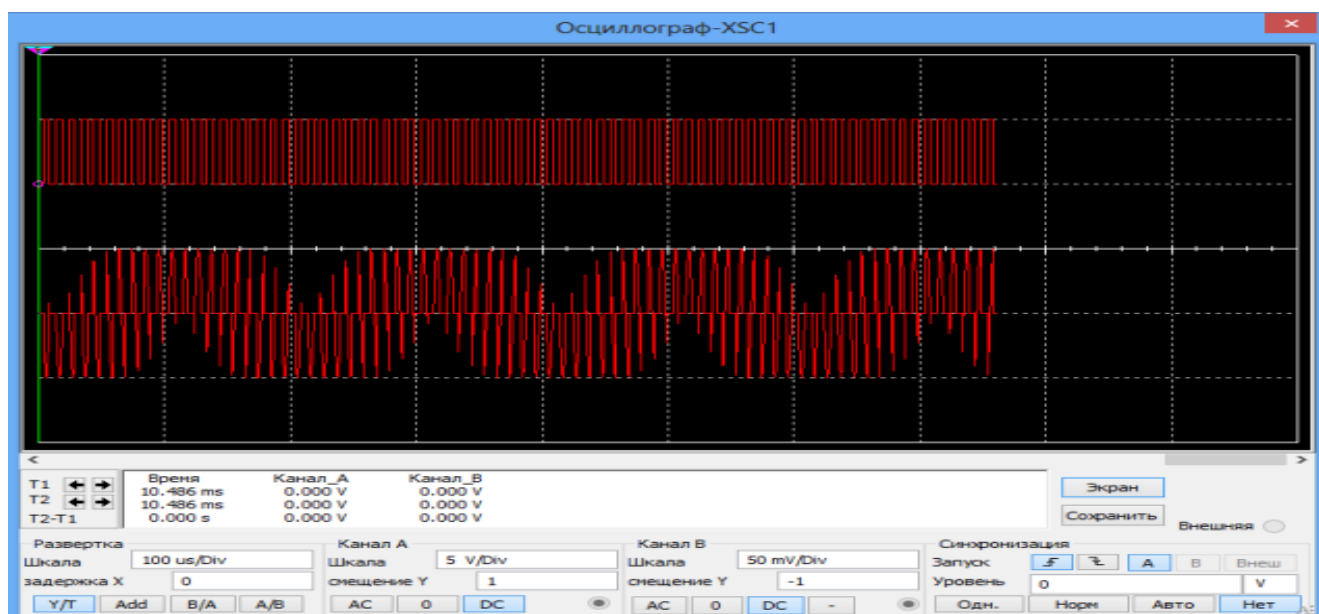


Рисунок 13 – Эффект ложной частоты

Скриншоты занесите в отчет и сделайте вывод о возможности восстановления данного аналогового сигнала. Для исследования дискретизации аналоговых двухполупериодного и экспоненциального сигналов необходимо собрать вспомогательные схемы двухполупериодного выпрямителя (рисунок 14) и формирователя экспоненциального сигнала (рисунок 15).

Двухполупериодный выпрямитель состоит из трансформатора T1, двух диодов D1, D5 и резистора R3.

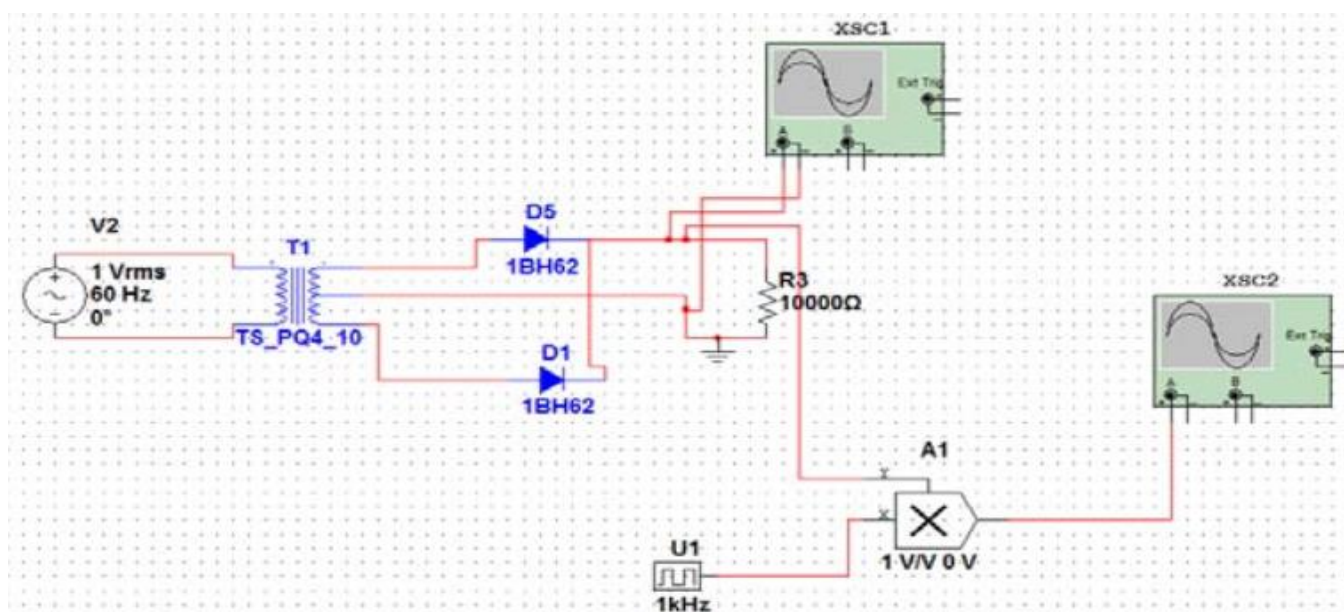


Рисунок 14 – Дискретизация двухполупериодного сигнала

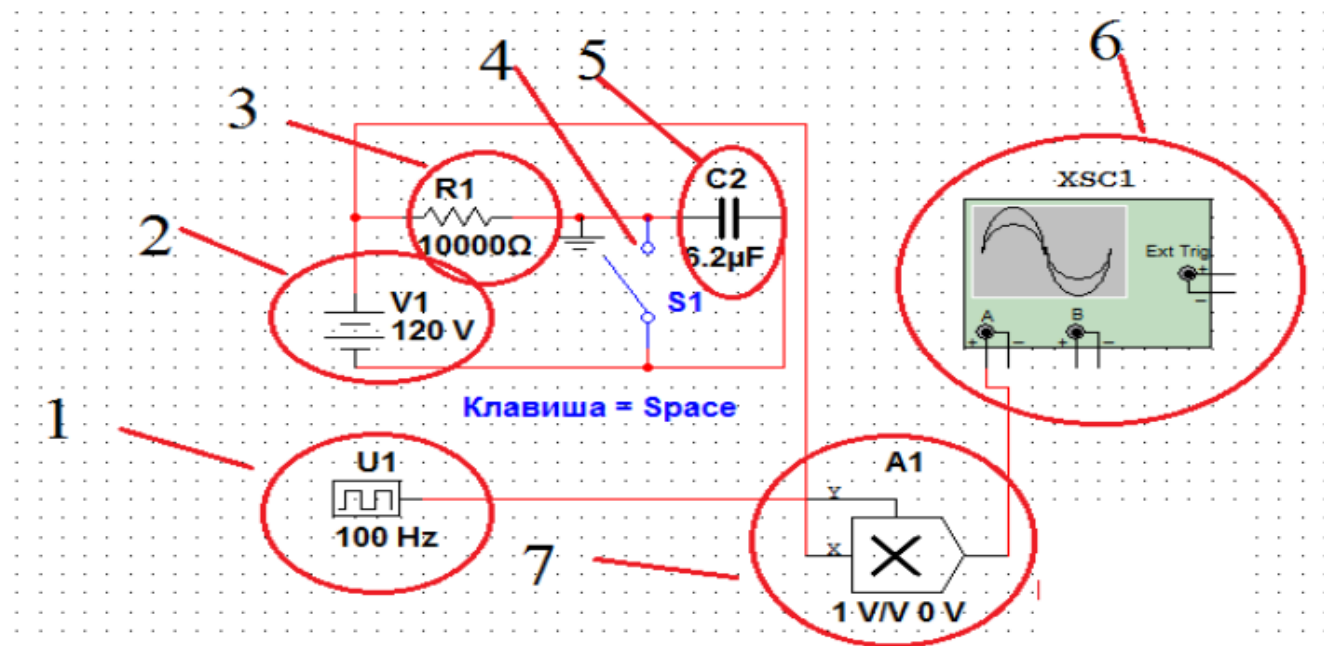


Рисунок 15 – Дискретизация экспоненциального сигнала:  
 1 – U1, источник синхроимпульсов; 2 – источника питания;  
 3 – резистор на  $R1 = 10 \text{ кОм}$ ; 4 – ключ S1; 5 – конденсатор  $C2 = 6,2 \text{ мкФ}$ ;  
 6 – XSC1, осциллограф; 7 – A1, двухвходовый умножитель

Полученные графики дискретизации двухполупериодного и экспоненциального сигналов в виде скриншотов занесите в отчет. Сделайте выводы о качестве дискретизации аналоговых сигналов и оцените правильность выбора частоты и периода дискретизации.

## 5 Требования к оформлению отчёта по выполнению практической работы

Отчёт должен быть оформлен с помощью редактора MS Word, версии 97 и выше (.doc, .rtf).

Параметры страницы:

- верхнее поле- 2 см;
- нижнее поле- 2 см;
- левое поле- 2 см;
- правое поле- 1 см;
- переплет- 0 см;
- размер бумаги А4;
- различать колонтитулы первой страницы.

Шрифт текста: Times New Roman, 14 пунктов, через 1,5 интервала, выравнивание по ширине, первая строка с отступом 1,25 см. Номер страницы внизу, справа, 14 пунктов.

Несложные формулы должны быть набраны с клавиатуры и с использованием команды «Вставка→Символ». Сложные формулы должны быть набраны в редакторе MathType 6.0 Equation.

Отчёт по выполнению практической работы должен содержать:

- название предмета, номер и название практической работы;
- фамилию и инициалы автора, номер группы;
- фамилию и инициалы преподавателя;
- цель работы;
- перечень используемого оборудования;
- последовательность действий при проведении исследований;
- вывод о проделанной работе;
- ответы на контрольные вопросы;
- дату выполнения и личную подпись.

Результаты различных измерений необходимо представить в виде нескольких самостоятельных таблиц и графиков. Каждая таблица и каждый график должны иметь свой заголовок и исходные данные эксперимента.

При выполнении численных расчетов надо записать формулу определяемой величины, сделать соответствующую численную подстановку и произвести вычисления.

## **6 Контрольные вопросы**

1. Какие системы называются дискретными?
2. Как происходит преобразование аналоговых сигналов в дискретные?
3. Что называют отсчетами аналоговых сигналов?
4. Как выбирается величина частоты (периода) дискретизации?
5. Почему частоту дискретизации нельзя выбрать произвольно?

## **Практическая работа №5** **«Сигналы и их преобразование при цифровой обработке»**

### **1 Цель работы**

Изучение эффектов, возникающих при преобразовании аналогового сигнала в цифровую форму.

### **2 Средства, используемые при выполнении практической работы**

Практическая работа выполняется на персональном компьютере в среде «MATLAB» и «SIMULINK».

### **3 Порядок выполнения практической работы**

Практическая работа состоит из четырех частей. В первой части изучаются эффекты, возникающие при дискретизации аналогового сигнала. Во второй части рассматриваются случай дискретизации импульсных сигналов. В третьей и четвертой частях изучаются шумы квантования, возникающие при аналого-цифровом и цифро-аналоговом преобразовании для различных методов квантования с усечением и округлением.

#### **3.1 Изучение эффектов наложения возникающих при дискретизации**

Для проведения эксперимента, необходимо собрать схему из типовых элементов, используя при этом браузер библиотеки Simulink, рисунок 1. Схема, используется для изучения эффектов наложения спектра возникающих при дискретизации аналогового сигнала на примере гармонических колебаний имеющих разные частоты, рисунок 2.

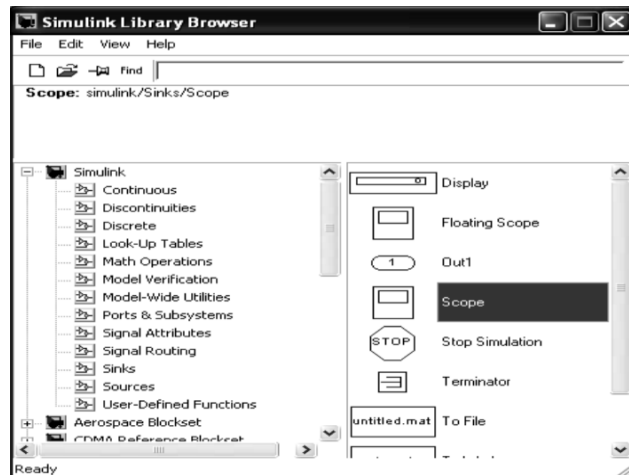


Рисунок 1 – Окно браузера библиотеки Simulink

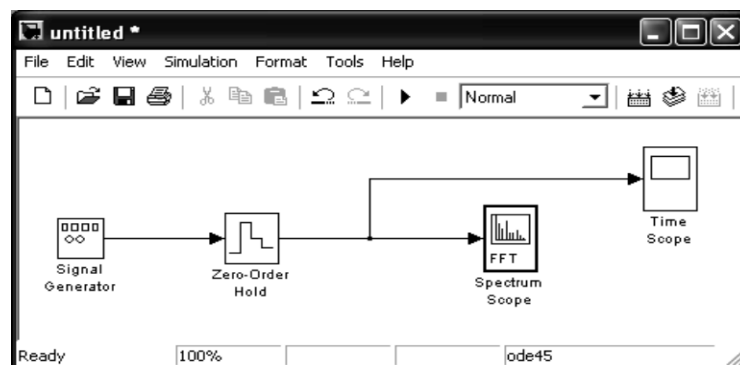


Рисунок 2 – Схема для изучения эффектов наложения при дискретизации аналогового сигнала

Провести настройку генератора сигналов, выбрав вид сигнала SIN, амплитуду выходного сигнала 1 вольт и частоту 1 кГц. Настроить экстраполятор нулевого порядка (Zero-Order Hold) на частоту дискретизации 48 кГц, рисунок 3.



Рисунок 3 – Окно настройки параметров экстраполятора нулевого порядка

Далее необходимо настроить осциллограф, рисунок 4, причем во вкладке "история данных" ("Data history") необходимо убрать галочку ограничения объема отображаемых точек.

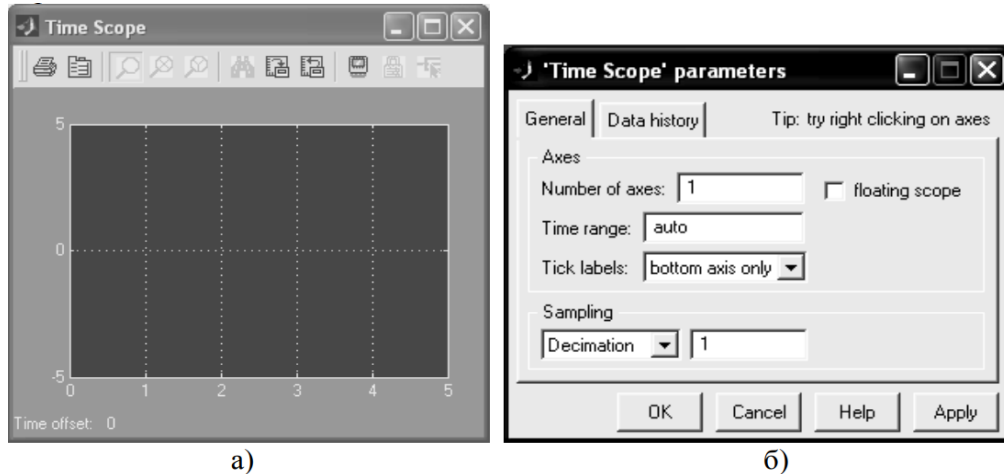


Рисунок 4 – Окна осциллографа: а) – основное окно; б) – окно настройки

Анализатор спектра необходимо настроить, как показано на рисунке 5, выбрав размер входного буфера (Buffer size) 4096, перекрытие буферов (Buffer overlap) 64 и длину БПФ (FFT Length) 4096.

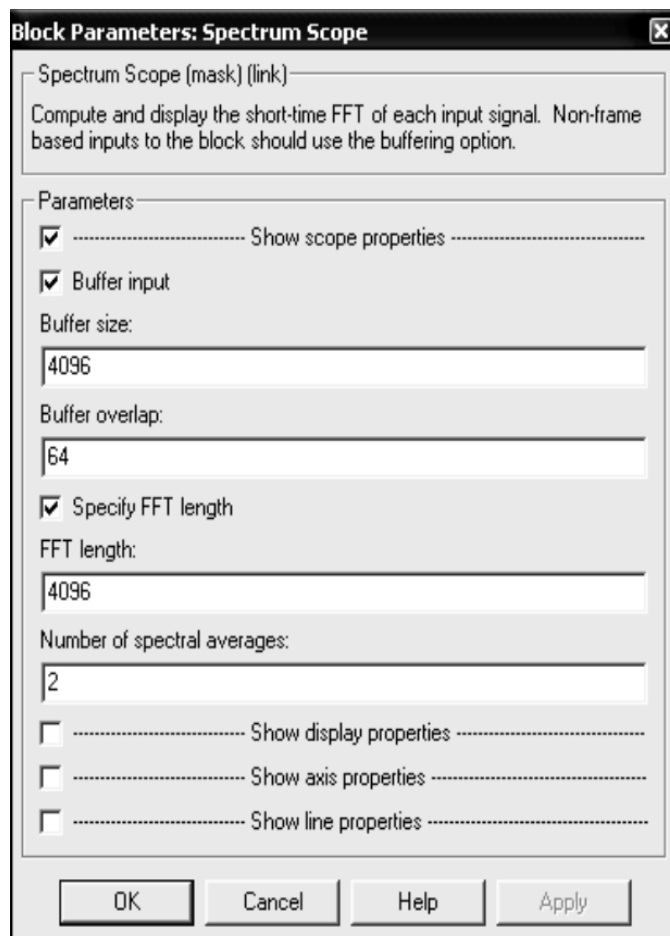


Рисунок 5 – Окно настройки спектроанализатора

Запустив схему на выполнение необходимо посмотреть сигнал, получаемый в окнах Time Scope и Spectrum Scope. После чего требуется провести эксперимент для частот в диапазоне от 1 кГц до 96 кГц, с шагом 20 кГц. Отобразить получаемые результаты с объяснениями в отчете.

### 3.2 Изучение влияния ограничения спектра аналогового сигнала при дискретизации

Собрать схему, изображённую на рисунке 6. Провести настройку генератора импульсных сигналов (Pulse Generator) выбрав амплитуду импульсов 1 вольт частоту следования 1КГц и длительность импульса 20%.

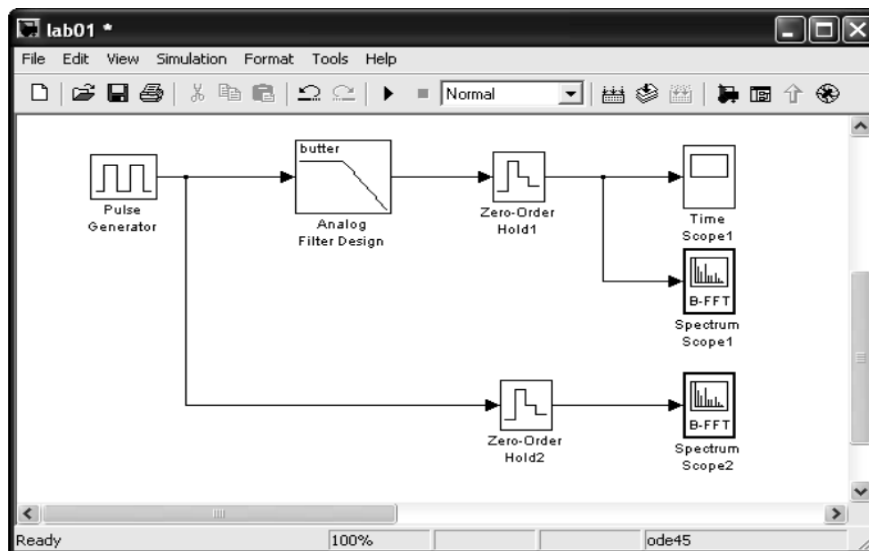


Рисунок 6 – Схема для изучения влияния ограничения спектра аналогового сигнала при дискретизации

Настроить аналоговый противомаскировочный фильтр (Analog Filter Design) рисунок 7 выбрав в качестве характеристики фильтра характеристику Батерворта, порядок 16 частоту среза 10 кГц.



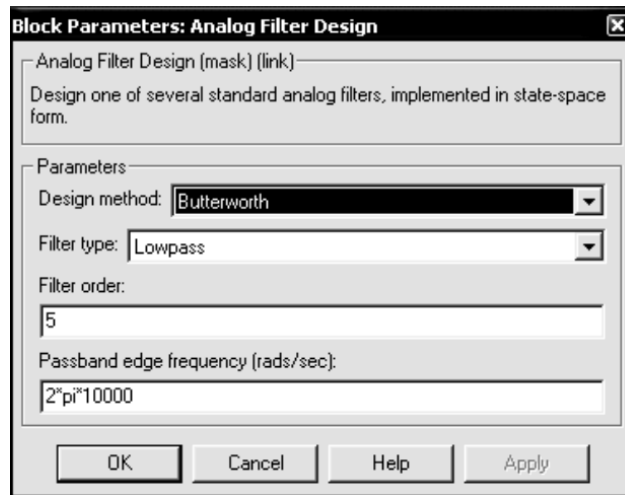


Рисунок 7 – Окно настройки аналогового фильтра

Запустить схему. Сравнить спектры, получаемые до аналогового фильтра и после него. Сделать эксперимент для различных частот среза фильтра, его характеристики и порядка. В качестве частот среза выбрать значения 2, 5 и 10 кГц. Эксперимент провести для фильтров с характеристиками Чебышева и Эллиптической. Порядок фильтра выбрать равным: 16, 8 и 2. Полученные результаты с объяснениями отразить в отчете. Привести теоретический спектр сигнала, используемый в эксперименте. Привести формулу, по которой производится расчет его гармоник.

### 3.3 Изучение квантования методом усечения

Собрать схему 3, приведенную на рисунке 8. Провести настройку генератора сигналов, выбрав вид сигнала SIN, амплитуду выходного сигнала 1 вольт и частоту 10Гц.

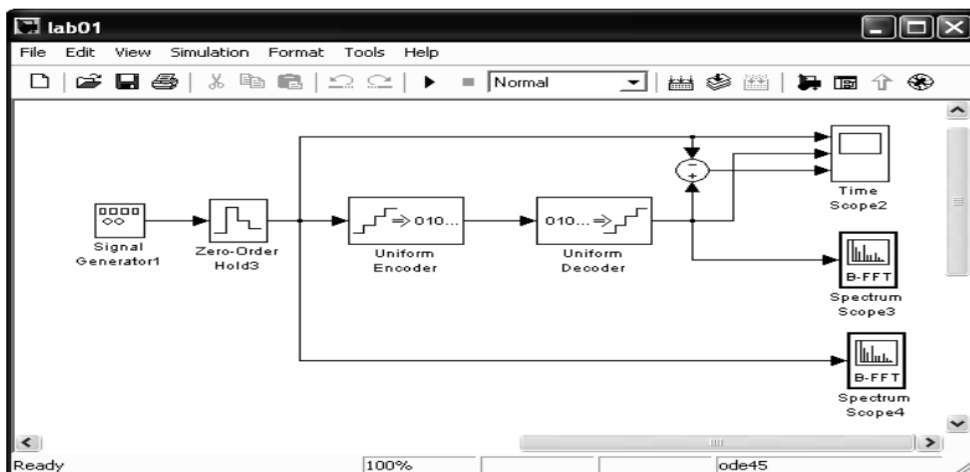


Рисунок 8 – Схема используемая для изучения квантования методом усечения

Далее необходимо установить частоту дискретизации 1кГц. Сделать длительность симуляции 10 секунд. Для проведения исследований необходимо выбрать разрядность АЦП (Uniform Encoder) и ЦАП (Uniform Decoder) 2 разряда, рисунок 9.

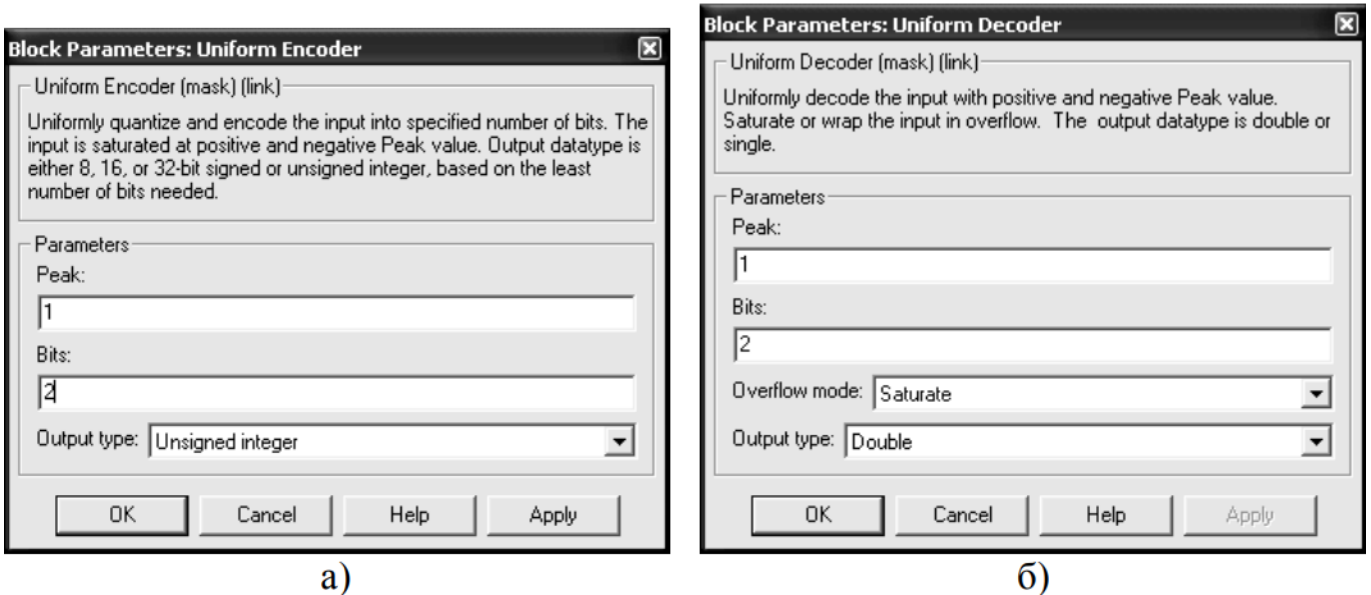


Рисунок 9 – Окна настройки АЦП И ЦАП: а) окно настройки АЦП; б) окно настройки ЦАП

Запустить модель. Проанализировать полученные результаты. Провести эксперимент для значений разрядности 4, 8, 16. Все полученные результаты с объяснениями привести в отчете.

### 3.4 Изучение квантования методом округления сигнала

Собрать схему 4, приведенную на рисунке 10. Провести настройку генератора сигналов, выбрав вид сигнала SIN, амплитуду выходного сигнала 1 вольт и частоту 10Гц.

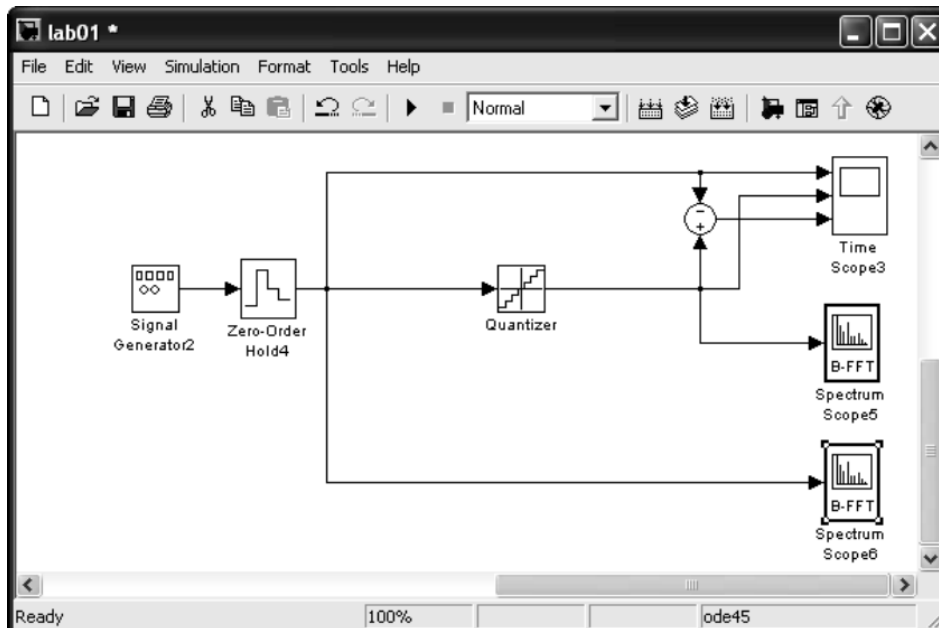


Рисунок 10 – Схема для изучения квантования сигналов округлением

Установить частоту дискретизации 1 кГц. Сделать длительность симуляции 10 секунд. Выбрать число уровней квантования, как показано на рисунке 11.

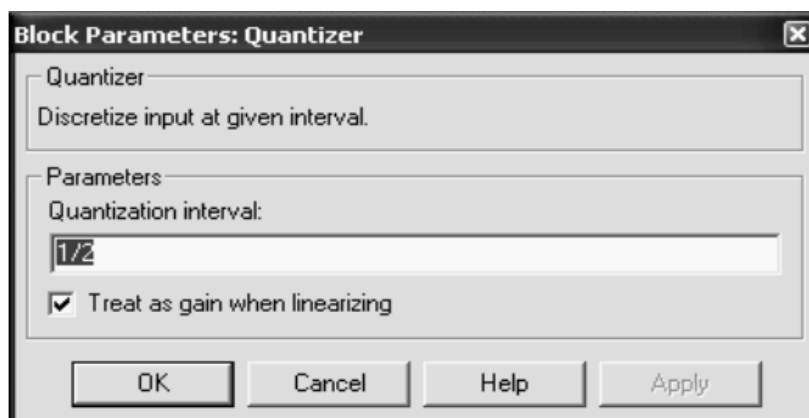


Рисунок 11 – Окно настройки квантователя

Запустить модель. Проанализировать полученные результаты. Провести эксперимент для значений числа уровней квантования равных 2, 8 и 16. Полученные результаты с объяснениями привести в отчете.

#### 4 Контрольные вопросы

1. Какие преобразования сигналов имеют место в системе цифровой обработки аналоговых сигналов?
2. Что такое дискретный сигнал и дискретная последовательность?

3. В чем заключается взаимосвязь и отличие спектров дискретного и аналогового сигналов?
4. Можно ли по известному спектру дискретного сигнала найти спектр соответствующего ему аналогового сигнала?
5. Как по известному спектру аналогового сигнала определить спектр соответствующего ему дискретного сигнала?
6. В чем заключается и как проявляется наложение спектров при дискретизации сигналов?
7. Из каких условий выбирается частота дискретизации аналоговых сигналов?
8. Каким образом могут быть уменьшены искажения, связанные с дискретизацией сигнала?
9. Покажите, как преобразуется спектр периодического сигнала при дискретизации с частотой, меньшей частоты сигнала?
10. Как изменяется спектр сигнала при цифроаналоговом преобразовании?
11. Как зависят искажения восстановления сигнала от частоты дискретизации и максимальной частоты его спектра в основной полосе?
12. Как определяется погрешность квантования дискретного квантованного сигнала?
13. Каков алгоритм преобразования дискретного квантованного сигнала в цифровой (алгоритм цифрового кодирования)?
14. При каких условиях цифровой и дискретный сигналы математически адекватны?
15. Как выражаются погрешности квантования для цифрового сигнала, представленного в дробном формате?
16. Как определяется автокорреляционная функция и спектральная плотность шума квантования АЦП?
19. Из каких условий выбирается необходимая разрядность АЦП?