

УДК 621

Составитель Е.Н. Политов

Рецензент

Кандидат технических наук, доцент *А.Н. Рукавицын*

Прикладная механика: методические указания к выполнению самостоятельной работы для студентов направления 12.03.04 «Биотехнические системы и технологии» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост. Е.Н. Политов. Курск, 2022. 58 с.: ил. 20, табл. 12. Библиогр.: с. 58.

Методические указания содержат сведения по решению простейших типовых задач механики. Приведены варианты расчётных схем и примеры решения задач, правила оформления расчётно-графической работы, а также задания для самостоятельной работы и тестовые задания для самоконтроля по дисциплине «Прикладная механика».

Методические указания соответствуют требованиям федеральных государственных образовательных стандартов.

Предназначены для студентов направления 12.03.04 «Биотехнические системы и технологии» всех форм обучения, а также других специальностей, изучающих прикладную (техническую) механику.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 10.02.2022 . Формат 60x84 1/16
Усл.печ.л. 3,2 . Уч.-изд.л. 3,0. Тираж 30 экз. Заказ 725 Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040 Курск, ул. 50 лет Октября, 94

Содержание

| | |
|---|----|
| Введение | 4 |
| Основные требования по выполнению и защите расчётно-графических работ | 4 |
| 1. Основные понятия механики | 7 |
| 1.1. Тестовые задания для самоконтроля по разделу (теме) 1 «Основные понятия механики» | 7 |
| 2. Кинематика | |
| 2.1. Расчётно-графическая работа I. Определение кинематических параметров тел, совершающих вращательное и поступательное движение | 11 |
| 2.2. Тестовые задания для самоконтроля по разделу (теме) 2 «Кинематика» | 16 |
| 3. Статика | |
| 3.1 Расчётно-графическая работа II. Определение реакций связей твёрдого тела | 21 |
| 3.2 Тестовые задания для самоконтроля по разделу (теме) 3 «Статика» | 26 |
| 4. Динамика | |
| 4.1 Расчётно-графическая работа III. Применение теоремы об изменении кинетической энергии к решению задач динамики механической системы | 30 |
| 4.2 Тестовые задания для самоконтроля по разделу (теме) 4 «Динамика» | 36 |
| 5. Механизмы и машины | 38 |
| 5.1. Решение задач об определении передаточного отношения зубчатых механизмов | 38 |
| 5.2 Тестовые задания для самоконтроля по разделу (теме) 5 «Механизмы и машины» | 40 |
| 6 Приводы | 41 |
| 6.1 Расчётно-графическая работа IV. Расчет кинематических и силовых параметров передаточных механизмов | 41 |
| 7. Основы расчета и проектирования оборудования | 52 |
| 7.1. Расчётно-графическая работа V. Расчёт стержней на растяжение-сжатие | 52 |
| Рекомендуемый список литературы | 58 |

Введение

При изучении дисциплины «Прикладная механика» наибольшие трудности у студентов возникают при решении практических задач.

Вместе с тем именно решение задач в значительной степени способствует освоению требуемых компетенций, развитию инженерного мышления у студентов, приобретению ими необходимых навыков расчётов механизмов и элементов инженерных конструкций.

В настоящей методической разработке подробно рассмотрены решения типовых задач механики, а также изложены требования по выполнению и оформлению индивидуальных расчётно-графических работ. Приведены также некоторые тестовые задания для самоконтроля.

Перед решением задач желательно ознакомиться с рекомендуемой литературой (с. 58).

Основные требования по выполнению и защите расчётно-графических работ

Все расчётно-графические работы выполняются на стандартных листах формата А4, скреплённых в тетрадь. Титульный лист оформляется в соответствии с требованиями ЕСКД. Пример оформления титульного листа приведен на рис. 1.

Расчётно-пояснительная записка должна быть достаточно краткой, без лишних подробных пояснений и теоретических выводов, имеющих в учебниках и других учебных пособиях, но не слишком краткой, содержащей одни только формулы и вычисления.

Формулы, приводимые в записке, должны быть, как правило, записаны сначала в общем виде, а затем уже должна быть произведена подстановка исходных данных и выполнены необходимые вычисления. При подстановке исходных данных нужно внимательно следить за соблюдением одинаковой размерности.

Все записи в расчётно-пояснительной записке ведутся чернилами синего или чёрного цвета на одной стороне писчей бумаги чётким разборчивым почерком, с расстоянием между строками 10-12 мм. Более предпочтительным является оформление записки с применением ЭВМ в любом текстовом редакторе (MS Word, Open Office и

др.), при этом желательно применение шрифтов 12 или 14 кегля и полуторный интервал между строками.

| | | |
|---|----------------|--------------|
| МИНОБРНАУКИ РОССИИ | | |
| Федеральное государственное образовательное учреждение высшего образования «Юго-Западный государственный университет» (ЮЗГУ) | | |
| <i>Кафедра механики, мехатроники и робототехники</i> | | |
| Расчётно-графическая работа по дисциплине «Прикладная механика» | | |
| <i>Вариант 11</i> | | |
| Выполнил: | ст. гр. БМ-11б | Иванова А.С. |
| Проверил: | к.т.н., доц. | Политов Е.Н. |
| Курск 2023 | | |

Рис. 1. Пример оформления титульного листа

Изложение текстового материала записки следует вести от первого лица или в безличной форме. Текст всей записки должен быть выдержан в едином стиле.

Графическая часть работы выполняется на бумаге формата А4 карандашом или гелевой ручкой чёрного цвета с применением необходимых чертёжных инструментов. Приветствуется использование компьютерных графических редакторов (Компас, AutoCad, MS Word, Corel Draw и др.).

В соответствии с заданием по числовым данным вычерчивается в масштабе расчетная схема, на которой проставляются исходные данные. На расчётной схеме должны быть отмечены все силовые, кинематические и динамические параметры (скорости и ускорения точек, силы и др.). Каждым студентом все задачи расчётно-

графической работы должны выполняться и отдаваться преподавателю на проверку в сроки, предусмотренные графиком работы студентов в текущем семестре. После исправления всех ошибок, отмеченных преподавателем при проверке, каждая задача расчётно-графической работы должна быть защищена.

На защиту студент получает задание на решение задачи по соответствующему разделу курса. Если студент решил задачу, и у преподавателя нет никаких дополнительных замечаний по расчётно-графической работе, то защита считается законченной. В случае если студент при защите не справляется с решением типовых задач, то преподавателем назначается дополнительная защита (не более двух раз).

1. Основные понятия механики

1.1. Тестовые задания для самоконтроля по разделу (теме) 1 «Основные понятия механики»

1. Раздел механики, в котором изучаются условия равновесия материальных тел, находящихся под действием сил, называется.....

- а). статика
- б). кинематика
- в). динамика
- г). кинетика

2. Раздел механики, в котором изучаются геометрические свойства движения материальных тел без учета действующих на них сил, называется.....

- а). кинематика
- б). статика
- в). динамика
- г). кинетика

3. Раздел механики, в котором изучаются законы движения материальных тел под действием сил, называется.....

- а). динамика
- б). кинематика
- в). статика
- г). кинетика

4. В курсе «сопротивление материалов» не решаются задачи на элементов конструкций:

- а). прочность
- б). жесткость
- в). устойчивость
- г). экономическую эффективность

5. Способность элементов конструкций сопротивляться разрушению под действием приложенных сил называется:

- а). прочность
- б). жесткость
- в). устойчивость
- г). надежность

6. способность элементов конструкций сопротивляться деформации называется:

- а). жесткость
- б). устойчивость
- в). надежность
- г). прочность

7. Способность элементов и конструкций сохранять определенную форму равновесия называется:

- а). жесткость
- б). устойчивость
- в). надежность
- г). прочность

8. Совокупность материальных точек или абсолютно твердых тел, связанных между собой общими законами движения или взаимодействия, называется:

- а). механической системой
- б). механизмом
- в). машиной
- г). физической моделью

9. Количественная мера механического действия одного материального тела на другое, характеризующая интенсивность и направление этого действия, называется:

- а). сила
- б). масса
- в). мощность
- г). давление
- д). энергия

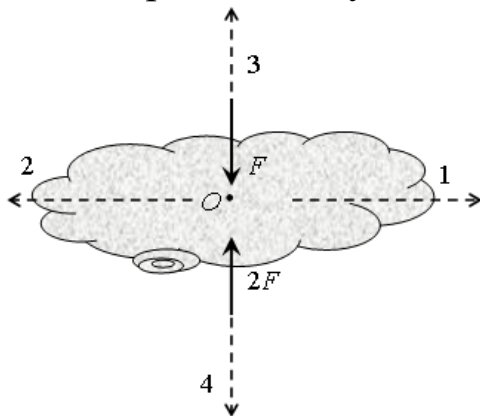
10. Кинематическим состоянием тела называется:

- а). состояние покоя или движения с неизменными параметрами
 б). ускоренное движение
 в). состояние невесомости
 г). деформированное состояние

11. Наука, изучающая законы механического движения и механического взаимодействия, общие для любых тел, называется:.

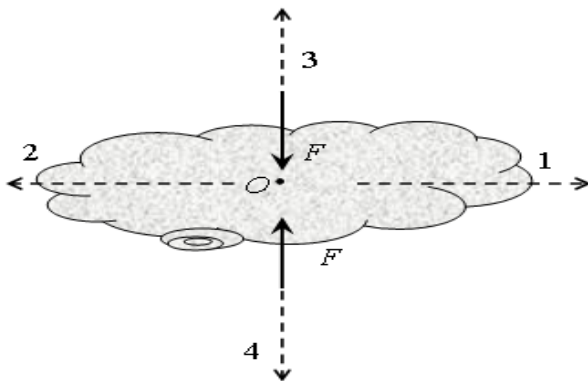
- а). Теоретическая механика
 б). Кинематика
 в). Теория механизмов и машин
 г). Статистика

12. К телу приложены две силы, как показано на рисунке. В каком направлении будет двигаться тело?



- а). 1
 б). 2
 в). 3
 г). 4
 д). тело будет покоиться

13. К телу приложены две силы, как показано на рисунке. В каком направлении будет двигаться тело?

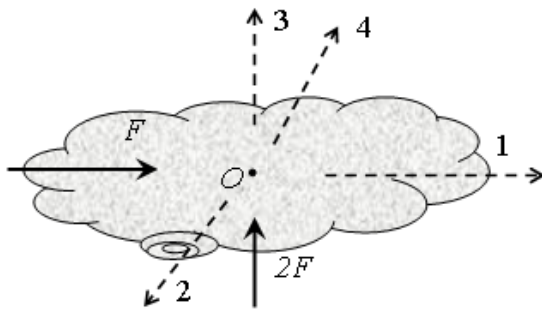


- а). 1
 б). 2
 в). 3
 г). 4
 д). тело будет покоиться

14. Устройство, выполняющее механические движения для преобразования энергии, материалов и информации с целью замены или облегчения физического и умственного труда человека, называется:

- а). машиной
- б). механизмом
- в). прибором
- г). конструкцией

15. К телу приложены две силы, как показано на рисунке. В каком направлении будет двигаться тело?



- а). 1
- б). 2
- в). 3
- г). 4
- д). тело будет покоиться

2. Кинематика

2.1. Расчетно-графическая работа I.

Определение кинематических параметров тел, совершающих вращательное и поступательное движение

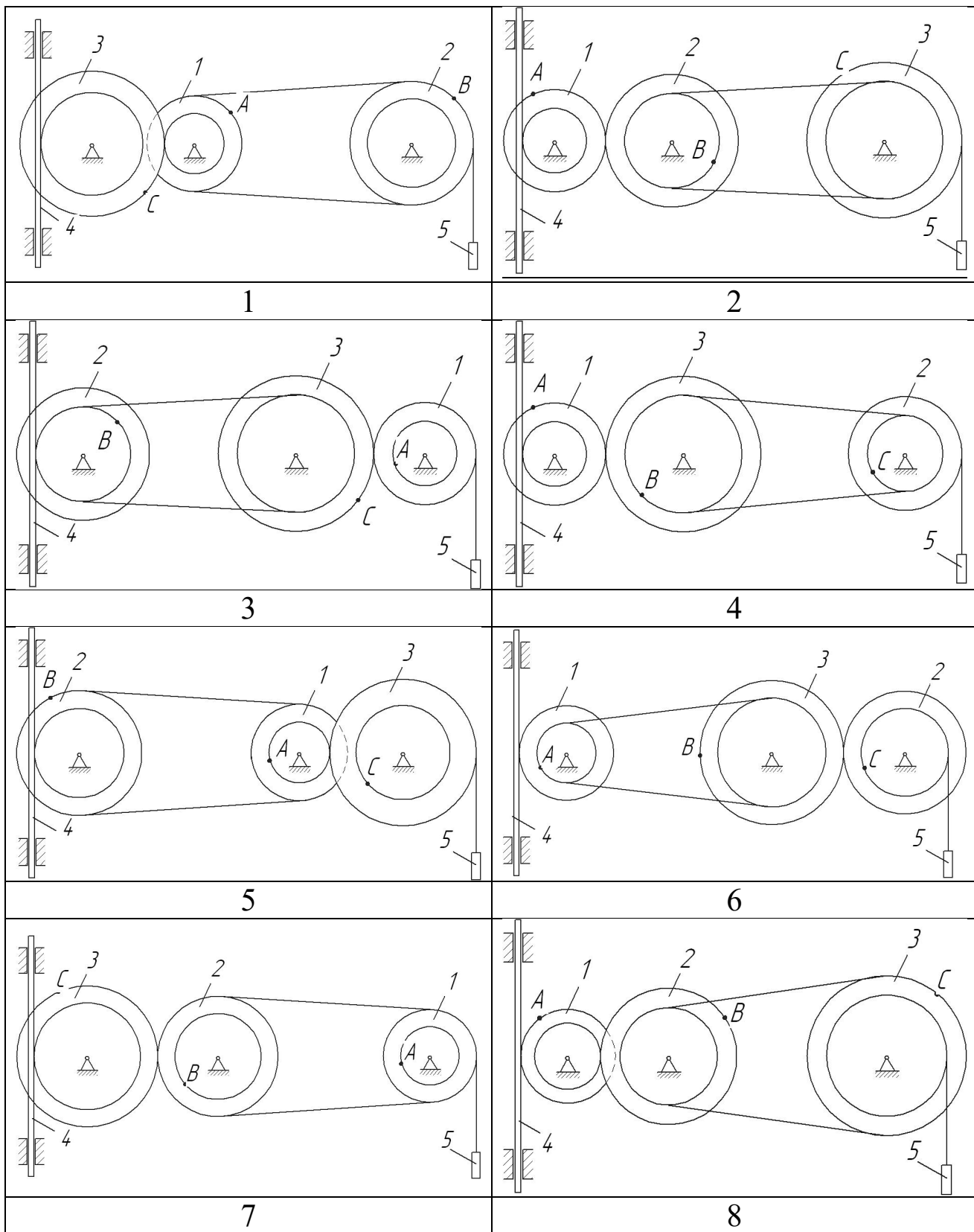
Механизм (см. рис. 2.1) состоит из ступенчатых колес 1-3, находящихся в зацеплении или связанных ременной передачей, зубчатой рейки 4 и груза 5, привязанного к концу нити, намотанной на одно из колес. Радиусы ступеней колес равны соответственно: у колеса 1 – $r_1 = 0,05$ м, $R_1 = 0,1$ м, у колеса 2 – $r_2 = 0,15$ м, $R_2 = 0,2$ м, у колеса 3 – $r_3 = 0,25$ м, $R_3 = 0,3$ м. На ободьях колес расположены точки A , B и C .

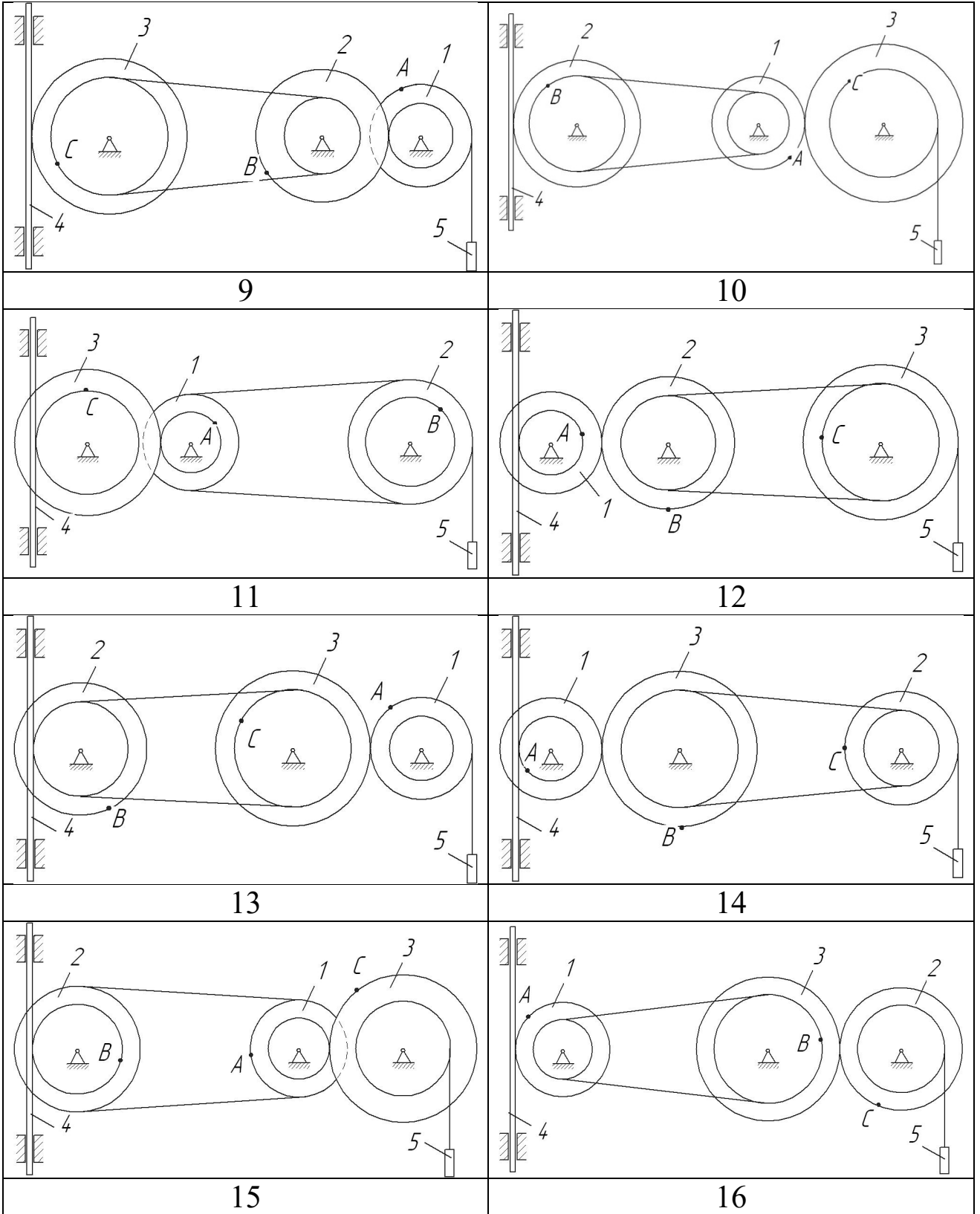
В столбце «Дано» таблицы 1 указан закон изменения скорости ведущего звена механизма, где $\omega_1(t)$ — закон изменения угловой скорости колеса 1 (рад/с), $v_5(t)$ — закон изменения скорости груза 5 (м/с) и т. д. Положительное направление для угловой скорости против хода часовой стрелки, для линейной скорости — вниз.

Определить в момент времени $t_1 = 3$ с скорости тел 4 и 5, точек A , B , C , а также угловые скорости всех колес. Определить указанные в таблице 2.1 в столбце «найти» ускорения (a — линейные, ε — угловые) соответствующих точек или тел.

Таблица 2.1 - Исходные данные для расчёта

| Номер условия | Дано | Найти | Номер условия | Дано | Найти |
|---------------|--------------------------|---------------------------|---------------|------------------------|---------------------------|
| 1 | $v_5 = 0,2(t^2 - 4)$ | ε_3, a_B, a_4 | 11 | $v_4 = 0,1(t^2 + 2t)$ | ε_2, a_A, a_5 |
| 2 | $\omega_1 = 2t^2 - 11$ | ε_2, a_C, a_5 | 12 | $\omega_1 = t^2 - 13$ | ε_3, a_A, a_5 |
| 3 | $\omega_2 = 7t - 3t^2$ | ε_2, a_A, a_4 | 13 | $\omega_2 = 4t^2 - 6t$ | ε_1, a_C, a_5 |
| 4 | $\omega_3 = 4t - t^2$ | ε_1, a_B, a_5 | 14 | $\omega_3 = 3t^2 - 7t$ | ε_2, a_A, a_4 |
| 5 | $\omega_1 = 5t - 2t^2$ | ε_2, a_C, a_4 | 15 | $\omega_1 = 5t + t^3$ | ε_3, a_C, a_5 |
| 6 | $\omega_2 = 2(t^2 - 2t)$ | ε_1, a_C, a_5 | 16 | $\omega_2 = 2t^2 - 8t$ | ε_1, a_C, a_5 |
| 7 | $v_4 = 0,3t^2 - 0,8$ | ε_3, a_B, a_5 | 17 | $v_5 = 0,3t^2 - 0,7$ | ε_3, a_A, a_4 |
| 8 | $v_5 = 0,3t^2 - 0,5t$ | ε_1, a_C, a_4 | 18 | $v_4 = 0,2t^2 - 0,4t$ | ε_2, a_C, a_5 |
| 9 | $\omega_3 = 8t - 3t^2$ | ε_2, a_A, a_4 | 19 | $\omega_3 = 9t - 2t^2$ | ε_1, a_B, a_4 |
| 10 | $v_4 = 0,5(t^3 - 4t)$ | ε_1, a_C, a_5 | 20 | $v_5 = 0,4t^3 - 0,8t$ | ε_2, a_C, a_4 |





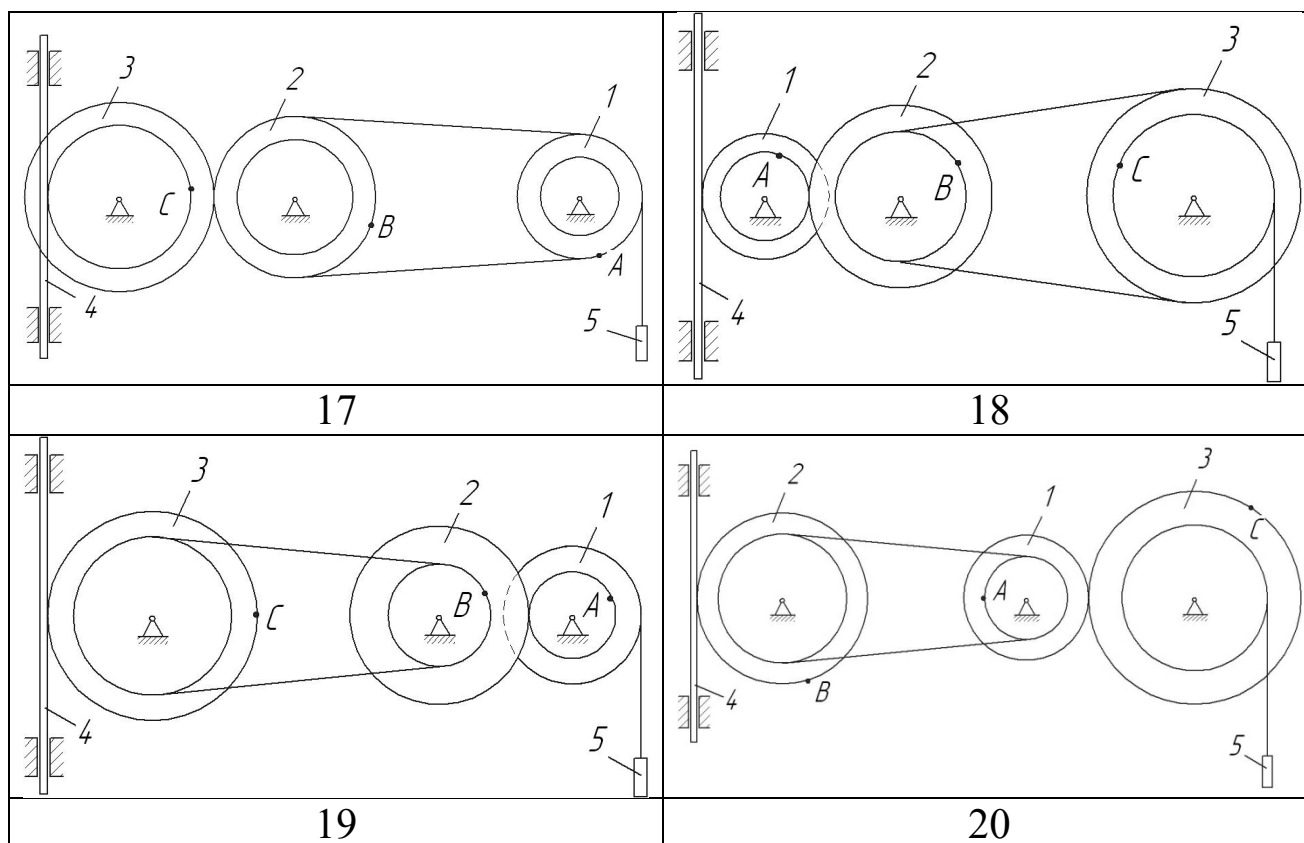


Рис. 2.1. Варианты расчётных схем механизмов

Пример выполнения задания.

Механизм состоит из ступенчатых колес 1-3, находящихся в зацеплении или связанных ременной передачей, зубчатой рейки 4 и груза 5, привязанного к концу нити, намотанной на одно из колес. Радиусы ступеней колес равны соответственно: у колеса 1 — $r_1 = 2$ см, $R_1 = 4$ см, у колеса 2 — $r_2 = 6$ см, $R_2 = 8$ см, у колеса 3 — $r_3 = 12$ см, $R_3 = 16$ см. На ободьях колес расположены точки A, B и C.

| Дано | Найти | |
|------------------------|-----------------|---------------------------|
| | скорости | ускорения |
| $\omega_2 = 7t - 3t^2$ | v_5, ω_3 | ε_2, a_A, a_4 |

Определить в момент времени $t_1 = 2$ с указанные в таблице в столбцах «Найти» скорости (v — линейные, ω — угловые) и ускорения (a — линейные, ε — угловые) соответствующих точек или тел (v_5 — скорость груза 5 и т.д.).

Решение

1) Определим угловую скорость и угловое ускорение колеса 2 в момент времени $t_1 = 2$ с

$\omega_2 = 7t - 3t^2 = 7 \cdot 2 - 3 \cdot 2^2 = 2$ рад/с – угловая скорость колеса 2 направлена против часовой стрелки.

$\varepsilon_2 = \dot{\omega}_2 = 7 - 6t = 7 - 6 \cdot 2 = -5$ рад/с²

Угловое ускорение колеса 2 направлено по часовой стрелке (знак «-»).

Рассмотрим расчетную схему (см. рисунок 2.2).

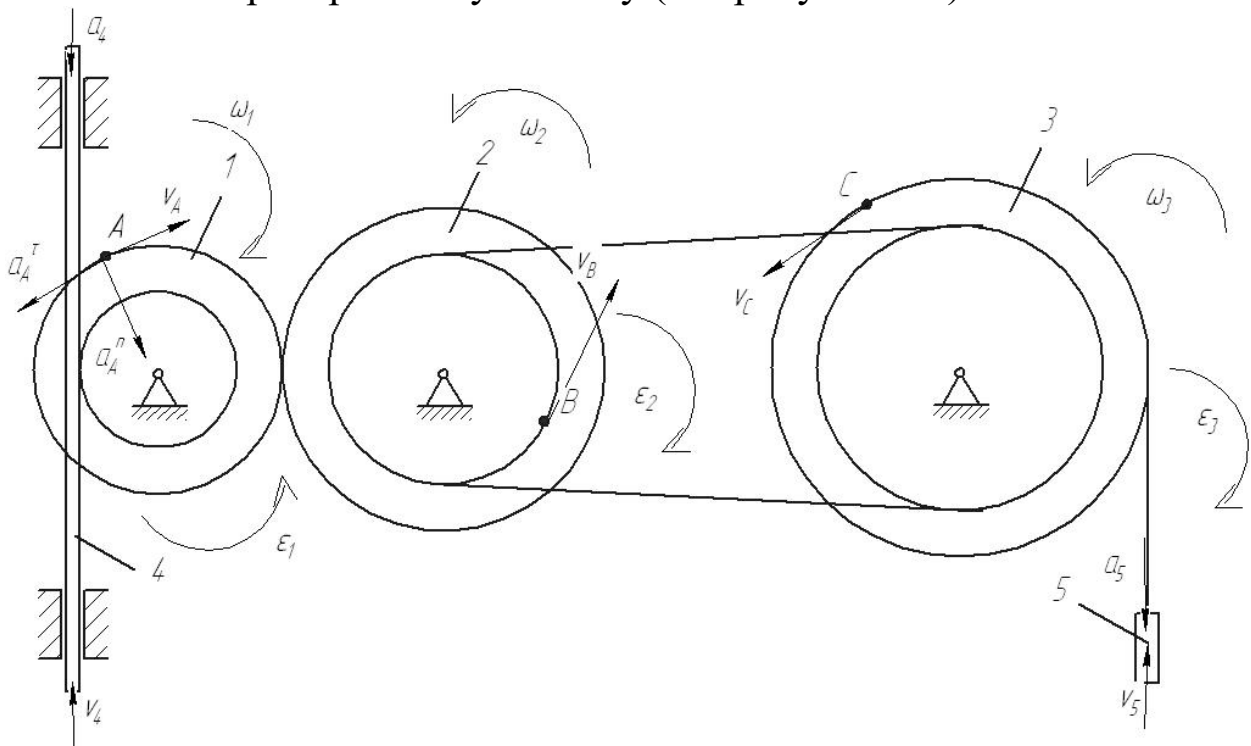


Рис. 2.2. Расчетная схема механизма с расстановкой векторов основных кинематических параметров

Определим кинематические соотношения.

$v_A = \omega_2 \cdot R_2 = 2 \cdot 8 = 16$ см/с – скорость точки A .

$\omega_1 = \frac{v_A}{R_1} = \frac{\omega_2 \cdot R_2}{R_1}$ – угловая скорость колеса 1.

$v_4 = \omega_1 \cdot r_1 = \frac{\omega_2 \cdot R_2 \cdot r_1}{R_1}$ – скорость рейки 4.

$v_B = \omega_2 \cdot r_2$ – скорость точки B .

$\omega_3 = \frac{v_B}{r_3} = \frac{\omega_2 \cdot r_2}{r_3} = \frac{2 \cdot 6}{12} = 1$ рад/с – угловая скорость колеса 3.

$$v_C = \omega_3 \cdot R_3 = \frac{\omega_2 \cdot r_2 \cdot R_3}{r_3} = \frac{2 \cdot 6 \cdot 16}{12} = 16 \text{ см/с} - \text{ скорость точки } C.$$

$$v_5 = v_C = 16 \text{ см/с}$$

2) Определим ускорения

$$\varepsilon_2 = 5 \text{ с}^{-2} - \text{ угловое ускорение колеса 2.}$$

$$a_4 = \dot{v}_4 = \frac{\varepsilon_2 \cdot R_2 \cdot r_1}{R_1} = \frac{5 \cdot 8 \cdot 2}{4} = 20 \text{ см/с}^2 - \text{ ускорение тела 4.}$$

$$\vec{a}_A = \vec{a}_A^{\tau} + \vec{a}_A^n - \text{ ускорение точки } A$$

$$a_A^{\tau} = \dot{v}_A = \varepsilon_2 \cdot R_2 = 5 \cdot 8 = 40 \text{ см/с}^2 - \text{ касательное ускорение}$$

точки A

$$a_A^n = \frac{v_A^2}{R_1} = \frac{16^2}{4} = 64 \text{ см/с}^2 - \text{ нормальное ускорение точки } A$$

$$a_A = \sqrt{(a_A^{\tau})^2 + (a_A^n)^2} = \sqrt{40^2 + 64^2} = 75 \text{ см/с}^2$$

Ответ: $\omega_3 = 1 \text{ рад/с}$

$$v_C = 16 \text{ см/с}$$

$$\varepsilon_2 = 5 \text{ с}^{-2} \quad a_4 = 20 \text{ см/с}^2$$

$$a_A = 75 \text{ см/с}^2$$

2.2. Тестовые задания для самоконтроля по разделу (теме) 2 «Кинематика»

1. Точка движется по окружности радиуса $R = 1$ м со скоростью $v(t) = 3 - 2t$ (м/с). Полное ускорение точки в момент времени $t_1 = 2$ с равно... м/с²

а). $\sqrt{5}$

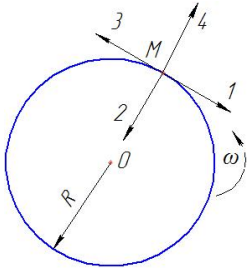
б). 3

в). 2

г). 5

2. Колесо вращается вокруг оси, проходящей через его центр (точка O) с угловой скоростью $\omega = 3t - t^2$

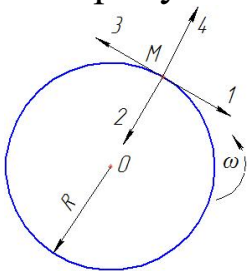
В момент времени $t = 2$ с скорость точки M направлена в сторону вектора ...



- а). 1
б). 2
в). 3
г). 4

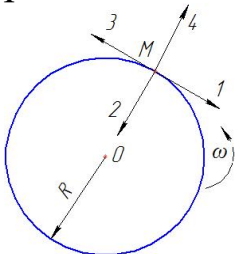
$$\omega = 3t - t^2$$

В момент времени $t = 2$ с нормальное ускорение точки M направлено в сторону вектора ...



- а). 1
б). 2
в). 3
г). 4

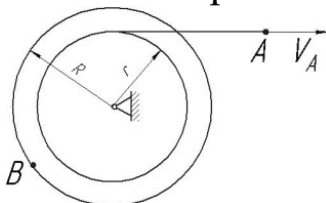
4. Колесо вращается вокруг оси, проходящей через его центр (точка O) с угловой скоростью $\omega = 3t - t^2$. В момент времени $t = 2$ с полное ускорение точки M определяется геометрической суммой векторов ...



- а). 1 и 2
б). 2 и 3
в). 3 и 4
г). 4 и 1

5. Скорость точки A нити определяется законом $V_A = 2t + 4$ (м).

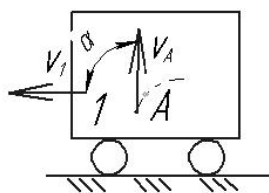
В момент времени $t_1 = 2$ с скорость точки B равна м/с



- а). 16
б). 4
в). 8
г). 12

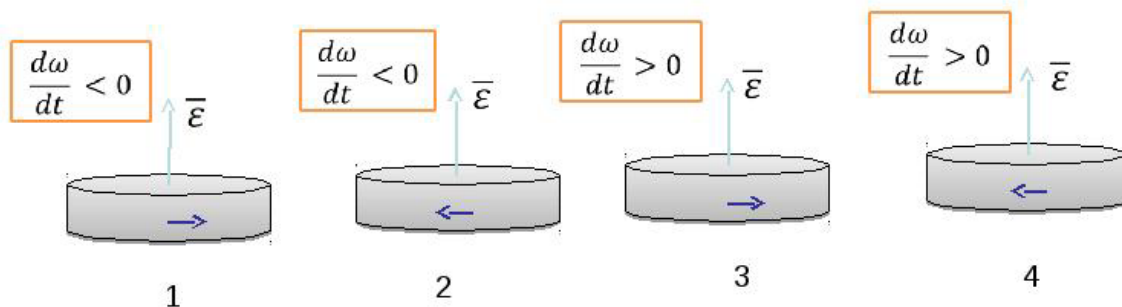
6. Тележка 1 движется по горизонтальной поверхности со скоростью $V_1 = 2$ м/с. Относительно тележки движется точка A , в текущий момент её скорость равна $V_A = 2$ м/с и составляет угол $\alpha = 90^\circ$ с поверхностью движения.

Абсолютная скорость точки A равнам/с:



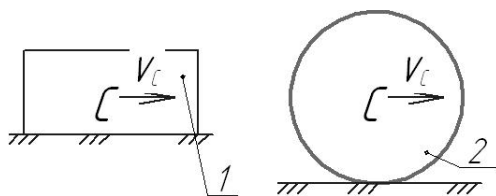
- а). 4
- б). 0
- в). 2
- г). $\sqrt{8}$

7. На каком из рисунков при указанных направлениях вращения правильно отображено направление углового ускорения?



8. На рисунке показаны два тела.

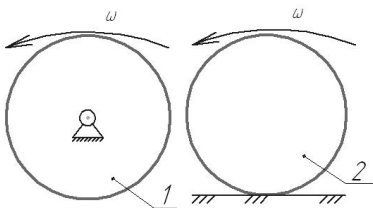
Какое из тел совершает плоскопараллельное движение?:



- а). 1
- б). 2
- в). оба
- г). ни одно

9. На рисунке показаны два тела.

Какое из тел совершает поступательное движение?:



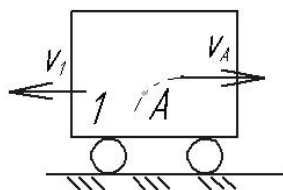
- а). 1
- б). 2
- в). оба
- г). ни одно

10. Кинематическим состоянием тела называется:

- а). состояние покоя или движения с неизменными параметрами
- в). состояние невесомости
- г). деформированное состояние

11. Тележка 1 движется по горизонтальной поверхности со скоростью $V_1 = 3$ м/с. Относительно тележки движется точка A , в текущий

момента её скорость равна $V_A = 4$ м/с и направлена параллельно поверхности движения. Абсолютная скорость точки A равна м/с:



- а). 0
- б). 5
- в). 7
- г). 1

12. Какая из перечисленных величин *не* определяется в разделе кинематика?:

- а. сила
- б. ускорение
- в. траектория
- г. скорость

13. Какая из перечисленных величин определяется в разделе кинематика?

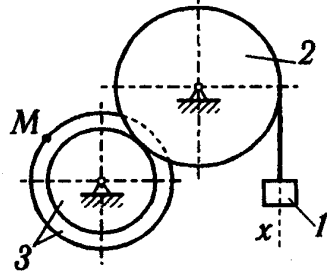
- а. реакция связи
- б. проекция силы
- в. момент силы
- г. ускорение

14. Чертёж, на котором изображены векторы, равные по модулю и направлениям ускорениям различных точек механизма в данный момент, называется.....?

- а). план скоростей
- б). план сил
- в). план ускорений
- г). план положений

15. Какая из перечисленных величин *не* определяется в разделе кинематика:

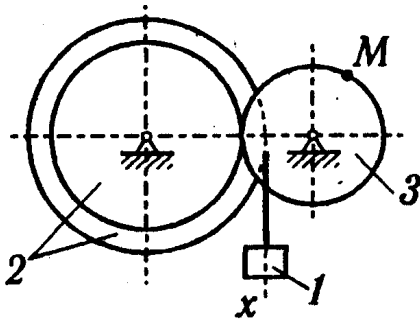
- а). Ньютоново ускорение
- б). кориолисово ускорение
- в). относительное ускорение
- г). переносное ускорение
- д). нормальное ускорение



16. Задано уравнение прямолинейного поступательного движения груза 1 $x = t^2 - 2t$

Радиусы колёс: $r_3 = 1$ м; $R_3 = 2$ м; $R_2 = 2$ м
в момент времени $t_1 = 2$ с скорость точки M механизма равна...

17. Задано уравнение прямолинейного поступательного движения груза 1 $x = t^2 - 2t$



Радиусы колёс: $r_3 = 1$ м; $R_3 = 2$ м; $R_2 = 2$ м
М

в момент времени $t_1 = 2$ с полное ускорение точки M механизма равно...

18. При равномерном движении точки по окружности нормальное и касательное её ускорения соответственно...:

- а. $a^n = 0$ $a^\tau = 0$
- б. $a^n \neq 0$ $a^\tau = 0$
- в. $a^n = 0$ $a^\tau \neq 0$
- г. $a^n \neq 0$ $a^\tau \neq 0$

19. При неравномерном движении точки по прямой нормальное и касательное её ускорения соответственно ...:

- а. $a^n = 0$ $a^\tau = 0$
- б. $a^n \neq 0$ $a^\tau = 0$
- в. $a^n = 0$ $a^\tau \neq 0$
- г. $a^n \neq 0$ $a^\tau \neq 0$

20. Если нормальное и касательное ускорения точки равны нулю, то точка совершает движение:

- а. прямолинейное равномерное
- б. прямолинейное неравномерное
- в. криволинейное неравномерное
- г. криволинейное равномерное

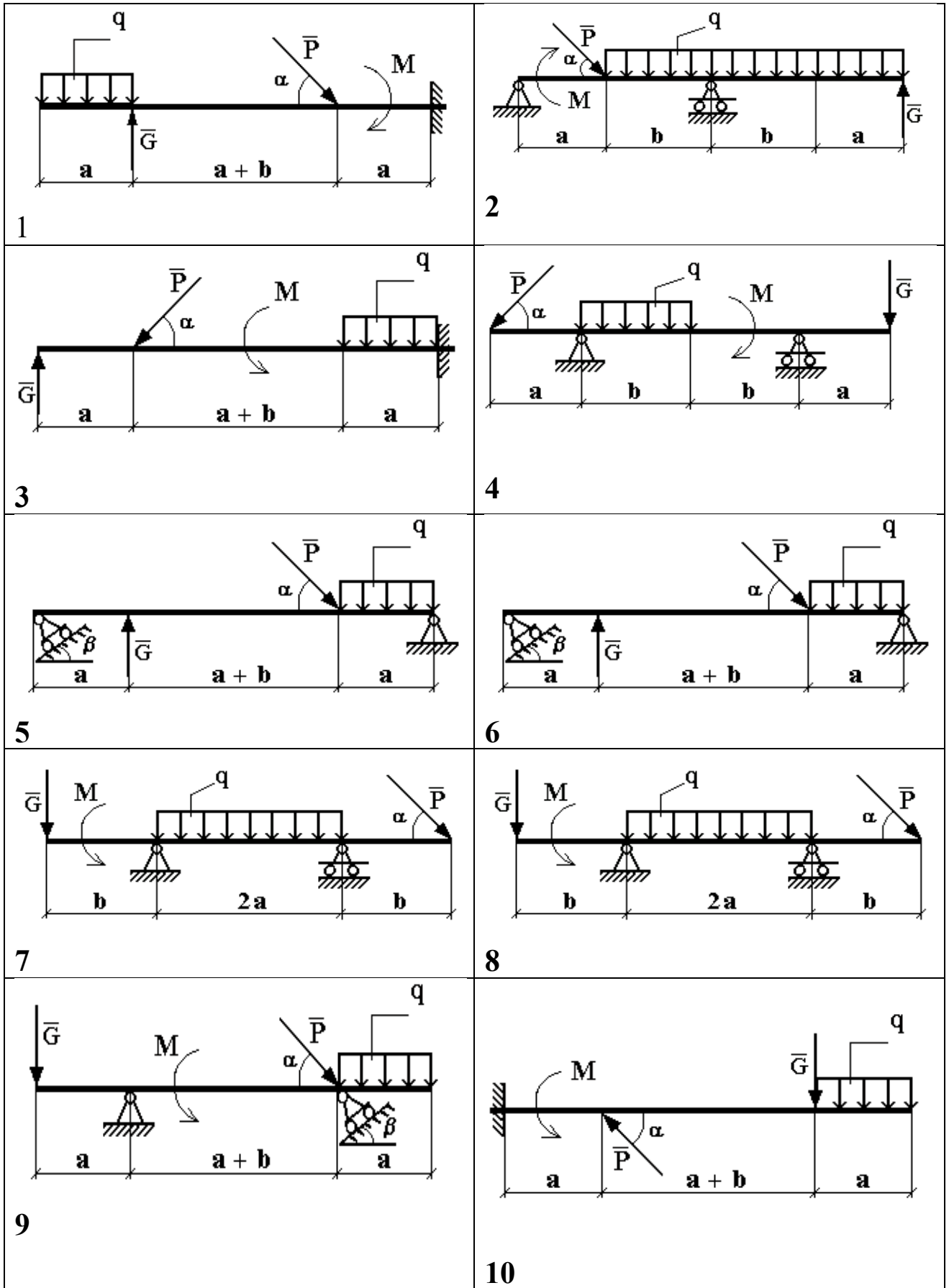
3. Статика

3.1 Расчетно-графическая работа II. Определение реакций связей твёрдого тела

Для заданной схемы (рис. 3.1) определить реакции опор горизонтальной балки от заданной нагрузки. Необходимые для расчета данные приведены в табл. 3.1.

Таблица 3.1 - Исходные данные к расчету

| Вариант | Нагрузка | | | | Размеры | | Углы | |
|---------|---------------|---------------|-----------------|------------------|---------------|---------------|--------------------|--------------------|
| | P Н | G Н | q Н/м | M Н* м | a м | b м | α градус | β градус |
| 1 | 200 | 120 | 8 | 80 | 1,5 | 3 | 30 | 45 |
| 2 | 80 | 160 | 12 | 80 | 2,5 | 1 | 60 | 30 |
| 3 | 100 | 140 | 16 | 90 | 3,5 | 1,5 | 45 | 60 |
| 4 | 250 | 20 | 4 | 40 | 1,5 | 2,5 | 45 | 60 |
| 5 | 60 | 240 | 20 | 100 | 3,2 | 2,4 | 60 | 45 |
| 6 | 120 | 180 | 8 | 60 | 3,0 | 2,2 | 30 | 45 |
| 7 | 80 | 120 | 10 | 20 | 2,4 | 3,0 | 45 | 30 |
| 8 | 100 | 60 | 6 | 140 | 2,6 | 1,4 | 45 | 60 |
| 9 | 100 | 80 | 12 | 120 | 2 | 3 | 30 | 60 |
| 10 | 150 | 60 | 10 | 80 | 3 | 2 | 60 | 30 |
| 11 | 200 | 40 | 06 | 60 | 2,5 | 1,5 | 45 | 30 |
| 12 | 250 | 20 | 4 | 40 | 1,5 | 2,5 | 45 | 60 |
| 13 | 60 | 240 | 20 | 100 | 3,2 | 2,4 | 60 | 45 |
| 14 | 120 | 180 | 8 | 60 | 3,0 | 2,2 | 30 | 45 |
| 15 | 80 | 120 | 10 | 20 | 2,4 | 3,0 | 30 | 30 |
| 16 | 100 | 60 | 6 | 140 | 2,6 | 1,4 | 60 | 60 |
| 17 | 180 | 40 | 4 | 70 | 1 | 2 | 30 | 45 |
| 18 | 120 | 160 | 15 | 90 | 2,0 | 1,5 | 45 | 30 |
| 19 | 100 | 40 | 20 | 60 | 2,5 | 2 | 60 | 45 |
| 20 | 250 | 120 | 8 | 140 | 1,5 | 2 | 45 | 60 |



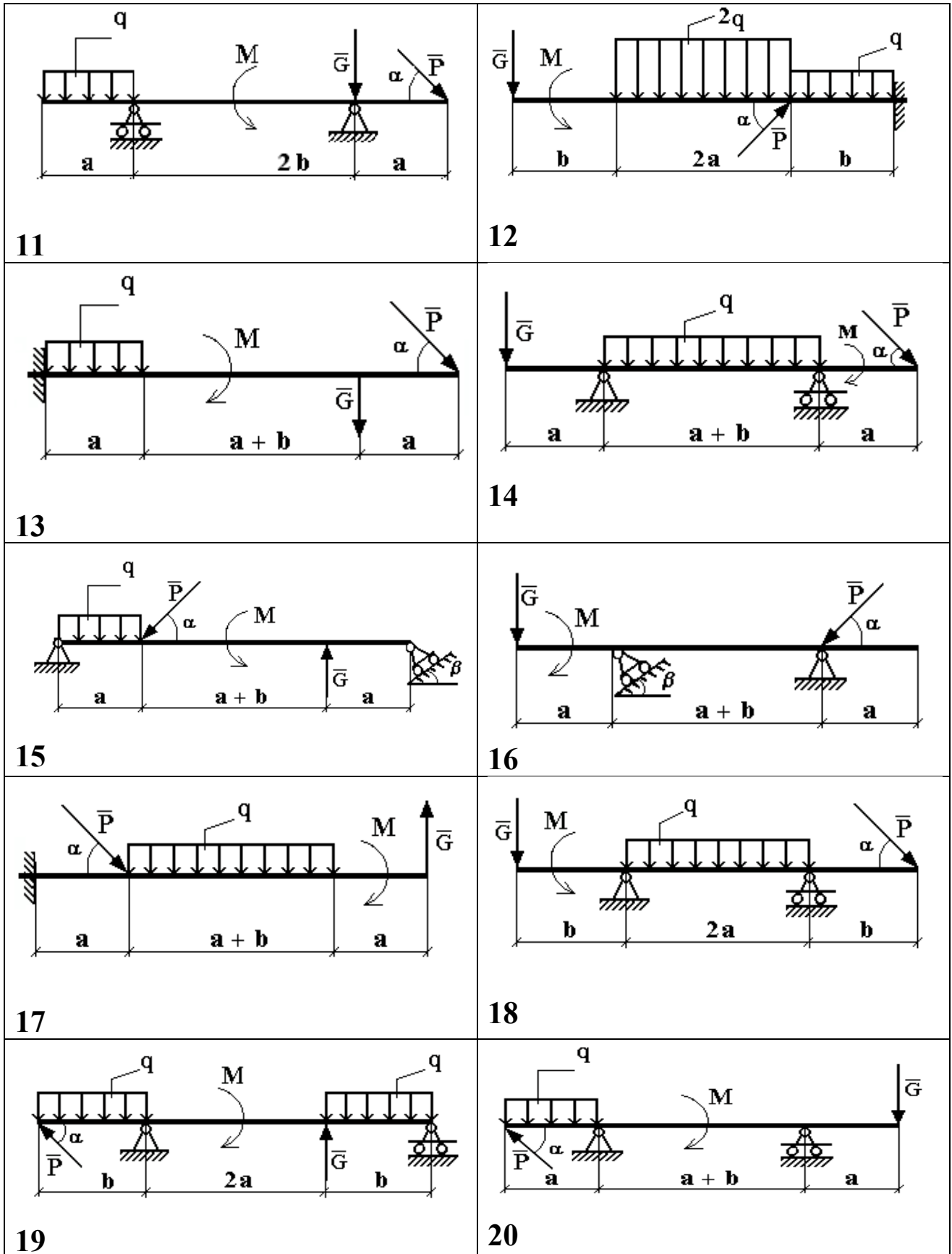


Рис. 3.1. Варианты расчётных схем механизмов

Пример решения задания.

Определить реакции опор горизонтальной балки от заданной нагрузки.

Дано:

Схема балки (рис. 3.2).

$$P = 20 \text{ кН}, G = 10 \text{ кН}, M = 4 \text{ кН} \cdot \text{м}, q = 2 \frac{\text{кН}}{\text{м}}, a = 2 \text{ м}, b = 3 \text{ м}, \alpha^0 = 30^0.$$

Определить реакции опор в точках А и В.

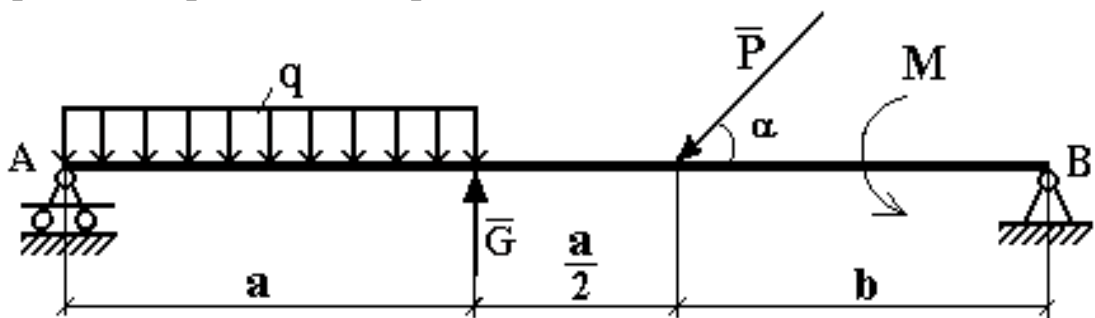


Рис. 3.2 Схема нагружения балки

Решение:

Рассмотрим равновесие балки АВ (рис. 3.3).

К балке приложена уравновешенная система сил, состоящая из активных сил и сил реакции.

Активные (заданные) силы:

\bar{P} , \bar{G} , \bar{Q} , пара сил с моментом M , где

\bar{Q} - сосредоточенная сила, заменяющая действие распределенной вдоль отрезка АС нагрузки интенсивностью q .

Величина

$$Q = q \cdot AC = q \cdot a = 2 \cdot 2 \frac{\text{кН}}{\text{м}} \cdot \text{м} = 4 \text{ кН}.$$

Линия действия силы \bar{Q} проходит через середину отрезка АС.

Силы реакции (неизвестные силы):

\bar{R}_A , \bar{X}_B , \bar{Y}_B .

\bar{R}_A - заменяет действие отброшенного подвижного шарнира (опора А).

Реакция \bar{R}_A перпендикулярна поверхности, на которую опираются катки подвижного шарнира.

\bar{X}_B, \bar{Y}_B - заменяют действие отброшенного неподвижного шарнира (опора В).

\bar{X}_B, \bar{Y}_B - составляющие реакции \bar{R}_B , направление которой заранее неизвестно.

Расчетная схема

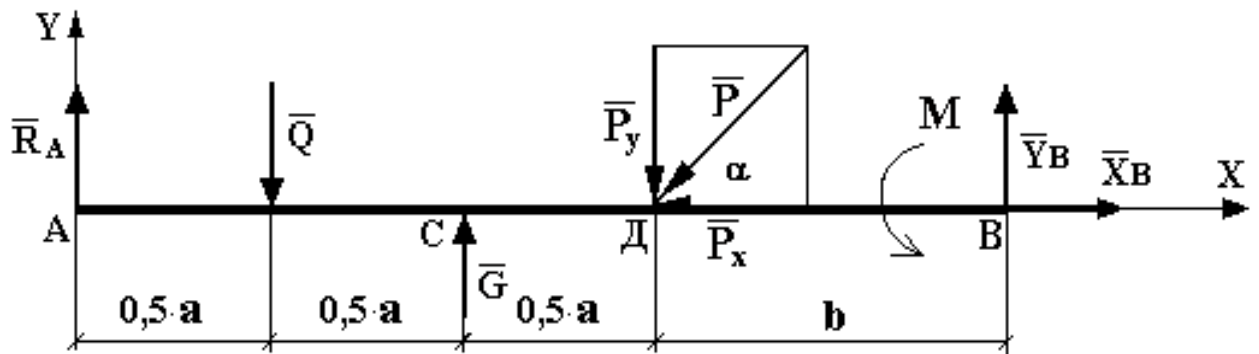


Рис. 3.3 Расчетная схема для определения реакций связей

Для полученной плоской произвольной системы сил можно составить три уравнения равновесия:

$$\sum F_{KX} = 0, \quad \sum F_{KY} = 0, \quad \sum M_0(\bar{F}_K) = 0.$$

Задача является статически определимой, так как число неизвестных сил ($\bar{R}_A, \bar{X}_B, \bar{Y}_B$) - три - равно числу уравнений равновесия.

Поместим систему координат XY в точку А, ось AX направим вдоль балки. За центр моментов всех сил выберем точку В.

Составим уравнения равновесия:

- 1) $\sum F_{KX} = 0 \rightarrow X_B - P \cdot \cos \alpha = 0;$
- 2) $\sum F_{KY} = 0 \rightarrow R_A - Q + G - P \cdot \sin \alpha + Y_B = 0;$
- 3) $\sum M_B(\bar{F}_K) = 0 \rightarrow M + P \cdot \sin \alpha \cdot b - G \cdot (b + 0,5 \cdot a) + Q \cdot (a + b) - R_A \cdot (1,5 \cdot a + b) = 0.$

Решая систему уравнений, найдем $\bar{R}_A, \bar{X}_B, \bar{Y}_B$.

① $\rightarrow X_B = P \cdot \cos \alpha = 20 \cdot \cos 30^\circ \approx 20 \cdot 0,866 = 17,32 \text{ кН.}$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{3} \rightarrow R_A &= \frac{1}{(1,5 \cdot a + b)} [M + P \cdot \sin \alpha \cdot b - G \cdot (b + 0,5 \cdot a) + Q \cdot (a + b)] = \\
 &= \frac{1}{1,5 \cdot 2} \cdot [4 + 20 \cdot \sin 30^\circ \cdot 3 - 10 \cdot (3 + 1) + 4 \cdot (2 + 3)] = \frac{1}{6} \cdot [4 + 30 - 40 + 20] = \\
 &= \frac{14}{6} \approx 2,333 \text{ кН}.
 \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} \rightarrow Y_B = Q - G + P \cdot \sin \alpha - R_A = 4 - 10 + 20 \cdot \sin 30^\circ - 2,333 = 4 - 2,333 = 1,667 \text{ кН}.$$

Определив \bar{X}_B , \bar{Y}_B , найдем величину силы реакции неподвижного шарнира

$$R_B = \sqrt{X_B^2 + Y_B^2} = \sqrt{17,32^2 + 1,667^2} = \sqrt{299,9824 + 2,778889} \approx 17,4 \text{ кН}.$$

В целях проверки составим уравнение

$$\sum M_D(\bar{F}_K) = -R_A \cdot 1,5 \cdot a + Q \cdot a - G \cdot 0,5 \cdot a + M + Y_B \cdot b.$$

Если в результате подстановки в правую часть этого равенства данных задачи и найденных сил реакций получим нуль, то задача решена - верно.

$$\begin{aligned}
 \sum M_D(\bar{F}_K) &= -2,333 \cdot 1,5 \cdot 2 + 4 \cdot 2 - 10 \cdot 1 + 4 + 1,667 \cdot 3 = -6,999 + 8 - 10 + 4 + 5,001 = \\
 &= 17,001 - 16,999 = 0,002 \approx 0.
 \end{aligned}$$

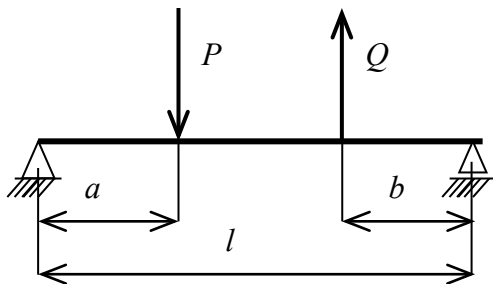
Реакции найдены верно. Неточность объясняется округлением при вычислении R_A .

Ответ: $R_A = 2,333 \text{ кН}$.

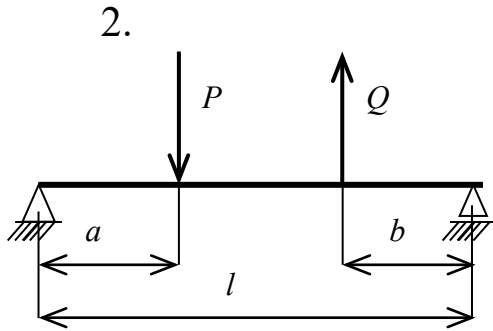
$$R_B = 17,4 \text{ кН}.$$

3.2 Тестовые задания для самоконтроля по разделу (теме) 3 «Статика»

1.

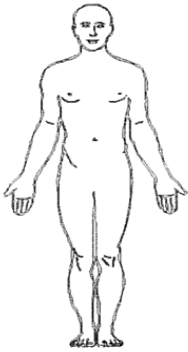


$P = 8 \text{ кН}$ $Q = 4 \text{ кН}$ $a = 1 \text{ м};$
 $b = 1 \text{ м};$ $l = 3 \text{ м}$
 Реакция в левой опоре равна



$P = 6 \text{ кН}$ $Q = 12 \text{ кН}$ $a = 1$
 м; $b = 1$ м; $l = 3$ м
 Реакция в правой опоре равна

3. Куда переместится центр масс человека, если он поднимет обе руки из положения, показанного на рисунке, вертикально вверх ?

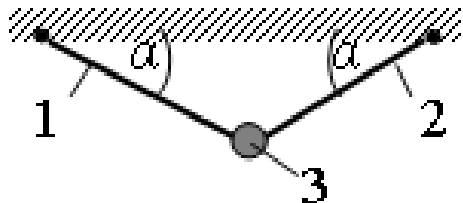


- а. вниз
- б. вверх
- в. влево
- г. вправо
- д. никуда

4. Для плоской произвольной системы сил можно составить независимых уравнений равновесия

- а. 3
- б. 6
- в. 2
- г. 4
- д. 5

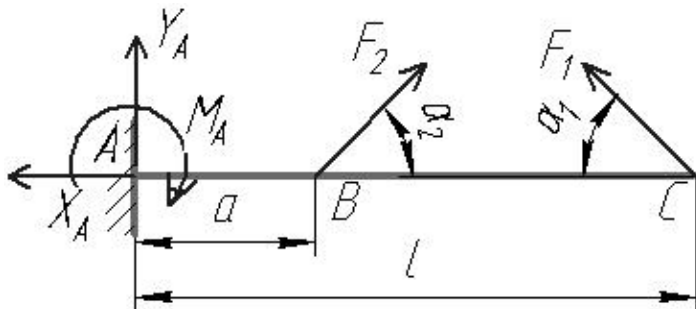
5. Груз 3 массой 2 кг подвешен на двух нитях, угол наклона нитей $\alpha = 30^\circ$. Сила натяжения нити равна ...



- а). 20 Н
- б). 10 Н
- в). 17,3 Н
- г). 0

6. В точке C консольной балки приложена сила $F_1 = 10 \text{ Н}$ под углом $\alpha_1 = 30^\circ$, в точке B – сила $F_2 = 20 \text{ Н}$ под углом $\alpha_2 = 45^\circ$.

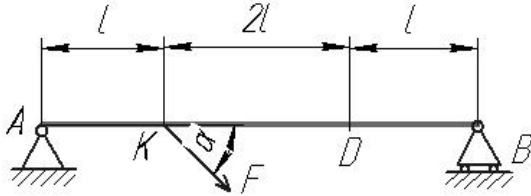
$l = 0,1 \text{ м}, a = 0,03 \text{ м}$. Реакция X_A равна



- а. 9,1 Н
- б. 5,5 Н
- в. 10 Н
- г. 0

$7F = 10 \text{ Н}, l = 1 \text{ м}, \alpha = 30^\circ$

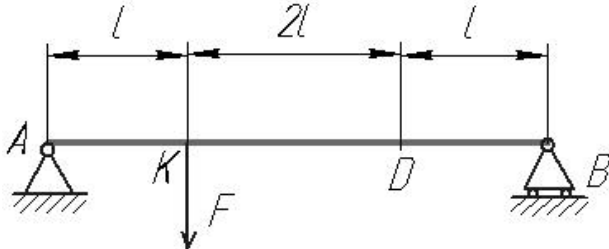
Момент силы F относительно точки A равен ...



- а. 8,7 Н·м
- б. 5 Н·м
- в. 13,7 Н·м
- г. 0

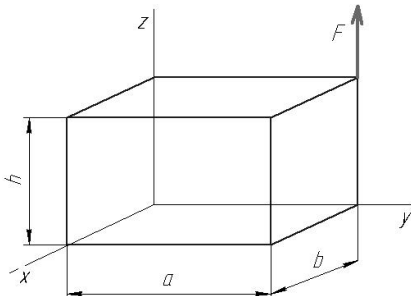
8. В точке K двухопорной балки приложена сила $F = 20 \text{ Н}$. $l = 0,1 \text{ м}$.

Реакция связи в точке B равна



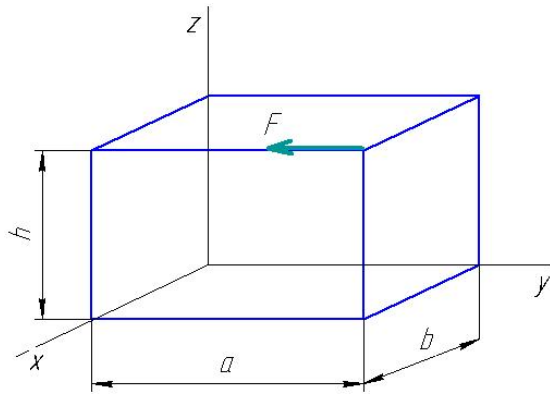
- а. 15 Н
- б. 5 Н
- в. 2 Н
- г. 0

9. Момент силы F относительно оси x равен.....



- а. $F \cdot a$
- б. $F \cdot b$
- в. $F \cdot h$
- г. 0

10. Момент силы F относительно оси y равен.....:



- а. $F \cdot a$
- б. $F \cdot b$
- в. $F \cdot h$
- г. 0

11 Какая из перечисленных величин *не* определяется в разделе «статика»:

- а. реакция связи
- б. проекция силы
- в. ускорение
- г. момент силы

12. Для плоской произвольной системы сил можно составить независимых уравнений равновесия

- а. 3
- б. 6
- в. 2
- г. 4
- д. 5

13. Для пространственной сходящейся системы сил можно составить независимых уравнений равновесия

- а. 3
- б. 6
- в. 2
- г. 4
- д. 5

4. Динамика

4.1 Расчетно-графическая работа III. Применение теоремы об изменении кинетической энергии к решению задач динамики механической системы

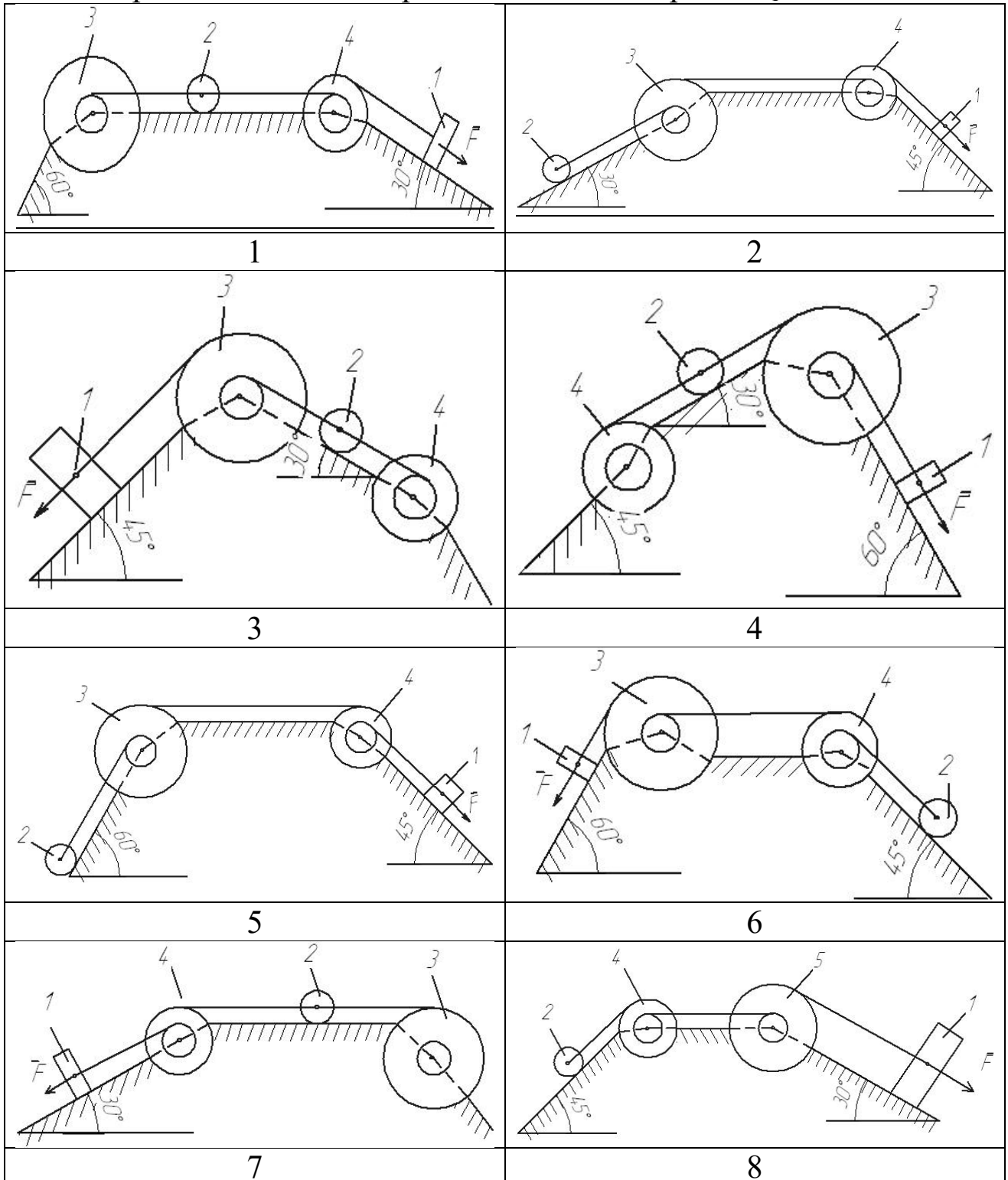
Механическая система состоит из груза 1 (коэффициент трения груза о плоскость $f = 0,1$), цилиндрического сплошного однородного катка 2 и ступенчатых шкивов 3 и 4 с радиусами ступеней $R_3 = 0,4$ м, $r_3 = 0,2$ м, $R_4 = 0,3$ м, $r_4 = 0,2$ м (массу каждого шкива считать равномерно распределенной по его внешнему ободу) (рис. 4.1, табл. 4.1). Тела системы соединены друг с другом невесомыми нитями, намотанными на шкивы; участки нитей параллельны соответствующим плоскостям.

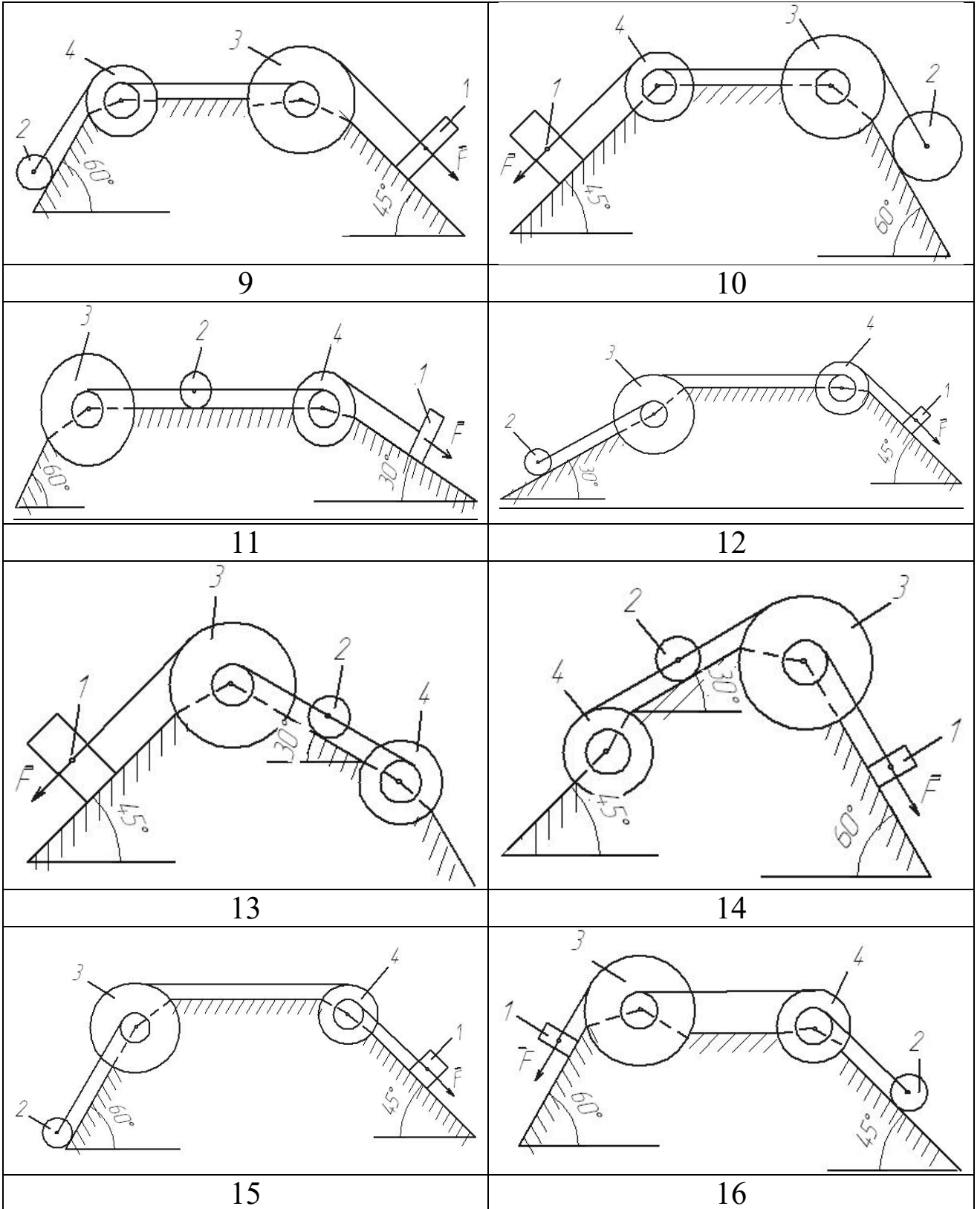
Таблица 4.1- Исходные данные для расчёта

| Номер условия | m_1 кг | m_2 кг | m_3 кг | m_4 кг | M_3 Н·м | M_4 Н·м | F Н | S_1 м |
|---------------|-------------|-------------|-------------|-------------|--------------|--------------|----------|------------|
| 1 | 6 | 2 | 2 | 1 | 6 | 0 | 200 | 1,2 |
| 2 | 3 | 4 | 6 | 8 | 0 | 4 | 220 | 0,8 |
| 3 | 2 | 2 | 4 | 1 | 3 | 0 | 240 | 0,6 |
| 4 | 8 | 1 | 2 | 6 | 0 | 6 | 260 | 1,4 |
| 5 | 8 | 2 | 4 | 5 | 9 | 0 | 280 | 1,6 |
| 6 | 3 | 6 | 2 | 8 | 0 | 8 | 300 | 1,0 |
| 7 | 5 | 4 | 6 | 3 | 6 | 0 | 320 | 0,8 |
| 8 | 6 | 2 | 4 | 1 | 3 | 0 | 340 | 1,6 |
| 9 | 8 | 4 | 6 | 10 | 0 | 4 | 360 | 1,4 |
| 10 | 2 | 1 | 4 | 6 | 0 | 8 | 380 | 1,0 |
| 11 | 5 | 3 | 2 | 1 | 0 | 5 | 390 | 1,0 |
| 12 | 6 | 5 | 4 | 7 | 5 | 0 | 400 | 0,9 |
| 13 | 3 | 6 | 4 | 2 | 0 | 4 | 410 | 0,7 |
| 14 | 6 | 2 | 1 | 4 | 4 | 0 | 420 | 1,0 |
| 15 | 6 | 2 | 3 | 4 | 0 | 8 | 430 | 0,6 |
| 16 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 0 | 440 | 0,9 |
| 17 | 7 | 3 | 6 | 4 | 0 | 7 | 450 | 0,7 |
| 18 | 5 | 2 | 4 | 3 | 0 | 6 | 460 | 1,1 |
| 19 | 8 | 5 | 6 | 7 | 6 | 0 | 470 | 1,1 |
| 20 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | 0 | 480 | 1,0 |

Под действием силы F и сил тяжести система приходит в движение из состояния покоя. При движении системы на шкивы 3 и 4 действуют постоянные моменты сил сопротивлений, равные соответственно M_3 и M_4

Определить значение скорости груза 1 в тот момент времени, когда перемещение точки приложения силы F равно s_1 .





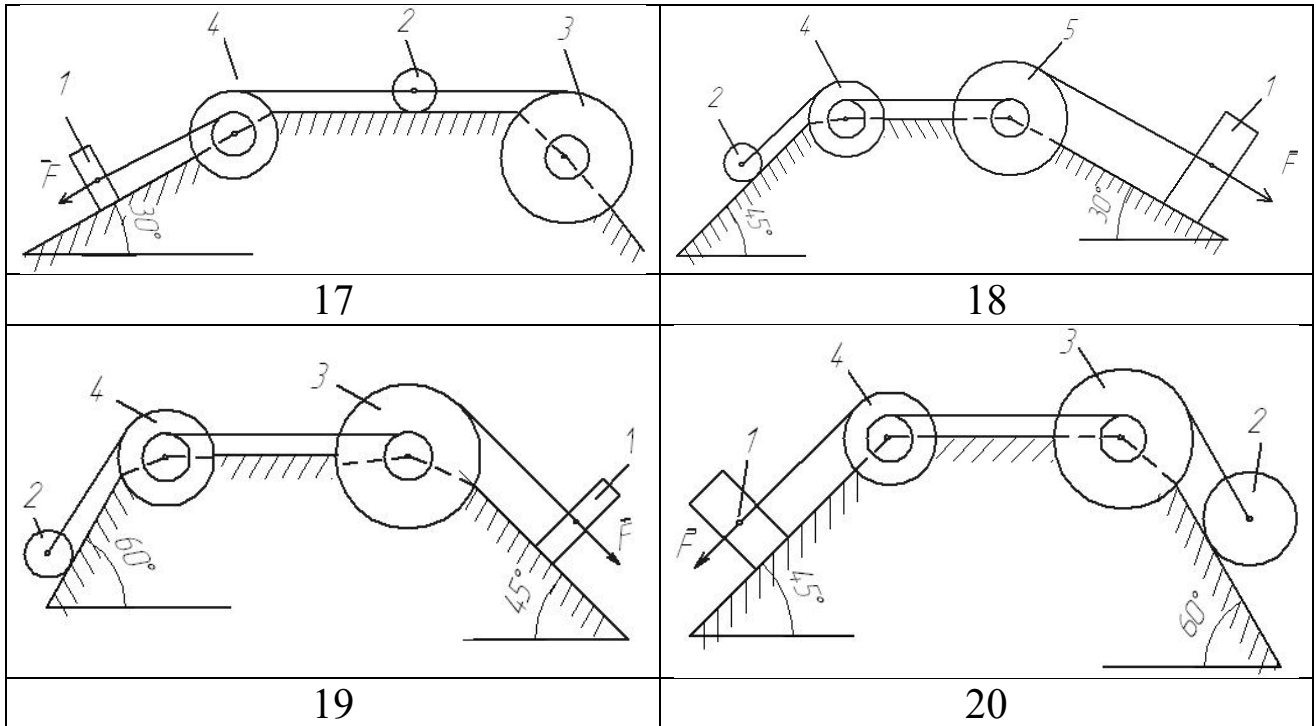


Рис. 4.1. Варианты расчётных схем механизмов

Пример решения задания.

Механическая система состоит из грузов 1 и 2 (коэффициент трения грузов о плоскость $f = 0,1$), цилиндрического сплошного однородного катка 3 и ступенчатых шкивов 4 и 5 с радиусами ступеней $R_4 = 0,3$ м, $r_4 = 0,1$ м, $R_5 = 0,2$ м, $r_5 = 0,1$ м (массу каждого шкива считать равномерно распределенной по его внешнему ободу) Тела системы соединены друг с другом нитями, намотанными на шкивы; участки нитей параллельны соответствующим плоскостям (см. рис. 4.2 и табл. 4.2).

Под действием силы F и сил тяжести система приходит в движение из состояния покоя. При движении системы на шкивы 4 и 5 действуют постоянные моменты сил сопротивлений, равные соответственно M_4 и M_5 . Определить скорости груза 1 в тот момент времени, когда перемещение точки приложения силы F равно s_1 .

Таблица 4.2 – Данные для расчета

| m_1 кг | m_2 кг | m_3 кг | m_4 кг | m_5 кг | M_4 Н·м | M_5 Н·м | F , Н | S_1 м |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|--------------|--------------|------------|------------|
| 6 | 0 | 4 | 0 | 8 | 0,3 | 0 | 240 | 1,6 |

Решение

1) Используем теорему об изменении кинетической энергии механической системы:

$$T - T_0 = \sum A_i$$

В начальный момент времени система покоится: $T_0 = 0$

Тогда получим:

$$T = \sum A_i$$

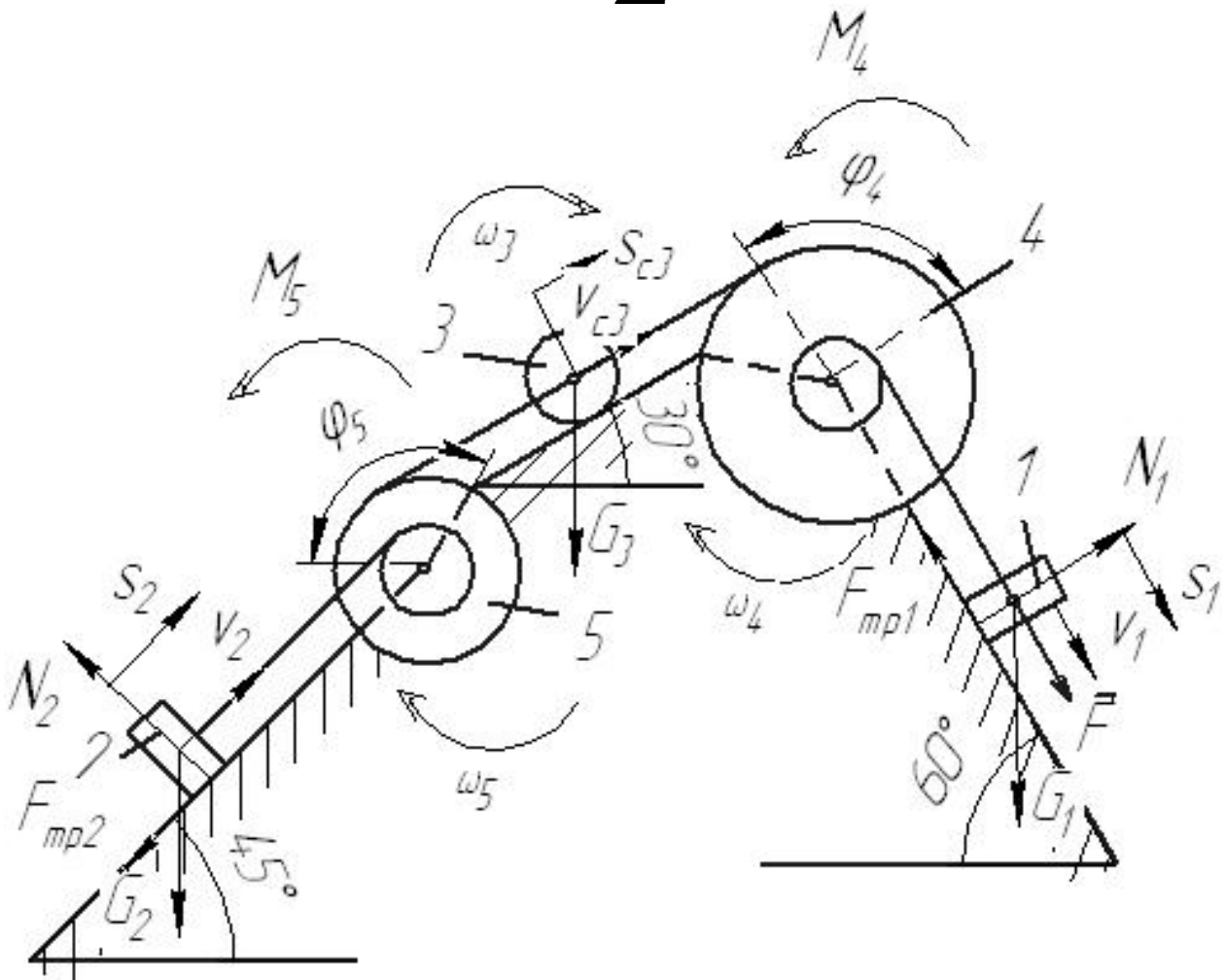


Рис. 4.2. Расчетная схема

2) Определим кинетическую энергию системы в конечный момент времени, когда пройденный телом 1 путь составит s_1 .

$$T = T_1 + T_3 + T_5$$

Найдем кинетические энергии тел, имеющих ненулевую массу.

$$T_1 = m_1 v_1^2 / 2 - \text{поступательное движение}$$

$$T_5 = J_5 \omega_5^2 / 2 - \text{вращательное движение}$$

где $J_5 = m_5 R_5^2$ – момент инерции колеса 5.

$$T_3 = m_3 v_{c3}^2 / 2 + J_3 \omega_3^2 / 2 - \text{плоское движение}$$

где $J_3 = m_3 R_3^2 / 2$ – момент инерции колеса 3.

Выразим все скорости через скорость 1 тела v_1 .

$$\omega_4 = \frac{v_1}{r_4}$$

$$v_{c3} = \omega_4 R_4 = 3v_1 \quad \omega_3 = \frac{v_{c3}}{R_3} = \frac{3v_1}{R_3}$$

$$\omega_5 = \frac{v_{c3}}{R_5} = \frac{3v_1}{R_5} \quad v_2 = \omega_5 r_5 = 1,5v_1$$

Тогда получим выражение для кинетической энергии системы в конечный момент:

$$T = m_1 v_1^2 / 2 + 9m_3 v_1^2 / 2 + 9m_3 v_1^2 / 4 + 9m_5 v_1^2 / 2$$

$$T = v_1^2 \left(m_1 / 2 + 9m_3 / 2 + 9m_3 / 4 + 9m_5 / 2 \right)$$

Получим:

$$T = v_1^2 \left(6/2 + 9 \cdot 4/2 + 9 \cdot 4/4 + 9 \cdot 8/2 \right) = 66v_1^2$$

3) Найдём сумму работ внешних сил за время движения системы.

$$A_F = F \cdot s_1 = 240 \cdot 1,6 = 384 \text{ Дж} - \text{работа силы } F.$$

$A_{G_1} = G_1 s_1 \cos 30^\circ = 6 \cdot 9,8 \cdot 1,6 \cdot \cos 30^\circ = 81,5 \text{ Дж}$ - работа силы тяжести G_1 .

$$A_{F_{mp1}} = -F_{mp1} s_1 - \text{работа силы трения } F_{mp1}.$$

$$F_{mp1} = fN = fG_1 \sin 30^\circ$$

$$A_{F_{mp1}} = -fG_1 s_1 \sin 30^\circ = -0,1 \cdot 6 \cdot 9,8 \cdot 1,6 \cdot \sin 30^\circ = -4,7 \text{ Дж}$$

$$A_{M_4} = -M_4 \varphi_4 - \text{работа момента сопротивления } M_4.$$

$$\varphi_4 = s_1 / r_4$$

$$A_{M_4} = -M_4 s_1 / r_4 = -\frac{0.3 \cdot 1.6}{0.1} = -4,8 \text{ Дж}$$

$A_{G_3} = -G_3 s_{c3} \cos 60^\circ$ - работа силы тяжести G_3 .

$$s_{c3} = 3 \cdot s_1$$

$$A_{G_3} = -3G_3 s_1 \cos 60^\circ = -3 \cdot 4 \cdot 9.8 \cdot 1.6 \cdot \cos 60^\circ = -94.1 \text{ Дж}$$

Работа остальных сил и моментов равна нулю.

Тогда:

$$\sum A_i = 384 + 81,5 - 4,7 - 4,8 - 94,1 = 362 \text{ Дж}$$

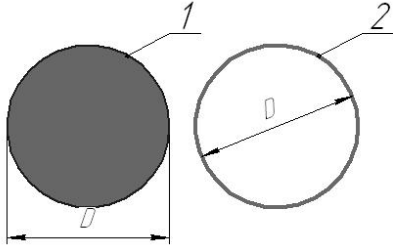
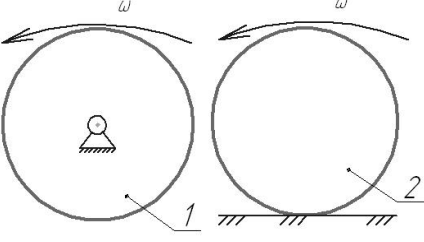
4) Получим:

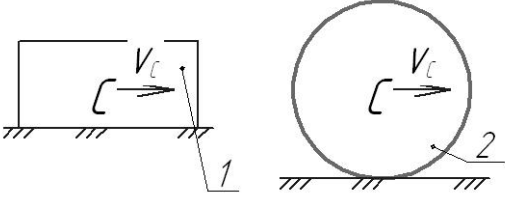
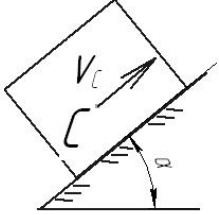
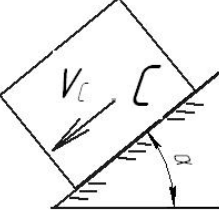
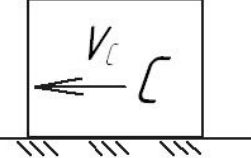
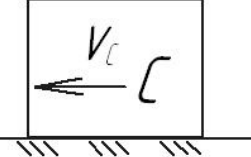
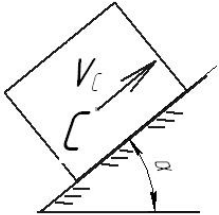
$$66v_1^2 = 362$$

откуда:

$$v_1 = \sqrt{362/66} = 2,34 \text{ м/с}$$

4.2 Тестовые задания для самоконтроля по разделу (теме) 4 «Динамика»

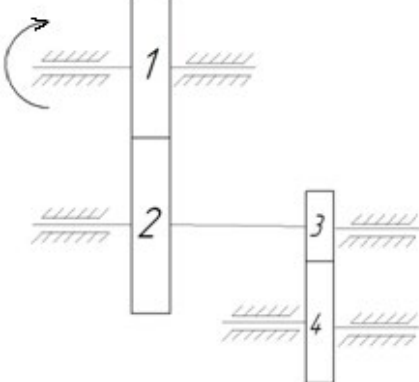
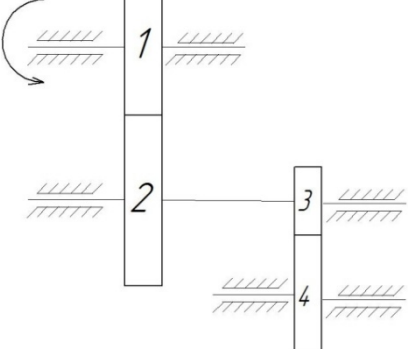
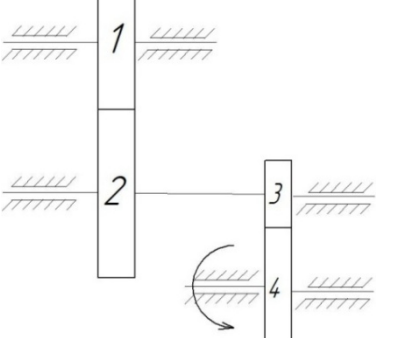
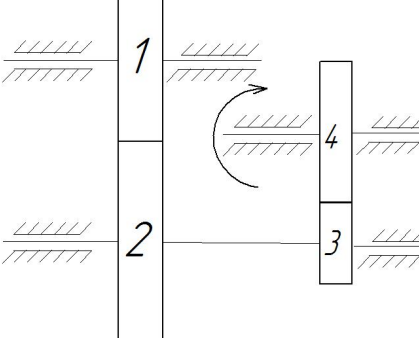
| | | |
|---|--|---|
| <p>На рис. 1 изображен сплошной однородный цилиндр, на рис. 2 – диск, масса которого равномерно распределена по внешнему ободу. Массы дисков равны. Момент инерции какого тела больше?</p> |  | <p>Варианты ответа:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="radio"/> 1 <input type="radio"/> 2 <input type="radio"/> они равны |
| <p>На рисунке показаны два диска одинаковой массы и размеров, имеющие равные угловые скорости. Диск 1 вращается вокруг неподвижной оси, диск 2 – катится по неподвижной поверхности. Кинетическая</p> |  | <p>Варианты ответа:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="radio"/> 1 <input type="radio"/> 2 <input type="radio"/> они равны |

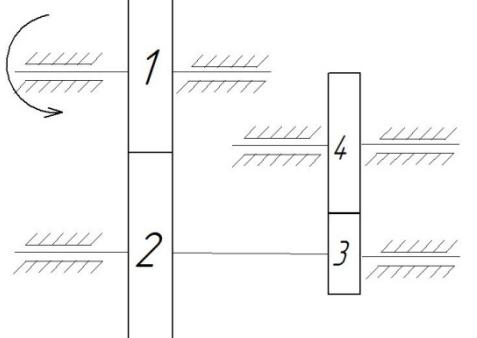
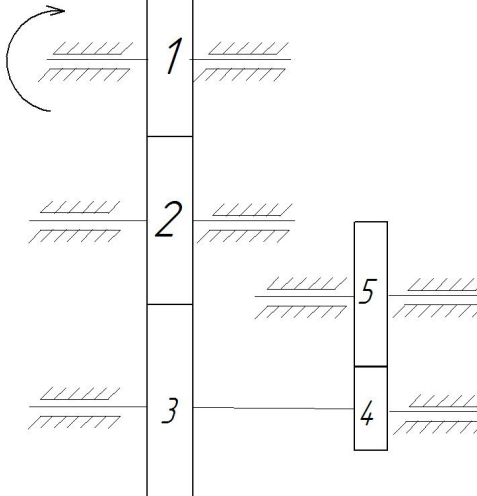
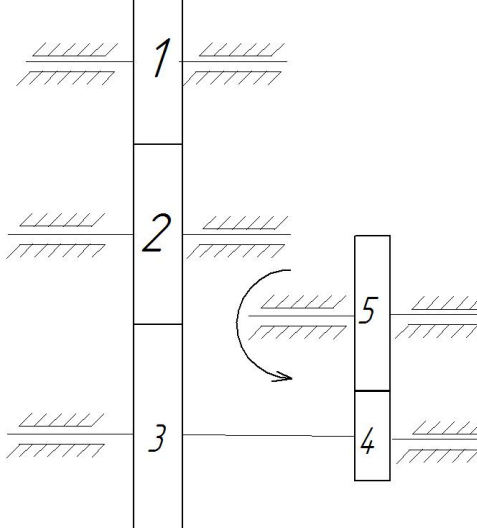
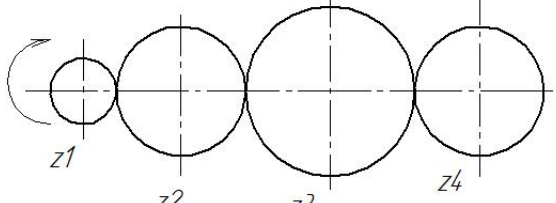
| | | |
|---|---|--|
| энергия какого тела больше? | | |
| <p>На рисунке показаны два тела с одинаковым моментом инерции и скоростью центра масс. Кинетическая энергия какого тела больше?</p> |  | <p>Варианты ответа:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="radio"/> 1 <input type="radio"/> 2 <input type="radio"/> они равны |
| <p>Работа силы тяжести тела, движущегося по наклонной поверхности, как показано на рисунке,</p> |  | <p>Варианты ответа:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="radio"/> положительна <input type="radio"/> отрицательна <input type="radio"/> равна нулю <input type="radio"/> не может быть определена |
| <p>Работа силы тяжести тела, движущегося по наклонной поверхности, как показано на рисунке,</p> |  | <p>Варианты ответа:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="radio"/> положительна <input type="radio"/> отрицательна <input type="radio"/> равна нулю <input type="radio"/> не может быть определена |
| <p>Работа силы тяжести тела, движущегося по поверхности, как показано на рисунке,</p> |  | <p>Варианты ответа:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="radio"/> положительна <input type="radio"/> отрицательна <input type="radio"/> равна нулю <input type="radio"/> не может быть определена |
| <p>Работа силы трения тела, движущегося по поверхности, как показано на рисунке,</p> |  | <p>Варианты ответа:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="radio"/> положительна <input type="radio"/> отрицательна <input type="radio"/> равна нулю <input type="radio"/> не может быть определена |
| <p>Работа силы трения тела, движущегося по наклонной поверхности, как показано на рисунке,</p> |  | <p>Варианты ответа:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="radio"/> положительна <input type="radio"/> отрицательна <input type="radio"/> равна нулю <input type="radio"/> не может быть определена |

5. Механизмы и машины

5.1. Решение задач об определении передаточного отношения зубчатых механизмов

Решите задачу в соответствии с вариантом

| | | |
|---|---|---|
| 1 |  | <p>Числа зубьев колес зубчатой передачи: $z_1=20$, $z_2=40$, $z_3=10$, $z_4=20$. Угловая скорость колеса 1 равна 30 рад/с. Найти угловую скорость колеса 4</p> |
| 2 |  | <p>Числа зубьев колес зубчатой передачи: $z_1=40$, $z_2=20$, $z_3=20$, $z_4=40$. Угловая скорость колеса 1 равна 10 рад/с. Найти угловую скорость колеса 4</p> |
| 3 |  | <p>Числа зубьев колес зубчатой передачи: $z_1=20$, $z_2=40$, $z_3=50$, $z_4=100$. Угловая скорость колеса 4 равна 20 рад/с. Найти угловую скорость колеса 1</p> |
| 4 |  | <p>Числа зубьев колес зубчатой передачи: $z_1=20$, $z_2=50$, $z_3=18$, $z_4=36$. Угловая скорость колеса 4 равна 20 рад/с. Найти угловую скорость колеса 1</p> |

| | | |
|---|---|--|
| 5 |  | <p>Числа зубьев колес зубчатой передачи: $z_1=45$, $z_2=15$, $z_3=60$, $z_4=30$. Угловая скорость колеса 1 равна 12 рад/с. Найти угловую скорость колеса 4</p> |
| 6 |  | <p>Числа зубьев колес зубчатой передачи: $z_1=40$, $z_2=25$, $z_3=20$, $z_4=50$, $z_5=20$. Угловая скорость колеса 1 равна 10 рад/с. Найти угловую скорость колеса 5</p> |
| 7 |  | <p>Числа зубьев колес зубчатой передачи: $z_1=70$, $z_2=40$, $z_3=140$, $z_4=200$, $z_5=500$. Угловая скорость колеса 5 равна 50 рад/с. Найти угловую скорость колеса 1</p> |
| 8 |  | <p>Числа зубьев колес зубчатой передачи: $z_1=40$, $z_2=80$, $z_3=100$, $z_4=20$. Угловая скорость колеса 1 равна 10 рад/с. Найти угловую скорость колеса 4</p> |

5.2 Тестовые задания для самоконтроля по разделу (теме) 5 «Механизмы и машины»

| | |
|---|---|
| <p>Укажите названия механизма и его звеньев.</p> | <p>Укажите названия механизма и его звеньев.</p> |
| <p>Укажите названия механизма и его звеньев.</p> | <p>Укажите название механизма и его звеньев.</p> |
| <p>1) Укажите название передачи. 2) Как определить передаточное отношение передачи?</p> | <p>1) Укажите название передачи. 2) Как определить передаточное отношение передачи?</p> |
| <p>1) Укажите название передачи. 2) Как определить передаточное отношение передачи?</p> | <p>1) Укажите название передачи. 2) Как определить передаточное отношение передачи?</p> |
| <p>1) Укажите название передачи. 2) Как определить передаточное отношение передачи?</p> | <p>1) Укажите название передачи. 2) Как определить передаточное отношение передачи?</p> |

6 Приводы

6.1 Расчетно-графическая работа IV. Расчет кинематических и силовых параметров передаточных механизмов

Краткие теоретические сведения

Одним из основных элементов машины является передаточный механизм, установленный между двигателем и исполнительным органом.

На рис. 6.1 дана типовая схема машины.

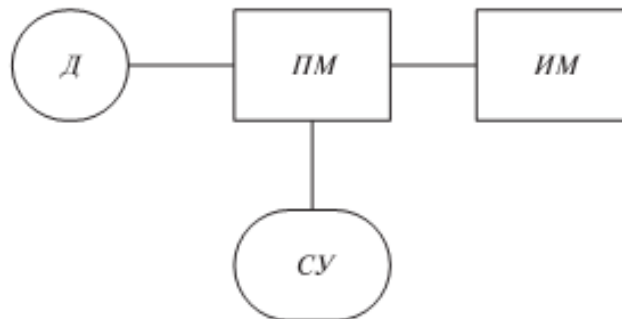


Рис. 6.1 Типовая схема машины:

Д – двигатель, ПМ – передаточный механизм, ИМ – исполнительный механизм, СУ – система управления приводом

Передаточный механизм должен обеспечивать с заданной степенью точности передачу движения и его преобразование, быть экономичным и безопасным в работе.

1. Передаточное отношение привода

Важнейшей характеристикой передач вращательного движения является **передаточное отношение**, которое показывает, во сколько раз угловая скорость ω (или частота вращения n) ведомого звена больше или меньше угловой скорости (частоты вращения) ведущего звена.

$$U = \frac{\omega_{\text{ведущ}}}{\omega_{\text{ведом}}} = \frac{n_{\text{ведущ}}}{n_{\text{ведом}}}, \quad (1)$$

где $\omega_{\text{ведущ}}$ – угловая скорость ведущего звена;

$\omega_{\text{ведом}}$ – угловая скорость ведомого звена.

Для зубчатых передач передаточное отношение можно определить, зная число зубьев каждого из колес:

$$U = \frac{z_2}{z_1} \quad (2)$$

Для цепных передач передаточное отношение можно определить, зная число зубьев ведущей и ведомой звездочек:

$$U = \frac{z_2}{z_1} \quad (3)$$

Для ременных передач передаточное отношение можно определить, зная диаметры ведущего и ведомого шкивов:

$$U = \frac{d_2}{d_1} \quad (4)$$

Для фрикционных передач передаточное отношение можно определить, зная диаметры ведущего и ведомого катков:

$$U = \frac{d_2}{d_1} \quad (5)$$

Привод может включать несколько передаточных механизмов (ступеней). При этом значение общего передаточного отношения определяется произведением передаточных отношений отдельных кинематических ступеней привода

$$u_{об} = u_{12} \cdot u_{23} \dots u_n = \frac{\omega_1}{\omega_n} \quad (6)$$

Пример 1.

Определить частоту вращения вала 1, если диаметры шкивов равны соответственно (мм): $d_1 = 200$, $d_2 = 400$, число зубьев звездочек цепной передачи: $z_2 = 180$, $z_3 = 540$, а частота вращения звездочки 3 $n_3 = 200$ об/мин (рис. 6.2)

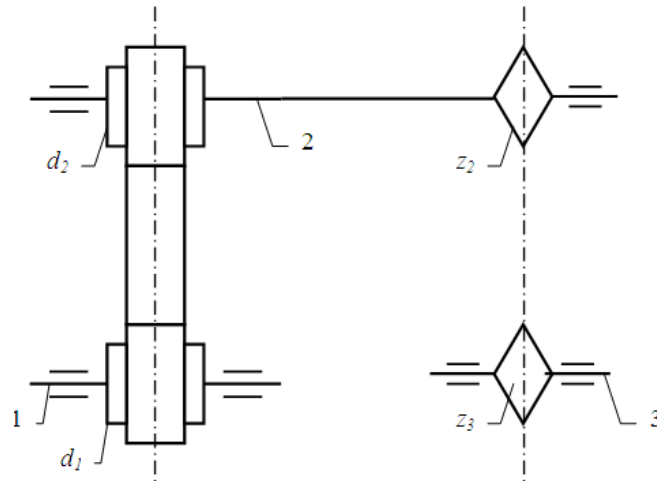


Рис. 6.2 Кинематическая схема привода с ременно-цепным передаточным механизмом

Решение.

Данный передаточный механизм является двухступенчатым: первая ступень – ременная передача (вращение передается с шкива 1 на шкив 2), вторая ступень – цепная передача (вращение передается с звездочки 2 на звездочку 3).

Общее передаточное отношение определим по формуле (6):

$$u_{об} = u_{12} \cdot u_{23} = \frac{n_1}{n_3}$$

$$u_{12} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{400}{200} = 2$$

$$u_{23} = \frac{z_3}{z_2} = \frac{540}{180} = 3$$

Тогда

$$u_{об} = u_{12} \cdot u_{23} = 2 \cdot 3 = 6$$

и

$$n_1 = n_3 \cdot u_{об} = 200 \cdot 6 = 1200 \text{ об / мин}$$

Пример 2

Определить частоту вращения вала 3, если диаметры шкивов равны соответственно (мм): $d_1 = 300$, $d_2 = 750$, числа зубьев конической шестерни и колеса: $z_2 = 50$, $z_3 = 100$, $n_1 = 2500$ об/мин (рис. 6.3).

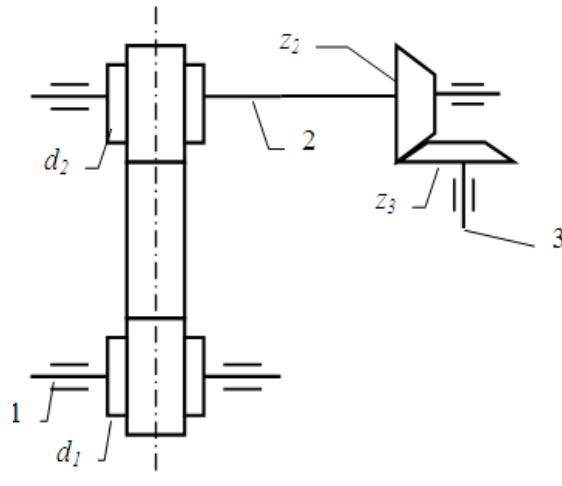


Рис. 6.3 Кинематическая схема привода с ременно-коническим передаточным механизмом

Решение.

Данный передаточный механизм является двухступенчатым: первая ступень – ременная передача (вращение передается с шкива 1 на шкив 2), вторая ступень – коническая зубчатая передача (вращение передается с шестерни 2 на колесо 3).

Общее передаточное отношение определим по формуле (6):

$$u_{об} = u_{12} \cdot u_{23} = \frac{n_1}{n_3}$$

$$u_{12} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{750}{300} = 2.5$$

$$u_{23} = \frac{z_3}{z_2} = \frac{100}{50} = 2$$

Тогда

$$u_{об} = u_{12} \cdot u_{23} = 2,5 \cdot 2 = 5$$

и

$$n_3 = \frac{n_1}{u_{об}} = \frac{2500}{5} = 500 \text{ об / мин}$$

2. Коэффициент полезного действия передачи, мощность

Если к ведущему валу передачи подвести мощность P_1 , то с ведомого можно будет отобрать мощность P_2 , которая несколько

меньше затраченной P_1 (следствие потерь на трение и др. сопротивления). Эти потери выражаются коэффициентом полезного действия:

$$\eta = P_2/P_1 \quad (7)$$

Поскольку

$$P = T \cdot \omega \quad (8)$$

и

$$\omega = (\pi \cdot n)/30 \quad (9)$$

где T – момент вращения;

ω - угловая скорость,

$$\text{то} \quad \eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2 \omega_2}{T_1 \omega_1} = \frac{T_2 n_2}{T_1 n_1} = \frac{T_2}{T_1 u_{12}} \quad (10)$$

В силовой (понижающей) передаче (редуктор)

$$\omega_1 > \omega_2, \quad T_2 > T_1, \quad T_2 = T_1 \cdot u_{12} \cdot \eta$$

Пример 3.

Определить мощность и крутящий момент, передаваемые колесом, если известны числа зубьев шестерни и колеса: ($Z_1 = 18, Z_2 = 45$). $T_1 = 10$ Н·м, $n_1 = 900$ об/мин. Коэффициент полезного действия передачи принять $\eta = 0.95$

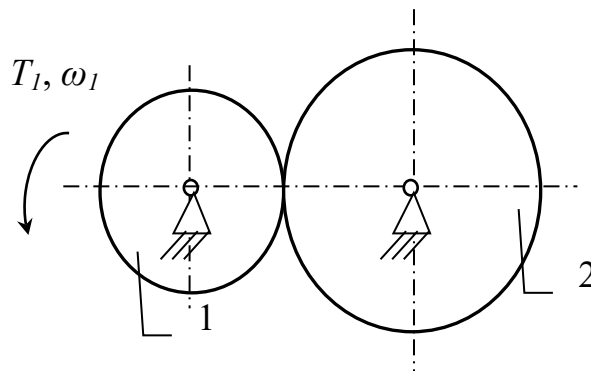


Рис. 6.4 Расчетная схема передачи

Решение (см. рис.6.4).

Мощность на ведущем колесе определим по формуле (8):

$$P_1 = T_1 \cdot \omega_1,$$

где $\omega_1 = (\pi \cdot n_1)/30 = (\pi \cdot 900)/30 = 94,2$ рад/с – угловая скорость ведущего колеса (шестерни)

$$P_1 = 10 \cdot 94,2 = 942 \text{ Вт}$$

Мощность на ведомом колесе определим из (7):

$$P_2 = P_1 \cdot \eta = 942 \cdot 0,95 = 895 \text{ Вт} \quad (P_2 < P_1)$$

Передаточное отношение

$$U = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

Для зубчатых передач передаточное отношение можно определить, зная число зубьев каждого из колес:

$$U = \frac{z_2}{z_1} = \frac{45}{18} = 2.5$$

Тогда

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{U} = \frac{94.2}{2.5} = 37.7 \quad (\text{рад/с})$$

Тогда крутящий момент на валу ведомого колеса будет равен:

$$T_2 = \frac{P_2}{\omega_2} = \frac{895}{37.7} = 23.7 \quad \text{Н}\cdot\text{м}$$

Ответ: $P_2 = 895 \text{ Вт}$, $T_2 = 23.7 \text{ Н}\cdot\text{м}$

Задания для расчёта

Задание IV.1.

Определить (см. рис. 6.5) угловую скорость ведомого шкива 3 (или ведущего 1), если заданы диаметры шкивов и угловая скорость ведущего звена (или ведомого) (см. табл. 6.1).

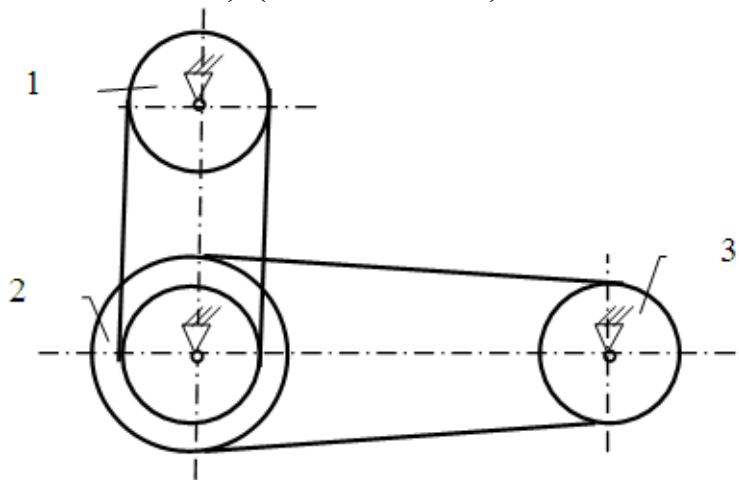


Рис. 6.5

Таблица 6.1 – Исходные данные для расчета задания IV.1.

| № варианта | Диаметры шкивов, мм | | | | Угловая скорость, рад/с | | Найти |
|---------------|---------------------|--------------------|-----------------|-------|-------------------------|------------|------------|
| | d_1 | d_2 (внутренний) | D_2 (внешний) | d_3 | ω_1 | ω_3 | |
| 1 | 110 | 210 | 410 | 310 | 100 | - | ω_3 |
| 2 | 120 | 220 | 420 | 320 | 200 | - | ω_3 |
| 3 | 130 | 230 | 430 | 330 | 300 | - | ω_3 |
| 4 | 140 | 240 | 440 | 340 | 400 | - | ω_3 |
| 5 | 150 | 250 | 450 | 350 | 500 | - | ω_3 |
| 6 | 160 | 260 | 460 | 360 | - | 90 | ω_1 |
| 7 | 170 | 270 | 470 | 370 | - | 80 | ω_1 |
| 8 | 180 | 280 | 480 | 380 | - | 70 | ω_1 |
| 9 | 190 | 290 | 490 | 390 | - | 60 | ω_1 |
| 10 | 200 | 300 | 500 | 400 | - | 50 | ω_1 |

Задание IV.2.

Определить (см. рис. 6.6) угловую скорость ведомого звена 3 (или ведущего 1), если заданы числа зубьев колес и звездочек и угловая скорость ведущего звена (или ведомого) (см. табл. 6.2).

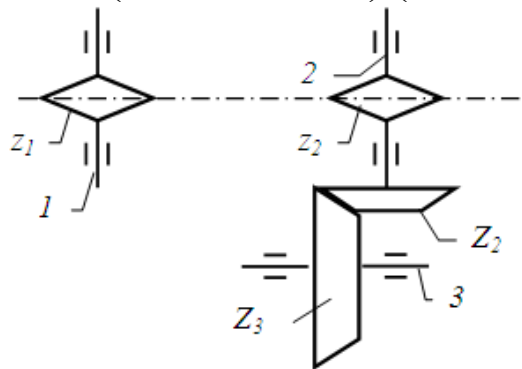


Рис. 6.6

Таблица 6.2 – Исходные данные для расчета задания IV.2.

| № варианта | Числа зубьев | | | | Угловая скорость, рад/с | | Найти |
|---------------|--------------|-------|-------|-------|-------------------------|------------|------------|
| | звездочек | | колес | | ω_1 | ω_3 | |
| | z_1 | z_2 | Z_2 | Z_3 | | | |
| 1 | 11 | 31 | 21 | 51 | 10 | - | ω_3 |
| 2 | 12 | 32 | 22 | 52 | 20 | - | ω_3 |
| 3 | 13 | 33 | 23 | 53 | 30 | - | ω_3 |
| 4 | 14 | 34 | 24 | 54 | 40 | - | ω_3 |

| | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|---|------------|
| 5 | 15 | 35 | 25 | 55 | 50 | - | ω_3 |
| 6 | 16 | 36 | 26 | 56 | - | 9 | ω_1 |
| 7 | 17 | 37 | 27 | 57 | - | 8 | ω_1 |
| 8 | 18 | 38 | 28 | 58 | - | 7 | ω_1 |
| 9 | 19 | 39 | 29 | 59 | - | 6 | ω_1 |
| 10 | 20 | 40 | 30 | 60 | - | 5 | ω_1 |

Задание IV.3.

Определить (см. рис. 6.7) угловую скорость ведомого колеса 4 (или ведущего 1), если заданы числа зубьев колес и угловая скорость ведущего звена (или ведомого) (см. табл. 6.3).

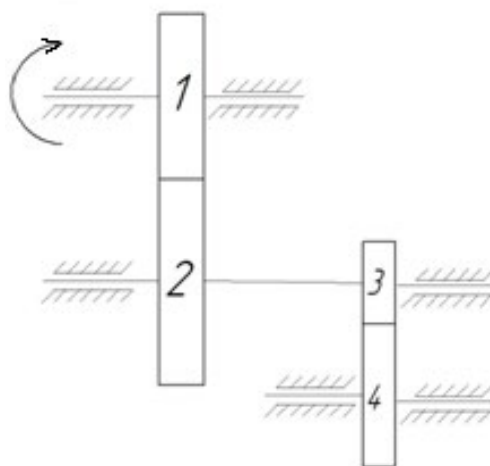


Рис. 6.7

Таблица 6.3 – Исходные данные для расчета задания IV.3.

| № варианта | Числа зубьев колес | | | | Угловая скорость, рад/с | | Найти |
|------------|--------------------|-------|-------|-------|-------------------------|------------|------------|
| | z_1 | z_2 | z_3 | z_4 | ω_1 | ω_4 | |
| 1 | 18 | 29 | 21 | 41 | 100 | - | ω_4 |
| 2 | 52 | 82 | 22 | 56 | 300 | - | ω_4 |
| 3 | 43 | 33 | 23 | 39 | 230 | - | ω_4 |
| 4 | 34 | 74 | 27 | 46 | 410 | - | ω_4 |
| 5 | 25 | 39 | 27 | 51 | 150 | - | ω_4 |
| 6 | 46 | 36 | 24 | 49 | - | 90 | ω_1 |
| 7 | 18 | 39 | 27 | 48 | - | 80 | ω_1 |
| 8 | 62 | 99 | 77 | 101 | - | 200 | ω_1 |
| 9 | 49 | 81 | 27 | 73 | - | 120 | ω_1 |
| 10 | 21 | 62 | 26 | 53 | - | 180 | ω_1 |

Задание IV.4.

Определить мощность и крутящий момент, передаваемые ведомым колесом 2 (или ведущим 1) (см. рис. 6.8), если известны числа зубьев шестерни и колеса, КПД передачи η_{12} , крутящий момент на входном T_1 или выходном (T_2) колесе и частота вращения ведущего звена (или ведомого) (см. табл. 6.4).

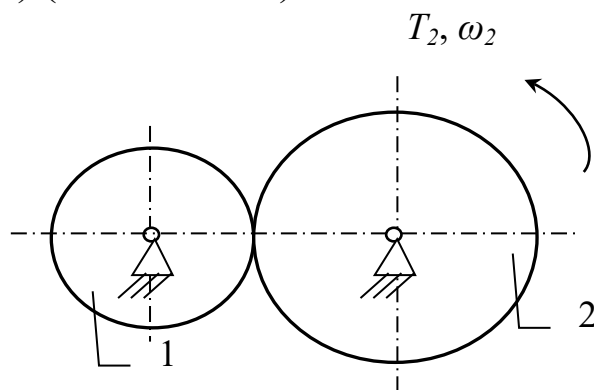


Рис. 6.8

Таблица 6.4 – Исходные данные для расчета задания IV.4.

| № варианта | Число зубьев | | крутящий момент, Н·м | | Частота вращения, об/мин | | КПД | Найти | |
|------------|--------------|-------|----------------------|-------|--------------------------|-------|------|-------------|-------|
| | z_1 | z_2 | T_1 | T_2 | n_1 | n_2 | | η_{12} | T |
| 1 | 110 | 210 | 1 | - | 1000 | - | 0,98 | T_2 | n_2 |
| 2 | 120 | 220 | 2 | - | 2000 | - | 0,97 | T_2 | n_2 |
| 3 | 130 | 230 | 3 | - | - | 900 | 0,96 | T_2 | n_1 |
| 4 | 140 | 240 | 4 | - | - | 800 | 0,95 | T_2 | n_1 |
| 5 | 150 | 250 | 5 | - | - | 700 | 0,98 | T_2 | n_1 |
| 6 | 160 | 260 | - | 6 | 3000 | - | 0,97 | T_1 | n_2 |
| 7 | 170 | 270 | - | 7 | 4000 | - | 0,96 | T_1 | n_2 |
| 8 | 180 | 280 | - | 8 | 5000 | - | 0,95 | T_1 | n_2 |
| 9 | 190 | 290 | - | 9 | - | 600 | 0,97 | T_1 | n_1 |
| 10 | 200 | 300 | - | 10 | - | 500 | 0,96 | T_1 | n_1 |

Задание IV.5.

Определить мощность и крутящий момент, передаваемые ведомым шкивом 2 (или ведущим 1) (см. рис. 6.9), если известны диаметры шкивов, КПД ременной передачи η_{12} , крутящий момент на вход-

ном T_1 или выходном (T_2) колесе и частота вращения ведущего звена (или ведомого) (см. табл. 6.5).

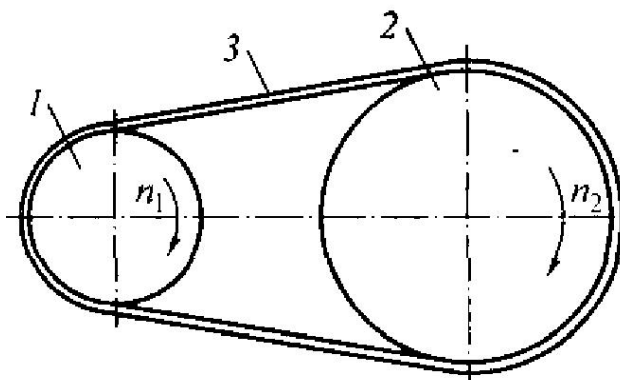


Рис. 6.9

Таблица 6.5 – Исходные данные для расчета задания IV.5.

| № варианта | Диаметры шкивов, мм | | крутящий момент, Н·м | | Частота вращения, об/мин | | КПД | Найти | |
|------------|---------------------|-------|----------------------|-------|--------------------------|-------|------|-------------|-------|
| | d_1 | d_2 | T_1 | T_2 | n_1 | n_2 | | η_{12} | T |
| 1 | 150 | 310 | 1.2 | - | 1100 | - | 0,91 | T_2 | n_2 |
| 2 | 160 | 330 | 2.3 | - | 2200 | - | 0,92 | T_2 | n_2 |
| 3 | 170 | 350 | 3.4 | - | - | 990 | 0,93 | T_2 | n_1 |
| 4 | 180 | 390 | 4.5 | - | - | 880 | 0,94 | T_2 | n_1 |
| 5 | 190 | 410 | 5.6 | - | - | 770 | 0,91 | T_2 | n_1 |
| 6 | 200 | 430 | - | 6.7 | 3300 | - | 0,95 | T_1 | n_2 |
| 7 | 210 | 440 | - | 7.8 | 4400 | - | 0,94 | T_1 | n_2 |
| 8 | 220 | 450 | - | 8.9 | 5500 | - | 0,93 | T_1 | n_2 |
| 9 | 230 | 470 | - | 9.1 | - | 660 | 0,92 | T_1 | n_1 |
| 10 | 240 | 490 | - | 10.0 | - | 550 | 0,9 | T_1 | n_1 |

Задание IV.6.

Определить мощность и крутящий момент, передаваемые ведомой звёздочкой 2 (или ведущий 1) (см. рис. 6.10), если известны числа зубьев звёздочек, КПД цепной передачи η_{12} , крутящий момент на входном T_1 или выходном (T_2) валу и частота вращения ведущего звена (или ведомого) (см. табл. 6.6).

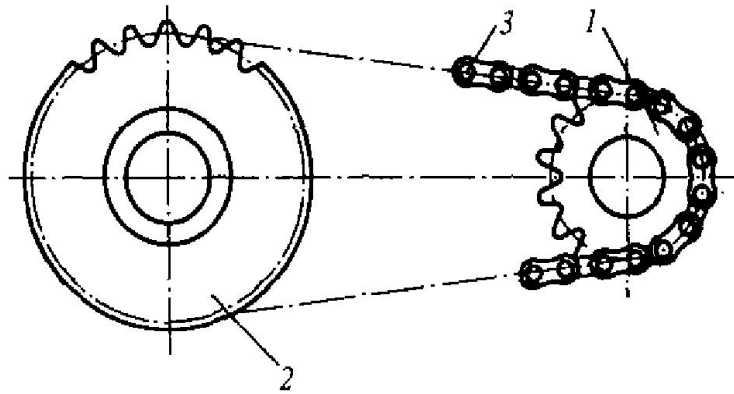


Рис. 6.10

Таблица 6.6 – Исходные данные для расчета задания IV.6.

| № варианта | Число зубьев звездочек | | крутящий момент, Н·м | | Частота вращения, об/мин | | КПД η_{12} | Найти | |
|---------------|------------------------------|-------|----------------------------|-------|--------------------------------|-------|--------------------|-------|-------|
| | z_1 | z_2 | T_1 | T_2 | n_1 | n_2 | | T | n |
| 1 | 50 | 110 | 11 | - | 1300 | - | 0,96 | T_2 | n_2 |
| 2 | 60 | 130 | 23 | - | 2200 | - | 0,97 | T_2 | n_2 |
| 3 | 70 | 150 | 34 | - | - | 900 | 0,96 | T_2 | n_1 |
| 4 | 18 | 39 | 14 | - | - | 800 | 0,97 | T_2 | n_1 |
| 5 | 19 | 41 | 6 | - | - | 750 | 0,95 | T_2 | n_1 |
| 6 | 44 | 76 | - | 7 | 3300 | - | 0,96 | T_1 | n_2 |
| 7 | 39 | 72 | - | 8 | 4400 | - | 0,97 | T_1 | n_2 |
| 8 | 26 | 45 | - | 9 | 5000 | - | 0,95 | T_1 | n_2 |
| 9 | 54 | 83 | - | 10 | - | 650 | 0,97 | T_1 | n_1 |
| 10 | 62 | 90 | - | 18 | - | 550 | 0,95 | T_1 | n_1 |

7. Основы расчета и проектирования оборудования

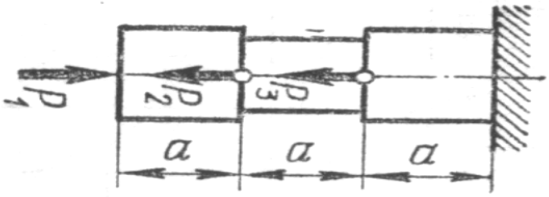
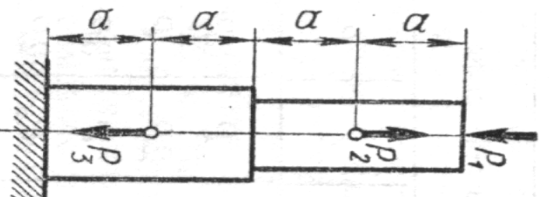
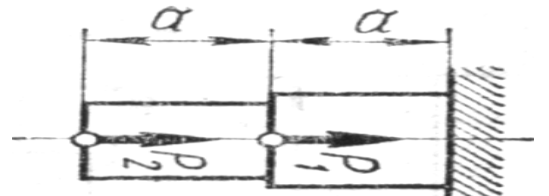
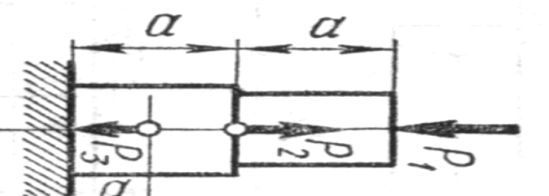
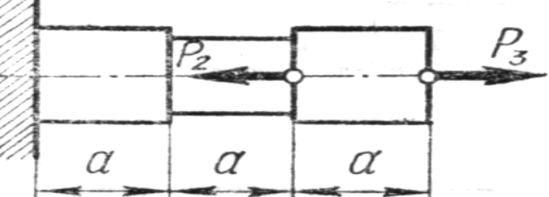
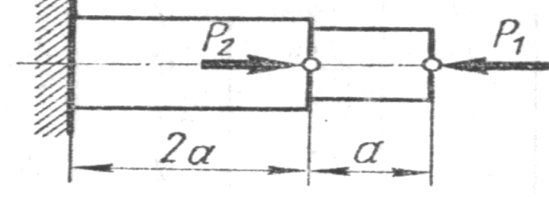
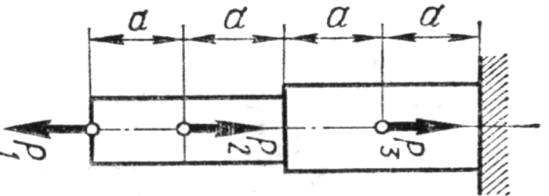
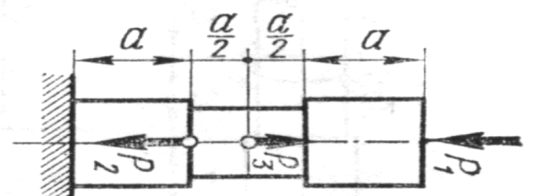
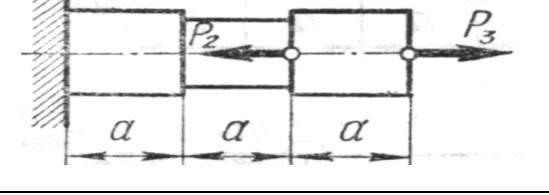
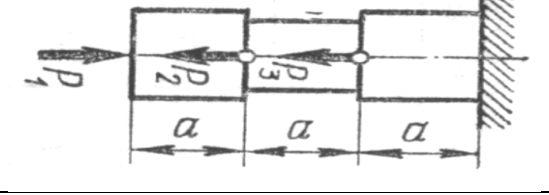
7.1. Расчетно-графическая работа V.

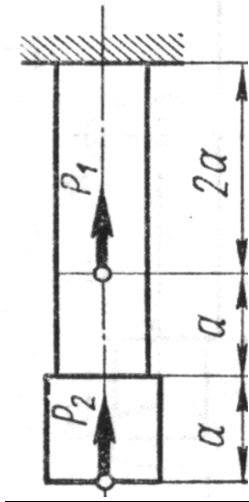
Расчёт стержней на растяжение-сжатие

Для заданной схемы (рис.7.1) требуется:

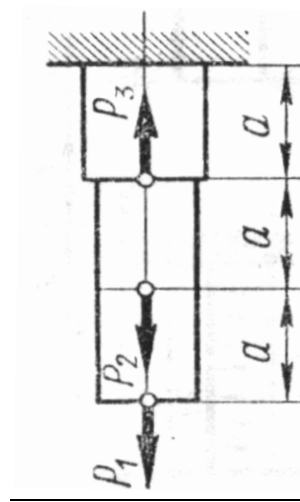
1. Построить эпюру осевых нагрузок.
2. Определить размер *квадратного* сечения стержня исходя из условий прочности.

Данные для расчёта взять из таблицы 7.1.

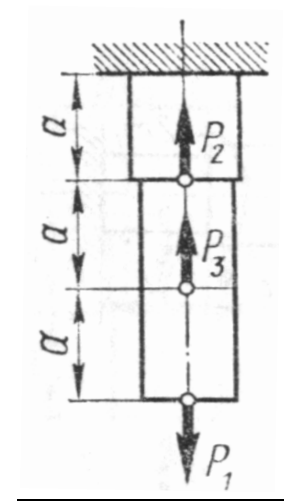
| | |
|--|--|
|  <p style="text-align: center;">1</p> |  <p style="text-align: center;">2</p> |
|  <p style="text-align: center;">3</p> |  <p style="text-align: center;">4</p> |
|  <p style="text-align: center;">5</p> |  <p style="text-align: center;">6</p> |
|  <p style="text-align: center;">7</p> |  <p style="text-align: center;">8</p> |
|  <p style="text-align: center;">9</p> |  <p style="text-align: center;">10</p> |



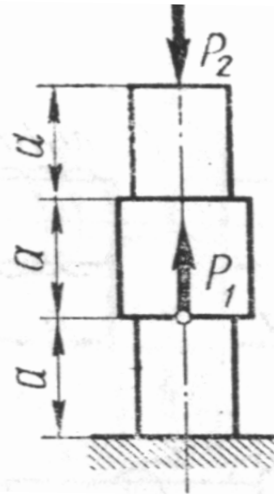
11



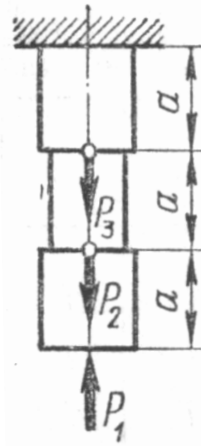
12



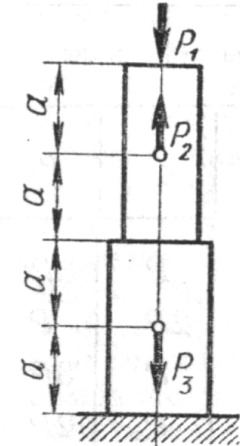
13



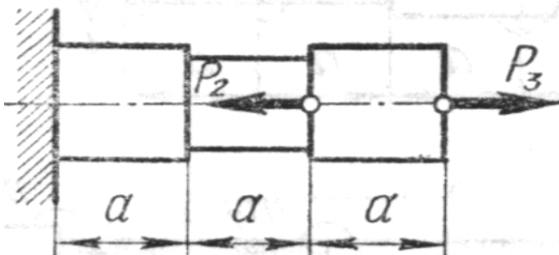
14



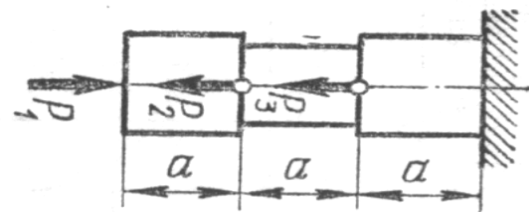
15



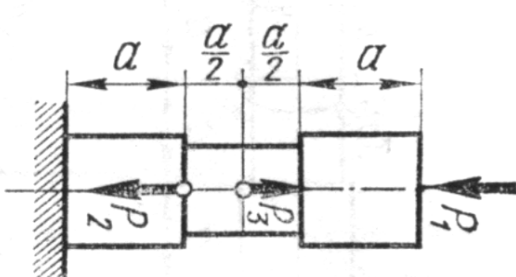
16



17



18



19



20

Рис. 7.1. Варианты расчётных схем стержней

Таблица 7.1 - Исходные данные для расчёта

| Вариант | Сила, кН | | | Продольный размер a , м | Допускаемое нормальное напряжение $[\sigma]$, МПа |
|---------|----------|-------|-------|---------------------------|--|
| | P_1 | P_2 | P_3 | | |
| 1 | 10 | 20 | 30 | 1 | 100 |
| 2 | 8 | 16 | 24 | 1,5 | 110 |
| 3 | 6 | 12 | 18 | 2 | 120 |
| 4 | 3 | 10 | 6 | 0,8 | 90 |
| 5 | 15 | 4 | 9 | 1,2 | 130 |
| 6 | 12 | 7 | 8 | 1,6 | 95 |
| 7 | 10 | 7 | 20 | 1 | 105 |
| 8 | 12 | 14 | 5 | 1,5 | 140 |
| 9 | 6 | 9 | 12 | 2 | 125 |
| 10 | 12 | 9 | 6 | 0,8 | 120 |
| 11 | 10 | 8 | 6 | 1,2 | 110 |
| 12 | 6 | 8 | 10 | 1,6 | 100 |
| 13 | 14 | 4 | 8 | 1 | 130 |
| 14 | 4 | 9 | 5 | 1,5 | 180 |
| 15 | 6 | 10 | 7 | 2 | 80 |
| 16 | 5 | 4 | 3 | 0,8 | 200 |
| 17 | 7 | 6 | 10 | 1,2 | 85 |
| 18 | 5 | 10 | 12 | 1,6 | 170 |
| 19 | 9 | 7 | 5 | 1 | 160 |
| 20 | 3 | 5 | 6 | 2 | 150 |

Пример выполнения задания.

Для заданной схемы (рис.7.2) требуется:

3. Построить эпюру осевых нагрузок.
4. Определить размер *квадратного* сечения стержня исходя из условий прочности.

Данные для расчёта взять их таблицы 7.2.

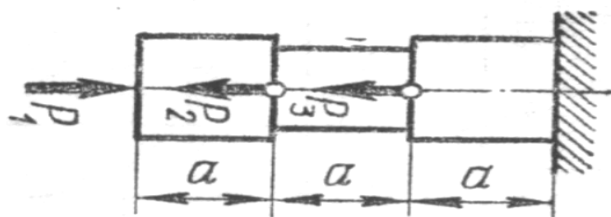


Рис. 7.2 Расчетная схема стержня

Таблица 7.2 - Исходные данные для расчёта

| Сила, кН | | | Допускаемое нормальное напряжение $[\sigma]$, МПа |
|----------|-------|-------|--|
| P_1 | P_2 | P_3 | |
| 6 | 12 | 18 | 200 |

Решение.

Расставим характерные точки (сечения) – те, в которых приложены нагрузки или изменяется характер поперечного сечения (форма, размер).

В данном случае таких характерных точек 4: A , B , C , D (рис. 7.3).

Таким образом, необходимо рассмотреть 3 характерных участка бруса, начиная с правого конца его, т.е. с точки A .

Рассмотрим характерный участок AB .

Мысленно проведём поперечное сечение бруса $I-I$ между точками A и B , отбросим левую часть бруса, оставив в рассмотрении правую, действие отброшенной части заменив реакцией.

Из условия равновесия (равенство проекций сил на ось x , получим:

$$N = -P_1 = -6 \text{ кН}, \quad \text{т.е. внутренняя}$$

продольная сила в сечении $I-I$ является сжимающей.

Значение внутренней силы N неизменно на всём участке AB .

Выбирая масштаб, строим соответствующий участок эпюры продольных сил (в размерности кН), сила N на участке AB постоянна.

Далее рассмотрим участок BC .

Проведем сечение $II-II$ в произвольном месте между точками B и C . Отбросим левую часть, её действие заменим реакцией.

Из условия равновесия имеем:

$$N = P_2 - P_1 = 12 - 6 = 4 \text{ кН}, \quad \text{т.е. внутренняя}$$

продольная сила в сечении $II-II$ является растягивающей.

Строим соответствующий участок эпюры продольных сил, сила N на участке BC постоянна.

Участок CD :

$$N = P_3 + P_2 - P_1 = 18 + 12 - 6 = 24 \text{ кН},$$

Строим соответствующие участки эпюры продольных сил.

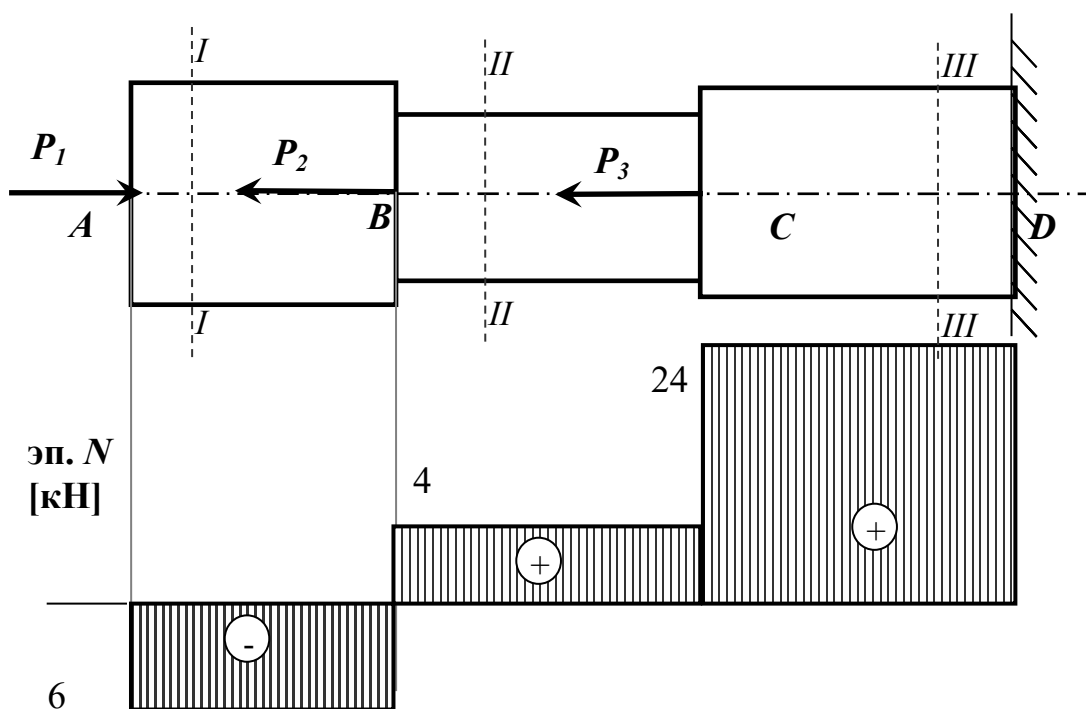


Рис. 7.3. Расчётная схема и эпюра внутренних продольных усилий стержня

Условие прочности при растяжении (сжатии) стержня имеет вид:

$$\sigma_{\max} = \left| \frac{N}{A} \right|_{\max} \leq [\sigma], \quad (1)$$

где σ_{\max} – наибольшее по модулю нормальное напряжение на соответствующей ступени стержня, N – продольное усилие в сечении стержня, A – площадь поперечного сечения соответствующей ступени бруса, $[\sigma]$ – допускаемое нормальное напряжение, зависящее от материала стержня.

Поскольку поперечные сечения бруса квадратные, то сторона квадрата h определится как: $h = \sqrt{A}$.

В данном случае брус имеет две ступени, соответственно необходимо рассмотреть условия равновесия (1) для каждой из ступеней.

Для ступени 1:

$$\sigma_{\max} = \left| \frac{N_I}{F_1} \right|_{\max} \leq [\sigma],$$

где N_I – продольная внутренняя сила в сечении I (наибольшая по модулю для участка AB), F_1 – площадь поперечного сечения ступени 1

Тогда размер сечения для ступени 1 определится из выражения:

$$h_1 \geq \sqrt{\frac{N_I}{[\sigma]}} \quad (2)$$

Для ступени 2 :

$$\sigma_{\max} = \left| \frac{N_{II}}{F_2} \right|_{\max} \leq [\sigma],$$

где N_{II} – продольная внутренняя сила в сечении II (наибольшая по модулю для участка BC), F_2 – площадь поперечного сечения ступени 2

Тогда размер сечения для ступени 2 определится из выражения:

$$h_2 \geq \sqrt{\frac{N_{II}}{[\sigma]}} \quad (3)$$

Для ступени 3 :

$$\sigma_{\max} = \left| \frac{N_{III}}{F_3} \right|_{\max} \leq [\sigma],$$

где N_{III} – продольная внутренняя сила в сечении III (наибольшая по модулю для участка CD), F_3 – площадь поперечного сечения ступени 3

Тогда размер сечения для ступени 2 определится из выражения:

$$h_3 \geq \sqrt{\frac{N_{III}}{[\sigma]}} \quad (4)$$

Подставляя числовые данные в выражения (2) и (3), определим размеры поперечных сечений стержня, при которых прочность бруса будет обеспеченной.

$$h_1 = \sqrt{\frac{6 \cdot 10^3}{200 \cdot 10^6}} = 0.0055 \text{ (м) или } 6 \text{ мм}$$

$$h_2 = \sqrt{\frac{4 \cdot 10^3}{200 \cdot 10^6}} = 0.0045 \text{ (м) или } 5 \text{ мм}$$

$$h_3 = \sqrt{\frac{24 \cdot 10^3}{200 \cdot 10^6}} = 0.0109 \text{ (м) или } 11 \text{ мм}$$

Ответ: $h_1 = 6 \text{ мм}$, $h_2 = 5 \text{ мм}$, $h_3 = 11 \text{ мм}$

Рекомендуемый список литературы

1. Яцун, С.Ф. Кинематика, динамика и прочность машин, приборов и аппаратуры : учебное пособие: С.Ф. Яцун, В.Я. Мищенко, Е.Н.Политов – М : Альфа-М : ИНФРА-М, 2015.-208с.
2. Локтионова, О.Г. Лекции по теоретической механике: учебное пособие / О.Г. Локтионова, С.Ф. Яцун, О.В. Емельянова; Юго-Зап. Гос. Ун-т. Курск, 2014.-188с.
3. Основы механики : учебное пособие / С. Ф. Яцун [и др.]. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва : ИНФРА-М, 2021. - 248 с.
4. Яцун, С.Ф. Основы функционирования технических систем : учебное пособие / С. Ф. Яцун, А. Н. Рукавицын, Е. Н. Политов ; Юго-Западный государственный университет. - Курск : Университетская книга, 2019. - 195 с.
5. Манжосов, В.К. Механика [Электронный ресурс]: учебно-практическое пособие / В.К. Манжосов, О.Д. Новикова, А.А. Новиков; Ульяновск : УлГТУ, 2012. - 342 с. : ил., табл., схем. - Библ. в кн. - Университетская библиотека online:
<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=363451>