МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ:
Первый проректор –
проректор по учебной работе
______________ Е.А.Кудряшов
«____»____________2011г.

Расчет вероятностей случайных событий

Индивидуальные задания и методические указания по выполнению модуля 13

Курск 2011

УДК 510 (083)

Составители: Е.В.ЖУРАВЛЕВА, Е.А.ПАНИНА

Рецензент
Кандидат физ.-мат. наук, доцент кафедры
высшей математики *В.И.Дмитриев*

Расчет вероятностей случайных событий: Индивидуальные задания и методические указания по выполнению модуля 13/ / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Е.В.Журавлева, Е.А.Панина. Курск, 2011. 50 с. табл. 1. Библиогр.: с.50.

Методическая разработка содержит теоретические упражнения и практические задания по теме «Расчет вероятностей случайных событий». Индивидуальные задания разбиты на три уровня сложности. Представлены примеры решения наиболее сложных задач.

Предназначены для студентов всех специальностей.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать _______ . Формат 60х84 1/16.
Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. .Тираж 50 экз. Заказ. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040 Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

Содержание

Введение

На кафедре высшей математики Юго-Западного государственного университета для активизации и упорядочения самостоятельной работы студентов используется рейтинговая интенсивная технология модульного обучения. Рассматриваемая методическая разработка направлена на усвоение теоретического курса и применение теоретических знаний к решению практических задач по разделу курса математики, а также по дисциплине «Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы».

Данная работа содержит индивидуальные задания, содержащие как теоретические упражнения, так и практические задания, по теме «Расчет вероятностей случайных событий».

При выборе заданий следует использовать параметры n и N, где n – номер студента в журнале преподавателя, N – номер группы в потоке ($N \leq 9$).

В зависимости от уровня подготовки студента рекомендуется воспользоваться тремя уровнями сложности, на которые разбиты задания:

Первый уровень сложности предполагает решение теоретического теста - тренинга и выполнение следующих практических заданий – 1, 2, 3, 4, 6, 7б, 9, 10.

Второй уровень сложности содержит решение теоретического теста - тренинга и выполнение следующих практических упражнений – 1, 2, 3, 4, 7а, 8, 9, 10,

и решение задач *третьего* уровня сложности – решение теоретического теста - тренинга и выполение практических заданий – 1, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 10.

Для лучшего усвоения материала по этой теме рекомендуем решить все задания своего варианта.

Выбор теоретического теста - тренинга осуществляется следующим образом: $m = \mathrm{mod}(n, 4) + 1$.

1. Индивидуальные задания

1.1 Теоретические упражнения

Теоретический тест-тренинг №1

1. Если событие А исключает появление события В, то такие события называются

1) несовместными 2)независимыми 3)противоположными

4) совместными 5)равновозможными

2. Установите соответствие между понятием и его определением

А невозможное	1. событие, которое всегда происходит в условиях определенного опыта
Б случайное	2. событие, которое никогда не происходит в условия определенного опыта
В противоположное	3. событие, которое происходит только тогда, когда исходное событие не происходит
	4. событие, которое может произойти, а может и не произойти в условиях определенного опыта

3. На рисунке 1.1 изображена операция с событиями.

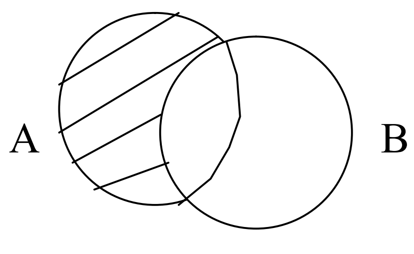

Рис.1.1. Операция с событиями А и В.

Этой операцией является:

1) $A \cap B$ 2) AUB 3) A\B 4) $\overline{A}$ 5)B\A

4. Вероятность достоверного события равна

1) 0 2) 1 3) –1 4) ∞ 5) любое число

5. Число перестановок элементов множества в случае, когда не все элементы различны, определяют по формуле:

$1)\dfrac{n!}{m!\cdot(n-m)!}$ $\quad 2)\, n!$ $\quad 3)\, n^{m}$ $\quad 4)\dfrac{n!}{n_1!\cdot n_2!\cdot\ldots\cdot n_k!}$

$5)\dfrac{n!}{(n-m)!}$

6. Дайте классическое определение вероятности. Перечислите недостатки этого определения.

7. Сформулируйте теорему о вероятности суммы совместных событий. Перечислите последовательность действий при доказательстве этой теоремы:

Теоретический тест – тренинг №2

1. Если вероятность появления события А меняется в зависисмости от того произошло событие В или нет, то такие события называются

1) несовместными 2)независимыми 3)противоположными
4) зависимыми 5)равновозможными

2. Установите соответствие между понятием и его определением

А невозможное	1. событие, которое всегда происходит в условиях определенного опыта
Б противоположное	2. событие, которое никогда не происходит в условия определенного опыта
В достоверное	3. событие, которое происходит только тогда, когда исходное событие не происходит
	4. событие, которое может произойти, а может и не произойти в условиях определенного опыта

3. На рисунке 1.2 изображена операция с событиями.

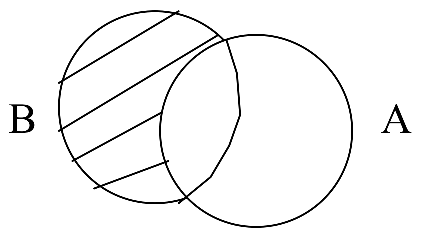

Рис.1.2. Операция с событиями А и В.

Этой операцией является:

1) $A\cap B$ 2) AUB 3) $A\backslash B$ 4) $\overline{A}$ 5)$B\backslash A$

4. Вероятность невозможного события равна

1) 0 2) 1 3) –1 4) ∞ 5) любое число

5. Число сочетаний из n элементов по m элементов в каждом в случае, когда все элементы различны, определяют по формуле:

1) $\dfrac{n!}{m!\cdot(n-m)!}$ 2) $n!$ 3) n^m 4) $\dfrac{n!}{n_1!\cdot n_2!\cdot\ldots\cdot n_k!}$

5) $\dfrac{n!}{(n-m)!}$

6. Дайте статистическое определение вероятности. Укажите условия существования статистической вероятности.

7. Сформулируйте теорему о о вероятности совместного появления двух событий. Перечислите действия при доказательстве этой теоремы.

Теоретический тест – тренинг №3

1. Если событие А не исключает появления события В, то такие события называются

1) несовместными 2)независимыми 3)противоположными

4) совместными 5)равновозможными

2. Установите соответствие между понятием и его определением

А случайное	1. событие, которое всегда происходит в условиях определенного опыта
Б противоположное	2. событие, которое никогда не происходит в условия определенного опыта
В достоверное	3. событие, которое происходит только тогда, когда исходное событие не происходит
	4. событие, которое может произойти, а может и не произойти в условиях определенного опыта

3. На рисунке 1.3 изображена операция с событиями.

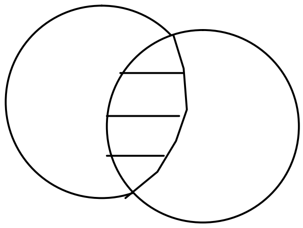

Рис.1.3. Операция с событиями А и В.

Этой операцией является:

1) $A \cap B$ 2) $A \cup B$ 3) $A \setminus B$ 4) $\overline{A}$ 5) $B \setminus A$

4. Значения вероятности случайного события заключены в промежутке:

1) $(-\infty; -1)$ 2) $(5, +\infty)$ 3) $[-1; 0)$

4) $[0, 1]$ 5) $(1; 5]$

5. Число размещений из n элементов по m элементов в каждом в случае, когда не все элементы различны, определяют по формуле:

1) $\frac{n!}{m! \cdot (n-m)!}$ 2) $n!$ 3) n^m

4) $\frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \ldots \cdot n_k!}$ 5) $\frac{n!}{(n-m)!}$

6. Дайте определение геометрической вероятности. Приведите примеры. Перечислите недостатки определения.

7. Сформулируйте теорему о формуле полной вероятности. Перечислите последовательность действий при выводе формулы.

Теоретический тест – тренинг №4

1. Если вероятность появления события А не изменяется в зависимости от того произошло событие В или нет, то такие события называются

1) несовместными 2)независимыми 3)противоположными

4) зависимыми 5)равновозможными

2. Установите соответствие между понятием и его определением

А невозможное	1. событие, которое всегда происходит в условиях определенного опыта
Б случайное	2. событие, которое никогда не происходит в условия определенного опыта
В достоверное	3. событие, которое происходит только тогда, когда исходное событие не происходит
	4. событие, которое может произойти, а может и не произойти в условиях определенного опыта

3. На рисунке 1.4 изображена операция с событиями.

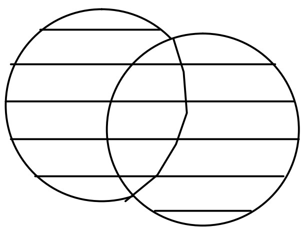

Рис.1.4. Операция с событиями А и В.

Этой операцией является:

1) $A \cap B$ 2) AUB 3) $A \backslash B$ 4) $\overline{A}$ 5) $B \backslash A$

4. Если вероятность события А равна p, то вероятность противоположного события $\overline{A}$ равна

1) $1 + p$ 2) $1 - p$ 3) 1 4) 0 5) любое число

5. Число перестановок элементов множества в случае, когда все элементы различны, определяют по формуле:

1) $\frac{n!}{m! \cdot (n-m)!}$ 2) $n!$ 3) n^m 4) $\frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \ldots \cdot n_k!}$

5) $\frac{n!}{(n-m)!}$

6. Перечислите аксиомы вероятности.

7. Сформулируйте теорему о вероятности появления хотя бы одного из событий, независимых в совокупности. Перечислите последовательность действий при доказательстве этой теоремы.

1.2. Практические задания

1.2.1. Задание 1

Решить комбинаторную задачу

1. Сколькими способами из N + 25 учеников класса можно выделить актив в следующем составе: староста, редактор стенгазеты, профорг?
2. В шахматном турнире участвуют N + 5 школьников и N + 15 студентов. Сколькими способами могут распределиться три призовых места, занятые в турнире, если никакие два участника не набрали одинаковое количество очков?
3. Сколько различных образцов билетов с указанием станции отправления и назначения нужно отпечатать для железной дороги с N + 35 станциями?
4. Сколькими различными способами можно выбрать три лица на три различные должности из 10N кандидатов?
5. Сколько словарей нужно издать, чтобы можно было непосредственно выполнить переводы с любого из N + 3 языков на любой другой из этих N + 3 языков?
6. В районе построили новую школу. Из пришедших 15+ N учителей нужно выбрать директора, завуча начальной школы, завуча среднего звена и завуча по воспитательной работе. Сколькими способами это можно сделать?
7. В седьмом классе изучается N + 10 предметов. Сколькими способами можно составить расписание занятий на субботу, если в этот день недели должно быть четыре различных урока?
8. На N + 7 сотрудников выделены N + 3 путевки. Сколькими способами их можно распределить, если все путевки различны?
9. Сколькими способами можно составить трехцветный флаг, если имеется материал N + 3 различных цветов и полосы флага должны быть разного цвета?
10. В президиум собрания избраны N + 6 человек. Сколькими способами они могут распределить между собой обязанности председателя, секретаря и счетчика?

11. Для проведения экзамена создается комиссия из двух преподавателей, причем один из них председатель, а другой ассистент. Сколько комиссий можно создать из 2N + 4 преподавателей?
12. В классе N + 15 мальчиков и N + 15 девочек. Для участия в концерте нужно выделить танцевальный дуэт, дуэт певцов и гимнастический дуэт (каждый из которых состоит из мальчика и девочки). Сколькими способами это можно сделать (при условии, что все умеют петь, танцевать, делать гимнастические упражнения)?
13. Из N + 3 инженеров и N + 8 экономистов должна быть составлена комиссия в составе 7 человек. Сколькими способами можно составить комиссию, если в нее должен входить хотя бы один инженер?
14. Сколькими способами может быть присуждена первая, вторая, третья премии трем лицам, если число соревнующихся равно N + 8?
15. В классе N + 30 учеников. Сколькими способами можно выделить из них 3 человека для участия в праздничной демонстрации так, чтобы один нес флаг, другой – плакат, а третий - шарики?
16. Для освещения событий в трех станах ближнего зарубежья решено отправить по одному корреспонденту. Сколькими способами это можно сделать, если в штате 20 + N сотрудников?
17. В хирургическом отделении работает 10N врачей. Сколькими способами из –них можно образовать бригаду в составе хирурга и ассистента?
18. В классе 15 + 2N учащихся. Сколькими способами можно выделить двух человек для дежурства, если один из них должен быть старшим?
19. Сколько существует различных вариантов трудоустройства N+2 журналистов, если они будут устраиваться на работу в две редакции, при условии, что в каждую редакцию может устроиться только один журналист?
20. Сколькими способами можно рассадить N + 3 учащихся на 30 местах?
21. Учащемуся необходимо сдать 4 экзамена за N + 7 дней. Сколькими способами это можно сделать?

22. На выборах в некий государственный орган победу одержали 2N+5 человек. Из них необходимо выбрать председателя, заместителя преседателя и секретаря. Сколькими способами это можно сделать?
23. Сколькими способами могут быть присуждены Гран-при, первая, вторая, третья премии и приз зрительских симпатий пяти лицам, если число участвующих в конкурсе 2N + 13?
24. Сколько различных N – значных чисел можно составить из цифр 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 (число может начинаться с нуля, и цифры не повторяются)? Как измениться ответ, если цифры могут повторяться?
25. На полке в магазине игрушек стояло 2N+25 различных игрушек. Для N + 4 детей выбирают в подарок по одной игрушке. Сколькими способами выбранные игрушки можно подарить?
26. Станок с программным управлением выполняет N + 5 операций. Сколькими способами можно составить программу для работы станка для заданных трех операций?
27. Для патрулирования улиц среди 3N +15 курсантов необходимо выделить двоих, среди которых один старший. Сколькими способами это можно сделать?
28. Месячный план проката кинофильмов составляет3N + 1 фильм. Сколькими способами можно составить план показа фильмов в первый день месяца, если надо показать 3 фильма?
29. В ансамбле N + 7 мужчин и N + 9 женщин. Сколькими способами можно выделить дуэт певцов и дуэт танцоров, каждый из которых состоит из одного мужчины и одной женщины, если все в ансамбле умеют петь и танцевать?
30. В N + 7 этажном доме на первом этаже в лифт садится 4 человека. Известно, что они выйдут на разных этажах. Сколькими способами они могут это сделать?
31. На выставке-продаже автомобилей представлено N + 10 видов машин. Сколькими способами можно выбрать автомобили для директора, главного инженера и бухгалтера крупного завода?
32. Учащиеся данного класса изучают N + 9 учебных предметов; если в расписание занятий включается каждый день по четыре различных предмета, то сколькими различными способами могут быть распределены уроки в день?

33. В теннисном турнире участвуют N + 8 мужчин и N + 6 женщин. Сколькими способами можно составить 4 смешанные пары?
34. Сколькими способами можно обозначить вершины (N + 2) – угольника большими латинскими буквами (в латинском алфавите 26 букв)?
35. Из 33 букв русского алфавита составляют слова из N + 3 букв так, что соседние буквы в слове различны. Сколько таких слов можно составить (допускаются и слова, не имеющие в русском языке смысла)?

1.2.2. Задание 2

Решить комбинаторную задачу

1. Сколькими способами можно рассадить 2N + 4 куста различных пород вдоль аллеи с двух сторон?
2. В магазин поступило N + 8 видов различных игрушек. Сколькими способами их можно расположить на витрине?
3. К бензоколонке одновременно подъехала N + 1 машина. Сколькими способами они могут организовать очередь?
4. Для производства продукции заводу-изготовителю нужно заключить N + 5 договоров с N + 5 заводами-поставщиками. Сколькими способами это можно сделать?
5. Станок с программным управлением выполняет N + 7 операций. Сколькими способами можно составить программу работы станка с выполнением всех операций по одному разу?
6. Месячный репертуар кинотеатра составляет N + 10 фильмов. Сколькими способами можно составить план проката кинофильмов, если каждый фильм можно показать один раз?
7. В конкурсе принимали участие 2N + 9 детских садов. Сколькими способами могут распределиться места между ними?
8. В газете необходимо разместить N + 8 объявлений друг за другом. Сколькими способами это можно сделать?
9. В ансамбле N + 6 мужчин и N + 6 женщин. Сколькими способами их можно расставить на сцене в ряд так, чтобы никакие два мужчины и никакие две женщины не стояли рядом?

10. В видеотеке находится N + 7 видеокассет. Сколькими способами их можно расставить на полке?
11. На выставке-продаже автомобилей представлено N + 12 видов машин. Сколькими способами их можно расставить в ряд для показа?
12. В гирлянде N + 15 разноцветных лампочек и две не цветные лампочки. Сколькими способами можно составить гирлянду так, чтобы не цветные лампочки рядом не располагались?
13. Сколькими способами можно составить набор из N + 1 разного пирожного, если имеется N + 1 сорт?
14. Сколькими способами можно распределить N + 18 глав книги между N + 18 авторами?
15. В соревнованиях по фигурному катанию принимали участие дуэты из N+5 стран. Сколькими способами могут распределиться места по окончании соревнований?
16. Сколькими способами N + 15 человек могут встать в очередь друг за другом?
17. Сколькими различными способами могут разместиться на скамейке N + 9 человек?
18. Сколькими способами можно составить список студентов группы, в которой N + 15 человек и нет однофамильцев?
19. Сколькими способами можно распределить N + 3 должности между N + 3 лицами, избранными в президиум спортивного общества?
20. За одним столом надо рассадить N +4 мальчиков и N + 4 девочек так, чтобы не было двух рядом сидящих мальчиков и двух рядом сидящих девочек. Сколькими способами это можно сделать?
21. Сколькими способами можно составить содержание сборника, состоящего из N+15 статей?
22. Сколькими способами можно упорядочить множество {1, 2, …, N +8} так, чтобы числа 1, 2, 3 стояли рядом и в порядке возрастания?
23. В комнате N + 5 разноцветных лампочек. Сколько всего может быть различных способов освещения комнаты?

24. Дрессировщик выводит на арену 2N + 2 собачек: поровну болонок и такс. Сколькими способами их можно вывести в две колонны так, чтобы собаки одной породы шли друг за другом?
25. Сколькими способами можно рассадить N + 8 деревьев различных пород вдоль дороги с одной стороны?
26. Сколькими способами можно расставить N + 8 книг на книжной полке, чтобы две данные книги не стояли рядом?
27. Сколькими способами N + 20 человек могут стать в очередь друг за другом так, чтобы Иванов, Петров и Сидоров стояли друг за другом и в указанном порядке?
28. Для оформления колонны демонстрантов выделено N + 15 различных флагов. Сколькими способами их можно раздать N + 15 лицам?
29. N + 30 книг – трехтомник одного автора, а остальные книги различных авторов – помещены на одной книжной полке. Сколькими способами можно расставить эти книги на полке так, чтобы книги одного автора стояли рядом?
30. В турнире участвуют N + 6 человек. Сколькими способами могут распределиться места между ними?
31. Сколькими способами можно составить флаг из N + 1 различного цвета, если имеется материал N + 1 цвета?
32. Сколькими способами можно разместить N + 5 книг на книжной полке?
33. Сколькими способами можно упорядочить множество {1, 2, … , 2N + 2} так, чтобы каждое четное число имело четный номер?
34. Сколько можно составить комбинаций из 2N + 3 элементов, в которых данные два элемента не стоят рядом?
35. На собрании должны выступить N + 3 человека. Сколькими способами их можно разместить в списке ораторов?

1.2.3. Задание 3

Решить комбинаторную задачу

1. Рота состоит из трех офицеров, N+1 сержанта и 60 рядовых. Сколькими способами можно выделить отряд, состоящий из 1 офицера, двух сержантов и N + 10 рядовых?

2. Из пруда, в котором плавают 40 щук, выловили N + 4 щуки, пометили их и пустили обратно в пруд. Сколькими способами можно второй раз выловить 9 щук, чтобы среди них были 3 помеченные?
3. Сколькими способами из 30 учащихся можно выбрать делегацию, состоящую из N + 2 учащихся?
4. В комнате N + 20 лампочек. Сколько всего разных способов освещения комнаты, при которых горит ровно 5 лампочек?
5. Даны N + 3 точки, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Сколько прямых можно провести, соединяя точки попарно?
6. В колоде 52 карты. Сколькими способами можно вынуть N + 4 карты, чтобы среди них была дама?
7. Сколькими способами можно выбрать N + 2 книги из 2N + 3 книг, стоящих на полке?
8. На плоскости проведено N + 5 прямых так, что никакие две из них не параллельны и никакие три не пересекаются в одной точке. Сколько точек пересечения этих прямых?
9. В колоде 36 карт. Сколькими способами можно выбрать N + 2 карты, чтобы среди них были две красной масти?
10. Из группы, состоящей из N + 7 мужчин и N + 4 женщин, нужно выбрать 6 человек так, чтобы среди них было не менее двух женщин. Сколькими способами можно это сделать?
11. Для участия в первенстве университета по легкой атлетике необходимо составить команду из 5 человек. Сколькими способами это можно сделать, если имеется N+5 бегунов?
12. В колоде 32 карты (без шестерок). Сколькими способами можно выбрать N карт так, чтобы среди них не было ни одной карты, старше десятки?
13. В группе N+2 человека учатся на все пятерки. Администрация учебного заведения премировала лучших учащихся путевками в Анапу. Но к сожалению путевок только две. Сколько возможно вариантов выбора учащихся на отдых?
14. Из N + 8 роз и N + 6 георгинов нужно составить букет, содержащий 2 розы и 3 георгина. Сколько можно составить различных букетов?

15. Комплексная бригада состоит из N + 1 маляра, N + 2 штукатуров и одного столяра. Сколько различных бригад можно создать из рабочего коллектива, в котором N + 15 маляров, N + 12 штукатуров и N + 10 столяров?
16. В колоде 52 карты. Сколькими способами можно выбрать N + 2 карты так, чтобы все они были картинками?
17. Из N + 20 сотрудников лаборатории N + 5 человек должны выехать в командировку. Сколько может быть различных составов отъезжающей группы, если заведующий лабораторией и два ведущих сотрудника одновременно уезжать не должны?
18. Из отряда солдат в N + 45 человек назначаются в караул 4 человека. Сколькими различными способами может быть составлен караул?
19. Имеются лотерейные билеты, пронумерованные от 1 до N + 20. Сколькими способами из них можно выбрать N билетов так, чтобы среди выбранных билетов был хотя бы один номер, больший 15?
20. В колоде 36 карт. Сколькими способами можно выбрать N + 3 карты так, чтобы среди них был туз пик?
21. Во взводе N + 5 сержантов и N + 45 солдат. Сколькими способами можно составить наряд из одного сержанта и 3 солдат?
22. 2N девушек и 2N + 2 юношей играют в городки. Сколькими способами они должны разбиться на команды по 4 человека в каждой? Сколькими способами можно составить команды, чтобы в них было хотя бы по одному юноше?
23. Сколько хорд можно провести через N + 5 различных точек, лежащих на одной окружности?
24. В турнире участвовало N + 10 шахматистов, каждый из них сыграл с каждым из остальных по одной партии. Сколько всего было сыграно партий?
25. В колоде 52 карты. Сколькими способами можно выбрать N + 5 карт, чтобы среди них три были черной масти?
26. Сколько можно провести различных плоскостей через N + 8 точек пространства, если никакие четыре из них не лежат в одной плоскости?
27. Сколькими способами можно выбрать N + 4 лица на N + 4 одинаковые должности из N + 12 кандидатов?

28. Для проведения экзамена создается комиссия из N + 1 преподавателей. Сколько различных комиссий можно составить из N + 4 преподавателей?
29. На N + 7 сотрудников выделены N + 3 путевки. Сколькими способами их можно распределить, если все путевки одинаковы?
30. В конкурсе «Студент года» принимают участие N+30 человек. Сколькими способами может быть организована финальная часть, если в финал выходит 5 человек?
31. Из N + 6 намеченных кандидатов нужно избрать N + 2 счетчика. Сколькими способами можно это сделать?
32. В хирургическом отделении работает 10N врачей. Сколькими способами из них можно организовать бригаду их хирурга и 4 его ассистентов?
33. В чемпионате по футболу участвуют 2N + 10 команд, причем каждые две команды встречаются между собой два раза. Сколько матчей играется в течение сезона?
34. Четыре автора должны написать книгу из N + 15 глав, причем первый и третий должны написать по пять глав, второй – 4, а остальные – четвертый. Сколькими способами можно распределить главы между ними?
35. В классе 15+ 2N учащихся. Сколькими способами можно выделить двух человек для дежурства?

1.2.4 Задание 4

Решить задачу, пользуясь определением геометрической вероятности.

1. Электропривод, соединяющий пункты A и B, порвался в неизвестном месте. Чему равна вероятность того, что разрыв произошел не далее 500 м от пункта A, если расстояние между пунктами (N + 1) км.
2. На плоскости начерчены две концентрические окружности, радиусы которых (N + 1) см и (N + 2) см соответственно. Найти вероятность того, что точка, брошенная наудачу в большой круг,

попадет также и в кольцо, образованное построенными окружностями?

3. В круге радиуса (N + 2) см наудачу появляется точка. Определить вероятность того, что она попадет в одну из двух непересекающихся фигур, лежащих внутри круга, площади которых равны 2,37 см^2 и 3,52 см^2.
4. На отрезке AB = l наудачу поставлена точка C. Найти вероятность того, что меньший из отрезков AC и BC имеет длину больше, чем $\dfrac{l}{N+1}$ (предполагается, что вероятность попадания точки пропорциональна длине отрезка и не зависит от его расположения на прямой).
5. В шар радиуса R = N вписан.в куб. Точка наудачу зафиксирована в шаре. Найти вероятность того, что точка попадет в куб.
6. На квадратном листе картона со стороной (N + 10) см, нарисованы два непересекающихся круга с диаметрами d_1 = 1 см, d_2 = 2 см. Найти вероятность того, что точка, лежащая в квадрате, находится внутри области, принадлежащей или первому кругу или второму.
7. В шар радиуса R = N вписана правильная треугольная пирамида. Точка наудачу зафиксирована в шаре. Найти вероятность попадания точки в пирамиду.
8. Внутрь круга радиуса R = N + 2 наудачу брошена точка. Найти вероятность того, что точка окажется внутри вписанного в круг правильного пятиугольника.
9. Пусть на отрезок длиной (N + 7) см бросают наудачу точку. Какова вероятность того, что эта точка попадет на отрезок длиной (N + 2)см, являющийся частью отрезка длины N + 7.
10. Абонент ждет телефонного вызова в течение N часов. Какова вероятность, что вызов произойдет в последние 20 минут этого времени?
11. В круге радиуса R = N + 3 помещен меньший круг радиуса r = 2. Найти вероятность того, что наудачу брошенная в большой круг точка попадет также и в меньший круг (предполагается, что вероятность попадания в круг пропорциональна площади круга и не зависит от расстояния).

12. В круг радиуса R = 2N вписан правильный треугольник. Найти вероятность того, что точка наудачу брошенная в этот круг попадет в данный треугольник.
13. На квадратном листе картона со стороной (N + 10) см, нарисованы два непересекающихся круга с диаметрами d_1 = 1 см, d_2 = 2 см. Найти вероятность того, что точка, лежащая в квадрате, находится внутри второго круга.
14. Пусть на отрезок длиной (N + 7) см бросают одновременно (независимо одна от другой) две точки. Какова вероятность того, что обе эти точки попадут на отрезок длиной (N + 2)см, являющийся частью отрезка длиной (N + 7) см.
15. На отрезке L = 10·N см помещен меньший отрезок l = 5·N см. Найти вероятность того, что наудачу поставленная на больший отрезок, попадет также на меньший отрезок. Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок пропорциональна длине отрезка и не зависит от его расположения.
16. На плоскости начерчены две концентрические окружности, радиусы которых 2N и 3N соответственно. Какова вероятность того, что точка, брошенная наудачу в большой круг, попадет в кольцо, образованное указанными окружностями?
17. На плоскости начерчены две концентрические окружности, радиусы которых N+1 и N+2 соответственно. Какова вероятность того, что точка, брошенная наудачу в большой круг, попадет в малый круг?
18. Внутрь круга радиуса R = N + 1 наудачу брошена точка. Найти вероятность того, что точка окажется внутри вписанного в круг квадрата. Предполагается, что вероятность попадания точки в часть круга пропорциональна площади этой части и не зависит от ее расположения относительно круга.
19. Внутрь круга радиуса R = N наудачу брошена точка. Найти вероятность того, что точка окажется внутри вписанного в круг правильного треугольника.
20. Внутрь круга радиуса R = N + 3 наудачу брошена точка. Найти вероятность того, что точка окажется внутри вписанного в круг правильного шестиугольника.

21. Мины поставлены на прямой через каждые $(0{,}1N + 5)$ метров. Танк шириной $(0{,}1N + 3)$ м идет перпендикулярно этой прямой. Какова вероятность того, что он подорвется?
22. Внутрь круга радиуса $R = N + 4$ наудачу брошена точка. Найти вероятность того, что точка окажется внутри вписанного в круг правильного семиугольника.
23. Внутрь квадрата брошена наудачу точка. Найти вероятность того, что точка окажется внутри вписанного в квадрат круга радиуса $R = N + 1$.
24. Внутрь правильного треугольника наудачу брошена точка. Найти вероятность того, что точка окажется внутри вписанного в треугольник круга радиуса $R = N$.
25. Внутрь правильного шестиугольника наудачу брошена точка. Найти вероятность того, что точка окажется внутри вписанного в шестиугольник круга радиуса $R = N + 1$.
26. Внутрь круга радиуса $R = N + 5$ наудачу брошена точка. Найти вероятность того, что точка окажется внутри вписанного в круг восьмиугольника.
27. Внутрь круга радиуса $R = N + 1$ наудачу брошена точка. Найти вероятность того, что точка окажется внутри кругового сектора с углом $\alpha = 30°$.
28. В круге радиуса $R = N + 15$ наудачу появляется точка. Определить вероятность того, что она попадет в один из двух непересекающихся квадратов со стороной $a = 2$см, лежащий внутри круга.
29. В круге радиуса $R = N + 15$ наудачу появляется точка. Определить вероятность того, что она попадет в один из двух непересекающихся квадратов со сторонами $a = 2$см и $a = 1$см соответственно, лежащий внутри круга.
30. В круге радиуса $R = N + 10$ наудачу появляется точка. Определить вероятность того, что она попадет в один из двух непересекающихся правильных треугольников со сторонами $a = 1$см и $a = 2$ см соответственно, лежащий внутри круга.
31. В круге радиуса $R = N + 20$ наудачу появляется точка. Определить вероятность того, что она попадет в одну из двух непересекающихся окружностей с радиусами $r_1 = 3$см и $r_2 = 5$ см, лежащий внутри круга.

32. На квадратном листе картона со стороной (N + 10) см, нарисованы два непересекающихся круга с диаметрами d_1 = 1 см, d_2 = 2 см. Найти вероятность того, что точка, лежащая в квадрате, находится вне второго круга.
33. Внутрь круга радиуса R = N + 2 см наудачу брошена точка. Найти вероятность того, что точка окажется вне кругового сектора с углом $\alpha = 60°$.
34. Внутрь круга радиуса R = N + 2 см наудачу брошена точка. Найти вероятность того, что точка окажется в одном из двух непересекающихся круговых секторах с углами $\alpha_1 = 30°$, $\alpha_2 = 60°$.
35. В квадрат со стороной a = (N + 3) см помещен меньший квадрат b = N + 2 см. Найти вероятность того, что наудачу брошенная точка в большой квадрат, попадет также и в рамку, образованную построенными квадратами.

1.2.5 Задание 5

Решить задачу, используя геометрическое определение вероятности.

1. Наудачу выбираются два действительных числа x и y, причем $0 \le x \le N$, $0 \le y \le N$. Найти вероятность того, что $y^2 \le x$.
2. Найти вероятность того, что корни уравнения $x^2 + px + q = 0$, где коэффициенты p и q выбраны наудачу в квадрате $|p| \le N$, $|q| \le N$, окажутся действительными.
3. Найти вероятность того, что корни уравнения $x^2 + px + q = 0$, где коэффициенты p и q выбраны наудачу в квадрате $|p| \le N, |q| \le N$, окажутся мнимыми.
4. Найти вероятность того, что корни уравнения $x^2 + px + q = 0$, где коэффициенты p и q выбраны наудачу в квадрате $|p| \le N, |q| \le N$, окажутся положительными.
5. Два действительных числа x и y выбираются наудачу так, что

$|x| \le N, |\ y| \le N+1$. Какова вероятность того, что дробь $\frac{x}{y}$ окажется положительной?

6. Два действительных числа x и y выбираются наудачу так, что $|x| \le N,\ |y| \le N$. Какова вероятность того, что $|x| < |y|$?
7. Два действительных числа x и y выбираются наудачу так, что $|x| \le N,\ 0 \le y \le N$. Какова вероятность того, что $x^2 < y$?
8. На паркетный пол (паркет имеет форму квадрата) бросается монета, диаметр которой в N + 1 раз меньше стороны квадрата. Какова вероятность того, что монета не пересечет не одной стороны квадрата (предполагается, что вероятность попадания точки в плоскую фигуру пропорциональна площади этой фигуры и не зависит от ее расположения на плоскости).?
9. В квадрат с вершинами в точках (0, 0), (0, N +2), (N +2, 0), (N + 2, N + 2) наудачу брошена точка. Какова вероятность того, что ее координаты x и y будут удовлетворять неравенству $y > x^2 - 1$?
10. В треугольник с вершинами в точках (0, 0), (0, N + 2), (N + 2, 0) наудачу брошена точка. Какова вероятность того, что ее координаты x и y будут удовлетворять неравенству $y < x^2 - 1$?
11. На шахматную доску наудачу брошена монета, диаметр которой в N + 1 раз меньше стороны каждого из квадратов доски. Какова вероятность того, что монета окажется полностью на черном поле?
12. Наудачу выбираются два действительных числа x и y, причем $0 \le x \le N$, $0 \le y \le N$. Найти вероятность того, что $y^2 \ge x$.
13. В прямоугольник с вершинами в точках (0,0), (0,N +2), (2(N+ 2), 0), (2(N + 2), N + 2) наудачу брошена точка. Какова вероятность того, что ее координаты x и y будут удовлетворять неравенству $y > 3 - x^2$?
14. Плоскость разграфлена параллельными прямыми, находящимися на расстоянии 2N друг от друга. На плоскость наудачу брошена монета диаметра N. Найти вероятность того, что монета не пересечет ни одной из прямых.
15. Парабола $y = ax^2 + bx + c$ касается нижней стороны квадрата с вершинами в точках (0, 0), (0, N + 1), (N + 1, N + 1), (N + 1, 0) и

проходит через верхние его вершины. Какова вероятность того, что точка, наудачу брошенная в квадрат, попадет в область, заключенную между верхней стороной квадрата и параболой?

16. Парабола $y = ax^2 + bx + c$ касается полукруга и проходит через границы его диаметра $d = 2(N + 1)$. Какова вероятность того, что точка, наудачу брошенная в полукруг, попадет в область, ограниченную дугой полукруга и параболой?
17. Два действительных числа x и y выбираются наудачу так, что $|x| \le N+1, |y| \le N+4$. Какова вероятность того, что дробь $\frac{x}{y}$ окажется отрицательной?
18. Два действительных числа x и y выбираются наудачу так, что $|x| \le N+1,\ |y| \le N+1$. Какова вероятность того, что $x^2 > y$?
19. В фигуру, ограниченную линиями $y = N + 1$, $y = 0$, $x = 0$, $y = x - N$ наудачу бросается точка. Какова вероятность того, что ее координаты x и y будут удовлетворять неравенству $y > x^2 - 1$?
20. В фигуру, ограниченную линиями $y = N + 1$, $y = 0$, $x = 0$, $y = x - N$ наудачу бросается точка. Какова вероятность того, что ее координаты x и y будут удовлетворять неравенству $y < x^2 - 1$?
21. Парабола $y = ax^2 + bx + c$ касается нижней стороны квадрата с вершинами в точках (0, 0), (0, N + 1), (N + 1, N + 1), (N + 1, 0) и проходит через верхние его вершины. Какова вероятность того, что точка, наудачу брошенная в квадрат, попадет в область, заключенную между параболой и прямыми $y = 0$, $x = N + 1$, $x = 0$?
22. Парабола $y = ax^2 + bx + c$ касается полукруга и проходит через границы его диаметра $d = 2(N + 1)$. Какова вероятность того, что точка, наудачу брошенная в полукруг, не попадет в область, ограниченную дугой полукруга и параболой?
23. Из отрезка $[-N; N + 1]$ наудачу взяты два числа. Какова вероятность того, что их сумма больше N, а произведение меньше N?
24. Найти вероятность того, что корни уравнения $x^2 + px + q = 0$, где коэффициенты p и q выбраны наудачу в квадрате $|p| \le N,\ |q| \le N$, окажутся отрицательными.

25. На отрезок длиной N наудачу бросают две точки. Они разбивают отрезок на три меньших отрезка. Какова вероятность того, что из полученных отрезков можно построить треугольник?
26. Наудачу взяты два положительных числа x и y, каждое из которых не превышает N + 1. Найти вероятность того, что $xy \le 1$, а $\frac{y}{x} \le N+1$.
27. Наудачу взяты два положительных числа x и y, каждое из которых не превышает N. Найти вероятность того, что сумма их не превышает N, если сумма их квадратов больше 0,25.
28. Какова вероятность того, что сумма трех наудачу взятых отрезков, длина каждого из которых не превосходит N, будет больше N?
29. На плоскость, разграфленную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстоянии (N + 5) см наудачу брошен круг радиуса 1 см. Найти вероятность того, что круг не пересечет ни одной из прямых. Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок пропорциональна длине отрезка и не зависит от его расположения?
30. Даны две концентрические окружности радиусов $r_1 = N + 2$ см, $r_2 = N + 4$ см. На большей окружности наудачу ставятся две точки A и B. Какова вероятность того, что отрезок AB не пересечет малую окружность?
31. Наудачу взяты два положительные числа $x = 0{,}1(N + 1)$, $y = 0{,}2N$, каждое из которых не превышает двух. Найти вероятность того, что произведение xy будет больше единицы, а частное $\frac{y}{x}$ не больше двух.
32. Наудачу взяты два положительные числа x, y, каждое из которых не превышает единицы. Найти вероятность того, что сумма x + y не превышает единицы, а произведение xy не меньше $0{,}01 \cdot N$.
33. На отрезке OA длины L = N + 12 числовой оси OX наудачу поставлены две точки M(x) и K(y). Найти вероятность того, что длина отрезка MK меньше расстояния от точки O до ближайшей к ней точки. Предполагается, что вероятность попадания

точки на отрезке пропорциональна длине отрезка и не зависит от его расположения на числовой оси.

34. На отрезке OA длины L = N + 10 числовой оси OX наудачу поставлены две точки D(x) и E(y), причем $y \geq x$. Найти вероятность того, что длина отрезка DE меньше, чем $\frac{N+10}{2}$. Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезке пропорциональна длине отрезка и не зависит от его расположения на числовой оси.
35. На отрезке OA длины L = N + 15 числовой оси OX наудачу поставлены две точки L(x) и N(y). Найти вероятность того, что длина отрезка LN меньше, чем $\frac{N+15}{2}$. Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезке пропорциональна длине отрезка и не зависит от его расположения на числовой оси.

1.2.6. Задание 6

Решить задачу, используя классическое определение вероятности.

1. В группе N + 6 юношей и N + 8 девушек. По жребию разыгрывается два билета в театр. Какова вероятность того, что билет получат две девушки?
2. Экзаменационные работы по математике, которые писали абитуриенты при поступлении в университет, зашифрованы целыми числами от 1 до (N + 90) включительно. Какова вероятность того, что номер наудачу взятой работы кратен 10 или 11?
3. В урне (N + 5) шаров: 5 красных, а остальные зеленые. Какова вероятность того, что два наудачу вынутых шара окажутся зелеными?
4. В урне (N + 7) шаров: 2 белых, 3 синих, а остальные черные. Какова вероятность того, что наудачу вынутый шар окажется не белым?
5. Из букв Вашей фамилии наугад выбираются две буквы. Какова вероятность того, что они обе гласные?

6. В ящике имеется N + 5 деталей, из которых две бракованные. Рабочий наудачу извлекает 3 детали. Найти вероятность того, что извлеченные детали окажутся качественными.
7. На N + 3 карточках написаны числа от 1 до N + 3. Какова вероятность того, что сумма чисел на трех произвольно выбранных карточках делится на 3?
8. На карточках написаны целые числа от 1 до N + 15 включительно. Наудачу извлекаются две карточки. Какова вероятность того, что сумма чисел, написанных на этих карточках, равна 10?
9. Из букв Вашей фамилии наугад выбираются две буквы. Какова вероятность того, что они обе согласные?
10. Из N + 30 учащихся спортивной школы 12 занимаются баскетболом, 15 – волейболом, 5 – волейболом и баскетболом, а остальные – другими видами спорта. Какова вероятность, что наудачу выбранный спортсмен занимается только волейболом или только баскетболом?
11. Из N + 3 жетонов, занумерованных четными различными числами и десяти жетонов, занумерованных различными нечетными числами, выбираются три. Найти вероятность того, что номера всех выбранных жетонов четные.
12. Из числа талонов, занумерованных всеми двузначными числами, свернутыми в одинаковые трубочки, наугад берется N штук. Какова вероятность того, что номера взятых талонов состоят из одинаковых знаков?
13. В денежно-вещевой лотерее на серию в 1000 билетов приходится N + 100 денежных выигрышей и N + 60 вещевых. Какова вероятность какого-либо выигрыша на один лотерейный билет?
14. В урне 4N красных и 5N? Голубых шаров, одинаковых по размеру и весу. Чему равна вероятность того, что наудачу извлеченные два шара окажутся одного цвета?
15. Из N + 3 одинаковых билетов денежно-вещевой лотереи один выигрышный. N + 3 человек по очереди и наугад берут (и не возвращают обратно) по одному билету. Зависит ли вероятность взять выигрышный билет от номера в очереди?
16. В книге 10N+200 сраниц. Чему равна вероятность того, что наугад открытая страница будет иметь порядковый номер кратный 5?

17. В колоде 52 карты. Наудачу извлекают N + 3 карты. Какова вероятность того, что среди извлеченных две красные карты?
18. Из колоды в 52 карты выбирается наугад N + 2 карты. Какова вероятность, что среди них окажется хотя бы один туз?
19. Из букв Вашей фамилии наугад выбираются две буквы. Какова вероятность того, что одна гласная, а другая – согласная.
20. В шахматном турнире участвуют 2N + 10 человек, которые будут распределены по жребию в двух группах по равному количеству в каждой. Какова вероятность, что двое наиболее сильные участника будут играть в одной группе?
21. В ящике находится N+5 бракованных и 15N стандартных деталей. Наудачу извлекают 3 детали. Какова вероятность того, что среди извлеченных две стандартные детали?
22. В коробке имеется N + 20 карандашей, из которых 3 – белые. Ребенок наудачу извлекает 5 карандашей. Найти вероятность того, что извлеченные карандаши окажутся не белыми.
23. В ящике N + 5 белых и N + 2 черных одинаковых на ощупь шаров. Какова вероятность того, что первый вытащенный наудачу шар, будет белым?
24. В коробке N + 9 красных и N + 7 зеленых одинаковых на ощупь кубиков. Наудачу вынимают 3 кубика. Какова вероятность того, что оба они зеленые?
25. В одном ящике лежат N + 3 белых и N + 6 красных одинаковых на ощупь шаров, а в другом – 15 синих и 5 черных. Из каждого ящика наугад вынимают по одному шару. Какова вероятность того, что вынули красный и черный шары?
26. В ящике имеется N + 10 деталей, среди которых 9 окрашенных. Сборщик наудачу извлекает три детали. Найти вероятность того, что извлеченные детали окажутся окрашенными.
27. В конверте среди N + 70 фотокарточек находится разыскиваемая. Из конверта наудачу извлечены 10 карточек. Найти вероятность того, что среди них окажется нужная.
28. В цехе работают N + 5 мужчин и N + 7 женщин. По табельным номерам наудачу отобраны восемь человек. Найти вероятность того, что среди отобранных лиц окажутся 3 женщины.

29. В группе 25 + N студентов, среди которых 9 отличников. По списку наудачу отобраны 10 студентов. Найти вероятность того, что среди отобранных студентов 6 отличников.
30. В коробке N + 5 одинаковых изделий, причем 3 из них окрашены. Наудачу извлечены два изделия. Найти вероятность того, что среди извлеченных изделий одна деталь окрашена.
31. К концу дня в магазине осталось N + 60 арбузов, из которых 50 спелых. Покупатель выбирает 2 арбуза. Какова вероятность, что оба арбуза спелые?
32. При перевозке N +100 деталей, из которых 10 были забракованы, утеряна 1 стандартная деталь. Найти вероятность того, что наудачу извлеченная деталь оказалась бракованной.
33. Найти вероятность того, что все учащиеся в группе, состоящей из 30 + N человек, родились в разные дни года.
34. В классе, состоящем из N + 20, 15 человек занимаются в математическом кружке. Какова вероятность, что наудачу выбранный ученик окажется членом математического кружка?
35. Устройство состоит из N + 5 элементов, из которых два изношены. При включении устройства включаются случайным образом два элемента. Найти вероятность того, что включенными окажутся неизношенные элементы.

1.2.7. Задание 7

На m одинаковых на ощупь карточках написаны буквы. Найти вероятность того, что, при случайном выкладывании карточек в ряд, получится заданное слово. (Количество карточек, наборы букв и данное слово см. в табл. 1.1).

Решить задачу:

1) используя классическое определение вероятностей;
2) используя теоремы о сложении и умножении вероятностей.

Таблица 1.1

Индивидуальные задачи к заданию 7

n	m	набор букв	Заданное слово
1	5	и, и, и, л, л	лилии
2	6	а, а, а, п, п, х	папаха
3	6	о, о, о, м, л, к	молоко
4	6	а, а, а, г, г, р	гагара
5	6	о, о, о, к, к, ш	окошко
6	6	а, а, с, к, к, р	краска
7	5	к, к, о, о, с	кокос
8	6	о, о, с, с, м, к	космос
9	5	а, а, к, к, о	какао
10	5	к, к, о, о, н	кокон
11	5	а, а, б, н, н	банан
12	5	а, а, п, п, к	папка
13	6	к, к, а, а, с, з	сказка
14	5	е, е, л, п, п	пепел
15	5	ш, ш, а, а, л	шалаш
16	5	а, а, к, к, з	казак
17	5	з, з, а, а, к	заказ
18	6	о, о, о, к, к, р	окорок
19	6	с, а, а, а, н, н	ананас
20	6	ф, е, е, р, р, м	фермер
21	6	з, з, а, а, н, о	заноза
22	5	р, р, а, а, д	радар
23	6	и, и, п, к, к, н	пикник
24	6	а ,а, з, к, к, у	указка
25	6	а, а, б, б, б, о	баобаб
26	5	к, к, м, о, о	комок
27	5	о, о, т, х, х	хохот
28	5	о, о, р, р, т	ротор
29	6	п, п, р, р, у, у	пурпур
30	5	а, а, б, к, к	кабак
31	5	а, а, ж, ж, д	жажда
32	5	о, о, п, т, т	топот
33	5	д, д, о, о, в	довод
34	6	и, и, м, с, с, я	миссия
35	6	а, н, о, о, п, п	попона

1.2.8. Задание 8

Решить задачу, используя теоремы сложения и умножения вероятностей.

1. Из урны, содержащей N + 2 белых и N + 3 черных шаров, вынимаются 2 шара. Какова вероятность того, что они разных цветов?
2. В урне находятся N + 3 белых и N + 4 черных шаров. Вынимаются 2 шара. Какова вероятность, что они оба белые?
3. В урне находятся N + 2 белых и 5 черных шаров. Вынимаются 2 шара. Какова вероятность, что они оба черные?
4. Несколько раз бросают игральную кость. Какова вероятность того, что одно очко появится впервые при N + 2 –ом бросании?
5. N + 20 машин были доставлены на станцию технического обслуживания. При этом 5 из них имели неисправности в ходовой части, 8 имели неисправности в моторе, а остальные были полностью исправны. Какова вероятность, что машина с неисправной ходовой частью имеет также неисправный мотор?
6. Готовясь к вступительному экзамену по математике, абитуриент должен подготовить N + 20 вопросов по мат. анализу и N + 25 – по геометрии. Но он успел подготовить только 15 вопросов по мат. анализу и 20 по геометрии. Билет содержит 3 вопроса, два из которых по мат. анализу и один – по геометрии. Какова вероятность, что абитуриент сдаст экзамен на «отлично» (ответит на все 3 вопроса)?
7. Готовясь к вступительному экзамену по математике, абитуриент должен подготовить N + 20 вопросов по мат. анализу и N + 25 – по геометрии. Но он успел подготовить только 15 вопросов по мат. анализу и 20 по геометрии. Билет содержит 3 вопроса, два из которых по мат. анализу, а один – по геометрии. Какова вероятность, что абитуриент сдаст экзамен на «хорошо» (ответит на любые два вопроса)?
8. В урне находятся N + 2 белых, N + 3 черных и N + 4 красных шаров. Наудачу вынимают три шара. Какова вероятность, что хотя бы два шара будут одного цвета?

9. В лотерее разыгрывается N + 10 билетов, из которых N + 5 выигрышных. Некто покупает 4 билета. Какова вероятность, что хотя бы один из купленных билетов выигрышный?
10. При одном обзоре радиолокационной станцией объект обнаруживается с вероятностью 0,6. Обнаружение объекта в каждом цикле происходит независимо от других циклов. Какова вероятность, что при N + 3 циклах объект будет обнаружен?
11. В ящике лежат N + 2 белых, N + 4 красных и N + 7 синих одинаковых на ощупь шаров. Вынимается наугад один шар. Какова вероятность, что он цветной?
12. Зачет по стрельбе считается сданным, если курсант получает оценку не ниже 4. Какова вероятность сдачи зачета курсантом, если известно, что он получает за стрельбу оценку 5 с вероятностью $0{,}01\cdot N$ и оценку 4 с вероятностью $0{,}02\cdot N$?
13. В одной урне N + 2 шара – белые, а N + 3 шара – черные, в другой – 5 белых и 2 черных. Из каждой урны взяли по одному шару. Какова вероятность того, что шары будут одного цвета?
14. В тренировках по парным соревнованиям в беге участвуют N + 4 учащихся из школы №1, семь учащихся из школы №2и восемь учащихся из школы №3. Найти вероятность того, что по жеребьевке в первую пару войдут два ученика из школы №3 или только из школы №2.
15. Два стрелка, для которых вероятность попадания равна соответственно 0,07 и $0{,}01\cdot N$ производят по одному выстрелу. Определить вероятность хотя бы одного попадания в мишень.
16. Два стрелка, для которых вероятность попадания равна соответственно 0,07 и $0{,}01\cdot N$ производят по одному выстрелу. Определить вероятность одного попадания в мишень.
17. В первом ящике N + 7 шаров, из которых 5 – белые. Во втором ящике N + 8 шаров, из которых 6 – белые. Из каждого ящика взяли по одному шару. Какова вероятность, что оба они белого цвета?
18. В партии изделий ОТК проверяет половину и признает годной всю партию, если бракованных изделий будет не более одного. Какова вероятность того, что партия из N + 15 изделий, в которой два бракованных изделия будет признана годной?

19. В первом ящике N + 10 шаров: 2 белых, 3 красных, а остальные - синие. Во втором ящике N + 8 шаров: 3 белых, 4 красных, остальные – синие. Из каждого ящика вынули по шару. Какова вероятность, что среди вынутых шаров нет синих?
20. В урне N + 5 белых и 1 черный шары. Вынули сразу три шара. Какова вероятность того, что все шары белые?
21. В ящике N + 10 деталей, из которых 4 окрашены. Сборщик наудачу взял три детали. Найти вероятность того, что хотя бы одна из взятых деталей окрашена.
22. Брошены N + 1 игральные кости. Найти вероятность того, что на каждой из выпавших граней появится 5 очков.
23. В ящике N + 10 деталей, среди которых шесть окрашенных. Сборщик наудачу извлекает 4 детали. Найти вероятность того, что все извлеченные изделия окажутся окрашенными.
24. Вероятность доставки почты вовремя в два почтовых отделения равны соответственно $0{,}09 \cdot N$ и $0{,}095N$. Найти вероятность того, что в одно из них почта будет доставлена вовремя.
25. В день физкультурника Петя пошел на стадион. Можно было купить билеты на соревнования по футболу с вероятностью 0,3, или купить билеты на соревнования по волейболу с вероятностью 0,2, или купить билеты на соревнования по баскетболу с вероятностью $0{,}1N$. Какова вероятность того, что Петя попал на соревнования?
26. В мастерской работает 3 станка. За смену первый станок потребует наладки с вероятностью $0{,}1N$, второй станок – с вероятностью 0,15, третий станок – с вероятностью 0,12. Считая, что станки не могут одновременно потребовать наладки, найти вероятность того, что за смену хоть один станок потребует наладки.
27. Вероятность того, что нужная сборщику деталь находится в первом, втором, третьем, четвертом ящике соответственно равна 0,6; 0,7; 0,8; и $0{,}1N$. Найти вероятность того, что деталь находится не более чем в трех ящиках.
28. Устройство состоит из трех элементов, работающих независимо. Вероятности безотказной работы (за время t) первого, второго и третьего элементов соответственно равны $0{,}1N$; 0,6; 0,7.

Найти вероятность того, что за время t безотказно будет работать только один элемент.

29. В день физкультурника Петя пошел на стадион. Можно было купить билеты на соревнования по футболу с вероятностью 0,3, или купить билеты на соревнования по волейболу с вероятностью 0,2, или купить билеты на соревнования по баскетболу с вероятностью 0,1N. Какова вероятность того, что Петя попал на соревнования, в котором запрещена игра ногой?
30. В тренировках по парным соревнованиям в беге участвуют N + 4 учащихся из школы №1, семь учащихся из школы №2 и восемь учащихся из школы №3. Найти вероятность того, что по жеребьевке в первую пару войдут два ученика из разных школ.
31. Студент знает 20 вопросов из N + 30 вопросов программы. Найти вероятность того, что студент знает предложенные ему экзаменатором три вопроса.
32. Вероятность доставки почты вовремя в два почтовых отделения равны соответственно 0,09·N и 0,095N. Найти вероятность того, что хотя бы в одно из них почта будет доставлена вовремя.
33. Вероятность того, что нужная сборщику деталь находится в первом, втором, третьем, четвертом ящике соответственно равна 0,6; 0,7; 0,8; и 0,1N. Найти вероятность того, что деталь находится в двух ящиках.
34. Вероятность попадания орудий при одном залпе соответственно равны 0,7; 0,8; 0,1N. Найти вероятность того, что мост будет разрушен при одном одновременном залпе трех орудий (мост разрушен, если в него попало не менее двух снарядов).
35. В ящике лежат N + 8 белых и N + 12 красных одинаковых на ощупь шаров. Наугад вынимают 5 шаров. Какова вероятность того, что среди них окажется не менее двух белых?

1.2.9. Задание 9

Решить задачу, используя формулу полной вероятности

1. В урну, содержащую N + 2 шара, опущен белый шар, после чего из урны извлечен один шар. Найти вероятность того, что

вынутый шар окажется белым, если равно возможны всевозможные предположения о цвете первоначально лежавших N + 2 шаров.

2. Имеются две одинаковые урны, первая из которых содержит N + 1 черных и 3 белых шара, а вторая – 2 черных и N + 2 белых шара. Сначала наугад выбирается урна, а потом наугад из нее извлекается один шар. Какова вероятность того, что будет выбран белый шар?
3. Ученик пришел на экзамен, зная 25 вопросов из N + 30. Перед ним был взят только один билет. Какова вероятность того, что ученик знает наудачу вытянутый билет?
4. В пирамиде установлены N + 4 винтовок, из которых три снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом 0,95; для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0,7. Найти вероятность того, что мишень будет поражена, если стрелок произведет один выстрел из наудачу взятой винтовки?
5. В вычислительной лаборатории имеются N + 5 клавишных автоматов и N + 3 полуавтомата. Вероятность того, что за время выполнения некоторого расчета автомат не выйдет из строя, равна 0,95; для полуавтомата эта вероятность равна 0,8. Студент производит расчет на наудачу выбранной машине. Найти вероятность того, что до окончания расчета машина не выйдет из строя.
6. В ящике содержится N + 7 деталей, изготовленных на заводе №1, N + 10 деталей – на заводе №2 и N + 15 деталей – на заводе № 3. Вероятность того, что деталь, изготовленная на заводе №1, отличного качества, равна 0,9; для деталей, изготовленных на заводах №2 и №3 эти вероятности соответственно равны 0,6 и 0,9. Найти вероятность того, что извлеченная наудачу деталь окажется отличного качества.
7. В первой урне содержится N + 10 шаров, из них 8 белые; во второй урне N + 15 шаров, из них – 5 белые. Из каждой урны наудачу извлекли по одному шару, а затем из этих двух шаров наудачу взят один шар. Найти вероятность того, что взят белый шар.

8. В цехе работают N + 20 станков. Из них N + 1 – марки А, N + 5 – марки В, а остальные – марки С. Вероятность того, что качество деталей окажется отличным для этих станков для этих станков соответственно равна 0,9; 0,8; 0,7. Какой процент отличных деталей выпускает цех?
9. Из N + 4 стрелков 2 попадают в цель с вероятностью 0,6, а остальные – с вероятностью 0,4. Что вероятнее, попадет ли в цель наудачу выбранный стрелок или нет?
10. Студент пришел на экзамен, зная 25 вопросов из N + 30. Как ему лучше идти сдавать экзамен: первым или вторым?
11. Из N + 40 деталей N + 20 изготовлено в I цехе, N + 10 – во втором, а остальные – в третьем. I и III цехи дают бракованную продукцию с вероятностью 0,2, а второй цех – с вероятностью 0,4. Какова вероятность того, что взятая деталь окажется бракованной?
12. Первый автомат за смену выпустил N + 700 деталей, из которых 0,3% брака, второй выпустил 1800 - N деталей, их которых 0,2% брака, а третий выпустил 2500 деталей, из которых 0,4% брака. Какова вероятность того, что на сборку попадет бракованная деталь?
13. Из N + 2 колод по 36 карт и N + 1 колод в 52 карты наудачу выбрана колода, а из колоды наудачу взята карта. Какова вероятность того, что это туз?
14. Имеется 4 урны. В первой урне N + 1 белых и 5 черных шаров. Во второй урне N + 2 белых и 8 черных шаров. В третьей урне 4 белых и N + 1 черных шаров. В четвертой урне 5 белых и N + 3 черных шаров. Выбирается наугад одна из урн и вынимается из нее шар. Найти вероятность того, что этот шар белый.
15. На фабрике изготовляющей болты, первая машина производит (10 + N)%, вторая – (N + 20)%, остальные – третья машина. В их продукции брак составляет соответственно 2, 5, 7%. Какова вероятность того, что случайно выбранный болт окажется дефектным?
16. Партия электрических лампочек на 20% изготовлена первым заводом, на 5N% - вторым, остальные – третьим. Вероятности выпуска бракованных лампочек соответственно равны 0,01,

0,05, 0,03. Найти вероятность того, что наудачу взятая из партии лампочка окажется стандартной.

17. Экзамен происходит по следующей схеме: если некоторый билет уже был вытянут, то экзаменатор откладывает его, т.е. последующие экзаменующиеся не могут вытянуть этот билет. Ученик выучил из N + 30 билетов N + 25. В каком случае вероятность того, что ученик вытянет выученный билет, больше – когда он идет отвечать первым или последним?
18. В урне лежат N + 3 шара, цвета которых неизвестны. (Каждый шар может быть или белым, или черным.) Положили в урну белый шар. Какова вероятность теперь вытянуть из урны белый шар?
19. Имеются две урны. В первой лежат N + 3 красных и N + 6 синих шаров, а во второй N + 4 красных и N + 6 синих шаров соответственно. Из первой урны во вторую перекладывают один шар. Какова вероятность после этого вынуть красный шар из первой урны?
20. Имеются две урны. В первой лежат N + 2 белых и N + 3 черных шаров, а во второй N + 7 белых и N + 6 черных шаров соответственно. Из первой урны во вторую перекладывают один шар. Какова вероятность после этого вынуть белый шар из второй урны?
21. На сборку поступают детали с трех автоматов. Известно, что первый автомат дает 0,1N% брака, второй – 0,2%, третий – 0,3N%. Найти вероятность попадания на сборку бракованной детали, если с первого автомата поступило 100n, со второго – 2000, с третьего – 200N деталей.
22. В коробку, содержащую N+1 карандашей, положили красный карандаш, после чего из коробки взяли один карандаш. Найти вероятность того, что вытащенный карандаш окажется красным, если равно возможны всевозможные предположения о цвете первоначально лежавших N + 1 карандашей.
23. Имеются две одинаковые коробки, первая из которых содержит 10 зеленых счетных палочек и N + 8 синих, а вторая N + 10 зеленых счетных палочек и 15 синих. Сначала наугад выбирается коробка, а потом из нее извлекается наугад одна палочка. Какова вероятность того, что будет выбрана зеленая?

24. Имеются две одинаковые урны, первая из которых содержит N + 2 черных и 5 белых шаров, а вторая N + 3 белых и 7 черных шаров. Сначала наугад выбирается урна, а потом наугад выбирается один шар. Какова вероятность того, что будет выбран черный шар?
25. В первой коробке содержится N + 15 карандашей, из них 3 – желтые; во второй коробке N + 8 карандашей, из них 2 – желтые. Из каждой коробки наудачу извлекли по одному карандашу, а затем из этих двух карандашей наудачу взят один. Найти вероятность того, что взят желтый карандаш.
26. В коробке лежат N + 7 одинаковых на ощупь и по размеру кубиков, цвета которых неизвестны (каждый кубик может быть или сиреневым или голубым). Положили в урну сиреневый кубик. Какова вероятность теперь вынуть из коробки сиреневый кубик?
27. Имеются две коробки. В первой лежит N + 5 фиолетовых и 10 черных карандашей, а во второй – 6 фиолетовых и N + 7 черных карандашей. Из первой коробки во вторую перекладывают один карандаш. Какова вероятность после этого вынуть фиолетовый карандаш из первой коробки?
28. Из N + 7 винтовок, из которых 4 снайперские, наудачу выбирается одна и из нее производится выстрел. Найти вероятность того, что стрелок поразит цель, если вероятность попадания из снайперской винтовки 0,96, а из обычной – 0,6.
29. Имеются две коробки. В первой лежит N + 3 фиолетовых и 5 черных карандашей, а во второй – 4 фиолетовых и N + 8 черных карандашей. Из первой коробки во вторую перекладывают один карандаш. Какова вероятность после этого вынуть фиолетовый карандаш из второй коробки?
30. Имеются три коробки. В первой лежит N + 2 красных и N + 2 синих карандаша. Во второй – N + 1 красных и N + 1 синих карандаша. В третьей – 5 красных и 3 синих карандаша. Выбирается наугад одна из коробок и вынимается из нее карандаш. Найти вероятность того, что этот карандаш красный.
31. Имеются три коробки. В первой лежит 1 красный и N синих карандашей. Во второй – N красных и 1 синий карандаш. В третьей – 4 красных и 2 синих карандаша. Выбирается наугад

одна из коробок и вынимается из нее карандаш. Найти вероятность того, что этот карандаш синий.

32. Рабочий обслуживает три станка, на которых обрабатываются однотипные детали. Вероятность брака для первого станка равна 0,02N%, для сторого 0,03N%, для третьего 0,04N%. Обработанные детали складываются в один ящик. Производительность первого станка в 3 раза больше, чем второго, а третьего в 2 раза меньше, чем второго. Какова вероятность того, что взятая наудачу деталь будет бракованной?
33. Имеются две одинаковые коробки, первая из которых содержит 10 зеленых счетных палочек и N + 8 синих, а вторая – N = 10 зеленых и 15 синих счетных палочек. Сначала наугад выбирается коробка, а потом из нее извлекается наугад одна палочка. Какова вероятность того, что будет выбрана синяя палочка?
34. Радиолампа может принадлежать к дной из трех партий с вероятностями 0,2, 0,3, 0,5. Вероятность того, что лампа проработает заданное число часов, для этих партий соответственно равна 0,9, 0,8, 0,1N. Определить вероятность того, что радиолампа проработает заданное число часов.
35. В продажу поступают телевизоры трех заводов. Продукция первого завода содержит (N+15)% телевизоров со скрытым дефектом, второго – (N+10)%, и третьего (N+5)%. Какова вероятность приобрести исправный телевизор, если в магазин поступило 30% телевизоров с первого завода, 20% - со второго завода, 50% - с третьего?

1.2.10. Задание 10

Решить задачу, используя формулу Байеса

1. Вероятность поражения самолета при одиночном выстреле для первого ракетного расчета равна $0.02\cdot(N + 1)$, а для второго – $0.03\cdot(N + 1)$. Каждое из орудий производит по одному выстрелу, причем зарегистрировано одно попадание в самолет. Какова вероятность, что удачный выстрел принадлежит первому расчету?

2. Каждый из танков независимо сделал выстрел по некоторому объекту. Вероятность поражения цели первым танком равна 0.7, вторым – $0.1 \cdot N$. Объект поражен одним попаданием. Определить вероятность того, что объект поражен вторым танком.
3. Партия транзисторов, среди которых 10% дефектных, поступила на проверку. Сама проверка такова, что с вероятностью 0,9 обнаруживается дефект (если он есть) и существует ненулевая вероятность $0.01 \cdot (N + 1)$ того, что исправный транзистор будет признан дефектным. Случайно выбранный из партии транзистор был признан дефектным. Какова вероятность того, что на самом деле транзистор исправен?
4. На склад поступает продукция трех фабрик, приче продукция первой фабрики составляет $(20+2N)\%$, второй – 46%, остальные – третьей. Известно, что средний процент нестандартных изделий для первой фабрики равен $3N\%$, для второй – $2N\%$, для третьей – $N\%$. Найти вероятность того, что наудачу взятое нестандартное изделие произведено на первой фабрике.
5. Однотипные приборы выпускаются тремя заводами в количественном отношении $N + 1$, $N + 2$, $N + 3$, причем вероятности брака для этих заводов соответственно равны 0,1; 0,2; 0,3. Прибор, приобретенный научно-исследовательским институтом, оказался бракованным. Какова вероятность того, что данный прибор произведен первым заводом (марка завода на приборе отсутствует)?
6. На складе находятся детали, изготовленные на двух заводах. Известно, что объем продукции первого завода в $N+1$ раз превышает объем продукции второго завода. Вероятности брака на первом заводе 0,05, на втором заводе – 0,01. Наудачу взятая деталь оказалась бракованной. Какова вероятность того, что деталь изготовлена первым заводом?
7. В группе из $N + 25$ человек, пришедших сдавать экзамен по теории вероятностей, имеется 10 отличников, 7 подготовленных хорошо, 5 – удовлетворительно, а остальные – плохо подготовлены. Отличники знают все 30 вопросов программы, хорошо подготовленные – $N + 20$, подготовленные удовлетворительно – 15, и плохо подготовленные знают 10 вопросов. Вызванный наудачу студент ответил на два заданных вопроса. Найти вероятность того, что студент подготовлен отлично или хорошо.

8. Три стрелка производят по одному выстрелу в одну и ту же мишень. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для каждого из стрелков соответственно равны 0,01·N, 0,01·(N+1), 0,01·(N +2). Какова вероятность того, что второй стрелок промахнулся, если после выстрелов в мишени оказалось две пробоины?
9. Прибор состоит из двух последовательно включенных узлов. Надёжность (вероятность безотказной работы в течение времени T) первого узла равна 0,01·(N+2), второго – 0,01·(N+5). За время испытания прибора в течение времени T зарегистрирован отказ прибора. Найти вероятность того, что отказал только первый узел.
10. В ящике находятся одинаковые изделия, изготовленные на двух автоматах: 10N изделий изготовлено первым автоматом, 30+N - вторым. Брак в продукции первого автомата составляет 2N%, второго – 3N%. Найти вероятность того, что случайно выбраное изделие изготовлено первым автоматом, если оно оказалось бракованным.
11. В урне лежат N шаров неизвестного цвета – с равной вероятностью белые или черные. В урну опускается один белый шар и после тщательного перемешивания наудачу извлекается один шар. Он оказался белым. Какова вероятность того, что в урне белые шары?
12. В пирамиде N + 10 винтовок: N + 5 снабжены оптическим прицелом, а остальные – без оптического прицела. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,95; для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0,7. Стрелок поразил мишень из наудачу взятой винтовки. Какова вероятность того, что стрелок стрелял из винтовки с оптическим прицелом?
13. Для приема зачета преподаватель подготовил N + 50 задач: N + 20 из дифференциального исчисления; N + 15 из интегрального исчисления, а остальные - по теории вероятностей. Для сдачи зачета студент должен решить первую доставшуюся наугад задачу. Известно, что студент сдал зачет. Определить вероятность того, что он решил задачу по теории вероятно-

стей, если он умеет решать из предложенного списка задач 18 из дифференциального исчисления, 10 из интегрального и 5 по теории вероятностей.

14. В группе из N + 25 человек, пришедших сдавать экзамен по теории вероятностей, имеется 10 отличников, 7 подготовленных хорошо, 5 – удовлетворительно, а остальные – плохо подготовлены. Отличники знают все 30 вопросов программы, хорошо подготовленные – N + 20, подготовленные удовлетворительно – 15, и плохо подготовленные знают 10 вопросов. Вызванный наудачу студент ответил на два заданных вопроса. Найти вероятность того, что студент подготовлен удовлетворительно.
15. Три стрелка производят по одному выстрелу в одну и ту же мишень. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для каждого из стрелков соответственно равны 0,01·(N + 1), 0,01·(N + 2), 0,01·(N + 3). Какова вероятность того, что первый стрелок промахнулся, если после выстрелов в мишени оказалось две пробоины?
16. Прибор состоит из двух последовательно включенных узлов. Надёжность (вероятность безотказной работы в течение времени Т) первого узла равна 0,01·(N+3), второго – 0,01·(N+4). За время испытания прибора в течение времени Т зарегистрирован отказ прибора. Найти вероятность того, что отказали оба узла.
17. Предположим, что надежность определения туберкулеза при рентгеновском просвечивании грудной клетки составляет 90 % (т.е. 10% носителей туберкулёза остаются неопознанными). Вероятность того, что у здорового человека будет ошибочно определен туберкулёз, составляет 1%. Просвечиванию была подвергнута большая группа людей со средним процентом больных, равным (0,01·N)%. Какова вероятность того, что человек признанный больным, действительно является носителем туберкулёза?
18. В пирамиде N + 12 винтовок: N + 7 снабжены оптическим прицелом, а остальные – без оптического прицела. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,9; для винтовки без оп-

тического прицела эта вероятность равна 0,8. Стрелок поразил мишень из наудачу взятой винтовки. Какова вероятность того, что стрелок стрелял из винтовки без оптического прицела?

19. В одной студенческой группе обучаются N + 20 студентов, во второй – N + 15, а в третьей – N + 25. На экзамене по математике получили оценку «отлично» N + 1 студент первой группы, N + 1 студент второй группы и N + 3 студента третьей группы. Наугад выбранный студент оказался получившим оценку «отлично». Какова вероятность того, что он учится в первой группе?
20. В группе из N + 25 человек, пришедших сдавать экзамен по теории вероятностей, имеется 10 отличников, 7 подготовленных хорошо, 5 – удовлетворительно, а остальные – плохо подготовлены. Отличники знают все 30 вопросов программы, хорошо подготовленные – N + 20, подготовленные удовлетворительно – 15, и плохо подготовленные знают 10 вопросов. Вызванный наудачу студент ответил на два заданных вопроса. Найти вероятность того, что студент подготовлен плохо.
21. Три стрелка производят по одному выстрелу в одну и ту же мишень. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для каждого из стрелков соответственно равны 0,01·(N+2), 0,01·(N+3), 0,01·(N +4). Какова вероятность того, что третий стрелок промахнулся, если после выстрелов в мишени оказалось две пробоины?
22. Прибор состоит из двух последовательно включенных узлов. Надёжность (вероятность безотказной работы в течение времени T) первого узла равна 0,01·(N+3), второго – 0,01·(N+6). За время испытания прибора в течение времени T зарегистрирован отказ прибора. Найти вероятность того, что отказал только второй узел.
23. Противотанковая батарея состоит из N + 10 орудий, причём для первой группы из N + 6 орудий вероятности того, что при одном выстреле произойдет недолет, попадание или перелет, равны соответственно 0,1; 0,7; 0,2. Для каждого из остальных орудий вероятности тех же событий равны соответственно 0,2; 0,6; 0,2. Наудачу выбранное орудие произвело три выстрела по цели, в результате чего было зафиксировано одно попада-

ние, один недолет, один перелет. Какова вероятность того, что стрелявшее орудие принадлежит второй группе?

24. В урне лежат N шаров неизвестного цвета – с равной вероятностью белые или черные. В урну опускается один белый шар и после тщательного перемешивания наудачу извлекается один шар. Он оказался белым. Какова вероятность того, что первоначально в урне находились только черные шары?
25. В пирамиде N + 15 винтовок: N + 5 снабжены оптическим прицелом, а остальные – без оптического прицела. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,96; для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0,85. Стрелок поразил мишень из наудачу взятой винтовки. Что вероятнее: стрелок стрелял из винтовки с оптическим прицелом или без него?
26. Для сдачи зачета студентам необходимо подготовить N + 30 вопросов. Из N + 25 студентов N + 10 подготовили все вопросы, восемь – N + 12 вопросов, а остальные 10 вопросов. Вызванный наудачу студент ответил на поставленный вопрос. Найти вероятность того, что этот студент подготовил все вопросы.
27. В группе N + 15 девочек и N + 10 мальчиков. К занятию не выполнили домашнюю работу N + 2 девочки и N + 3 мальчика. Наудачу вызванный студент оказался неподготовленным к занятию. Какова вероятность того, что вызвали мальчика?
28. Две перфораторщицы набили на разных перфораторах по одинаковому количеству перфокарт. Вероятность того, что первая перфораторщица допустит ошибку, равна $0{,}01\cdot(N + 2)$, для второй перфораторщицы эта вероятность равна $0{,}01\cdot(N + 1)$. При сверке перфокарт была обнаружена ошибка. Найти вероятность того, что ошиблась первая перфораторщица(предполагается, что оба перфоратора были исправны).
29. В больницу поступают (N + 50)% больных с заболеванием желудка, (N +10)% - с заболеванием печени, а остальные – с заболеванием почек. Вероятность полного излечения болезни желудка равна $0{,}1\cdot N$, для болезней печени и почек эти вероятности соответственно равны 0,7 и 0,8. Больной, поступивший

в больницу, был выписан здоровым. Найти вероятность того, что этот больной страдал заболеванием печени.

30. Имеются три одинаковых ящика. В первом ящике N + 10 белых шаров, во втором – N + 12 белых и N + 11 черных шаров, а в третьем ящике – 20 черных шаров. Из выбранного наугад ящика вынули черный шар. Какова вероятность того, что шар вынут из третьего ящика?
31. В группе N + 10 девочек и N + 12 мальчиков. К занятию не выполнили домашнюю работу N + 8 девочек и N + 9 мальчиков. Наудачу вызванный студент оказался неподготовленным к занятию. Какова вероятность того, что вызвали мальчика?
32. Для приема зачета преподаватель подготовил N + 40 задач: N + 15 из теории рядов; N + 15 из векторной алгебры, а остальные - по статистике. Для сдачи зачета студент должен решить первую доставшуюся наугад задачу. Известно, что студент сдал зачет. Определить вероятность того, что он решил задачу из теории рядов, если он умеет решать из предложенного списка задач 10 из теории рядов, 10 – из векторной алгебры и 5 по статистике.
33. В одной группе обучаются N + 18 студентов, во второй – N + 10, а в третьей – N + 20. На экзамене по математике получили оценку «удовлетворительно» N + 10 студентов первой группы, N + 2 студента второй группы и N + 2 студента третьей группы. Наугад выбранный студент оказался получившим оценку «удовлетворительно». Какова вероятность того, что он учится в третьей группе?
34. Имеются две одинаковые урны. В первой урне N + 10 белых и N + 7 черных шаров, а во втором – N + 5 белых и N + 6 черных. Наудачу выбирается урна, а из нее один шар. Этот шар оказался черным. Какова вероятность того, что шар вынут из второй урны?
35. Для сдачи зачета студентам необходимо подготовить N + 30 вопросов. Из N + 20 студентов N + 8 подготовили все вопросы, десять студентов – N + 15 вопросов, а остальные – 15 вопросов. Вызванный наудачу студент ответил на поставленный вопрос. Найти вероятность того, что этот студент подготовил 15 вопросов из N + 30.

2 Примеры выполнения заданий

Большую трудность при решении задач по теории вероятностей вызывают задания с использованием понятий комбинаторики. Кроме того есть некоторые типы задач также вызывающие определенные затруднения. Поэтому рассмотрим примеры решения некоторых комбинаторных задач и наиболее сложные задачи.

2.1 Пример 1

Сколькими способами читатель может выбрать три книжки из 5?

Решение. Определение. Пусть имеется множество, состоящее из n элементов. Каждое его подмножество, содержащее k элементов, называется сочетанием из n элементов по k элементов.

Таким образом, сочетания из n элементов по k элементов – это все k – элементные подмножества n – элементного множества, причем различными подмножествами считаются только те, которые имеют неодинаковый состав.

Так по условию задачи имеется множество, состоящее из 5 книг. Читателю неважно, в каком порядке их брать, важно только их количество – 3. Следовательно, нам необходимо найти число сочетаний из 5 элементов по три элемента.

Так как число сочетаний находится по формуле

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!},$$

то искомое число способов будет равно $C_5^3 = \frac{5!}{2!3!} = 10$.

Ответ: 10 способов.

2.2 Пример 2

В скольких точках пересекаются диагонали выпуклого n – угольника, если никакие 3 из них не пересекаются в одной точке?

Решение. Каждой точке пересечения двух диагоналей соответствует 4 вершины n – угольника, а каждым 4 вершинам n – угольника соответствует 1 точка пересечения (точка пересечения диагоналей четырехугольника с вершинами в данных точках). Поэтому число всех точек пересечения равно числу способов, которыми среди n вершин можно выбрать 4 вершины:

$$C_n^4 = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{24}.$$

Ответ: $\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{24}$ способов.

2.3 Пример 3

Сколькими способами можно упорядочить множество $\{1, 2, ... ,2n\}$ так, чтобы каждое четное число имело четный номер?

Решение. Определение. Множество называется упорядоченным, если каждому элементу этого множества поставлено в соответствие некоторое число (номер элемента) от 1 до n, где n – число элементов множества, так что различным элементам соответствуют различные числа.

Определение. Различные упорядоченные множества, которые отличаются лишь порядком элементов (т.е. могут быть получены из того же самого множества), называются перестановками этого множества.

Число перестановок множества из n элементов P_n равно

$P_n = n!$

Четные числа можно расставить на местах с четными номерами (таких мест n) $n!$ способами; каждому способ размещения четных чисел на местах с четными номерами соответствует $n!$ способов размещения нечетных чисел на местах с нечетными номерами. Поэтому общее число перестановок указанного типа равно $n! \cdot n! = (n!)^2$.

Ответ: $(n!)^2$ способов.

2.4 Пример 4

Сколько можно составить перестановок из n элементов, в которых данные два элемента не стоят рядом?

Решение. Определим число перестановок, в которых данные два элемента a и b стоят рядом. Могут быть следующие случаи: a стоит на первом месте, a стоит на втором месте, . . ., a стоит на $(n – 1)$ – месте, а b стоит правее a; число таких случаев равно $n – 1$. Кроме того, a и b можно поменять местами, и, следовательно, существует $2(n - 1)$ способов размещения a и b рядом. Каждому из этих способов соответствует $(n – 2)!$ Перестановок других элементов. Следовательно, число перестановок, в которых a и b стоят рядом, равно $2\cdot(n - 1)\cdot(n - 2)! = 2\cdot(n – 1)!$. Поэтому искомое число перестановок равно

$n! – 2\cdot(n – 1)! = (n – 1)!\cdot(n – 2)$.

Ответ: (n – 1)! (n – 2) способов.

2.5 Пример 5

В классе 30 учащихся. Сколькими способами могут быть выбраны комсорг и староста, если каждый учащийся может быть избран на одну из этих должностей?

Решение. Определение. Пусть имеется множество, содержащее n элементов. Каждое упорядоченное подмножество, состоящее из k элементов, называется размещением из n элементов по k элементов.

Из определения вытекает, что размещения из n элементов по k элементов – это все k – элементные подмножества, отличающиеся или составом элементов или порядком их следования.

Из условия задачи ясно, что, если два ученика избраны на должности комсорга и старосты, то, поменяв порядок избрания, мы получим другую комбинацию выборов. Следовательно, нам необходимо найти число способов, равное числу размещений из 30 элементов по 2:

$$A_{30}^{2} = \frac{30!}{(30-2)!} = \frac{30!}{28!} = 30 \cdot 29 = 870.$$

Ответ: 870 способов.

2.6 Пример 6

Предположим, что надежность определения туберкулеза при рентгеновском просвечивании грудной клетки составляет 95 % (т.е. 5% носителей туберкулёза остаются неопознанными). Вероятность того, что у здорового человека будет ошибочно определен туберкулёз, составляет 1%. Просвечиванию была подвергнута большая группа людей со средним процентом больных, равным 0,8%. Какова вероятность того, что человек признанный больным, действительно является носителем туберкулёза?

Решение. Событие А – человек признан больным.

Гипотезы:

B_1 – человек является носителем туберкулеза.

B_2 – человек здоров.

Используя условие задачи, имеем следующие значения вероятности:

$P(B_1) = 0{,}008$ $\qquad$ $P(B_2) = 1 - 0{,}008 = 0{,}992$

$P(A/B_1) = 0{,}95$ $\qquad$ $P(A/B_2) = 0{,}01$

По формуле полной верояности находим P(A).

$P(A)=P(A/B_1) \cdot P(B_1) + P(A/B_2) \cdot P(B_2) = 0{,}95 \cdot 0{,}008 + 0{,}01 \cdot 0{,}992 =$

$= 0{,}0175$

По формуле Байеса находим искомую вероятность:

$$P(B_1/A) = \frac{P(A/B_1) \cdot P(B_1)}{P(A)} = \frac{0{,}95 \cdot 0{,}008}{0{,}0175} = 0{,}43.$$

Ответ: вероятность того, что человек признанный больным, действительно является носителем туберкулёза, равна 0,43.

3 Контрольные вопросы

1. Дайте определения: перестановок, сочетаний, размещений.
2. Сформулируйте классическое определение вероятностей. Укажите недостатки этого определения.
3. Какое событие называется достоверным, невозможным, случайным?
4. Дайте определение полной группы событий.
5. Какие события называются несовместными, совместными, противоположными, независимыми?
6. Дайте определение относительной частоты.
7. Сформулируйте статистическое определение вероятностей. Назовите условия существования статистической вероятности.
8. Сформулируйте теоремы о вероятности суммы двух совместных, несовместных событий.
9. Сформулируйте теорему умножения вероятностей.
10. Сформулируйте теорему о формуле полной вероятности.
11. Приведите формулу Байеса.

Список рекомендуемой литературы

1. Вентцель Е. С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и её инженерные приложения. М.:1986.
2. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Высш. шк., 2002.
3. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. М.: Высш. шк., 2002.
4. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления. Т.2. М.: Наука, 1978.
5. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2007.