

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна

Должность: проректор по учебной работе

Дата подписания: 15.05.2022 01:35:29

Уникальный программный ключ: Государственное образовательное учреждение

0b817ca911e6668abb13a5d426d39e5f1c11eabff73e943df4a4851fd56d089  
высшего профессионального образования

«Курский государственный технический университет»

Кафедра начертательной геометрии и инженерной графики

УТВЕРЖДАЮ

Первый проректор –

Проректор по учебной работе

\_\_\_\_\_ Е.А. Кудряшов

«\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2010 г.

**СЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ ПЛОСКОСТЬЮ,  
ПОСТРОЕНИЕ АКСОНОМЕТРИЧЕСКИХ  
ПРОЕКЦИЙ И РАЗВЕРТОК**

Методические указания по выполнению эпюра № 3  
для студентов всех специальностей

Курск 2010

УДК 514.81

Составители: Н.П. Аникеева, Ю.В. Скрипкина

Рецензент

**Сечение поверхностей плоскостью, построению аксонометрических проекций и разверток** [Текст]: методические указания по выполнению эпюра №3 / Курск. гос. техн. ун-т; сост.: Н.П. Аникеева, Ю.В. Скрипкина. Курск, 2010. 35 с.: ил. 20, прилож. Библиогр.: с. 35.

Содержат сведения по вопросам сечения поверхностей плоскостью, построения аксонометрических проекций и разверток. Указывается порядок выполнения эпюра, подходы к решению различных задач и правила оформления эпюра.

Методические указания соответствуют требованиям программы дисциплины.

Предназначены для студентов всех специальностей.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать Формат 60x84 1/16.  
Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 100 экз. Заказ.... Бесплатно.  
Курский государственный технический университет.  
305040, Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

3  
**ОГЛАВЛЕНИЕ**

<b>Содержание и оформление</b>	<b>4</b>
<b>1. Сечение поверхности плоскостью</b>	<b>5</b>
1.1. Сечение пирамиды проецирующей плоскостью	6
1.2. Сечение призмы проецирующей плоскостью	7
1.3. Сечение конуса проецирующей плоскостью	9
1.4. Сечение цилиндра проецирующей плоскостью	12
1.5. Сечение сферы проецирующей плоскостью	14
<b>2. Построение разверток</b>	<b>15</b>
2.1. Построение развертки усеченной пирамиды	16
2.2. Построение развертки усеченной призмы	18
2.3. Построение развертки усеченного конуса	19
2.4. Построение развертки усеченного цилиндра	20
<b>3. Построение аксонометрических проекций</b>	<b>22</b>
3.1. Аксонометрия усеченной пирамиды	22
3.2. Аксонометрия усеченной призмы	24
3.3. Аксонометрия усеченного конуса	25
3.4. Аксонометрия усеченного цилиндра	28
3.5. Аксонометрия усеченной сферы	29
<b>Пример выполнения эпюра</b>	<b>30</b>
<b>Приложение</b>	<b>32</b>
<b>Библиографический список</b>	<b>35</b>

Настоящие методические указания разработаны в соответствии с рабочей программой по курсам «Начертательная геометрия» и «Инженерная графика» и призваны помочь студентам при выполнении эпюра 3 «*Сечение поверхностей плоскостью*».

### ***Цель работы:***

Приобретение навыков построения:

*проекций поверхностей и фигур сечения на чертеже,*

*натуральной величины фигуры сечения,*

*разверток,*

изучение правил и развитие навыков построения *стандартных аксонометрических проекций по ГОСТ 2.317-69.*

## **СОДЕРЖАНИЕ И ОФОРМЛЕНИЕ**

Эпюр 3 выполняется на двух листах чертежной бумаги формата А3 (297×420). Рекомендуемый масштаб – 1:1. Размеры на чертеже указывать не нужно. Пример выполнения представлен на рис.19,20.

*Дано:* две проекции комбинированного геометрического тела и направление фронтально-проецирующей секущей плоскости а (см. приложение 1). Вариант индивидуальных заданий соответствует порядковому номеру в журнале.

### ***Задание.***

**Построить:**

- три проекции комбинированного геометрического тела;
- три проекции фигуры сечения геометрического тела фронтально-проецирующей плоскостью;
- натуральную величину фигуры сечения;
- аксонометрическую проекцию усеченной части геометрического тела;
- развертку усеченной части поверхности.

## 1. СЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ ПЛОСКОСТЬЮ

*При пересечении какой-либо поверхности или геометрического тела плоскостью образуется некоторого вида плоская фигура, называемая сечением.*

Очевидно, что *сечение многогранника* может быть ограничено только отрезками прямых линий, т.е. контур сечения многогранника представляет собой *многоугольник*. Число сторон такого многоугольника равно числу граней многогранника, пересекаемых секущей плоскостью. Вершинами многоугольника сечения являются точки пересечения ребер многогранника с секущей плоскостью. Число этих точек определяет число вершин многоугольника.

Различают 2 способа построения плоского сечения многогранника:

- 1) способ ребер – нахождение вершин  $n$ -угольника сечения;
- 2) способ граней – нахождение сторон  $n$ -угольника сечения.

Возможно комбинирование обоих способов.

Контур *сечения кривой поверхности* с плоскостью в общем случае – *плоская кривая линия*. Для ее построения используем способ вспомогательных плоскостей.

Для построения линии пересечения линейчатой поверхности с плоскостью определяем точки искомой кривой, как пересечения ряда образующих поверхности с данной плоскостью.

Если секущая плоскость проецирующая, то одна проекция сечения вырождается в прямую линию, совпадающую с главным следом плоскости, а остальные проекции определяем из условия принадлежности точек поверхностям.

При пересечении проецирующих поверхностей (прямой цилиндр и прямая призма) проецирующей плоскостью задача сводится к построению третьей проекции фигуры сечения. Например, при пересечении горизонтально-проецирующей поверхности фронтально-проецирующей плоскостью задача сводится к нахождению профильной проекции сечения, т. к. фронтальная проекция сечения совпадает со следом фронтально-проецирующей плоскости и вырождается в прямую линию, а горизонтальная проекция сечения совпадает с горизонтальным очерком поверхности.

## 1.1. СЕЧЕНИЕ ПИРАМИДЫ ПРОЕЦИРУЩЕЙ ПЛОСКОСТЬЮ

*Пример.* Построить сечение правильной шестиугольной пирамиды фронтально-проецирующей плоскостью  $\alpha$ .

Рассмотрим поэтапное выполнение задания (рис. 1).

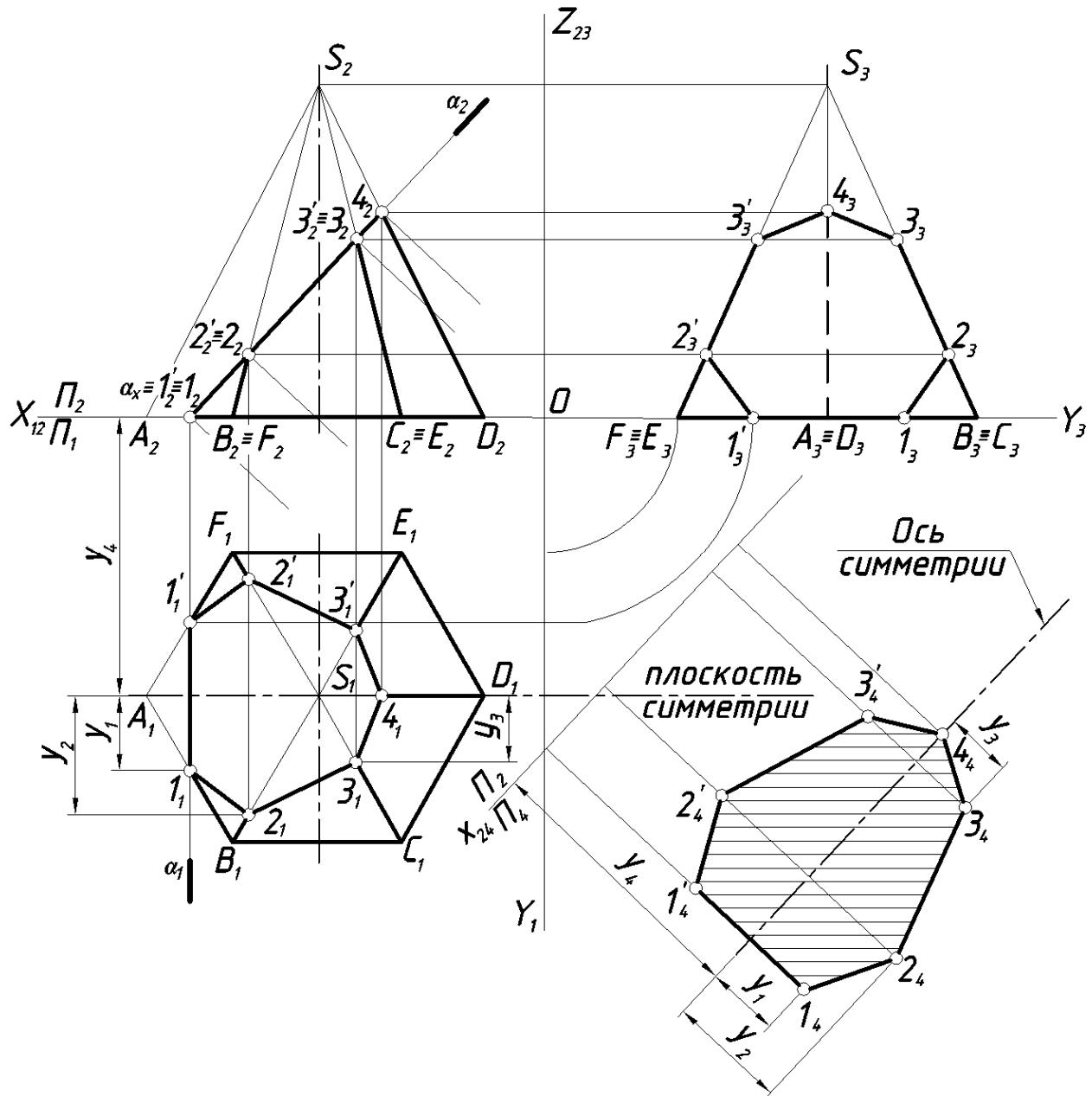


Рис. 1. Сечение прямой шестиугольной пирамиды плоскостью.

*Этап 1.* Построение 3-х проекций пирамиды.

*Этап 2.* Построение проекций сечения пирамиды фронтально-проецирующей плоскостью.

Фронтальная проекция сечения – прямая, совпадающая с главным следом плоскости. Обозначив фронтальные проекции точек пе-

рассечения ребер пирамиды с плоскостью  $(1_2, 1'_2, 2_2, 2'_2, 3_2, 3'_2, 4_2)$ , находим их горизонтальные и профильные проекции на одноименных проекциях ребер. Соединив одноименные проекции точек  $1, 2, 3, 4, \dots, 1$ , получим плоскую замкнутую линию (фигуру сечения) – семиугольник.

*Этап 3.* Определение натуральной величины фигуры сечения способом замены плоскостей проекций.

Фигура сечения находится в проецирующей плоскости и ни на одну из плоскостей проекций не проецируется в натуральную величину.

Для определения натуральной величины фигуры сечения воспользуемся способом замены плоскостей проекций. Заменим горизонтальную плоскость проекций  $\Pi_1$  на новую плоскость  $\Pi_4$  параллельную секущей плоскости  $\alpha$ .

Схема замены:  $\frac{\Pi_2}{\Pi_1} \rightarrow \frac{\Pi_2}{\Pi_4}; \Pi_4 \perp \Pi_2; \Pi_4 \parallel \alpha; x_{24} \parallel a_2$ .

На свободном месте поля чертежа проводим новую ось проекций  $x_{24}$  параллельно следу  $a_2$ . Пирамида имеет плоскость симметрии, следовательно фигура сечения будет иметь ось симметрии, положение которой на  $\Pi_4$  определяет координата  $y_4$ . Точка  $4_4$  принадлежит оси симметрии. Построение точек  $2_4, 3_4, 4_4$  и симметричных им видно из чертежа (рис. 1). Соединив полученные точки, получим контур натуральной величины сечения. Сечение штрихуем.

*Этап 4.* Обводим проекции усеченной пирамиды с учетом видимости ребер. Отсеченную часть пирамиды оставляем в тонких линиях.

## 1.2. СЕЧЕНИЕ ПРИЗМЫ ПРОЕЦИРУЮЩЕЙ ПЛОСКОСТЬЮ

*Пример.* Построить третью проекцию правильной прямой шестиугольной призмы по двум данным и ее сечение фронтально-проецирующей плоскостью  $\alpha$ .

Рассмотрим поэтапное выполнение задания (рис. 2).

*Этап 1.* Построение третьей проекции призмы по двум данным, используя линии проекционной связи.

*Этап 2.* Построение проекции сечения призмы фронтально-проецирующей плоскостью.

Фронтальная проекция сечения – прямая, совпадающая с главным следом плоскости. Обозначив фронтальные проекции точек пересечения ребер пирамиды с плоскостью  $(1_2, 2_2, 2'_2, 3_2, 3'_2, 4_2, 4'_2)$ ,

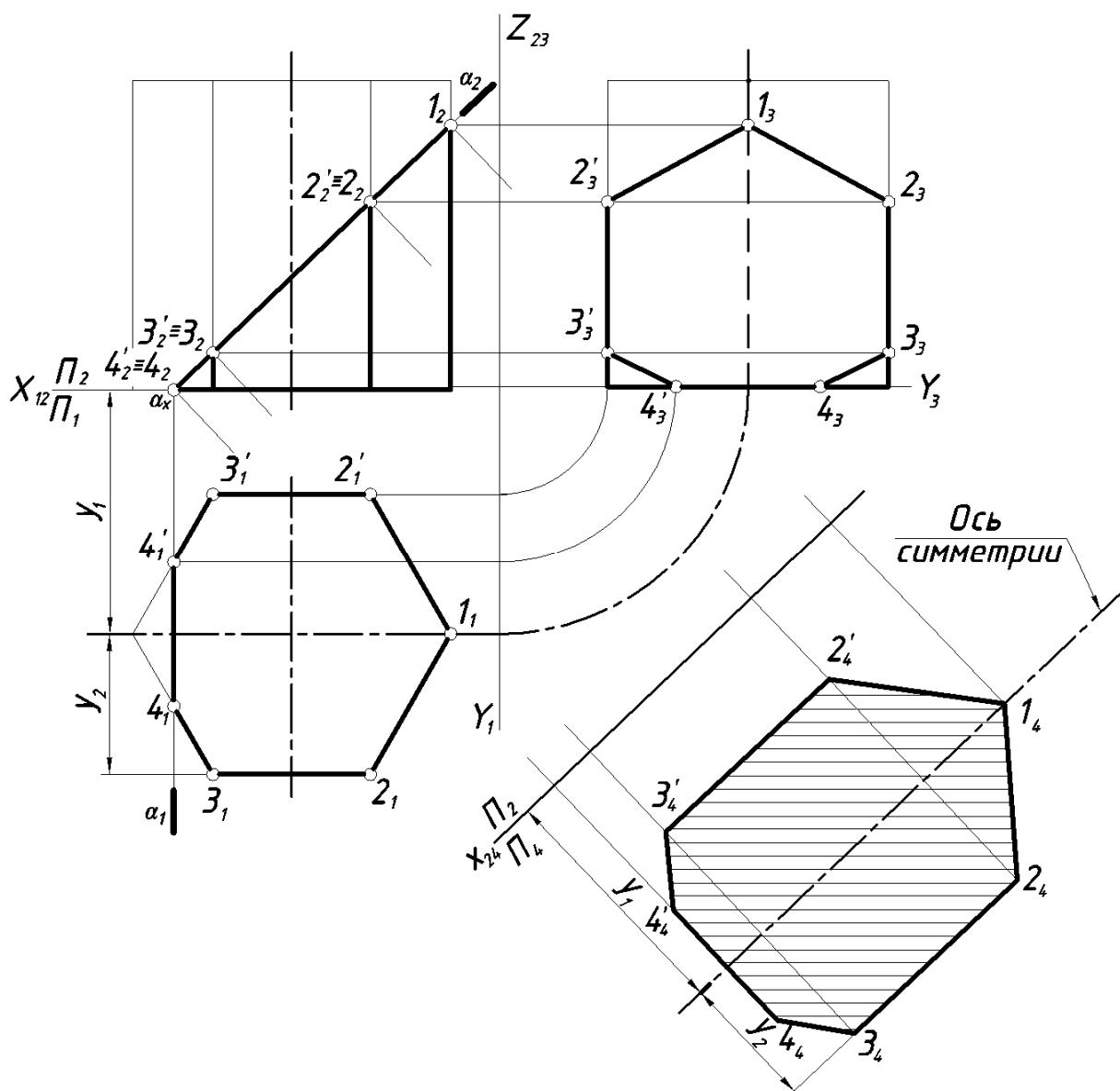


Рис. 2. Сечение прямой призмы фронтально-проецирующей плоскостью.

находим их горизонтальные и профильные проекции на одноименных проекциях ребер. Плоскость  $\alpha$  пересекает основание призмы по фронтально-проецирующей прямой ( $44'$ ).

Соединив одноименные проекции точек 1,2,3,4,4',...1 получим плоскую замкнутую линию (фигуру сечения) – семиугольник.

### Этап 3. Построение натуральной величины сечения.

Для определения натуральной величины фигуры сечения воспользуемся способом замены плоскостей проекций. Заменим горизонтальную плоскость проекций  $\Pi_1$  на новую  $\Pi_4$  параллельную плоскости  $\alpha$ .

Схема замены:  $\frac{\Pi_2}{\Pi_1} \rightarrow \frac{\Pi_2}{\Pi_4}; \Pi_4 \perp \Pi_2; \Pi_4 \parallel \alpha; x_{24} \parallel \alpha_2$ .

При построении дополнительной проекции семиугольника (натуральной величины) используем ось симметрии, удаленную от новой оси  $x_{24}$  на расстояние равное координате  $y_1$ . Точка  $1_4$  принадлежит оси симметрии. Проекции точек  $3_4, 2_4$  и симметричные им  $3'_4, 2'_4$  строим, используя координату  $y_2$ . Точки  $4_4, 4'_4$  строим по аналогии, используя координату  $y$  точек.

*Этап 4.* Обводим проекции усеченной призмы с учетом видимости ребер и натуральную величину сечения сплошной толстой основной линией. Отсеченную часть призмы – тонкой сплошной линией.

### 1.3. СЕЧЕНИЕ КОНУСА ПРОЕЦИРУЮЩЕЙ ПЛОСКОСТЬЮ

Линии пересечения конуса второго порядка с плоскостью называются коническими сечениями (рис. 3):

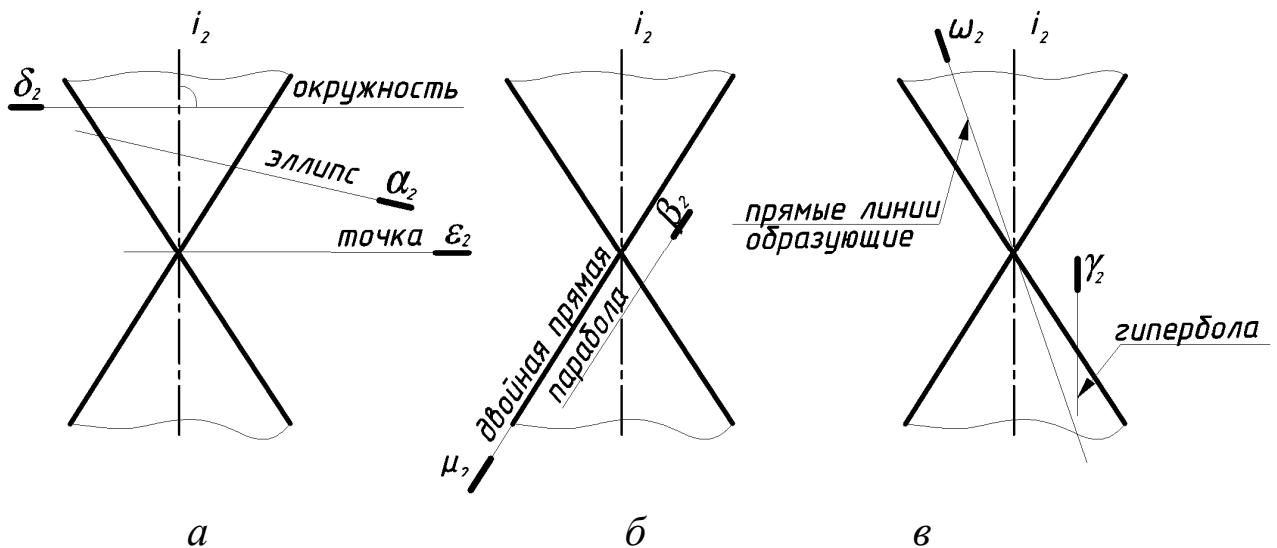


Рис. 3. Варианты конических сечений.

- 1) Если секущая плоскость  $\alpha$  пересекает все образующие конуса, то кривая пересечения в общем случае – *эллипс* (рис. 3, а);
- 2) в частном – *окружность* (секущая плоскость  $\delta$  перпендикулярна оси вращения);
- 3) в частном – *точка* (плоскость  $\epsilon$  проходит через вершину конуса).
- 4) Если секущая плоскость  $\beta$  параллельна только одной из образующих, то кривая пересечения в общем случае – *парабола* (рис. 3, б);
- 5) в частном случае парабола вырождается в двойную прямую (секущая плоскость  $\mu$  касательная к поверхности конуса).

- 6) Если секущая плоскость  $\gamma$  параллельна двум образующим, то кривая пересечения в общем случае – гипербола (рис. 3, в);  
 7) в частном случае гипербола вырождается в две пересекающиеся прямые (секущая плоскость  $\omega$  проходит через вершину конуса).

*Пример.* Построить третью проекцию прямого кругового конуса по двум данным и его сечение фронтально-проецирующей плоскостью  $\alpha$ .

Рассмотрим поэтапное выполнение задания (рис. 4).

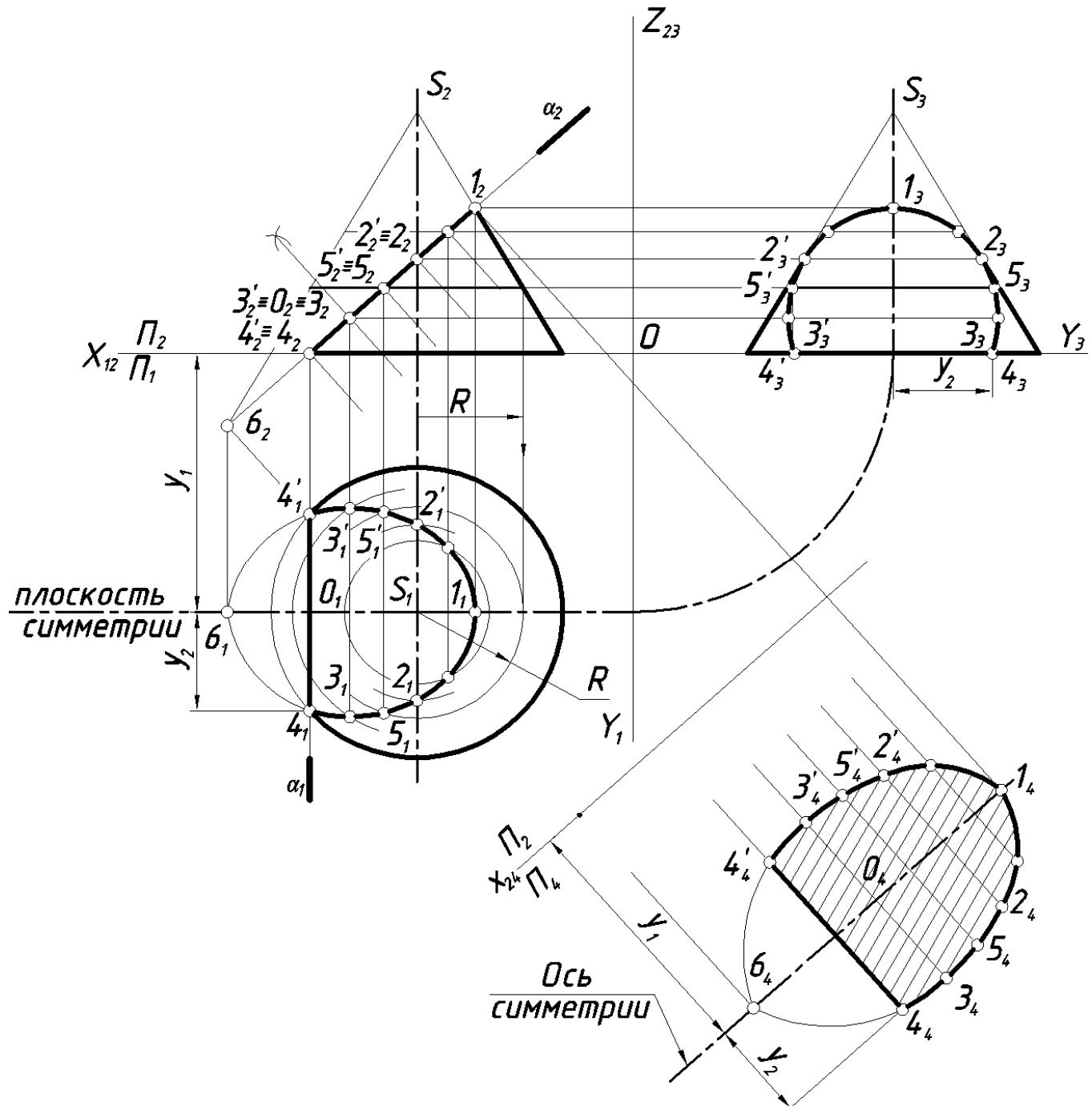


Рис. 4. Сечение конуса фронтально-проецирующей плоскостью.

*Этап 1.* Построение третьей проекции конуса по двум данным, используя линии проекционной связи.

*Этап 2.* Построение проекции сечения пирамиды фронтально-проецирующей плоскостью.

Плоскость  $\alpha$  пересекает конус по эллипсу. В данном случае большая ось эллипса параллельна плоскости  $\Pi_2$  и проецируется на эту плоскость без искажения в виде прямой ( $1_26_2$ ), совпадающей со следом фронтально-проецирующей плоскости  $\alpha_2$ . Центр эллипса проецируется на  $\Pi_2$  в точку  $O_2$ , лежащую на середине большой оси. Фронтальная проекция малой оси ( $3_2 \equiv 3'_2$ ) вырождается в точку, совпадающую с проекцией  $O_2$ . Горизонтальную и профильную проекции фигуры сечения находим из условия принадлежности точек поверхности.

Точки 1 и 2 принадлежат очерковым образующим конуса, т. е. являются очевидными. Недостающие проекции их строим по принадлежности образующим.

Плоскость  $\alpha$  и плоскость основания конуса пересекаются по фронтально-проецирующей прямой  $44'$ .

Промежуточные точки можно найти при помощи прямолинейных образующих или параллелей конуса. На рис.6 показано построение при помощи параллелей. Например, промежуточная точка 5 принадлежит окружности конуса радиуса  $R$ , одноименные проекции точки 5 принадлежат одноименным проекциям окружности.

*Этап 3.* Определение натуральной величины фигуры сечения.

Для определения натуральной величины фигуры сечения воспользуемся способом замены плоскостей проекций. Заменим горизонтальную плоскость проекций  $\Pi_1$  на новую  $\Pi_4$  параллельную плоскости  $\alpha$ .

Схема замены:  $\frac{\Pi_2}{\Pi_1} \rightarrow \frac{\Pi_2}{\Pi_4}$ ;  $\Pi_4 \perp \Pi_2$ ;  $\Pi_4 \parallel \alpha$ ;  $x_{24} \parallel \alpha_2$ .

При построении натуральной величины используем ось симметрии, совпадающую с большой осью эллипса и удаленную от новой оси  $x_{24}$  на расстояние равное координате  $y_1$ . Точка  $1_4$  принадлежит оси симметрии. Проекции точек  $4_4$ ,  $4'_4$  строим, используя координату  $y_2$ . Остальные точки строим по аналогии, используя координаты  $y_i$ . Малая ось эллипса ( $3_43'_4$ ) проходит через центр  $O_4$ .

*Этап 4.* Обводим проекции усеченного конуса и натуральную величину сечения сплошной толстой основной линией. Отсеченную часть конуса оставляем в тонких линиях.

## 1.4. СЕЧЕНИЕ ЦИЛИНДРА ПЛОСКОСТЬЮ

В случае пересечения цилиндрической поверхности вращения плоскостью могут быть получены следующие линии (рис. 5):

- окружность, если секущая плоскость перпендикулярна оси вращения поверхности ( $\alpha$ );
- эллипс, если секущая плоскость не перпендикулярна и не параллельна оси вращения ( $\beta$ );
- две образующие прямые, если секущая плоскость параллельна оси поверхности ( $\gamma$ ).

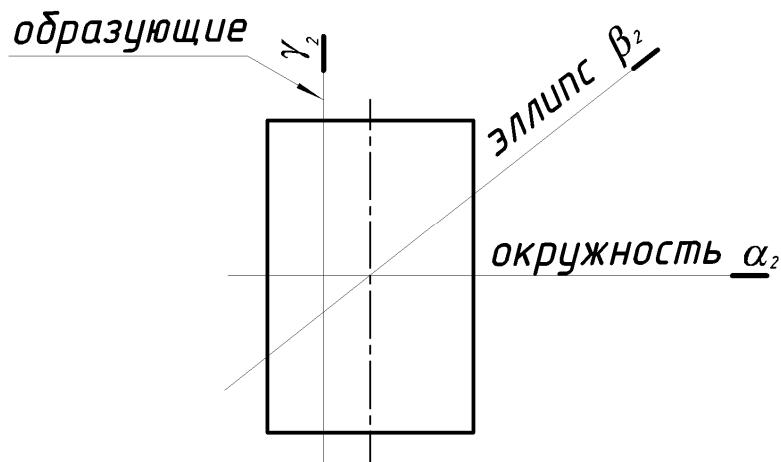


Рис. 5. Варианты цилиндрических сечений.

*Пример.* Построить третью проекцию прямого кругового цилиндра по двум данным и сечение его фронтально-проецирующей плоскостью  $\alpha$ .

Рассмотрим поэтапное выполнение задания (рис. 6).

*Этап 1.* Построение третьей проекции цилиндра по двум данным, используя линии проекционной связи.

*Этап 2.* Построение проекции сечения цилиндра фронтально-проецирующей плоскостью.

Круговой цилиндр пересекается наклонной к его оси плоскостью по эллипсу. На рис. 6 большая ось эллипса совпадает с фронтальным следом плоскости. Малая ось – фронтально-проецирующая прямая и на плоскость  $\Pi_2$  вырождается в точку  $3_2 \equiv 3'_2$ , на горизонтальную плоскость проекций проецируется в натуральную величину (равна по величине диаметру).

Плоскость  $\alpha$  пересекает основание цилиндра по фронтально-проецирующей прямой ( $55'$ ). Построение видно из чертежа.

*Этап 3.* Построение натуральной величины сечения.

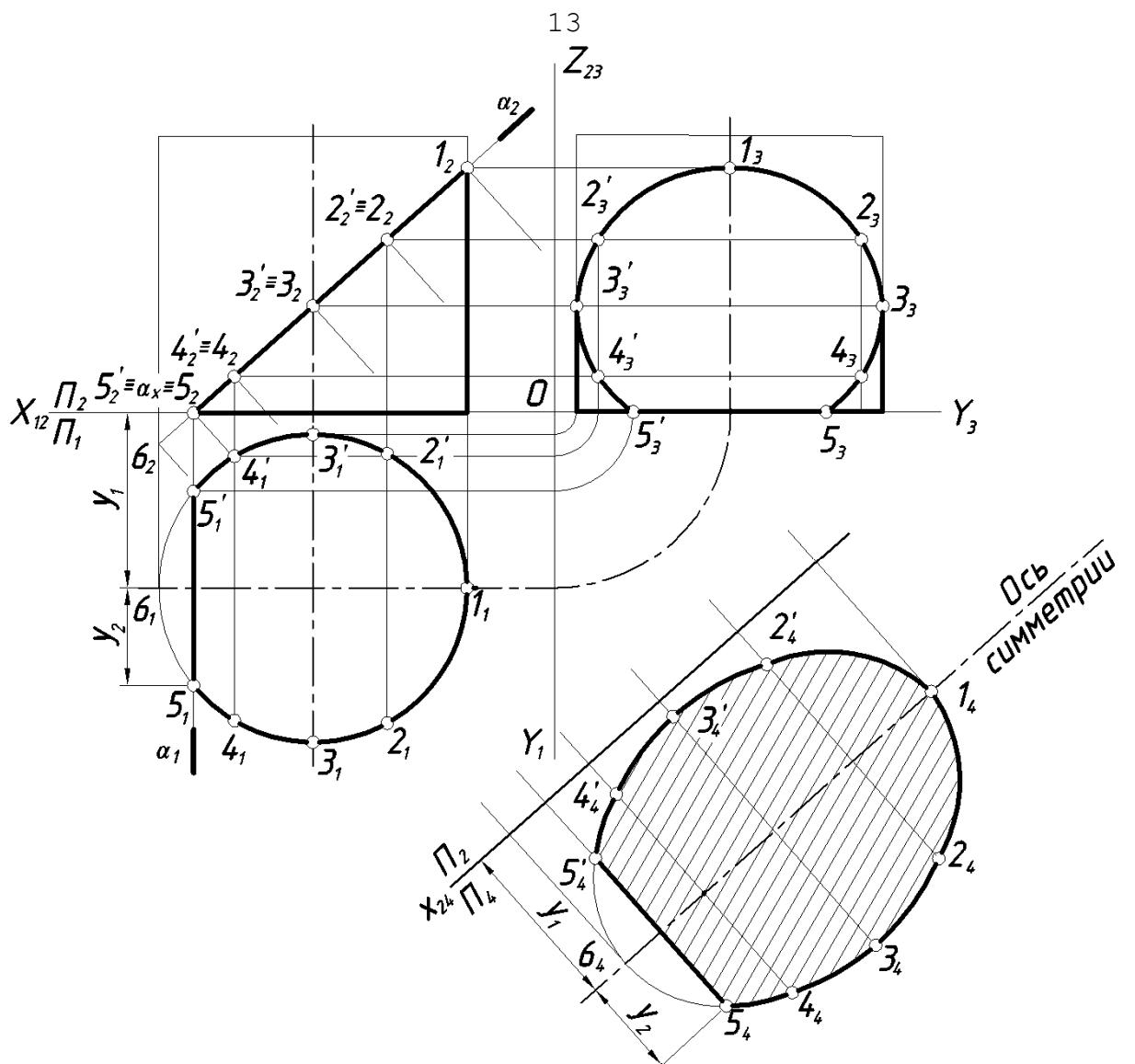


Рис. 6. Сечение цилиндра фронтально-проецирующей плоскостью.

Для определения натуральной величины фигуры сечения воспользуемся способом замены плоскостей проекций. Заменим горизонтальную плоскость проекций  $\Pi_1$  на новую  $\Pi_4$  параллельную плоскости  $\alpha$ .

Схема замены:  $\frac{\Pi_2}{\Pi_1} \rightarrow \frac{\Pi_2}{\Pi_4}$ ;  $\Pi_4 \perp \Pi_2$ ;  $\Pi_4 \parallel \alpha$ ;  $x_{24} \parallel a_2$ .

При построении дополнительной проекции эллипса (натуральной величины) используем ось симметрии, положение которой определяет координата  $y_1$ . Точка  $1_4$  принадлежит оси симметрии.

Проекции точек  $5_4 5'_4$  строим, используя координату  $y_2$ . Остальные точки строим по аналогии, используя координаты  $y$  точек.

*Этап 4.* Обводим проекции усеченного цилиндра и натуральную величину сечения сплошной толстой основной линией. Отсеченная часть цилиндра – тонкой сплошной линией.

## 1.5. СЕЧЕНИЕ СФЕРЫ ПРОЕЦИРУЮЩЕЙ ПЛОСКОСТЬЮ

Сфера – многоосная поверхность вращения, т. к. любая прямая, проходящая через центр сферы, является её осью вращения. Поэтому сечение сферы любой плоскостью есть окружность. В зависимости от положения секущей плоскости ( $\alpha$ ) по отношению к заданным плоскостям проекций окружность сечения может проецироваться на плоскость проекций без искажения ( $\alpha \parallel \Pi_i$ ), в виде эллипса или в виде отрезка прямой.

*Пример.* По двум проекциям сферы построить третью. Построить три проекции сечения сферы фронтально-проецирующей плоскостью и натуральную величину сечения.

Рассмотрим поэтапное выполнение задания (рис. 7).

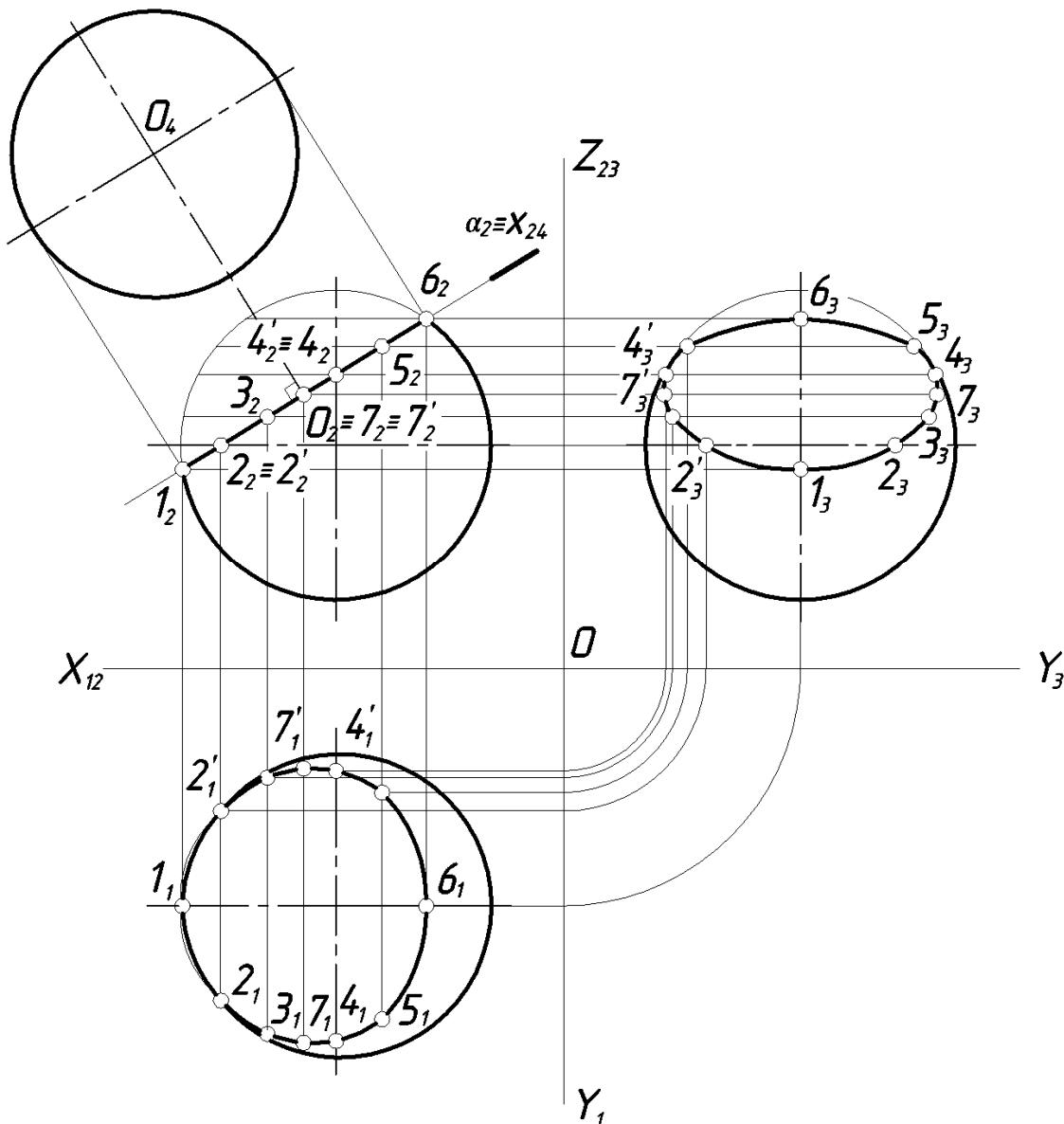


Рис. 7. Сечение сферы проецирующей плоскостью.

*Этап 1.* Строим третью проекцию сферы. Очевидно, что на все плоскости проекции сфера проецируется в окружность заданного диаметра.

*Этап 2.* Секущая плоскость  $\alpha$  перпендикулярна плоскости проекций  $\Pi_2$  и на эту плоскость окружность сечения вырождается в отрезок прямой, совпадающий со следом плоскости  $\alpha_2$ . На горизонтальную и профильную плоскости проекций сечение проецируется в эллипсы, большие оси которых  $(7_1 7'_1)$  и  $(7_3 7'_3)$  равны диаметру окружности сечения. Малые оси эллипсов  $(1_1 6_1)$  и  $(1_3 6_3)$  находим используя проекционную связь. Точки 2 и  $2'$  принадлежат окружности экватора и, следовательно, на плоскости  $\Pi_1$  лежат на очерке сферы; профильные проекции их находим, используя координату  $y$ . Точку 4 и  $4'$ , принадлежащие профильному меридиану, находим сначала на  $\Pi_3$  (на очерке), затем в проекционной связи на  $\Pi_1$ . Точки 3 и 5 – промежуточные, находим с помощью параллелей соответствующего радиуса.

*Этап 3.* Натуральная величина сечения сферы – окружность, проекцию центра которой  $O_2$  находим на перпендикуляре, проведенном из центра сферы на фронтальной плоскости проекций к следу секущей плоскости  $\alpha_2$ . Диаметр окружности сечения равен длине отрезка  $1_2 6_2$ . На рисунке 7 натуральная величина сечения построена в проекционной связи на дополнительную плоскость  $\Pi_4$ , параллельную плоскости  $\alpha$ . Так как сечение – окружность, которая не требует построения промежуточных точек, новую ось проекций можно не обозначать (на рис. 7 ось  $x_{24}$  совпадает с  $\alpha_2$ ).

## 2. ПОСТРОЕНИЕ РАЗВЕРТОК

Чертежи разверток применяются при производстве изделий из листового материала: судостроении, кровельном, жестяницком и других производствах.

**Разверткой поверхности называется плоская фигура, полученная после одностороннего совмещения поверхности с плоскостью чертежа.** Между поверхностью и её разверткой устанавливается взаимно-однозначное соответствие: каждой точке поверхности соответствует единственная точка развертки.

Теоретически точно развертываются гранные поверхности. Из кривых поверхностей к развертывающимся относятся лишь линейчатые поверхности: конические, цилиндрические и торсовые. Для этих

поверхностей строятся приближенные развертки, т.к. в процессе построения они заменяются (аппроксимируются) вписанными или описанными многогранными поверхностями.

Сферическая поверхность относится к числу неразвертывающихся. В практических целях для таких поверхностей используют условные развертки. Для построения условных разверток неразвертывающихся поверхностей вращения применяют способы вспомогательных цилиндров и конусов. Более подробно см. в работах /2, 6/.

## 2.1. ПОСТРОЕНИЕ РАЗВЕРТКИ УСЕЧЕННОЙ ПИРАМИДЫ

Развертку многогранников получаем последовательным совмещением с плоскостью чертежа всех его граней. В общем случае все боковые грани неправильной пирамиды могут быть треугольниками разной величины и формы. Т.е. построение развертки сводится к построению истинных размеров и форм отдельных граней.

*Пример.* Построить развертку усеченной правильной шестиугольной пирамиды.

Рассмотрим поэтапное выполнение задания (рис. 8).

*Этап 1.* Построение полной развертки пирамиды (без учета сечения).

Все боковые ребра прямой правильной шестиугольной пирамиды равны. Очерковые ребра  $S_2A_2 = S_2D_2$  как прямые уровня на фронтальной плоскости проекций определяют натуральную величину боковых ребер. Все боковые грани – равные между собой равнобедренные треугольники.

Основание пирамиды проецируется на плоскость проекций  $\Pi_1$  в натуральную величину.

На свободном поле чертежа задаемся точкой  $S_0$  – вершиной развертки пирамиды. Из точки  $S_0$ , как из центра окружности, проводим дугу радиусом равным  $A_2S_2$ .

Откладываем на дуге окружности шесть равных делений, хорды которых равны длине стороны основания  $a_n = |A_1B_1|$ . Точки делений  $A_0, B_0, C_0, D_0, E_0, F_0$  соединяем с центром дуги  $S_0$  и получаем развертку боковой поверхности. Для получения полной развертки к произвольно взятому ребру  $B_0C_0$  пристроим натуральную величину основания пирамиды – правильный шестиугольник.

*Этап 2.* Построение развертки усеченной пирамиды.

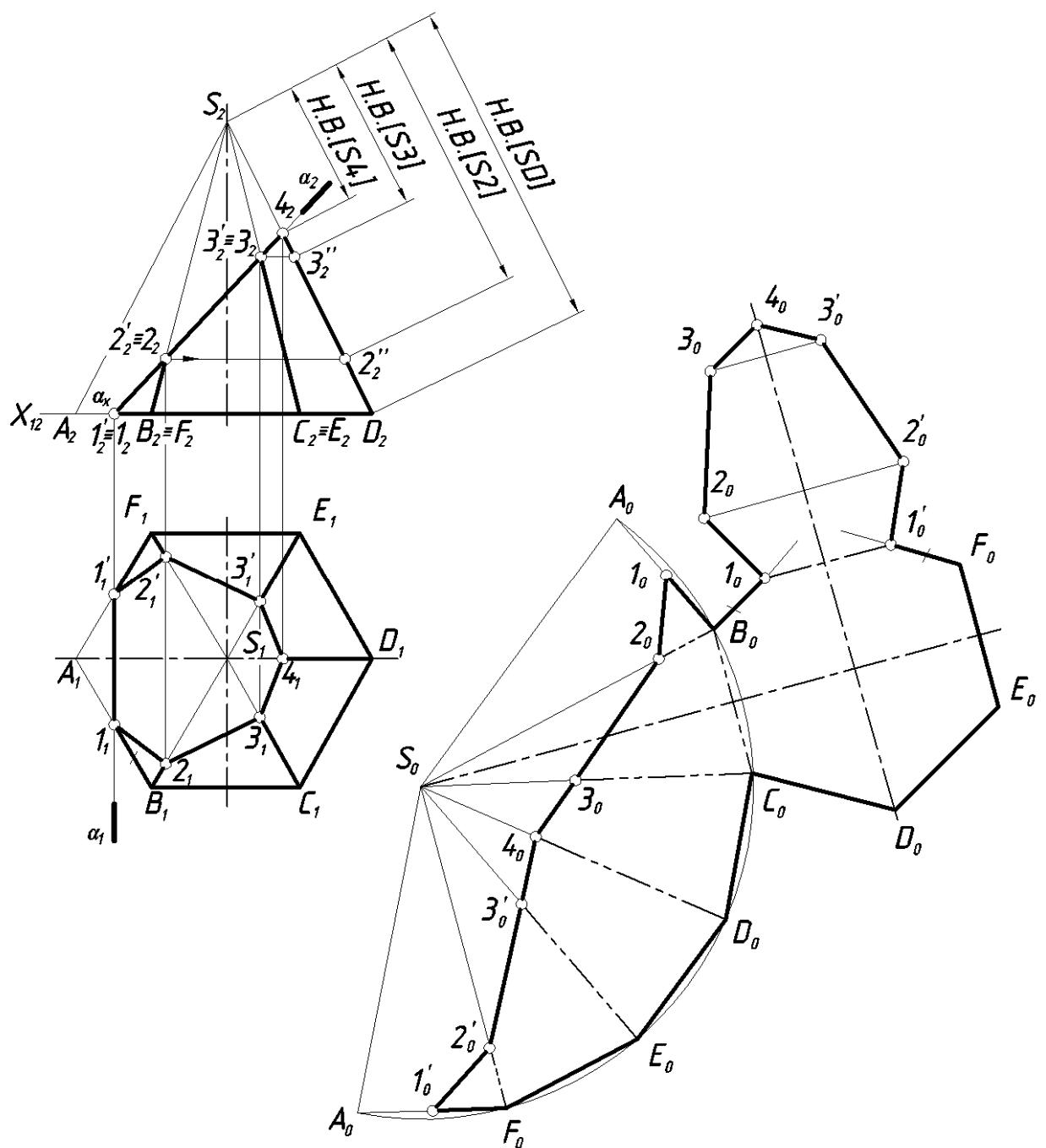


Рис. 8. Пример построения развертки усеченной прямой шестиугольной пирамиды.

Определяем натуральные величины отрезков от вершины пирамиды  $S$  до точек  $2, 3$ , принадлежащих ребрам  $BS, CS$ . Построение видно из чертежа. Отрезок  $S4$  на  $\Pi_2$  проецируется в натуральную величину  $|S_24_2|=|S4|$ .

Находим на развертке положение точек  $2_0, 3_0, 4_0, 3'_0, 2'_0$  на соответствующих ребрах. Отмечаем положение точки  $1_0$  на ребре  $B_0A_0$ , при этом  $|1_0B_0|=|1_1B_1|$ . Аналогично находим  $1'_0$  на ребре  $A_0F_0$ . Соединяем полученные точки. Ломаная линия  $1_02_03_04_03'_02'_01'_0$

няем полученные точки. Ломаная линия  $1_0 2_0 3_0 4_0 3'_0 2'_0 1'_0$  ограничивает развертку боковой поверхности усеченной пирамиды.

Затем присоединяем к полученному чертежу действительную величину сечения. Точка  $1_0$  и симметричная ей  $1'_0$  принадлежат сторонам основания ( $|1_0 B_0| = |1'_0 F_0|$ ). Точка  $4_0$  принадлежит оси симметрии фигуры сечения, натуральная величина которой есть на фронтальной плоскости проекций и равна отрезку  $|1_2 4_2|$ .

Построение точек  $2_0, 3_0, 2'_0, 3'_0$  натуральной величины сечения аналогично построению, показанному на рис. 1.

*Этап 3.* Обводим контур развертки усеченной пирамиды – сплошной толстой основной линией. Линии вспомогательного построения – сплошной тонкой линией, линии сгиба на развертках согласно ГОСТ 2.303-68 – штрихпунктирной тонкой линией с двумя точками.

## 2.2. ПОСТРОЕНИЕ РАЗВЕРТКИ УСЕЧЕННОЙ ПРИЗМЫ

Построение развертки призмы сводится к построению истинных размеров и форм отдельных ее граней.

*Пример.* Построить развертку усеченной прямой правильной шестиугольной призмы.

*Этап 1.* Построение полной развертки правильной прямой шестиугольной призмы (без учета сечения) (рис. 9).

Анализируем исходные данные: все боковые ребра прямой правильной шестиугольной призмы равны и на плоскость проекций  $\Pi_2$  проецируются в натуральную величину. Основание призмы проецируется на плоскость проекций  $\Pi_1$  в натуральную величину.

Полная развертка боковой поверхности призмы – прямоугольник, одна сторона которого равна боковым ребрам, а вторая – периметру основания. Все боковые грани – равные между собой прямоугольники.

К произвольно взятому ребру пристроим натуральную величину основания призмы – правильный шестиугольник.

*Этап 2.* Находим на развертке положение точек  $1_0, 2_0, 2'_0, 3_0, 3'_0, 4_0, 4'_0$  на соответствующих ребрах. Соединяем полученные точки. Ломаная линия  $4_0 3_0 2_0 1_0 2'_0 3'_0 4'_0$  ограничивает развертку боковой поверхности усеченной призмы.

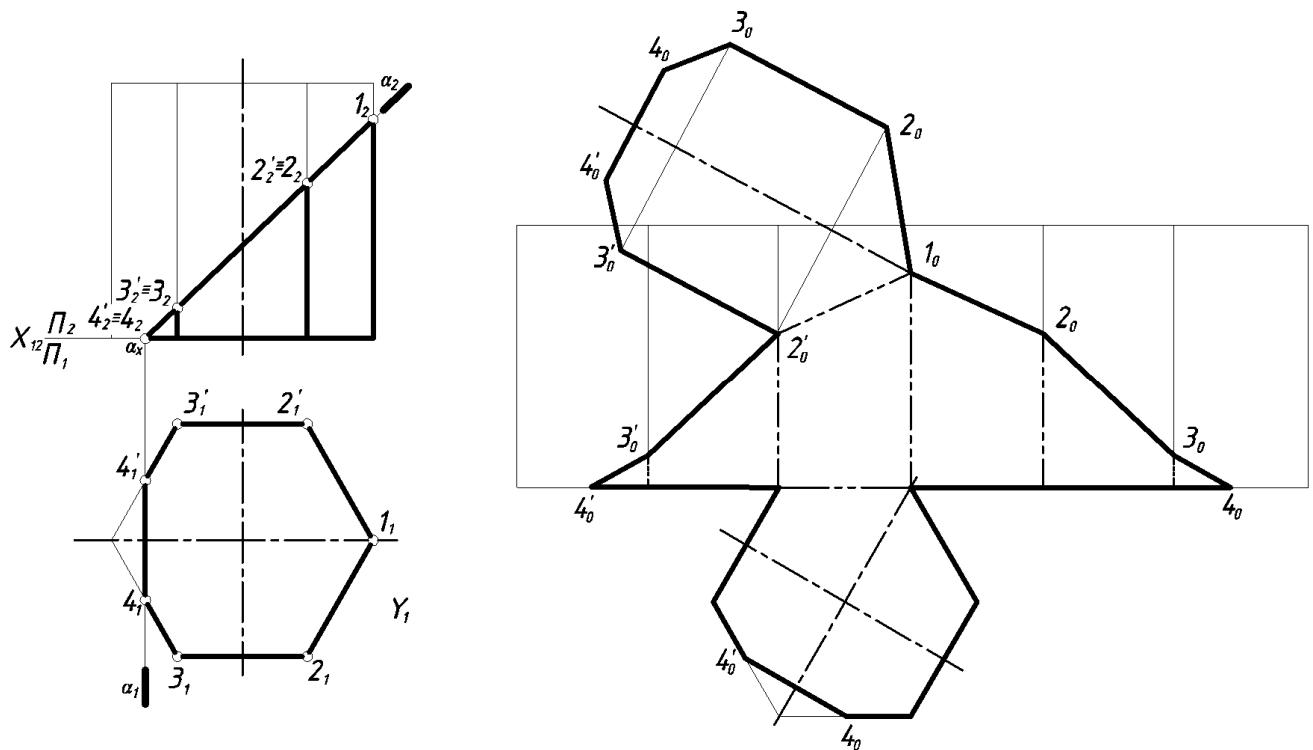


Рис. 9. Построение развертки усеченной призмы.

Находим положение точек  $4_0$ ,  $4'_0$  на сторонах основания и соединяем их.

Затем присоединяем к полученному чертежу действительную величину сечения.

*Этап 3.* Обводка контура развертки сплошной толстой основной линией, линии вспомогательного построения – тонкой сплошной линией, линии сгиба – штрихпунктирной тонкой линией с двумя точками.

### 2.3. ПОСТРОЕНИЕ РАЗВЕРТКИ УСЕЧЕННОГО КОНУСА

Для построения развертки конической поверхности её предварительно аппроксимируют поверхностью пирамиды с возможно большим количеством граней.

*Пример.* Построить развертку усеченного прямого кругового конуса.

Рассмотрим поэтапное выполнение задания.

*Этап 1.* Построение полной развертки конуса.

В данной работе мы аппроксимируем поверхность конуса поверхностью двенадцатигранной пирамидой.

Порядок построения показан на рис. 10 и изложен в п. 2.1, рис. 8.

*Этап 2.* Построение развертки усеченного конуса.

Построение аналогично рассмотренному в п. 2.1, рис. 8.

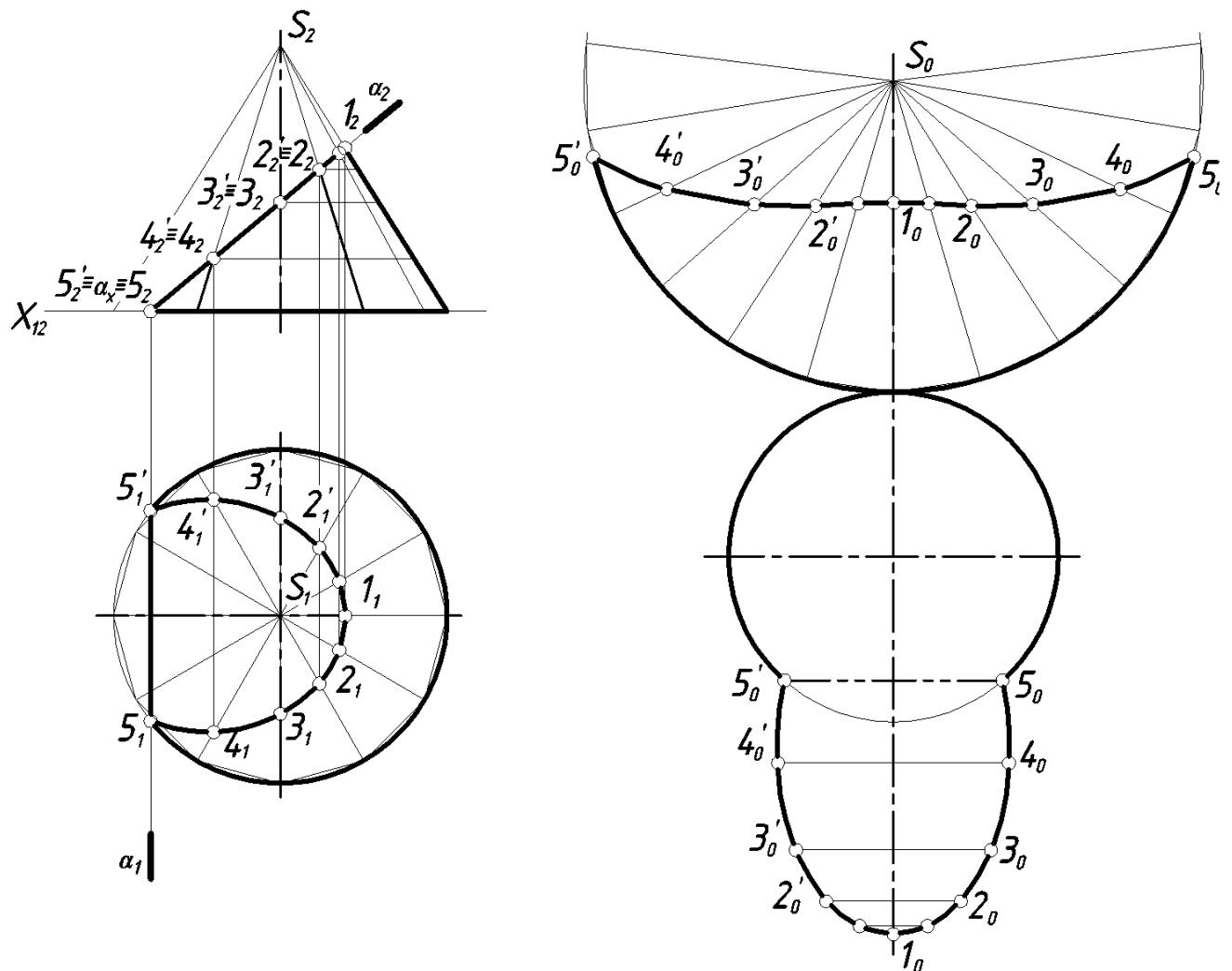


Рис. 10. Пример построения развертки усеченного конуса.

*Этап 3.* Обводка контура развертки сплошной толстой основной линией, линии вспомогательного построения – тонкой сплошной линией, линию сгиба ( $5_0 5'_0$ ) – штрихпунктирной тонкой линией с двумя точками.

## 2.4. ПОСТРОЕНИЕ РАЗВЕРТКИ УСЕЧЕННОГО ЦИЛИНДРА

Развертка боковой поверхности прямого кругового цилиндра радиуса  $R$  и высотой  $h$  представляет собой прямоугольник, одна из сторон которого равна длине окружности основания  $2\pi R$ , а другая – высоте  $h$  цилиндра. На практике цилиндрическую поверхность чаще заменяют (аппроксимируют) многогранными поверхностями, которые и развертывают. Такие развертки будут приближенными.

Прямой круговой цилиндр аппроксимируют поверхностью впи-

санной призмы с возможно большим числом граней.

На рис. 11 показан пример построения развертки усеченного прямого кругового цилиндра.

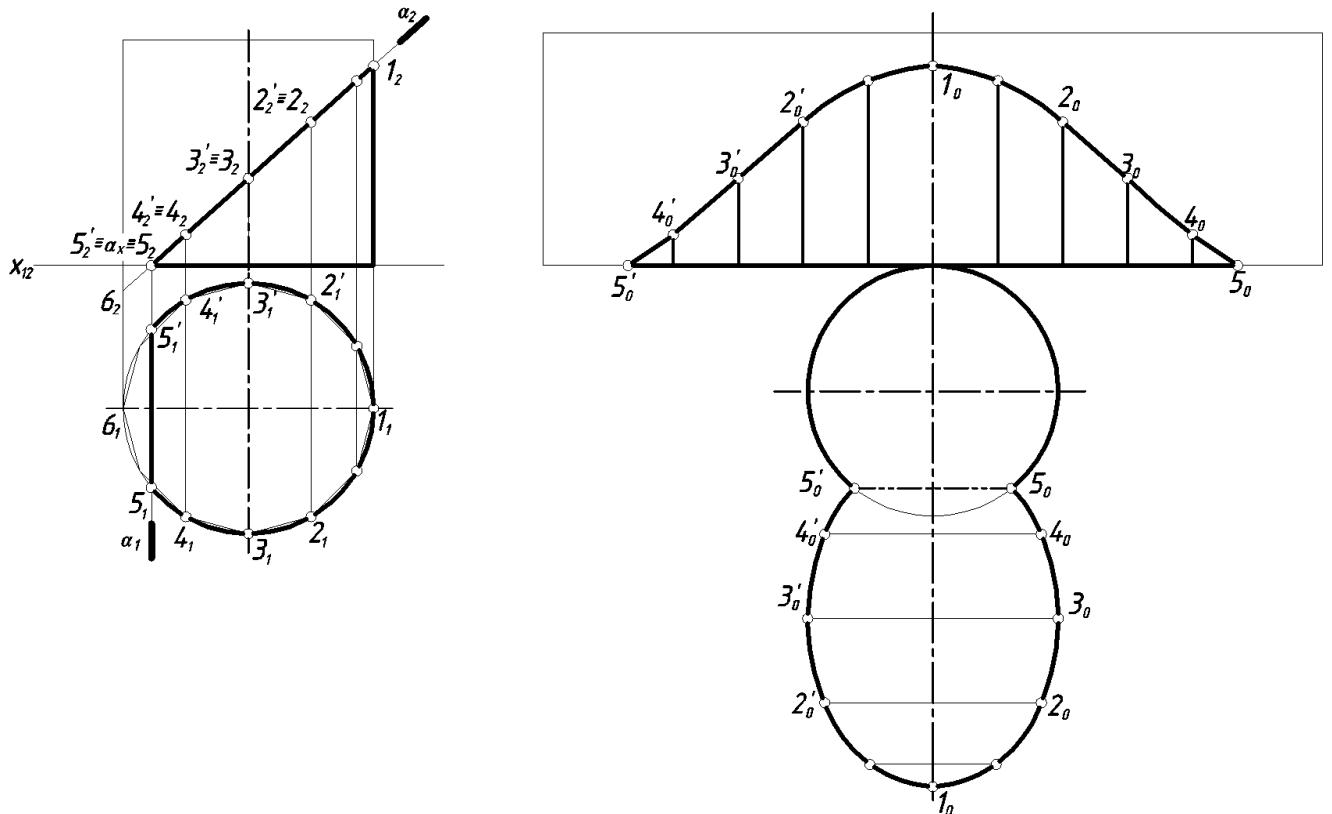


Рис. 11. Построение развертки усеченного цилиндра.

*Пример.* Построить развертку усеченного прямого кругового цилиндра.

Рассмотрим поэтапное выполнение задания.

*Этап 1.* Построение полной развертки цилиндра.

В данной работе мы аппроксимируем поверхность цилиндра поверхностью двенадцатиугольной призмы.

Порядок построения показан на рис. 11 и изложен в п. 2.2, рис. 9.

*Этап 2.* Построение развертки усеченного цилиндра.

Находим на развертке боковой поверхности положение точек  $5_0, 4_0 \dots 5'_0$  на соответствующих образующих.

Находим положение точек  $5_0, 5'_0$  на окружности основания, к которым присоединяем действительную величину сечения.

*Этап 3.* Обводка контура развертки сплошной толстой основной линией, линии вспомогательного построения – тонкой сплошной линией, линию сгиба – штрихпунктирной тонкой линией с двумя точками.

### 3. ПОСТРОЕНИЕ АКСОНОМЕТРИЧЕСКИХ ПРОЕКЦИЙ

При выполнении технических чертежей часто оказывается необходимым наряду с изображением предметов в системе ортогональных проекций иметь изображения более наглядные, особенно на начальных этапах конструирования.

Для построения таких изображений применяют способ аксонометрического проецирования. Применяемые в отечественной конструкторской документации аксонометрические проекции стандартизованы в ГОСТ 2.317-69, который предусматривает несколько видов аксонометрических проекций: косоугольных и прямоугольных. Наибольшее распространение на практике получили прямоугольная изометрия и прямоугольная диметрия.

В прямоугольной изометрии углы между аксонометрическими осями равны  $120^\circ$ . Коэффициенты искажения по аксонометрическим осям равны  $k_x=k_y=k_z=0,82$ . Изометрическую проекцию для упрощения, как правило, выполняют без искажения по осям, т.е. принимают коэффициент искажения равным единице:  $k_x=k_y=k_z=1$ . Получаемое при этом увеличение линейных размеров предмета на изображении составляет 22% (выражается числом  $1,22=1:0,82$ ).

В прямоугольной диметрии ось  $z$  расположена вертикально, а оси  $x$  и  $y$  составляют с перпендикуляром к оси  $z$  углы  $7^\circ 10'$  и  $41^\circ 25'$  соответственно. Коэффициенты искажения по аксонометрическим осям  $x$  и  $z$ :  $k_x=k_z=0,94$ ; по оси  $y$  –  $k_y=0,47$ . В целях упрощения построений диметрическую проекцию, как правило, выполняют без искажения по осям  $x$  и  $z$ :  $k_x=k_z=1$  и с коэффициентом искажения 0,5 по оси  $y$ :  $k_y=0,5$ . Увеличение в этом случае составляет 6% (выражается числом  $1,06=1:0,94$ ).

От вида аксонометрии во многом зависит степень наглядности и простота его выполнения. Например, если в основании призмы лежит квадрат или ромб, вершины которого расположены на координатных осях, рекомендуется выполнять прямоугольную диметрию, т. к. в прямоугольной изометрии в этих случаях теряется наглядность.

#### 3.1. АКСОНОМЕТРИЯ УСЕЧЕННОЙ ПИРАМИДЫ

*Построение аксонометрических проекций многогранников сводится к построению их вершин и ребер. При этом надо помнить, что каждый отрезок, направленный по осям  $x$ ,  $y$ ,  $z$  или параллельно им,*

сохраняет свою величину. Прямые параллельные осям проекций сохраняют параллельность аксонометрическим осям.

*Пример.* Построить прямоугольную изометрию усеченной пирамиды.

Рассмотрим поэтапное выполнение задания (рис. 12).

*Этап I.* Построение изометрии пирамиды (без учета сечения).

Коэффициенты искажения по осям принимаем равными единице:  $\kappa_x = \kappa_y = \kappa_z = 1$ .

Для пирамиды вначале строим изометрию основания (рис. 12). Для построения вершин основания A и D, принадлежащих оси x, используем координату  $x_2$ . Стороны BC и FE параллельны оси x и удалены от нее на расстояние равное координате  $y_1$ . Положение вершин B, C, E, F определяет координату  $x_1$ .

Затем из точки O откладываем высоту пирамиды  $OS = z_1$  и полученную вершину S соединяем с вершинами основания A, B, C, D, E, F.

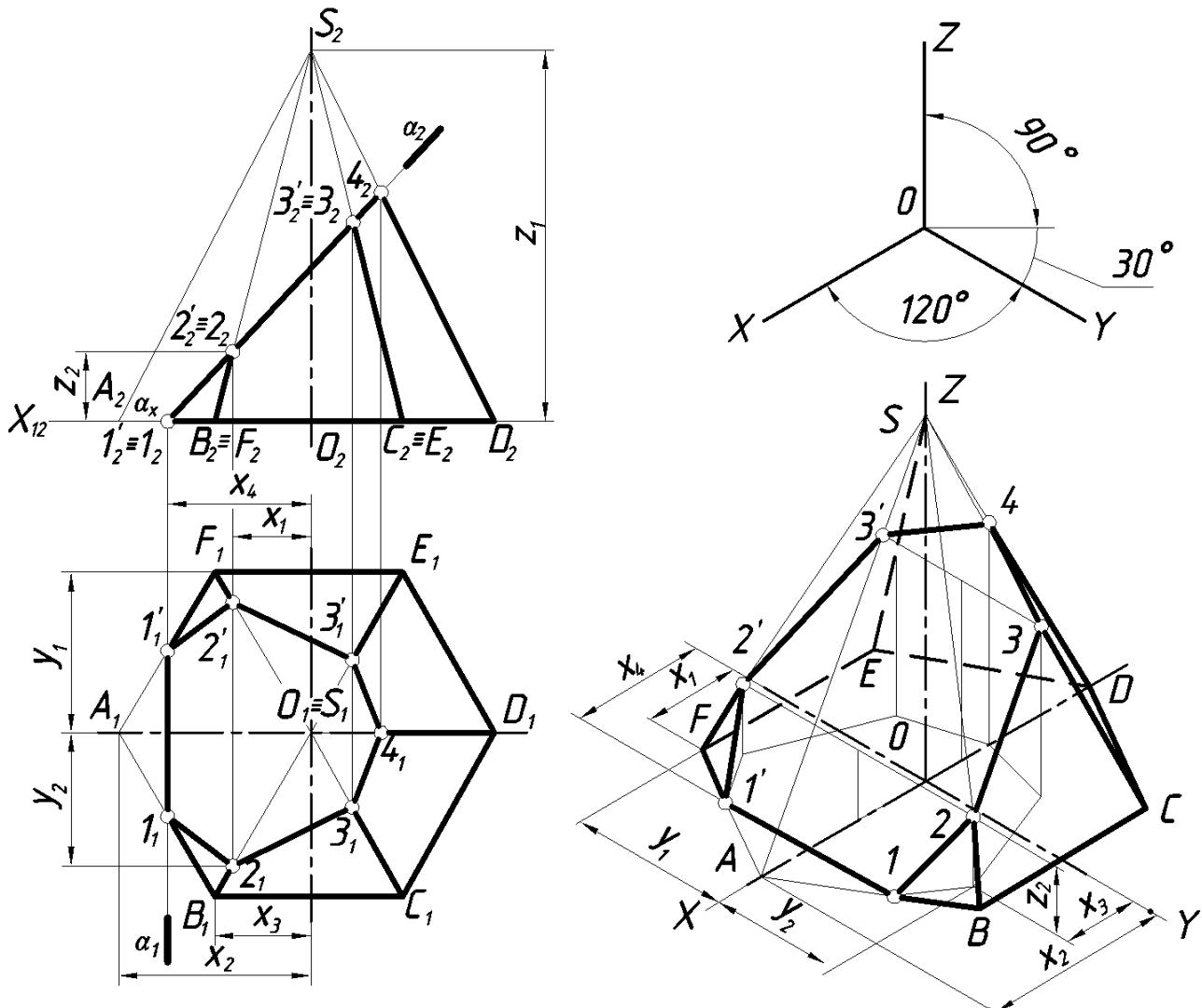


Рис. 12. Построение прямоугольной изометрии усеченной пирамиды.

*Этап 2.* Построение изометрии усеченной пирамиды.

Прямая  $11'$  параллельна оси  $y$  и удалена от нее на расстоянии  $x_4$ . При построении точки  $2$ , принадлежащей ребру  $BC$ , используем координаты  $x_3, y_2, z_2$ . Другие точки, принадлежащие боковым ребрам, строим аналогично, используя координаты  $x_i, y_i, z_i$ . Построение видно из чертежа.

Построение прямоугольной диметрии призмы аналогично и показано на рис. 13. Коэффициенты искажения по осям:  $k_x = k_z = 1$ ,  $k_y = 0,5$ .

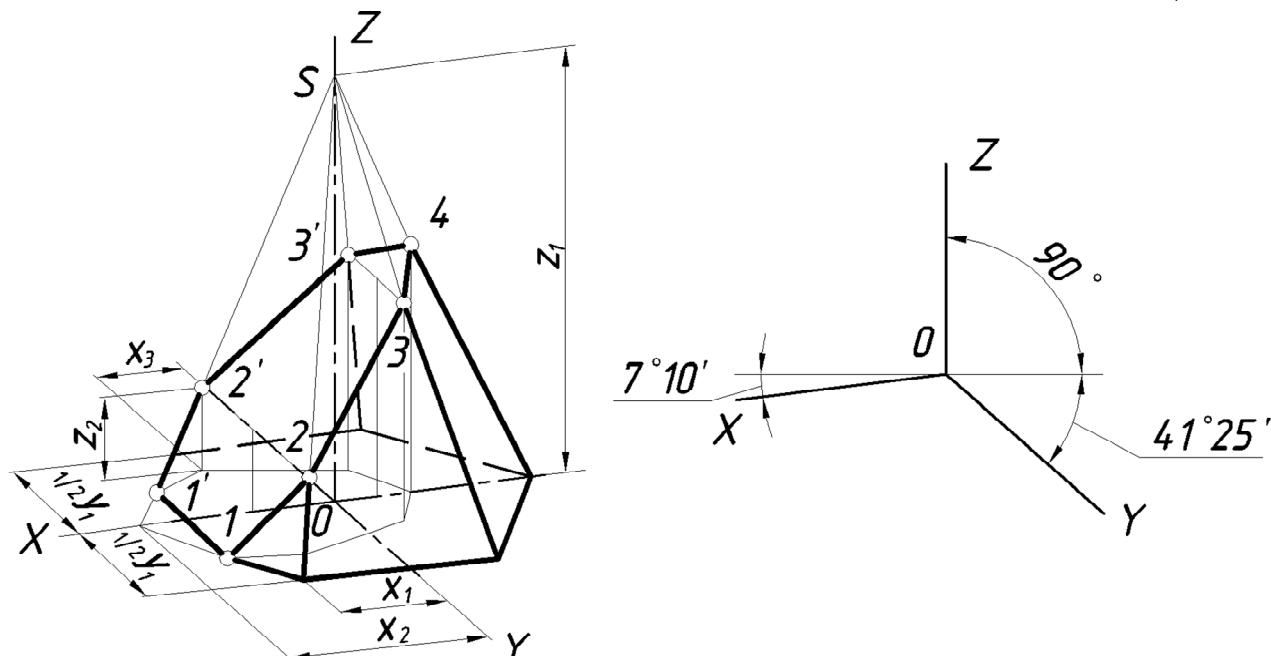


Рис. 13. Диметрия усеченной прямой шестиугольной пирамиды.

### 3.2. АКСОНОМЕТРИЯ УСЕЧЕННОЙ ПРИЗМЫ

Рассмотрим построение аксонометрической проекции на примере построения прямоугольной изометрии прямой шестиугольной призмы (рис. 14). Построение шестиугольника в изометрии рассмотрено в п. 3.1 и на рис. 12. Боковые ребра прямой призмы параллельные оси  $z$  проводим из вершин основания и откладываем на них отрезки равные координатам  $z_i$ , измеренным на фронтальной плоскости проекций. Прямая  $4_04'_0$  параллельна оси  $y$ .

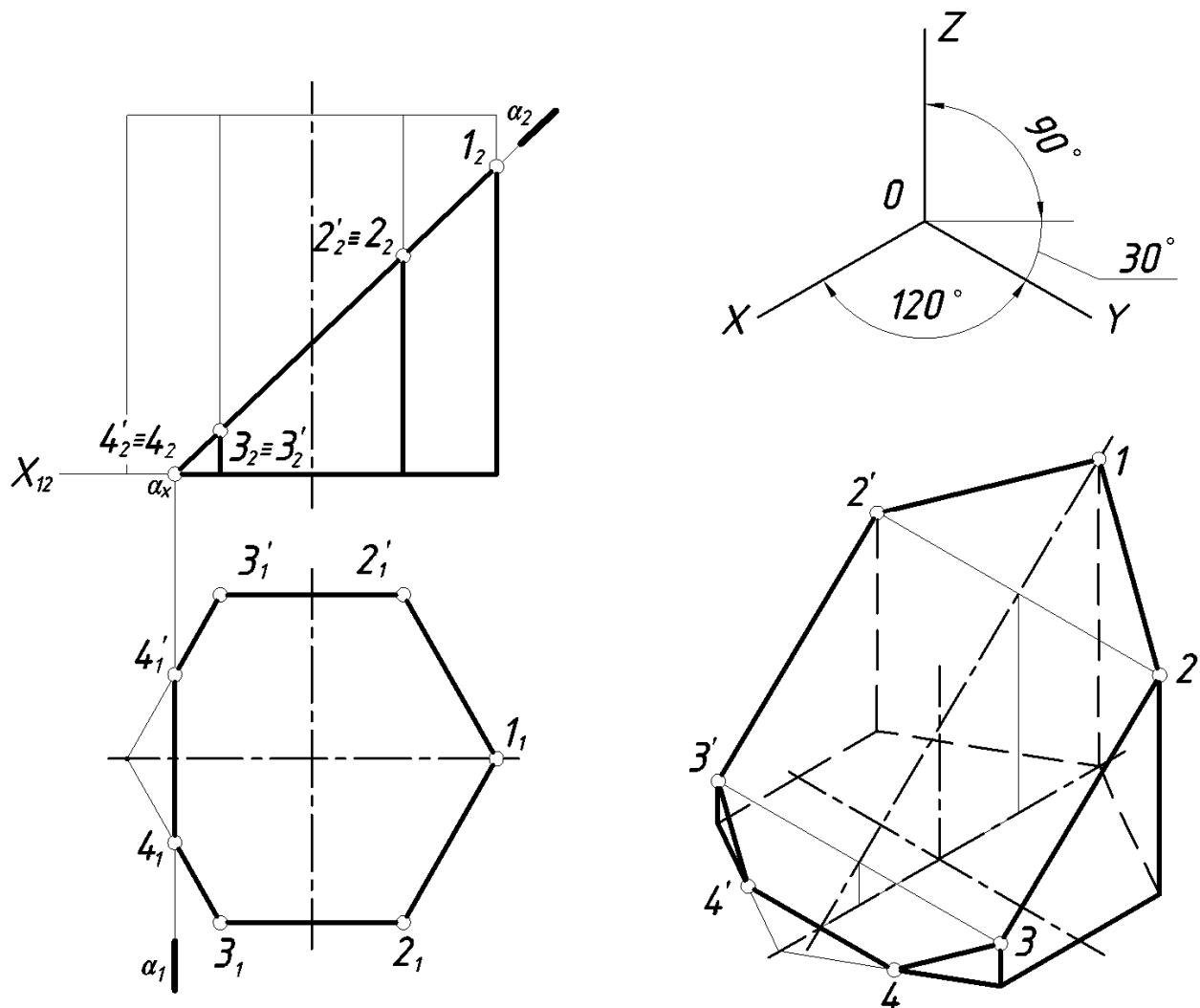


Рис. 14. Пример построения прямоугольной изометрии прямой призмы.

### 3.3. АКСОНОМЕТРИЯ УСЕЧЕННОГО КОНУСА

Построение аксонометрии конуса сводится к построению аксонометрического изображения окружности его основания. Затем из центра основания откладываем высоту конуса. Из полученной вершины проводим касательные к основанию, которые являются очерковыми образующими.

Рассмотрим построение окружности в аксонометрических проекциях. Как известно, прямоугольной проекцией окружности является эллипс. Направление большой оси эллипса (б.о.э.) перпендикулярно той аксонометрической оси, которая отсутствует в плоскости окружности, а малая ось эллипса (м.о.э.) совпадает по направлению с этой осью.

Эллипс, как изометрию окружности, можно построить по восьми точкам, ограничивающим его большую и малую оси и проекциям диаметров, параллельных координатным осям. Размеры осей эллипсов при использовании приведенных коэффициентов искажения равны: большая ось –  $1,22d$ , малая ось –  $0,71d$ , где  $d$  – диаметр изображаемой окружности. Диаметры окружностей, параллельных координатным осям, проецируются отрезками, параллельными изометрическим осям, и изображаются равными диаметру изображаемой окружности.

В практике эллипс, являющийся изометрией окружности, лежащей в координатной или параллельной ей плоскости, заменяют четырехцентровым овалом. На рис. 15 показано построение прямоугольной изометрии усеченного конуса и четырехцентрового овала, заменяющего эллипс, в плоскости  $xOy$ . Построение четырехцентровых овалов в плоскостях  $xOz$  и  $zOy$  аналогично.

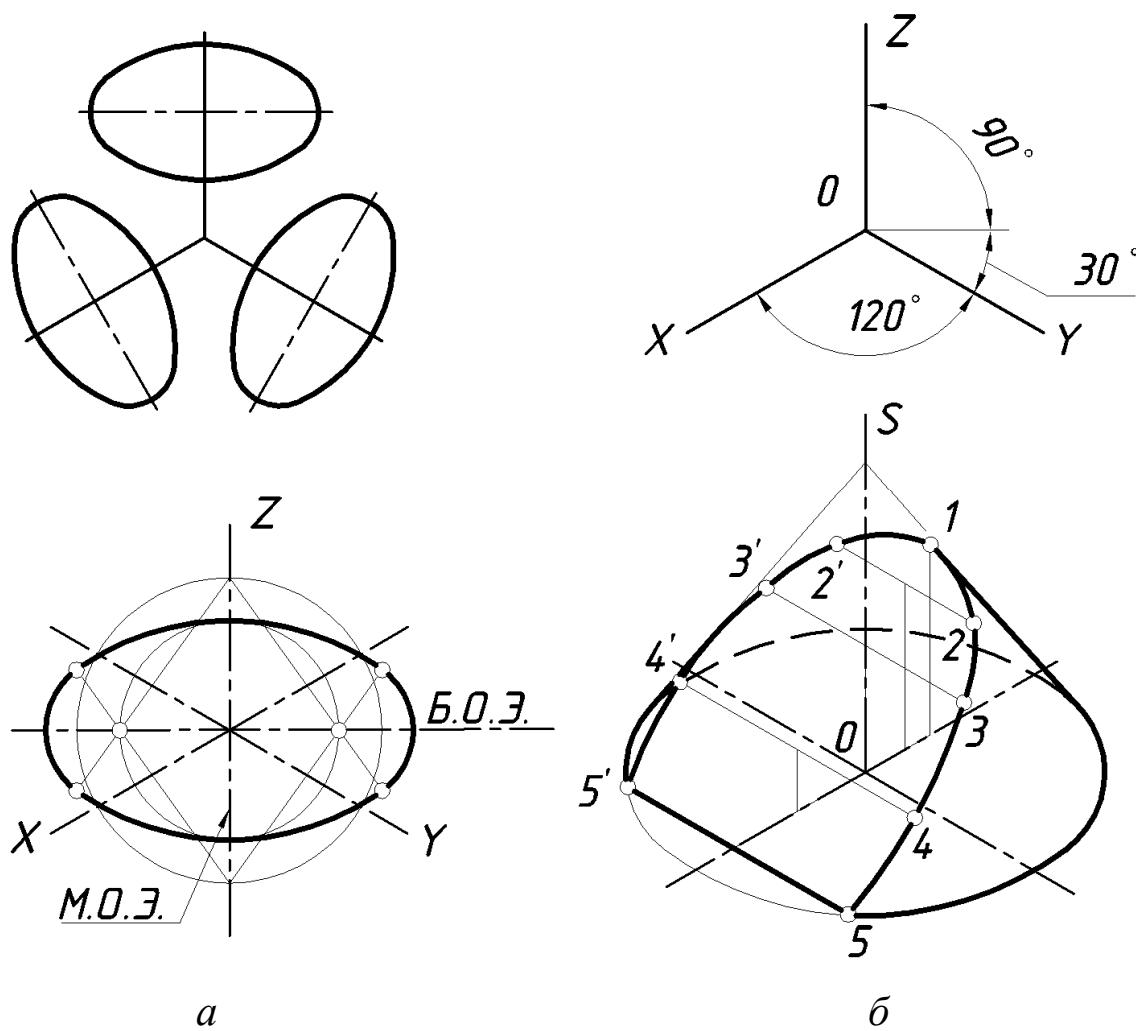


Рис. 15. Пример построения прямоугольной изометрии:  
а – окружности в плоскости  $xOy$ ; б – усеченного конуса.

В прямоугольной диметрии при использовании приведенных коэффициентов искажения равные окружности диаметра  $d$ , лежащие в координатных плоскостях  $xOy$  и  $zOy$ , проецируются в равные эллипсы с большой осью равной  $1,06d$  и малой –  $0,35d$ . Окружность, расположенная в плоскости  $xOz$ , проецируется в эллипс с большой осью равной  $1,06d$  и малой осью –  $0,95d$ .

На рис. 16 построена прямоугольная диметрия усеченного конуса и показано построение диметрии окружности диаметром  $D$  в плоскости  $xOy$ . Диаметры окружности, параллельные координатным осям, проецируются в отрезки, параллельные осям диметрии: вдоль оси  $Ox$  в отрезок равный  $D$ , вдоль оси  $Oy$  –  $0,5 D$ .

На рис. 16, б при построении фигуры сечения использовалась вторичная проекция.

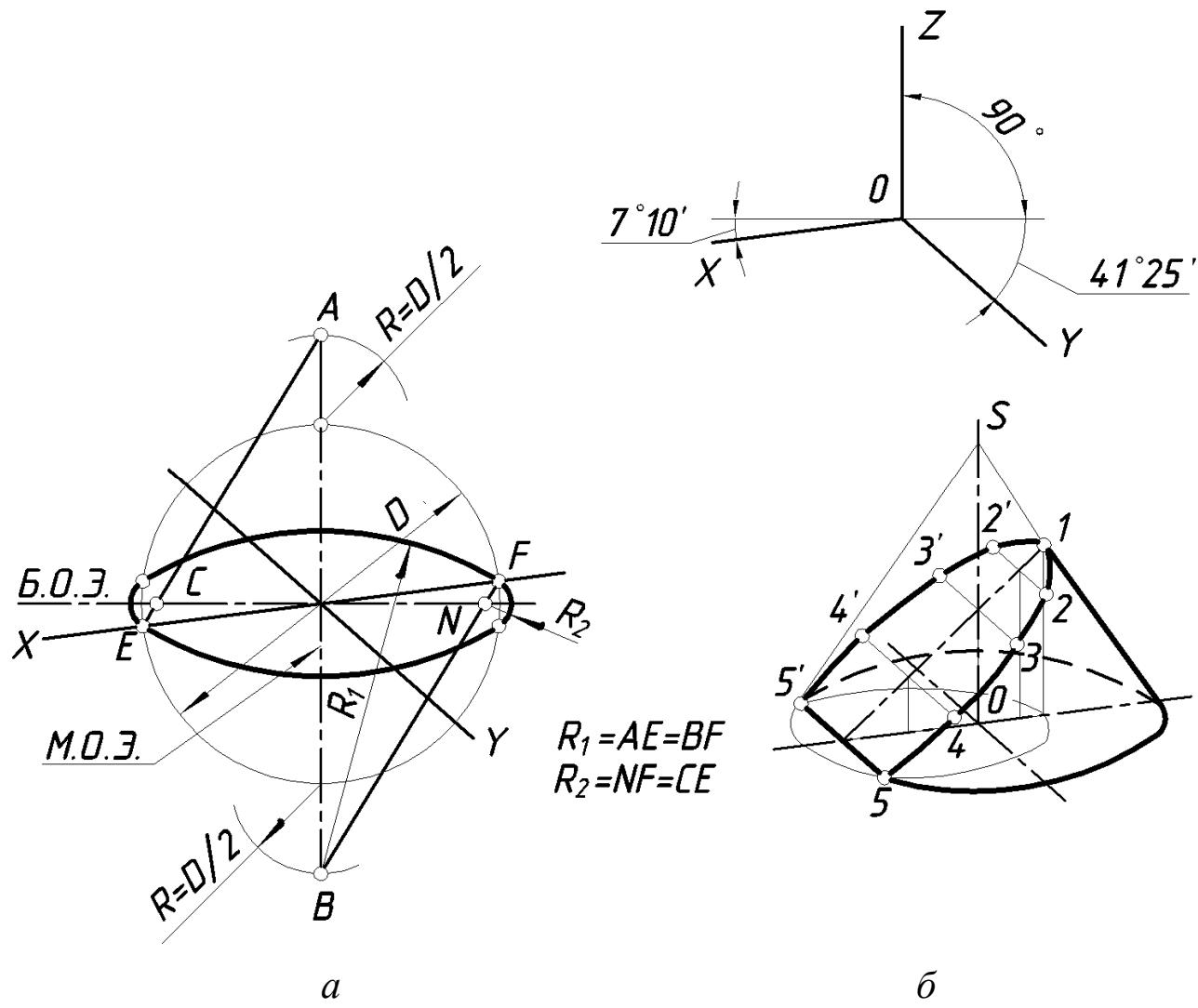


Рис. 16. Пример построения прямоугольной диметрии:  
а – окружности в плоскости  $xOy$ ; б – усеченного конуса.

### 3.4. АКСОНОМЕТРИЯ УСЕЧЕННОГО ЦИЛИНДРА

Построение аксонометрии цилиндра сводится к построению аксонометрического изображения окружностей его верхнего и нижнего оснований. Расстояние между центром верхнего и нижнего основания равно высоте цилиндра. Очерковые образующие строим как касательные к основаниям.

Построение окружностей в аксонометрических проекциях было рассмотрено в п. 3.3 и на рис. 15 и 16.

На рис.17 показан пример построения прямоугольной изометрии усеченного прямого кругового цилиндра. Построение видно из чертежа.

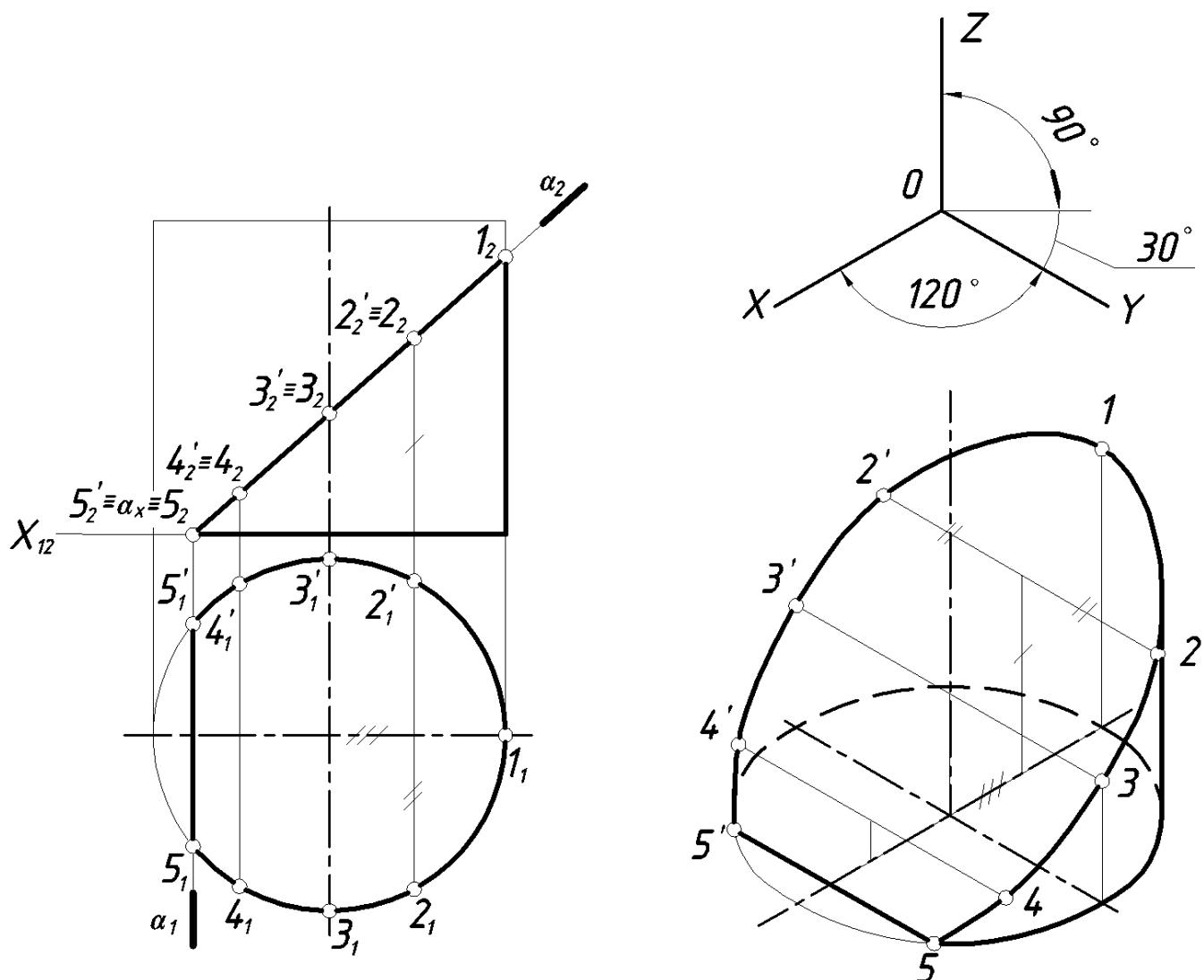


Рис. 17. Пример построения изометрии цилиндра.

### 3.5. АКСОНОМЕТРИЯ УСЕЧЕННОЙ СФЕРЫ

В прямоугольной аксонометрии поверхность сферы проецируется на аксонометрическую плоскость проекций в виде круга. Так как мы строим стандартные аксонометрические проекции, то очерк сферы в аксонометрии есть окружность, диаметр которой равен ее заданному диаметру ( $d$ ) умноженному на коэффициент искажения. Для изометрии  $1,22d$ ; для диметрии  $1,06d$ . Построение аксонометрической проекции фигуры сечения подобно рассмотренным ранее для конической и цилиндрической поверхности вращения.

На рисунке 18 построена усеченная часть сферы в прямоугольной изометрии.

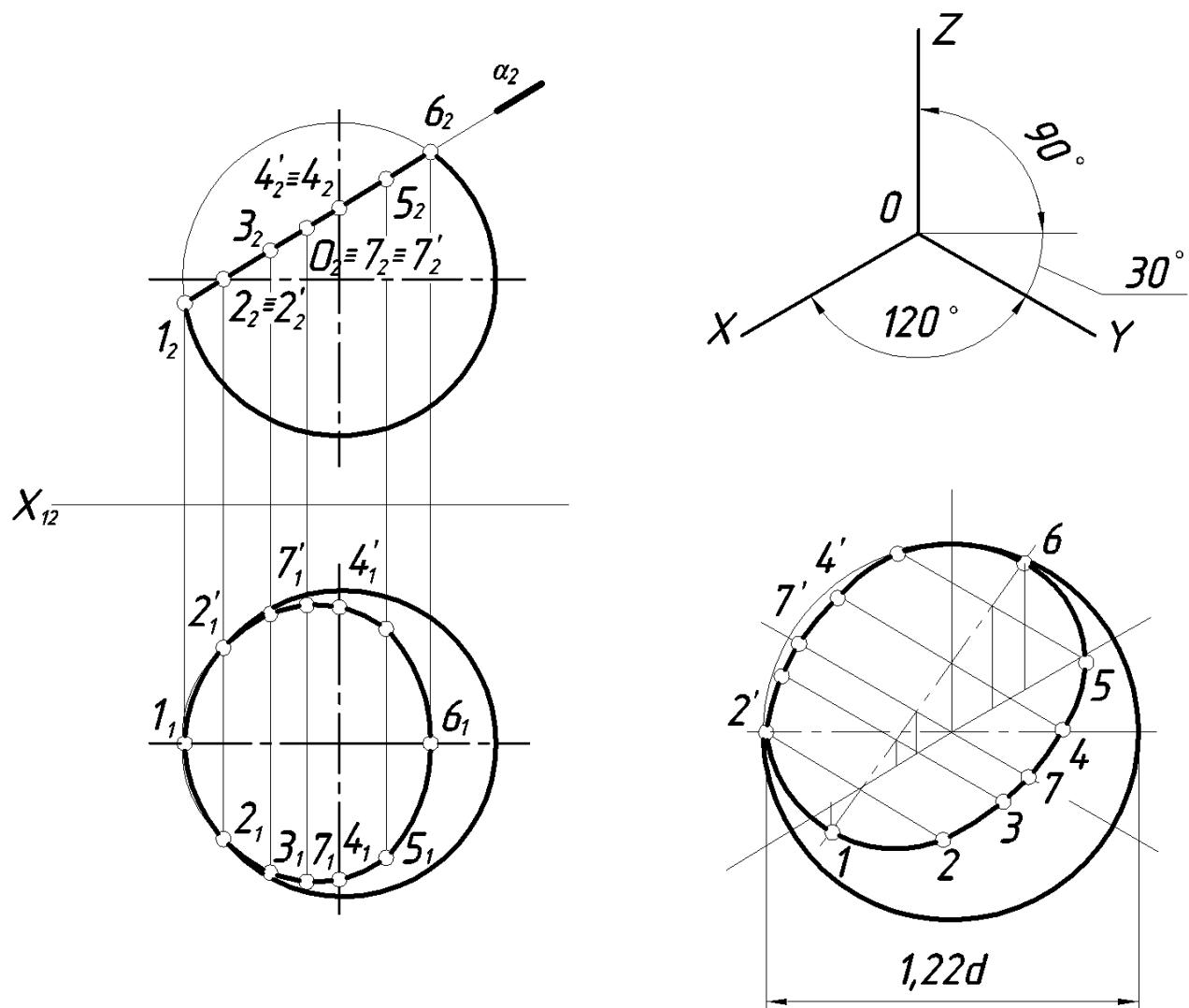


Рис. 18. Пример построения изометрии усеченной сферы.

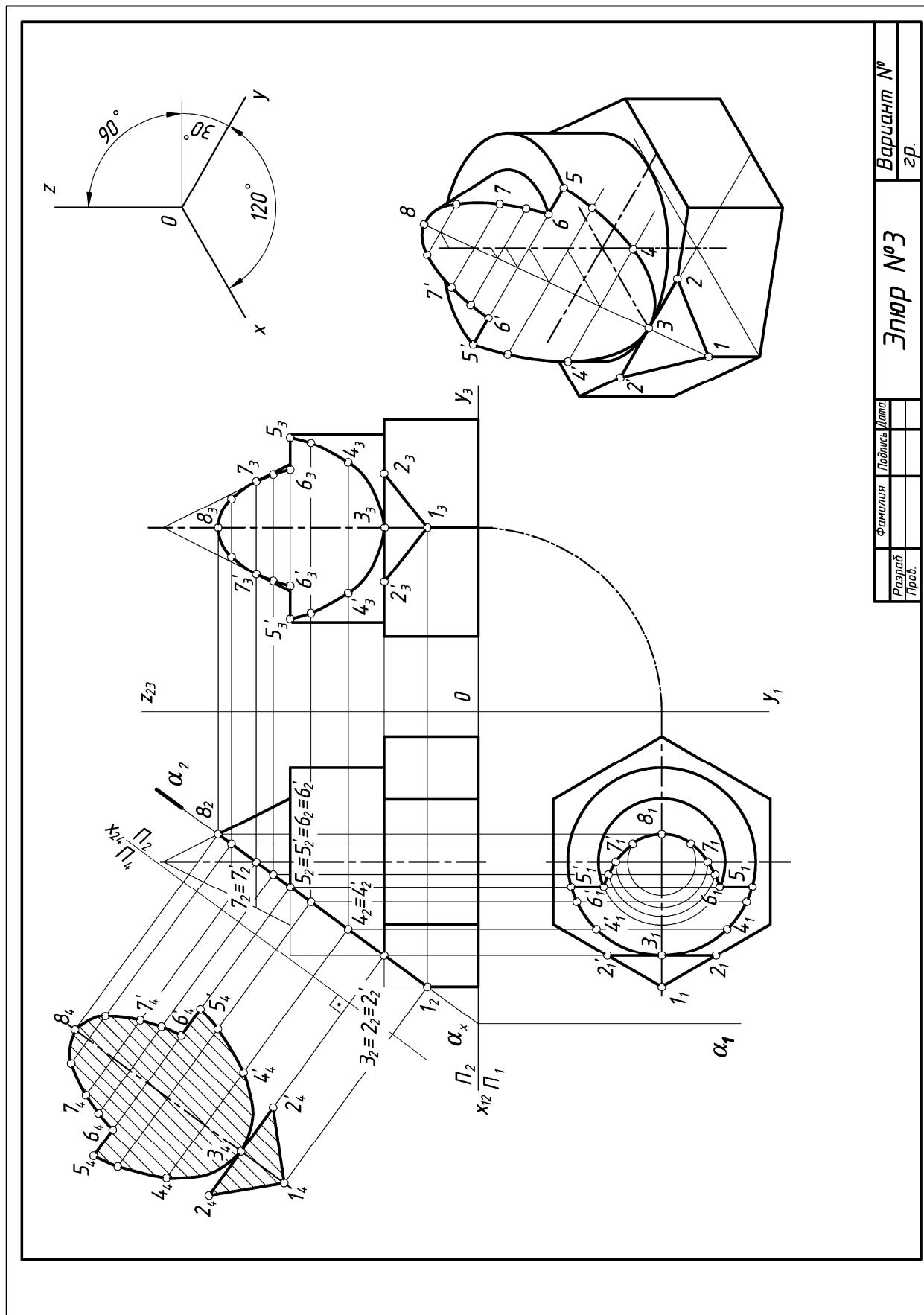


Рис. 19. Пример выполнения эпюра 3

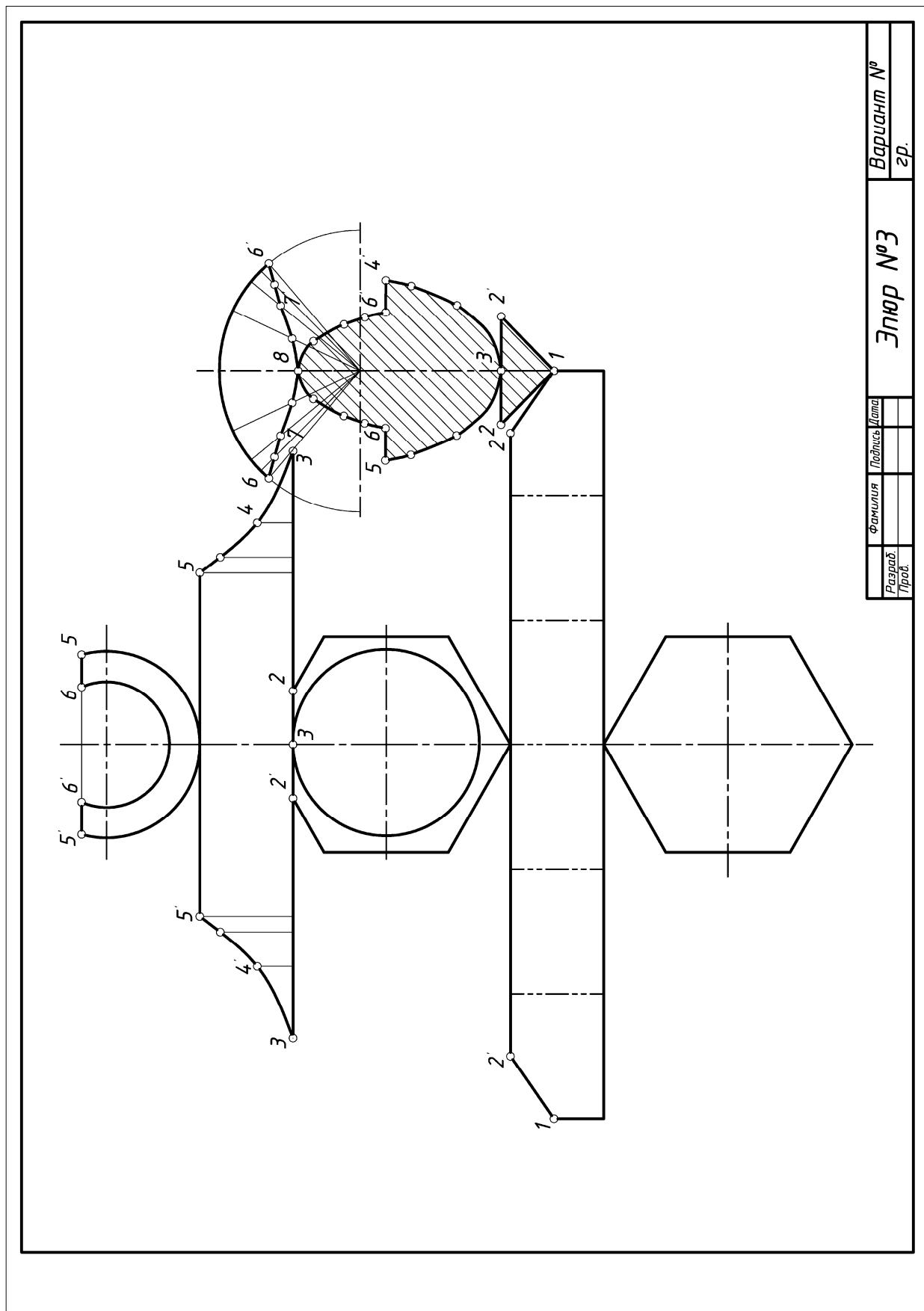
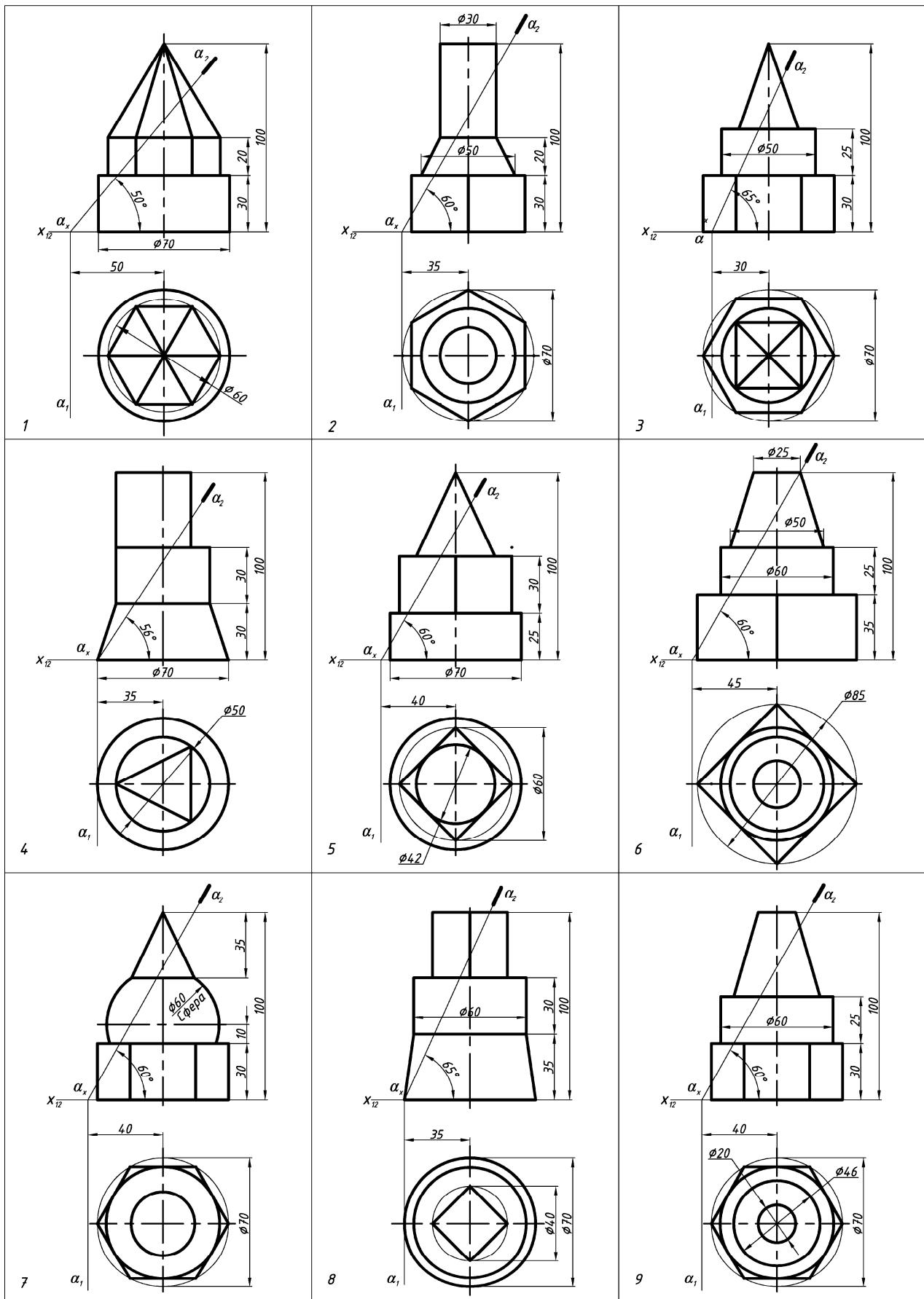
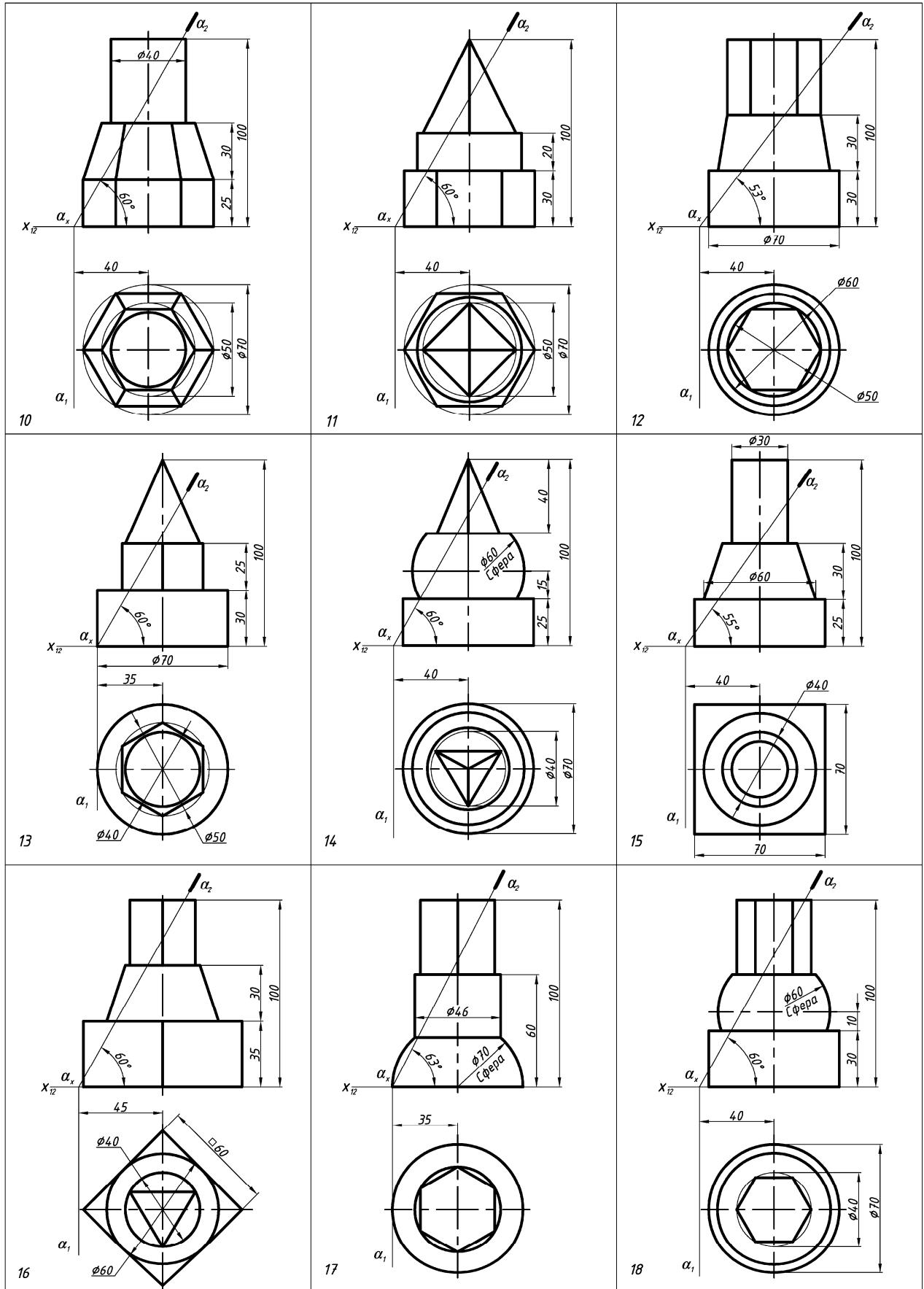
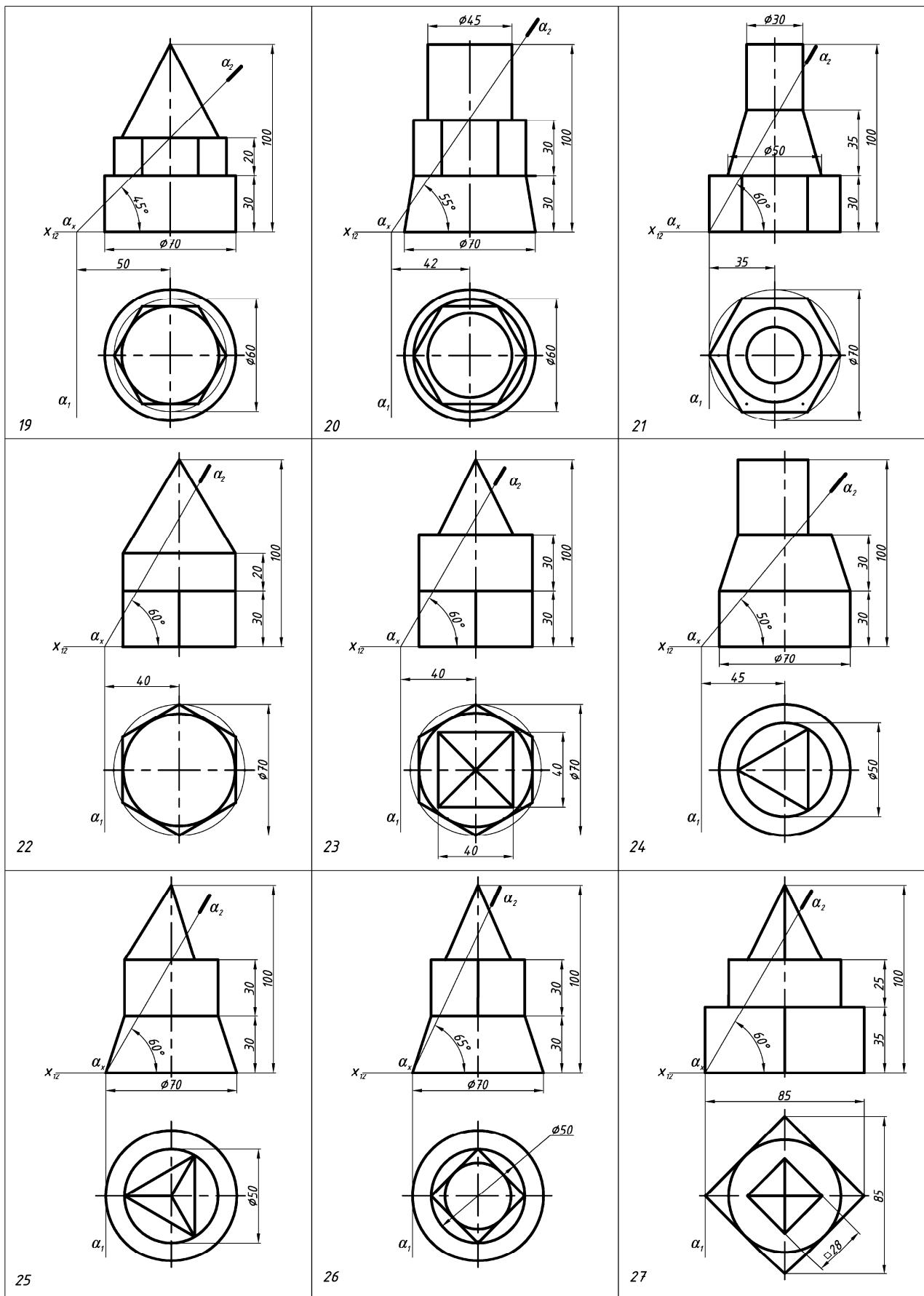


Рис. 20. Пример выполнения эпюра 3.







## Библиографический список

- 1 . Единая система конструкторской документации. ГОСТ 2.101-68 – 2.109-68, ГОСТ 2.301-68 – 2.317-69.
2. *Гордон В.О., Семенцов-Огневский М.А.* Курс начертательной геометрии: учебник. - М.: Высшая школа, 1998. – 272с.
3. *Локтев О.Е.* Краткий курс начертательной геометрии: учебник. - М.: Высшая школа, 2001. – 136с.
4. *Чекмарев А.А.* Инженерная графика: учебник. – М.: Высшая школа, 2003. – 365с.
5. *Арутюнов А.Х.* Сборник задач по начертательной геометрии: Учебное пособие для студентов вузов. М.: Машиностроение, 1978. – 445с.
6. *Учаев П.Н., Попов Ю.А., Аникеева Н.П. и др.* Начертательная геометрия. Геометрическое и проекционное черчение: учебник. М.: Академия, 2008. – 303с.