

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна  
Должность: проректор по учебной работе  
Дата подписания: 14.09.2022 15:54:59  
Уникальный программный ключ:  
0b817ca911e6668abb43a5d426d39e5f1c11eabbf73e943df4a4851fda56d089

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Юго-Западный государственный университет»  
(ЮЗГУ)

Кафедра фундаментальной химии и химической технологии



**РАЗДЕЛЕНИЕ ГЕТЕРОГЕННЫХ СИСТЕМ**

Методические указания  
по выполнению практических работ для студентов  
направления подготовки 04.03.01 Химия  
и специальности 04.05.01 Фундаментальная и прикладная химия

Курск 2016

УДК 66.048

Составитель: А.В. Лысенко

Рецензент

Доктор химических наук, профессор *Л.М. Миронович*

**Разделение гетерогенных систем:** методические указания по выполнению практических работ / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: А.В. Лысенко. Курск, 2016, 24 с.: 3 ил., 1 табл. Библиогр.: 24 с.

Методические указания по выполнению практической работы по теме «Разделение гетерогенных систем» предназначены для изучения дисциплины «Математические методы в химии».

Содержат основные формулы, позволяющих рассчитать гидродинамические процессы разделения гетерогенных систем без учета механических процессов разделения. Подробно рассмотрены примеры решения типовых задач. Приведены индивидуальные задания для закрепления пройденного материала.

Методические указания предназначены для студентов направления подготовки 04.04.01 Химия и специальности 04.05.01 Фундаментальная и прикладная химия.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать                      Форма 60x84 1/16.

Усл. печ. л.    Уч.-изд.л.    Тираж 100 экз. Заказ.    Бесплатно

Юго-Западный государственный университет.

305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

**Содержание**

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 1   | Скорость осаждения                       | 4  |
| 1.1 | Осаждение под действием силы тяжести     | 4  |
| 1.2 | Осаждение под действием центробежных сил | 5  |
| 2   | Фильтрация                               | 6  |
|     | Примеры решения типовых задач            | 8  |
|     | Индивидуальные задания                   | 22 |
|     | Список использованных источников         | 24 |

**Цель работы:** освоить использование формул, позволяющих рассчитать гидродинамические процессы разделения гетерогенных систем без учета механических процессов разделения

## 1 Скорость осаждения

В зависимости от рода сил, действующих на осаждаемую частицу (форма которой принимается шарообразной), процесс осаждения протекает с большей или меньшей скоростью.

### 1.1 Осаждение под действием силы тяжести

В зависимости от значения критерия Рейнольдса для расчета скорости осаждения частицы используются следующие уравнения:

**в области применимости закона Стокса ( $Re < 1$ )**

$$\omega_0 = \frac{1}{18} d^2 \frac{\rho_1 - \rho_2}{\mu} g \quad (1)$$

**в переходной области ( $1 < Re < 10^3$ )**

$$\omega_0 = 0,151 \frac{g^{0,42} d^{1,14}}{\mu^{0,43} \rho_2^{0,29}} (\rho_1 - \rho_2)^{0,72} \quad (2)$$

**в области применимости закона Ньютона ( $10^3 < Re < 10^5$ )**

$$\omega_0 = 1,74 \sqrt{d \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_2} g} \quad (3)$$

где  $\omega_0$  - скорость осаждения частицы под действием силы тяжести, м/сек;

$d$  - диаметр частицы, м;

$\rho_1$  - плотность частицы, кг/м<sup>3</sup>;

$\rho_2$  - плотность среды, кг/м<sup>3</sup>;

$\mu$  - вязкость среды, н·сек/м<sup>2</sup>;

$g$  - ускорение свободного падения, м/сек<sup>2</sup>.

**Максимальный (критический) диаметр осаждающихся частиц** (для данной области осаждения) определяется по уравнению

$$d_{кр} = C \sqrt[3]{\frac{\mu^2}{g(\rho_1 - \rho_2)\rho_2}} \quad (4)$$

Константа  $C$  имеет значение 2,62 в области применимости закона Стокса и 69,1 в переходной области.

## 1.2 Осаждение под действием центробежных сил

В этом случае для расчета применяются уравнения (1)-(3) с заменой ускорения свободного падения на центробежное ускорение  $\omega^2 R$ . Тогда уравнение (1) принимает вид

$$\omega_{0,ц} = \frac{1}{18} d^2 \frac{\rho_1 - \rho_2}{\mu} \omega^2 R \quad (5)$$

где  $\omega_{0,ц}$  - скорость осаждения в поле центробежных сил, м/сек;

$\omega$  - угловая скорость, сек<sup>-1</sup>;

$R$  - радиус вращения частицы, м.

Среднюю скорость осаждения также можно определить с помощью уравнения (5), в которое вместо радиуса  $R$  подставляется среднелогарифмическая угловая скорость центрифугируемого слоя. Для циклона величина  $R$  представляет собой радиус вращения частицы; в этом случае, пренебрегая плотностью газа по сравнению с плотностью частицы, вместо уравнения (5) получим

$$\omega_{0,ц} = \frac{1}{18} d^2 \frac{\rho_1}{\mu} \frac{v^2}{R} \quad (6)$$

где  $v$  - окружная скорость газа, м/сек.

Минимальный диаметр частиц, осаждающихся в осадительной центрифуге, определяется по уравнению

$$d_{\text{мин}} = 3 \cdot \sqrt{\frac{2\mu}{\omega^2(\rho_1 - \rho_2)} \frac{Q}{L} \frac{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}{\pi(R_2^2 - R_1^2)}} \quad (7)$$

где  $Q$  - расход исходной суспензии, м<sup>3</sup>/сек;

$L$  - длина ротора центрифуги, м;

$a$  осаждающихся в циклоне - по уравнению

$$d_{\text{мин}} = 3 \sqrt{\frac{\mu R}{2\pi n v \rho_1}} \quad (8)$$

Число оборотов  $n$  газового потока в циклоне обычно принимают равным 1,5.

## 2 Фильтрация

Процесс фильтрации при постоянном перепаде давлений описывается основным уравнением

$$\tau = aV^2 + bV \quad (9)$$

где  $\tau$ - время фильтрации, сек;

$V$ - объем фильтрата, полученного на  $1\text{ м}^2$  поверхности фильтрации,  $\text{м}^3/\text{м}^2$ ;

$a$ - константа, характеризующая сопротивление осадка, отнесенная к  $1\text{ м}^2$  поверхности фильтрации,  $\text{сек}/\text{м}^2$ ;

$b$ - константа, характеризующая сопротивление фильтровальной перегородки и отнесенная к  $1\text{ м}^2$  поверхности,  $\text{сек}/\text{м}$ .

Константы  $a$  и  $b$  можно определить по графику (рисунок 1), построенному на основе опытных значений  $V$  и соответствующих им величин  $\tau$ .

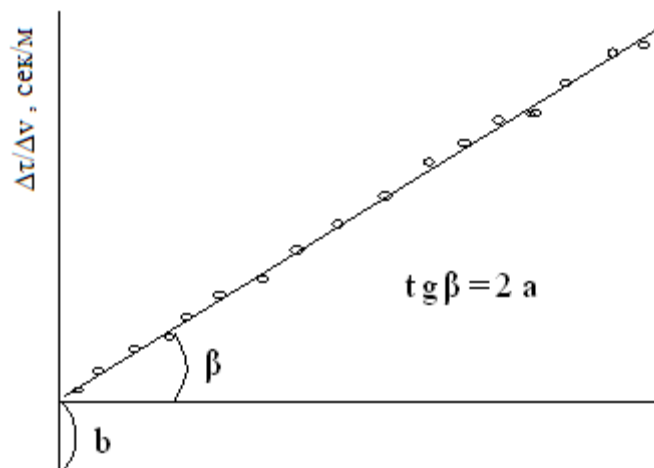


Рисунок 1 -Определение констант фильтрации по опытным данным

Если известны удельное сопротивление осадка и сопротивление фильтровальной перегородки, то указанные выше константы можно определить по уравнениям

$$a = \frac{r_0 \chi \mu}{2 \Delta p} \quad (10)$$

$$b = \frac{\chi R_0 \mu}{\Delta p} \quad (11)$$

где  $r_0$ - удельное сопротивление осадка,  $\text{м}^{-2}$ ;

$R_0$ - сопротивление фильтровальной перегородки,  $\text{м}^{-1}$ ;

$\chi = V_{oc}/V$  - объем осадка, приходящийся на 1 м<sup>3</sup> фильтрата, м<sup>3</sup>/м<sup>3</sup>;

$\mu$  - вязкость фильтрата, н·сек/м<sup>2</sup>;

$\Delta p$  - перепад давлений на фильтре, н/м<sup>2</sup>.

Когда осадок промывают жидкостью, вязкость которой такая же что и фильтрата, скорость промывки равна скорости фильтрования в конце операции. Скорость промывки определяют путем дифференцирования уравнения (9)

$$\omega_{пр} = \omega_{ф} \frac{dV}{d\tau} = \frac{1}{2aV + b} \quad (12)$$

где  $\omega_{пр}$ ,  $\omega_{ф}$  - соответственно скорость промывки и фильтрования.

Если осадок промывают при другой температуре или жидкостью, вязкость которой отличается от вязкости жидкой фазы суспензии, скорость промывки определяется по уравнению

$$\omega_{пр} = \omega_{ф} \frac{\mu_{ф}}{\mu_{пр}} \quad (13)$$

где  $\omega_{пр}$ ,  $\omega_{ф}$  - соответственно вязкость промывной жидкости и фильтрата.

Когда известны удельный объем промывной жидкости  $V_{пр}$  (в м<sup>3</sup>/м<sup>2</sup>) и скорость промывки, то продолжительность промывки  $\tau_{пр}$  (в сек) выражается соотношением

$$\tau_{пр} = \frac{V_{пр}}{\omega_{пр}} \quad (14)$$

При фильтровании в поле центробежных сил разность давлений, под действием которой протекает процесс, возникает вследствие вращения жидкости

$$\Delta p_{ж} = \frac{\omega^2}{2} \rho_{ж} (R_2^2 - R_1^2) \quad (15)$$

где  $\Delta p_{ж}$  - давление жидкости на стенку центрифуги, н/м<sup>2</sup>;

$\rho_{ж}$  - плотность жидкости, кг/м<sup>3</sup>;

$R_2$  - радиус центрифуги, м;

$R_1$  - внутренний радиус центрифугируемого слоя, м;

$\omega$  - угловая скорость, сек<sup>-1</sup>.

## Примеры решения типовых задач

**Пример 1.** Определить критический диаметр капель масла, осаждающихся в воздухе при температуре 20°C. Плотность капель  $\rho_1=900 \text{ кг/м}^3$ ; плотность воздуха  $\rho_2=1,2 \text{ кг/м}^3$ ; вязкость воздуха  $1,8 \cdot 10^{-2} \text{ спз}$ .

**Решение:** Критический диаметр частиц, то есть максимальный диаметр частиц, которые еще могут оседать в данной области осаждения, определяется по уравнению (4). Критический диаметр капель масла, осаждающихся в соответствии с законом Стокса, равен

$$d_{\text{кр}} = 2,62 \sqrt[3]{\frac{\mu^2}{g(\rho_1 - \rho_2)\rho_2}} = 2,62 \sqrt[3]{\frac{(1,8 \cdot 10^{-5})^2}{9,81(900 - 1,2)2}} = 8,1 \cdot 10^{-5} \text{ м} = 81 \text{ мкм}$$

Для переходной области критический диаметр определяют по уравнению (4)

$$d_{\text{кр}} = 69,1 \cdot 3,1 \cdot 10^{-5} = 2,1 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 2,1 \text{ мм}$$

**Пример 2.** В условиях предыдущего примера определить скорость осаждения капель масла диаметром 15 мкм под действием силы тяжести.

**Решение.** Из примера 1 следует, что максимальный диаметр капель, оседающих по закону Стокса, равен 81 мкм. Так как диаметр капель равен 15 мкм, осаждение будет происходить по закону Стокса. Определяем скорость осаждения по уравнению (1)

$$\omega_0 = \frac{1}{18} d^2 \frac{\rho_1 - \rho_2}{\mu} g = \frac{(1,5 \cdot 10^{-5})^2}{18} \cdot \frac{900 - 1,2}{1,8 \cdot 10^{-5}} 9,81 = 6,15 \cdot 10^{-3} \text{ м/сек}$$

**Пример 3.** Определить размеры пылеуловительной камеры, работающей в следующих условиях:

расход очищаемого газа ...  $Q_{\text{об}} = 2,400 \text{ м}^3/\text{ч}$

диаметр осаждаемых частиц ...  $d = 50 \text{ мкм}$ ;

плотность частиц ...  $\rho_1 = 2400 \text{ кг/м}^3$

температура газа ...  $\tau = 20^\circ\text{C}$

вязкость газа ...  $\mu = 1,8 \cdot 10^{-2} \text{ н} \cdot \text{сек/м}^2$



**Решение.** Для определения режима осаждения находим критический диаметр частиц. Согласно уравнению (4), имеем:

$$D_{кр} = 2,62 \sqrt[3]{\frac{(1,8 \cdot 10^{-5})^2}{9,81(2400 - 1,2)1,2}} = 5,9 \cdot 10^{-5} \text{ м} = 59 \text{ мкм}$$

Так как диаметр частиц меньше критического диаметра, определяемого на основе закона Стокса, осаждение будет протекать по этому закону. Следовательно, по уравнению (1):

$$\omega_0 = \frac{1}{18} d^2 \frac{\rho_1 - \rho_2}{\mu} g = \frac{(50 \cdot 10^{-6})^2}{18} \cdot \frac{2400}{1,8 \cdot 10^{-5}} 9,81 = 0,182 \text{ м/сек}$$

Размеры пылеуловительной камеры определяем при условии, что время прохождения частицей высоты и длины камеры одинаково (рисунок 2):

$$\tau = \frac{l}{\omega_0} = \frac{L}{v}$$

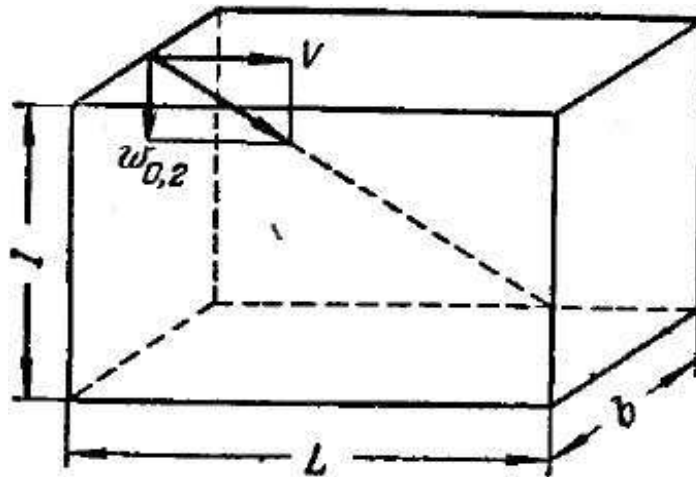


Рисунок 2 - Определение размеров пылеуловительной камеры

Если обозначить объем камеры через  $V_k$ , то время прохождения газом камеры по длине составит:

$$\tau = \frac{3600 V_k}{Q_{об}} = \frac{3600 V_k}{2400} = 1,5 V_k$$

Следовательно, максимальная высота камеры:

$$l = 1,5 \omega_0 V_k = 1,5 \cdot 0,182 V_k = 0,273 V_k \text{ м}$$

откуда площадь основания камеры:

$$B = \frac{V_k}{l} = \frac{V_k}{0,273 V_k} = 3,7 \text{ м}^2$$

Для определения размеров камеры необходимо знать также площадь ее поперечного сечения. Эта площадь определяется как функция максимально допустимой скорости газа в камере. Если принять скорость газа  $v=0,2$  м/сек, то площадь поперечного сечения камеры:

$$S = \frac{Q_{об}}{3600v} = \frac{2400}{3600 \cdot 0,2} = 3,33 \text{ м}^3$$

По значениям площади двух сечений камеры можно, выбрав один из ее размеров (высоту  $I$ , длину  $L$  или ширину  $b$ ), определить остальные габаритные размеры. Так, если  $I=1$  м, то

$$b = \frac{S}{I} = \frac{3,33}{1} = 3,33 \text{ м}$$

$$L = \frac{V}{b} = \frac{3,7}{3,33} = 1,11 \text{ м}$$

**Пример 4.** Для обеспыливания газа, получаемого при кальцинировании соды, установлен циклон диаметром  $D=0,74$  м. Газ выходит из кальцинатора при температуре  $80^\circ\text{C}$ , его расход составляет  $Q_{об} = 6200 \text{ м}^3/\text{ч}$ . Минимальный диаметр кристаллов  $\text{Na}_2\text{CO}_3$   $d=20$  мкм; плотность кристаллов  $\rho_1 = 2700 \text{ кг/м}^3$ ; вязкость газа  $\mu=2,11 \cdot 10^{-2}$  спз. Установить пригодность данного циклона для достижения требуемой очистки газа от пыли.

**Решение.** С помощью циклона можно осуществить разделение, если минимальный диаметр частиц, вычисленный по уравнению (8), будет меньше минимального диаметра осаждаемых кристаллов. Подставляя в это уравнение окружную скорость  $v$  газа, принятую равной  $10$  м/сек, получаем

$$d_{\text{мин}} = 3 \cdot \sqrt{\frac{2,11 \cdot 10^{-5} \cdot 0,370}{2 \cdot 3,14 \cdot 1,5 \cdot 10 \cdot 2700}} = 16,6 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 16,6 \text{ мкм}$$

Так как  $16,6 < 20$  мкм, то имеющийся циклон пригоден для осуществления требуемого разделения.

**Пример 5.** Для осаждения твердых гранул диаметром  $3$  мкм и плотностью  $\rho_1=1100 \text{ кг/м}^3$  из водной суспензии при температуре  $20^\circ\text{C}$  используется центрифуга с ротором диаметром  $0,4$  м. Центрифуга заполняется суспензией до половины. Определить скорость

вращения центрифуги, чтобы разделение могло быть осуществлено за 10 мин.

**Решение.** Предположив, что осаждение протекает по закону Стокса, определим скорость осаждения по уравнению (5). Скорость осаждения можно определить также из выражения:

$$\omega_{0,ц} = \frac{dR}{d\tau}$$

где  $R$  - радиус вращения гранулы;

$\tau$  - время осаждения.

Подставив в эту зависимость выражение скорости осаждения по уравнению (5), получим дифференциальное уравнение:

$$d\tau = \frac{18\mu}{(\rho_1 - \rho_2)d^2\omega^2} \cdot \frac{dR}{R}$$

После интегрирования уравнения в пределах от внутреннего радиуса  $R_1$  слоя материала до радиуса  $R_2$  ротора центрифуги (по толщине центрифугируемого слоя) найдем выражение для времени осаждения

$$\tau_{oc} = \frac{18\mu}{(\rho_1 - \rho_2)d^2\omega^2} \ln \frac{R_1}{R_2}$$

Угловую скорость можно выразить через число оборотов:

$$\omega = 2\pi n$$

Вязкость воды  $\mu$  при  $20^\circ\text{C}$  равна 1спз. После подстановки числовых значений получим

$$\tau_{oc} = \frac{18 \cdot 10^{-3}}{(1100 - 100) \cdot (3 \cdot 10^{-6})^2 \cdot 4 \cdot 3,14^2 n^2} 2,3 \lg \frac{R_2}{R_1} = \frac{1,16 \cdot 10^6}{n^2} \lg \frac{R_2}{R_1}$$

Отношение радиусов  $R_2/R_1$  определяем из заданного условия заполнения центрифуги суспензией

$$\pi R_2^2 L = 2(\pi R_2^2 - \pi R_1^2)L$$

откуда

$$\frac{R_2}{R_1} = \sqrt{2}$$

Так как разделение следует осуществить за 10 мин, то есть за 600 сек, то необходимое число оборотов центрифуги

$$n = \sqrt{\frac{1,16 \cdot 10^6 \lg \sqrt{2}}{600}} = 17 \frac{\text{об}}{\text{сек}} = 1020 \text{ об/мин}$$

**Пример 6.** В опыте по фильтрованию суспензии  $\text{CaCO}_3$  на фильтре с поверхностью  $S=500 \text{ см}^2$  при постоянном давлении были получены результаты, приведенные ниже:

|                                 |     |      |      |      |      |       |       |       |
|---------------------------------|-----|------|------|------|------|-------|-------|-------|
| Время $\tau$ , сек              | 6,8 | 19,0 | 34,6 | 53,4 | 76,0 | 102,0 | 131,2 | 163,0 |
| Объем<br>фильтрата $V_\phi$ , л | 0,5 | 1,0  | 1,5  | 2,0  | 2,5  | 3,0   | 3,5   | 4,0   |

Определить константы  $a$  и  $b$ .

**Решение.** Значения констант фильтрования можно получить, подставив в уравнение (9) две пары значений  $\tau$  и  $V_\phi$  и решив полученную систему уравнений относительно  $a$  и  $b$ . При этом объем  $V_\phi$  в уравнении (9) следует отнести к единице фильтрующей поверхности. Если выбрать значения  $\tau_1=19$  сек,  $\tau_2=53,4$  сек;  $V_{\phi 1}=1$  л,  $V_{\phi 2}=2$  л, то получим

$$V_1 = \frac{V_{\phi 1}}{S} = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{0,05} = 0,02 \frac{\text{м}^3}{\text{м}^2}$$

$$V_2 = \frac{V_{\phi 2}}{S} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{0,05} = 0,04 \frac{\text{м}^3}{\text{м}^2}$$

Подставив полученные величины в уравнение (9), получим систему

$$19 = a \cdot 0,02^2 + b \cdot 0,02$$

$$53,4 = a \cdot 0,04^2 + b \cdot 0,04$$

из которой следует

$$a = 1,9 \cdot 10^{-4} \text{ сек/м}^2 \quad b = 570 \text{ сек/м}$$

Более точные значения  $a$  и  $b$  с учетом всех экспериментальных данных можно определить путем дифференцирования уравнения (9)

$$d\tau = 2aVdV + b dV$$

откуда после перехода к конечным разностям получаем

$$\frac{\Delta\tau}{\Delta V} = 2aV + b$$

При графическом изображении зависимости в координатах  $\Delta\tau/\Delta V - V$  это уравнение дает прямую, пересекающую ось координат в точке  $\Delta\tau/\Delta V = b$ ; наклон прямой равен  $2a$ .

В таблице 1 приведены значения  $\Delta\tau/\Delta V$  и  $V$ , отнесенные к единице фильтрующей поверхности, а также значения  $V$ , усредненные по двум последовательным замерам

$$\bar{V} = \frac{V_1 + V_2}{2}$$

Таблица 1 – Экспериментальные данные

| Время<br>$\tau$ , сек | Объем             |                                  | $\Delta\tau$ ,<br>сек | $\Delta\tau$<br>$/\Delta V$ ,<br>сек | $\bar{V}$ ,<br>$\text{м}^3/\text{м}^2$ | Время<br>$\tau$ , сек | Объем             |                                  | $\Delta\tau$ ,<br>сек | $\Delta\tau$<br>$/\Delta V$ ,<br>сек | $\bar{V}$ ,<br>$\text{м}^3/\text{м}^2$ |
|-----------------------|-------------------|----------------------------------|-----------------------|--------------------------------------|--|-----------------------|-------------------|----------------------------------|-----------------------|--------------------------------------|--|
|                       | $V_{\phi}$ ,<br>л | $V$ ,<br>$\text{м}^3/\text{м}^2$ |                       |                                      |  |                       | $V_{\phi}$ ,<br>л | $V$ ,<br>$\text{м}^3/\text{м}^2$ |                       |                                      |  |
| 0                     | 0                 | 0                                | -                     | -                                    | -                                      | 76,0                  | 2,5               | 0,05                             | 22,6                  | 2260                                 | 0,045                                  |
| 6,8                   | 0,5               | 0,01                             | 6,8                   | 680                                  | 0,005                                  | 102,0                 | 3,0               | 0,06                             | 26,0                  | 2600                                 | 0,055                                  |
| 19,0                  | 1,0               | 0,02                             | 12,2                  | 1220                                 | 0,015                                  | 131,2                 | 3,5               | 0,07                             | 29,2                  | 2920                                 | 0,065                                  |
| 34,6                  | 1,5               | 0,03                             | 15,6                  | 1560                                 | 0,025                                  | 163,0                 | 4                 | 0,08                             | 31,8                  | 3180                                 | 0,075                                  |
| 53,4                  | 2,0               | 0,04                             | 18,8                  | 1880                                 | 0,035                                  |                       |                   |                                  |                       |                                      |  |

По данным последних столбцов таблицы 1 строим график (рисунок 3), по которому определяем значения констант фильтрования.

$$a = \frac{3100 - 720}{2 \cdot 0,07} = 1,7 \cdot 10^4 \text{ сек}/\text{м}^2 \quad b = 720 \text{ сек}/\text{м}$$

Отметим, что полученные значения  $a$  и  $b$  отличаются от констант, вычисленных на основании лишь одной пары экспериментальных данных.

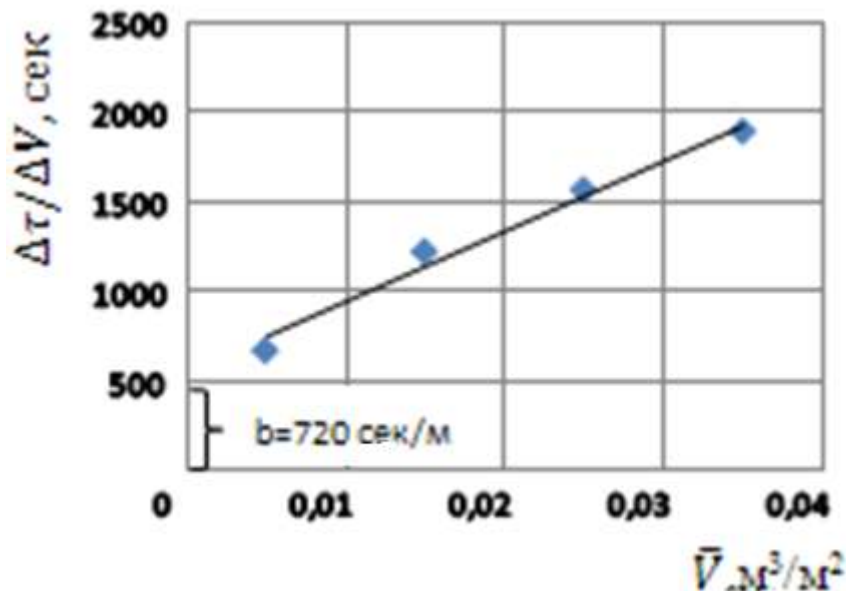


Рисунок 3-Графическое определение констант фильтрования

**Пример 7.** Используя полученные в предыдущем примере константы фильтрования, определить время фильтрования 5 м<sup>3</sup> суспензии CaCO<sub>3</sub>, содержащей q<sub>ТВ</sub>=5% твердой фазы, на фильтре площадью S = 10 м<sup>2</sup>. Влажность осадка u=40%. Плотность твердой фазы ρ<sub>1</sub>=2200 кг/м<sup>3</sup>, плотность жидкой фазы ρ<sub>2</sub>= 1000 кг/м<sup>3</sup>.

**Решение.** Для определения времени фильтрования по уравнению (9) необходимо знать объем полученного фильтрата. Так как объем суспензии известен, объем фильтрата можно определить, вычитая объем осадка на фильтре из объема суспензии. Количество полученного осадка определяем по формуле

$$M_{\text{ос}} = \frac{M_{\text{сусп}} q_{\text{ТВ}}}{100 - u}$$

Для определения массы суспензии необходимо вычислить ее плотность. Если известны плотности обеих фаз, образующих суспензию, то плотность последней можно определить из следующего выражения

$$\frac{100}{\rho_{\text{сусп}}} = \frac{100 - q_{\text{ТВ}}}{\rho_2} + \frac{q_{\text{ТВ}}}{\rho_1}$$

выведенного на основании допущения об аддитивности объемов обеих фаз.

Плотность суспензии ρ<sub>сусп</sub>=1030 кг/м<sup>3</sup>; масса суспензии M<sub>сусп</sub>=5·1030= 5150кг; соответственно масса осадка

$$M_{\text{ос}} = \frac{5150 \cdot 6}{100 - 40} = 430 \text{ кг}$$

Плотность осадка получим из выражения, аналогичного выражению для плотности суспензии

$$\frac{100}{\rho_{\text{ос}}} = \frac{100 - u}{\rho_1} + \frac{u}{\rho_2}$$

Объем осадка

$$V_{\text{ос}} = \frac{M_{\text{ос}}}{\rho_{\text{ос}}} = \frac{430}{1485} = 0,29 \text{ м}^3$$

Объем фильтрата

$$V_{\text{ф}} = V_{\text{сусп}} - V_{\text{ос}} = 5 - 0,29 = 4,71 \text{ м}^3$$

Разделив объем фильтрата на площадь поверхности фильтра, получим

$$V = \frac{V_{\text{ф}}}{S} = \frac{4,71}{10} = 0,471 \text{ м}^3/\text{м}^2$$

Подставив в уравнение (9) это значение  $V$ , а также значения констант  $a=1,7 \cdot 10^4$  сек/м<sup>2</sup> и  $b = 720$  сек/м. полученные в предыдущем примере, определяем время фильтрования

$$\tau = aV^2 + bV = 1,7 \cdot 10^4 \cdot 0,471^2 + 720 \cdot 0,471 = 110 \text{ сек} = 1,14 \text{ ч}$$

**Пример 8.** Используя данные примеров (6) и (7), определить удельное сопротивление осадка и сопротивление фильтровальной перегородки, если разность давлений при фильтровании  $\Delta p = 5 \cdot 10^4$  н/м<sup>2</sup> при  $t=20^\circ\text{C}$ .

**Решение.** Удельное сопротивление осадка и сопротивление фильтровальной перегородки определяем по уравнениям (10) и (11) используя известные значения констант фильтрования

$$r_0 = \frac{2a\Delta p}{X\mu} \text{ и } R_0 = \frac{b\Delta p}{\mu}$$

Отношение  $X$  равно

$$X = \frac{V_{\text{ос}}}{V_{\text{ф}}} = \frac{0,29}{4,71} = 0,0615 \text{ м}^3/\text{м}^3$$

( $V_{\text{ос}}$  и  $V_{\text{ф}}$  были получены в предыдущем примере).

Вязкость фильтрата принимаем равной вязкости воды при  $20^\circ\text{C}$ ,  $\mu=1$ спз. Подставив числовые значения в уравнения (10) и (11), получим

$$r_0 = \frac{2a\Delta p}{x\mu} = \frac{2 \cdot 1,7 \cdot 10^4 \cdot 5 \cdot 10^4}{0,0615 \cdot 10^{-3}} = 2,76 \cdot 10^{13} \text{ м}^{-2}$$

$$R_0 = \frac{b\Delta p}{\mu} = \frac{720 \cdot 5 \cdot 10^4}{10^{-3}} = 3,6 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$$

**Пример 9.** По условиям примера (7) определить конечную скорость фильтрования, если время фильтрования составляет 2 ч.

**Решение.** Определяем скорость фильтрования в конце операции из уравнения (12)

$$\omega_{\text{ф}} = \frac{1}{2aV + b}$$

где  $V$ - объем фильтрата, полученного в конце операции.

Конечный объем фильтрата определяем по уравнению (9)

$$\tau = aV^2 + bV$$

$$2 \cdot 3600 = 1,7 \cdot 10^4 V^2 + 720V$$

или

$$170V^2 + 7,2V - 72 = 0$$

Откуда

$$V = \frac{-7,2 + \sqrt{7,2^2 + 4 \cdot 170 \cdot 72}}{2 \cdot 170} = 0,62 \text{ м}^3/\text{м}^2$$

Подставив это значение в уравнение (12), получим

$$\omega_{\phi} = \frac{1}{2 \cdot 1,7 \cdot 10^4 \cdot 0,62 + 720} = \frac{1}{21800} = 4,6 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м}^3}{\text{м}^2 \cdot \text{сек}} = 0,165 \text{ м}^3/(\text{м}^2 \cdot \text{ч})$$

**Пример 10.** На фильтре поверхностью  $S = 50 \text{ м}^2$  фильтруют водную суспензию при  $20^\circ\text{С}$ . При этом получают  $7 \text{ м}^3$  фильтрата. Из лабораторных опытов, выполненных в тех же условиях, что и на фильтре, известны константы фильтрования:  $a = 1,44 \cdot 10^6 \text{ сек}/\text{м}^2$ ,  $b = 9 \cdot 10^3 \text{ сек}/\text{м}$ . Определить время промывки осадка водой при температуре  $40^\circ\text{С}$ , если расход промывной воды составляет  $10 \text{ л}/\text{м}^2$ .

**Решение.** Сначала определяем конечную скорость фильтрования по уравнению (12)

$$\begin{aligned} \omega_{\phi} &= \frac{1}{2aV + b} = \frac{1}{2 \cdot 1,44 \cdot 10^6 \cdot \frac{7}{50} + 9 \cdot 10^3} = \\ &= 2,42 \cdot 10^6 \frac{\text{м}^3}{\text{м}^2 \cdot \text{сек}} = 8,8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/(\text{м}^2 \cdot \text{ч}) \end{aligned}$$

Осадок промывают той же жидкостью, которая содержится в суспензии, но при другой температуре.

Определяем скорость промывки по уравнению (13)

$$\omega_{\text{пр}} = \omega_{\phi} \frac{\mu_{\phi}}{\mu_{\text{пр}}}$$

Для воды при  $20^\circ\text{С}$  значение  $\mu_{\phi} = 1 \text{ спз}$ , а при  $40^\circ\text{С}$   $\mu_{\text{пр}} = 0,656 \text{ спз}$ . Подставив эти величины в предыдущее уравнение, получим

$$\omega_{\text{пр}} = 8,8 \cdot 10^3 \frac{1}{0,656} = 1,34 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3/(\text{м}^2 \cdot \text{ч})$$

Продолжительность промывки определяем по уравнению (14)

$$\tau_{\text{пр}} = \frac{V_{\text{пр}}}{\omega_{\text{пр}}} = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{1,34 \cdot 10^{-2}} = 0,75 \text{ ч}$$

**Пример 11.** На фильтре поверхностью  $S = 50 \text{ м}^2$  фильтруют суспензию, содержащую  $q_{\text{тв}} = 15\%$  твердой фазы. Влажность осадка  $u = 40\%$ . Определить толщину осадка на фильтре, если продолжительность фильтрования и промывки осадка составила  $10 \text{ ч}$ ; осадок



промывают объемом воды, равным 1/5 объема фильтрата. Константы фильтрования  $a=1,08 \cdot 10^5$  сек/м<sup>2</sup>;  $b=2,16 \cdot 10^3$  сек/м; плотность твердой фазы  $\rho_1=3000$  кг/м<sup>3</sup>, плотность жидкой фазы  $\rho_2=1000$  кг/м<sup>3</sup>.

**Решение.** Сначала определяем конечный объем фильтрата. Продолжительность собственно фильтрования и промывки осадка

$$\tau = \tau_{\phi} + \tau_{\text{пр}} = aV^2 + bV + \frac{0,2V}{\frac{1}{2aV + b}}$$

или

$$\tau = aV^2 + bV + 0,4aV^2 + 0,2bV$$

откуда после подстановки числовых значений и перегруппировки членов получим

$$151V^2 + 2,6V - 36 = 0$$

$$V = \frac{-2,6 + \sqrt{2,6^2 + 4 \cdot 151 \cdot 36}}{2 \cdot 151} = \frac{-2,6 + 147}{302} = 0,48 \text{ м}^3/\text{м}^2$$

Общий объем фильтрата

$$V_{\phi} = SV = 50 \cdot 0,48 = 24 \text{ м}^3$$

Для определения толщины слоя осадка на фильтре необходимо определить объем осадка. Обозначив через  $M_{\phi}$ ,  $M_{\text{сусп}}$  и  $M_{\text{ос}}$  массы фильтрата, суспензии и осадка, можно написать следующие соотношения

$$M_{\phi} = V_{\phi} \rho_2 = 24 \cdot 1000 = 24 \text{ 000 кг}$$

$$M = \frac{M_{\text{сусп}} q_{\text{ТВ}}}{100 - u} = \frac{M_{\text{сусп}} 15}{100 - 40} = \frac{15 M_{\text{сусп}}}{60} = \frac{M_{\text{сусп}}}{4}$$

$$M_{\text{сусп}} = M_{\phi} + M_{\text{ос}} = M_{\phi} + \frac{M_{\text{сусп}}}{4}$$

Отсюда

$$3M_{\text{сусп}} = 4M_{\phi}; M_{\text{сусп}} = \frac{4M_{\phi}}{3} = \frac{4 \cdot 24000}{3} = 32000 \text{ кг}$$

Следовательно

$$M_{\text{ос}} = \frac{M_{\text{сусп}}}{4} = \frac{32000}{4} = 8000 \text{ кг}$$

Плотность осадка определяем из соотношения

$$\frac{100}{\rho_{\text{ос}}} = \frac{60}{3000} + \frac{40}{1000}$$

откуда

$$\rho_{\text{ос}} = 1670 \text{ кг/м}^3$$

Соответственно объем осадка

$$V_{\text{ос}} = \frac{M_{\text{ос}}}{\rho_{\text{ос}}} = \frac{8000}{1670} = 4,8 \text{ м}^3$$

а толщина слоя осадка на фильтре

$$l = \frac{V_{\text{ос}}}{S} = \frac{4,8}{50} = 0,096 \text{ м}$$

**Пример 12.** Из опытных данных по фильтрованию суспензии при разности давлений  $\Delta p = 9,81 \cdot 10^4 \text{ н/м}^2$  была вычислена необходимая поверхность фильтрования  $S = 0,35 \text{ м}^2$ . Подобрать центрифугу, которая позволила бы осуществить фильтрование при тех же условиях, если плотность суспензии  $\rho_{\text{сусп}} = 1200 \text{ кг/м}^3$ , а толщина слоя осадка в центрифуге принята равной 100 мм.

**Решение.** Выбираем центрифугу с диаметром ротора  $D = 450 \text{ мм}$  и высотой  $I = 250 \text{ мм}$ . Поверхность фильтрования центрифуги

$$S = \pi DI = 3,14 \cdot 0,450 \cdot 0,250 = 0,354 \text{ м}^2$$

Эта поверхность соответствует требуемой поверхности фильтрования. Центрифуга должна также обеспечить разность давлений, при которой проводились опыты по фильтрованию.

Определим давление, оказываемое суспензией во время центрифугирования, из уравнения (15)

$$\Delta p = \frac{\omega^2}{2} \rho_{\text{сусп}} (R_2^2 - R_1^2)$$

Подставив вместо угловой скорости ее выражение через число оборотов, получим

$$n^2 = \frac{\Delta p}{2\pi^2 \rho_{\text{сусп}} (R_2^2 - R_1^2)} = \frac{9,81 \cdot 10^4}{2 \cdot 9,85 \cdot 1,2 \cdot 10^3 (0,05^2 - 0,0156)} = 120$$

$$n = 11 \text{ об/сек} = 660 \text{ об/мин}$$

**Пример 13.** Рассчитать нутч-фильтр для фильтрования водной суспензии, содержащей  $q_{\text{тв}} = 5\%$  твердой фазы. Влажность осадка  $u = 45\%$ . Производительность фильтра по фильтрату  $V_{\text{ф}} = 5 \text{ м}^3/\text{ч}$ . Перепад давления на фильтре  $\Delta p = 500 \text{ мм.рт.ст.}$  Удельное сопротивление осадка  $r_0 = 9 \cdot 10^{11} \text{ м}^{-2}$ , сопротивление фильтровальной перегородки  $R_0 = 2 \cdot 10^9 \text{ м}^{-1}$ ; плотность твердой фазы  $\rho_1 = 2000 \text{ кг/м}^3$ ; плотность жидкой фазы  $\rho_2 = 1000 \text{ кг/м}^3$ . Осадок промывают водой при температуре  $t = 20^\circ\text{C}$ , используя 1 кг воды на 1 кг осадка.

**Решение.** Составляем материальный баланс и определяем объем осадка; выбираем толщину слоя осадка и находим время фильтрования осадка данной толщины. Затем определяем время собственно фильтрования и общее время, затраченное на операцию, после чего вычисляем поверхность фильтрования и необходимое число фильтров.

### 1 Составление материального баланса

Сначала определяем плотность суспензии

$$\frac{100}{\rho_{\text{сусп}}} = \frac{95}{1000} + \frac{5}{2000}$$

$$\rho_{\text{сусп}} = 1020 \text{ кг/м}^3$$

и плотность осадка

$$\frac{100}{\rho_{\text{ос}}} = \frac{55}{2000} + \frac{45}{1000}$$

$$\rho_{\text{ос}} = 1380 \text{ кг/м}^3$$

Затем определяем количество суспензии и осадка. Обозначив через  $M_{\text{сусп}}$ ,  $M_{\text{ф}}$  и  $M_{\text{ос}}$  массу суспензии, фильтрата и осадка, можно написать соотношение

$$M_{\text{ф}} = M_{\text{сусп}} - M_{\text{ос}}$$

но

$$M_{\text{ос}} = \frac{M_{\text{сусп}} q_{\text{ТВ}}}{100 - u}$$

и, следовательно

$$M_{\text{ф}} = M_{\text{сусп}} - \frac{q_{\text{ТВ}} M_{\text{сусп}}}{100 - u}$$

$$5000 = M_{\text{сусп}} - \frac{5 M_{\text{сусп}}}{55}; M_{\text{сусп}} = 5500 \text{ кг/ч}$$

Таким образом, количество получаемого осадка

$$M_{\text{ос}} = M_{\text{сусп}} - M_{\text{ф}} = 5500 - 5000 = 500 \text{ кг/ч}$$

## 2 Определение объема осадка и отношения %

$$V_{\text{ос}} = \frac{M_{\text{ос}}}{\rho_{\text{ос}}} = \frac{500}{1380} = 0,38 \frac{\text{м}^3}{\text{ч}}$$

$$X = \frac{V_{\text{ос}}}{V_{\phi}} = \frac{0,36}{5} = 0,072 \text{ м}^3/\text{м}^2$$

## 3 Толщина слоя осадка

Принимаем толщину слоя осадка  $I = 200$  мм. На  $1 \text{ м}^2$  поверхности фильтрации количество осадка составит

$$V_{\text{ос}} = 1 \cdot 0,2 = 0,2 \text{ м}^3/\text{м}^2$$

или

$$M_{\text{ос}} = 0,2 \cdot 1380 = 276 \text{ кг}/\text{м}^2$$

Соответствующее удельное количество фильтрата

$$V_{\phi} = \frac{V_{\text{ос}}}{X} = \frac{0,2}{0,072} = 2,8 \text{ м}^3/\text{м}^2$$

**4 Время фильтрования** объема фильтрата, отнесенного к  $1 \text{ м}^2$  поверхности фильтрации.

Сначала находим константы фильтрования по уравнениям (10) и (11). Вязкость воды при  $20^\circ\text{C}$   $\mu = 1$  спз; перепад давления на фильтре

$$\Delta p = 500 \cdot 133,32 = 6,66 \cdot 10^4 \text{ н}/\text{м}^2$$

Подставив числовые значения в уравнения (10) и (11), получим

$$a = \frac{r_0 x \mu}{2 \Delta p} = \frac{9 \cdot 10^{11} \cdot 7,2 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 6,66 \cdot 10^4} = 4,85 \cdot 10^2 \text{ сек}/\text{м}^2$$

$$b = \frac{\mu R_0}{\Delta p} = \frac{10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^9}{6,66 \cdot 10^4} = 30 \text{ сек}/\text{м}$$

Время фильтрования найдем по уравнению (9)

$$\tau = 4,85 \cdot 10^2 \cdot 2,82 + 30 \cdot 2,8 = 3884 \text{ сек} = 1,08 \text{ ч}$$

## 5 Время промывки

Определяем сначала скорость промывки по уравнению (12)

$$\omega_{\text{пр}} = \omega_{\phi} = \frac{1}{2aV + b} = \frac{1}{2 \cdot 4,85 \cdot 10^2 \cdot 2,8 + 30}$$

$$\omega_{\text{пр}} = 3,6510^{-4} \frac{\text{м}^3}{\text{м}^2 \cdot \text{сек}} = 1,32 \text{ м}^3 / (\text{м}^2 \cdot \text{ч})$$

Количество промывной воды

$$V_{\text{пр}} = \frac{1 \cdot 276}{1000} = 0,276 \text{ м}^3 / \text{м}^2$$

Время промывки находим из уравнения (14)

$$\tau_{\text{пр}} = \frac{V_{\text{пр}}}{\omega_{\text{пр}}} = \frac{0,276}{1,32} = 0,209 \text{ ч}$$

### **6 Общая продолжительность цикла фильтрования**

Принимаем продолжительность разгрузки фильтра  $\tau_{\text{пр}} = 15$  мин = 0,25 ч и время, необходимое для подготовки фильтрующей поверхности,  $\tau_{\text{подг}} = 10$  мин = 0,166 ч. Таким образом, общая продолжительность цикла фильтрования

$$\tau_{\text{подг}} = \tau_{\text{ф}} + \tau_{\text{пр}} + \tau_{\text{р}} + \tau_{\text{подг}} = 1,07 + 0,209 + 0,25 + 0,166 = 1,7 \text{ ч}$$

### **7 Требуемая поверхность фильтрования**

По производительности фильтра (по фильтрату) и общей продолжительности цикла фильтрования определяем величину необходимой поверхности фильтрования

$$S = \frac{V_{\text{ф}}}{V} \tau_{\text{общ}} = \frac{5 \cdot 1,7}{2,8}$$

### **8 Число фильтров**

Выбираем нутч-фильтр круглого сечения диаметром  $D = 1000$  мм и высотой  $I = 350$  мм. Число фильтров, требуемое по расчету

$$n = \frac{4S}{\pi D^2} = \frac{4 \cdot 3,03}{3,14 \cdot 1^2} = 3,9$$

Таким образом, должно быть установлено 4 фильтра.

## Индивидуальные задания

**Задача 1.** Определить критический диаметр гранул суспензии, если их плотность  $\rho_1=2750 \text{ кг/м}^3$ , плотность жидкой фазы  $\rho_2=1200 \text{ кг/м}^3$ , а ее вязкость  $\mu=2,4 \text{ спз}$ .

**Задача 2.** Из условий предыдущей задачи определить скорость осаждения гранул диаметром  $d=25 \text{ мкм}$ .

**Задача 3.** Определить скорость осаждения гранул пирита в газе при температуре  $400^\circ\text{C}$ . Дано: минимальный диаметр гранул пирита  $d=10 \text{ мкм}$ , плотность гранул  $\rho_1=4000 \text{ кг/м}^3$ ; плотность газа  $\rho_2=0,508 \text{ кг/м}^3$ ; его кинематическая вязкость  $\nu=6,038 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{сек}$ .

**Задача 4.** По условиям предыдущей задачи определить размеры осадительной камеры. Расход газа, приведенного к нормальным условиям,  $Q_{об}=3600 \text{ м}^3/\text{ч}$ ; максимально допустимая скорость газа в камере принята равной  $v=0,25 \text{ м/сек}$ .

**Задача 5.** Определить константы фильтрования  $a$  и  $b$  по следующим экспериментальным данным:

Время  $\tau$ , сек 70 225 455 770

Объем фильтрата, л 10 20 30 40

Эти данные получены при фильтровании суспензии на фильтре поверхностью  $S=0,05 \text{ м}^2$  при перепаде давления  $\Delta p=4,91 \cdot 10^4 \text{ н/м}^2$  и температуре  $20^\circ\text{C}$ .

**Задача 6.** По условиям предыдущей задачи определить удельное сопротивление осадка и сопротивление фильтра, если  $x=0,01 \text{ м}^3/\text{м}^3$  и  $\mu=1 \text{ спз}$ .

**Задача 7.** Определить константы фильтрования при фильтровании водной суспензии при  $20^\circ\text{C}$  и перепаде давления на фильтре  $\Delta p=6 \text{ кгс/см}^2$ . Отношение  $X=0,07 \text{ м}^3/\text{м}^3$ ;  $r_0=2,86 \cdot 10^{15} \text{ м}^{-2}$ ;  $R_0=4,3 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$ .

**Задача 8.** На равном фильтрпрессе фильтруют суспензию динатрийфосфата, содержащую  $q_{\text{ТВ}}=50\%$  твердой фазы. Влажность полученного осадка  $u=40\%$ . Производительность фильтра по осадку  $M_{\text{ос}}=700$  кг/ч. Определить расход фильтруемой суспензии, фильтрата и отношение  $X$ , если плотность твердой фазы  $\rho_1=1600$  кг/м<sup>3</sup>; плотность жидкой фазы  $\rho_2=1000$  кг/м<sup>3</sup>.

**Задача 9.** По условиям предыдущей задачи определить требуемую поверхность фильтрования. Известны константы фильтрования:  $a=1,19 \cdot 10^6$  сек/м<sup>2</sup>;  $b=51$  сек/м.

**Задача 10.** Определить по условиям предыдущей задачи, сколько времени потребуется для промывания осадка из расчета 2 кг воды на 1 кг осадка. Вязкость фильтрата  $\mu_{\text{ф}}=0,7$  спз; вязкость промывной воды  $\mu_{\text{в}}=1$  спз.

**Задача 11.** Определить поверхность нутч-фильтра, работающего в следующих условиях: количество фильтруемой суспензии  $Q_{\text{с}}=2500$  кг; содержание в ней твердой фазы  $q_{\text{ТВ}}=10\%$ ; влажность осадка  $u=60\%$ ; плотность фильтрата  $\rho_2=1040$  кг/м<sup>3</sup>; плотность осадка  $\rho_{\text{ос}}=1100$  кг/м<sup>3</sup>; удельное сопротивление осадка  $r_0=1,324 \cdot 10^{14}$  м<sup>-2</sup>; сопротивление фильтровальной перегородки  $R_0=5,69 \cdot 10^{11}$  м<sup>-1</sup>; количество промывной воды  $1,75$  м<sup>3</sup>/м<sup>3</sup> влажного осадка; вязкость фильтрата  $\mu_{\text{ф}}=1,1$  спз; вязкость промывной воды  $1$  спз; перепад давления на фильтре  $\Delta p=1,96 \cdot 10^5$  н/м<sup>2</sup>. Время, необходимое для разгрузки и подготовки фильтра,  $\tau_{\text{р+подг}}=20$  мин.

## Список использованных источников

1. **Батунер, Л.М.** Математические методы в химической технике [Текст]: учеб. / Л.М. Батунер, М.Е. Позин; Химия, 5-е изд.; М., 1968. 823 с.

2. **Брайнес, Я.М.** Примерные расчеты фильтрующих аппаратов [Текст]: учеб. / Я.М. Брайнес; Госиздат. 2-е изд.; М., 1961. 598 с.

3. **Вычислительная математика в химии и химической технологии** [Текст]: учеб. / С.В. Брановицкая, Р.Б. Медведев, Ю.Я. Фиалков; Высшая школа. Головное издательство, М., 1986. 216 с.

4. **Основы вычислительной математики** [текст]: учеб. / Б.П. Демидович, И.А. Марон; Наука. М. 1970. 664 с.

5. **Теория вероятностей и математическая статистика** [текст]: учеб. / В.Е. Гмурман; Высшая школа. М. 1977. 479 с.

6. **Флореа, О.** Расчеты по процессам и аппаратам химической технологии [Текст]: учеб. / О. Флореа, О. Смигельский; Химия. М., 1971. 448 с.