

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна
Должность: проректор по учебной работе
Дата подписания: 16.06.2023 12:36:12
Уникальный программный ключ:
0b817ca911e6668abb13a5d426d39e5f1c11eabbf73e943df4a4851fda56d089

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)
Кафедра информационных систем и технологий

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
О.Г. Локтионова
« 16 » 2019 г.



Теория принятия решений:
методические указания к практическим занятиям для бакалавров
направления 02.03.03 Математическое обеспечение и
администрирование информационных систем

Курск 2019

УДК 519.81

Составитель: Ю.А. Халин

Рецензент

Кандидат технических наук, доцент С.Ю. Сазонов

Теория принятия решений: методические указания к практическим занятиям / Юго-Зап. гос. ун-т; сост. Ю.А. Халин. Курск, 2019. 49 с. Библиогр.: с. 49.

Приводится описание методов теории принятия решений. Методические указания включают краткие теоретические сведения и типовые задачи выбора альтернатив.

Методические рекомендации предназначены для студентов, обучающихся по направлению 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем.

Текст печатается в авторской редакции.

Подписано в печать 30.04.19. Формат 60x84 1/16.
Усл.печ. л. 1,59 п.л. Уч.-изд. л. 1,28 . Тираж 100 экз. Заказ.
Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

СОДЕРЖАНИЕ

Практическая работа №1. Обработка экспертной информации методом парных сравнений	4
Практическая работа №2. Обработка экспертной информации методом ранговой корреляции.....	13
Практическая работа №3. Ранжирование объектов выбора со статистической проверкой согласованности	22
Практическая работа №4. Критериальные методы структурирования экспертной информации	33
Библиографический список	49

Практическая работа №1. Обработка экспертной информации методом парных сравнений

Цель занятия:

- Изучить методы представления результатов экспертиз.
- Провести обработку экспертных оценок методом парных сравнений.

Краткие сведения из теории

В практике прогнозирования экономических процессов перед экспертами ставится задача оценить приоритетность тех или иных тенденций развития, видов деятельности, степень значимости тех или иных свойств (параметров) изделий.

Для повышения объективности индивидуальных экспертных оценок информация о значимости отдельных мнений может быть получена методом парных сравнений. Эксперту предлагается сравнить объекты (параметры, свойства и т.д.) попарно, используя шкалу отношений. То есть эксперт не дает количественных оценок преимуществ одного объекта перед другим или степени их значимости, а используя понятия «больше», «меньше», «равно», «лучше», «хуже», «неразлично» и др., сопоставляет объекты между собой. Степень предпочтения объектов заранее считается неизвестной, она определяется в результате обработки полученных оценок. Результаты оценивания фиксируются в виде квадратной матрицы парных сравнений в виде символов:

- \succ ,если $X_i > X_j$;
- \prec ,если $X_i < X_j$;
- \approx ,если $X_i = X_j$.

Допустим, эксперту предлагается сравнить значимость шести функций сотового телефона: камера, игры, мультимедиа, WAP, музыка, электронная почта. Результаты оценивания, представленные в виде матрицы парных сравнений, приведены в табл. №1. Обозначим i – номер строки, j – номер столбца.

Таблица №1

Матрица парных сравнений

	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆
X ₁	≈	γ	γ	λ	γ	γ
X ₂	λ	≈	γ	λ	≈	λ
X ₃	λ	λ	≈	≈	λ	γ
X ₄	γ	γ	≈	≈	γ	γ
X ₅	λ	≈	γ	λ	≈	≈
X ₆	λ	γ	λ	λ	≈	≈

Далее строится квадратная матрица $A = (a_{ij})$ по следующему правилу

$a_{ij} = 1 + y$, если $X_i \succ X_j$; $a_{ij} = 1 - y$, если $X_i \prec X_j$ и $a_{ij} = 1$, если $X_i \approx X_j$.

Если принять $y = 1$, то получим матрицу парных сравнений в виде табл. 2.

Таблица №2

Матрица парных сравнений

	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆
X ₁	1	2	2	0	2	2
X ₂	0	1	2	0	1	0
X ₃	0	0	1	1	0	2
X ₄	2	2	1	1	2	2
X ₅	0	1	2	0	1	1
X ₆	0	2	0	0	1	1

Далее в расчет вводится понятие «итерированная сила» порядка «k» параметров в виде матрицы – столбца $P(k)$, которая определяется по формуле:

$$P(k) = A \times P(k-1), k = 1, 2, \dots, m \quad (1)$$

Итерированная сила объекта X_i определяется как произведение строки матрицы A на столбец матрицы $P(k)$:

$$P_i(k) = \sum_{j=1}^m a_{ij} \times P_j(k-1) \quad (2)$$

В начале расчета при $j = 1$, берется $P_1(0) = 1$.

$$P(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} .$$

Исходную матрицу A умножаем на $P(0)$:

$$P(1) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 4 \\ 4 \\ 10 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} .$$

Процесс вычислений продолжается с учетом полученной итерированной силы предыдущей итерации. Так на второй итерации получим:

$$P(2) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 9 \\ 4 \\ 4 \\ 10 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 43 \\ 17 \\ 30 \\ 46 \\ 21 \\ 17 \end{pmatrix} .$$

Практическую ценность в данном методе представляет нормированная итерированная сила k – го порядка i – го параметра $P_i^H(k)$, которая и является коэффициентом весомости i – го объекта:

$$P_i^H(k) = P_i(k) / \sum P_i(k); \quad (3)$$

Произведя вычисления по формуле (3), получим:

$$\begin{aligned}
P_1^H(2) &= 43 : 174 = 0,2471; \\
P_2^H(2) &= 17 : 174 = 0,0977; \\
P_3^H(2) &= 30 : 174 = 0,1724; \\
P_4^H(2) &= 46 : 174 = 0,2644; \\
P_5^H(2) &= 21 : 174 = 0,1207; \\
P_6^H(2) &= 17 : 174 = 0,0977.
\end{aligned}$$

Процесс вычислений проводим до получения заданной погрешности. С каждой последующей итерацией происходит уточнение результатов расчетов. Ограничившись в данном примере двумя итерациями можно оценить весомость принятых к экспертизе параметров сотового телефона:

- WAP – 26,44%;
- камера – 24,71%;
- мультимедиа – 17,24%;
- музыка – 12,07%;
- игры и электронная почта по 9,77%.

Другим простым, достаточно надежным методом построения матрицы парных сравнений является использование результатов ранжирования, когда эксперт производит измерение объектов в порядковой шкале.

В этом случае эксперт проводит попарную оценку значимости объектов (признаков, свойств, параметров и т.д.) и заполняет матрицу парных сравнений $A = (a_{ij})$, элементы которой определяются по правилу:

$$a_{ij} = 1, \text{ если } r_j \geq r_i \text{ и } a_{ij} = 0, \text{ если } r_j < r_i; \quad (4)$$

где r_j, r_i ранги, присвоенные экспертом j – му и i – му объектам.

Формирование матрицы рассмотрим на примере. Пусть экспертом дана оценка объектов по десятибалльной шкале:

A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
5	4	4	3	2

В этом случае элементы в порядке предпочтительности следует записать $A_1 \succ A_2 \approx A_3 \succ A_4 \succ A_5$. Составим матрицу парных сравнений согласно правилу (1), при этом строки матрицы будут иметь следующий вид:

строка 1: $A_1 \approx A_1; A_1 \succ A_2; A_1 \succ A_3; A_1 \succ A_4; A_1 \succ A_5;$

строка 2: $A_2 \prec A_1; A_2 \approx A_2; A_2 \approx A_3; A_2 \succ A_4; A_2 \succ A_5;$

строка 3: $A_3 \prec A_1; A_3 \approx A_2; A_3 \approx A_3; A_3 \succ A_4; A_3 \succ A_5;$

строка 4: $A_4 \prec A_1; A_4 \prec A_2; A_4 \prec A_3; A_4 \approx A_4; A_4 \succ A_5;$

строка 5: $A_5 \prec A_1$; $A_5 \prec A_2$; $A_5 \prec A_3$; $A_5 \prec A_4$; $A_5 \approx A_5$.

Матрица парных сравнений

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
A_1	1	1	1	1	1
A_2	0	1	1	1	1
A_3	0	1	1	1	1
A_4	0	0	0	1	1
A_5	0	0	0	0	1

Методом итераций по формулам (1) и (2) определим итерированную силу $P(k)$:

Итерация 1:

$$P(1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix};$$

Итерация 2:

$$P(2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ 11 \\ 11 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix};$$

Произведя вычисления по формуле (3), найдем нормированную величину, которая определяет значимость оцениваемых объектов:

$$P_i^H(k) = P_i(k) / \sum P_i(k);$$

$$P_1^H(2) = 16 : 42 = 0,3809;$$

$$P_2^H(2) = 11 : 42 = 0,2619;$$

$$P_3^H(2) = 11 : 42 = 0,2619;$$

$$P_4^H(2) = 03 : 42 = 0,0714;$$

$$P_5^H(2) = 01 : 42 = 0,0238.$$

Ограничившись в данном примере двумя итерациями, можно оценить значимость принятых к экспертизе объектов, так первый объект A_1 имеет коэффициент весомости 0,3809, $A_2 - 0,2619$, $A_3 - 0,2619$, $A_4 - 0,0714$, $A_5 - 0,0238$.

Индивидуальное задание студента

Используя метод парных сравнений, сравнить важность критериев для выбора контрагентов, поставляющих зерно на комбинат хлебопродуктов. Выбор осуществим по следующим критериям: качество зерна, цена зерна, транспортные издержки, форма оплаты, минимальный размер поставляемой партии, надежность поставки. По результатам ранжирования критериев экспертом (таблица 1) сформировать матрицу парных сравнений, проведя три итерации, найти итерированную силу критерия и оценить значимость принятых критериев.

Вариант 1
Ранжирование критериев

	Критерии	Ранг
1	Качество зерна	1
2	Цена зерна	2
3	Транспортные расходы	6
4	Форма оплаты	4
5	Минимальная партия	3
6	Надежность поставки	5

Вариант 2
Ранжирование критериев

	Критерии	Ранг
1	Качество зерна	2
2	Цена зерна	1
3	Транспортные расходы	4
4	Форма оплаты	5
5	Минимальная партия	3
6	Надежность поставки	6

Вариант 3
Ранжирование критериев

	Критерии	Ранг
1	Качество зерна	1
2	Цена зерна	3
3	Транспортные расходы	6
4	Форма оплаты	4
5	Минимальная партия	2
6	Надежность поставки	5

Вариант 4
Ранжирование критериев

	Критерии	Ранг
1	Качество зерна	2
2	Цена зерна	1
3	Транспортные расходы	6
4	Форма оплаты	5
5	Минимальная партия	3
6	Надежность поставки	4

Вариант 5

Вариант 6

Ранжирование критериев

	Критерии	Ранг
1	Качество зерна	3
2	Цена зерна	2
3	Транспортные расходы	6
4	Форма оплаты	4
5	Минимальная партия	5
6	Надежность поставки	1

Ранжирование критериев

	Критерии	Ранг
1	Качество зерна	2
2	Цена зерна	3
3	Транспортные расходы	4
4	Форма оплаты	5
5	Минимальная партия	1
6	Надежность поставки	6

Вариант 7

Ранжирование критериев

	Критерии	Ранг
1	Качество зерна	1
2	Цена зерна	2
3	Транспортные расходы	5
4	Форма оплаты	4
5	Минимальная партия	3
6	Надежность поставки	6

Вариант 8

Ранжирование критериев

	Критерии	Ранг
1	Качество зерна	2
2	Цена зерна	1
3	Транспортные расходы	6
4	Форма оплаты	5
5	Минимальная партия	3
6	Надежность поставки	4

Вариант 9

Ранжирование критериев

	Критерии	Ранг
1	Качество зерна	1
2	Цена зерна	2
3	Транспортные расходы	5
4	Форма оплаты	4
5	Минимальная партия	3
6	Надежность поставки	6

Вариант 10

Ранжирование критериев

	Критерии	Ранг
1	Качество зерна	3
2	Цена зерна	1
3	Транспортные расходы	4
4	Форма оплаты	5
5	Минимальная партия	1
6	Надежность поставки	6

Вариант 11

Ранжирование критериев

	Критерии	Ранг
1	Качество зерна	2
2	Цена зерна	3
3	Транспортные расходы	6
4	Форма оплаты	4
5	Минимальная партия	1
6	Надежность поставки	5

Вариант 12

Ранжирование критериев

	Критерии	Ранг
1	Качество зерна	2
2	Цена зерна	1
3	Транспортные расходы	3
4	Форма оплаты	5
5	Минимальная партия	6
6	Надежность поставки	4

Вариант 13
Ранжирование критериев

	Критерии	Ранг
1	Качество зерна	4
2	Цена зерна	2
3	Транспортные расходы	6
4	Форма оплаты	3
5	Минимальная партия	5
6	Надежность поставки	1

Вариант 14
Ранжирование критериев

	Критерии	Ранг
1	Качество зерна	2
2	Цена зерна	3
3	Транспортные расходы	6
4	Форма оплаты	5
5	Минимальная партия	1
6	Надежность поставки	4

Вариант 15
Ранжирование критериев

	Критерии	Ранг
1	Качество зерна	3
2	Цена зерна	2
3	Транспортные расходы	5
4	Форма оплаты	4
5	Минимальная партия	1
6	Надежность поставки	6

Вариант 16
Ранжирование критериев

	Критерии	Ранг
1	Качество зерна	2
2	Цена зерна	4
3	Транспортные расходы	6
4	Форма оплаты	5
5	Минимальная партия	3
6	Надежность поставки	1

Вариант 17
Ранжирование критериев

	Критерии	Ранг
1	Качество зерна	1
2	Цена зерна	2
3	Транспортные расходы	6
4	Форма оплаты	3
5	Минимальная партия	4
6	Надежность поставки	5

Вариант 18
Ранжирование критериев

	Критерии	Ранг
1	Качество зерна	3
2	Цена зерна	1
3	Транспортные расходы	6
4	Форма оплаты	5
5	Минимальная партия	2
6	Надежность поставки	4

Вариант 19
Ранжирование критериев

	Критерии	Ранг
1	Качество зерна	4
2	Цена зерна	2
3	Транспортные расходы	1
4	Форма оплаты	3
5	Минимальная партия	5
6	Надежность поставки	6

Вариант 20
Ранжирование критериев

	Критерии	Ранг
1	Качество зерна	2
2	Цена зерна	6
3	Транспортные расходы	1
4	Форма оплаты	5
5	Минимальная партия	3
6	Надежность поставки	4

Вариант 21
Ранжирование критериев

	Критерии	Ранг
--	----------	------

Вариант 22
Ранжирование критериев

	Критерии	Ранг
--	----------	------

1	Качество зерна	3	1	Качество зерна	2
2	Цена зерна	2	2	Цена зерна	4
3	Транспортные расходы	1	3	Транспортные расходы	5
4	Форма оплаты	4	4	Форма оплаты	6
5	Минимальная партия	5	5	Минимальная партия	3
6	Надежность поставки	6	6	Надежность поставки	1

Практическая работа №2. Обработка экспертной информации методом ранговой корреляции

Цель занятия:

- Изучить методы представления результатов экспертиз.
- Провести обработку экспертных оценок методом ранговой корреляции.

Краткие сведения из теории

В практике прогнозирования экономических процессов перед экспертами ставится задача оценить приоритетность тех или иных тенденций развития, видов деятельности, степень значимости тех или иных свойств(параметров) изделий.

В данном случае в качестве инструмента обработки может быть использован метод ранговой корреляции, а согласованность мнений экспертов может быть оценена коэффициентом конкордации.

Последовательность расчетов методом ранговой корреляции:

1. Получение индивидуальных экспертных оценок относительно важности, значимости, приоритетности оцениваемых параметров или объектов. Оценки экспертов даются в виде весовых коэффициентов, которые могут принимать значение от 0 до 1. Сумма коэффициентов, представленных одним экспертом, должна равняться 1.

2. Ранжирование оценок важности, данных экспертами. Каждая оценка, данная i – м экспертом, выражается рангом R_{ij} – числом натурального ряда – таким образом, что значение 1 дается максимальной оценке, а n – минимальной. Если среди оценок, данных i – м экспертом, есть одинаковые, то им присваивается одинаковый ранг, равный среднему арифметическому соответствующих чисел натурального ряда. Например, если максимальное количество баллов получили одновременно три объекта, то их ранг будет $(1 + 2 + 3)/3 = 2$, а следующий по значимости объект получит ранг, равный 3.

3. Расчет суммы рангов по каждому объекту (S_j):

$$S_j = \sum_{i=1}^n R_{ij},$$

где n – число экспертов $i = 1, 2, \dots, n$;

m – количество оцениваемых объектов (свойств, направлений), $j = 1, 2, \dots, m$.

4. Определение среднего значения суммы рангов по всем объектам оценивания :

$$\bar{S} = \sum_{i=1}^n R_{ij} / m.$$

5. Расчет отклонения суммы рангов по j – объекту оценивания от среднего значения:

$$d_j = S_j - \bar{S}.$$

6. Расчет показателя, характеризующего равные ранги

$$T_i = \sum (t_i^3 - t_i),$$

где t_i – количество равных рангов в i – группе.

7. Расчет коэффициента конкордации, выводы о согласованности мнений экспертов:

$$W = 12 \sum_{j=1}^4 d_j^2 / (n^2(m^3 - m) - n \sum_{i=1}^5 T_i).$$

Полагают при практике экспертного оценивания, что коэффициент конкордации менее 0,75 свидетельствует о недостаточной согласованности мнений экспертной группы, чтобы по результатам экспертизы можно было построить достоверный прогноз.

Пример реализации метода. Для разработки прогноза развития рынка образовательных услуг экспертов (5 чел.) попросили оценить значимость

параметров, определяющих выбор организации, оказывающей образовательные услуги. В ходе обсуждения были выделены такие параметры:

- стаж работы на рынке образовательных услуг;
- репутация организации;
- форма обучения;
- продолжительность обучения.

Результаты экспертизы в виде оценок значимости выбранных параметров и результаты обработки приведены в табл. №1

Таблица №1

Оценка согласованности мнений экспертов

Параметр	оценка значимости параметров (коэффициенты весомости)					экспертная оценка значимости параметров (ранги)					сумма рангов S_j	d_j^2	$1/S_j$	средний коэффициент весомости
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5				
Стаж работы на рынке	0,3	0,2	0,3	0,4	0,5	1,5	3	2	1	1	8,5	5,0625	0,117	0,3
Репутация института	0,3	0,4	0,4	0,2	0,3	1,5	1	1	3	2	8,5	5,0625	0,117	0,3
Форма обучения	0,2	0,3	0,2	0,2	0,1	3,5	2	3	3	3,5	11,5	0,5625	0,087	0,22
Продолжительность обучения	0,2	0,1	0,1	0,2	0,1	3,5	4	4	3	3,5	14,5	14,062	0,069	0,18
Итого	1	1	1	1	1	-	-	-	-	-	43	24,75	0,39	1,0

Расчет показателей, указывающих на равные ранги:

$$T_1 = (8 - 2) + (8 - 2) = 12; T_2 = 0; T_3 = 0; T_4 = 27 - 3 = 24;$$

$$T_5 = 8 - 2 = 6; T_1 + T_4 + T_5 = 12 + 24 + 6 = 42.$$

Здесь, например, для первого эксперта $T_1 = \sum (t_1^3 - t_1) = (2^3 - 2) + (2^3 - 2) = 12$.

Коэффициент конкордации, определяющий степень согласованности мнений экспертов, определим по формуле:

$$W = 12 \sum_{j=1}^4 d_j^2 / (n^2(m^3 - m) - n \sum_{i=1}^5 T_i) = 12 \times 24,75 / (5^2(4^3 - 4) - 5 \times 42) = 0,230,$$

где n – число экспертов, $i = 1, \dots, 5$;

m – количество, оцениваемых направлений (объектов), $j = 1, \dots, 4$.

По мнению экспертной группы, определяющей выбор организации, оказывающей образовательные услуги, в первую очередь учитывается стаж деятельности института на рынке образовательных услуг (30%) и репутация организации (22%), далее форма обучения (22%) и на последнем месте стоит продолжительность обучения (18%). Следует, однако, отметить, что степень согласованности мнений экспертов составляет всего 0,23, что требует исследования внутригруппового поведения экспертов.

Индивидуальное задание студента

Используя метод ранговой корреляции, оценить важность параметров, учитываемых клиентами туристической фирмы (Таблица 1). Перевести коэффициенты весомости в ранги. Оценить степень согласованности мнений экспертов.

Вариант 1

Таблица 1 - Коэффициенты весомости параметров

Параметры	Коэффициенты весомости			
	1	2	3	4
1. Страна	0,4	0,2	0,25	0,3
2. Стоимость тура	0,4	0,3	0,30	0,4
3. Сезон	0,1	0,4	0,25	0,2
4. Продолжительность тура	0,1	0,1	0,20	0,1

Вариант 2

Таблица 1 - Коэффициенты весомости параметров

Параметры	Коэффициенты весомости			
	1	2	3	4
1. Страна	0,3	0,25	0,25	0,1

2.Стоимость тура	0,4	0,30	0,30	0,4
3. Сезон	0,1	0,40	0,15	0,4
4. Продолжительность тура	0,2	0,15	0,30	0,1

Вариант 3

Таблица 1 - Коэффициенты весомости параметров

Параметры	Коэффициенты весомости			
	1	2	3	4
1.Страна	0,4	0,2	0,35	0,2
2.Стоимость тура	0,2	0,4	0,20	0,5
3. Сезон	0,15	0,3	0,25	0,2
4. Продолжительность тура	0,25	0,1	0,20	0,1

Вариант 4

Таблица 1 - Коэффициенты весомости параметров

Параметры	Коэффициенты весомости			
	1	2	3	4
1.Страна	0,45	0,2	0,15	0,30
2.Стоимость тура	0,30	0,3	0,30	0,30
3. Сезон	0,15	0,35	0,15	0,25
4. Продолжительность тура	0,10	0,15	0,40	0,15

Вариант 5

Таблица 1 - Коэффициенты весомости параметров

Параметры	Коэффициенты весомости			
	1	2	3	4
1.Страна	0,25	0,2	0,25	0,3
2.Стоимость тура	0,30	0,35	0,30	0,35
3. Сезон	0,15	0,35	0,25	0,2
4. Продолжительность тура	0,30	0,1	0,20	0,15

Вариант 6

Таблица 1 - Коэффициенты весомости параметров

Параметры	Коэффициенты весомости			
	1	2	3	4
1.Страна	0,4	0,15	0,25	0,35
2.Стоимость тура	0,4	0,35	0,30	0,25

3. Сезон	0,1	0,40	0,25	0,20
4. Продолжительность тура	0,1	0,10	0,20	0,20

Вариант 7

Таблица 1 - Коэффициенты весомости параметров

Параметры	Коэффициенты весомости			
	1	2	3	4
1. Страна	0,3	0,15	0,25	0,3
2. Стоимость тура	0,4	0,30	0,30	0,4
3. Сезон	0,15	0,40	0,25	0,2
4. Продолжительность тура	0,15	0,15	0,20	0,1

Вариант 8

Таблица 1 - Коэффициенты весомости параметров

Параметры	Коэффициенты весомости			
	1	2	3	4
1. Страна	0,25	0,2	0,25	0,3
2. Стоимость тура	0,25	0,3	0,30	0,4
3. Сезон	0,1	0,4	0,25	0,2
4. Продолжительность тура	0,40	0,1	0,20	0,1

Вариант 9

Таблица 1 - Коэффициенты весомости параметров

Параметры	Коэффициенты весомости			
	1	2	3	4
1. Страна	0,4	0,2	0,25	0,3
2. Стоимость тура	0,4	0,20	0,30	0,4
3. Сезон	0,1	0,30	0,25	0,2
4. Продолжительность тура	0,1	0,30	0,20	0,1

Вариант 10

Таблица 1 - Коэффициенты весомости параметров

Параметры	Коэффициенты весомости			
	1	2	3	4
1. Страна	0,4	0,25	0,25	0,20
2. Стоимость тура	0,4	0,15	0,30	0,30

3. Сезон	0,1	0,30	0,25	0,25
4. Продолжительность тура	0,1	0,30	0,20	0,25

Вариант 11

Таблица 1 - Коэффициенты весомости параметров

Параметры экспертизы	Коэффициенты весомости				
	1	2	3	4	5
1. Страна	0,25	0,15	0,10	0,20	0,15
2. Стоимость тура	0,25	0,15	0,30	0,30	0,15
3. Сезон	0,30	0,30	0,40	0,25	0,25
4. Продолжительность тура	0,20	0,40	0,20	0,25	0,45

Вариант 12

Таблица 1 - Коэффициенты весомости параметров

Параметры экспертизы	Коэффициенты весомости				
	1	2	3	4	5
1. Страна	0,30	0,15	0,10	0,25	0,25
2. Стоимость тура	0,20	0,15	0,30	0,30	0,10
3. Сезон	0,30	0,30	0,40	0,20	0,25
4. Продолжительность тура	0,20	0,40	0,20	0,25	0,40

Вариант 13

Таблица 1 - Коэффициенты весомости параметров

Параметры экспертизы	Коэффициенты весомости				
	1	2	3	4	5
1. Страна	0,25	0,10	0,10	0,20	0,15
2. Стоимость тура	0,25	0,20	0,30	0,30	0,15
3. Сезон	0,30	0,30	0,30	0,25	0,25
4. Продолжительность тура	0,20	0,40	0,30	0,25	0,45

Вариант 14

Таблица 1 - Коэффициенты весомости параметров

Параметры экспертизы	Коэффициенты весомости				
	1	2	3	4	5
1. Страна	0,20	0,15	0,10	0,25	0,20
2. Стоимость тура	0,20	0,15	0,30	0,30	0,20
3. Сезон	0,40	0,30	0,40	0,20	0,30

4.Продолжительность тура	0,20	0,40	0,20	0,25	0,30
--------------------------	------	------	------	------	------

Вариант 15

Таблица 1 - Коэффициенты весомости параметров

Параметры экспертизы	Коэффициенты весомости				
	1	2	3	4	5
1.Страна	0,25	0,15	0,15	0,20	0,15
2.Стоимость тура	0,25	0,15	0,25	0,40	0,15
3. Сезон	0,30	0,30	0,40	0,20	0,25
4.Продолжительность тура	0,20	0,40	0,20	0,20	0,45

Вариант 16

Таблица 1 - Коэффициенты весомости параметров

Параметры экспертизы	Коэффициенты весомости				
	1	2	3	4	5
1.Страна	0,30	0,15	0,10	0,25	0,25
2.Стоимость тура	0,25	0,15	0,30	0,30	0,10
3. Сезон	0,15	0,30	0,40	0,20	0,25
4.Продолжительность тура	0,30	0,40	0,20	0,25	0,40

Вариант 17

Таблица 1 - Коэффициенты весомости параметров

Параметры экспертизы	Коэффициенты весомости				
	1	2	3	4	5
1.Страна	0,25	0,15	0,15	0,20	0,15
2.Стоимость тура	0,25	0,15	0,25	0,30	0,20
3. Сезон	0,30	0,30	0,40	0,25	0,25
4.Продолжительность тура	0,20	0,40	0,20	0,25	0,40

Вариант 18

Таблица 1 - Коэффициенты весомости параметров

Параметры экспертизы	Коэффициенты весомости				
	1	2	3	4	5
1.Страна	0,30	0,15	0,10	0,25	0,25
2.Стоимость тура	0,20	0,15	0,30	0,30	0,10
3. Сезон	0,30	0,30	0,40	0,20	0,25

4.Продолжительность тура	0,20	0,40	0,20	0,25	0,40
--------------------------	------	------	------	------	------

Вариант 19

Таблица 1 - Коэффициенты весомости параметров

Параметры экспертизы	Коэффициенты весомости				
	1	2	3	4	5
1.Страна	0,25	0,10	0,15	0,20	0,10
2.Стоимость тура	0,20	0,20	0,30	0,30	0,20
3. Сезон	0,30	0,30	0,25	0,25	0,25
4.Продолжительность тура	0,25	0,40	0,30	0,25	0,45

Вариант 20

Таблица 1 - Коэффициенты весомости параметров

Параметры экспертизы	Коэффициенты весомости				
	1	2	3	4	5
1.Страна	0,20	0,15	0,10	0,20	0,20
2.Стоимость тура	0,20	0,25	0,30	0,30	0,20
3. Сезон	0,40	0,30	0,40	0,20	0,30
4.Продолжительность тура	0,20	0,30	0,20	0,30	0,30

Практическая работа №3. Ранжирование объектов выбора со статистической проверкой согласованности

Цель занятия:

- изучить методы представления результатов экспертиз.
- провести обработку экспертных оценок со статистической проверкой согласованности.

Краткие сведения из теории

Измерение является одной из основных процедур получения экспертной информации. Суждения экспертов носят качественный и количественный характер в зависимости от природы оцениваемых альтернатив. Если эксперт может не только сказать, какая из альтернатив предпочтительней, но и указать, во сколько раз, на сколько единиц одна альтернатива предпочтительней другой, то целесообразней использовать количественные оценки. Это позволяет получить более точные данные о сравнительной предпочтительности альтернатив, осуществить более корректный выбор лучших вариантов. Однако использование количественных оценок в тех случаях, когда эксперт затрудняется определить во сколько раз или насколько больше (меньше) приводит к неверным результатам. В таких случаях необходимо ограничиться лишь качественными оценками.

Экспериментально установлено, что наибольшую трудность для эксперта представляет построение ранжировки на основе одновременного учета нескольких различных показателей, по которым сравнивают объекты. В этих случаях эксперты оценивают по парные различия, указывая соответствующие числа.

Задача состоит в сопоставлении каждому объекту точки пространства E_n так, чтобы расстояние в E_n между точками были достаточно близки к указанным экспертами числами.

Приведем операции, которые необходимо осуществить для проведения процедуры одновременного нивелирования [1]:

1. Экспертам (n) предлагается ранжировать (m) параметров некоторого объекта.
2. По результатам экспертных оценок строится матрица предпочтений

$$P_{ij} = \frac{\sum_j^n A_j}{n} \quad (1)$$

3. Находят x_{ij} по формуле

$$\Phi(x_{ij}) = P_{ij} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x_{ij}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (2)$$

с использованием таблиц нормального распределения по известным P_{ij} . Связь между x_{ij} и P_{ij} показана на рис.1, где заштрихованная площадь под кривой равна P_{ij} . Величина x_{ij} измеряется в единицах стандартного отклонения.

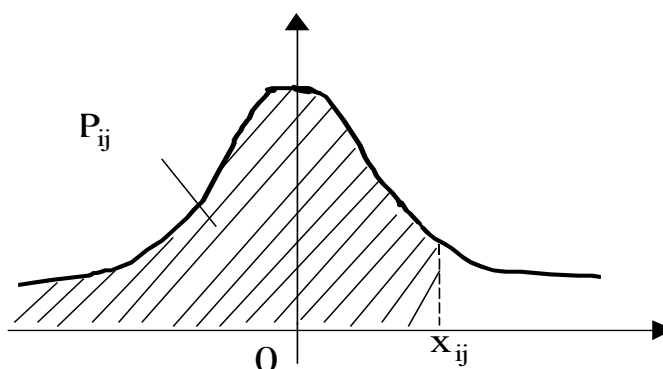


Рис.1

4. Образуют матрицу (x_{ij}) . Подсчитывают построчно сумму $X_i = \sum_{i=1}^m x_{ij}$ и среднее значение $X^* = \frac{X_i}{m}$. Эту величину X^* принимают за искомую оценку объекта, по которой определяют приоритет показателей.

5. Определяют величины P_i^* по формуле (2). Эти величины нормируют по формуле:

$$P_i^{\text{норм}} = \frac{P_i^*}{\sum_{i=1}^m P_j^*}, \quad (3)$$

где $P_i^{\text{норм}}$ называют показателями относительной важности объектов.

6. Осуществляют проверку согласованности показателей. Для этого по формуле (2) находят $P_{ij}^* = \Phi(X_i^* - X_j^*)$ и вычисляют разности Δ_{ij} между полученными значениями P_{ij}^* и исходными P_{ij} . Определяют среднее отклонение

$$\Delta = \frac{\sum_{i,j=1,i < j}^m |\Delta_{ij}|}{m(m-1)} . \quad (4)$$

Если отклонение Δ мало, то оно свидетельствует о непротиворечивости полученных экспертных ранжировок.

Использование метода рассмотрим на примере, взятом в [1]: Десять экспертов были приглашены для оценки относительной важности параметров автомобиля. Рассматривались следующие параметры: A_1 – мощность двигателя; A_2 – экономичность; A_3 – безопасность; A_4 – комфортабельность. Экспертам было предложено ранжировать названные параметры в порядке их важности. Результаты ранжирования параметров автомобиля приведены в табл.1 (1 ранг самое высокое предпочтение, 2 ранг существенное предпочтение, 3 ранг небольшое предпочтение, 4 ранг отсутствие предпочтения).

Таблица 1

Эксперты	ПАРАМЕТРЫ			
	A_1	A_2	A_3	A_4
1	3	2	1	4
2	1	2	3	4
3	3	1	2	4
4	1	2	3	4
5	3	1	2	4
6	3	1	2	4
7	3	2	4	1
8	3	4	1	2
9	2	4	1	3
10	2	1	3	4
Сумма рангов	24	20	22	34
Средний ранг	2,4	2,0	2,2	3,4

По данным таблицы 1 можно сделать предварительное заключение о важности параметров, в предлагаемой экспертизе. Очевидно, что параметры можно расположить в следующем порядке $A_2 \succ A_3 \succ A_1 \succ A_4$, однако достоверность этой оценки необходимо подтвердить статистическими

методами. Для этого сгруппируем параметры в порядке предпочтения (табл. 2).

Таблица 2 – Ранжирование параметров

Эксперт	Р а н г			
	1	2	3	4
1	A ₃	A ₂	A ₁	A ₄
2	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄
3	A ₂	A ₃	A ₁	A ₄
4	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄
5	A ₂	A ₃	A ₁	A ₄
6	A ₂	A ₃	A ₁	A ₄
7	A ₄	A ₂	A ₁	A ₃
8	A ₃	A ₄	A ₁	A ₂
9	A ₃	A ₁	A ₄	A ₂
10	A ₂	A ₁	A ₃	A ₄

Ранжировка, указанная в табл.2, означает следующее. Например, первый эксперт расположил показатели по степени важности в порядке A₃, A₂, A₁, A₄, а седьмой в порядке A₄, A₂, A₁, A₃.

Сформируем матрицу предпочтений (табл. 3), в которой указано число случаев, когда один параметр важнее другого. Например, для первой строки имеем параметр A₁ предпочтительнее параметра A₂ четыре раза. Указанный параметр A₁ предпочтительнее A₃ также четыре раза и важнее A₄ – восемь раз. Разделив элементы матрицы на m=10 (число экспертов) получим матрицу вероятностей предпочтений (табл.4)

Таблица 3

A	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄
A ₁	0	4	4	8
A ₂	6	0	7	7
A ₃	6	3	0	9
A ₄	2	3	1	0

Таблица 4

A	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄
A ₁	0	0,4	0,4	0,8
A ₂	0,6	0	0,7	0,7
A ₃	0,6	0,3	0	0,9
A ₄	0,2	0,3	0,1	0

Разделив элементы матрицы A на 10 (формула 1) получим матрицу вероятностей предпочтений (табл.3)

Элементы x_{ij} матрицы X найдем по формуле (2), используя таблицы нормального распределения, то есть надо по площади по кривой найти абсциссу x_{ij} (см.рис.1). Надо иметь ввиду, что при $P_{ij} > 0,5 \rightarrow x_{ij} > 0$, а

при $P_{ij} < 0,5 \rightarrow x_{ij} < 0$. Обычно в таблицах нормального распределения

задается интеграл $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$, поэтому нахождения искомой

абсциссы берем разность между величиной P_{ij} и 0,5. Так как максимум $\Phi(x)$ соответствует абсциссе $x = 0$, которая делит площадь под кривой на две равные части в силу симметрии.

Например, пусть $P_{ij} = 0,6 \rightarrow (P_{ij} - 0,5) = (0,6 - 0,5) = 0,1$. В таблице для $\Phi(x) = 0,1$ находим $x_{ij} = 0,25334$.

А если $P_{ij} = 0,4 \rightarrow (P_{ij} - 0,5) = (0,4 - 0,5) = -0,1$, учитывая, что $\Phi(-x) = -\Phi(x)$ получим $x_{ij} = -0,25334$.

Полученные значения x_{ij} , построчные суммы X_i и оценки $X_i^* = \frac{X_i}{m}$ для $m = 4$ приведены в табл.5.

Таблица 5

Параметры	A_1	A_2	A_3	A_4	X_i	X_i^*
A_1	0	-0,25334	-0,25334	0,84161	0,33493	0,08373
A_2	0,25334	0	0,52441	0,52441	1,30216	0,35554
A_3	0,25334	-0,52441	0	1,28155	1,01048	0,25262
A_4	-0,84161	-0,52441	-1,28155	0	-2,64757	-0,66189

Величины, необходимые для расчета относительной важности параметров сведем в табл.5. Здесь величины $P_i^* = \Phi(X_i^*)$ определим по формуле (2). Так как используем таблицы нормального распределения с

$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{x_i} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$, то при $X_i^* > 0$ к табличному значению добавляем 0,5.

Например, для $X_1^* = 0,08373$ по таблице для $x = 0,08$ находим $\Phi(x) = 0,0319$, проводя линейную интерполяцию, получаем для $x = 0,08373$ $\Phi(x) = 0,03338$. К полученному значению прибавляем 0,5. Окончательно получим $P_1^* = 0,5 + 0,03338 = 0,53338$.

А если, $X_i^* < 0$ то от 0,5 отнимаем полученное табличное значение. В нашем случае $X_4^* = -0,66189$, по таблице для $x = 0,66$ получим $\Phi(x) = 0,2454$, тогда интерполируя, получим $x = 0,66189 \rightarrow \Phi(x) = 0,24610$. Искомая величина $P_4^* = 0,5 - 0,24610 = 0,25389$.

Значение P_i^* и нормированное значение $P_i^{\text{норм}}$ приведены в табл.6.

Таблица 6

Параметр	X_i^*	P_i^*	$P_i^{\text{норм}}$
A_1	0,08373	0,53336	0,2647
A_2	0,32554	0,62761	0,3115
A_3	0,25262	0,59972	0,2977
A_4	- 0,66189	0,25403	0,1261
Σ	-	2,01472	1,0000

Согласованность показателей приоритета проведем по формуле (4). Все необходимые данные для расчетов сведем в табл.6. Для этого находим

$(X_i^* - X_j^*)$, а по формуле (3) находим $P_{ij}^* = \Phi(X_i^* - X_j^*)$.

Таблица 7

$(X_i^* - X_j^*), i < j$	P_{ij}^*	P_{ij}	Δ_{ij}
$X_1^* - X_2^* = 0,08373 - 0,32554 = - 0,24181$	0,40447	0,400	0,0047
$X_1^* - X_3^* = -0,16889$	0,43297	0,400	0,0323
$X_1^* - X_4^* = -0,74562$	0,77205	0,800	-0,0279
$X_2^* - X_3^* = 0,07292$	0,52906	0,700	-0,1709
$X_2^* - X_4^* = 0,98743$	0,83828	0,700	0,1383
$X_3^* - X_4^* = 0,91451$	0,81977	0,900	-0,0802

Осуществим проверку на согласованность показателей приоритета. Среднее отклонение по абсолютной величине $\bar{\Delta}_{ij} = 0,45482/6 = 0,0758$. Наибольшее по абсолютной величине расхождение между P_{ij}^* и P_{ij} равно 0,17094, это свидетельствует о непротиворечивости ранжировок, проведенных экспертами. Таким образом, следует ранжировать показатели в соответствии со значением P_i^* (табл.6), то есть предпочтительность показателей $A_2 \succ A_3 \succ A_1 \succ A_4$.

Задание на работу

1. Изучить теоретический материал по экспертным оценкам.
2. В соответствии с индивидуальным заданием провести ранжирование критериев.
3. Сделать выводы о приоритетности показателей

Содержание отчета

1. Основные теоретические положения.
2. Заключение о важности показателей.
3. Статистическая оценка согласованности.

Контрольные вопросы

1. Существо метода доминирующего показателя в условиях многокритериальной оптимизации.
2. Методы экспертной оценки важности показателей.
3. Сущность метода ранговой корреляции.

Индивидуальные задания

Вариант 1

Экспер- ты	ПАРАМЕТРЫ			
	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄
1	4	3	2	1
2	4	1	2	3
3	4	3	1	2
4	4	1	2	3
5	4	3	1	2
6	4	3	1	2
7	1	3	2	4
8	2	3	4	1
9	3	4	1	3
10	4	2	1	3

Вариант 2

Экспер- ты	ПАРАМЕТРЫ			
	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄
1	3	4	2	1
2	1	4	2	3
3	3	1	2	4
4	1	2	3	4
5	3	1	4	2
6	3	4	1	2
7	3	4	2	1
8	3	4	1	2
9	4	3	1	2
10	2	4	3	1

Вариант 3

Экспер- ты	ПАРАМЕТРЫ			
	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄
1	1	2	3	4
2	3	2	1	4
3	1	2	3	4

Вариант 4

Экспер- ты	ПАРАМЕТРЫ			
	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄
1	1	2	3	4
2	1	4	3	2
3	2	3	4	1

4	3	4	2	1
5	1	2	3	4
6	2	1	3	4
7	3	4	2	1
8	4	3	1	2
9	2	3	1	4
10	3	4	1	2

4	2	4	3	1
5	3	2	1	4
6	3	4	2	1
7	4	1	2	3
8	4	2	1	3
9	1	3	4	2
10	1	4	3	2

Вариант 5

Экспер- ты	ПАРАМЕТРЫ			
	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄
1	4	3	2	1
2	4	1	2	3
3	3	4	1	2
4	4	1	2	3
5	1	3	4	2
6	4	3	1	2
7	1	2	3	4
8	2	3	4	1
9	2	4	3	1
10	4	2	1	3

Вариант 6

Экспер- ты	ПАРАМЕТРЫ			
	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄
1	3	4	2	1
2	4	1	2	3
3	3	1	2	4
4	2	1	3	4
5	3	1	4	2
6	3	1	4	2
7	3	4	2	1
8	3	4	2	1
9	4	3	1	2
10	2	4	3	1

Вариант 7

Экспер- ты	ПАРАМЕТРЫ			
	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄
1	2	1	3	4
2	3	2	1	4
3	1	3	2	4
4	3	4	2	1
5	1	2	4	3
6	2	1	3	4
7	4	3	2	1
8	4	3	1	2
9	2	3	4	1
10	3	4	1	2

Вариант 8

Экспер- ты	ПАРАМЕТРЫ			
	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄
1	1	2	3	4
2	4	1	3	2
3	2	3	4	1
4	2	3	4	1
5	3	2	1	4
6	3	4	1	2
7	4	1	2	3
8	4	2	1	3
9	1	3	4	2
10	4	1	3	2

Вариант 9

Вариант 10

Экспер- ты	ПАРАМЕТРЫ			
	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄
1	4	3	2	1
2	4	1	2	3
3	3	4	1	2
4	4	1	2	3
5	4	1	3	2
6	4	3	1	2
7	1	3	4	2
8	2	3	4	1
9	1	4	3	2
10	4	2	1	3

Экспер ты	ПАРАМЕТРЫ			
	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄
1	3	4	2	1
2	2	4	1	3
3	3	1	2	4
4	1	3	2	4
5	3	1	4	2
6	3	4	1	2
7	3	4	2	1
8	3	1	4	2
9	4	3	1	2
10	4	2	3	1

Вариант 11

Экспер- ты	ПАРАМЕТРЫ			
	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄
1	1	2	3	4
2	3	2	1	4
3	3	2	1	4
4	3	4	2	1
5	1	2	3	4
6	2	1	3	4
7	3	1	2	4
8	4	3	1	2
9	2	4	1	3
10	3	4	1	2

Вариант 12

Экспер ты	ПАРАМЕТРЫ			
	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄
1	1	2	3	4
2	1	4	3	2
3	2	3	4	1
4	2	4	3	1
5	3	2	1	4
6	3	4	2	1
7	4	1	2	3
8	4	2	1	3
9	1	3	4	2
10	1	4	3	2

Вариант 13

Экспер- ты	ПАРАМЕТРЫ			
	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄
1	2	1	3	4
2	3	2	1	4
3	1	3	2	4

Вариант 14

Экспер ты	ПАРАМЕТРЫ			
	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄
1	1	2	3	4
2	4	1	3	2
3	2	3	4	1

4	3	4	2	1
5	1	2	4	3
6	2	1	3	4
7	4	3	2	1
8	4	3	1	2
9	2	3	4	1
10	3	4	1	2

4	2	3	4	1
5	3	2	1	4
6	3	4	1	2
7	4	1	2	3
8	4	2	1	3
9	1	3	4	2
10	4	1	3	2

Вариант 15

Экспер- ты	ПАРАМЕТРЫ			
	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄
1	4	3	2	1
2	4	1	2	3
3	3	4	1	2
4	4	1	2	3
5	4	1	3	2
6	4	3	1	2
7	1	3	4	2
8	2	3	4	1
9	1	4	3	2
10	4	2	1	3

Вариант 16

Экспер ты	ПАРАМЕТРЫ			
	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄
1	3	4	2	1
2	2	4	1	3
3	3	1	2	4
4	1	3	2	4
5	3	1	4	2
6	3	4	1	2
7	3	4	2	1
8	3	1	4	2
9	4	3	1	2
10	4	2	3	1

Вариант 17

Экспер- ты	ПАРАМЕТРЫ			
	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄
1	4	1	3	2
2	3	2	1	4
3	3	1	2	4
4	3	4	2	1
5	1	2	4	3
6	2	4	1	3
7	4	3	2	1
8	4	3	1	2
9	2	3	4	1
10	3	4	1	2

Вариант 18

Экспер ты	ПАРАМЕТРЫ			
	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄
1	1	2	3	4
2	4	1	2	3
3	2	3	4	1
4	2	3	1	4
5	3	2	1	4
6	3	4	1	2
7	4	1	3	2
8	4	2	1	3
9	2	3	4	1
10	4	1	3	2

Вариант 19

Экспер- ты	ПАРАМЕТРЫ			
	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄
1	4	3	2	1
2	4	1	2	3
3	3	4	2	1
4	4	1	2	3
5	4	3	1	2
6	4	3	1	2
7	3	1	4	2
8	2	3	4	1
9	4	1	3	2
10	4	2	1	3

Вариант 20

Экспер ты	ПАРАМЕТРЫ			
	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄
1	3	4	2	1
2	2	4	1	3
3	3	1	2	4
4	1	3	2	4
5	3	1	4	2
6	3	4	1	2
7	3	4	2	1
8	3	1	4	2
9	4	3	1	2
10	4	2	3	1

Вариант 21

Экспер- ты	ПАРАМЕТРЫ			
	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄
1	2	1	3	4
2	3	2	1	4
3	1	3	2	4
4	3	4	2	1
5	1	2	4	3
6	2	1	3	4
7	4	3	2	1
8	4	3	1	2
9	2	3	4	1
10	3	4	1	2

Вариант 22

Экспер ты	ПАРАМЕТРЫ			
	П ₁	П ₂	П ₃	П ₄
1	1	2	3	4
2	4	1	3	2
3	2	3	4	1
4	2	3	4	1
5	3	2	1	4
6	3	4	1	2
7	4	1	2	3
8	4	2	1	3
9	1	3	4	2
10	4	1	3	2

Практическая работа №4. Критериальные методы структурирования экспертной информации

Цель занятия:

- Изучить методы представления результатов экспертиз.
- Провести обработку экспертных оценок методом парных сравнений.

Краткие сведения из теории

Для установления относительной важности элементов иерархии используется шкала отношений (табл. 1). Данная шкала позволяет эксперту ставить в соответствие степеням предпочтения одного сравниваемого объекта перед другим некоторые числа. Экспертиза проходит в два этапа.

На **первом этапе** эксперт сравнивает между собой попарно объекты A_i ($i=1,2,\dots,n$) по шкале отношений Саати (табл. 1).

Степень значимости	Определение	Объяснение
1	Одинаковая значимость	Два действия вносят одинаковый вклад в достижение цели
3	Некоторое преобладание значимости одного действия над другим (слабое превосходство)	Существуют показания о предпочтении одного объекта перед другим
5	Существенное или заметное превосходство	Имеются доказательства того, что один из объектов более предпочтителен
7	Очевидное превосходство	Существуют свидетельства того, что один объект имеет большую значимость, чем другой
9	Важность несравнима, абсолютное превосходство	Убедительное превосходство одного объекта перед другим
2,4,6,8	Промежуточные значения между двумя соседними суждениями	Ситуация, когда необходимо компромиссное решение
Обратные величины	Если объекту A_i при сравнении с объектом A_j приписывается одно из указанных чисел, то объекту A_j по сравнению с A_i приписывается обратное значение	Если согласованность была определена при получении числовых значений для образования матрицы

Затем на основании проведенных сравнений формируется матрица парных сравнений A . Полученная матрица - квадратная матрица, обратна симметричная с положительными элементами. Матрица имеет собственный вектор

$$\bar{w} = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T, \quad (1)$$

Чтобы найти нормированный вектор приоритетов показателей, нужно:

- перемножить элементы каждой строки и записать результаты в столбец;
- извлечь корень n -й степени из каждого элемента найденного столбца;

- сложить все элементы этого столбца;
- разделить каждый из этих элементов на полученную сумму.

Собственное значение матрицы

$$\lambda = A \times \bar{w} \quad (2)$$

Оценку согласованности экспертизы можно определить по величине максимального значения

$$\bar{\lambda}_{\max} = \frac{\sum_{i=1}^n \lambda_i}{n} \quad (3)$$

Оценить точность выбора можно по индексу согласованности (ИС):

$$ИС = \frac{\bar{\lambda}_{\max} - n}{n - 1} \quad (4)$$

Полученное значение необходимо сравнить со значением индекса случайной согласованности (СС), которые приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Значения индекса случайной согласованности

Размер матрицы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Значение индекса СС	0	0	0,58	0,90	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49

Оценка согласованности проводится по формуле:

$$ОС = \frac{ИС}{СС} \quad (5)$$

Величина этой оценки должна быть менее 0,1 – 0,2, это означает, что суждения эксперта не противоречивы.

На втором этапе переходят к процедуре выбора оптимального варианта. При отборе вариантов используется метод «смещенного идеала».

На основе данных матрицы вариантов выбора формируется «идеальный объект» с максимальными значениями показателей, полезность,

которых возрастает, и минимальными, полезность по которым убывает. В результате получаем «идеальный объект»

$$Y^+ \subset \{K_1^+, K_2^+, \dots, K_n^+\}.$$

Аналогично формируется модель «наихудшего объекта», с минимальными показателями, полезность, которых возрастает, и максимальными показателями, полезность по которым убывает:

$$Y^- \subset \{K_1^-, K_2^-, \dots, K_n^-\}.$$

Если критерии разнородные, то для сопоставления значений показателей необходимо перейти к нормированным значениям по формуле:

$$d_j = \frac{K^+ - K_j}{K^+ - K^-}, \quad (6)$$

где K_j – текущее значение показателя сравниваемого объекта.

Значения показателя в относительных единицах d_j можно интерпретировать как расстояние A_j объекта по показателю K_j от «идеального объекта». В этом случае «идеальный объект» имеет расстояние $d_j = 0$, а «наихудший объект» соответственно – $d_j = 1$. Для выявления оптимальных объектов выбора («наилучшего объекта»), используют, чаще всего, обобщенную метрику, соответствующую евклидову расстоянию:

$$L(A_i) = \left\{ \sum_{j=1}^n [\omega_j \times (1 - d_j)^2] \right\}^{0,5} \quad (7)$$

Чем больше величина метрики $L(A_i)$ тем более оптимален выбор.

Рассмотрим применение данного метода на примере. Пусть необходимо провести предпродажную экспертизу состояния пяти автомобилей «Нива» ВАЗ 2121. Отбор объектов будем проводить по следующим показателям:

K_1 – число лет эксплуатации;

K_2 – стоимость автомобиля, тыс. рублей;

K_3 – пробег, тыс. км;

K_4 – состояние кузова;

K_5 – состояние двигателя;

K_6 – оборудование салона, тюнинг и др.

Первые три показателя берутся из эксплуатационной документации и данных ГИБДД, вторые три показателя – оценки специалистов экспертов по пятибалльной шкале.

Таблица 3 – Исходные данные экспертизы

Объект A_i	Показатели выбора					
	K_1 , лет	K_2 , тыс. руб.	K_3 , тыс. км	K_4 , балл	K_5 , балл	K_6 , балл
A_1	9	125	21	3	5	4
A_2	9	140	85	4	4	5
A_3	8	150	160	4	3	4
A_4	10	130	80	4	5	3
A_5	11	160	50	5	5	3

Сравнивая между собой попарно показатели, на основе которых принимается решение, по шкале Саати (табл. 1) получим матрицу парных сравнений (табл. 4).

Таблица 4 – Матрица парных сравнений

Показатели	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	$\prod K_j$
K_1	1	1	3	5	4	5	300
K_2	1	1	3	0,2	0,333	0,333	0,0666
K_3	0,333	0,333	1	3	0,2	0,2	0,0133
K_4	0,2	5	0,333	1	3	5	5
K_5	0,25	3	5	0,333	1	5	6,25

K_6	0,2	3	5	0,2	0,2	1	0,12
-------	-----	---	---	-----	-----	---	------

Чтобы найти нормированный вектор приоритетов показателей, нужно:

- перемножить элементы каждой строки и записать результаты в столбец;
- извлечь корень n -й степени из каждого элемента найденного столбца;
- сложить все элементы этого столбца;
- разделить каждый из этих элементов на полученную сумму.

$$\begin{bmatrix} \prod K \\ 300 \\ 0,0666 \\ 0,0133 \\ 5 \\ 6,25 \\ 0,12 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \sqrt[6]{\prod K} \\ 2,5873 \\ 0,6367 \\ 0,4867 \\ 1,3076 \\ 1,3572 \\ 0,7023 \end{bmatrix} \Rightarrow \omega = \begin{pmatrix} 0,3655 \\ 0,0899 \\ 0,0687 \\ 0,1847 \\ 0,1917 \\ 0,0992 \end{pmatrix} .$$

$$\sum_{i=1}^6 = 7,0778$$

В результате получаем $\omega = (0,3655; 0,0899; 0,0687; 0,1847; 0,1917; 0,0992)^T$.

Процедуру нахождения вектора приоритетов дополняет проверка суждений на согласованность, для чего рассчитывается численное значение индекса согласованности (ИС), которое не должно превышать 0,10:

$$\text{ИС} = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} .$$

Чтобы рассчитать λ_{\max} , необходимо умножить матрицу суждений на полученный столбец ω , разделить элементы полученного таким образом столбца на соответствующие элементы столбца вектора приоритетов и найти среднее арифметическое полученных частных, которое и дает оценку максимального собственного значения матрицы.

$$\lambda = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 5 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 3 & 0,20 & 0,333 & 0,333 \\ 0,333 & 0,333 & 1 & 3 & 0,2 & 0,2 \\ 0,2 & 5 & 0,333 & 1 & 3 & 5 \\ 0,25 & 3 & 5 & 0,333 & 1 & 5 \\ 0,2 & 3 & 5 & 0,2 & 0,2 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0,3655 \\ 0,0899 \\ 0,0687 \\ 0,1847 \\ 0,1917 \\ 0,0992 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2,8478 \\ 0,7954 \\ 0,8327 \\ 1,8013 \\ 1,4538 \\ 0,8608 \end{pmatrix}.$$

$$\lambda_i = \begin{pmatrix} \frac{2,8478}{0,3655} & \frac{0,7954}{0,0899} & \frac{0,8327}{0,0687} & \frac{1,8013}{0,1847} & \frac{1,4538}{0,1917} & \frac{0,8608}{0,0992} \end{pmatrix}^T =$$

$$= (7,7915 \quad 8,8476 \quad 12,1208 \quad 9,7526 \quad 7,5837 \quad 8,6774)^T.$$

Откуда $\lambda_{\max} = \frac{\sum_{i=1}^n \lambda_i}{n} = \frac{54,7736}{6} = 9,1289.$

Таким образом, $ИС = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} = \frac{9,1289 - 6}{6 - 1} = 0,625.$

Оценка согласованности проводится по формуле:

$$ОС = \frac{ИС}{СС} = \frac{0,625}{1,24} = 0,5.$$

На **втором этапе** переходят к процедуре выбора оптимального варианта. При отборе вариантов используется метод «смещенного идеала». Введем исходные экспертные оценки в таблицу 5.

По данным экспертизы сформируем «идеальный» и «наихудший» объекты: $Y^+ \subset \{8; 125; 21; 5; 5; 5\}$, $Y^- \subset \{11; 160; 160; 3; 3; 3\}.$

Таблица 5 – Исходные данные экспертизы

Объект A_i	Показатели выбора					
	K_1 , лет	K_2 , тыс. руб.	K_3 , тыс. км	K_4 , балл	K_5 , балл	K_6 , балл
A_1	9	125	21	3	5	4
A_2	9	140	85	4	4	5

A ₃	8	150	160	4	3	4
A ₄	10	130	80	4	5	3
A ₅	11	160	50	5	5	3

Рассчитаем значения показателей в относительных единицах по формуле (6): $d_j = \frac{K^+ - K_j}{K^+ - K^-}$, полученные значения приведены в табл. 6.

K^+ - объекты с максимальными значениями показателей, полезность, которых возрастает, и минимальными, полезность по которым убывает;

K^- - объекты с минимальными значениями показателей, полезность, которых возрастает, и максимальными, полезность по которым убывает.

Таблица 6 – Приведенные оценки d_j

Объект A _i	Показатели выбора					
	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄	K ₅	K ₆
A ₁	0,333	0	0	1	0	0,5
A ₂	0,333	0,429	0,46	0,5	0,5	0
A ₃	0	0,714	1	0,5	1	0,5
A ₄	0,667	0,143	0,424	0,5	0	1
A ₅	1	1	0,208	0	0	1

Для определения наилучшего варианта выбора вычислим метрику $L(A_i)$ для каждого варианта выбора $j = 1, 2, \dots, 5$ (табл. 7):

$$L(A_i) = \left\{ \sum_{j=1}^n [\omega_j \times (1 - d_j)^2] \right\}^{0,5};$$

Так, для первого объекта, $L(A_1) = (0,3655(1-0,333)^2 + 0,0899(1-0)^2 + 0,0687(1-0)^2 + 0,1847(1-1)^2 + 0,1917(1-0)^2 + 0,0992(1-0,5)^2)^{0,5} = 0,733$.

Таблица 7 – Значения метрики

L(A ₁)	L(A ₂)	L(A ₃)	L(A ₄)	L(A ₅)
0,733	0,636	0,666	0,606	0,647

Из полученных значений выберем объект с наибольшим значением метрики; этим требованиям отвечает объект A_1 – автомобиль со следующими характеристиками: 2001 года выпуска, стоимостью 125 тыс. рублей, с пробегом 21 тыс. км, с удовлетворительным состоянием кузова, отличным состоянием двигателя и хорошим состоянием салона.

Задание на работу

4. Изучить теоретический материал по экспертным оценкам.
5. В соответствии с индивидуальным заданием провести ранжирование критериев.
6. Сделать выводы о приоритетности показателей

Содержание отчета

4. Сущность критериального структурирования объектов.
5. Заключение о важности показателей.
6. Оценка согласованности критериев выбора.

Индивидуальные задания

Задание 1. Необходимо провести предпродажную экспертизу состояния пяти автомобилей «Волга» ГАЗ 3105. Отбор объектов будем проводить по следующим показателям:

- K_1 – число лет эксплуатации;
- K_2 – стоимость автомобиля, тыс. рублей;
- K_3 – пробег, тыс. км;
- K_4 – показатель мощности двигателя, литры;
- K_5 – состояние кузова;
- K_6 – состояние двигателя;

Вариант 1. Исходные данные экспертизы

Объект	Показатели выбора					
	K_1 ,	K_2 ,	K_3 ,	K_4 ,	K_5 ,	K_6 ,
A_i						

	лет	тыс. руб.	тыс. км	л	балл	балл
A ₁	4	137	95	2,4	4	4
A ₂	5	155	60	2,3	3	4
A ₃	4	145	80	2,4	5	4
A ₄	3	185	50	2,5	4	5
A ₅	6	200	100	2,4	4	3

Вариант 2. Исходные данные экспертизы

Объект A _i	Показатели выбора					
	K ₁ , лет	K ₂ , тыс. руб.	K ₃ , тыс. км	K ₄ , л	K ₅ , балл	K ₆ , балл
A ₁	2	140	190	2,4	5	4
A ₂	4	150	160	2,3	3	5
A ₃	4	125	80	2,4	3	4
A ₄	3	180	150	2,5	4	5
A ₅	2	200	120	2,3	4	3

Вариант 3. Исходные данные экспертизы

Объект A _i	Показатели выбора					
	K ₁ , лет	K ₂ , тыс. руб.	K ₃ , тыс. км	K ₄ , л	K ₅ , балл	K ₆ , балл
A ₁	4	130	190	2,4	4	5
A ₂	5	150	160	2,3	3	4
A ₃	2	105	80	2,4	5	3
A ₄	3	155	150	2,5	4	5
A ₅	5	200	120	2,4	4	4

Вариант 4. Исходные данные экспертизы

Объект A_i	Показатели выбора					
	K_1 , лет	K_2 , тыс. руб.	K_3 , тыс. км	K_4 , л	K_5 , балл	K_6 , балл
A_1	4	130	110	2,4	3	4
A_2	3	155	160	2,3	5	3
A_3	4	145	80	2,4	5	4
A_4	9	100	150	2,5	3	4
A_5	6	210	100	2,4	4	3

Вариант 5. Исходные данные экспертизы

Объект A_i	Показатели выбора					
	K_1 , лет	K_2 , тыс. руб.	K_3 , тыс. км	K_4 , л	K_5 , балл	K_6 , балл
A_1	2	200	90	2,4	5	5
A_2	5	155	160	2,3	3	4
A_3	6	145	80	2,5	5	4
A_4	3	180	150	2,5	4	5
A_5	6	150	100	2,4	4	4

Вариант 6. Исходные данные экспертизы

Объект A_i	Показатели выбора					
	K_1 , лет	K_2 , тыс. руб.	K_3 , тыс. км	K_4 , л	K_5 , балл	K_6 , балл
A_1	3	130	190	2,3	4	4
A_2	5	125	100	2,3	3	3
A_3	4	140	180	2,4	4	4
A_4	3	180	150	2,4	3	5
A_5	6	100	100	2,4	4	3

Вариант 7. Исходные данные экспертизы

Объект A_i	Показатели выбора					
	K_1 , лет	K_2 , тыс. руб.	K_3 , тыс. км	K_4 , л	K_5 , балл	K_6 , балл
A_1	4	137	95	2,4	4	4
A_2	5	155	60	2,3	3	3
A_3	8	125	80	2,4	3	4
A_4	3	185	50	2,3	3	5
A_5	6	200	100	2,4	4	3

Вариант 8. Исходные данные экспертизы

Объект A_i	Показатели выбора					
	K_1 , лет	K_2 , тыс. руб.	K_3 , тыс. км	K_4 , л	K_5 , балл	K_6 , балл
A_1	4	137	95	2,4	4	4
A_2	5	155	60	2,3	3	3
A_3	9	105	180	2,4	3	5
A_4	3	185	50	2,5	4	5
A_5	6	200	100	2,4	4	3

Задание 2. Необходимо провести предпродажную экспертизу состояния пяти автомобилей ЛАДА «Калина» ВАЗ 11183. Отбор объектов будем проводить по следующим показателям:

K_1 – число лет эксплуатации;

K_2 – стоимость автомобиля, тыс. рублей;

K_3 – пробег, тыс. км;

K_4 – показатель мощности двигателя, литры;

K_5 – состояние кузова;

K_6 – состояние двигателя;

Вариант 9. Исходные данные экспертизы

Объект	Показатели выбора
--------	-------------------

A_i	K_1 , лет	K_2 , тыс. руб.	K_3 , тыс. км	K_4 , л	K_5 , балл	K_6 , балл
A_1	4	185	80	1,2	4	4
A_2	1	250	60	1,3	3	4
A_3	2	210	80	1,2	5	4
A_4	3	185	100	1,3	4	5
A_5	5	180	110	1,3	4	3
A_6	4	160	90	1,2	4	4

Вариант 10. Исходные данные экспертизы

Объект A_i	Показатели выбора					
	K_1 , лет	K_2 , тыс. руб.	K_3 , тыс. км	K_4 , л	K_5 , балл	K_6 , балл
A_1	2	185	80	1,2	5	4
A_2	1	250	160	1,3	4	4
A_3	2	210	80	1,2	5	4
A_4	3	185	100	1,3	4	5
A_5	6	150	210	1,3	3	3
A_6	4	160	90	1,2	4	5

Вариант 11. Исходные данные экспертизы

Объект A_i	Показатели выбора					
	K_1 , лет	K_2 , тыс. руб.	K_3 , тыс. км	K_4 , л	K_5 , балл	K_6 , балл
A_1	8	140	180	1,2	4	4
A_2	1	250	60	1,3	3	4
A_3	2	210	80	1,2	5	4

A ₄	3	185	100	1,3	4	5
A ₅	5	180	110	1,3	4	3
A ₆	4	160	90	1,2	4	4

Вариант 12. Исходные данные экспертизы

Объект A _i	Показатели выбора					
	K ₁ , лет	K ₂ , тыс. руб.	K ₃ , тыс. км	K ₄ , л	K ₅ , балл	K ₆ , балл
A ₁	10	180	180	1,2	4	3
A ₂	1	250	60	1,3	3	4
A ₃	2	210	80	1,2	5	4
A ₄	3	185	150	1,3	4	5
A ₅	5	180	110	1,3	3	3
A ₆	4	160	90	1,2	4	4

Задание 3. Необходимо провести оценки пяти стиральных машин в магазине бытовой техники. Отбор объектов будем проводить по следующим показателям:

K₁ – число лет гарантии;

K₂ – стоимость машины, тыс. рублей;

K₃ – вид загрузки (фронтальная или вертикальная);

K₄ – вес загружаемого белья, кг;

K₅ – максимальное число оборотов отжима, об/мин;

K₆ – мощность агрегата, кВт.

Примечания: 1. Стиральные машины A₁, A₂, A₃ производства фирмы Аристон, а A₄, A₅ – фирмы Бош.

2. Вид загрузки привести в баллах пятибалльной шкалы.

Вариант 13. Таблица – Исходные данные экспертизы

Объект выбора	Показатели выбора					
	К ₁ , лет	К ₂ , тыс.р.	К ₃ , балл	К ₄ , кг	К ₅ ,об/мин	К ₆ , кВт
A ₁	1	12	фронт.	5	1000	1,2
A ₂	1	16	фронт.	7	1200	1,5
A ₃	1	10	фронт.	3,5	800	1,0
A ₄	2	18	верт.	4,5	1000	0,8
A ₅	2	16	верт.	5,5	1200	1,0

Вариант 14. Таблица – Исходные данные экспертизы

Объект выбора	Показатели выбора					
	К ₁ , лет	К ₂ , тыс.р.	К ₃ , балл	К ₄ , кг	К ₅ ,об/мин	К ₆ , кВт
A ₁	1	18	фронт.	5	1500	1,2
A ₂	1	16	верт.	7	1200	1,5
A ₃	1	10	фронт.	3,5	800	1,0
A ₄	2	18	верт.	4,5	1000	0,8
A ₅	2	16	верт.	5,5	1200	1,0

Вариант 15. Таблица – Исходные данные экспертизы

Объект выбора	Показатели выбора					
	К ₁ , лет	К ₂ , тыс.р.	К ₃ , балл	К ₄ , кг	К ₅ ,об/мин	К ₆ , кВт
A ₁	1	12	фронт.	5	1000	1,2
A ₂	1	16	фронт.	7	1200	1,5
A ₃	3	20	фронт.	5,5	1200	1,0

A ₄	2	18	верт.	4,5	1000	0,8
A ₅	2	16	верт.	5,5	1200	1,0

Вариант 16. Таблица – Исходные данные экспертизы

Объект выбора	Показатели выбора					
	K ₁ , лет	K ₂ , тыс.р.	K ₃ , балл	K ₄ , кг	K ₅ ,об/мин	K ₆ , кВт
A ₁	1	10	верт.	3,5	1000	1,0
A ₂	1	16	фронт.	7	1200	1,5
A ₃	1	10	фронт.	3,5	800	1,0
A ₄	2	18	верт.	5,5	1000	0,8
A ₅	2	16	верт.	5,5	1200	1,0

Вариант 17. Таблица – Исходные данные экспертизы

Объект выбора	Показатели выбора					
	K ₁ , лет	K ₂ , тыс.р.	K ₃ , балл	K ₄ , кг	K ₅ ,об/мин	K ₆ , кВт
A ₁	1	12	фронт.	5	1000	1,2
A ₂	1	16	фронт.	7	1200	1,5
A ₃	3	20	фронт.	5,5	1200	1,0
A ₄	2	18	верт.	4,5	1000	0,8
A ₅	2	16	верт.	5,5	1200	1,0

Вариант 18. Таблица – Исходные данные экспертизы

Объект выбора	Показатели выбора					
	K ₁ , лет	K ₂ , тыс.р.	K ₃ , балл	K ₄ , кг	K ₅ ,об/мин	K ₆ , кВт
A ₁	1	12	фронт.	5	1000	1,2
A ₂	1	14	фронт.	5,5	1200	1,5

A ₃	2	10	фронт.	5,5	800	1,0
A ₄	3	18	верт.	4,5	1000	0,8
A ₅	2	16	верт.	5,5	1200	1,2

Вариант 19. Таблица – Исходные данные экспертизы

Объект выбора	Показатели выбора					
	K ₁ , лет	K ₂ , тыс.р.	K ₃ , балл	K ₄ , кг	K ₅ ,об/мин	K ₆ , кВт
A ₁	1	12	фронт.	5	1000	1,2
A ₂	2	16	фронт.	7	1200	1,5
A ₃	3	20	верт.	5	1000	1,0
A ₄	2	18	верт.	4,5	1000	0,8
A ₅	2	16	верт.	5,5	1200	1,0

Вариант 20. Таблица – Исходные данные экспертизы

Объект выбора	Показатели выбора					
	K ₁ , лет	K ₂ , тыс.р.	K ₃ , балл	K ₄ , кг	K ₅ ,об/мин	K ₆ , кВт
A ₁	2	12	фронт.	5	1000	1,2
A ₂	2	16	фронт.	7	1200	1,5
A ₃	3	18	фронт.	3,5	1200	1,0
A ₄	3	18	верт.	4,5	1000	0,8
A ₅	2	16	верт.	5	1200	1,0

Библиографический список

1. Лотов, В.А. Многокритериальные задачи принятия решений [Текст] : учебное пособие /В. А. Лотов, И. И. Пospelова. – Москва : МАКС Пресс, 2008. – 197 с.
2. Ногин, В. Д. Принятие решений в многокритериальной среде. Количественный подход[Текст] / В. Д. Ногин. - 2-е изд., испр. и доп. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2005. -176 с.
3. Подиновский, В. В. Анализ и поддержка решений. Введение в теорию важности критериев в многокритериальных задачах принятия решений [Текст] /В. В. Подиновский. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 64 с.
4. Баллод Б.А. Методы и алгоритмы принятия решений в экономике: учеб. пособие/ Б.А. Баллод, Н.Н. Елизарова. – М.: Финансы и статистика; ИНФРА – М, 2009. – 224 с.
5. Басовский Л.Е. Прогнозирование и планирование в условиях рынка/учебное пособие. М.: ИНФРА –М, 2004 г. – 154 с.
6. Дуброва Т.А. Статистические методы прогнозирования. М.: ЮНИТИ, 2003 г. – 168 с.