

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна

Должность: проректор по учебной работе

Дата подписания: 14.11.2022 14:44:40

Уникальный программный ключ:

0b817ca911e6668abb13a5d426d39e5f1c14cabbf73e943df4a4851fda56d089

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра городского дорожного строительства
и строительной механики

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

О.Г. Локтионова

« 15 »

2017 г.



ЗАДАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ ПО КУРСАМ «СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ» И «ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА»

Методические рекомендации предназначены для студентов техниче-
ских направлений и специальностей очной формы обучения

Курск 2017

УДК 001.81

Составители: Л.Ю. Ступишин, А.В. Масалов, А.Г. Колесников, Н.А. Масалов

Рецензент

Кандидат технических наук, доцент *К.Е. Никитин*

Задания к самостоятельной работе по курсам «Сопротивление материалов» и «Техническая механика» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Л.Ю. Ступишин, А.В. Масалов, А.Г. Колесников, Н.А. Масалов.- Курск, 2017.- 61 с.: ил.8, табл.17 прилож.1 - Библиогр.: с. 61

Излагаются задания к самостоятельной работе по сопротивлению материалов. На каждое задание приведены расчетная схема элемента конструкции и исходные данные для расчета.

Методические рекомендации предназначены для студентов технических направлений и специальностей, обучающихся на кафедре ГДСиСМ по очной форме обучения.

Ил. 8.Табл. 39.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 15.12.17 . Формат 60x84 1/16.
Усл.печ.л. 0,639 .Уч.-изд.л 0,579. Тираж 50 экз. Заказ 3857. Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
Задание №1. Исследование геометрических характеристик плоского сечения	4
Задание №2. Центральное растяжение и сжатие стержней: расчет на прочность, определение перемещений	7
Задание №3. Кручение валов круглого сечения: расчет на прочность, определение углов закручивания	10
Задание №4. Плоский изгиб прямых брусьев: построение эпюр внутренних усилий, расчет на прочность, определение перемещений	13
Задание №5. Построение эпюр внутренних усилий, расчеты на прочность, определение перемещений в статически определимых рамах	15
Задание №6. Статически неопределимая система: построение эпюр внутренних усилий, расчет на прочность	23
Задание №7. Внецентренное сжатие: расчет на прочность, ядро сечения	27
Задание №8. Изгиб с кручением круглого в сечении вала: расчет на прочность	31
Задание №9. Расчет на устойчивость прямого сжатого стержня: определение размеров поперечного сечения и коэффициента запаса устойчивости	36
Приложение	42

ВВЕДЕНИЕ

В процессе изучения курсов «Сопротивление материалов» и «Техническая механика» студенты выполняют по индивидуальным заданиям расчетно-графические работы.

Каждая работа включает одну задачу по определенной теме курса. Выполнение расчетно-графической работы должно завершать освоение соответствующего раздела курса.

При расчете все необходимые данные выбираются из таблиц. Номер схемы для каждого студента соответствует его номеру по журналу, номер строки таблиц соответствует номеру студента по журналу плюс шифр группы. Номер в журнале и шифр группы указывает преподаватель.

В конце методической разработки приведены справочные данные, необходимые как при выполнении расчетно-графических работ по сопротивлению материалов, прикладной и технической механики, так и при организации и проведении самостоятельной работы студентов.

ЗАДАНИЕ №1

Исследование геометрических характеристик
плоского сечения

Для изображенного в табл.2 поперечного сечения бруса требуется:

- а) определить положение главных центральных осей;
- б) вычислить величину главных центральных моментов инерции.

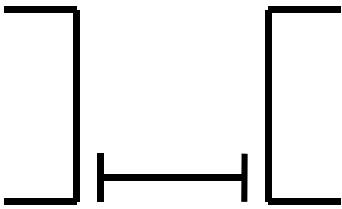
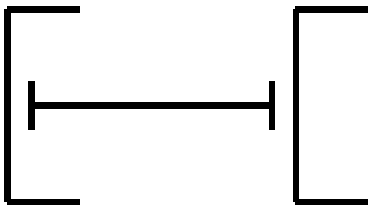
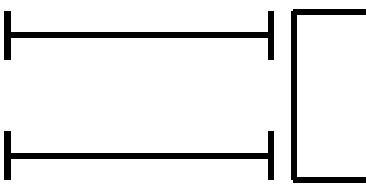
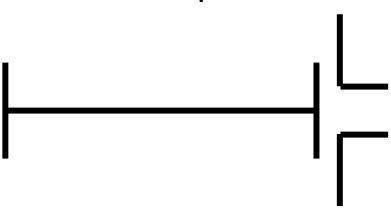
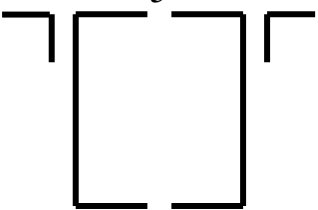
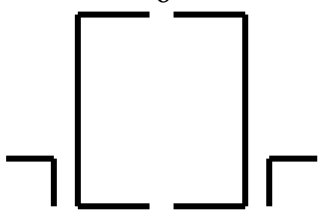
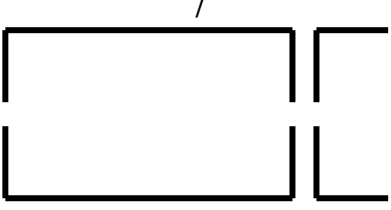
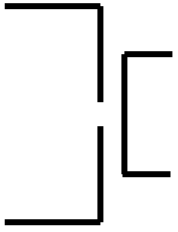
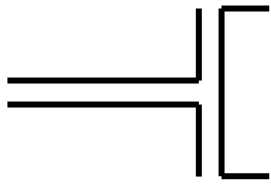
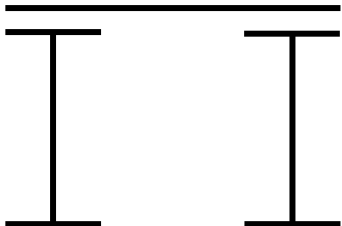
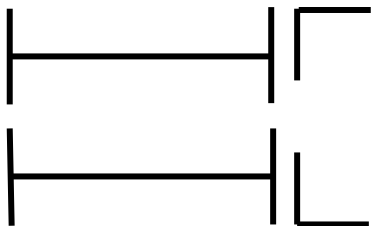
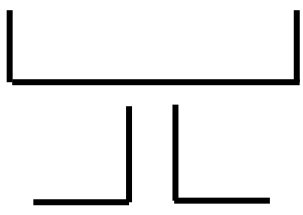
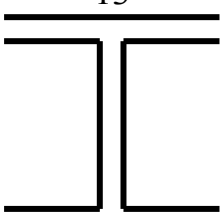
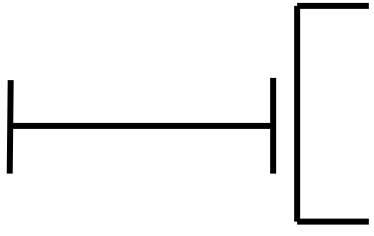
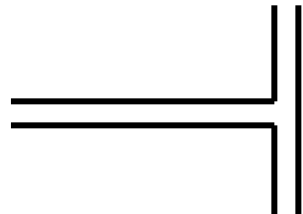
Все необходимые при расчете номера прокатных профилей и размеры прямоугольников выбираются в соответствии с вариантом из табл.1 и 2.

Таблица 1

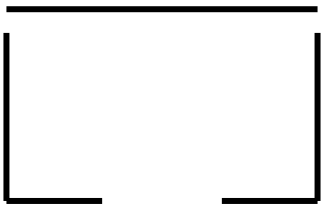
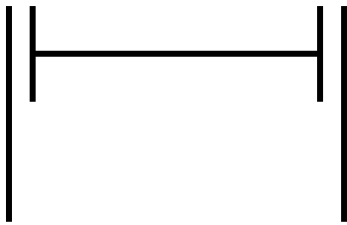
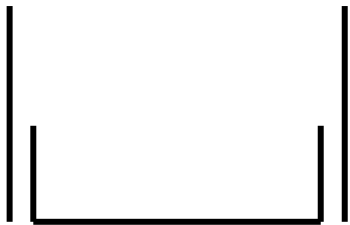
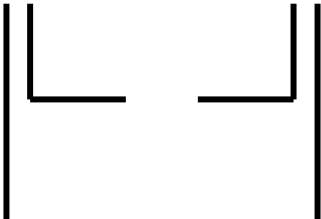
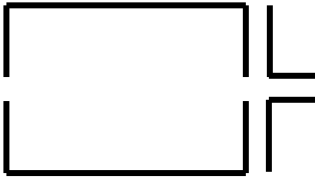

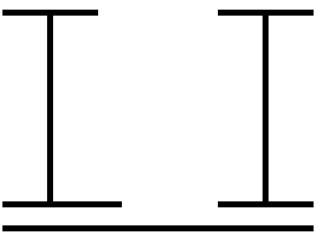
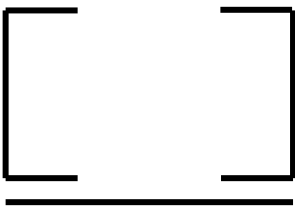
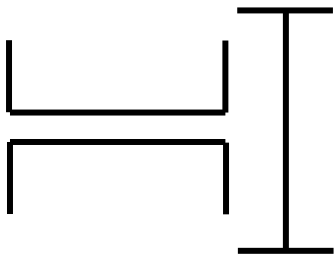
Номер по журналу	Номера профилей				Лист x 10 ⁻³ м	
	уголок равнополочный	уголок неравнополочный	швеллер	двутавр		
1	25	100x100x10	90x56x6	20	20	400x20
2	26	50x50x5	90x56x8	30	20	300x20
3	27	70x70x8	100x63x7	30	18	40x400
4	28	250x250x30	100x63x8	18	20	20x500
5	29	200x200x20	100x63x10	22	18	40x500
6	30	90x90x9	110x70x8	24	24	20x200
7	31	110x110x7	110x70x6.5	20	22	20x400
8	32	200x200x30	125x80x10	18	24	400x10
9	33	80x80x8	125x80x10	20	27	200x10
10	34	110x110x8	200x125x12	27	20	300x10
11	35	100x100x16	90x56x6	18	20	500x20
12	36	100x100x14	125x80x12	20	30	400x30
13	37	125x125x10	160x100x10	18	33	300x30
14	38	125x125x16	160x100x14	20	36	200x30
15	39	125x125x14	125x80x10	20	20	300x20
16	40	160x160x20	160x100x10	18	18	400x20
17	41	160x160x18	200x125x12	16	16	300x20
18	42	160x160x16	200x125x14	24	20	300x20
19	43	160x160x14	200x125x16	24	24	40x400
20	44	100x100x10	250x160x12	18	27	20x500
21	45	125x125x9	250x160x16	22	22	20x400
22	46	125x125x8	100x63x10	30	30	20x200
23	47	125x125x12	250x160x18	18	18	400x20
24	48	200x200x14	160x100x10	20	20	300x20

Таблица 2

Номера сечений соответствуют сумме номеров студента в журнале и шифра группы

<p>1</p> 	<p>2</p> 	<p>3</p> 
<p>4</p> 	<p>5</p> 	<p>6</p> 
<p>7</p> 	<p>8</p> 	<p>9</p> 
<p>10</p> 	<p>11</p> 	<p>12</p> 
<p>13</p> 	<p>14</p> 	<p>15</p> 

Продолжение табл. 2.

<p style="text-align: center;">16</p> 	<p style="text-align: center;">17</p> 	<p style="text-align: center;">18</p> 
<p style="text-align: center;">19</p> 	<p style="text-align: center;">20</p> 	<p style="text-align: center;">21</p> 
<p style="text-align: center;">22</p> 	<p style="text-align: center;">23</p> 	<p style="text-align: center;">24</p> 

ЗАДАНИЕ №2

Центральное растяжение и сжатие стержней:
расчет на прочность, определение перемещений

Для изображенного на рис. 2 стержня требуется:

- а) из условия прочности в опасном сечении определить размеры поперечных сечений каждой из ступеней стержня;
- б) определить линейное перемещение заданного сечения стержня.

Примечание. Для всех вариантов принять: $a=1\text{м}$, $q=10\text{кН/м}$, $E=2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$; для студентов строительных специальностей принять $R=210 \text{ МПа}$, для остальных специальностей $[\sigma]=160\text{МПа}$.

Все необходимые при расчете данные выбираются в соответствии с вариантом из табл. 3 и 4.

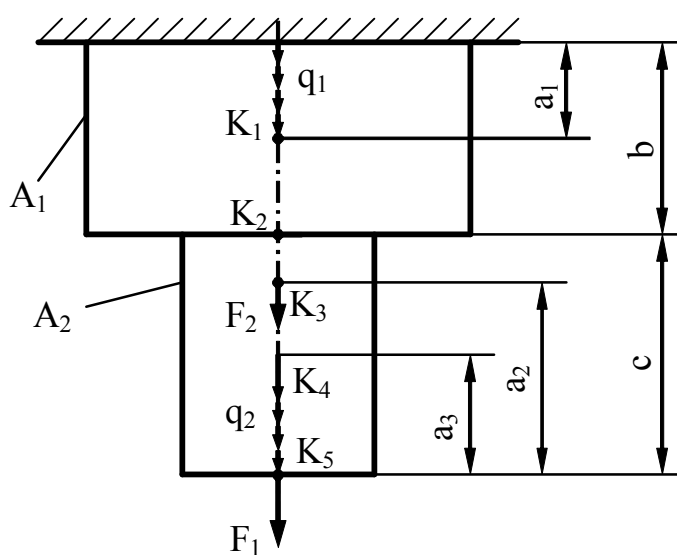


Рис.2

Таблица 3

Номер по журналу	Сечение бруса		Нагрузка				Поперечное сечение	Пере-меще-ние се-чения	
	A_1	A_2	q_1	q_2	F_1	F_2			
1	27	2A	A	$-q$	$2q$	$2qa$	$-qa$	прямоугольное $h/b=2$	K_1
2	28	2A	A	q	q	$-2qa$	$-2qa$	круглое	K_2
3	29	A	2A	$-2q$	$-q$	qa	$3qa$	квадратное	K_3
4	30	A	2A	$2q$	q	$-qa$	$2qa$	круглое	K_4
5	31	2A	3A	q	$1,5q$	$-2qa$	$3qa$	прямоугольное $h/b=1,5$	K_5
6	32	3A	A	$2q$	$2q$	$2qa$	$-3qa$	круглое	K_1
7	33	A	3A	$-2q$	$2q$	$-2qa$	$-3qa$	квадратное	K_2
8	34	2A	A	q	q	$3qa$	qa	прямоугольное $h/b=2$	K_3
9	35	A	2A	$2q$	q	$-qa$	$2qa$	круглое	K_4
10	36	2A	A	q	$-q$	$-qa$	$-3qa$	круглое	K_5
11	37	A	2A	$-2q$	q	$-3qa$	qa	квадратное	K_5
12	38	2A	A	$2q$	q	$-qa$	qa	прямоугольное $h/b=2$	K_4
13	39	A	2A	q	$-q$	$2qa$	$-2qa$	круглое	K_3

Номер по журналу		Сечение бруса		Нагрузка				Поперечное сечение	Перемещение сечения
		A ₁	A ₂	q ₁	q ₂	F ₁	F ₂		
14	40	2A	A	q	q	-3qa	-3qa	квадратное	K ₂
15	41	3A	A	2q	q	3qa	3qa	круглое	K ₁
16	42	A	3A	-2q	q	-3qa	3qa	квадратное	K ₅
17	43	A	3A	-q	2q	3qa	qa	круглое	K ₄
18	44	3A	A	2q	1,5q	2,5q	-qa	прямоугольное h/b=2	K ₃
19	45	2A	A	1,5q	-q	2,5q	2,5q	квадратное	K ₂
20	46	2A	A	q	-	1,5q	3qa	круглое	K ₁
21	47	3A	2A	q	-	3qa	-	круглое	K ₁
22	48	2A	A	q	q	2qa	1,5q	квадратное	K ₂
23	49	2A	A	q	-q	2,5q	-	круглое	K ₃
24	50	A	2A	-q	q	2qa	-	квадратное	K ₄
25	51	2A	A	q	-q	-qa	-qa	прямоугольное h/b=1,5	K ₅
26	52	A	2A	2q	q	3qa	-qa	круглое	K ₅

Таблица 4

Номер по журналу плюс шифр группы	Линейные размеры					
	a_1	a_2	l	a_3	b	c
1	2a	4a	2a	a	2a	4a
2	3a	2a	3a	a	2a	2a
3	4a	3a	2a	a	a	5a
4	3a	2a	a	2a	4a	2a
5	3a	a	3a	a	5a	a
6	2a	4a	4a	4a	3a	5a
7	4a	2a	4a	2a	4a	4a
8	3a	3a	2a	a	5a	3a
9	2a	4a	3a	2a	2a	6a
10	3a	2a	2a	a	6a	2a
11	2a	a	2a	a	4a	2a
12	2a	4a	2a	2a	4a	4a
13	5a	3a	3a	3a	5a	3a
14	2a	3a	3a	a	4a	2a
15	3a	2a	4a	5a	4a	4a
16	a	5a	2a	2a	2a	5a
17	2a	3a	2a	3a	4a	3a
18	3a	3a	2a	5a	5a	3a
19	3a	4a	3a	2a	3a	5a
20	3a	3a	3a	a	2a	3a
21	a	2a	2a	6 a	3a	4a
22	5a	2a	4a	a	4a	3a
23	2a	3a	3a	a	2a	3a
24	3a	a	2a	4a	4a	5a
25	2a	2a	a	2a	2a	3a
26	2a	4a	a	3a	5a	2a

ЗАДАНИЕ №3

Кручение валов круглого сечения: расчет на прочность, определение углов закручивания

Номер по журналу плюс шифр группы		d_1	d_2	d_3	t_{e1}	t_{e2}	t_{e3}	T_{e1}	T_{e2}	Угол закручивания сечения
1	27	d	$2d$	$1.5d$	-	$-t_e$	t_e	$2t_{ed}$	$-t_{ea}$	K_1
2	28	$2d$	d	$2d$	$-t_e$	$2t_e$	-	$-t_{ed}$	$-2t_{ea}$	K_2
3	29	$2d$	$1.5d$	d	$2t_e$	t_e	-	$3t_{ed}$	t_{ea}	K_3
4	30	d	$2d$	d	-	$-2t_e$	$2t_e$	$-t_{ea}$	$3t_{ea}$	K_3
5	31	d	$2d$	$2d$	-	$3t_e$	$-2t_e$	$-2t_{ea}$	$2t_{ea}$	K_2
6	32	$2d$	$2d$	d	-	$-3t_e$	$-t_e$	$-3t_{ea}$	t_{ea}	K_1
7	33	d	d	$2d$	$-2t_e$	$-2t_e$	-	t_{ea}	t_{ea}	K_1
8	34	$2d$	d	$3d$	$3t_e$	$-2t_e$	-	$3t_{ea}$	$-2t_{ea}$	K_2
9	35	$3d$	$2d$	d	-	$3t_e$	$3t_e$	$-t_{ea}$	$2t_{ea}$	K_3
10	36	$3d$	d	$2d$	-	$-t_e$	$-3t_e$	$-3t_{ea}$	$3t_{ea}$	K_2
11	37	$2d$	$3d$	d	t_e	$-2t_e$	-	$4t_{ea}$	$-t_{ea}$	K_3
12	38	$2d$	$3d$	$2d$	$2t_e$	$2t_e$	-	$-4t_{ea}$	t_{ea}	K_1
13	39	$3d$	d	$3d$	$-3t_e$	$3t_e$	-	$-t_{ea}$	$-t_{ea}$	K_2
14	40	d	$2d$	d	$3t_e$	$-3t_e$	-	t_{ea}	$2t_{ea}$	K_1
15	41	$2d$	$1.5d$	d	-	$-2t_e$	$2t_e$	t_{ea}	$3t_{ea}$	K_3
16	42	$2.5d$	$2d$	d	-	t_e	$3t_e$	t_{ea}	$4t_{ea}$	K_1
17	43	$2.5d$	$2d$	$2.5d$	-	t_e	$-3t_e$	$3t_{ea}$	t_{ea}	K_2
18	44	$1.5d$	d	$2d$	-	$-t_e$	$-2t_e$	$-3t_{ea}$	$3t_{ea}$	K_3
19	45	$1.5d$	d	$1.5d$	$2t_e$	$-2t_e$	-	$-4t_{ea}$	t_{ea}	K_2
20	46	$2d$	$1.5d$	$2d$	$3t_e$	$-3t_e$	-	$2t_{ea}$	$-t_{ea}$	K_1
21	47	$3d$	$2.5d$	d	$-2t_e$	$3t_e$	-	$3t_{ea}$	$3t_{ea}$	K_3
22	48	$3d$	$2d$	d	-	$2t_e$	$3t_e$	$4t_{ea}$	$3t_{ea}$	K_2
23	49	$2d$	$2.5d$	$2d$	-	t_e	$2t_e$	$-3t_{ea}$	$4t_{ea}$	K_3
24	50	$3d$	$2d$	d	-	$-t_e$	$-t_e$	$4t_{ea}$	t_{ea}	K_1
25	51	$2.5d$	d	d	$-t_e$	$-2t_e$	-	$4t_{ea}$	$-4t_{ea}$	K_2
26	52	$3d$	$2d$	$2d$	$2t_e$	$2t_e$	-	$2t_{ea}$	$4t_{ea}$	K_1

ЗАДАНИЕ №4

Плоский изгиб прямых брусьев: построение эюр
внутренних усилий, расчет на прочность,
определение перемещений

Для изображенной на рис. 4 расчетной схемы требуется:

- построить эюры Q и M , записав для каждого расчетного участка выражения для внутренних усилий в общем виде;
- из условия прочности в опасном сечении подобрать поперечное сечение балки;
- определить перемещение заданного сечения.

Примечание. Для всех вариантов принять: $a=1\text{м}$, $q=10\text{кН/м}$, $E=2\cdot 10^5\text{МПа}$; для студентов строительных специальностей принять $R=210\text{МПа}$, для остальных специальностей $[\sigma]=160\text{МПа}$.

Все необходимые при расчете данные выбираются в соответствии с вариантом из табл. 6 и 7.

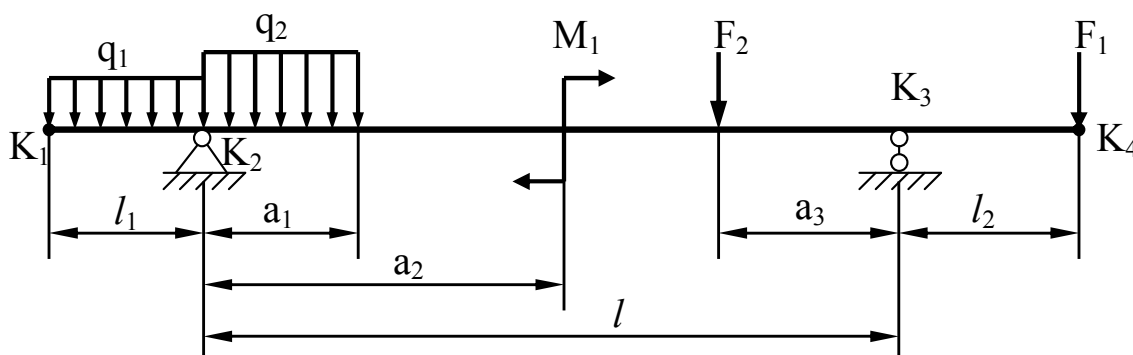












Рис.4

Таблица 6

Номер по журналу плюс шифр группы		l_1	l_2	l	a_1	a_2	a_3
1	14	a	2a	8a	2a	4a	6a
2	15	2a	a	9a	4a	3a	2a
3	16	2a	2a	8a	3a	3a	3a
4	17	a	3a	10a	4a	a	2a
5	18	3a	a	9a	a	3a	4a
6	19	3a	3a	8a	2a	4a	3a
7	20	a	a	10a	a	2a	4a
8	21	2a	a	8a	3a	4a	2a
9	22	a	2a	9a	2a	2a	4a
10	23	3a	a	10a	3a	2a	3a
11	24	a	3a	8a	2a	4a	a
12	25	3a	3a	9a	2a	2a	4a
13	26	2a	a	10a	2a	5a	3a

Таблица 7

Номер по журналу		q_1	q_2	F_1	F_2	M_1	Поперечное сечение	Угол поворота сечения
1	27	q		4qa		$2qa^2$		K_1
2	28	-q			-2qa	$-2qa^2$		K_2
3	29		q	2qa		$4qa^2$		K_3
4	30		-2q	-4qa		$2qa^2$		K_4
5	31	2q			2qa	qa^2		K_3
6	32	-2q			-qa	$-qa^2$		K_4
7	33	-q			3qa	$2qa^2$		K_1
8	34		q	3qa		$4qa^2$		K_3
9	35		-q	4qa		$-2qa^2$		K_2
10	36		2q	2qa		$2qa^2$		K_1

Номер по журналу	q_1	q_2 ,	F_1	F_2	M_1	Поперечное сечение	Угол поворота сечения
11 37		$-2q$	qa		$3qa^2$		K_4
12 38	$2q$			$-2qa$	$-3qa^2$		K_3
13 39	$-2q$			$3qa$	$-2qa^2$		K_2
14 40	q			$4qa$	$-3qa^2$		K_1
15 41	$-q$			$-3qa$	$-3qa^2$		K_2
16 42		q	$-3qa$		$2qa^2$		K_3
17 43		$2q$	$4qa$		$-2qa^2$		K_4
18 44		$-q$	$-2qa$		$4qa^2$		K_1
19 45	q			$2qa$	$-2qa^2$		K_4
20 46	$-q$			$-4qa$	qa^2		K_3
21 47	$-2q$			$-3qa$	$2qa^2$		K_3
22 48		$2q$	$3qa$		$-3qa^2$		K_1
23 49		q	$2qa$		$-2qa^2$		K_2
24 50		$-q$	$4qa$		qa^2		K_3
25 51	q			$2qa$	$-3qa^2$		K_4
26 52	$2q$			$-3qa$	$2qa^2$		K_1

ЗАДАНИЕ №5


Построение эпюр внутренних усилий, расчеты на прочность, определение перемещений в статически определимых рамах

Для изображенных в таблице 9 расчетных схем требуется:

1. Построить эпюры Q , M , N .
2. Определить опасное сечение и из условия прочности решить одну из трех типов задач (таблица 8);
3. Определить перемещения заданных сечений (таблица 8);

Примечание. Для всех вариантов принять: $a=1$ м; $E=2 \cdot 10^5$ МПа; $R=210$ МПа.

Таблица 8

№ по журналу	q_1	F_1	M	l_1	l_2	l_3	α_1	α_2	α_3	$\frac{q}{\frac{кН}{м}}$	Поперечное сечение	Прогиб сечения	Угол поворота сечения
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	-q	2qa	qa ²	6a	4a	2a	0,5	1,0	0	10	I №20	-	1
2	2q	4qa	-2qa ²	4a	4a	2a	0,75	0,5	0	10	I I	3 ^B	-
3	q	-2qa	-2qa ²	2a	3a	6a	0,5	0,5	0,5	10]I №20	4 ^Г	-
4	-2q	qa	3qa ²	4a	3a	4a	0,25	1,0	0	15	⊗	-	1
5	2q	-2qa	-2qa ²	2a	6a	3a	1,0	0,5	1,0	10	 h/b=2	4 ^B	-
6	q	qa	-2qa ²	2a	6a	2a	0,5	0,5	0,5	10	⊙, d=0,1m	3 ^Г	-
7	-q	-2qa	3qa ²	2a	4a	2a	0,25	0,5	0	-	I №18	-	2

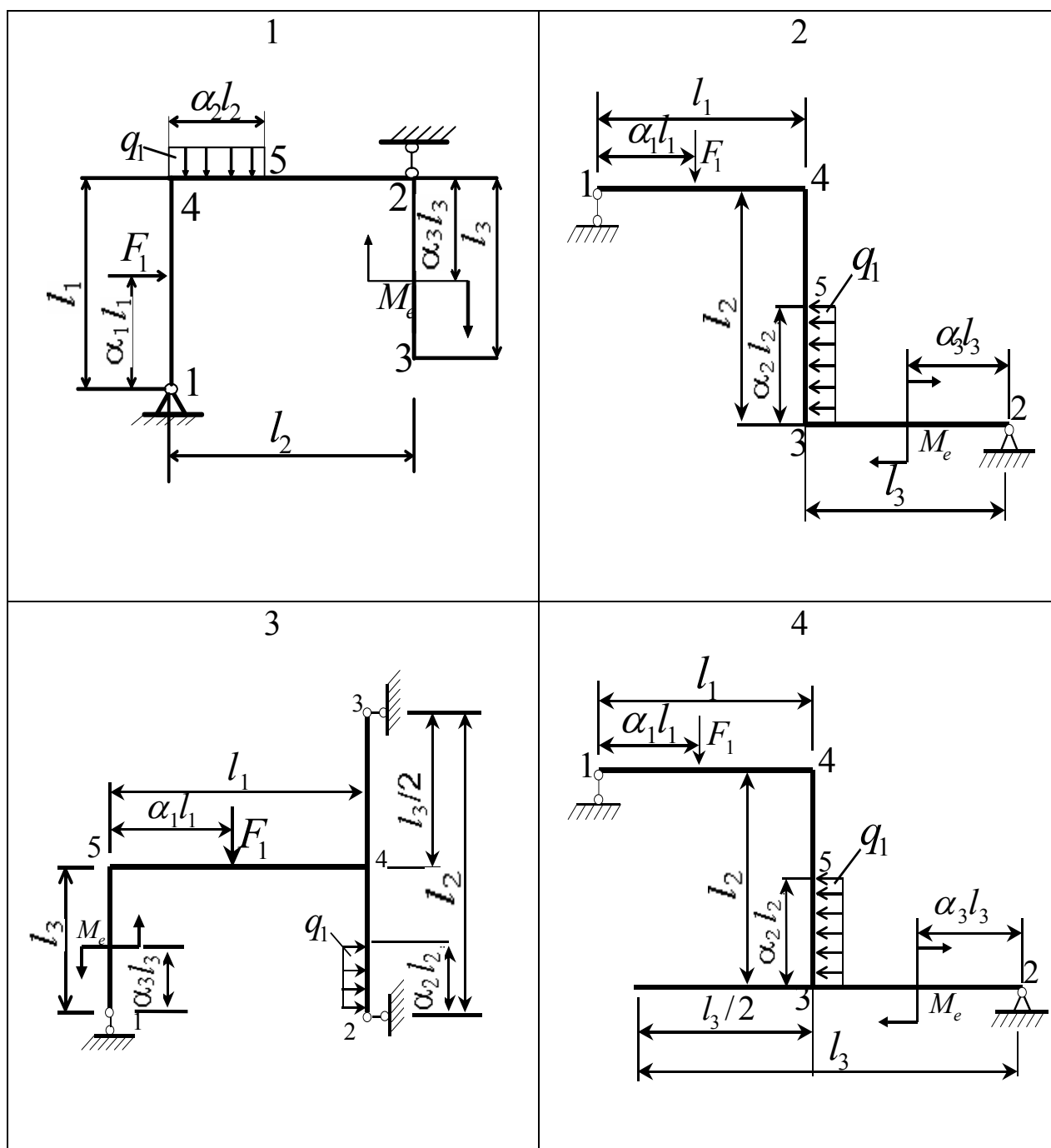
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
8	2q	-2qa	qa ²	3a	4a	3a	0,5	0,5	1,0	-	II №14	5 ^B	-
9	2q	3qa	-2qa ²	2a	6a	2a	0,5	1,0	0	15	II №20	4 ^B	-
10	-q	-qa	qa ²	2a	4a	a	0,5	0,5	0	20	I	-	2
11	q	2qa	-qa ²	4a	2a	2a	0,75	1,0	0	-	⊗ d=0,1M	4	-
12	2q	-2qa	2qa ²	2a	4a	2a	0,5	1,0	1,0	10	I №20	-	2
13	-2q	2qa	-qa ²	a	2a	2a	0,5	1,0	1,0	-	II №12	4 ^B	-
14	-q	qa	qa ²	2a	2a	2a	0,5	1,0	0	10	⊗ h=0,1M b=0,05M	-	1
15	q	-2qa	2qa ²	2a	2a	a	0,5	0,5	1,0	20	⊗	-	2
16	-2q	qa	-qa ²	2a	2a	2a	0,5	1,0	1,0	-	I №20	1 ^Г	-
17	-q	2qa	2qa ²	2a	4a	2a	1,0	1,0	0	-	⊗ h/2=2	-	2

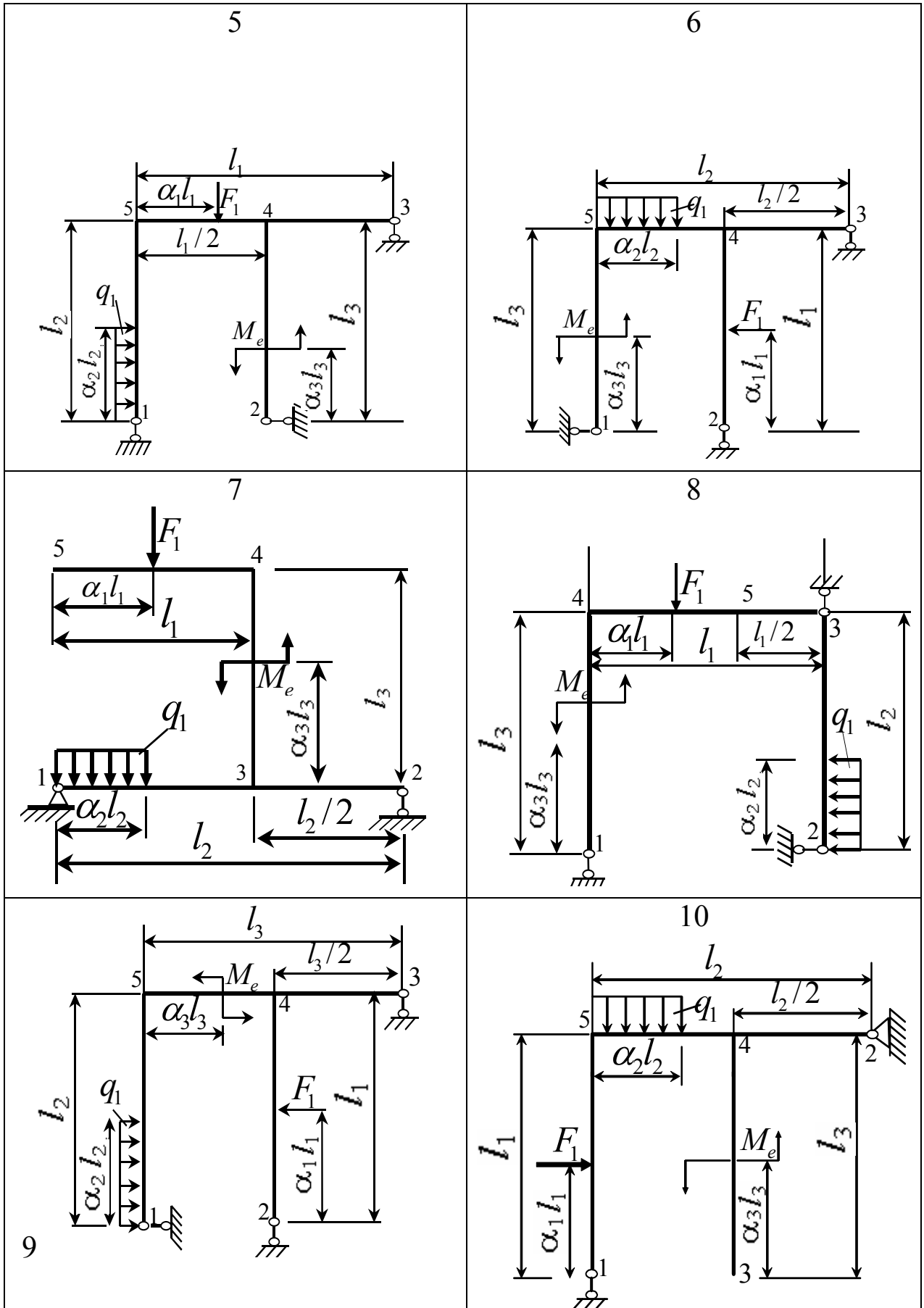
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
18	$2q$	$-qa$	$-qa^2$	$2a$	$2a$	$4a$	$0,5$	$1,0$	$1,0$	-	II №14	4^B	-
19	$-2q$	qa	qa^2	$2a$	$2a$	$2a$	$0,5$	$1,0$	$0,5$	-	I №30	$4^Г$	-
20	q	$2qa$	$-2qa^2$	a	$2a$	$4a$	$0,5$	$1,0$	$0,5$	10	II №16	-	3
21	$2q$	$2qa$	$-qa^2$	$2a$	$4a$	a	$0,5$	$0,5$	$1,0$	15	⊗	4	-
22	$-2q$	$-qa$	$2qa^2$	$2a$	$2a$	$4a$	$0,5$	$1,0$	$0,5$	20	I	$5^Г$	-
23	q	$2qa$	$-2qa^2$	a	a	$4a$	$0,5$	$0,5$	$0,5$	-	⊠ $h=b=0,1M$	-	2
24	$-q$	$-2qa$	qa^2	a	$4a$	$2a$	$0,5$	$0,5$	$1,0$	10	I №20	$5^Г$	-

Примечание: в – вертикальный прогиб, г – горизонтальный прогиб.

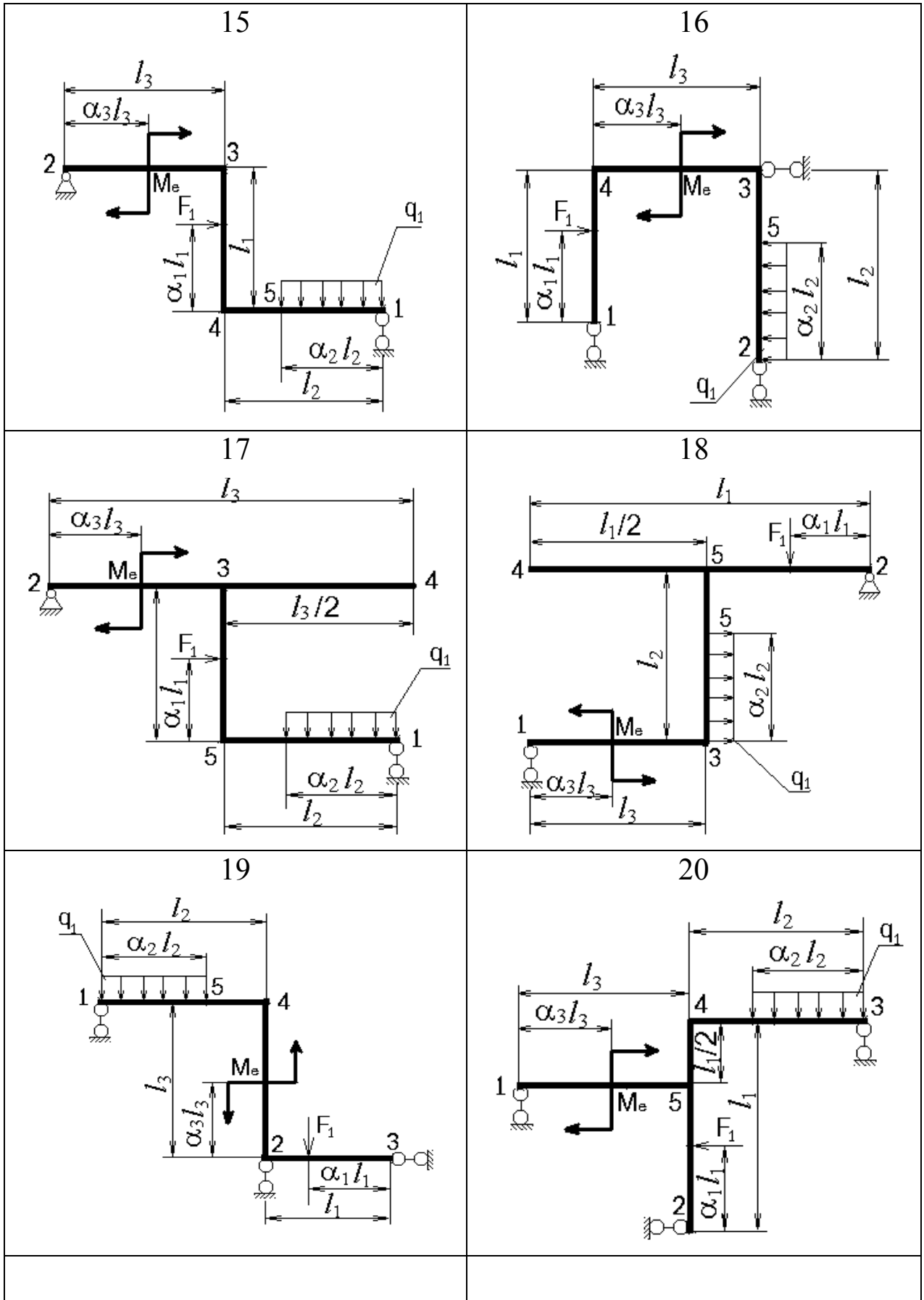
Таблица 9

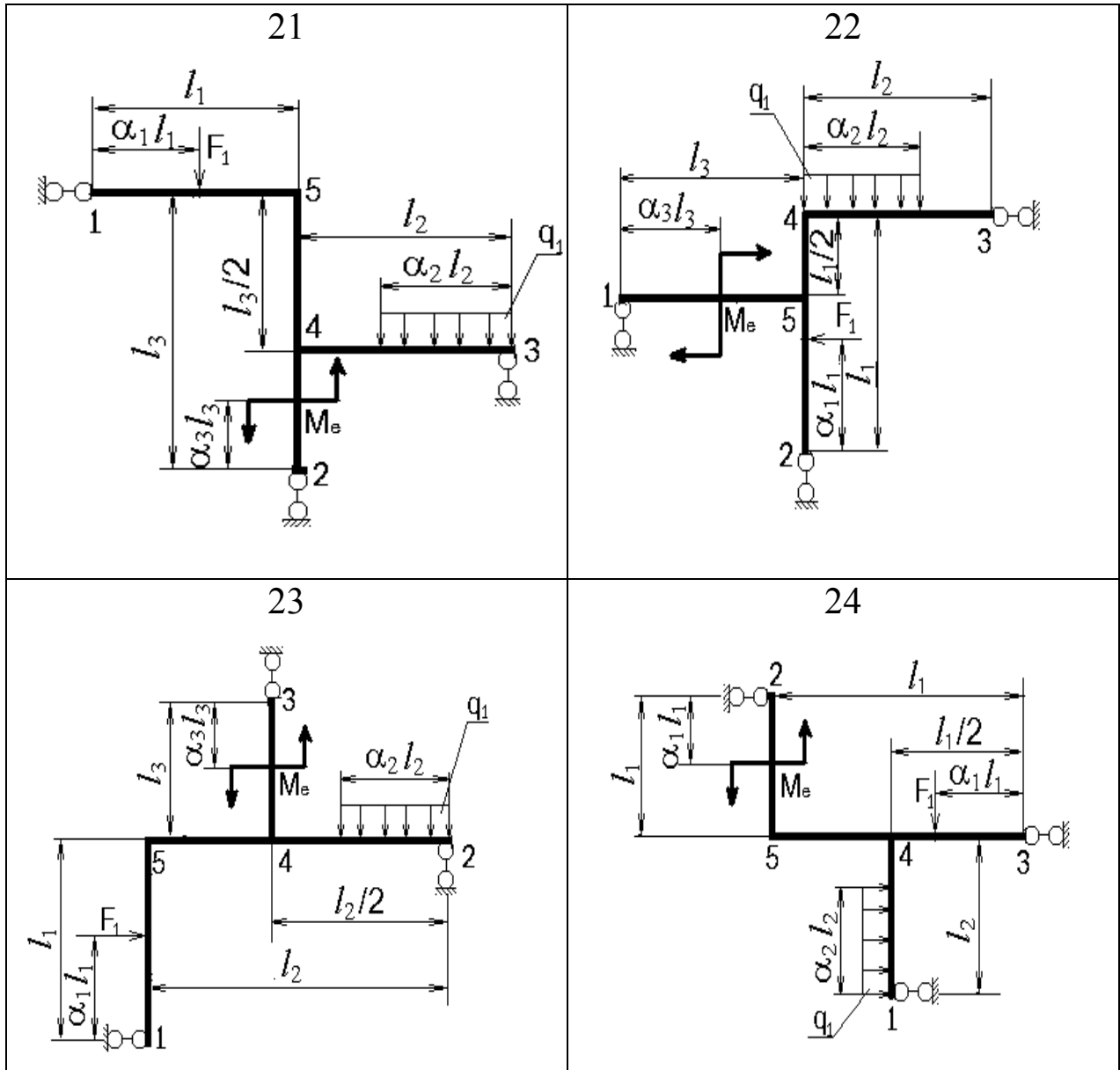
Номера расчётных схем соответствуют сумме номеров студента в журнале и шифра группы





<p style="text-align: center;">11</p>	<p style="text-align: center;">12</p>
<p style="text-align: center;">13</p>	<p style="text-align: center;">14</p>





ЗАДАНИЕ №6

Статически неопределимая система: построение эпюр внутренних усилий, расчет на прочность

Для заданной расчетной схемы (табл. 10.) требуется:

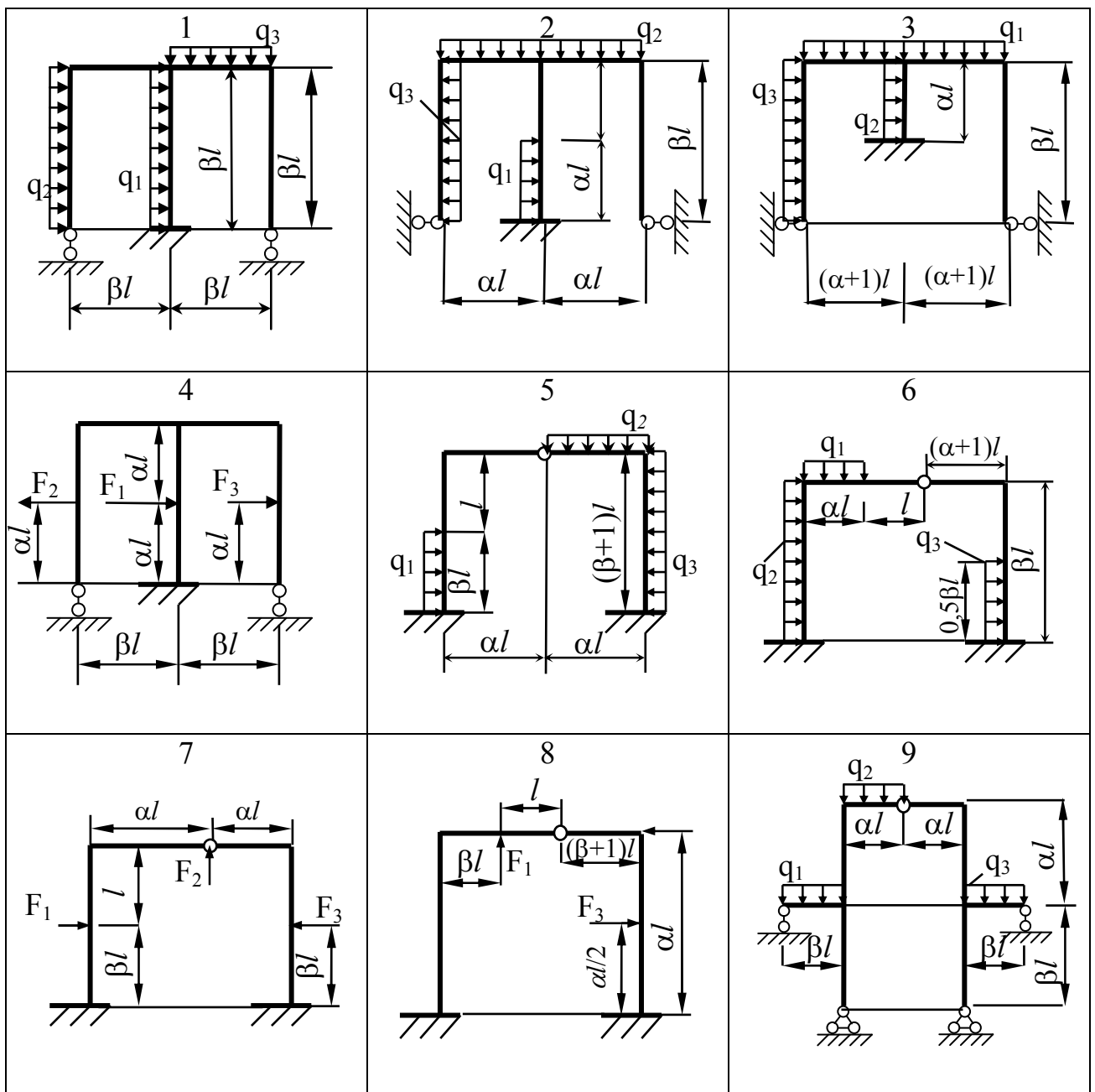
- раскрыть статическую неопределимость с использованием метода сил;
- построить эпюры M , Q и N ;
- сделать статическую и кинематическую проверки;
- подобрать размеры поперечных сечений элементов рамы при заданном соотношении жесткостей ригеля (горизонтальные элементы рамы) – EJ_1 и стойки (вертикальные элементы рамы) – EJ_2 .

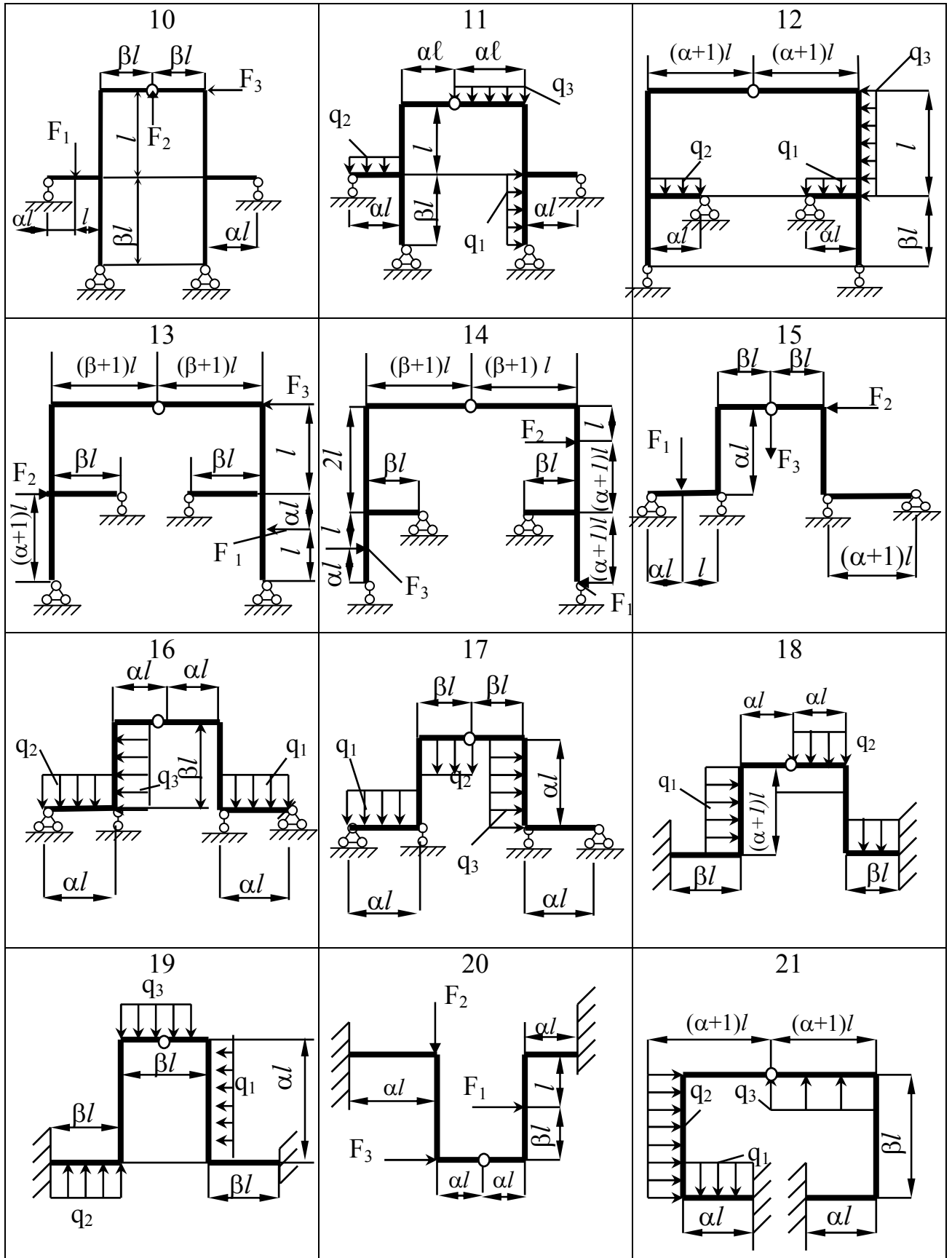
Примечание. Для всех вариантов принять: $l=0,5\text{м}$, $F=10ql$, $q=6\text{кН/м}$, $[\sigma]=160\text{ МПа}$; поперечное сечение ригеля – двутавр, поперечное сечение стойки – кольцо с отношением диаметров $d/D=0,8$.

Все необходимые при расчете данные выбираются в соответствии с вариантом из табл. 11.

Таблица 10

Номера расчётных схем соответствуют сумме номеров студента в журнале и шифра группы





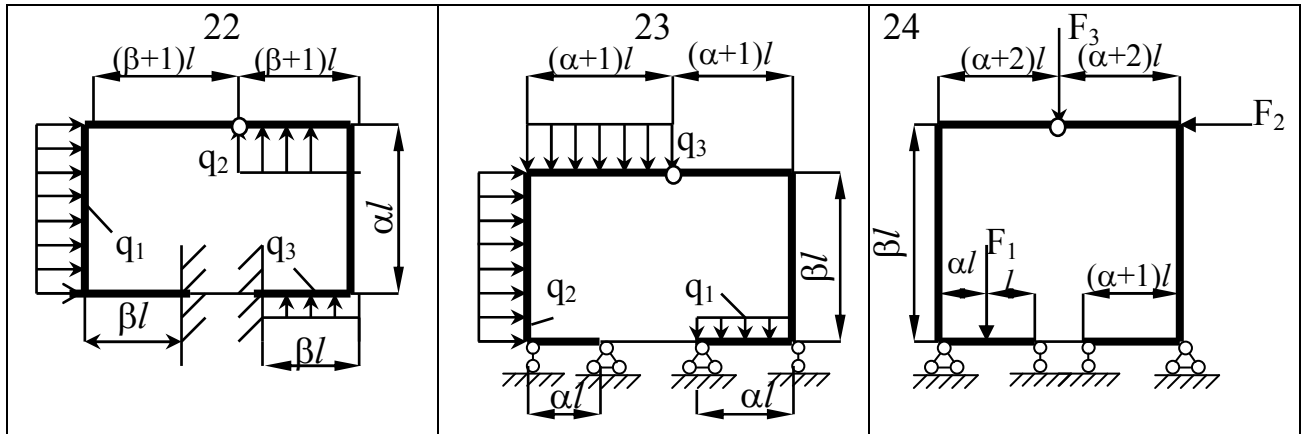


Таблица 11

Номер по журналу	$\frac{EJ_1}{EJ_2}$	F_1	F_2	F_3	q_1	q_2	q_3	α	β
1	25	6	F		q			2	1
2	26	7		2F		-q		3	3
3	27	8		-F			2q	4	5
4	28	9	-F		q			5	2
5	29	10		F		2q		5	4
6	30	6		2F			-q	4	4
7	31	7	-F				2q	3	3
8	32	8		F		-q		2	1
9	33	9		2F	2q			3	5
10	34	10	2F		-q			4	2
11	35	6		-F		-q		5	3
12	36	7		F			2q	4	3
13	37	8	F				q	3	5
14	38	9		F		-2q		2	4
15	39	10		-F	-q			4	3
16	40	6		2F	q			5	2
17	41	7		F		q		3	2
18	42	8	F				q	2	4
19	43	9	-F		2q			2	5
20	44	10		2F		-q		4	3
21	45	6		-F			q	2	4
22	46	7		-2F	q			2	4
23	47	8	F			-2q		4	3

Номер по журналу		$\frac{EJ_1}{EJ_2}$	F_1	F_2	F_3	q_1	q_2	q_3	α	β
24	48	9			-F		q		3	5

ЗАДАНИЕ №7

Внецентренное сжатие: расчет на прочность, ядро сечения

Для изображенной на рис. 5 расчетной схемы бетонной колонны требуется с учетом собственного веса:

а) проверить прочность колонны, записав условия прочности для растянутой и сжатой зон;

б) построить эпюру нормальных напряжений для опасного сечения колонны;

в) построить ядро сечения.

Примечание. Для всех вариантов принять: расчетное сопротивление на растяжение $R_p=1,2\text{МПа}$, на сжатие $R_c=17\text{МПа}$; объемный вес бетона $\gamma=24\text{кН/м}^3$, $F=200\text{кН}$. Поперечное сечение колонны выбирается в соответствии с вариантом из табл. 12 и 13; нагрузки и схемы нагружения выбираются из табл. 14 и рис.5.

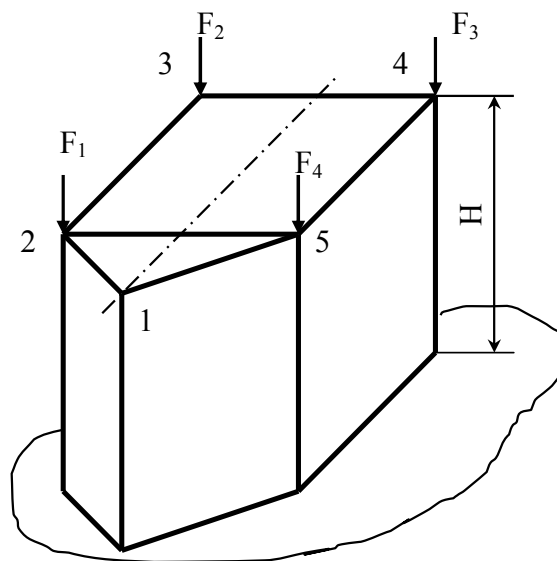
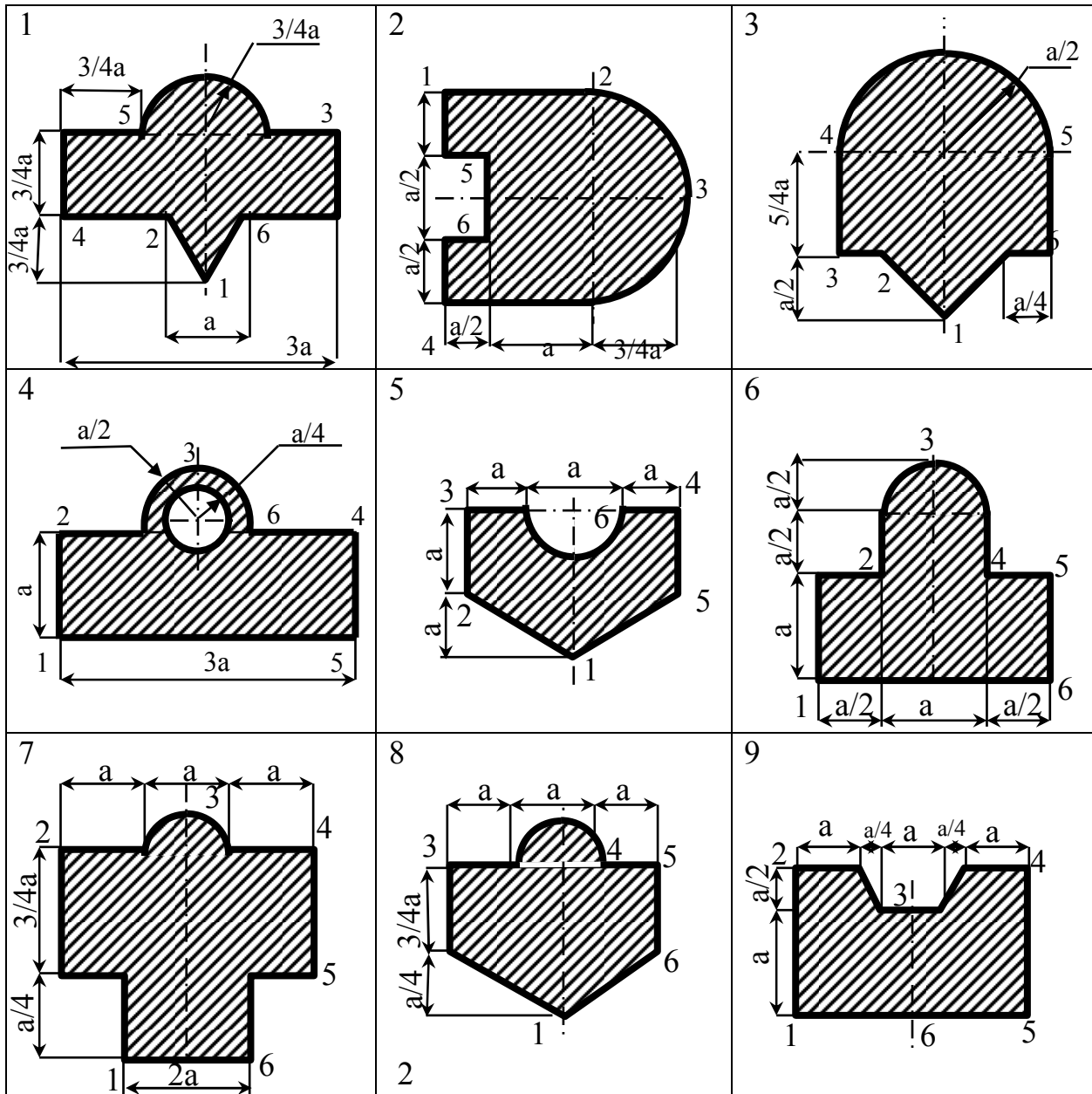
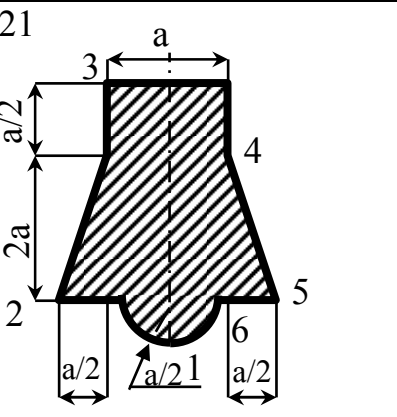
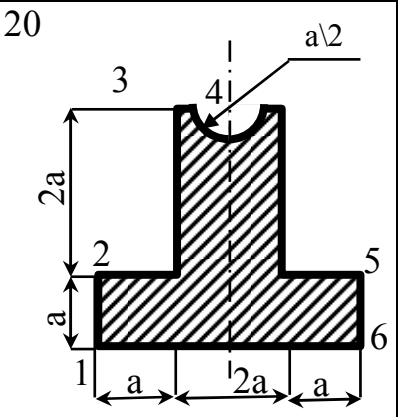
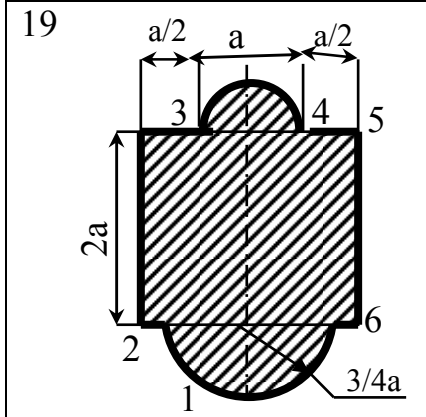
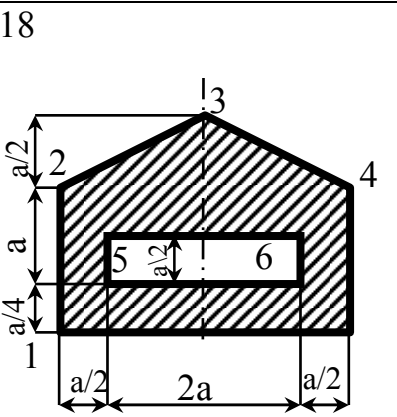
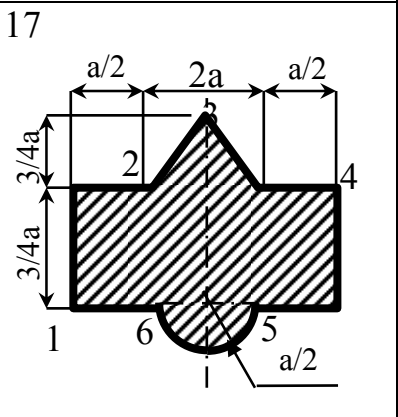
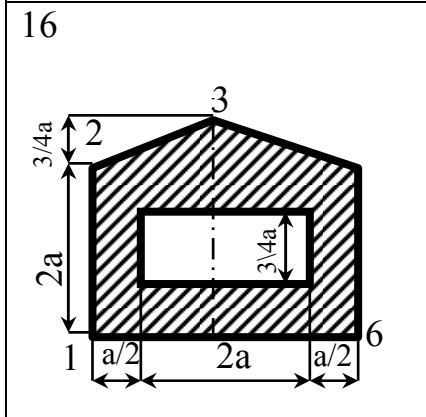
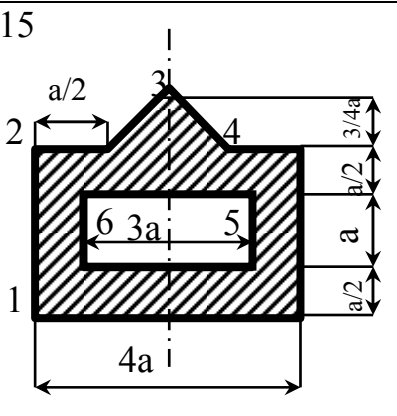
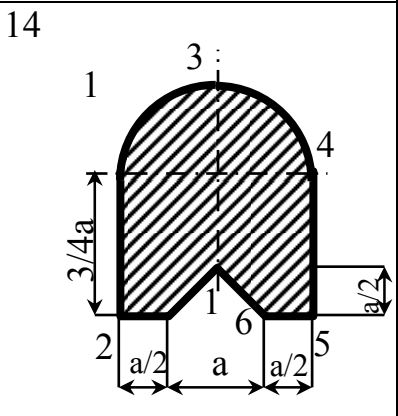
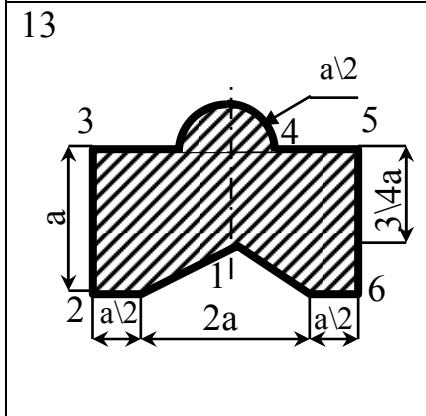
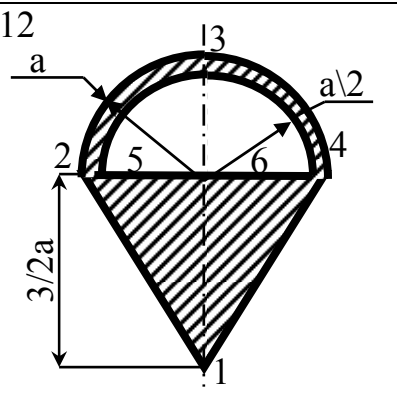
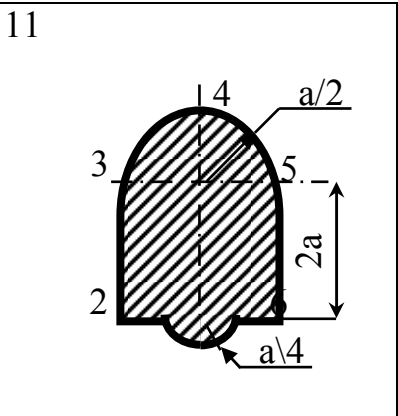
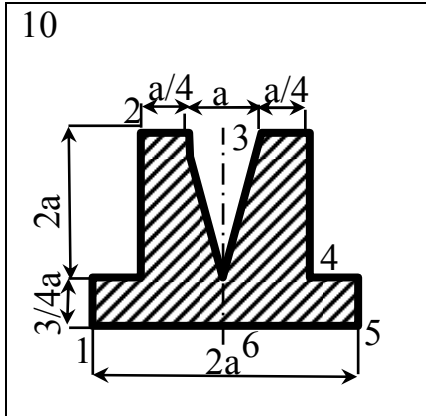


Рис.5

Таблица 11

Номера расчётных схем соответствуют сумме номеров студента в журнале и шифра группы





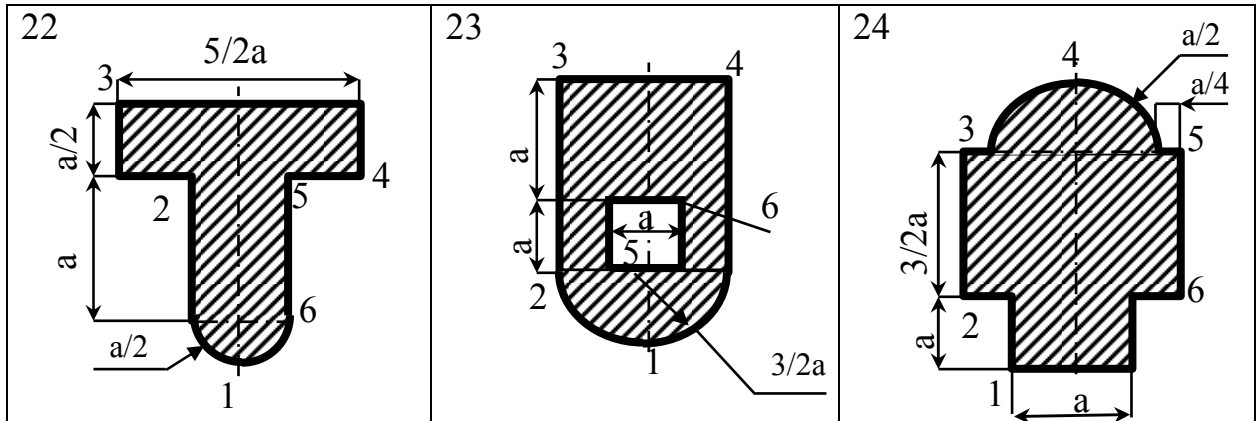


Таблица 13

1	Номер по журналу	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	Номер по журналу	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41
2	a (м)	0,9	0,8	0,6	0,7	0,5	1,2	1,0	1,3	1,5	1,3	1,3	1,4	1,6

1	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
1	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56
2	1,2	1,8	2,0	1,3	1,5	1,7	1,8	1,2	0,9	0,8	0,7	1,2	1,0	1,3	1,5

Таблица 14

Номер по журналу плюс шифр группы	H, м	F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	Точки приложения сил				
						F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	
1	25	2,0	2F	-F	2F	1.5F	1	-	5	-
2	26	3,0	-F	F	1.5F	-2F	2	-	-	4
3	27	1,0	2F	F	-1.5F	-1.5F	1	5	-	-
4	28	1,5	F	2F	F	3F	2	5	-	-
5	29	2,0	-2F	F	3F	F	3	5	-	-
6	30	2,5	1.5F	-F	-F	3F	1	3	-	-
7	31	3,0	-1.5F	1.5F	F	1.5F	2	5	-	-
8	32	1,0	-1.5F	-1.5F	1.5F	F	1	3	-	-
9	33	1,5	2F	-F	2F	-F	2	6	-	-
10	34	3,0	-F	-F	0.5F	3F	-	-	2	6
11	35	2,0	F	1.5F	3F	0.5F	3	-	6	-
12	36	2,5	1.5F	-0.5F	-0.5F	3F	-	1	2	-
13	37	1,5	3F	-F	-2F	0.5F	-	3	6	-
14	38	1,0	2.5F	-1.5F	-F	-2F	-	-	2	4
15	39	1,5	2F	F	0.5F	-3F	3	-	-	6
16	40	2,5	F	3F	2F	2F	2	6	-	-
17	41	3,0	-F	-2F	-2F	-2F	-	2	5	-
18	42	1,5	-2F	1.5F	2F	0.5F	1	3	-	-
19	43	2,0	3F	0.5F	2F	3F	2	-	-	5
20	44	2,5	2.5F	-F	1.5F	-2F	-	-	2	4
21	45	3,0	-2F	-2F	2.5F	F	2	-	-	6
22	46	1,5	2F	2.5F	2.5F	-F	-	3	5	-
23	47	1,0	1.5F	2.5F	2.5F	0.5F	1	-	-	3
24	48	2,0	0.5F	-3F	3F	2.5F	-	-	1	5

ЗАДАНИЕ №8

Изгиб с кручением круглого в сечении вала: расчет на прочность

Для заданной расчетной схемы вала (рис. 7) требуется:

а) построить эпюры изгибающих моментов в вертикальной и горизонтальной плоскостях;

б) определить требуемые диаметры ступеней вала исходя из третьей гипотезы прочности.

Примечание. Принять допустимое напряжение $[\sigma]=70\text{МПа}$. Все необходимые при расчете данные выбираются из табл. 15; взаимное направление окружных усилий показано на рис.6.

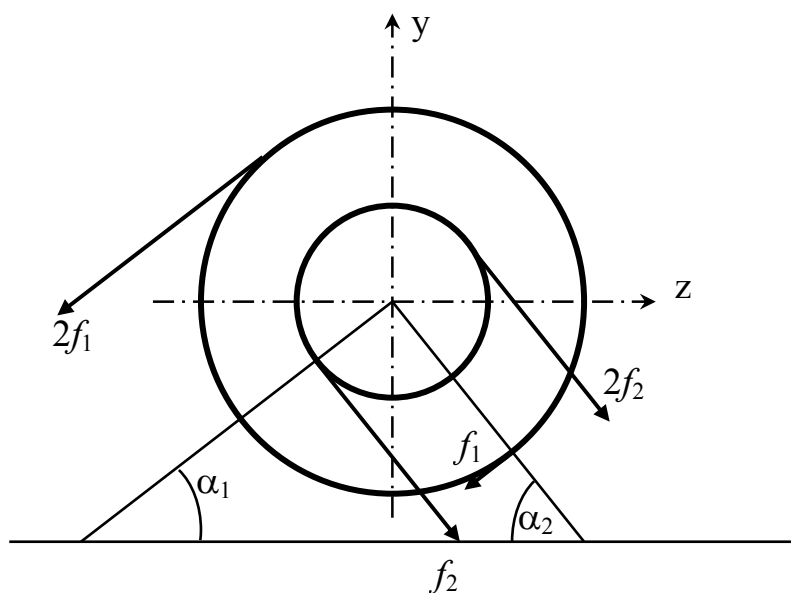


Рис.6

Таблица 15

Номер по журналу	N , кВт	ω , рад/с	a , м	b , м	c , м	D_1 , м	D_2 , м	α_1 (град)	α_2 (град)
1	22	30	1,3	1,0	1,9	1,0	1,0	10	80
2	23	40	1,4	1,2	1,2	1,1	0,9	20	90
3	24	50	1,5	1,4	1,4	1,0	0,8	30	0
4	25	60	1,6	1,1	1,1	0,9	0,7	40	10
5	26	70	0,7	1,3	1,3	0,8	0,6	50	20
6	27	80	0,8	1,5	1,5	0,7	0,5	60	30
7	28	90	0,9	0,6	0,6	0,6	0,4	70	40
8	29	100	1,0	0,7	0,7	0,5	0,4	80	50
9	30	70	0,7	0,8	0,8	0,4	0,4	90	60
10	31	60	0,6	0,9	0,9	0,5	0,4	0	70

11	32	50	50	1,5	1,0	1,0	0,6	0,5	10	80
12	33	40	40	1,4	1,1	1,1	0,7	0,6	20	90
13	34	30	30	1,3	1,2	1,2	0,8	0,7	30	0
14	35	80	80	0,8	1,3	1,3	0,9	0,8	40	10
15	36	90	90	0,9	1,4	1,4	1,0	0,9	50	20
16	37	100	100	1,0	1,5	1,5	1,1	1,0	60	30
17	38	50	50	1,5	1,4	1,4	1,2	1,0	70	40
18	39	40	40	1,4	1,3	1,3	0,9	0,8	80	50
19	40	30	30	1,3	1,2	1,2	1,0	0,9	90	60
20	41	60	60	0,6	1,1	1,1	0,8	0,7	0	70
21	42	40	40	1,4	0,5	0,5	1,0	1,0	30	0

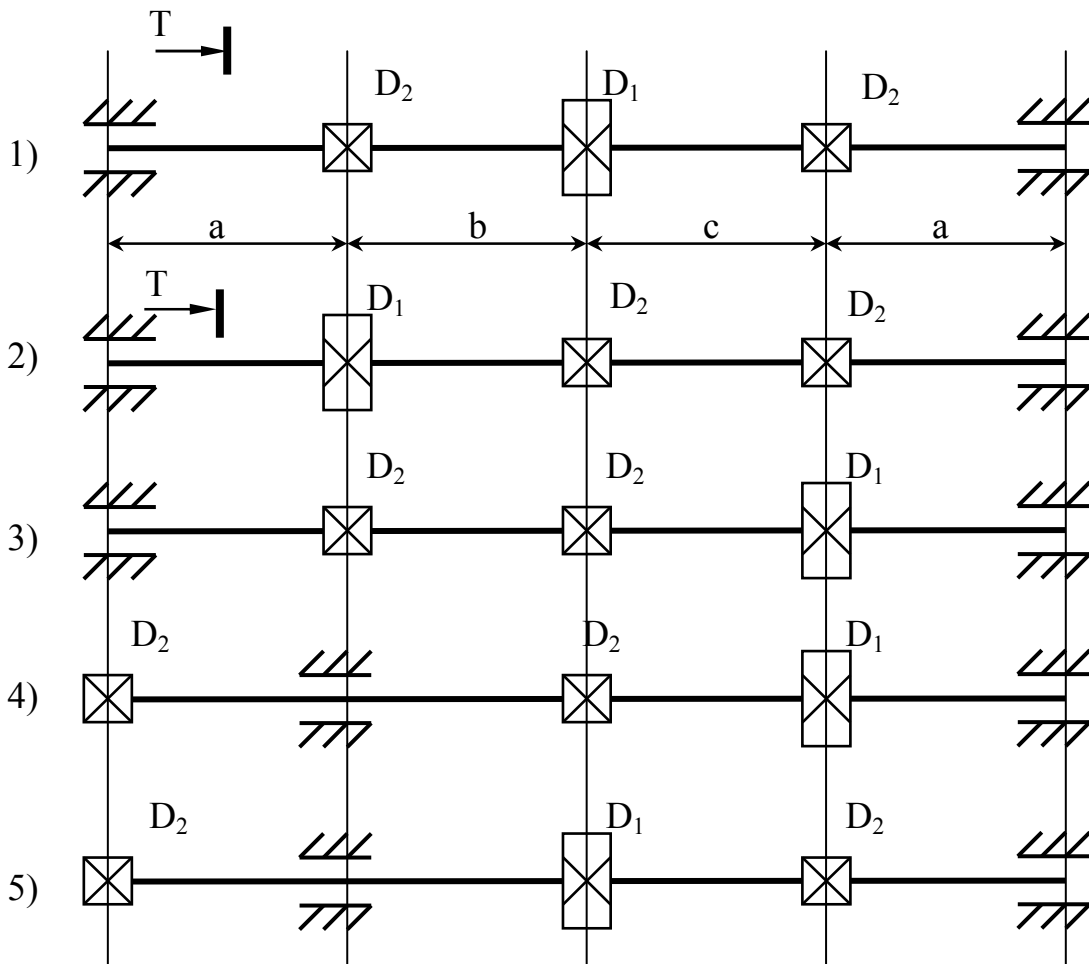
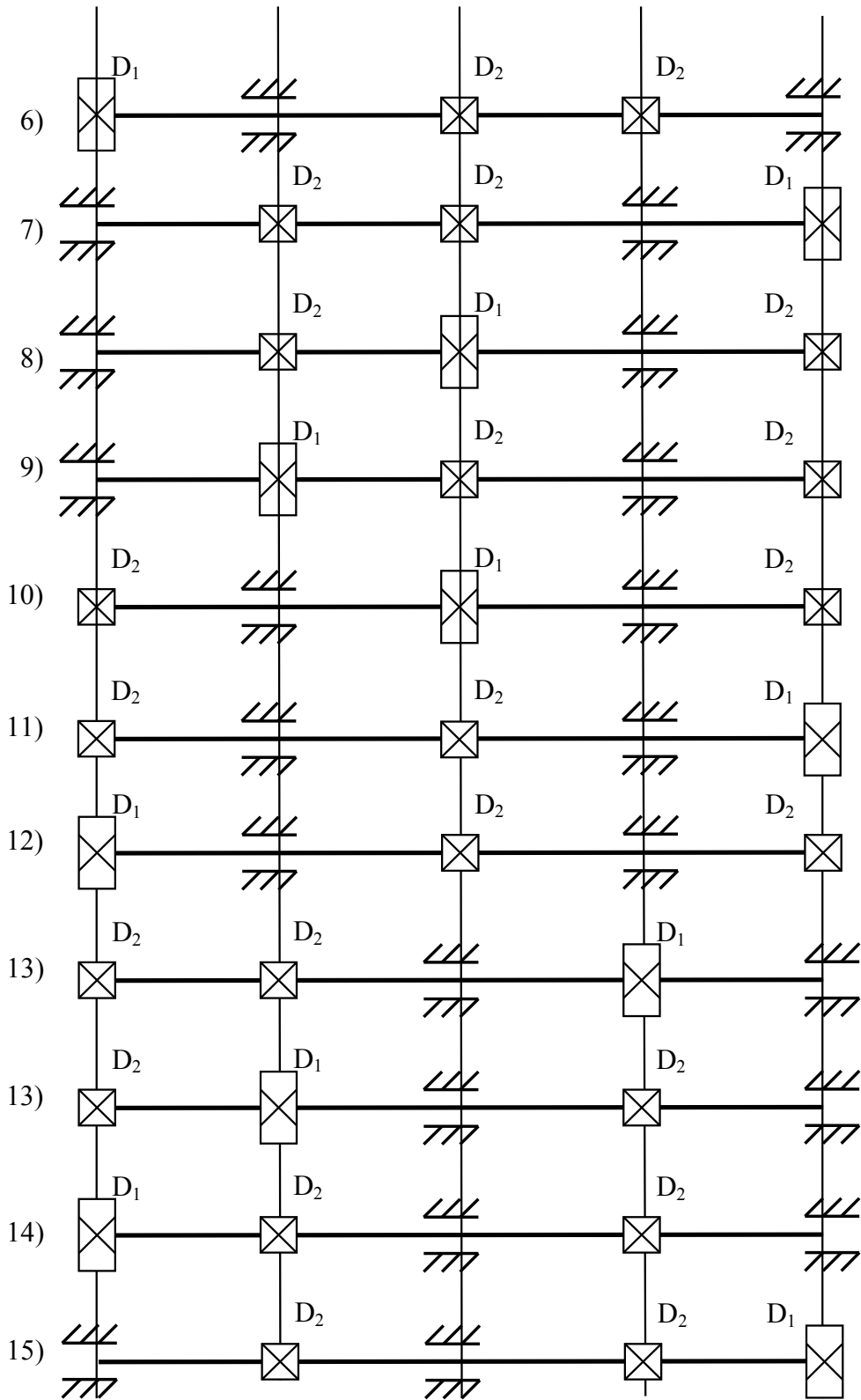
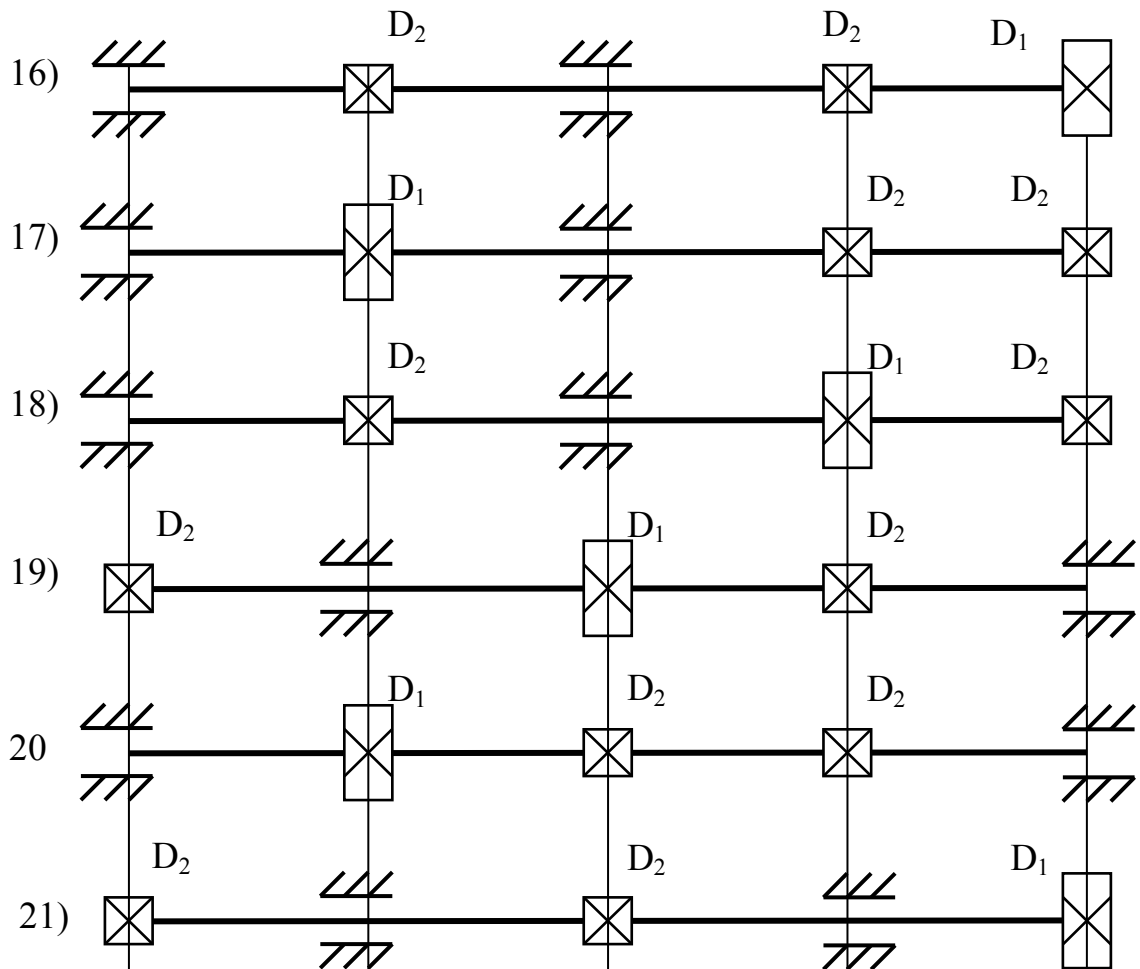


Рис.8 Номера расчётных схем соответствуют сумме номеров студента в журнале и шифра группы



Продолжение рис.8 Номера расчётных схем соответствуют сумме номеров студента в журнале и шифра группы



Продолжение рис.8. Номера расчётных схем соответствуют сумме номеров студента в журнале и шифра группы

ЗАДАНИЕ №9

Расчет на устойчивость прямого сжатого стержня:
определение размеров поперечного сечения и
коэффициента запаса устойчивости

Для сжимаемого стержня малой жесткости требуется:

- из условия устойчивости и прочности определить размеры заданного типа поперечного сечения стержня;
- определить коэффициент запаса устойчивости.

Примечание. Материал стержня – сталь 3, допускаемое напряжение $[\sigma]=160$ МПа (для студентов строительных специальностей расчётное сопротивление $R=210$ МПа). Схемы закрепления концов стержня берутся в соответствии с вариантом из табл. 16 и рис. 8, необходимые размеры и сжимающее усилие – из табл. 16, тип поперечного сечения – из табл.17.

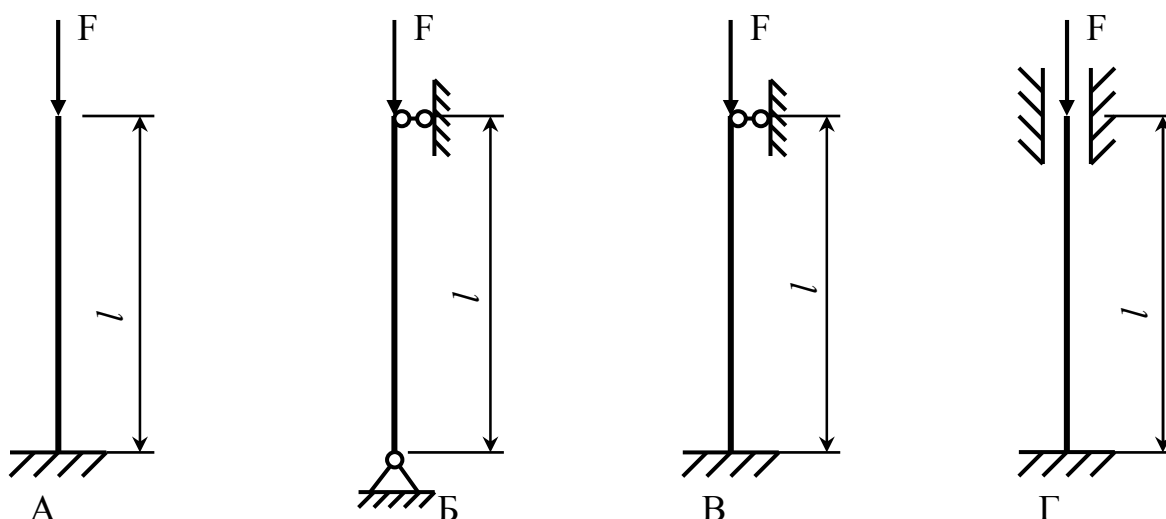


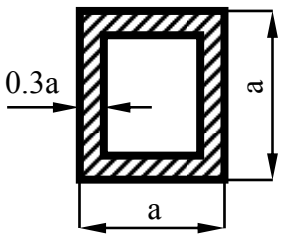
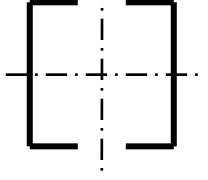
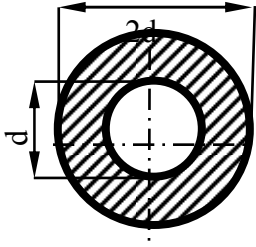
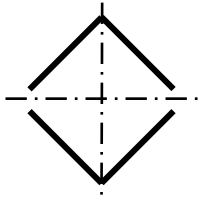
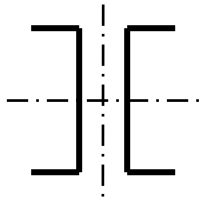
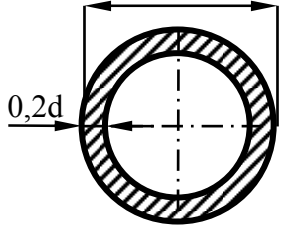
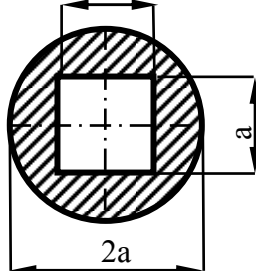
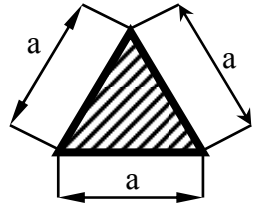

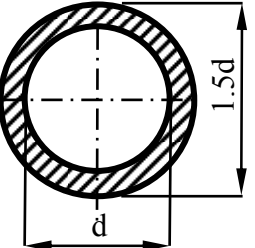
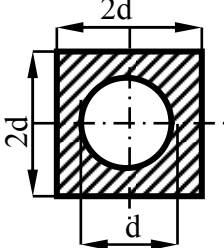
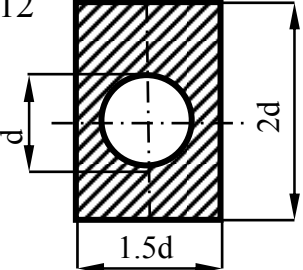
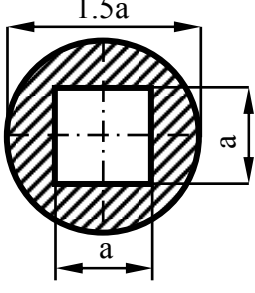
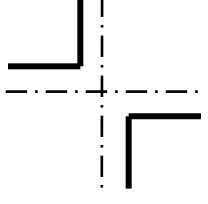
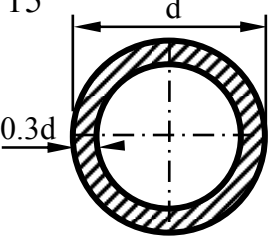
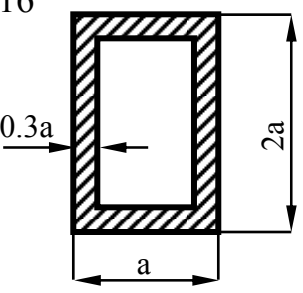
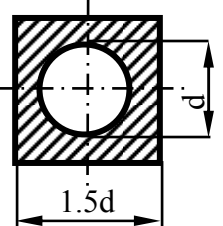
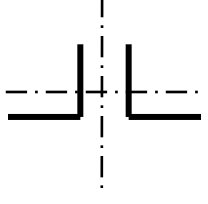
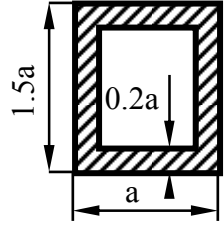
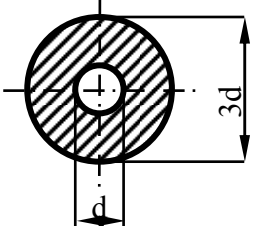
Рис. 8.

Таблица 16

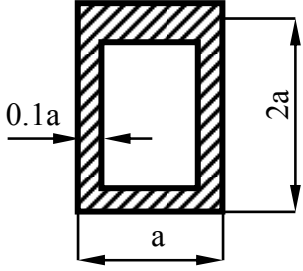
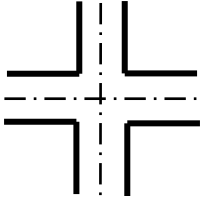
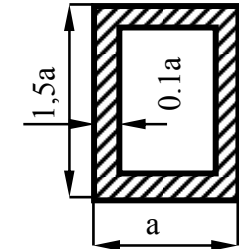
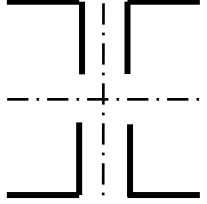
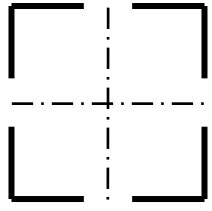
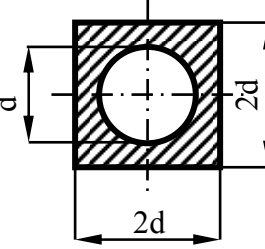
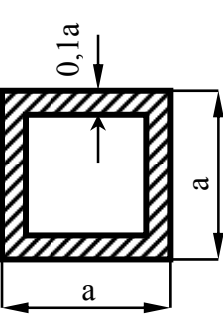
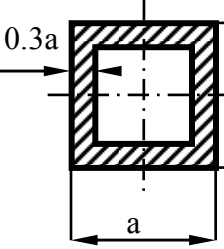
Номер по журналу		Схема закрепления	Длина, м	Нагрузка, кН
1	29	А	4,0	600
2	30	Б	8,0	900
3	31	В	9,5	1000
4	32	Г	11,0	1100
5	33	А	5,0	750
6	34	Б	10,0	1050
7	35	В	9,0	600
8	36	Г	8,0	1000
9	37	А	4,5	800
10	38	Б	7,0	900
11	39	В	10,0	1200
12	40	Г	9,6	1250
13	41	А	5,0	1100
14	42	Б	7,0	800
15	43	В	12,0	750
16	44	Г	10,0	1400
17	45	А	4,5	850
18	46	Б	7,5	700
19	47	В	8,0	1050
20	48	Г	12,0	800
21	49	А	5,0	950
22	50	Б	7,0	1850
23	51	В	8,0	650
24	52	Г	10,0	1000
25	53	А	3,5	700
26	54	Б	7,5	1100
27	55	В	8,5	600
28	56	Г	4,0	500

Таблица 17

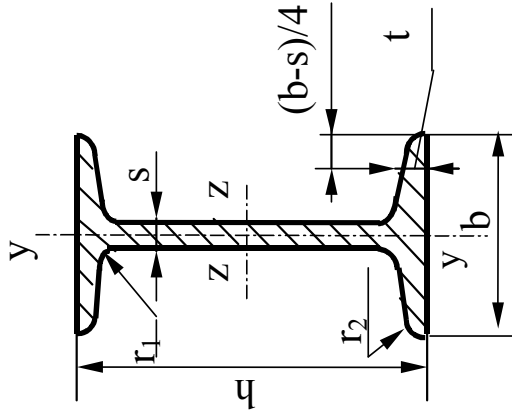
Номера расчётных схем соответствуют сумме номеров студента в журнале и шифра группы

1 	2 	3 	4 
5 	6 	7 	8 
9 	10 	11 	12 
13 	14 	15 	16 
17 	18 	19 	20 

Продолжение таблицы 17

<p>21</p> 	<p>22</p> 	<p>23</p> 	<p>24</p> 
<p>25</p> 	<p>6</p> 	<p>27</p> 	<p>28</p> 

1. СОРТАМЕНТ ПРОКАТНОЙ СТАЛИ



h- высота сечения;

b- ширина полки;

s- толщина стенки;

t- средняя толщина полки;

J- момент инерции;

W- момент сопротивления;

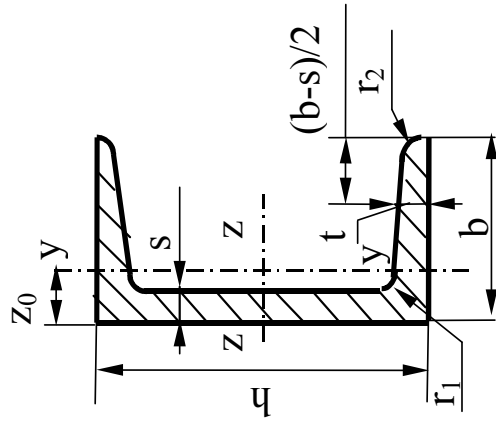
S_z- статический момент полусечения;

i- радиус инерции

Таблица 1. Двутавр с уклоном полок по ГОСТ 8239-89

Профиль	h	b	s	t	r ₁	r ₂	A	P	J _z	W _z	i _z	S _z	J _y	W _y	i _y
	м·10 ⁻³	м·10 ⁻³	м·10 ⁻³	м·10 ⁻³	м·10 ⁻³	м·10 ⁻³	м ² ·10 ⁻⁴	кН/м	м ⁴ ·10 ⁻⁸	м ³ ·10 ⁻⁶	м·10 ⁻³	м ³ ·10 ⁻⁶	м ⁴ ·10 ⁻⁸	м ³ ·10 ⁻⁶	м·10 ⁻³
10	100.0	55.0	4.5	7.2	7.0	2.5	12.0	0.093	198	39.7	40.6	23.0	17.9	6.5	12.2
12	120.0	64.0	4.8	7.3	7.5	3.0	14.7	0.113	350	58.4	48.8	33.7	27.9	8.7	13.8
14	140.0	73.0	4.9	7.5	8.0	3.0	17.4	0.134	572	81.7	57.3	46.8	41.9	11.5	15.5
16	160.0	81.0	5.0	7.8	8.5	3.5	20.2	0.156	873	109.0	65.7	62.3	58.6	14.5	17.0
18	180.0	90.0	5.1	8.1	9.0	3.5	23.4	0.181	1290	143.0	74.2	81.4	82.6	18.4	18.8

Профиль	h	b	s	t	r ₁	r ₂	A	P	J _z	W _z	i _z	S _z	J _y	W _y	i _y
	м·10 ⁻³	м·10 ⁻³	м·10 ⁻³	м·10 ⁻³	м·10 ⁻³	м10 ⁻³	м ² ·10 ⁻⁴	кН/м	м ⁴ 10 ⁻⁸	м ³ ·10 ⁻⁶	м·10 ⁻³	м ³ ·10 ⁻⁶	м ⁴ 10 ⁻⁸	м ³ ·10 ⁻⁶	м·10 ⁻³
20	200.0	100.0	5.2	8.4	9.5	4.0	26.8	0.206	1840	184.0	82.8	104.0	115.0	23.1	20.7
22	220.0	110.0	5.4	8.7	10.0	4.0	30.6	0.235	2550	232.0	91.3	131.0	157.0	28.6	22.7
24	240.0	115.0	5.6	9.5	10.5	4.0	34.8	0.268	3460	289.0	99.7	163.0	198.0	34.5	23.7
27	270.0	125.0	6.0	9.8	11.0	4.5	40.2	0.309	5010	371.0	112.0	210.0	260.0	41.5	25.4
30	300.0	135.0	6.5	10.2	12.0	5.0	46.5	0.358	7080	472.0	123.0	268.0	337.0	49.9	26.9
33	330.0	140.0	7.0	11.2	13.0	5.0	53.8	0.414	9840	597.0	135.0	339.0	419.0	59.9	27.9
36	360.0	145.0	7.5	12.3	14.0	6.0	61.9	0.477	13380	743.0	147.0	423.0	516.0	71.1	28.9
40	400.0	155.0	8.3	13.0	15.0	6.0	72.6	0.559	19062	953.0	162.0	545.0	667.0	86.1	30.3
45	450.0	160.0	9.0	14.2	16.0	7.0	84.7	0.652	27696	1231	181.0	708.0	808.0	101.0	30.9
50	500.0	170.0	10.0	15.2	17.0	7.0	100.0	0.770	39727	1589	199.0	919.0	1043.0	123.0	32.3
55	550.0	180.0	11.0	16.5	18.0	7.0	118.0	0.908	55962	2035	218.0	1181.0	1356.0	151.0	33.9
60	600.0	190.0	12.0	17.8	20.0	8.0	138.0	1.059	76806	2560	236.0	1491.0	1725.0	182.0	35.4

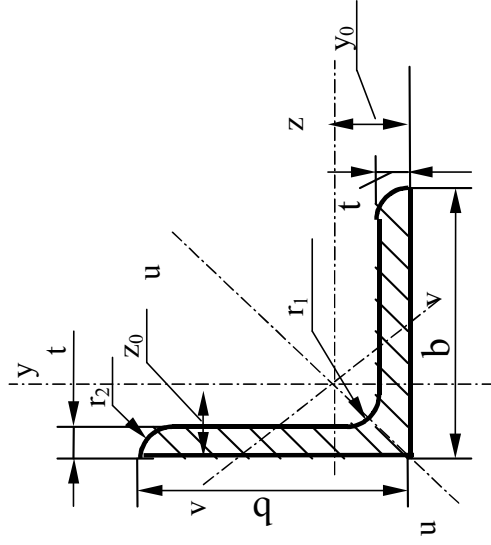


- h - высота сечения;
 b - ширина полки;
 s - толщина стенки;
 t - средняя толщина полки;
 z_0 - расстояние от центра тяжести наружной грани стенки
- J - момент инерции;
 W - момент сопротивления;
 S_z - статический момент полусечения;
 i - радиус инерции

Таблица 2. Швеллер с уклоном полок по ГОСТ 8240-89

Профиль	h	b	s	t	r ₁	r ₂	A	P	J _z М ⁴ 10 ⁻⁸	W _z М ³ 10 ⁻⁶	i _z М10 ⁻³	S _z М ³ 10 ⁻⁶	J _y М ⁴ 10 ⁻⁸	W _y М ³ 10 ⁻⁶	i _y М10 ⁻³	z ₀ М10 ⁻³
5	50.0	32.0	4.4	7.0	6.0	2.5	6.2	0.047	22.8	9.1	19.2	5.6	5.6	2.7	9.5	11.6
6.5	65.0	36.0	4.4	7.2	6.0	2.5	7.5	0.058	48.6	15.0	25.4	9.0	8.7	3.7	10.8	12.4
8	80.0	40.0	4.5	7.4	6.5	2.5	9.0	0.069	89.4	22.4	31.6	23.3	12.8	4.7	11.9	13.1
10	100.0	46.0	4.5	7.6	7.0	3.0	10.9	0.084	174.0	34.8	39.9	20.4	20.4	6.5	13.7	14.4
12	120.0	52.0	4.8	7.8	7.5	3.0	13.3	0.102	304.0	50.6	47.8	29.6	31.2	8.5	15.3	15.4
14	140.0	58.0	4.9	8.1	8.0	3.0	15.6	0.121	491.0	70.2	56.0	40.8	45.4	11.0	17.0	16.7
16	160.0	64.0	5.0	8.4	8.5	3.5	18.1	0.139	747.0	93.4	64.2	54.1	63.3	13.8	18.7	18.0
16a	160.0	68.0	5.0	9.0	8.5	3.5	19.5	0.150	823.0	103.0	64.9	59.4	78.8	16.4	20.1	20.0
18	180.0	70.0	5.1	8.7	9.0	3.5	20.7	0.160	1090.0	121.0	72.4	69.8	86.0	17.0	20.4	19.4

Про-филь	h	b	s	t	r ₁	r ₂	A	P	J _z	W _z	i _z	S _z	J _y	W _y	i _y	Z ₀	
			м10 ⁻³				м ² 10 ⁻⁴	кН/м	м ⁴ 10 ⁻⁸	м ³ 10 ⁻⁶	м10 ⁻³	м ³ 10 ⁻⁶	м ⁴ 10 ⁻⁸	м ³ 10 ⁻⁶	м10 ⁻³	м10 ⁻³	м10 ⁻³
18a	180.0	74.0	5.1	9.3	9.0	3.5	22.2	0.171	1190.0	132.0	73.2	76.1	105.0	20.0	21.8	21.3	
20	200.0	76.0	5.2	9.0	9.5	4.0	23.4	0.181	1520.0	152.0	80.7	87.8	113.0	20.5	22.0	20.7	
22	220.0	82.0	5.4	9.5	10.0	4.0	26.7	0.206	2110.0	192.0	88.9	110.0	151.0	25.1	23.7	22.1	
24	240.0	90.0	5.6	10.0	10.5	4.0	30.6	0.235	2900.0	242.0	97.3	139.0	208.0	31.6	26.0	24.2	
27	270.0	95.0	6.0	10.5	11.0	4.5	35.2	0.272	4160.0	308.0	109.0	178.0	262.0	37.3	27.3	24.7	
30	300.0	100	6.5	11.0	12.0	5.0	40.5	0.312	5810.0	387.0	120.0	224.0	327.0	43.6	28.4	25.2	
33	330.0	105	7.0	11.7	13.0	5.0	46.5	0.358	7980.0	484.0	131.0	281.0	410.0	51.8	29.7	25.9	
36	360.0	110	7.5	12.6	14.0	6.0	53.4	0.411	10820.0	601.0	142.0	350.0	513.0	61.7	31.0	26.8	
40	400.0	115	8.0	13.5	15.0	6.0	61.5	0.474	15220.0	761.0	157.0	444.0	642.0	73.4	32.3	27.5	



- b - ширина полки;
 s - толщина стенки;
 t - средняя толщина полки;
 y_0 - расстояние от центра тяжести до наружной грани стенки
- J - момент инерции;
 W - момент сопротивления;
 i - радиус инерции

Таблица 3 Уголок равнополочный по ГОСТ 8509-93

Профиль	b	t	r ₁	r ₂	A	J _y =J _z	W _y	i _y	J _u	i _u	J _v	W _{vo}	i _v	J _{yz}	y ₀	P
L50x3	50.0	3.0	5.5	1.8	3.0	7.1	1.9	15.5	11.3	19.5	2.9	1.6	10.0	4.2	13.3	0.023
L50x4	50.0	4.0	5.5	1.8	3.9	9.2	2.5	15.4	14.6	19.4	3.8	1.9	9.9	5.4	13.8	0.030
L50x5	50.0	5.0	5.5	1.8	4.8	11.2	3.1	15.3	17.8	19.2	4.6	2.3	9.8	6.6	14.2	0.037
L50x6	50.0	6.0	5.5	1.8	5.7	13.1	3.7	15.2	20.7	19.1	5.4	2.6	9.8	7.6	14.6	0.044
L50x7	50.0	7.0	5.5	1.8	6.6	14.8	4.2	15.0	23.5	18.9	6.2	2.9	9.7	8.6	15.0	0.051
L50x8	50.0	8.0	5.5	1.8	7.4	16.5	4.8	14.9	26.0	18.7	7.0	3.2	9.7	9.5	15.3	0.057
L56x4	56.0	4.0	6.0	2.0	4.4	13.1	3.2	17.3	20.8	21.8	5.4	2.5	11.1	7.7	15.2	0.034
L56x5	56.0	5.0	6.0	2.0	5.4	16.0	4.0	17.2	25.4	21.6	6.6	3.0	11.0	9.4	15.7	0.042

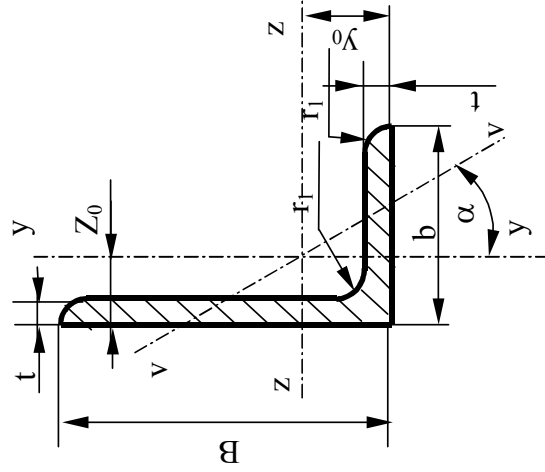
Профиль	b	t	r ₁	r ₂	A	J _y =J _z	W _y	i _y	J _u	i _u	J _v	W _{vo}	i _v	J _{yz}	y _o	P
L60x4	60.0	4.0	7.0	2.3	4.7	16.2	3.7	18.5	25.7	23.3	6.7	2.9	11.9	9.5	16.2	0.036
L60x5	60.0	5.0	7.0	2.3	5.8	19.8	4.6	18.4	31.4	23.2	8.2	3.5	11.8	11.6	16.6	0.045
L60x6	60.0	6.0	7.0	2.3	6.9	23.2	5.4	18.3	36.8	23.1	9.6	4.0	11.8	13.6	17.0	0.053
L60x8	60.0	8.0	7.0	2.3	9.0	29.5	7.0	18.1	46.8	22.7	12.3	4.9	11.7	17.2	17.8	0.070
L60x10	60.0	10	7.0	2.3	11.1	35.3	8.5	17.9	55.6	22.4	15.0	5.7	11.6	20.3	18.5	0.085
L63x4	63.0	4.0	7.0	2.3	5.0	18.9	4.1	19.5	29.9	24.5	7.8	3.3	12.5	11.0	16.9	0.038
L63x5	63.0	5.0	7.0	2.3	6.1	23.1	5.0	19.4	36.8	24.4	9.5	3.9	12.5	13.7	17.4	0.047
L63x6	63.0	6.0	7.0	2.3	7.3	27.1	6.0	19.3	42.9	24.3	11.2	4.4	12.4	15.9	17.8	0.056
L65x6	65.0	6.0	7.0	2.3	7.5	29.8	6.4	19.9	47.4	25.1	12.3	4.8	12.8	17.5	18.3	0.058
L65x8	65.0	8.0	7.0	2.3	9.8	38.1	8.3	19.7	60.4	12.7	15.8	13.1	24.8	22.3	19.0	0.076
L70x4	70.0	4.5	8.0	2.7	6.2	29.0	5.7	21.6	46.0	27.2	12.0	4.5	13.9	17.0	18.8	0.048
L70x5	70.0	5.0	8.0	2.7	6.9	31.9	6.3	21.6	50.7	27.2	13.2	4.9	13.9	18.7	19.0	0.053
L70x6	70.0	6.0	8.0	2.7	8.1	37.6	7.4	21.5	59.6	27.1	15.5	5.7	13.8	22.1	19.4	0.063
L70x7	70.0	7.0	8.0	2.7	9.4	43.0	8.6	21.4	68.2	26.9	17.8	6.3	13.7	25.2	19.9	0.072
L70x8	70.0	8.0	8.0	2.7	10.7	48.2	9.7	21.2	76.3	26.8	20.0	7.0	13.7	28.2	20.2	0.082
L70x10	70.0	10	8.0	2.7	13.1	57.9	11.8	21.0	91.5	26.4	24.3	8.2	13.6	33.6	21.0	0.101
L75x5	75.0	5.0	9.0	3.0	7.4	39.5	7.2	23.1	62.6	29.1	16.4	5.7	14.9	23.1	20.2	0.057
L75x6	75.0	6.0	9.0	3.0	8.8	46.6	8.6	23.0	73.9	29.0	19.3	6.6	14.8	27.3	20.6	0.068
L75x7	75.0	7.0	9.0	3.0	10.1	53.3	9.9	22.9	84.6	28.9	22.1	7.4	14.7	31.2	21.0	0.078

Профиль	b	t	r ₁	r ₂	A	J _y =J _z	W _y	i _y	J _u	i _u	J _v	W _{vo}	i _v	J _{yz}	y _o	P
L75x8	75.0	8.0	9.0	3.0	11.5	59.8	11.2	22.8	94.9	28.7	24.8	8.2	14.7	35.0	21.5	0.088
L75x9	75.0	9.0	9.0	3.0	12.8	66.1	12.4	22.7	104.7	28.6	27.5	8.9	14.6	38.6	21.8	0.099
L80x5	80.0	5.5	9.0	3.0	8.6	52.7	9.0	24.7	83.6	31.1	21.8	7.1	15.9	30.9	21.7	0.067
L80x6	80.0	6.0	9.0	3.0	9.4	57.0	9.8	24.7	90.4	31.1	23.5	7.6	15.8	33.4	21.9	0.072
L80x7	80.0	7.0	9.0	3.0	10.8	65.3	11.3	24.5	103.6	30.9	27.0	8.5	15.8	38.3	22.3	0.083
L80x8	80.0	8.0	9.0	3.0	12.3	73.4	12.8	24.4	116.4	30.8	30.3	9.4	15.7	43.0	22.7	0.095
L80x10	80.0	10	9.0	3.0	15.1	83.6	15.7	24.2	140.3	30.4	36.8	11.1	15.6	56.7	23.5	0.117
L80x12	80.0	12	9.0	3.0	17.9	102.7	18.4	24.0	162.3	30.1	43.2	12.6	15.5	59.5	24.2	0.138
L90x6	90.0	6.0	10	3.3	10.6	82.1	12.5	27.8	130.0	35.0	34.0	9.9	17.9	48.1	24.3	0.082
L90x7	90.0	7.0	10	3.3	12.3	94.3	14.4	27.7	149.7	34.9	38.9	11.1	17.8	55.4	24.7	0.095
L90x8	90.0	8.0	10	3.3	13.9	106.1	16.4	27.6	168.4	34.8	43.8	12.3	17.7	62.3	25.1	0.107
L90x9	90.0	9.0	10	3.3	15.6	118.0	18.3	27.5	186.0	34.6	48.6	13.5	17.7	68.0	25.5	0.120
L90x10	90.0	10	10	3.3	17.2	128.6	20.1	27.4	203.9	34.5	53.3	14.5	17.6	75.3	25.9	0.132
L90x12	90.0	12	10	3.3	20.3	149.7	23.8	27.1	235.9	34.1	62.4	16.5	17.5	86.2	26.7	0.157
L100x6.5	100	6.5	12	4.0	12.8	122.1	16.7	30.9	193.5	38.9	50.7	13.4	19.9	71.4	26.8	0.099
L100x7	100	7.0	12	4.0	13.8	130.6	17.9	30.8	207.0	38.8	54.2	14.1	19.8	76.4	27.1	0.106
L100x8	100	8.0	12	4.0	15.6	147.2	20.3	30.7	233.5	38.7	60.9	15.7	19.8	86.3	27.5	0.120
L100x10	100	10	12	4.0	19.2	178.9	25.0	30.5	283.8	38.4	74.1	18.5	19.6	110.0	28.3	0.148
L100x12	100	12	12	4.0	22.8	208.9	29.5	30.3	330.9	38.1	86.8	21.1	19.5	122.0	29.1	0.176

Профиль	b	t	r ₁	r ₂	A	J _y =J _z	W _y	i _y	J _u	i _u	J _v	W _{vo}	i _v	J _{yz}	y _o	P
L100x14	100	14	12	4.0	26.3	237.1	33.8	30.0	375.0	37.8	99.3	23.5	19.4	138.0	29.9	0.202
L100x15	100	150	12	4.0	28.0	250.7	35.9	29.9	395.9	37.6	105.5	24.6	19.4	145.0	30.3	0.216
L100x16	100	16	12	4.0	29.7	263.8	38.0	29.8	416.0	37.4	111.6	25.8	19.4	152.0	30.6	0.229
L110x7	110	7.0	12	4.0	15.1	175.6	21.8	34.0	278.5	42.9	72.7	17.4	21.9	106.0	29.6	0.117
L110x8	110	8.0	12	4.0	17.2	198.2	24.8	33.9	314.5	42.8	81.8	19.3	21.8	116.0	30.0	0.132
L120x8	120	8.0	12	4.0	18.8	259.7	29.7	37.2	412.4	46.8	107.0	23.3	23.9	153.0	32.5	0.145
L120x10	120	10	12	4.0	23.2	317.2	36.6	36.9	503.8	46.6	130.5	27.7	23.7	187.0	33.3	0.179
L120x12	120	120	12	4.0	27.6	371.8	43.3	36.7	590.3	46.2	153.3	31.8	23.6	218.0	34.1	0.213
L120x15	120	15	12	4.0	34.0	448.9	53.0	36.3	711.3	45.7	186.5	37.3	23.4	262.0	35.3	0.262
L125x8	125	8.0	14	4.6	19.7	294.4	32.2	38.7	466.8	48.7	122.0	25.7	24.9	172.0	33.6	0.152
L125x9	125	9.0	14	4.6	22.0	327.5	36.0	38.6	520.0	48.6	135.9	28.3	24.8	192.0	34.0	0.170
L125x10	125	10	14	4.6	24.3	359.8	39.7	38.5	571.0	48.4	148.6	30.4	24.7	211.0	34.5	0.187
L125x12	125	12	140	4.6	28.9	422.3	47.1	38.2	670.0	48.2	174.4	34.9	24.6	248.0	35.3	0.222
L125x14	125	14	14	4.6	33.4	481.8	54.2	38.0	763.9	47.8	199.6	39.1	24.5	282.0	36.1	0.257
L125x16	125	16	14	4.6	37.8	538.6	61.1	37.8	852.8	47.5	224.3	43.1	24.4	315.0	36.8	0.291
L140x9	140	9.0	14	4.6	24.7	465.7	45.5	43.4	739.4	54.7	192.0	35.9	27.9	274.0	37.8	0.190
L140x10	140	10	14	4.6	27.3	512.3	50.3	43.3	813.6	54.6	211.0	39.0	27.8	301.0	38.2	0.210
L140x12	140	12	14	4.6	32.5	602.5	59.7	43.1	957.0	54.3	248.0	45.0	27.6	354.0	39.0	0.250
L150x10	150	10	14	4.6	29.3	634.8	58.1	46.5	1008.6	58.6	261.0	45.3	29.8	374.0	40.7	0.226

Профиль	b	t	r ₁	r ₂	A	J _y =J _z	W _y	i _y	J _u	i _u	J _v	W _{vo}	i _v	J _{yz}	y _o	P
					м ² 10 ⁻⁴	м ⁴ 10 ⁻⁸	м ³ 10 ⁻⁶	м10 ⁻³	м ⁴ 10 ⁻⁸	м10 ⁻³	м ⁴ 10 ⁻⁸	м ³ 10 ⁻⁶	м10 ⁻³	м ⁴ 10 ⁻⁸	м10 ⁻³	кН/м
L150x12	150	12	14	4.6	34.9	747.5	68.9	46.3	1187.9	58.3	307.1	52.3	29.7	440.0	41.5	0.269
L150x15	150	15	14	4.6	43.1	908.4	84.7	45.9	1442.6	57.9	347.2	62.0	29.5	534.0	42.7	0.332
L150x18	150	18	14	4.6	51.1	1060.1	99.9	45.6	1680.9	57.4	439.2	70.9	29.3	621.0	43.8	0.393
L160x10	160	10	16	5.3	31.4	774.2	66.2	49.6	1229.1	62.5	319.4	52.5	31.9	455.0	43.0	0.242
L160x11	160	11	16	5.3	34.4	844.2	72.4	49.5	1340.1	62.4	347.8	56.5	31.8	496.0	43.5	0.265
L160x12	160	12	16	5.3	37.4	912.9	78.6	49.4	1450.0	62.3	375.8	60.5	31.7	537.0	43.9	0.278
L160x14	160	14	16	5.3	43.6	1047	90.8	49.2	1662.1	62.0	430.8	68.1	31.6	615.0	44.7	0.333
L160x16	160	16	16	5.3	49.1	1175	103	48.9	1865.7	61.7	484.6	75.9	31.4	690.0	45.5	0.378
L160x18	160	18	16	5.3	54.8	1290	114	48.7	2061.0	61.3	537.5	82.1	31.3	771.0	46.3	0.422
L160x20	160	20	16	5.3	60.4	1419	126	48.5	2248.3	61.0	589.4	90.0	31.2	830.0	47.0	0.465
L180x11	180	11	16	5.3	38.8	1216	92.5	56.0	1933.1	70.6	499.8	72.9	35.9	716.0	48.5	0.299
L180x12	180	12	16	5.3	42.2	1317	100	55.9	2092.8	70.4	540.4	78.1	35.8	776.0	48.9	0.325
L180x15	180	15	16	5.3	52.2	1607	124	55.5	2555.0	70.0	659.7	93.1	35.6	948.0	50.1	0.402
L180x18	180	18	16	5.3	62.0	1884	146	55.1	2992.7	69.5	775.4	107	35.4	1108	51.3	0.477
L180x20	180	20	16	5.3	68.4	2061	161	54.9	3271.3	69.1	850.9	116	35.3	1210	52.0	0.527
L200x12	200	12	18	6.0	47.1	1823	125	62.2	2896.2	78.4	749.4	98.7	39.9	1073	53.7	0.363
L200x13	200	13	18	6.0	50.8	1961	134	62.1	3116.2	78.3	805.3	105	39.8	1156	54.2	0.392
L200x14	200	14	18	6.0	54.6	2097	144	62.0	3333.0	78.1	861.0	112	39.7	1236	54.6	0.420
L200x16	200	16	18	6.0	62.0	2363	163	61.7	3755.4	77.8	969.7	124	39.6	1393	55.4	0.477

Профиль	b	t	r ₁	r ₂	A	J _y =J _z	W _y	i _y	J _u	i _u	J _v	W _{vo}	i _v	J _{yz}	y ₀	P
L200x18	200	18	18	6.0	69.3	2621	182	61.5	4164.5	77.5	1077	136	39.4	1544	56.2	0.534
L200x20	200	20	18	6.0	76.5	2872	201	61.2	4560.4	77.2	1182	147	39.3	1689	57.0	0.589
L200x24	200	24	18	6.0	90.8	3351	237	60.8	5313.5	76.5	1388	168	39.1	1963	58.5	0.699
L200x25	200	25	18	6.0	94.3	3466	246	60.6	5494.0	76.3	1438	173	39.1	2028	58.9	0.726
L200x30	200	30	18	6.0	112	4020	289	60.0	6351.0	75.5	1698	193	38.9	2332	60.7	0.859
L220x14	220	14	21	7.0	60.4	2814	175	68.3	4470.1	86.0	1159	139	43.8	1655	59.1	0.465
L220x16	220	16	21	7.0	68.6	3175	199	68.0	5045.4	85.8	1306	153	43.6	1869	60.2	0.528
L250x16	250	16	24	8.0	78.4	4717	258	77.6	7492.1	97.8	1942	203	49.8	2775	67.5	0.604
L250x18	250	18	24	8.0	87.7	5247	289	77.3	8336.7	97.5	2158	223	49.6	3089	68.3	0.676
L250x20	250	20	24	8.0	97.0	5765	319	77.1	9159.7	97.2	2370	243	49.4	3395	69.1	0.747
L250x22	250	22	24	8.0	106	6270	348	70.9	9962	96.9	2579	261	49.3	3691	70.0	0.817
L250x25	250	25	24	8.0	120	7006	392	76.5	11125	96.4	2887	287	49.1	4119	71.1	0.922
L250x28	250	28	24	8.0	133	7717	434	76.1	12244	95.9	3190	312	49.0	4527	72.3	1.025
L250x30	250	30	24	8.0	142	8177	462	75.9	12965	95.6	3389	328	48.9	4788	73.1	1.093
L250x35	250	35	24	8.0	164	9281	530	75.3	14830	94.7	3879	366	48.7	5402	74.9	1.261



b - ширина меньшей полки; J - момент инерции;
 s - толщина стенки; W - момент сопротивления;
 t - средняя толщина полки; i - радиус инерции
 B - ширина большей полки α - угол наклона главной оси v - v
 Y_0, Z_0 - расстояние от центра тяжести до наружных граней стенок

Таблица 4. Уголок неравнополочный по ГОСТ 8510-86*

Профиль	h	b	t	r ₁	r ₂	A	J _z	W _z	i _y	J _y	W _y	i _z	J _v	W _v	i _v	Z ₀	Y ₀	J _{yz}	tga	P
L65x50x5	65.0	50.0	5.0	6.0	2.0	5.6	23.4	5.2	20.5	12.1	3.2	14.7	6.4	2.7	10.7	12.6	20.0	9.8	0.6	0.043
L65x50x6	65.0	50.0	6.0	6.0	2.0	6.6	27.5	6.2	20.4	14.1	3.8	14.6	7.5	3.1	10.7	13.0	20.4	11.5	0.6	0.051
L65x50x7	65.0	50.0	7.0	6.0	2.0	7.6	31.3	7.1	20.3	16.0	4.4	14.5	8.6	3.6	10.6	13.4	20.8	12.9	0.6	0.058
L65x50x8	65.0	50.0	8.0	6.0	2.0	8.6	35.0	8.0	20.2	18.9	4.9	14.4	9.6	4.0	10.6	13.7	21.2	13.6	0.6	0.066
L70x45x5	70.0	45.0	5.0	7.5	2.5	5.6	27.8	5.9	22.3	9.0	2.6	12.7	5.3	2.2	9.8	10.5	22.8	9.1	0.4	0.042
L75x50x5	75.0	50.0	5.0	8.0	2.7	6.1	34.8	6.8	23.9	12.5	3.2	14.3	7.2	2.7	10.9	11.7	23.9	12.0	0.4	0.047

Профиль	h	b	t	r ₁	r ₂	A	J _z	W _z	i _y	J _y	W _y	i _z	J _v	W _v	i _v	Z ₀	Y ₀	J _{yz}	tga	P
L75x50x6	75.0	50.0	6.0	8.0	2.7	7.3	40.9	8.1	23.8	14.6	3.8	14.2	8.5	3.2	10.8	12.1	24.4	14.1	0.4	0.056
L75x50x7	75.0	50.0	7.0	8.0	2.7	8.4	46.8	9.3	23.6	16.6	4.4	14.1	9.7	3.7	10.8	12.5	24.8	16.2	0.4	0.064
L75x50x8	75.0	50.0	8.0	8.0	2.7	9.5	52.4	10.5	23.5	18.5	4.9	14.0	10.9	4.1	10.7	12.9	25.2	17.8	0.4	0.073
L80x50x5	80.0	50.0	5.0	8.0	2.7	6.4	41.6	7.7	25.6	12.7	3.3	14.1	7.6	2.7	10.0	11.3	26.0	13.2	0.4	0.044
L80x50x6	80.0	50.0	6.0	8.0	2.7	7.5	49.0	9.1	25.5	14.8	3.9	14.0	8.9	3.2	10.8	11.7	26.5	15.5	0.4	0.058
L80x60x6	80.0	60.0	6.0	8.0	2.7	8.1	52.1	9.4	25.3	25.2	5.6	17.6	13.6	4.7	12.9	14.9	24.7	21.0	0.5	0.063
L80x60x7	80.0	60.0	7.0	8.0	2.7	9.4	59.6	10.9	25.2	28.7	6.4	17.5	15.6	5.3	12.9	15.3	25.2	24.0	0.5	0.072
L80x60x8	80.0	60.0	8.0	8.0	2.7	10.7	66.9	12.4	25.0	32.1	7.3	17.4	17.5	6.0	12.8	15.7	25.6	26.8	0.5	0.082
L90x56x5	90.0	56.0	5.5	9.0	3.0	7.9	65.3	10.7	28.8	19.7	4.5	15.8	11.8	3.8	12.2	12.6	29.2	20.5	0.4	0.061
L90x56x6	90.0	56.0	6.0	9.0	3.0	8.5	70.6	11.7	28.8	21.2	4.9	15.8	12.7	4.1	12.2	12.8	29.5	22.2	0.4	0.066
L90x56x8	90.0	56.0	8.0	9.0	3.0	11.2	90.9	15.2	28.5	27.1	6.4	15.6	16.3	5.3	12.1	13.6	30.4	28.3	0.4	0.086
L100x63x6	100.0	63.0	6.0	10.0	3.3	9.6	98.3	14.5	32.0	30.6	6.3	17.9	18.2	5.3	13.8	14.2	32.3	31.5	0.4	0.074
L100x63x7	100.0	63.0	7.0	10.0	3.3	11.1	112.9	16.8	31.9	35.0	7.2	17.8	20.8	6.1	13.7	14.6	32.8	36.1	0.4	0.085
L100x63x8	100.0	63.0	8.0	10.0	3.3	12.6	127.0	19.0	31.8	39.2	8.2	17.7	23.4	6.8	13.6	15.0	33.2	40.5	0.4	0.097
L100x63x10	100.0	63.0	10.0	10.0	3.3	15.5	153.9	23.3	31.5	47.2	10.0	17.5	28.3	8.3	13.5	15.8	34.0	48.6	0.4	0.119

Профиль	h	b	t	r ₁	r ₂	A	J _z	W _z	i _y	J _y	W _y	i _z	J _v	W _v	i _v	Z ₀	Y ₀	J _{yz}	tga	P
L100x65x7	100.0	65.0	7.0	10.0	3.3	11.2	114.0	16.9	31.9	38.3	7.7	18.5	22.8	6.4	14.1	15.2	32.4	38.0	0.4	0.086
L100x65x8	100.0	65.0	8.0	10.0	3.3	12.7	128.3	19.1	31.8	43.0	8.7	18.4	25.2	7.3	14.1	15.6	32.8	42.6	0.4	0.098
L100x65x10	100.0	65.0	10.0	10.0	3.3	15.7	155.5	23.4	31.5	51.7	10.6	18.2	30.6	8.8	14.0	16.4	33.7	51.2	0.4	0.121
L110x70x6	110.0	70.0	6.5	10.0	3.3	11.4	142.4	19.1	35.3	45.6	8.4	20.0	26.9	7.0	15.3	15.8	35.5	46.8	0.4	0.088
L110x70x8	110.0	70.0	8.0	10.0	3.3	13.9	171.5	23.2	35.1	54.6	10.2	19.8	32.3	8.5	15.2	16.4	36.1	55.9	0.4	0.107
L125x80x7	125.0	80.0	7.0	11.0	3.7	14.1	226.5	26.7	40.1	73.7	11.9	22.9	43.4	10.0	17.6	18.0	40.1	74.7	0.4	0.108
L125x80x8	125.0	80.0	8.0	11.0	3.7	16.0	225.6	30.3	40.0	80.9	13.5	22.8	48.8	11.2	17.5	18.4	40.5	84.1	0.4	0.123
L125x80x10	125.0	80.0	10.0	11.0	3.7	19.7	311.6	37.3	39.8	100.5	16.5	22.6	59.3	13.7	17.4	19.2	41.4	102.0	0.4	0.152
L125x80x12	125.0	80.0	12.0	11.0	3.7	23.4	364.8	44.1	39.5	116.8	19.5	22.4	69.5	16.1	17.2	20.0	42.2	118.0	0.4	0.180
L140x90x8	140.0	90.0	8.0	12.0	4.0	18.0	363.7	38.2	44.9	119.8	17.2	25.8	70.3	14.4	15.8	20.3	44.9	121.0	0.4	0.139
L140x90x10	140.0	90.0	10.0	12.0	4.0	22.2	444.4	47.2	44.7	145.5	21.1	25.8	85.5	17.6	19.6	21.2	45.8	147.0	0.4	0.171
L160x100x9	160.0	100.0	9.0	13.0	4.3	22.9	606.0	56.0	51.5	186.0	24.0	28.5	110.4	20.0	22.0	22.4	51.9	194.0	0.4	0.176
L160x100x10	160.0	100.0	10.0	13.0	4.3	25.3	666.6	61.9	51.3	204.1	26.4	28.4	121.2	22.0	21.9	22.8	52.3	213.0	0.4	0.195
L160x100x12	160.0	100.0	12.0	13.0	4.3	30.0	784.2	73.4	51.1	238.7	31.2	28.2	142.1	25.9	21.8	23.6	53.2	249.0	0.4	0.231
L160x100x14	160.0	100.0	14.0	13.0	4.3	34.7	897.2	84.6	50.8	271.6	35.9	28.0	162.5	29.7	21.6	24.3	54.0	232.0	0.4	0.267

Профиль	h	b	t	r ₁	r ₂	A	J _z	W _z	i _y	J _y	W _y	i _z	J _v	W _v	i _v	Z ₀	Y ₀	J _{yz}	tga	P
L180x110x10	180.0	110.0	10.0	14.0	4.7	28.3	952.3	78.6	58.0	276.4	32.3	31.2	165.4	30.0	24.2	24.4	58.8	295.0	0.4	0.218
L180x110x12	180.0	110.0	12.0	14.0	4.7	33.7	1122.6	93.3	57.7	324.1	38.2	31.0	194.3	31.8	24.0	25.2	59.7	348.0	0.4	0.259
L200x125x11	200.0	125.0	11.0	14.0	4.7	34.9	1449.0	107.3	64.5	446.4	46.0	35.8	263.8	38.3	27.5	27.9	65.0	465.0	0.4	0.268
L200x125x12	200.0	125.0	12.0	14.0	4.7	37.9	1568.2	116.5	64.3	481.9	49.8	35.7	285.0	41.4	27.4	28.3	65.4	503.0	0.4	0.292
L200x125x14	200.0	125.0	14.0	14.0	4.7	43.9	1800.8	134.6	64.1	550.8	57.4	35.4	326.5	47.6	27.3	29.1	66.2	575.0	0.4	0.338
L200x125x16	200.0	125.0	16.0	14.0	4.7	49.8	2026.1	152.4	63.8	616.7	64.8	35.2	367.0	53.6	27.2	29.9	67.1	643.0	0.4	0.383

2. МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МАТЕРИАЛОВ

Таблица 5. Модули упругости и коэффициенты Пуассона некоторых металлов

Материал	Модуль упругости		Коэффициент Пуассона ν
	E, МПа $\times 10^5$	G, МПа $\times 10^5$	
Чугун серый, белый	1,15 – 1,60	0,45	0,23 – 0,27
Ковкий чугун	1,55	–	–
Углеродистые стали	2,0 – 2,1	0,81	0,24 – 0,28
Легированные стали	2,1	0,81	0,25 – 0,30
Стальное литье	1,75	–	–
Медь прокатная	1,1	0,4	0,31 – 0,34
Медь холоднотянутая	1,3	0,49	–
Медь литье	0,84	–	–
Фосфористая бронза катаная	1,15	0,42	0,32 – 0,35
Марганцовистая бронза катаная	1,1	0,4	0,35
Алюминиевая бронза литье	1,05	0,42	–
Латунь холоднотянутая	0,91 – 0,99	0,35-0,37	0,32 – 0,42
Корабельная латунь катаная	1,0	–	0,36
Алюминий катаный	0,69	0,26-0,27	0,32 – 0,36
Алюминиевая проволока тянутая	0,7	–	–
Дюралюминий катаный	0,71	0,27	–
Цинк катаный	0,84	0,32	0,27
Свинец	0,17	0,07	0,42

Таблица 6. Модули упругости и коэффициент Пуассона неметаллических материалов

Материал	Модуль упругости		Коэффициент Пуассона ν
	E, МПа $\times 10^5$	G, МПа $\times 10^5$	
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>
Гранит	0,49	–	–
Известняк	0,42	–	–
Мрамор	0,56	–	–

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>
Песчаник	0,18	—	—
Каменная кладка из Гранита	0,09 – 0,1	—	—
Известняка	0,06	—	—
Кирпича	0,027 – 0,030	—	—
Бетон при пределе прочности, МПа			
10	0,196 – 0,146	—	—
15	0,214 – 0,164	—	—
20	0,232 – 0,182	—	—
Дерево вдоль волокон	0,10 – 0,12	0,0055	—
То же поперек	0,005 – 0,01	—	—
Каучук	0,00008	—	0,47
Бакелит	0,02 – 0,03	—	—
Текстолит	0,06 – 0,10	—	—
Гетинакс	0,10 – 0,17	—	—
Стекло	0,56	0,22	0,25
Лед	0,10	0,028 – 0,03	—

Таблица 7. Ориентировочные величины допускаемых напряжений при статическом нагружении для некоторых материалов

Материалы	Допускаемые напряжения, МПа	
	на растяжение [σ_p]	на сжатие [σ_c]
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
Чугун серый в отливках СЧ12–28	20–30	70–110
>> >> >> СЧ15–32	25–40	90–150
>> >> >> СЧ21–40	35–55	160–200
Сталь 3	160	160
Сталь 3 в мостах	140	140
Сталь углеродистая конструкционная в машиностроении	60–250	60–250
Сталь легированная конструкционная в ма-	100–400 и	100–400

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
шиностроении	выше	и выше
Дюралюминий	80–150	80–150
Латунь	70–140	70–140
Сосна вдоль волокон	7–10	10–12
Дуб вдоль волокон	9–13	13–15
Кирпичная кладка	до 0,2	0,6–2,5
Бетон	0,1–0,7	1–9
Текстолит	15–30	30–40
Гетинакс	50–70	50–70

Таблица 8. Значения пределов текучести и прочности некоторых материалов

Наименование материала	Предел текучести σ_T , МПа	Предел прочности	
		при растяжении $\sigma_{вр}$, МПа	при сжатии $\sigma_{вс}$, МПа
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	
Прокат стали марок:			
235	195 ÷ 235	360	
255	235 ÷ 255	370 ÷ 380	
345	235 ÷ 245	370	
345К	345	470	
375	335 ÷ 375	480 ÷ 510	
Титановый сплав ВТ4	550 ÷ 650	700 ÷ 850	
Чугун серый марки СЧ	–	120 ÷ 380	500 ÷ 1500
Гранит	–	3	120 ÷ 260
Кирпич	–	0,7 ÷ 3,0	7 ÷ 30
Бетон	–	0,4 ÷ 2,6	2,8 ÷ 43,8
Сосна, ель:			
вдоль волокон	–	80	40
поперек волокон	–	–	5
Текстолит ПТК	–	100	250
Оргстекло Ст–1	–	78	120
Стеклопластик СВМ 1:1	–	480 ÷ 500	420

Таблица 9. Ориентировочные величины допускаемых напряжений при статическом нагружении для некоторых материалов

Материалы	Допускаемые напряжения, МПа	
	на растяжение [σ_p]	на сжатие [σ_c]
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
Чугун серый в отливках СЧ12–28	20–30	70–110
>> >> >> СЧ15–32	25–40	90–150
>> >> >> СЧ21–40	35–55	160–200
Сталь 235	160	160
Сталь 235 в мостах	140	140
Сталь углеродистая конструкционная в машиностроении	60–250	60–250
Сталь легированная конструкционная в машиностроении	100–400 и выше	100–400 и выше
Дюралюминий	80–150	80–150
Латунь	70–140	70–140
Сосна вдоль волокон	7–10	10–12
Дуб вдоль волокон	9–13	13–15
Кирпичная кладка	до 0,2	0,6–2,5
Бетон	0,1–0,7	1–9
Текстолит	15–30	30–40
Гетинакс	50–70	50–70

Таблица 10. Значения расчётных сопротивлений для некоторых материалов

Наименование материала	Расчетное сопротивление, МПа		
	при растяжении R_p	при сжатии R_c	при сдвиге R_s
<i>1</i>	<i>2</i>		<i>3</i>
Прокат стали марок: 235	190 ÷ 230		100 ÷ 140

1	2		3
255	230 ÷ 250		140 ÷ 170
345	260 ÷ 335		180 ÷ 215
345К	335		210
375	425 ÷ 365		310
Алюминиевые сплавы тер- мически упрочненные	125 ÷ 200		75 ÷ 120
Чугун серый марки СЧ	55 ÷ 100	160 ÷ 250	40 ÷ 75
Бетон	0,26 ÷ 1,68	2,14 ÷ 33,6	
Сосна, ель:			
вдоль волокон	7 ÷ 12	8,5 ÷ 16	2,1 ÷ 2,4
при изгибе	11 ÷ 14	11 ÷ 14	1,5 ÷ 1,8

Таблица 11. Значения коэффициента φ в зависимости от гибкости λ для различных материалов

Гиб- кость λ	Сталь	Чугун		Древесина	Бетон	
	235	СЧ 15–30 СЧ 15–18 СЧ 15–36 СЧ 21–40	СЧ 21– 44	Независимо от породы	Тяже- лый	Лёгкий
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>
0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
10	0,99	0,97	0,95	0,99	1,00	1,00
20	0,97	0,91	0,87	0,97	0,96	0,96
30	0,95	0,81	0,75	0,92	0,90	0,865
40	0,92	0,69	0,60	0,87	0,84	0,73
50	0,89	0,57	0,43	0,80	0,76	0,68
60	0,86	0,44	0,32	0,71	0,70	0,59
70	0,81	0,34	0,23	0,61	0,63	0,52
80	0,75	0,26	0,18	0,49	0,57	0,46
90	0,69	0,20	0,14	0,38	0,51	-
100	0,60	0,16	0,12	0,31	0,45	-
110	0,52	-	-	0,26	-	-
120	0,45	-	-	0,22	-	-
130	0,40	-	-	0,18	-	-
140	0,36	-	-	0,16	-	-

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>
150	0,32	—	—	0,14	—	—
160	0,29	—	—	0,12	—	—
170	0,26	—	—	0,11	—	—
180	0,23	—	—	0,10	—	—
190	0,21	—	—	—	—	—
200	0,19	—	—	—	—	—

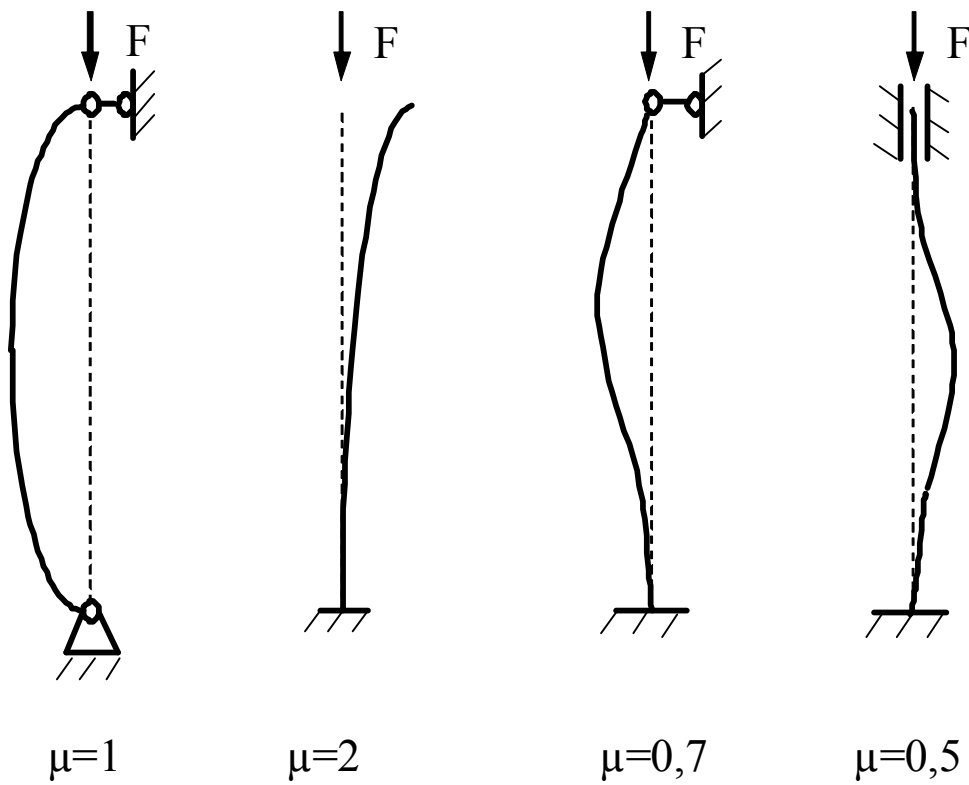


Рис. 1. Коэффициенты продольного изгиба в зависимости от способа закрепления концов стержня

Таблица 12. Объемный вес некоторых материалов

Материалы	Объемный вес γ , кН/м ³
Алюминий	25-27
Сталь	78-78,5
Латунь	81-87
Чугун серый	70-71
Дуб сухой	6,9-10,3
Сосна сухая	3,1-7,6
Бетон	18-24,5
Гранит	24-30
Гравий	17-20
Кирпичная кладка	14,2-17

Таблица 13. Коэффициенты линейного температурного расширения некоторых материалов

Материалы	Коэффициенты линейного температурного расширения $\cdot 10^{-6}$ 1/град
Алюминий	23,8-27
Сталь	11-13
Латунь	17,8-19,8
Медь	16,2-16,7
Чугун	10-11,4
Сталь	11,5

3. СИСТЕМЫ ЕДИНИЦ ИЗМЕРЕНИЯ

Таблица 13. Механические единицы измерения системы СИ

Наименование Величин	Единица измерения	Сокращённое обозначение	
		рус- ское	между- народное
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>
Основные единицы			
Длина	метр	м	m

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>
Масса	килограмм	кг	kg
Время	секунда	с	s
Дополнительные единицы			
Плоский угол	радиан	рад	rad
Производные единицы			
Статический момент и момент сопротивления плоского сечения	то же	м ³	м ³
Момент инерции плоского сечения	метр в четвертой степени	м ⁴	м ⁴
Объёмный вес	килограмм на кубический метр	кг/м ³	kg/m ³
Скорость	метр	м/с	m/s
Угловая скорость	метр в секунду	рад/с	rad/s
Ускорение	радиан в секунду	м/с ²	m/s ²
Угловое ускорение	метр на секунду в квадрате	рад/с ²	rad/s ²
Сила	радиан на секунду в квадрате	Н	N
Момент силы	те	Н·м	N·m
Напряжение (механическое давление)	ньютон ньютон-метр	Н/м ²	N/m ²
Работа, энергия	ньютон на квадратный метр	Дж	J
Мощность		Вт	W
Удельный вес	джоуль	Н/м ³	N/m ³
Динамический момент инерции	ватт ньютон на кубический метр	кг·м ²	kg·м ²
Частота	килограмм-метр в квадрате-герц	Гц	Hz

Таблица 15. Наиболее употребительные приставки

Приставка	Сокращенное обозначение	Множитель	Приставка	Сокращенное обозначение	Множитель
Мега	М	10 ⁶	Деци	д	10 ⁻¹
Кило	к	10 ³	Санتي	с	10 ⁻²
Гекто	г	10 ²	Милли	м	10 ⁻³
Дека	да	10	Микро	мк	10 ⁻⁶

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра городского дорожного строительства
и строительной механики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
О.Г. Локтионова
«15» 10 2017 г.



К ВЫПОЛНЕНИЮ ЗАДАНИЙ ПО СОПРОТИВЛЕНИЮ МАТЕРИАЛОВ И ТЕХНИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ

Методические рекомендации предназначены для студентов техни-
ческих направлений и специальностей обучения

Курск 2017

УДК 001.81

Составители: Л.Ю. Ступишин, А.В. Масалов, А.Г. Колесников,
Н.А. Масалов

Рецензент

Кандидат технических наук, доцент *К.Е. Никитин*

К выполнению заданий по сопротивлению материалов и технической механике: методические рекомендации предназначены для студентов технических направлений и специальностей обучения / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Л.Ю. Ступишин, А.В. Масалов, А.Г. Колесников, Н.А. Масалов.- Курск, 2017.- 65 с. - Библиогр.: с. 65.

Методические рекомендации содержат примеры решения задач. Методические рекомендации предназначены для студентов технических направлений и специальностей, обучающихся на кафедре ГДСиСМ.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 15.12.17 . Формат 60x84 1/16.
Усл.печ.л. 0,639 .Уч.-изд.л 0,579. Тираж 50 экз. Заказ 3856.Бес-
платно.

Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	6
1	Основные требования по выполнению заданий для самостоятельной работы	6
1.1	Оформление титульного листа	6
1.2	Оформление расчетно-пояснительной записки	7
1.3	Выполнение графической части работы	8
1.4	Защита выполненных заданий	8
2	Примеры решения типовых задач	9

ВВЕДЕНИЕ

При изучении дисциплин кафедры наибольшие трудности у студентов возникают при решении практических задач. Вместе с тем именно решение задач в значительной степени способствует развитию инженерного мышления у студентов, приобретению ими необходимых навыков прочности расчетов элементов инженерных конструкций. В настоящей методической разработке подробно рассмотрены решения типовых задач, а также изложены требования по выполнению и оформлению индивидуальных заданий, предусмотренных программками курсов сопротивления материалов, механики деформируемого твердого тела, прикладной и технической механики для студентов дневного обучения всех специальностей.

1 ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ ПО ЗАДАНИЯМ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1.1 Оформление титульного листа

Все расчетно-графические работы выполняются из стандартных листах бумаги с размерами 210 x 297 мм, окропленных в тетрадь.

Титульный лист (передний лист обложки) оформляется в соответствии с требованиями ЕСКД. Все надписи на титульном листе располагаются в строго определенных местах и выполняются чертежным шрифтом. Разрешается выполнять титульный лист в компьютерном варианте.

Рекомендуется следующие номера шрифта для конкретных надписей:

«МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ» – шрифт №7+; в компьютерном варианте шрифт Times 16пт;

«Юго-Западный государственный технический университет» - шрифт №5; в компьютерном варианте шрифт Times 14пт;

«Кафедра городского, дорожного строительства и строительной механики» - шрифт №5; в компьютерном варианте шрифт Times 14пт;

названию расчетно-графической работы – шрифт №10; в компьютерном варианте Times 18пт;

«расчетно-графическая работа №...» - шрифт №7; в компьютерном

варианте Times 14пт;

«Выполнил ...», «Проверил ...» - шрифт №5; в компьютерном варианте Times 14пт;

год выполнения работы – шрифт №5; в компьютерном варианте Times 14пт.

1.2 Оформление расчетно-пояснительной записки

Расчетно-пояснительная записка должна быть достаточно краткой, без лишних подробных пояснений и теоретических выводов, имеющих в учебниках и других учебных пособиях, но не чересчур краткой, содержащей один только формулы и вычисления. В расчетно-пояснительной записке от начала до конца должна четко прослеживаться логическая связь выполняемых операций, а также должны быть отмечены основания для выполнения этих операций. Приведенные в настоящей методической разработке примеры решения отдельных задач могут послужить основой для составления записок.

Формулы, приводимые в записке, должны быть, как правило, записаны сначала в общем виде, а затем уже должна быть произведена подстановка исходных данных и выполнены необходимые вычисления. При подстановке исходных данных нужно внимательно следить за соблюдением одинаковой размерности. После получения значения искомой (промежуточной или окончательной) величины обязательно проставляется ее размерность.

Все записи в расчетно-пояснительной записке ведутся от руки на одной стороне листа писчей бумаги четкими разборчивым почерком, с расстоянием между строками в 8-12 мм.

На каждой странице оставляются поля: слева шириной 25 мм – для скрепления листов в тетрадь, и справа – 10мм.

Если у автора работы неразборчивый почерк, то записку он должен выполнять чертежным шрифтом.

Изложение текстового материал записки следует вести от первого лица множественного числа, например: «...определяем...», «...вычисляем...», «...находим...», и т.д., или в безличной форме: «...можно определить...», и т.п., а не «...я определяю...», «...нахожу...», и т.д. Текст всей записки должен быть выдержан в единой стиле; например, если пояснения ведутся в безличной фор-

ме, то эта форма должна сохраняться во всей работе.

В конце записки необходимо привести перечень литературы, использованной студентом в процессе выполнения работы, в той последовательности, в какой литературные источники отмечены квадратными скобками в тексте.

Страницы выполненного задания должны быть последовательно пронумерованы в правой верхней части страницы арабскими цифрами с точкой. Нумерация страниц должна быть сквозное от титульного листа до последней страницы, включая чертежи (схемы). На титульном листе, который является первой страницей, номер страницы не ставится, хотя и подразумевается.

1.3 Выполнение графической части работы

Графическая часть работы выполняется на бумаге формате А4 (210 x 297 мм) или формата А3 (297 x 480 мм) карандашом или тушью с применением необходимых чертежей инструментов.

В соответствии с заданной схемой по числовым данным варианта вычерчивается в масштабе схема сооружения (расчетная схема, поперечные сечения бруса и т.д.), на которой проставляются исходные данные (размеры) как в буквенных обозначениях, так и в числах, а также наносится заданная нагрузка. Кроме того, все размеры, используемые в расчетах, также должны быть показаны на чертеже. Эпюры внутренних усилий (напряжений, перемещений) должны вычерчиваться строго под расчетной схемой бруса (или рядом с ней). На расчетной схеме должны быть отмечены все сечения, для которых, определяются внутренние усилия; на эпюрах обязательно проставляются значения вычисленных характерных ординат. Для каждой экстремальной точки любой эпюры обязательно определяется ее положение и подсчитывается значение ордината (max или min). Эпюры заштриховываются тонкими линиями (расстояние между линиями 2+3 мм). Перпендикулярно оси элемента конструкции. На заштрихованном поле эпюры проставляется ее знак «+» или «-».

1.4 Защита выполненных заданий

Каждым студентом все самостоятельные задания должны выполняться и сдаваться на проверку преподавателю в сроки, преду-

смотренные графиком работы студентов в текущем семестре. После исправления студентом всех ошибок, отмечен их преподавателем при проверке, каждая расчетно-графическая работа должна быть защищена. При исправлении ошибок из проверенной работы ни в коем случае ничего не выбрасывается. Исправления аккуратно записываются студентом на чистых страницах. На защиту студенты приносят исправленные работы, сдают их преподавателю, получают индивидуальные карточки-задания на решение задачи по соответствующему разделу курса. На решение задачи отводится максимум 30+40 мин. Если студент успешно решил задачу и у преподавателя нет никаких дополнительных замечаний по заданию работе, то защита считается законченной. После защиты работа остается у преподавателя. Если студентом все работы защищены успешно и в срок, то в конце семестра он автоматически получает зачет по курсу. В случае, когда студент при защите не справляется с решением типовых задач, то преподавателем назначается дополнительная защита (не более двух раз!). Если студентом какие-либо задания не защищены в течении семестра, то их защита и сдача зачета по курсу производится в зачетное – экзаменационную сессию.

2 ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

ПРИМЕР 1.

Для изображенного на рисунке 1 поперечного сечения требуется:

- 1) определить положения центра тяжести сечения;
- 2) определить положение главных центральных осей инерции;
- 3) вычислить величины главных центральных моментов инерции.

Исходные данные: $a=1,8$ м.

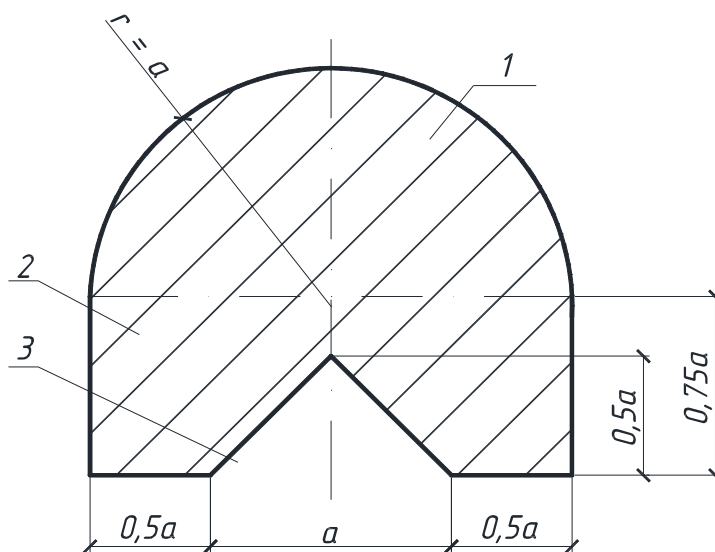


Рисунок 1 – Поперечное сечение.

РЕШЕНИЕ

Разбиваем сечение на простые фигуры, положение центра тяжести которых известно (рис. 1), и нумеруем:

- 1 - полукруг с радиусом $r = a$;
- 2 - прямоугольник со сторонами $0,75a$ и $2a$;
- 3 - треугольник с основанием a и высотой $0,5a$.

Изобразим выбранные сечения в масштабе и выберем исходные оси y, z каждой фигуры в её центре тяжести (см. рис. 2 - 4).

Примем в качестве исходных осей всего поперечного сечения (относительно которых будет определяться центр тяжести) собственные оси фигуры 2 (рис. 5).

Определим геометрические характеристики составляющих фигур (y_c - координата центра тяжести; A - площадь; J_{yi}, J_{zi} - моменты инерции относительно собственных центральных осей).

Первая фигура – полукруг.

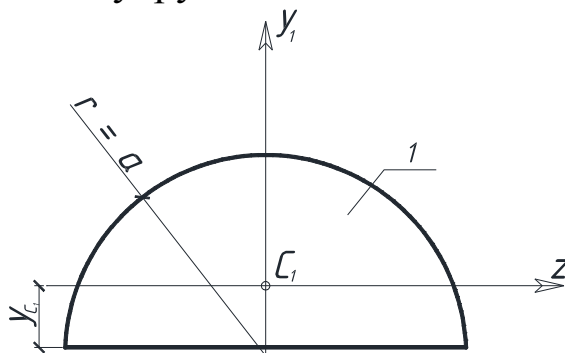


Рисунок 2 – Полукруг.

$$y_{c1} = 0,42 \cdot a = 0,756 \text{ м}, \quad A_1 = \frac{\pi d^2}{2} = 5,09 \text{ м}^2, \quad J_{y1} = \frac{\pi a^4}{8} = 4,12 \text{ м}^4,$$

$$J_{z1} = 0,11 \cdot a^4 = 1,15 \text{ м}^4.$$

Вторая фигура - прямоугольник.

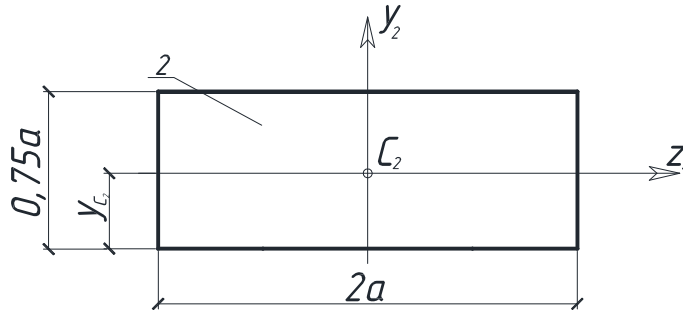


Рисунок 3 – Прямоугольник.

$$y_{c2} = \frac{0,75a}{2} = 0,675 \text{ м}, \quad A_2 = 0,75a \cdot 2a = 4,86 \text{ м}^2,$$

$$J_{y2} = \frac{0,75a(2a)^3}{12} = 5,25 \text{ м}^4, \quad J_{z2} = \frac{2a(0,75a)^3}{12} = 0,74 \text{ м}^4.$$

Третья фигура – треугольник.

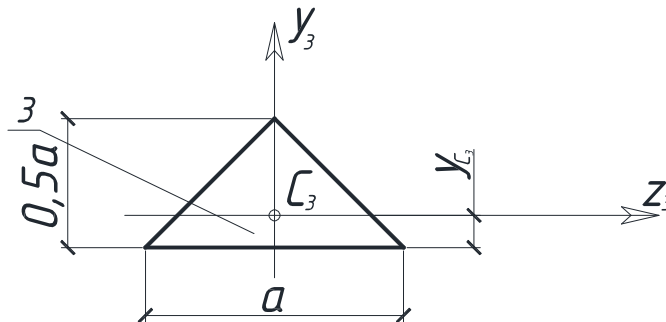


Рисунок 4 – Треугольник.

$$y_{c3} = \frac{0,5a}{3} = 0,3 \text{ м}, \quad A_3 = \frac{0,5a^2}{2} = 0,81 \text{ м}^2, \quad J_{y3} = \frac{0,5a^4}{48} = 0,11 \text{ м}^4,$$

$$J_{z3} = \frac{a(0,5a)^3}{36} = 0,036 \text{ м}^4.$$

Определим координаты y_c , z_c центра тяжести всей фигуры С в выбранной исходной системе координат y_2 , z_2 , C_2 (рис. 5).

Так как ось y_2 - ось симметрии всей фигуры, то центр тяжести лежит на оси y_2 и $z_2 = x_c = 0$.

Координата y_c определяется по формуле:

$$y_c = \frac{\sum_{i=1}^n S_z^1}{\sum_{i=1}^n A_i} = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 - A_3 y_3}{A_1 + A_2 - A_3}, \quad (1)$$

где

$$y_1 = \frac{0,75}{2} + 0,42a = 0,795a = 1,44 \text{ м}, \quad y_2 = 0,$$

$$y_c = \frac{\frac{\pi a^2}{2} 0,795a - 0,25a^2 (-0,208a)}{\frac{\pi a^2}{2} + 1,5a^2 - 0,25a^2} = 0,46a = 0,83 \text{ м}.$$

Здесь площадь A_3 подставлена в формулу со знаком «-», т.к. фигура 3 - это вырез в заданном сечении.

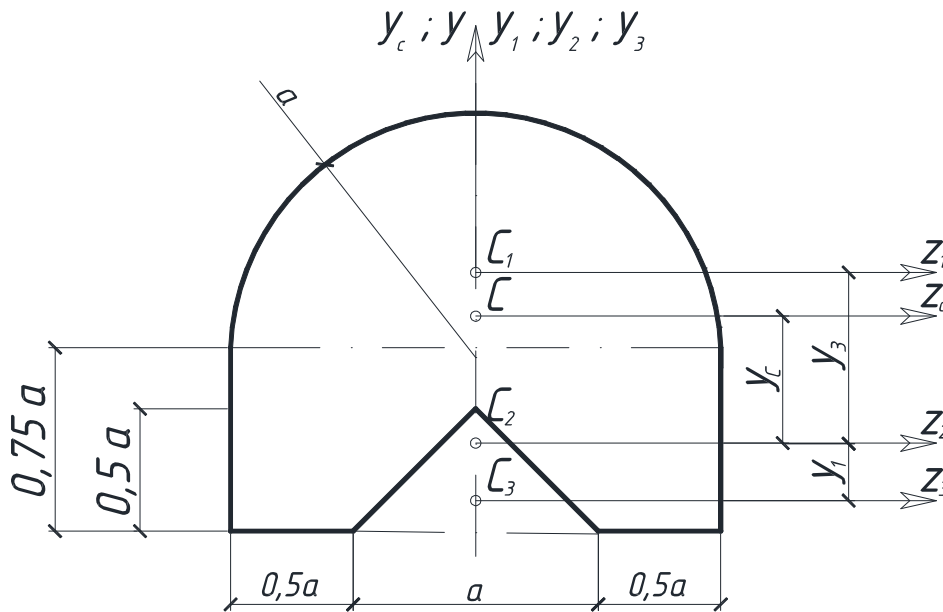


Рисунок 5 – Определение координаты центра тяжести.

Откладываем отрезки $y_c = 0,83$ м и $z_c = 0$ от выбранных начальных осей, и отмечаем центр тяжести точкой «С» (рис. 5).

Проверим правильность определения центра тяжести. Стати-

ческий момент всей фигуры S_{zc} относительно осей, проходящих через центр тяжести, должен быть равен нулю.

Определим S_{zc} (рис. 5):

$$S_{zc} = S_{zc}^I + S_{zc}^{II} - S_{zc}^{III} = A_1 b_1 + A_2 b_2 - A_3 b_3, \quad (2)$$

где

$$b_1 = y_1 - y_c = 0,61 \text{ м},$$

$$b_2 = -y_c = -0,83 \text{ м},$$

$$b_3 = -(y_3 + y_c) = -1,2 \text{ м}.$$

Подставляя, получим:

$$S_{zc} = 5,09 \cdot 0,61 + 4,86 \cdot (-0,83) - 0,81 \cdot (-1,2) = 4,08 - 4,03 = 0,050 \text{ м}^3.$$

Относительная погрешность равна

$$|\varepsilon| = \frac{0,05}{4,03} \cdot 100\% = 1,2\% < 5\%,$$

здесь в знаменатель формулы подставлена наименьшая по модулю сумма положительных и отрицательных слагаемых.

Центр тяжести найден верно.

Определим положение главных центральных осей. Заданное сечение имеет ось симметрии y_c . Следовательно, центробежный момент $J_{yczc} = 0$, и оси y_c, z_c - главные. Так как точка С центр тяжести, то оси y_c, z_c - главные центральные оси.

Вычислим величины главных центральных моментов инерции J_{yc} и J_{zc} . Положение центров тяжести C_1, C_2, C_3 в осях y_c и z_c показано на рис. 5. Численные значения координат y_{c1}, y_{c2}, y_{c3} и значения моментов инерции составляющих фигур относительно собственных осей приведены выше.

$$J_{yc} = J_{yc}^I + J_{yc}^{II} - J_{yc}^{III} = J_{y1} + J_{y2} - J_{y3},$$

Здесь знак «-» перед J_{yc}^{III} означает то, что эта часть фигуры - вырез.

$$J_{yc} = 4,12 + 5,25 - 0,11 = 9,26 \text{ м}^4,$$

$$J_{zc} = J_{zc}^I + J_{zc}^{II} - J_{zc}^{III} = J_{z1} + (b_1)^2 A_1 + J_{z2} + (b_2)^2 A_2 - (J_{z3} + (b_3)^2 A_3),$$

$$J_{zc} = 1,15 + (0,61)^2 \cdot 5,09 + 0,74 + (0,83)^2 \cdot 4,86 - \\ - (0,036 + (1,2)^2 \cdot 0,81) = 5,87 \text{ м}^4.$$

Следовательно, величины моментов инерции экстремальные

$$J_{yc} = 9,26 \text{ м}^4 = J_{\max} = J_u,$$

$$J_{zc} = 5,87 \text{ м}^4 = J_{\min} = J_v.$$

ПРИМЕР 2

Для изображенного на рисунке 6 поперечного сечения бруса требуется:

- 1) определить положение центра тяжести сечения;
- 2) определить положение главных центральных осей инерции;
- 3) вычислить величины главных центральных моментов инерции.

Исходные данные: [№20, I№20, - 300×20 (b×h)·10⁻³м.

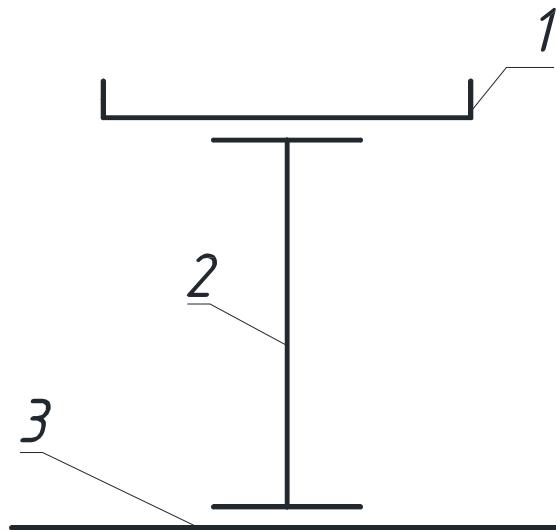


Рисунок 6 – Поперечное сечение бруса.

РЕШЕНИЕ

Определим центр тяжести поперечного сечения. Разбиваем сечение на простые фигуры, положение центра тяжести которых известно (рис. 6), и нумеруем:

- 1 - элемент швеллер № 20;
- 2 - элемент 2 двутавр № 20;
- 3 - элемент 3 - лист (прямоугольник).

Изобразим заданное сечение в масштабе и выберем исходные оси y, z каждой фигуры в её центре тяжести (рис. 7-9, 10).

За исходные оси (оси, относительно которых будет определяться центр тяжести) принимаем главные центральные оси фигуры 2 (рис. 10).

Определим необходимые геометрические характеристики составляющих фигур (y_{ci} - координата центров тяжести; A_i - площадь; J_{yi} , J_{zi} - моменты инерции относительно собственных главных центральных осей). Для прокатных профилей швеллера (фигура 1) и двутавра (фигура 2) данные взяты из таблиц сортамента прокатной стали.

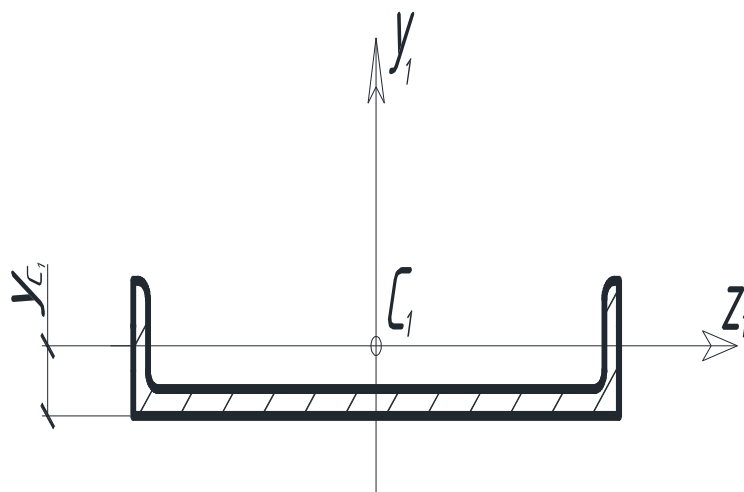


Рисунок 7 – Определение центра тяжести швеллера №20.

$$y_c^1 = 2,07 \text{ см}, A_1 = 23,4 \text{ см}^2, J_{y1} = 1520 \text{ см}^4, J_{z1} = 113 \text{ см}^4.$$

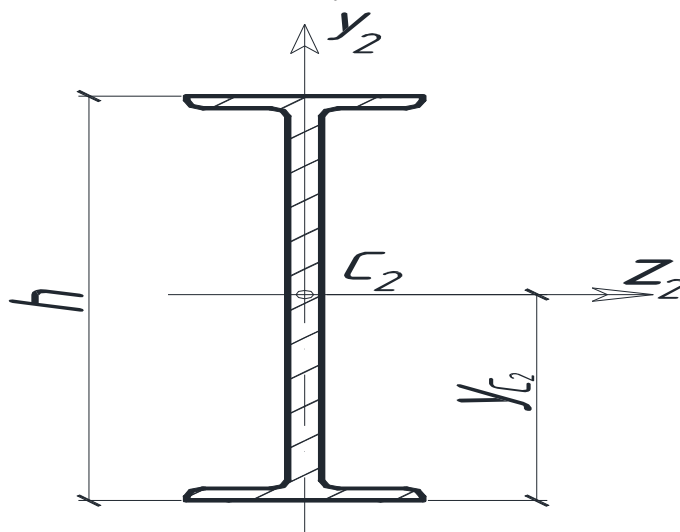


Рисунок 8 – Определение центра тяжести двутавра №20.

$$y_c^2 = 0,5 \cdot h = 10 \text{ см}, A_2 = 26,8 \text{ см}^2, h_2 = 20 \text{ см}, J_{y_2} = 115 \text{ см}^4, \\ J_{z_2} = 1840 \text{ см}^4.$$

Для листа геометрические характеристики вычисляем как для прямоугольного сечения.

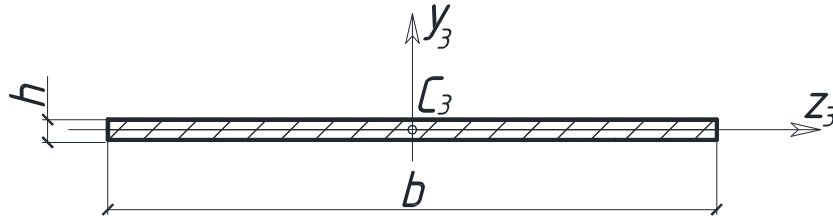


Рисунок 9 – Определение центра тяжести листа.

$$A_3 = b \cdot h = 3 \cdot 20 = 60 \text{ см}^2, J_{z_3} = \frac{b \cdot h^3}{12} = 20 \text{ см}^4, y_{c_3} = 1 \text{ см}.$$

Определяем координаты y_c и z_c центра тяжести (точки С) всего поперечного сечения в выбранной исходной системе координат $y_2 z_2 z_2$. Так как ось y_2 - ось симметрии всей фигуры, то центр тяжести лежит на оси y_c и $z_c = 0$.

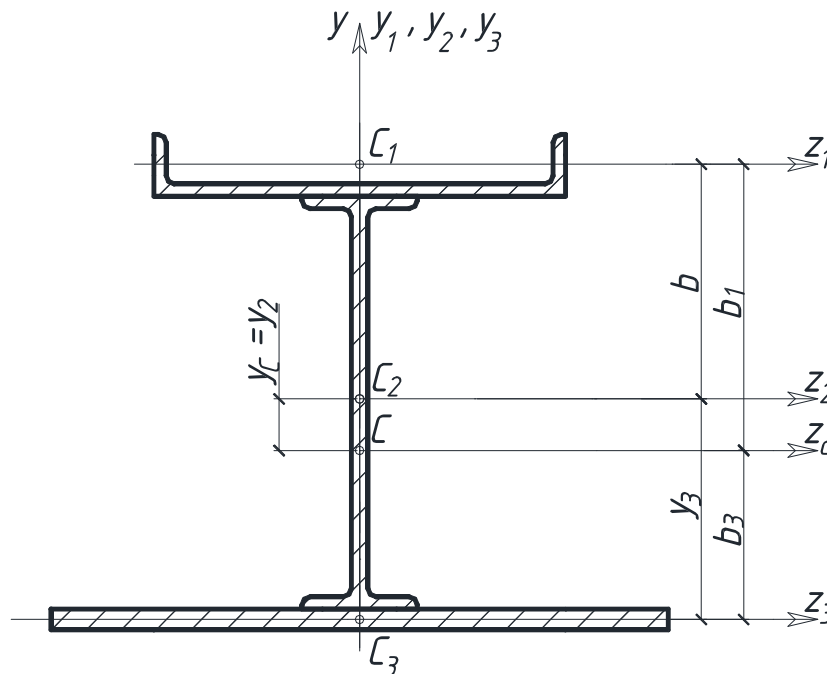


Рисунок 10 – Определение центра поперечного сечения.

Координата y_c равна:

$$y_c = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3}{A_1 + A_2 + A_3}, \quad (3)$$

где

$$y_1 = 10 + 2,07 = 12,07 \text{ см}; y_2 = 0; y_3 = -(10 + 1) = -11 \text{ см}.$$

После подстановки в формулу, получим

$$y_c = \frac{23,4 \cdot 12,07 + 0 + 60 \cdot (-11,0)}{23,4 + 26,8 + 60} = -3,43 \text{ см}.$$

Откладываем отрезки $y_c = -3,43 \text{ см}$, $z_c = 0$ от начальных осей, и отмечаем центр тяжести - точку С (рис. 10).

Проверка правильности определения центра тяжести проводится аналогично тому, как это делалось в примере 1.

Определим положение главных центральных осей. Заданное сечение имеет ось симметрии y_c . Следовательно, центробежный момент $J_{y_c z_c} = 0$ и оси $y_c z_c$ - главные. А так как точка С - центр тяжести, то оси y_c и z_c - главные центральные.

Определим величины главных центральных моментов инерции J_{y_c} и J_{z_c} . Положение центров тяжести составляющих фигур относительно осей y_c и z_c показано на рисунке 10:

$$b_1 = y_1 + y_c = 2,07 + 10 + 3,43 = 15,5 \text{ см}, b_2 = y_c = 3,43 \text{ см},$$

$$b_3 = -(y_3 + y_c) = -(11 - 3,43) = 15,5 \text{ см}.$$

Значения моментов инерции составляющих фигур относительно собственных главных осей приведены в пункте 1.

$$\begin{aligned} J_{z_c} &= J_{z_c}^I + J_{z_c}^{II} - J_{z_c}^{III} = J_{z_1} + (b_1)^2 A_1 + J_{z_2} + (b_2)^2 A_2 - \\ &- (J_{z_3} + (b_3)^2 A_3) = 113 + (15,5)^2 \cdot 23,4 + 1840 + (-3,43)^2 \cdot 26,8 + \\ &+ 20 + (-7,57)^2 \cdot 60 = 11348 \text{ см}^4 = 11348 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_{y_c} &= J_{y_c}^I + J_{y_c}^{II} - J_{y_c}^{III} = J_{y_1} + J_{y_2} - J_{y_3} = 1520 + 115 + 4500 = \\ &= 6135 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4. \end{aligned}$$

ПРИМЕР 3.

Для изображенной на рисунке 11 схемы стального бруса требуется:

1) построить эпюры продольных сил N и нормальных напряжений σ , записав в общем виде для каждого участка выражения N и σ , и указав на эпюрах их значения в характерных сечениях;

2) установить опасное сечение и записать условие прочности. Определить размеры прямоугольного сечения бруса, приняв

$$\frac{h}{b} = 2,0;$$

3) найти перемещение сечения 2.

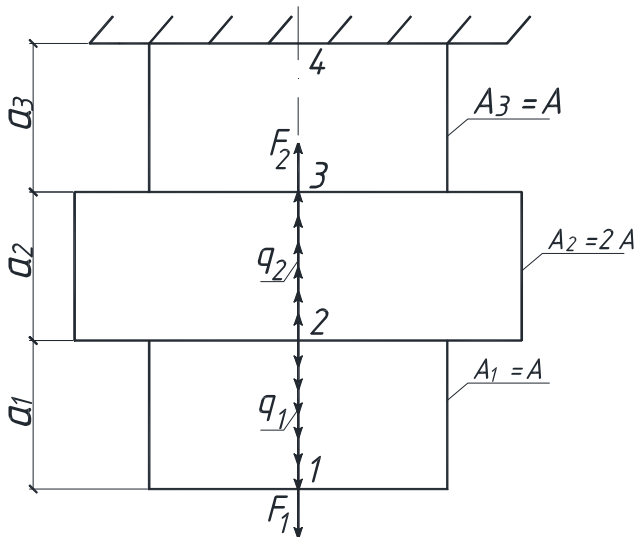


Рисунок 11 – Схема стального бруса.

Для изображенной на рисунке 11 схемы стального бруса требуется:

1) построить эпюры продольных сил N и нормальных напряжений σ , записав в общем виде для каждого участка выражения N и σ , и указав на эпюрах их значения в характерных сечениях;

2) установить опасное сечение и записать условие прочности. Определить размеры прямоугольного сечения бруса, приняв

$$\frac{h}{b} = 2,0;$$

3) найти перемещение сечения 2.

Исходные данные: $a_1 = 1,5a$, $a_2 = 2a$, $a_3 = a$; $F_1 = -2qa$, $F_2 = qa$; $q_1 = 2q$, $q_2 = q$.

Для выполнения числовых расчетов принять: $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $a = 1$ м, $q = 20$ кН/м, $[\sigma] = 160$ МПа (для студентов строительных специальностей $R = 210$ МПа).

РЕШЕНИЕ.

Изобразим в масштабе расчетную схему бруса (рис.12,а) с учетом знаков исходных данных (если нагрузка задана со знаком минус, то ее на схеме следует направить в противоположную сторону).

Разобьем брус на участки, границами которых служат изменение нагрузки и (или) геометрия поперечного сечения бруса. На рисунке 11 выделено три участка.

Построим эпюры продольных сил N и напряжений σ , рассматривая каждый участок, начиная со свободного конца бруса.

Используя метод сечений, разрежем брус некоторым сечением с ординатой x_1 (участок 1-2), показанный на рисунке 12, а).

Изобразим нижнюю отсеченную часть бруса отдельно, отбросив верхнюю часть, и заменив ее действие продольным усилием N , как это показано на рисунке 12, б).

Запишем уравнение равновесия и найдем усилие N :

$$\sum x = 0; N - 2qx_1 + F_1 = 0,$$

откуда имеем выражение для продольной силы

$$N = 2qx_1 - F_1.$$

Это уравнение наклонной прямой.

Мысленно выполняя приведенные выше операции метода сечений для каждого участка, запишем выражения для N и σ .

Участок 1-2: $0 \leq x_1 \leq 1,5a$.

$$N = 2qx_1 - F_1 = -2qa + 2qx_1.$$

Получили уравнение наклонной прямой для эпюры продольных сил.

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{-2qa + 2qx_1}{A}.$$

Для эпюры напряжений получили так же уравнение наклонной прямой.

Вычисляем значения ординат эпюр на границах участка.

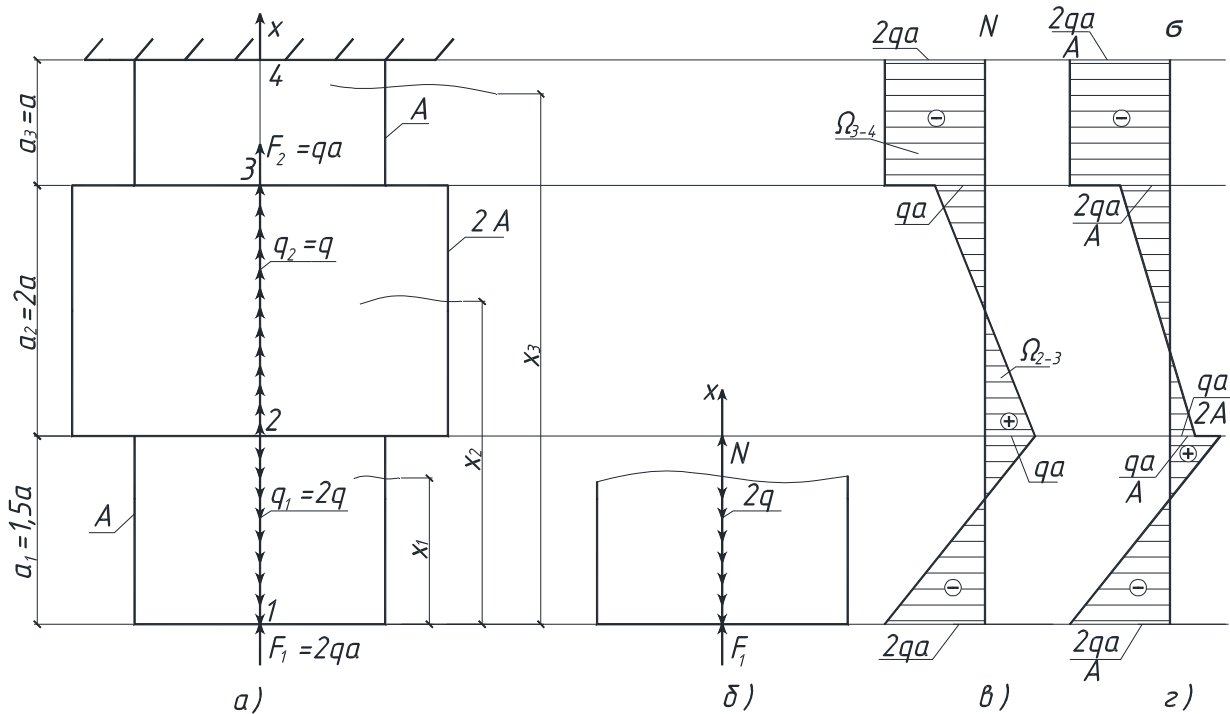


Рисунок 12 – Построение эпюр продольных сил и напряжений.

При

$$x_1 = 0, N_1 = -2qa; \sigma_1 = -\frac{2qa}{A}.$$

При

$$x_1 = 1,5a, N_2 = qa; \sigma_2 = -\frac{qa}{A}.$$

Участок 2-3: $1,5a \leq x_2 \leq 3,5a$.

Выражение для продольных сил и напряжений описываются линейными функциями.

$$N = 2q \cdot 1,5a - F_1 - q(x_2 - 1,5a) = qa - q(x_2 - 1,5a),$$

$$\sigma = \frac{N}{2A} = \frac{qa - q(x_2 - 1,5a)}{2A}.$$

При

$$x_2 = 1,5a, N_2 = qa; \sigma_{(2)} = \frac{qa}{2A}.$$

При

$$x_2 = 3,5a, N_3 = -qa; \sigma_{(3)} = -\frac{qa}{2A}.$$

Участок 3-4: $3,5a \leq x_3 \leq 4,5a$.

Функции продольных сил и напряжений - линейные.

$$N = 2q \cdot 1,5a - F_1 - q \cdot 2a - F_2 = -2qa - \text{const},$$

$$\sigma_{(3-4)} = \frac{N}{A} = -\frac{2qa}{A} - \text{const}.$$

По полученным значениям в масштабе строим эпюру N (рис. 12,в) и эпюру σ (рис.12, г).

Сечение считают опасным, если напряжение σ будет наибольшим (без учета знака). По эпюре σ видно, что опасными будут сечение 1, и весь участок 3-4, где $|\sigma_{\max}| = \frac{2qa}{A}$.

Запишем условие прочности:

а) для студентов всех специальностей, кроме строительных.

$$|\sigma_{\max}| = \frac{2qa}{A} \leq [\sigma],$$

откуда

$$A \geq \frac{2qa}{[\sigma]} = hb = 2b^2,$$

тогда размер поперечного сечения

$$b \geq \sqrt{\frac{2qa}{2[\sigma]}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 1}{160 \cdot 10^3}} = 0,0079 \text{ м}.$$

Принимаем: $b=0,008 \text{ м} = 8 \text{ мм}$, $h=0,016 \text{ м} = 16 \text{ мм}$.

б) для студентов строительных специальностей получаем

$$|\sigma_{\max}^{\text{расч}}| \geq \left(\frac{N_{\text{расч}}}{A} \right)_{\max} = \frac{2qa}{A} \leq R,$$

откуда

$$A \geq \frac{2qa}{R} = hb = 2b^2 \quad (\text{т.к. } \frac{h}{b} = 2,0; h=2b),$$

и размер поперечного сечения

$$b \geq \sqrt{\frac{2qa}{2R}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 1}{210 \cdot 10^3}} = 0,00976 \text{ м.}$$

Принимаем: $b=0,010 \text{ м}=10 \text{ мм}$, $h=0,020 \text{ м}=20 \text{ мм}$,
 $A=2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$.

На основании дифференциальных зависимостей при растяжении (сжатии) можно записать

$$\frac{d\delta_x}{dx} = \frac{N_x}{EA}, \quad (4)$$

откуда

$$\delta_x = \int_0^x \frac{N_x dx}{EA} = \frac{1}{EA} \int_0^x N_x dx = \frac{\Omega_N}{EA}. \quad (5)$$

Поскольку

$$N_x = \sigma_x A, \quad (6)$$

получим

$$\delta_x = \frac{1}{E} \int_0^x \sigma dx = \frac{\Omega_\sigma}{E}, \quad (7)$$

где Ω_N (Ω_σ) - площади эпюр $N(\sigma)$, расположенные между сечением, перемещение δ_x которого находим, и защемлением.

Найдем перемещение сечения 2, используя эпюру N (рис. 12,а, 12,в).

$$\begin{aligned} \delta_2 = \Delta_{2-4} &= \frac{\Omega_{2-3}}{2EA} + \frac{\Omega_{3-4}}{EA} = \frac{(qa - qa) \cdot 2a}{2EA} - \frac{2qa \cdot a}{EA} = -\frac{2qa \cdot a}{EA} = \\ &= -\frac{2 \cdot 20 \cdot 1 \cdot 1}{2 \cdot 10^8 \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = -10^{-3} \text{ м.} \end{aligned}$$

ПРИМЕР 4

Для изображенной на рисунке 13 схемы стального бруса требуется:

1) построить эпюры крутящих моментов T и наибольших касательных напряжений τ_{\max} , записав в общем виде, для каждого участка выражения T , τ и указав на эпюрах их значения в характерных сечениях.

2) установить опасное сечение, записать условия прочности, определить диаметр бруса;

3) найти угол закручивания сечения 1.

Исходные данные: $a_1=a$, $a_2=3a$, $a_3=a$, $t_{e1}=t_e$, $t_{e2}=3t_e$,

$T_{e1}=-t_e a$, $T_{e2}=3t_e a$.

Для выполнения числовых расчетов принять: $[\sigma] = 160$ МПа, $[\tau]=0,6 [\sigma]$, $a=0,5$ м, $t_e=20$ кН/м, $G=0,8 \cdot 10^5$ МПа (для студентов строительных специальностей $R=210$ МПа, $R_{cp}=0,6R$).

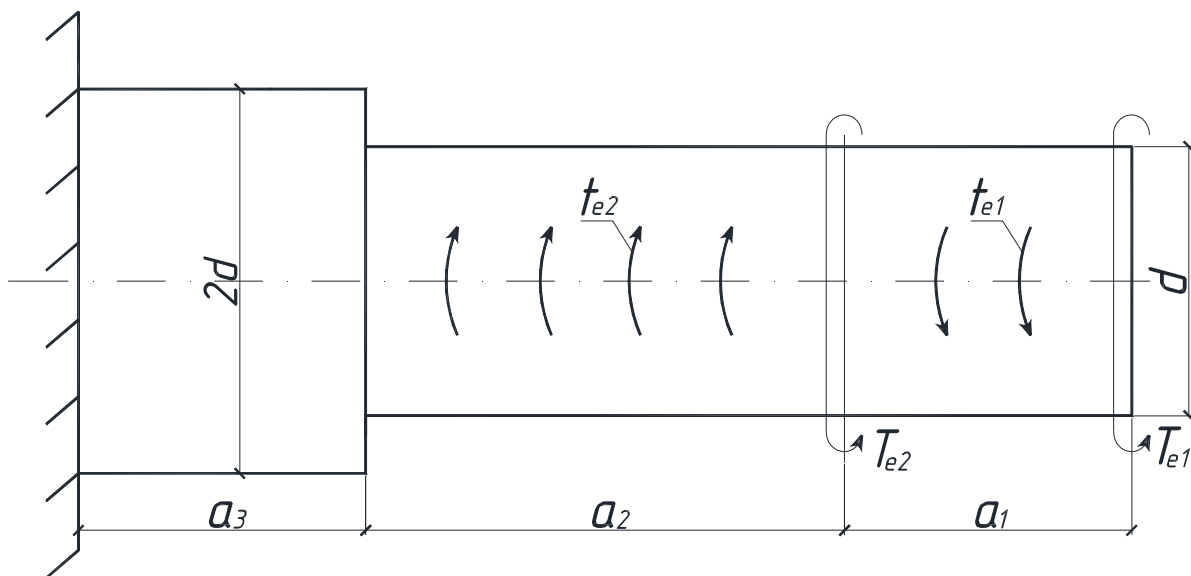


Рисунок 13 – Схема стального бруса.

РЕШЕНИЕ:

Используя метод сечений, разрежем брус сечением с ординатой x_1 (участок 1-2), (рис.14, а) изобразим правую часть отдельно, отбросив левую часть и заменив ее влияние крутящим моментом T (рис.14,б).

Запишем уравнение равновесия и найдем момент T :

$$\sum T_x = 0, T_{e1} - t_e \cdot x_1 - T = 0, T = T_{e1} - t_e \cdot x_1.$$

Мысленно выполняя приведенные выше операции метода сечений для каждого участка, запишем выражения для T и для τ_{\max} .

Участок 1-2: $0 \leq x_1 \leq a$.

$T = T_{e1} - t_e \cdot x_1$, $T = t_e a - t_e \cdot x_1$ – уравнение наклонной прямой,

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_{p1}} = \frac{t_e a - t_e x_1}{\frac{\pi d^3}{16}} \text{ – уравнение наклонной прямой.}$$

$$\text{При } x_1 = 0, T_1 = t_e \cdot a, \tau_{(1)} = \frac{16t_e a}{\pi d^3},$$

$$x_1 = a, T_2 = 0, \tau_{(2)} = 0.$$

Участок 2-3: $a \leq x_2 \leq 4a$.

$T = T_{e1} - t_e \cdot a + 3t_e(x_2 - a) - T_{e2} = 3t_e(x_2 - a) - 3t_e a$;

$$\tau_{\max} = \frac{3t_e(x_2 - a) - 3t_e a}{W_{p2}} = \frac{3t_e(x_2 - a) - 3t_e a}{\frac{\pi d^3}{16}},$$

$$\text{При } x_2 = a, T_2 = -3t_e a, \tau_{(2)} = \frac{-48t_e a}{\pi d^3},$$

$$x_2 = 4a, T_3 = 6t_e a, \tau_{(3)} = \frac{96t_e a}{\pi d^3}.$$

Участок 3-4: $4a \leq x_3 \leq 5a$.

$T = T_{e1} - t_e a + 3t_e \cdot 3a - T_{e2} = 6t_e a - \text{const}$;

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_{p3}} = \frac{6t_e a_1}{\frac{\pi(2d)^3}{16}} = \frac{12t_e a_1}{\pi d^3} - \text{const}.$$

По полученным значениям в масштабе строим эпюры T (рис.14,в) и τ_{\max} (рис.14,г).

Опасным будет сечение, где $|\tau_{\max}|$. По эпюре τ_{\max} (рис.14,г) видно, что опасным является сечение 3, в котором

$$|\tau_{\max}| = \tau_{(3)} = \frac{96t_e a}{\pi d^3}.$$

Запишем условие прочности:

а) для студентов всех специальностей, кроме строительных:

$$|\tau_{\max}| = \frac{96t_e a}{\pi d^3} \leq 0,6[\sigma],$$

$$\text{откуда } d \geq \sqrt[3]{\frac{96t_e a}{\pi \cdot 0,6[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{96 \cdot 20 \cdot 0,5}{3,14 \cdot 0,6 \cdot 10^3}} = 0,147 \text{ м.}$$

Принимаем $d = 0,150 \text{ м} = 150 \text{ мм}$.

б) Для студентов строительных специальностей:

$$|\tau_{\max}^{\text{расч}}| = \frac{96t_e a}{\pi d^3} \leq 0,6R, \text{ откуда}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{96t_e a}{\pi \cdot 0,6 \cdot R}} = \sqrt[3]{\frac{96 \cdot 20 \cdot 0,5}{3,14 \cdot 0,6 \cdot 210 \cdot 10^3}} = 0,134 \text{ м.}$$

Принимаем $d = 0,135 \text{ м} = 135 \text{ мм}$.

На основании дифференциальных зависимостей при кручении

$$\frac{d\varphi_x}{dx} = \frac{T_x}{G \cdot J_p}, \quad (8)$$

откуда

$$\varphi_x = \int_0^x \frac{T_x dx}{G \cdot J_p} = \frac{1}{G \cdot J_p} \int_0^x T_x dx = \frac{\Omega_T}{G \cdot J_p}, \quad (9)$$

где Ω_T - площадь эпюры T , расположенной между сечением, перемещение которого определяем, и защемлением.

Найдем угол закручивания сечения φ_1 , используя эпюру T (рис.14,в).

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \frac{\Omega_{1-2}}{G \cdot J_{p1}} + \frac{\Omega_{2-3}}{G \cdot J_{p2}} + \frac{\Omega_{3-4}}{G \cdot J_{p3}} = \frac{0,5 \cdot t_e \cdot a \cdot a}{G \cdot \pi d^4/32} + \frac{0,5(-3t_e \cdot a + 6t_e \cdot a) \cdot 3a}{G \cdot \pi d^4/32} + \\ &+ \frac{6 \cdot t_e \cdot a \cdot a}{G \cdot \pi (2d)^4/32} = \frac{16 \cdot 20 \cdot 0,25 + 144 \cdot 20 \cdot 0,25 + 12 \cdot 20 \cdot 0,25}{0,8 \cdot 10^8 \cdot 3,14 \cdot (0,15)^4} = \\ &= 0,007 \text{ (рад)}. \end{aligned}$$

Здесь $G = 0,8 \cdot 10^5 \text{ МПа} = 0,8 \cdot 10^8 \text{ КПа}$.

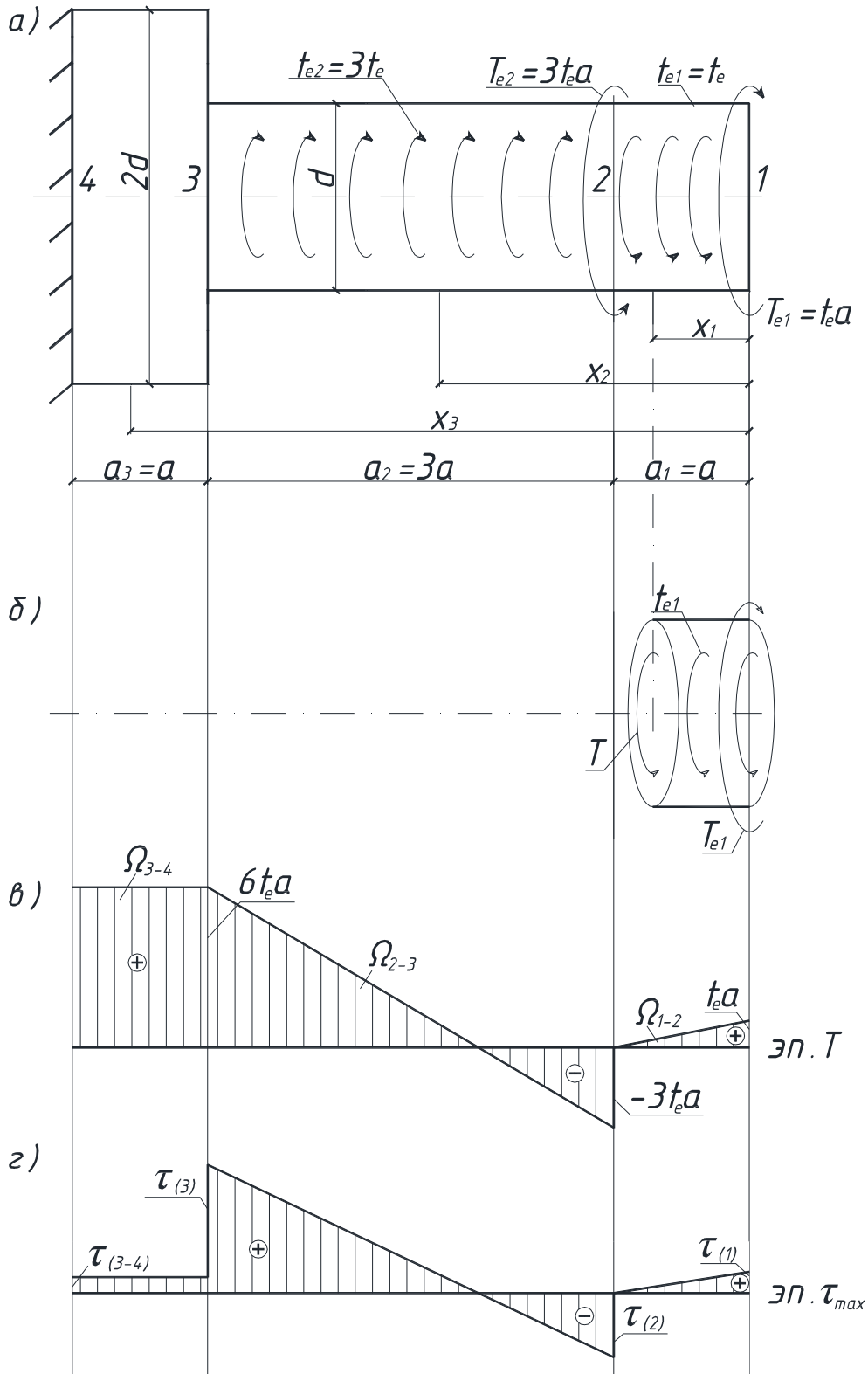


Рисунок 14 – Построение эпюр крутящих моментов и наибольших касательных напряжений.

ПРИМЕР 5

Для изображенной на рисунке 15 схемы стальной балки требуется:

1) построить эпюры поперечных сил Q (Q_y) и изгибающих моментов M (M_z), записав в общем виде для каждого участка выражения Q и M и указав на эпюрах их значения в характерных сечениях;

2) установить опасное сечение, записать условия прочности и подобрать двутавровое сечение балки;

3) определить прогиб сечения 3 и угол поворота сечения 2.

Исходные данные:

$a_1 = a$, $a_2 = 4a$, $a_3 = a$, $a_4 = 2a$, $t_{e1} = t_e$, $F = 2qa$, $M_e = -2qa^2$, $q_1 = 2q$.

Для расчета принять:

$a = 0,5\text{ м}$, $q = 10\text{ кН/м}$, $[\sigma] = 160\text{ МПа}$, $E = 2 \cdot 10^5\text{ МПа}$ (для студентов строительных специальностей принять $R = 210\text{ МПа}$).

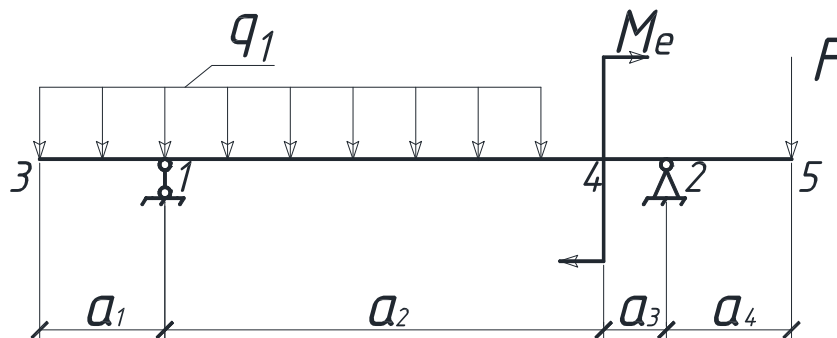


Рисунок 15 – Схема стальной балки.

РЕШЕНИЕ

Изобразим в масштабе расчетную схему балки (рис.16,а) с учетом знаков исходных данных.

Расчет двухопорной балки начинаем с определения опорных реакций (для защемленной с одного конца балки реакции обычно не определяются, а построение эпюр Q и M начинается со свободного конца).

$$\Sigma M_1 = 0;$$

$$V_2(a_2 + a_3) - F(a_2 + a_3 + a_4) + M_e - \frac{2qa_2 \cdot a_1}{2} + \frac{2qa_1 \cdot a_1}{2} = 0,$$

$$V_2 \cdot 5a - qa \cdot 7a + 2qa^2 - 2q \cdot 4a \cdot 2a + 2qa \cdot 0,5a = 0,$$

$$\text{откуда } V_2 = \frac{7qa^2 - 2qa^2 + 16qa^2 - qa^2}{5a} = 4qa.$$

$$\Sigma M_2 = 0;$$

$$V_1(a_2 + a_3) - 2q(a_1 + a_2) \left(\frac{a_1 + a_2}{2} + a_3 \right) - M_e + F \cdot a_4 = 0;$$

$$V_1 \cdot 5a - 2q \cdot 5a \cdot 3,5a - 2qa^2 + qa \cdot 2a = 0,$$

$$\text{откуда } V_1 = \frac{35qa^2 + 2qa^2 - 2qa^2}{5a} = 7qa.$$

Реакции V_1 и V_2 получены со знаком плюс, значит их первоначальное направление выбрано верно. Если бы получили одну (или обе) реакции со знаком минус, то ее (их) следовало бы направить в противоположную сторону.

$$\text{Проверка: } \Sigma y = 0;$$

$$V_1 + V_2 - 2q \cdot 5a - F = 7qa + 4qa - 10qa - qa = 0.$$

Следовательно, реакции определены верно и можно приступить к построению эпюр.

Для их построения рассмотрим каждый участок балки и, используя метод сечений (см. пример 3,4), запишем выражения для Q и M с учетом принятого правила знаков.

$$\text{Участок 3-1: } 0 \leq x_1 \leq a \quad (0 \leq x_1 \leq a_1).$$

$$Q = -2qx \text{ - уравнение наклонной прямой;}$$

$$M = -\frac{2qx_1 \cdot x_1}{2} = -qx_1^2 \text{ - уравнение квадратной параболы.}$$

$$\text{При } x_1 = 0, Q_3 = 0, M_3 = 0,$$

$$x_1 = a, Q_3 = -2qa, M_3 = -qa^2,$$

$$x_1 = 0,5a, M_{\text{ср}} = -0,25qa^2 \text{ (средняя ордината эпюры } M).$$

В масштабе строим эпюры Q и M на участке 3-1 (рис.16,б, 16, в). На этом участке эпюра Q знак не меняет, поэтому на эпюре M экстремального значения не будет и ее можно приближенно провести по двум точкам ($M_3 = 0; M_3 = -qa^2$). Эпюру M принято строить на сжатых волокнах балки для студентов машиностроительных и технологических специальностей (т.е. отрицательные

значения откладываются вниз, положительные - вверх); для студентов строительных специальностей ее принято строить на растянутых волокнах балки (т.е. отрицательные значения откладываются вверх, положительные – вниз (рис. 16, г)).

Участок 1-4: $a \leq x_2 \leq 5a$ ($a_1 \leq x_2 \leq a_1 + a_2$).

$Q = -2qx_2 + V_1 = -2qx_2 + 7qa$ - уравнение наклонной прямой;

$$M = -\frac{2qx_2 \cdot x_2}{2} + V_1(x_2 - a) = -qx_2^2 + 7qa(x_2 - a) \quad \text{- уравнение}$$

квадратной параболы.

$$\text{При } x_2 = a, Q_1 = 5qa, M_1 = -qa^2.$$

$$x_2 = 5a, Q_4 = -3qa, M_4 = 3qa^2.$$

$$x_2 = 3a, M_{cp} = 5qa^2 \text{ - средняя ордината эпюры } M.$$

Строим эпюры Q и M на участке 1-4 в выбранном ранее масштабе. На этом участке эпюра Q проходит через нуль, меняя знак, следовательно, на эпюре M в этом сечении будет экстремальное значение. Найдем его, подставив в выражение для M значение x_0 , найденное путем приравнивания Q на участке 1-4 нулю (рис. 16, в, г):

$$Q_{x=x_0} = -2qx_2 + 7qa = 0, \text{ откуда } x_0 = \frac{7qa}{2q} = 3,5a;$$

$$M_{\text{эксп}} = -qx_0^2 + 7qa(x_0 - a) = -q(3,5a)^2 + 7qa(3,5a - a) = 5,25qa^2 \\ (x_2 = x_0 = 3,5a).$$

Можно продолжать рассмотрение участков балки слева, но расчеты при этом усложняются (в уравнение для Q и M входит много слагаемых). Поэтому далее будем строить эпюры Q и M , рассматривая участки балки справа.

Участок 5-2: $0 \leq x_3 \leq 2a$ ($0 \leq x_3 \leq a_4$).

$$Q = F = qa - \text{const}, M = -F \cdot x_3 = -qa \cdot x_3.$$

$$\text{При } x_3 = 0, Q_5 = qa, M_5 = 0,$$

$$x_3 = 2a, Q_2 = qa, M_2 = -2qa^2.$$

По этим значениям строим эпюры Q и M на участке 5-2.

Участок 2-4: $2a \leq x_4 \leq 3a$ ($a_4 \leq x_4 \leq a_4 + a_3$).

$$Q = F - V_2 = qa - 4qa = -3qa - \text{const},$$

$$M = -F \cdot x_4 + V_2(x_4 - 2a) = -qa \cdot x_4 + 4qa(x_4 - 2a).$$

$$\text{При } x_4 = 2a, Q_2 = -3qa, M_2 = -2qa^2,$$

$$x_4 = 3a, Q_4 = -3qa, M_4 = qa^2,$$

$$x_4 = 2,5a, M_{\text{ср}} = -0,5qa^2 - \text{средняя ордината эпюры } M.$$

По этим значениям строим эпюры Q и M на участке 2-4.

Опасным будет сечение, где изгибающий момент наибольший по абсолютной величине ($|M_{\text{max}}|$).

Из рассмотрения рисунков 16,в и 16,г видно, что $|M_{\text{max}}| = 5,25qa^2$. Запишем условие прочности.

а) Для студентов всех специальностей, кроме строительных

$$|\sigma_{\text{max}}| = \frac{|M_{\text{max}}|}{W_z} \leq [\sigma], \text{ откуда}$$

$$W_z \geq \frac{|M_{\text{max}}|}{[\sigma]} = \frac{5,25q \cdot a^2}{[\sigma]} = \frac{5,25 \cdot 10 \cdot 0,25}{160 \cdot 10^3} = 0,082 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 =$$

$$= 82 \text{ см}^2.$$

По таблице сортамента выбираем двутавр №16, для которого

$$J_z = 873 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4, W_z = 109 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3, A = 20,2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

б) Для студентов строительных специальностей:

$$|\sigma_{\text{max}}^{\text{расч}}| = \frac{M_{\text{max}}^{\text{расч}}}{W_z} \leq R, \text{ откуда}$$

$$W_z \geq \frac{M_{\text{max}}^{\text{расч}}}{R} = \frac{5,25q \cdot a^2}{R} = \frac{5,25 \cdot 10 \cdot 0,25}{210 \cdot 10^3} = 0,0625 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 =$$

$$= 62,5 \text{ см}^3.$$

По таблице сортамента выбираем двутавр №14, для которого

$$J_z = 572 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4, W_z = 81,7 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3, A = 17,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Найдем прогиб сечения 3, используя правило Верещагина.

Для этого в направлении предполагаемого перемещения прикладываем единичную силу $\bar{F} = 1$ (рис. 16,д). Определяем опорные реакции и строим единичную эпюру изгибающих мо-

ментов \overline{M}_1 .

$$\Sigma M_1 = 0;$$

$$\overline{V}_2 \cdot 5a - \overline{F} \cdot a = 0,$$

$$\text{откуда } \overline{V}_2 = \frac{a}{5a} = \frac{1}{5} = 0,2.$$

$$\Sigma M_2 = 0;$$

$$\overline{V}_1 \cdot 5a - \overline{F} \cdot 6a = 0,$$

$$\text{откуда } \overline{V}_1 = \frac{6a}{5a} = \frac{6}{5} = 1,2.$$

$$\text{Проверка: } \Sigma y = 0;$$

$$\overline{V}_1 - F - \overline{V}_2 = 1,2 - 1 - 0,2 = 0.$$

Запишем выражения для изгибающих моментов на участках балки.

$$\text{Участок 3-1: } 0 \leq x_1 \leq a,$$

$$\overline{M}_1 = -\overline{F}x_1 = -x_1.$$

$$\text{При } x_1 = 0, \overline{M}_3 = 0,$$

$$x_1 = a, \overline{M}_1 = -a.$$

$$x_1 = 0,5a \text{ (среднее значение), } \overline{M}_{\text{cp}} = -0,5a.$$

$$\text{Участок 2-1: } 0 \leq x_2 \leq 5a,$$

$$\overline{M}_1 = -\overline{V}_2 x_2 = -0,2x_2.$$

$$\text{При } x_2 = 0, \overline{M}_2 = 0,$$

$$x_2 = 5a, \overline{M}_1 = -a.$$

$$x_2 = 0,5a \text{ (среднее значение на участке 2-4), } \overline{M}_{\text{cp}} = -0,1a$$

$$x_2 = a, \overline{M}_4 = -0,2a,$$

$$x_2 = 3a \text{ (среднее значение на участке 4-1), } \overline{M}_{\text{cp}} = -0,6a.$$

По полученным значениям строим эпюру M , (рис.16,е). Перемножим по формуле Симпсона эпюру M на эпюру \overline{M}_1 , и найдем искомый прогиб сечения 3:

$$y_3 = \frac{1}{E \cdot J_z} \left[\frac{a}{6} (4 \cdot 0,25q \cdot a^2 \cdot 0,5a + q \cdot a^2 \cdot a) + \frac{4a}{6} (q \cdot a^2 \cdot a - \right.$$

$$\begin{aligned}
 & -4 \cdot 5q \cdot a^2 \cdot 0,6a - 3q \cdot a^2 \cdot 0,2a) + \frac{a}{6} (-q \cdot a^2 \cdot 0,2a + 4 \cdot 0,5q \cdot a^2 \cdot 0,1a) \Big] = \\
 & = -\frac{6,15q \cdot a^4}{E \cdot J_z} = -\frac{6,15 \cdot 10 \cdot 0,5^4}{2 \cdot 10^8 \cdot 873 \cdot 10^{-8}} = -2,2 \cdot 10^{-3} \text{ м} = -2,2 \text{ мм}.
 \end{aligned}$$

Для студентов строительных специальностей следует принять

$$J_z = 572 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4.$$

Знак "минус" показывает, что прогиб сечения 3 направлен не вниз (как была направлена сила $\bar{F} = 1$), а вверх.

Найдем угол поворота сечения 2, используя правило Верещагина

Для этого прикладываем в сечении 2 в предполагаемом направлении его поворота единичную пару сил $\bar{M}_e = 1$ (рис. 16,ж), определяем опорные реакции и строим единичную эпюру изгибающих моментов \bar{M}_2 (рис. 16,з).

$$\Sigma M_1 = 0; \bar{V}_2 \cdot 5a - \bar{M}_e = 0, \text{откуда } \bar{V}_2 = \frac{1}{5a}.$$

$$\Sigma M_2 = 0; \bar{V}_1 \cdot 5a - \bar{M}_e = 0, \text{откуда } \bar{V}_1 = \frac{1}{5a}.$$

$$\text{Проверка: } \Sigma y = 0; -\bar{V}_1 + \bar{V}_2 = -\frac{1}{5a} + \frac{1}{5a} = 0.$$

Участок 1-2: $0 \leq x \leq 5a,$

$$\bar{M}_2 = -\bar{V}_1 x = -\frac{1}{5a} x.$$

$$\text{При } x = 0, \bar{M}_1 = 0, \text{ } x = 2a, \bar{M}_{cp} = -\frac{2}{5},$$

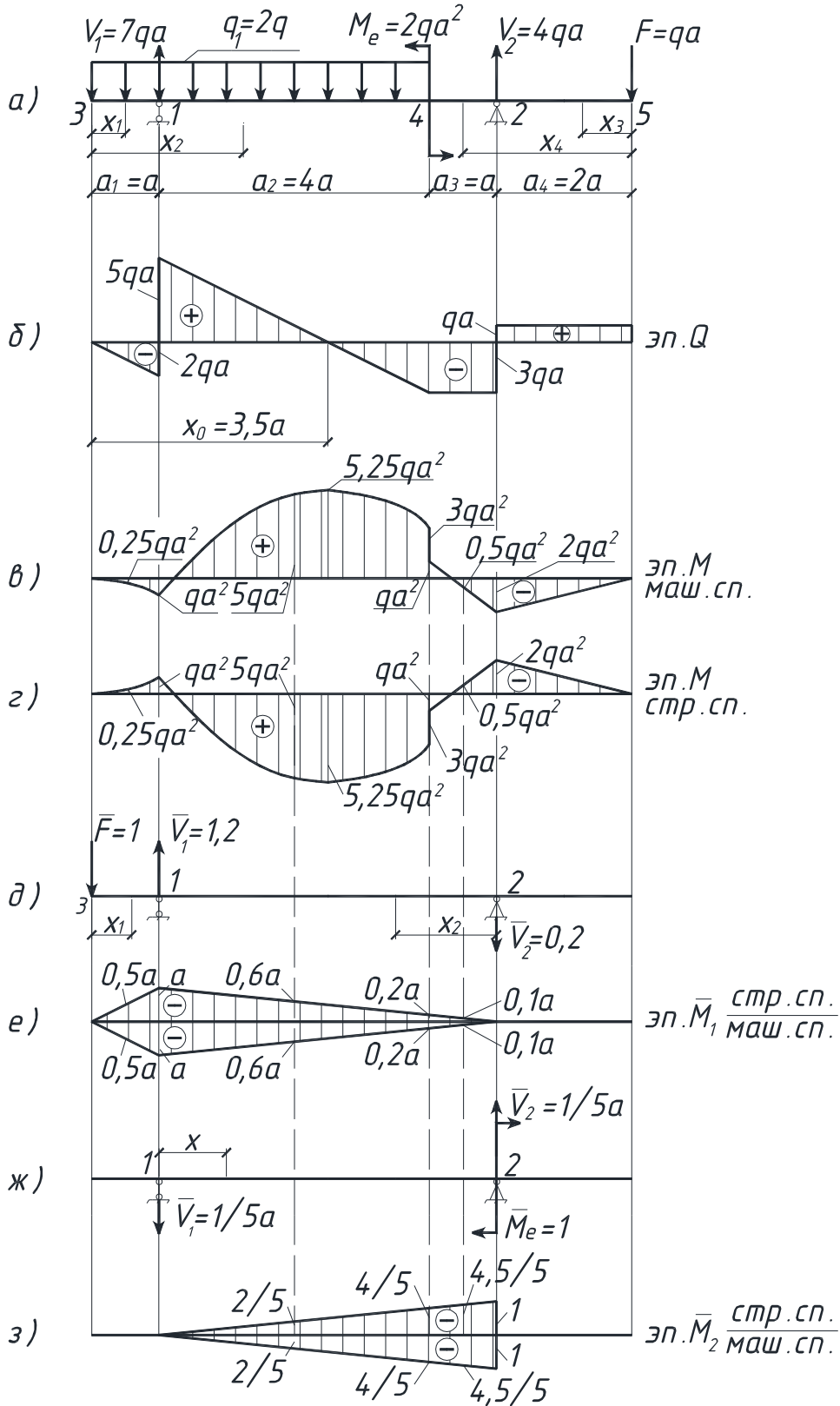


Рисунок 16 – Построение эпюр изгибающих моментов и поперечных сил.

$$x = 4a, \bar{M}_4 = -\frac{4}{5}, x = 4,5a, \bar{M}_{стр.сн.} = -\frac{4,5}{5}, x = 5a, \bar{M}_2 = -1.$$

Построенная эпюра \overline{M}_2 изображена на рисунке 16,з. Перемножим по формуле Симпсона эпюру \overline{M}_2 на эпюру М и найдем искомый угол поворота сечения 2:

$$\theta_2 = \frac{1}{E \cdot J_z} \left[\frac{4a}{6} \left(-4 \cdot 5q \cdot a^2 \cdot \frac{2}{5} - 3q \cdot a^2 \cdot \frac{4}{5} \right) + \frac{a}{6} \left(-q \cdot a^2 \cdot \frac{4}{5} + \right. \right. \\ \left. \left. + 4 \cdot 0,5q \cdot a^2 \cdot \frac{4,5}{5} + 2q \cdot a^2 \cdot 1 \right) = -\frac{6,43q \cdot a^3}{E \cdot J_z} = -\frac{6,43 \cdot 10 \cdot 0,5^3}{2 \cdot 10^8 \cdot 873 \cdot 10^{-8}} = \right. \\ \left. = -4,6 \cdot 10^{-3} \text{ рад.} \right.$$

Здесь $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа} = 2 \cdot 10^8 \text{ КПа}$. Для студентов строительных специальностей следует принять $J_z = 572 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4$.

ПРИМЕР 6 (для студентов строительных специальностей)

Для изображенной на рисунке 17 схемы рамы (материал - сталь) требуется:

1) построить эпюры изгибающих моментов М (M_z), поперечных сил Q (Q_y) и продольных сил N (N_x) двумя путями:

а) записав в общем виде для каждого участка выражения М, Q, N.

б) построив эпюру М аналогично пункту а), по значениям М в характерных сечениях, с использованием дифференциальных зависимостей, построить эпюру Q, а затем по эпюре Q, вырезая узлы рамы, начиная с простых, и рассматривая их равновесие, построить эпюру N.

2) установить опасное сечение, записать условие прочности и определить величину опасной нагрузки.

3) определить горизонтальное перемещение сечения 5 и угол поворота сечения 3 рамы.

Исходные данные:

$$F = 2qa, q_1 = -2q, M_e = 2qa^2.$$

При выполнении числовых расчетов принять: $a = 0,5 \text{ м}$, $R = 210 \text{ МПа}$, $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, сечение рамы – двутавр № 16.

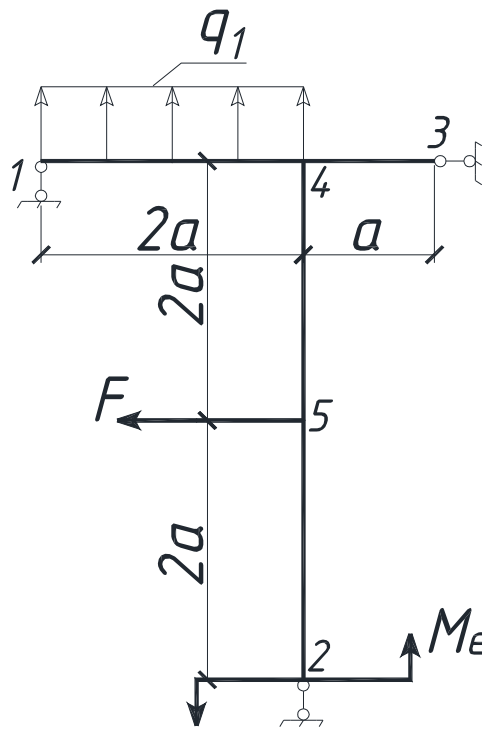


Рисунок 17 – Схема рамы

РЕШЕНИЕ

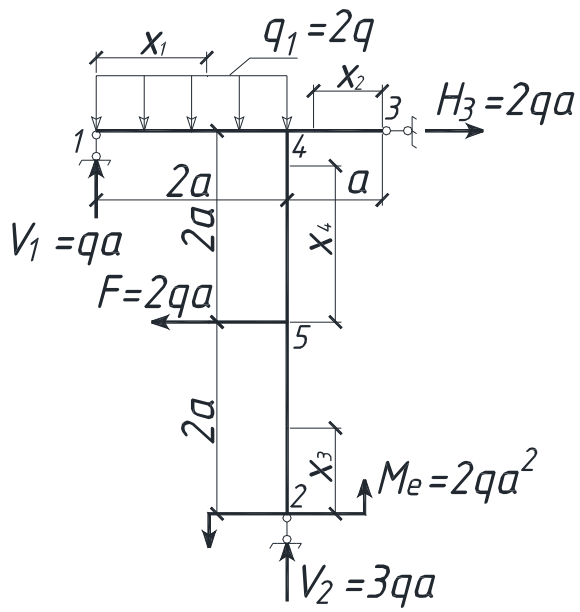
Изобразим в масштабе схему рамы с учетом исходных данных (рис.18,а).

Расчет рамы с шарнирными опорами начинаем с определения опорных реакций (для заземленной с одного конца рамы реакции обычно не определяется, а построение эпюр M , Q , N начинают со свободного конца).

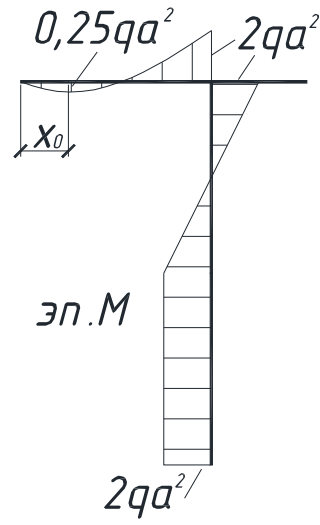
$$\Sigma X = 0: H_3 - F = 0; H_3 = F = 2qa.$$

$$\Sigma M_1 = 0: V_2 \cdot 2a + M_e - F \cdot 2a - 2q \cdot 2a \cdot a = 0,$$

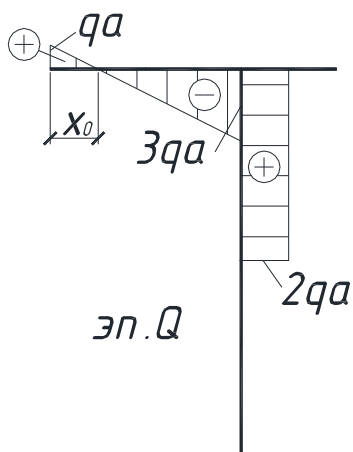
$$V_2 = \frac{-M_e + F \cdot 2a + 4qa^2}{2a} = \frac{-2qa^2 + 4qa^2 + 4qa^2}{2a} = 3qa.$$



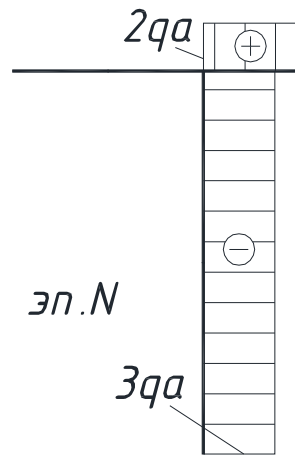
a)



δ)



b)



z)

Рисунок 18 – Схема рамы и построение эпюр

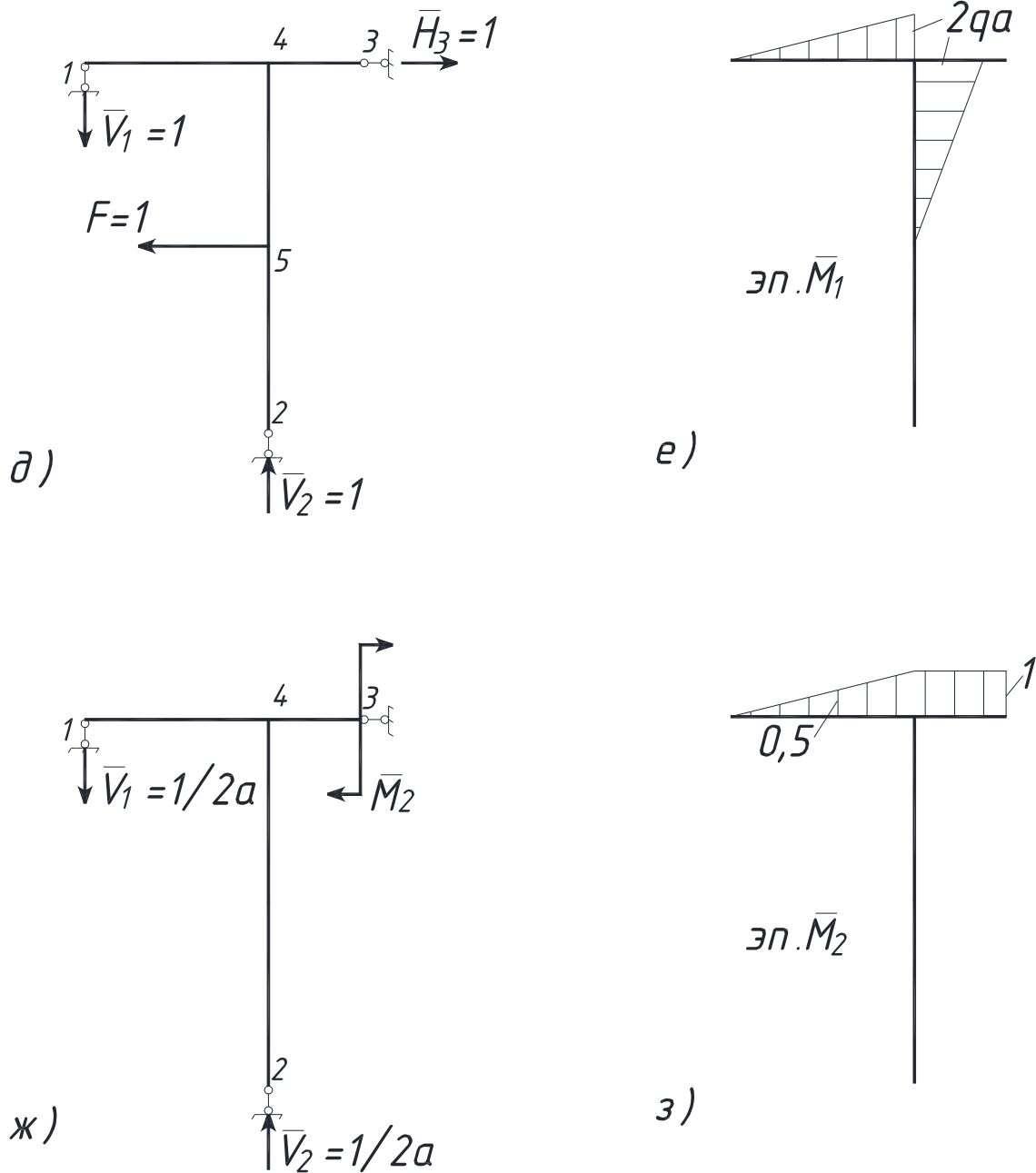


Рисунок 18 – Схема рамы и построение эпюр (продолжение).

$$\Sigma M_2 = 0: V_1 \cdot 2a - 2q \cdot 2a \cdot a + H_3 \cdot 4a - F \cdot 2a - M_e = 0,$$

$$V_1 = \frac{4qa^2 - 8qa^2 + 4qa^2 + 2qa^2}{2a} = qa.$$

$$\text{Проверка: } \Sigma y = 0: V_1 + V_2 - 4qa = qa + 3qa - 4qa = 0.$$

Следовательно, реакции определены верно.

а) запишем выражения M , Q , N для каждого участка рамы, используя метод сечений.

Участок 1-4: $0 \leq x_1 \leq 2a$

$$M = V_1 X_1 - \frac{q_1 \cdot x_1 \cdot x_1}{2} = q \cdot ax_1 - 2q \left(\frac{x_1^2}{2} \right) = qax_1 - qx_1^2 - \text{уравнение}$$

квадратной параболы;

$$Q = V_1 - qx_1 = qa - 2qx_1: \text{уравнение наклонной прямой}; N=0.$$

В уравнении для M условимся слагаемое записывать со знаком "минус", если под действием соответствующей нагрузки растянуты верхние (наружные) волокна, и "плюс", если растянуты нижние (внутренние) волокна.

$$\text{При } x_1 = 0, M_1 = 0, Q_1 = qa,$$

$$x_1 = 2a, M_4 = 2qa^2 - 4qa^2 = -2qa^2, Q_4 = -3qa,$$

$$x_1 = a, M_{\text{ср}} = qa^2 - qa^2 = 0 \text{ (среднее значение).}$$

По этим значениям строим эпюры $M, Q (N=0)$ на участке 1-4 (рис.18, б,в).

По эпюре Q видно, что она в сечении x_0 проходит через нуль, меняя знак. Следовательно, на эпюре M в этом сечении будет экстремум.

$$\text{Найдем его: } Q_{x_1=x_0} = qa - 2qx_0 = 0, x_0 = qa/2q = 0,5a.$$

$$M_{x_1=x_0=0,5a}^{\text{экстр.}} = qax_0 - qx_0^2 = 0,25qa^2.$$

Участок 3-4: $0 \leq x_2 \leq a$

$$M = 0, Q = 0, N = H_3 = 2qa.$$

Участок 2-5: $0 \leq x_3 \leq 2a$

$$M = M_e = 2qa^2 - \text{const}, Q = 0, N = -V_2 = -3qa.$$

Участок 5-4: $0 \leq x_4 \leq 2a$

$M = M_e - Fx_4 = 2qa^2 - 2q \cdot a \cdot x^4$ – уравнение наклонной прямой,

$$Q = F = 2qa, N = -V_2 = -3qa.$$

$$\text{При } x_4 = 0, M_5 = 2qa^2,$$

$$x_4 = 2a, M_4 = -2qa^2,$$

$$x_4 = a, M_{\text{ср}} = 0 \text{ (среднее значение).}$$

По полученным значениям в масштабе строим эпюры M , Q , N (рис. 18, б, в, г).

б) Аналогично рассмотренному выше (или по значениям M в характерных сечениях 1, 4, 3, 2, 5) с учётом дифференциальных зависимостей строим эпюру M (рис.18, б).

Построение эпюры Q :

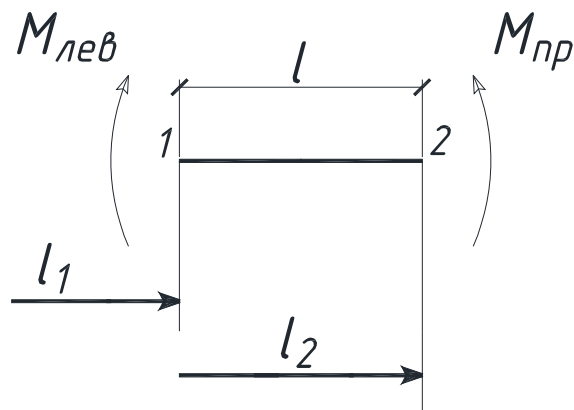


Рисунок 19 – Построение эпюры Q .

Пусть на участке 1-2 некоторой балки $Q = 0$, $\frac{dM}{dx} = Q$,
 $dM = Qdx$. Интегрируя обе части в пределах от l_1 до l_2 , получим:
 $Q = \frac{M_{\text{п}} - M_{\text{л}}}{l}$ (знаки M принимаются по ранее принятому правилу; стержни рамы можно обходить с любой стороны, знаки M берутся соответственно).

Например, эпюра M на участке 1-2 построена (рис.20). Строим эпюру Q :

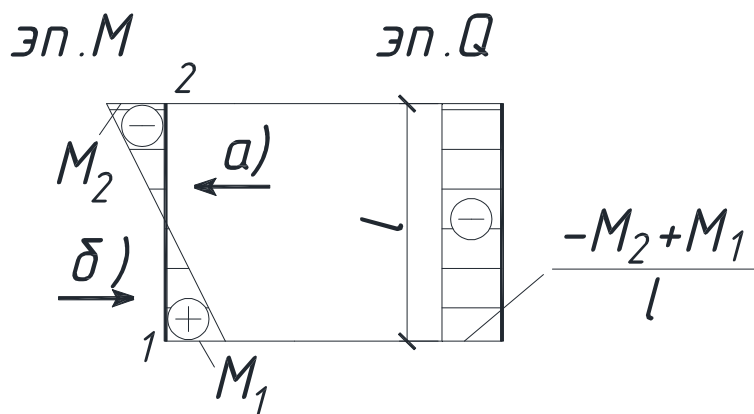


Рисунок 20 – Построение эпюры Q .

а) рассматриваем стержень справа:

$$Q = \frac{-M_2 - M_1}{l},$$

б) рассматриваем стержень слева:

$$Q = \frac{M_1 - (-M_2)}{l} = \frac{M_1 + M_2}{l}.$$

Пусть на участке 1-2 некоторой балки $Q \neq 0$ (рис.21).

Считая, что участок 1-2 - балка на двух опорах, определяются опорные реакции Q_0 , знаки которых принимаются по правилам знаков для Q (рис. 21).

В этом случае в соответствии с изложенным ранее:

$$Q^{\text{п}} = \frac{M_{\text{п}} - M_{\text{л}}}{l} \pm Q_0^{\text{п}}, \quad Q^{\text{л}} = \frac{M_{\text{п}} - M_{\text{л}}}{l} \pm Q_0^{\text{л}}.$$

Если построенная эпюра Q проходит через нуль, то экстремум на эпюре M определяется:

$$x_0^{\text{п}} = \frac{Q_{\text{п}}}{q}, \quad x_0^{\text{л}} = \frac{Q_{\text{л}}}{q}, \quad M_{\text{экстр}}^{\text{п}} = Q^{\text{п}} \frac{x_0^{\text{п}}}{2} \pm M_0^{\text{п}},$$

$$M_{\text{экстр}}^{\text{л}} = Q^{\text{л}} \frac{x_0^{\text{л}}}{2} \pm M_0^{\text{л}}.$$

Здесь M_0 - момент в начале участка; участок можно рассматривать с любой стороны, знаки M_0 берутся соответственно. Например, значение M на границах участка 1-2 найдены: $M_0^{\text{п}} = 0$; $M_0^{\text{л}} = -4qa^2$ (рис. 21).

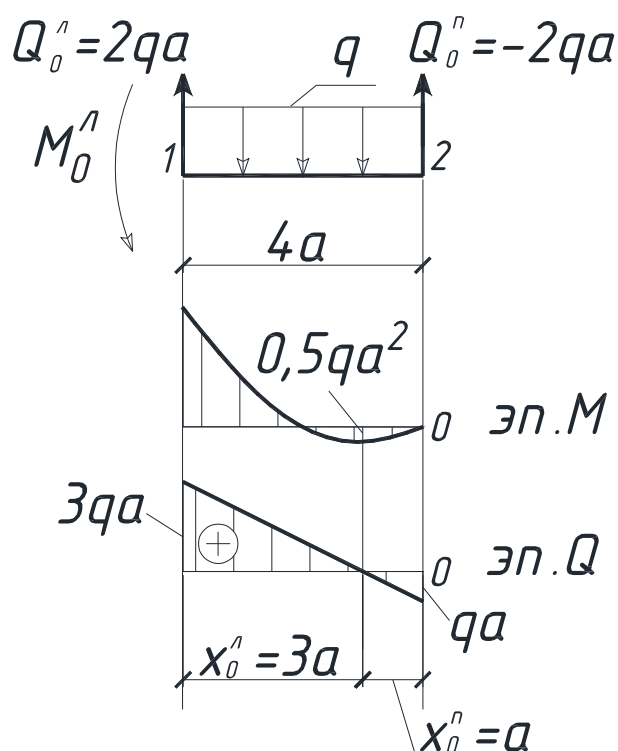


Рисунок 21 – Построение эпюры Q.

Предполагая, что на эпюре M может быть экстремум, строим эпюру Q:

$$Q^n = \frac{0 - (-4qa^2)}{4a} - 2qa = -qa; \quad Q^n = \frac{0 - (-4qa^2)}{4a} + 2qa = 3qa;$$

$$x_0^n = \frac{-qa}{q} = -a; \quad x_0^n = \frac{3qa}{q} = 3a;$$

$$M_{\text{экстр.}}^n = -qa \frac{(-a)}{2} + 0 = 0,5qa^2;$$

$$M_{\text{экстр.}}^n = 3qa \frac{3a}{2} - 4qa^2 = 0,5qa^2$$

Опасным будет сечение, где $|M_{\text{max}}|$. Из рассмотрения эпюры M (рис. 18,б) видно, что $|M_{\text{max}}| = 2qa^2$. Вопрос об опасном сечении решаем, учитывая значение N (рис. 18, г): на участке 2-5 $N = N_{\text{max}} = 3qa$, следовательно, все сечения участка 2-5 равноопасны. Запишем условие прочности

$$|\sigma_{\text{max}}| = \frac{M_{\text{max}}}{W_z} + \frac{N}{A} \leq R.$$

$$\text{Или } \frac{2qa^2}{W_z} + \frac{3qa}{A} \leq R, \text{ откуда } q \leq \frac{R}{2a^2/W_z + 3a/A}.$$

Для двутавра № 16 из таблицы $J_z = 873 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4$, $W_z = 109 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$, $A = 20,2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$.

$$\text{Тогда } q \leq \frac{210 \cdot 10^3}{2 \cdot 0,25/109 \cdot 10^{-6} + 3 \cdot 0,5/20,2 \cdot 10^{-4}} = 39,4 \text{ кН},$$

Принимаем $q = 39 \text{ кН}$.

Деформации заданных сечений рамы определяем, используя правило Верещагина.

а) Определяем горизонтальное перемещение сечения 5. Для этого в направлении предполагаемого перемещения прикладываем единичную силу $\bar{F} = 1$, находим опорные реакции и строим единичную эпюру изгибающих моментов \bar{M}_1 (рис. 18, д, е).

$$\Sigma X = 0: \bar{H}_3 - \bar{F} = 0, \bar{H}_3 = \bar{F} = 1.$$

$$\Sigma M_1 = 0: \bar{H}_2 \cdot 2a - \bar{F} \cdot 2a = 0, \bar{R}_2 = 1.$$

$$\Sigma M_2 = 0: \bar{V}_1 \cdot 2a + \bar{F} \cdot 2a - \bar{H}_3 \cdot 4a = 0, \bar{V}_1 = 1.$$

$$\text{Проверка: } \Sigma Y = 0: -\bar{V}_1 + \bar{V}_2 = -1 + 1 = 0.$$

Находим значения изгибающих моментов в характерных сечениях и строим эпюру \bar{M}_1 , (рис. 18, е).

$$\bar{M}_1 = 0; \bar{M}_4 = -\bar{V}_1 \cdot 2a = -2a, \bar{M}_{3-4} = 0, \bar{M}_{2-5} = 0.$$

Перемножив построенную ранее эпюру M (рис. 18, б) и эпюру \bar{M}_1 (рис. 18, е), найдём горизонтальное перемещение сечения 5:

$$y_5^{\text{гор}} = \frac{1}{E \cdot J_z} \left[\frac{2a}{6} (4 \cdot 0 \cdot a + 2q \cdot a^2 \cdot 2a) + \frac{2a}{6} (2q \cdot a^2 \cdot 2a + 4 \cdot 0 \cdot a) \right] =$$

$$= \frac{8 \cdot q \cdot a^4}{3E \cdot J_z} = \frac{8 \cdot 39 \cdot (0,5)^4}{3 \cdot 2 \cdot 10^8 \cdot 873 \cdot 10^{-8}} = 3,72 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

б) Определяем угол поворота сечения 3 рамы. Для этого в сечении 3 прикладываем единичную пару сил $\bar{M}_e = 1$, строим единичную эпюру изгибающих моментов \bar{M}_2 (рис. 18, ж, з).

Найдём опорные реакции.

$$\Sigma X = 0: \overline{H}_3 = 0.$$

$$\Sigma M_1 = 0: \overline{V}_2 \cdot 2a - \overline{M}_e = 0, \overline{V}_2 = \frac{1}{2}a.$$

$$\Sigma M_2 = 0: \overline{V}_1 \cdot 2a - \overline{M}_e = 0, \overline{V}_1 = \frac{1}{2}a.$$

$$\text{Проверка: } \Sigma Y = 0: -\overline{V}_1 + \overline{V}_2 = -\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}a = 0.$$

$$\overline{M}_1 = 0; \overline{M}_4 = -V_1 \cdot 2a = -1, \overline{M}_{3-4} = -\overline{M} = -1, \overline{M}_{2-4} = 0.$$

Перемножив построенную ранее эпюру M (рис. 18, б) и эпюру

M_2 (рис. 18, з), найдём угол поворота сечения 3:

$$\Theta_3 = \frac{1}{E \cdot J_z} \left[\frac{2a}{6} (4 \cdot 0 \cdot 0,5 + 2q \cdot a^2 \cdot 1) \right] = \frac{2 \cdot q \cdot a^3}{3E \cdot J_z} = \frac{2 \cdot 39 \cdot (0,5)^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^8 \cdot 873 \cdot 10^{-8}} = 1,86 \cdot 10^{-3} \text{ рад.}$$

ПРИМЕР 7 (для студентов строительных специальностей).

Для изображённой на рисунке 22 бетонной колонны большой жёсткости, нагруженной заданными силами и собственным весом требуется:

- 1) найти положение нейтральной линии в опасном сечении и определить опасные точки;
- 2) проверить прочность колонны, записав условие прочности для растянутой и сжатой зон;

Сечение колонны изображено на рисунке 22.

Исходные данные: $F_1 = 2F$, $F_4 = -3F$, $\gamma = 24 \text{ кН/м}^3$, $R_p = 1,8 \text{ МПа}$; $R_c = 17 \text{ МПа}$, $F = 200 \text{ кН}$, $a = 1 \text{ м}$, $H = 2 \text{ м}$. Сила F_1 приложена в т. 1, сила F_4 - в т. 4.

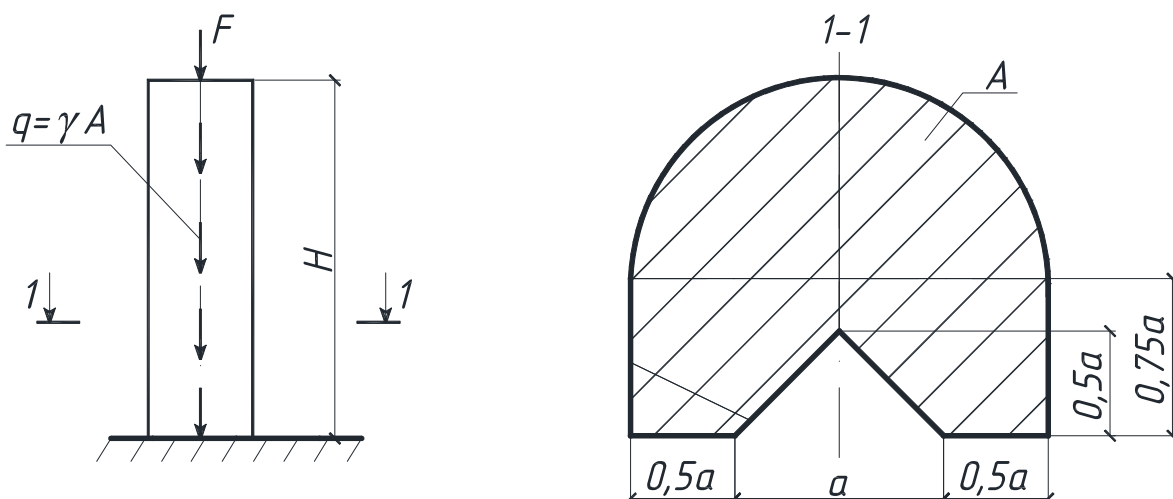


Рисунок 22 – Бетонная колонна большой жесткости.

РЕШЕНИЕ.

Определим необходимые геометрические характеристики поперечную сечения колонны (рис.22, б). Подробные пояснения приведены в примере 1. Расчётная схема показана на рисунке 23.

Разбиваем фигуру на три составляющие:

- 1) полукруг: $A_1 = (\pi r^2)/2 = 1,57 \text{ м}^2$,
- 2) прямоугольник: $A_2 = 0,75 \cdot 2 = 1,5 \text{ м}^2$,
- 3) треугольник: $A_3 = 1/(2 \cdot 1 \cdot 0,5) = 0,25 \text{ м}^2$.

Общая площадь фигуры $A = A_1 + A_2 - A_3 = 2,82 \text{ м}^2$.

Определяем положение центра тяжести.

Исходные оси y_z проходит через т. C_2 .

$$y_c = \frac{Sz_1 + Sz_2 - Sz_3}{A_1 + A_2 - A_3} =$$

$$= \frac{1,57(0,42 + 0,75/2) + 1,5 \cdot 0 - 0,25[-0,75/2 + (1/3) \cdot 0,5]}{2,82} = 0,46 \text{ м.}$$

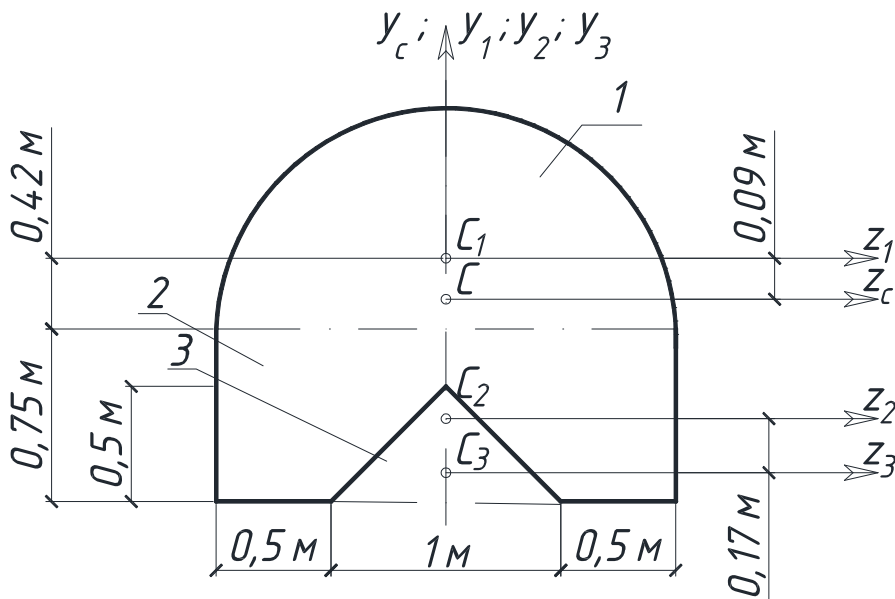


Рисунок 23 – Расчетная схема.

Определяем моменты инерции относительно главных центральных осей y_c и z_c .

$$J_{y_c} = J_{y_c}^{(1)} + J_{y_c}^{(2)} - J_{y_c}^{(3)} = \frac{\pi \cdot 2^4}{2 \cdot 64} + \frac{0,75 \cdot 2^3}{12} - \frac{0,5 \cdot 1^3}{48} = 0,88 \text{ м}^4.$$

$$J_{z_c} = J_{z_c}^{(1)} + J_{z_c}^{(2)} - J_{z_c}^{(3)} = \left[0,11 \cdot 1^4 + 1,57 \cdot (0,42 - 0,09)^2 \right] + \left[\frac{2 \cdot 0,75^3}{12} + 1,5 \cdot 0,46^2 \right] - \left[\frac{1 \cdot 0,5^3}{36} + 0,25(0,75 + 0,09 - 0,17)^2 \right] = 0,55 \text{ м}^4.$$

Построим нейтральную линию в опасном сечении и эпюру σ для опасного сечения. Определим продольные усилия в поперечном сечении стержня.

Схема нагружения и эпюра N показана на рисунке 24.

В исходных данных, положительными указаны нагрузки, направленные вниз. Тогда:

$$F_1 = 400 \text{ кН}, F_2 = 600 \text{ кН}, \gamma = 24 \text{ кН/м}, H = 2 \text{ м}.$$

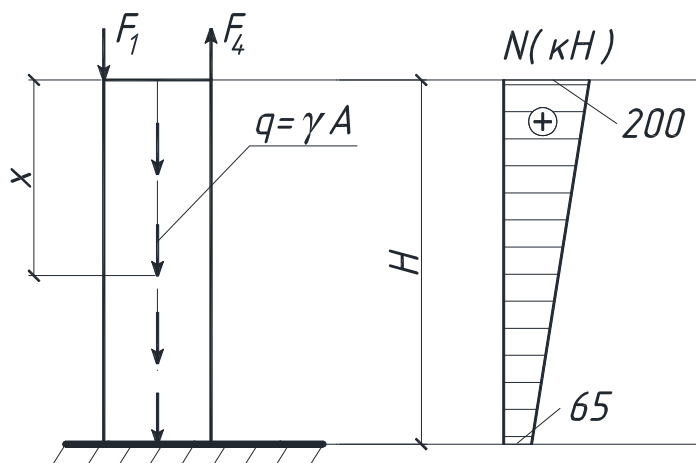


Рисунок 24 – Схема нагружения и эпюра N

$$N_x = F_4 - F_1 - qx, \quad N_{x=0} = 600 - 400 = 200 \text{ кН},$$

$$N_{x=H} = 600 - 400 - 24 \cdot 2,82 \cdot 2 = 65 \text{ кН},$$

Сечение $x = 0$ – опасное; $N = 200$ кН.

Общее выражение для напряжений при внецентренном сжатии

$$\sigma = \frac{N_x}{A} \pm \frac{M_{yc}}{J_{yc}} z \pm \frac{M_{zc}}{J_{zc}} y. \quad (10)$$

Знаки слагаемых в этом уравнении устанавливаем по деформации стержня моментами M_y и M_z от сил F_1 и F_4 (рис.25):

$$|M_{yc}^{(4)}| = F_4 \cdot z_c^4 = 600 \cdot 0,5 = 300 \text{ кН};$$

$$|M_{zc}^{(4)}| = F_4 \cdot y_c^4 = 600 \cdot (0,75 + 0,09) = 504 \text{ кН};$$

$$|M_{zc}^{(1)}| = F_1 \cdot y_c^1 = 400 \cdot (1 - 0,09) = 364 \text{ кН}.$$

В этом уравнении величины y_c и z_c подставляются с плюсом. Выберем в первой четверти точку n и будем считать её принадлежащей нейтральной линии (рис.25).

Уравнение нейтральной линии: $\sigma_n = 0$

$$\sigma_n = \frac{N_x}{A} + \frac{M_{yc}^4}{J_{yc}} z_n - \frac{M_{zc}^1}{J_{zc}} y_n - \frac{M_{zc}^4}{J_{zc}} y_n = \frac{200}{2,82} + \frac{300}{0,88} \cdot z_n - \frac{364}{0,55} \cdot y_n - \frac{504}{0,55} \cdot y_n = 0,$$

$$\text{или } 71 + 341z_n - 1578y_n = 0.$$

Найдём отрезки, отсекаемые нейтральной линией на осях

координат:

$$z_n = 0; a_y = y_n = \frac{71}{1578} = 0,04 \text{ м},$$

$$y_n = 0; a_z = z_n = -\frac{71}{341} = -0,21 \text{ м}.$$

Откладываем эти отрезки и проводим нейтральную линию (рис.25).

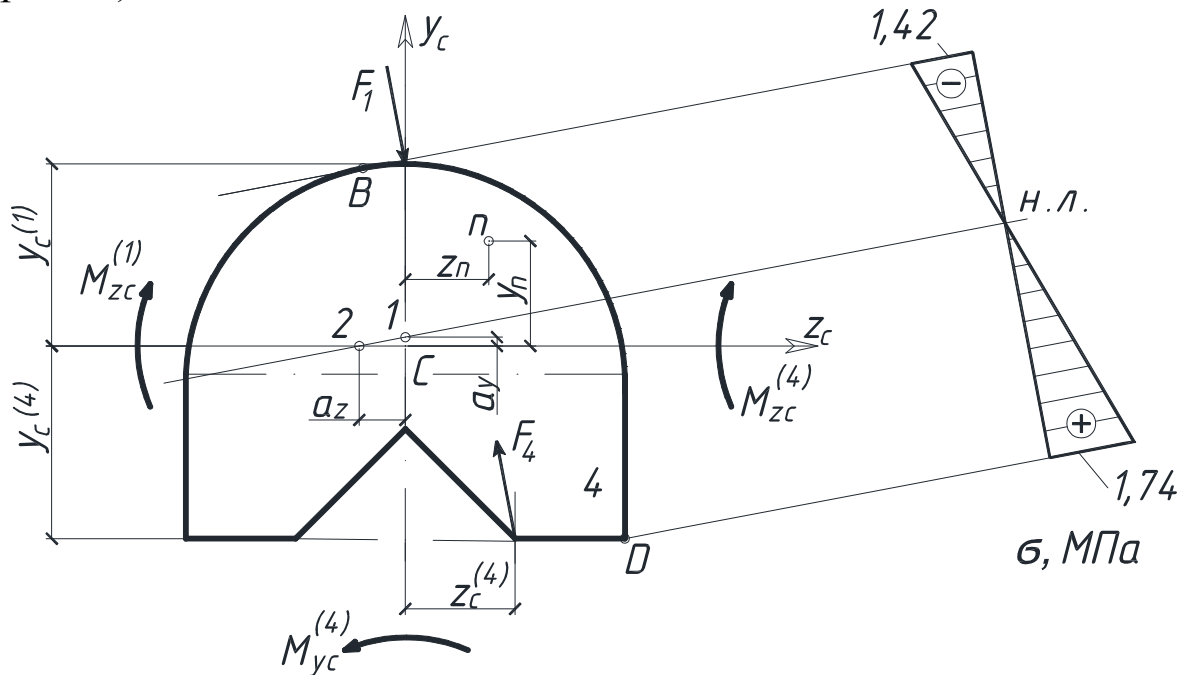


Рисунок 25 – Построение эпюры σ .

Наиболее удалённые точки В и D - опасные. Определим напряжения в этих точках с учетом знаков.

$$\sigma_D = 71 + 341z_D - 1578y_D = 71 + 341 \cdot 1 + 1578 \cdot 0,84 = 1738 \cdot 10^3 \text{ Па} = 1,738 \text{ МПа}.$$

$$\sigma_B = 71 - 341 \cdot 0,21 - 1578 \cdot 0,9 = -1421 \cdot 10^3 \text{ Па} = -1,421 \text{ МПа}.$$

Координаты $z_B = -0,21 \text{ м}$, $y_B = 0,9 \text{ м}$ определены графически.

Строим эпюру σ (рис.25).

Запишем условие прочности: $\sigma_D \leq R_p, \sigma_B \leq R_c$.

Для нашего случая:

-растянутая зона $\sigma_B = 1,738 \text{ МПа} < 1,8 \text{ МПа}$ - условие прочности выполняется;

- сжатая зона $\sigma_D = 1,421 \text{ МПа} < 17 \text{ МПа}$ - условие прочности

выполняется.

ПРИМЕР 8 (для студентов строительных специальностей).

Для изображённого на рисунке 26 стального стержня круглого поперечного сечения требуется:

- 1) построить эпюры изгибающих моментов M и крутящих моментов T , записав в общем виде для каждого участка уравнения моментов;
- 2) установить опасное сечение;
- 3) построить эпюры σ_M и τ_T в опасном сечении и установить опасную точку;
- 4) выделить вблизи опасной точки элемент $dx dy dz$ и показать напряжения на его гранях;
- 5) записать условие прочности (по III и по IV гипотезе) и определить диаметр стержня.

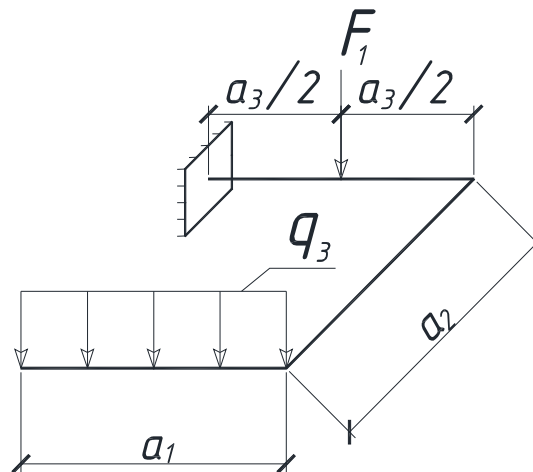


Рисунок 26 – Стальной стержень круглого поперечного сечения

Исходные данные: $a_1 = 1,8a$, $a_2 = a$, $a_3 = 1,2a$, $q_3 = q$, $F_1 = -1,4qa$, $a = 0,5\text{м}$, $q = 10\text{кН/м}$, $R = 210\text{МПа}$.

РЕШЕНИЕ

Изобразим в масштабе схему стержня с учётом исходных данных (рис. 26, а), укажем характерные сечения.

Построим эпюры M и T .

Каждый участок стержня будем рассматривать как балку; ось x будет совпадать с осью балки на каждом участке. Будем идти от свободного конца. Силы и моменты будем переносить в на-

чало прямолинейного участка по направлению обхода. Знаки для M : если усилие создаёт момент, который растягивает нижние волокна, то $M > 0$, если при изгибе растягиваются верхние волокна, то $M < 0$. $M > 0$ откладывается снизу, а $M < 0$ - сверху. Знаки для крутящего момента T принимаются произвольно; примем следующее: если момент поворачивает сечение по часовой стрелке, то $T > 0$. На эпюрах M и T знаки не указываются.

Участок 1-2: $0 \leq x \leq 1,8a$

$$T = 0.$$

При $x = 0$, $M_{(1)} = 0$; $x = 1,8$, $M_{(2)} = -1,62qa^2$.

$$M = \frac{(-qx^2)}{2} - \text{уравнение квадратной параболы};$$

Участок 3-4: $0 \leq x \leq a$ (рис. 26, б)

$$T = -M_{(2)} = -G \cdot \frac{1,8a}{2} = -1,8qa \cdot 0,9a = -1,62qa^2.$$

$$M = -G \cdot x = -1,8qax - \text{уравнение прямой};$$

При $x = 0$, $M_{(3)} = 0$, $T_{(3)} = -1,62qa^2$,

$$x = a, M_{(4)} = -1,8qa^2, T_{(4)} = -1,62qa^2.$$

Участок 5-6: $0 \leq x \leq 0,6a$ (рис. 26, в)

$$T = Ga = -1,8qa^2.$$

$$M = M_{(2)} - G \cdot x = 1,62qa^2 - 1,8qax - \text{уравнение прямой}.$$

При $x = 0$, $M_{(5)} = 1,62qa^2$, $T_{(5)} = -1,8qa^2$,

$$x = 0,6a, M_{(6)} = 0,54qa^2, T_{(6)} = -1,8qa^2.$$

Участок 7-8: $0 \leq x \leq 0,6a$ (рис. 26, в)

$$T = -M_{(2)} = -1,8qa^2.$$

$$M = -M_{(2)} - G(0,6a + x) + F_1x = 1,62qa^2 - 1,8qa \cdot (0,6a + x) + 1,4ax - \text{уравнение прямой}.$$

$$x = 0, M_{(6)} = 0,54qa^2, T_{(6)} = -1,8qa^2,$$

$$x = 0,6a, M_{(7)} = 0,3qa^2, T_{(7)} = -1,8qa^2.$$

По полученным значениям в масштабе строим эпюры M и T (рис. 26. г, д).

Определяем $M_{\text{экр}}$ по III и IV гипотезам прочности и для

опасного сечения.

По эпюрам M и T (рис. 27, г, д) видим, что предположительно опасными являются: сечение 4 ($M = 1,8qa^2$, $T = 1,62qa^2$) и сечение 5 ($T = 1,8qa^2$; $M = 1,62qa^2$).

Сечение 4:

$$M_{\text{ЭКВ}}^{\text{III}} = \sqrt{M^2 + T^2} = \sqrt{(1,8qa^2)^2 + (1,62qa^2)^2} = 2,42qa^2.$$

$$M_{\text{ЭКВ}}^{\text{IV}} = \sqrt{M^2 + 0,75T^2} = \sqrt{(1,8qa^2)^2 + 0,75(1,62qa^2)^2} = 2,38qa^2.$$

Сечение 5:

$$M_{\text{ЭКВ}}^{\text{III}} = \sqrt{(1,8qa^2)^2 + (1,62qa^2)^2} = 2,42qa^2.$$

$$M_{\text{ЭКВ}}^{\text{IV}} = \sqrt{(1,62qa^2)^2 + 0,75(1,8qa^2)^2} = 2,25qa^2.$$

Следовательно, если дальнейший расчёт вести по III гипотезе, то сечения 4 и 5 равноопасны ($M_{\text{ЭКВ}}^{\text{III}} = 2,42qa^2$), если расчёт ведётся по гипотезе IV, то опасным сечением будет сечение 4 ($M_{\text{ЭКВ}}^{\text{IV}} = 2,38qa^2$).

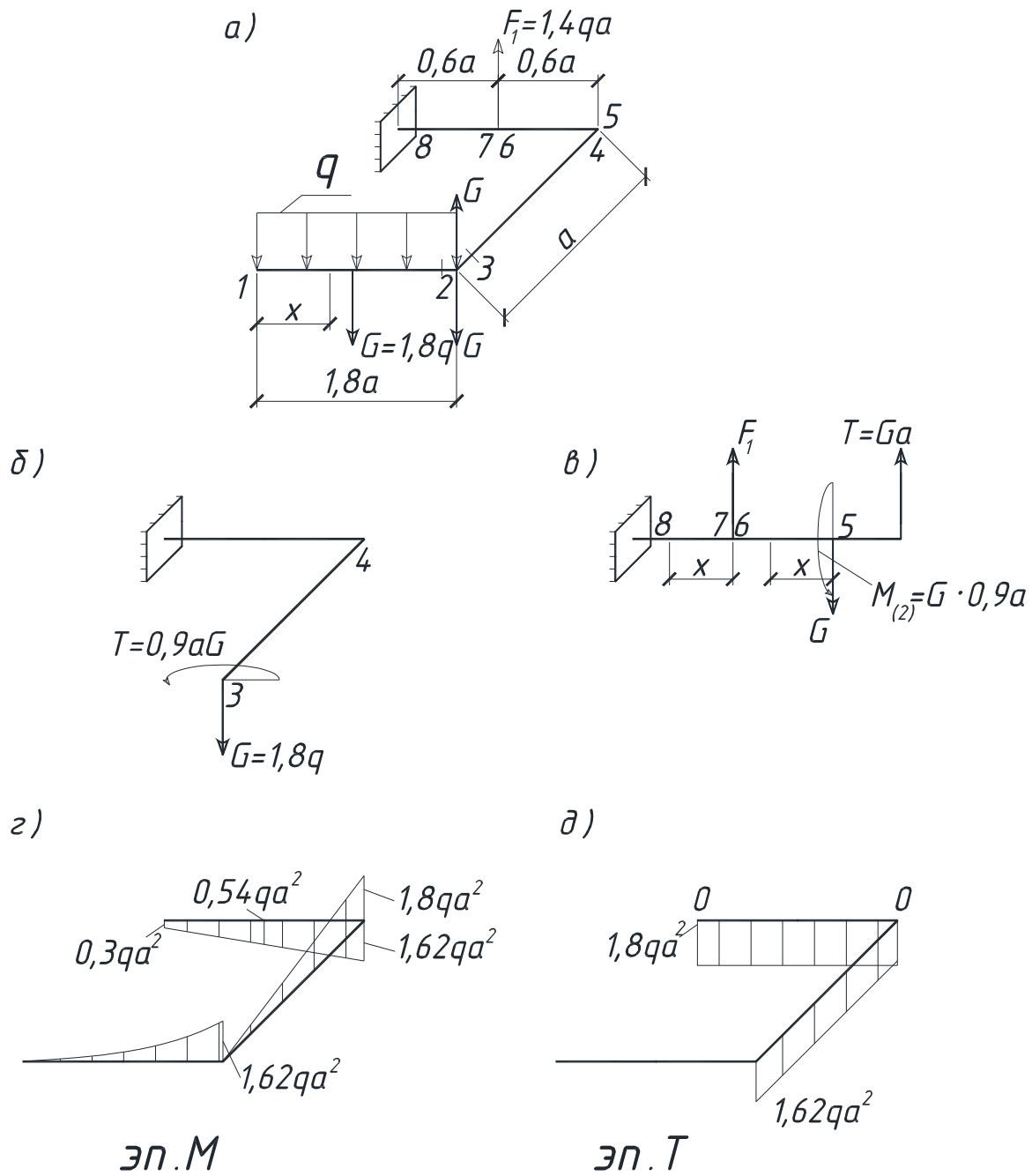


Рисунок 27 – Построение эпюр М и Т

Нормальные напряжения при изгибе ($\sigma_M = M_z/J_z \cdot y$) и касательные напряжения при кручении ($\tau_M = T/J_p \cdot y$) изменяются по линейному закону по высоте. Вид эпюр σ_M и τ_T для сечения 4 показан на рисунке 28.

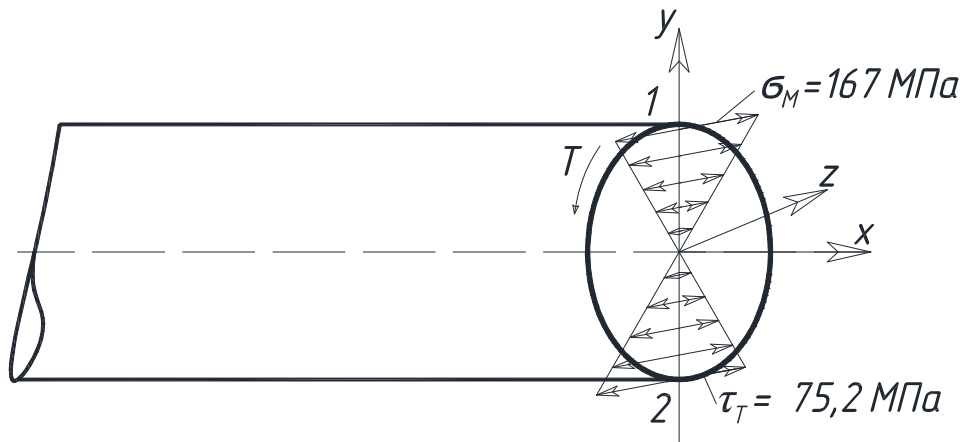


Рисунок 28 – Вид эпюр σ_M и τ_T для сечения 4

Из рассмотрения эпюр σ_M и τ_T видим, что опасными будут точки 1 и 2. Материал стержня – сталь, поэтому можно принять за опасные точки «1» или «2». Выделим элементарный параллелепипед в точке «1» и покажем напряжения на его гранях (рис.29).

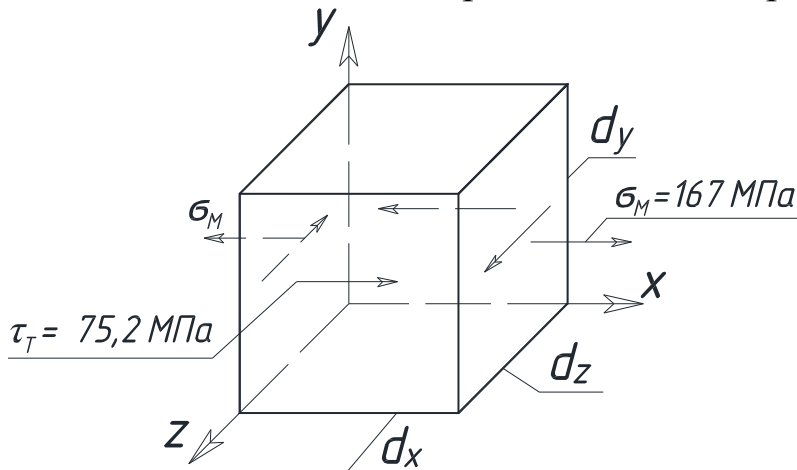


Рисунок 29 – Напряжения на гранях параллелепипеда

Из рисунка 29 следует, что напряжённое состояние в опасной точке - плоское, поэтому условие прочности записываем в следующем виде (дальнейший расчет выполним по IV гипотезе прочности):

$$\sigma_{\text{ЭКВ}}^{\text{IV}} = \frac{M_{\text{ЭКВ}}^{\text{IV}}}{W_z} \leq R, \text{ где } M_{\text{ЭКВ}}^{\text{IV}} = 2,38qa^2, W_z = \frac{\pi d^3}{32} - \text{момент сопротивления}$$

круглого сечения при изгибе.

$$\text{Тогда } \frac{2,38qa^2}{\pi d^3 / 32} \leq R,$$

$$\text{откуда } d^{\text{IV}} \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 2,38qa^2}{\pi \cdot 210 \cdot 10^6}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 2,38 \cdot 10 \cdot (0,5)^2 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 210 \cdot 10^6}} = 0,138 \text{ м.}$$

Принимаем $d = 0,14$ м.

Вычислим величины максимальных напряжений $\sigma_{\text{м}}$ и $\tau_{\text{т}}$ и проставим их на гранях элемента (рис.29) и эпюрах (рис.28):

$$\sigma_{\text{M}_{\text{max}}} = \frac{M_z}{W_z} = \frac{1,8qa^2}{\pi d^3/32} = \frac{32 \cdot 1,8 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot (0,5)^2}{3,14 \cdot (0,14)^3} = 167 \cdot 10^6 \text{ Па} = 167 \text{ МПа},$$

$$\tau_{\text{T}_{\text{max}}} = \frac{T}{W_p} = \frac{1,62qa^2}{\pi d^3/16} = \frac{1,62 \cdot 16 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot (0,5)^2}{3,14 \cdot (0,14)^3} = 75,2 \cdot 10^6 \text{ Па} = 75,2 \text{ МПа}$$

ПРИМЕР 9

Для изображенного на рисунке 30 стального стержня длиной l , сжимаемого силой F требуется:

- 1) подобрать из условия устойчивости размеры поперечного сечения (рис. 30); расчет производить последовательными приближениями, приняв в первом приближении $\varphi_1=0,5$;
- 2) найти критическую силу F_k и коэффициент запаса устойчивости n_y .

Исходные данные:

$$l = 5 \text{ м}, F=1600 \text{ кН}, E=2 \cdot 10^5 \text{ МПа}.$$

При выполнении числовых расчетов принять: для студентов машиностроительных специальностей $[\sigma]=160 \text{ МПа}$, для студентов строительных специальностей $R=210 \text{ МПа}$.

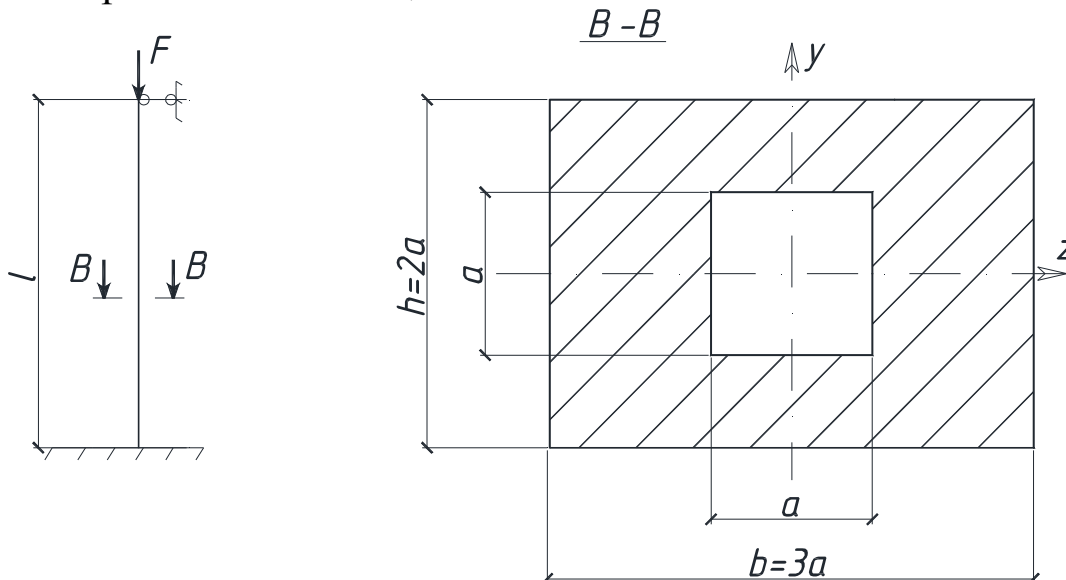


Рисунок 30 – Стальной стержень

РЕШЕНИЕ

Размеры поперечного сечения стержня подбираем из условия его устойчивости в плоскости наименьшей жесткости:

$$|\sigma_{\max}| = \frac{F}{A} \leq \varphi R, \text{ откуда } A \geq \frac{F}{\varphi R}.$$

Найдем геометрические характеристики, выразив их через "а":

$$J_{\min} = J_z = \frac{3a \cdot (2a)^3}{12} - \frac{a^4}{12} = 1,92a^4,$$

$$A = 3a \cdot 2a - a^2 = 5a^2, \quad a = \sqrt{\frac{A}{5}} = 0,45\sqrt{A}.$$

Гибкость стержня в плоскости его наименьшей жесткости

$$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{\min}} = \frac{0,7 \cdot 5}{0,62 \cdot a} = 5,65 \cdot \frac{1}{a},$$

где коэффициент приведения длины $\mu=0,7$ при заданных условиях закрепления его концов (рис.30).

Первое приближение: принимаем $\varphi_1=0,5$.

Тогда

$$A_1 \geq \frac{F}{\varphi_1 R} = \frac{1600}{0,5 \cdot 210 \cdot 10^3} = 15,2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2.$$

Далее найдем:

$$a = 0,45\sqrt{A_1} = 0,45\sqrt{15,2 \cdot 10^{-3}} = 0,0555 \text{ м},$$

$$\lambda_1 = 5,65 \cdot (l/a_1) = 5,65 \cdot (1/0,0555) = 102.$$

Из таблицы коэффициентов $\varphi = f(\lambda)$ (см. приложение 2) по интерполяции находим табличные значения φ_1^T , соответствующие $\lambda_1 = 102$.

Для стали 3:

$$\text{При } \lambda = 100, \quad \varphi = 0,60,$$

$$\lambda = 110, \quad \varphi = 0,52.$$

$$\text{Тогда: } \varphi_1^T = 0,60 - \frac{0,60 - 0,52}{10} \cdot 2 = 0,584.$$

Поскольку $\varphi_1^T > \varphi_1$ - относительная разница между ними составляет

$$|\varepsilon| = \frac{0,5 - 0,584}{0,5} \cdot 100\% = 16,7\% \quad (\text{что больше } 5\%), \text{ то расчет по-}$$

вторяем во втором приближении.

Второе приближение: принимаем

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi_1^T}{2} = \frac{0,5 + 0,584}{2} = 0,542.$$

Далее расчет повторяем:

$$A_2 \geq \frac{F}{\varphi_2 R} = \frac{1600}{0,542 \cdot 210 \cdot 10^3} = 14,1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2.$$

Далее найдем:

$$a_2 = 0,45\sqrt{A_2} = 0,45\sqrt{14,1 \cdot 10^{-3}} = 0,0534 \text{ м},$$

$$\lambda_1 = 5,65 \cdot (1/a_2) = 5,65 \cdot (1/0,0534) = 106.$$

Из таблицы:

При $\lambda = 100$, $\varphi = 0,60$,

$$\lambda = 110, \quad \varphi = 0,52.$$

$$\varphi_2^T = 0,60 - \frac{0,60 - 0,52}{10} \cdot 6 = 0,55,$$

$$|\varepsilon| = \frac{0,542 - 0,55}{0,542} \cdot 100\% = 1,5\%, \text{ что } < 5\%.$$

Окончательно принимаем следующие размеры сечения:

$$a = 5,5 \cdot 10^{-2} \text{ м},$$

$$b = 3a = 16,5 \cdot 10^{-2} \text{ м},$$

$$h = 2a = 11 \cdot 10^{-2} \text{ м},$$

$$A = 5a^2 = 151,3 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Проверим устойчивость стержня:

$$|\sigma_{\max}| = \frac{F}{\varphi_2^T \cdot A} = \frac{1600}{0,55 \cdot 151,3 \cdot 10^{-4}} = 19,2 \cdot 10^4 \text{ кН/м}^2 = 192 \text{ МПа} <$$

$$< R = 210 \text{ МПа}.$$

Поскольку $\lambda = 106 > \lambda_{\text{пред}} = 100$, то критическую силу определяем по формуле Эйлера

$$F_K = \frac{\pi^2 \cdot EJ_{\min}}{(\mu l)^2} = \frac{3,14^2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 1,92(5,5 \cdot 10^{-2})}{(0,75 \cdot 5)^2} = 2,83 \text{ МН}.$$

Найдем коэффициент запаса устойчивости

$$n_y = \frac{F_K}{F} = \frac{2,83}{1,6} = 1,77.$$

ПРИМЕР 10 (для студентов машиностроительных специальностей).

Для заданной рамы (рис. 31) требуется:

- 1) установить степень статической неопределимости;
- 2) выбрать основную систему и составить канонические уравнения метода сил;
- 3) построить эпюры изгибающих моментов от внешней нагрузки и единичных сил;
- 4) вычислить все коэффициенты, входящие в канонические уравнения;
- 5) найти величины лишних неизвестных;
- 6) построить окончательные эпюры N , Q и M ;
- 7) провести деформационную проверку;
- 8) подобрать размеры поперечных сечений всех элементов рамы, приняв $[\sigma] = 160$ МПа, поперечное сечение ригеля в форме двутавра, стойки - кольца с соотношением $d/D = 0,8$.

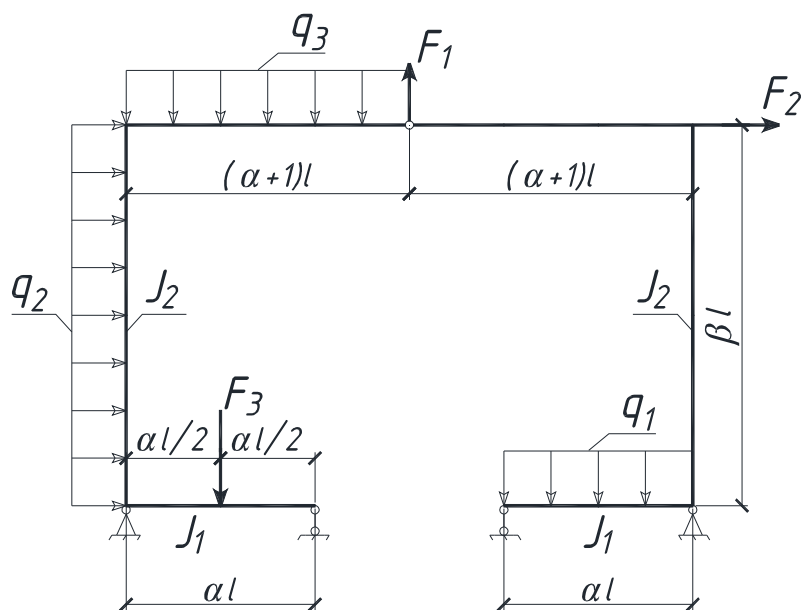


Рисунок 31 – Расчётная схема рамы

Исходные данные: $l = 0,5$ м, $q = 6$ кН/м, $q_1 = 0$, $q_2 = 0$, $q_3 = q$, $F_1 = 0$, $F_2 = 5ql$, $F_3 = 0$, $\alpha = 1$, $\beta = 2$, $J_1/J_2 = 4$.

РЕШЕНИЕ

1. По исходным данным строим расчетную схему (рис. 31,

а).

Устанавливаем степень статической неопределенности:

$$n = X - Y = 6 - 4 = 2,$$

где $X = 6$ – число неизвестных реактивных факторов $-V_A, H_A, V_B, V_C, V_D, H_D$ (рис.32, а),

$Y = 4$ – число используемых уравнений равновесия $\Sigma X = 0, \Sigma Y = 0, \Sigma M_A = 0, \Sigma M_{III} = 0$ – дополнительное уравнение, т. к. в шарнире момент равен нулю (рис. 32, а).

Рассматриваемая рама, следовательно, два раза статически неопределима.

2. Выбираем основную систему. Наиболее удобный вариант - разрезать ригель по шарниру (рис.32, б), приложив к основной системе по направлению отброшенных связей усилия X_1 и X_2 из заданную нагрузку.

Запишем канонические уравнения метода сил для этой статически неопределимой системы

$$\begin{cases} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1F} = 0, \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2F} = 0. \end{cases}$$

3. Построим эпюры изгибающих моментов для принятой основной системы:

а) построим эпюру \overline{M}_1 (рис. 32, г) от силы $\overline{X}_1 = 1$ (рис. 32, в) - первое единичное состояние.

Так как основная система и нагрузка ($\overline{X}_1 = 1$) симметричны, то и эпюра \overline{M}_1 будет симметричной. Поэтому ординаты изгибающих моментов достаточно определить только для элементов одной части рамы (правой или левой) и симметрично отложить их значения на другой.

Вычисляем изгибающие момент для левой части рамы. Определяем опорные реакции из уравнения статики.

$$\Sigma^{\oplus} M_A = 0: \overline{V}_B \cdot l - \overline{X}_1 \cdot 2l = 0, \overline{V}_B = 0.$$

$$\Sigma Y = 0: \overline{V}_A - \overline{V}_B = 0, \overline{V}_A = 2.$$

$$\Sigma X = 0: \overline{H}_A - \overline{X}_1 = 0, \overline{H}_A = 1.$$

Построим эпюру \overline{M}_1

$$\text{Участок III-E: } 0 \leq x_1 \leq 2l,$$

$$\overline{M}_1 = 0.$$

Участок Е-А: $0 \leq x_2 \leq 2l$,

$$\overline{M}_1 = \overline{X}_1 \cdot x_2 = l \cdot x_2,$$

при $x_2 = 0, \overline{M}_1 = 0$,

$$x_2 = 2l, \overline{M}_1 = 2l.$$

Участок В-А: $0 \leq x_3 \leq l$,

$$\overline{M}_1 = \overline{V}_B \cdot x_3 = 2 \cdot x_3,$$

при $x_3 = 0, \overline{M}_1 = 0$,

$$x_3 = l, \overline{M}_1 = 2l.$$

Построение эп. \overline{M}_1 на участках ШК, КД, СД аналогично.

По полученным значениям строим эпюру \overline{M}_1 , откладывая ординаты в крайних точках участков со стороны сжатых волокон.

б) построим эпюру \overline{M}_2 (рис.32, е) от силы $\overline{X}_2 = 1$ (рис. 32, д). Так как основная система симметричная, а нагрузка ($\overline{X}_2 = 1$)- кососимметрична, то эпюра \overline{M}_2 также будет кососимметричной.

$$\Sigma^{\oplus} M_A = 0: \overline{V}_B \cdot l - \overline{X}_2 \cdot 2l = 0, \overline{V}_B = 2.$$

$$\Sigma Y = 0: \overline{V}_A + \overline{X}_2 - \overline{V}_B = 0, \overline{V}_A = 1.$$

$$\Sigma X = 0: \overline{H}_A = 0.$$

Построим эпюру \overline{M}_2

Участок Ш-Е: $0 \leq x_1 \leq 2l, \overline{M}_2 = \overline{X}_2 \cdot x_1 = l \cdot x_1$,

при $x_1 = 0, \overline{M}_2 = 0$,

$$x_1 = 2l, \overline{M}_2 = 2l.$$

Участок Е-А: $0 \leq x_2 \leq 2l, \overline{M}_2 = \overline{X}_2 \cdot 2l = 2l$.

Участок В-А: $0 \leq x_3 \leq l, \overline{M}_2 = \overline{V}_B \cdot x_3 = 2x_3$,

при $x_3 = 0, \overline{M}_2 = 0$,

$$x_3 = l, \overline{M}_2 = 2l.$$

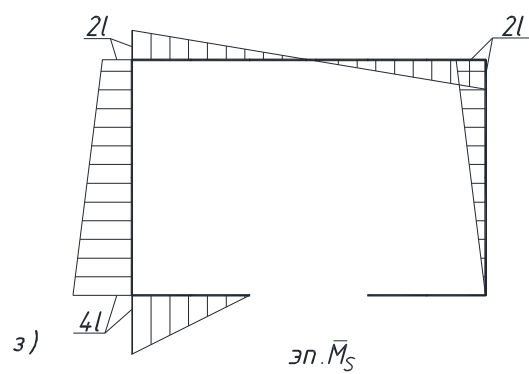
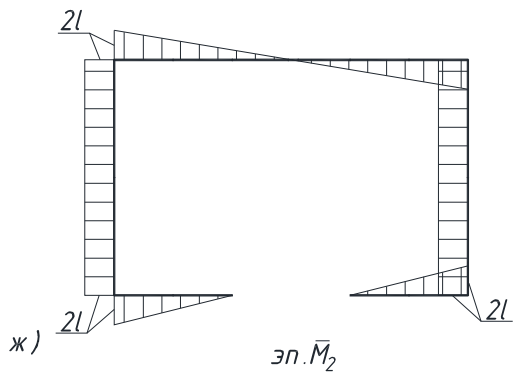
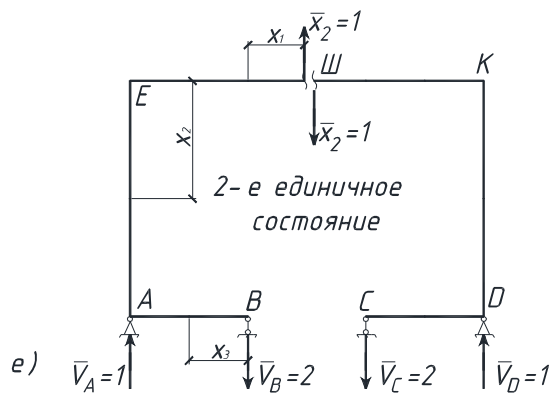
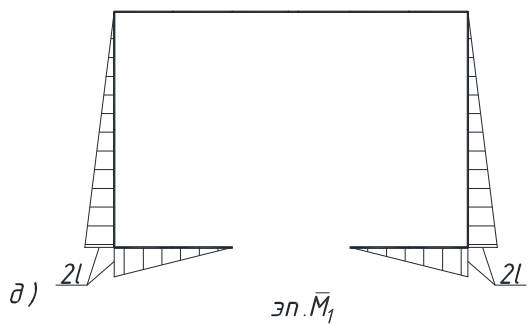
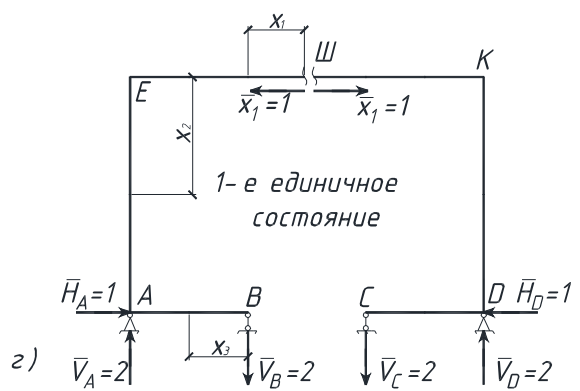
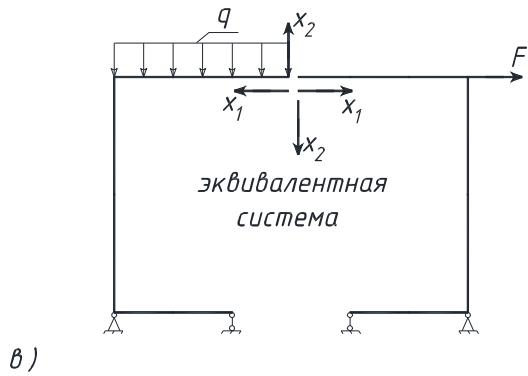
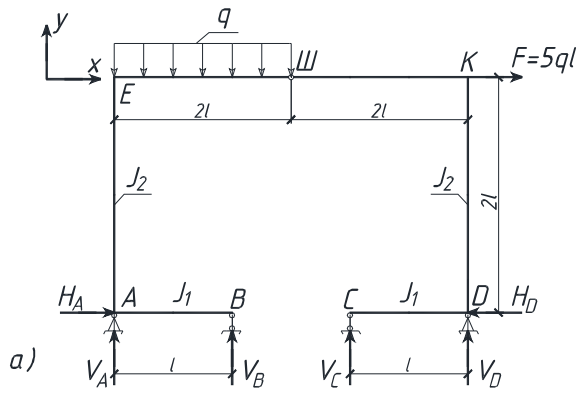


Рисунок 32 – Построение эпюр.

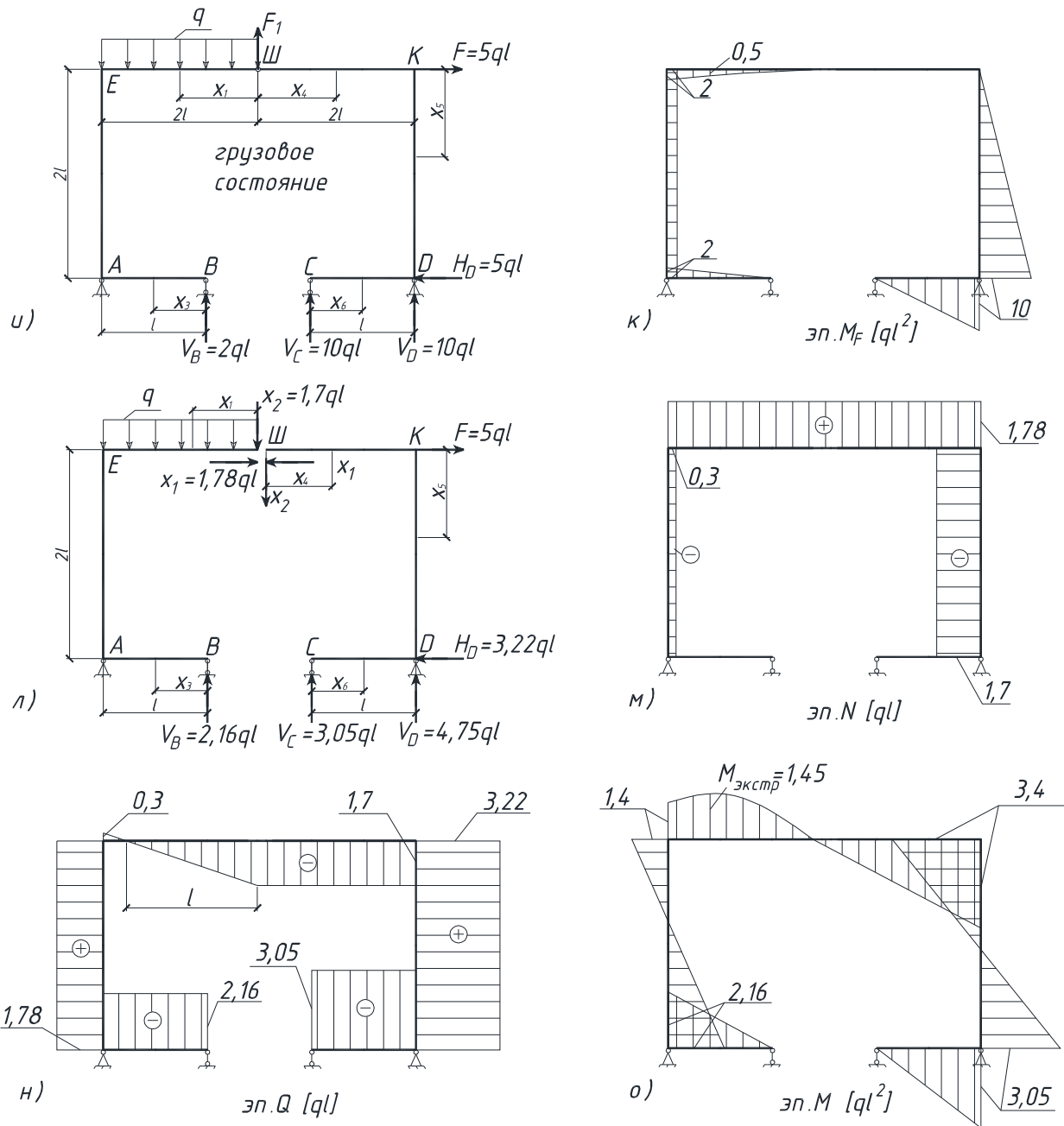


Рисунок 32 – Построение эпюр (продолжение).

Построение эпюры $\overline{M_2}$ на участках ШК, КД, СД аналогично. Алгебраически сложив ординаты в крайних точках соответствующих участков эпюр $\overline{M_1}$ и $\overline{M_2}$, построим дополнительную суммарную единичную эпюру $\overline{M_S}$ (рис. 32, з).

в) построим эпюру $\overline{M_F}$ (рис. 32, к) от внешних нагрузок (рис. 32, и) - грузовое состояние.

Определяем опорные реакции из уравнения статики.

Левая часть рамы:

$$\Sigma^{\oplus} M_A = 0: V_B \cdot l - q \cdot 2l \cdot l = 0, V_B = 2ql.$$

$$\Sigma X = 0: H_A = 0.$$

$$\Sigma^{\oplus} M_B = 0: V_A = 0.$$

$$\text{Проверка: } \Sigma Y = 0: V_B - q \cdot 2l = 0.$$

Правая часть рамы:

$$\Sigma^{\oplus} M_D = 0: V_C \cdot l - F \cdot 2l = 0, V_C = 10ql.$$

$$\Sigma^{\oplus} M_C = 0: V_D \cdot l - F \cdot 2l = 0, V_D = 10ql.$$

$$\Sigma X = 0: F - H_D = 0, H_D = F = 5ql.$$

$$\text{Проверка: } \Sigma Y = 0: V_D - V_C = 0.$$

$$\text{Участок Ш-Е: } 0 \leq x_1 \leq 2l,$$

$$\overline{M}_F = q \cdot x_1^2 / 2,$$

$$\text{при } x_1 = 0, \overline{M}_F = 0,$$

$$x_1 = 2l, \overline{M}_F = 2ql^2,$$

$$x_1 = l, \overline{M}_F = 0,5ql^2.$$

$$\text{Участок Е-А: } 0 \leq x_2 \leq 2l,$$

$$\overline{M}_F = q \cdot 2l \cdot l = 2ql^2,$$

$$\text{Участок С-Д: } 0 \leq x_6 \leq l,$$

$$\overline{M}_F = V_C x_6 = 10qlx_6,$$

$$\text{при } x_6 = 0, \overline{M}_F = 0,$$

$$x_6 = l, \overline{M}_F = 10ql^2,$$

$$\text{Участок В-А: } 0 \leq x_3 \leq l,$$

$$\overline{M}_F = V_B x_3 = 2qlx_3,$$

$$\text{при } x_3 = 0, \overline{M}_F = 0,$$

$$x_3 = l, \overline{M}_F = 2ql^2.$$

$$\text{Участок К-Д: } 0 \leq x_5 \leq 2l,$$

$$\overline{M}_F = V_C x_6 = 10qlx_6,$$

$$\text{при } x_5 = 0, \overline{M}_F = 0,$$

$$x_5 = 2l, \overline{M}_F = 10ql^2.$$

4. Вычислим коэффициент канонических уравнений путем «перемножения» соответствующих эпюр, учитывая, что $J_1/J_4 = 4$.

$$\delta_{11} = 2 \left\{ \frac{1}{E \cdot J_1} \left[\frac{l}{6} (2l \cdot 2l + 4 \cdot l \cdot l) \right] + \frac{1}{E \cdot J_2} \left[\frac{2l}{6} (2 \cdot 2l + 4 \cdot l \cdot l) \right] \right\} = 6 \frac{l^3}{E \cdot J_2},$$

$$\begin{aligned} \delta_{22} &= \left\{ \frac{1}{E \cdot J_1} \left[\frac{l}{6} (2l \cdot 2l + 4l \cdot l) + \frac{2l}{6} (2l \cdot 2l + 4l \cdot l) \right] + \frac{1}{E \cdot J_2} (2 \cdot 2l \cdot 2l) \right\} \cdot 2 = \\ &= 18 \frac{l^3}{E \cdot J_2}, \end{aligned}$$

$$\delta_{21} = \delta_{12} = 0.$$

Вычислим «грузовые» слагаемые:

$$\begin{aligned} \Delta_{1F} &= \frac{1}{E \cdot J_1} \left[\frac{l}{6} (2l \cdot 10ql^2 + 4l \cdot 5ql^2) - \frac{l}{6} (2l \cdot 2ql^2 + 4l \cdot ql^2) \right] + \\ &+ \frac{1}{E \cdot J_2} \left[\frac{2l}{6} (10ql^2 \cdot 2l + 4 \cdot 5ql^2 \cdot l) - \frac{2l}{6} (2l \cdot 2ql^2 + 4l \cdot 2ql^2) \right] = 10,7 \frac{ql^4}{E \cdot J_2}, \\ \Delta_{2F} &= \frac{1}{E \cdot J_1} \left[-\frac{l}{6} (2l \cdot 10ql^2 + 4l \cdot 5ql^2) - \frac{l}{6} (2l \cdot 2ql^2 + 4l \cdot ql^2) - \frac{2l}{6} (2l \cdot 2ql^2 + \right. \\ &+ 4l \cdot 0,5ql^2) \left. \right] + \frac{1}{E \cdot J_2} \left[-\frac{2l}{6} (10ql^2 \cdot 2l + 4 \cdot 5ql^2 \cdot 2l - 2l \cdot 2l \cdot 2ql^2) \right] = \\ &= -30,5 \frac{ql^4}{E \cdot J_2}. \end{aligned}$$

Для последующей проверки правильности вычисленных коэффициентов и «грузовых» слагаемых, перемножим эпюру \overline{M}_S саму на себя и на эпюру \overline{M}_F .

$$\begin{aligned} \delta_{SS} &= \frac{1}{E \cdot J_1} \left[\frac{l}{6} (4l \cdot 4l + 4 \cdot 2l \cdot 2l) + \frac{2l}{6} (2l \cdot 2l + 4l \cdot l) \cdot 2 \right] + \frac{1}{E \cdot J_2} \left[\frac{2l}{6} (4l \cdot 4l + \right. \\ &+ 4 \cdot 3l \cdot 3l + 2l \cdot l) + \frac{2l}{6} (2l \cdot 2l + 4l \cdot l) \left. \right] = 24 \frac{l^3}{E \cdot J_2}, \\ \delta_{SF} &= \frac{1}{E \cdot J_1} \left[-\frac{l}{6} (4l \cdot 2ql^2 + 4 \cdot 2l \cdot ql^2) - \frac{2l}{6} (2l \cdot 2ql^2 + 4l \cdot 0,5ql^2) \right] + \\ &\frac{1}{E \cdot J_2} \left[-\frac{2l}{6} (4l \cdot 2ql^2 + 4 \cdot 3l \cdot 2ql^2 + 2l \cdot 2ql^2) - \frac{2l}{6} (4l \cdot 5ql^2) \right] = -19,8 \frac{ql^4}{E \cdot J_2}. \end{aligned}$$

Проверим правильность вычисленных коэффициентов.

$$\begin{aligned} \delta_{SS} &= \delta_{11} + \delta_{12} + \delta_{21} + \delta_{22} : 24 \frac{l^3}{E \cdot J_2} = 6 \frac{l^3}{E \cdot J_2} + 0 + 0 + 18 \frac{l^3}{E \cdot J_2}, \\ \delta_{SF} &= \Delta_{1F} + \Delta_{2F} : -19,8 \cdot \frac{ql^4}{E \cdot J_2} = 10,7 \frac{ql^4}{E \cdot J_2} - 30,5 \frac{ql^4}{E \cdot J_2}. \end{aligned}$$

Коэффициенты найдены верно.

5. Решаем систему канонических уравнений и определяем величины «лишних» неизвестных.

$$\left. \begin{aligned} 6 \frac{l^3}{E \cdot J_2} X_1 + 10,7 \frac{ql^4}{E \cdot J_2} &= 0, \\ 18 \frac{l^3}{E \cdot J_2} X_2 - 30,5 \frac{ql^4}{E \cdot J_2} &= 0. \end{aligned} \right\} \text{откуда } X_1 = -1,78ql, X_2 = 1,7ql.$$

6. Построим окончательные эпюры N, Q и M.

Рассматриваем основную систему, нагруженную заданными силами и найденными значениями X_1 и X_2 (рис. 32, л).

Определяем опорные реакции из уравнения статики.

Левая часть рамы: $\Sigma X = 0: X_1 - H_A = 0, H_A = 1,78ql$.

$\Sigma^{\oplus} M_A = 0:$

$$-q \cdot 2l \cdot l + X_2 \cdot 2l - X_1 \cdot 2l + V_B \cdot l = 0, V_B = 2,16ql.$$

$\Sigma^{\oplus} M_B = 0:$

$$V_A \cdot l + X_2 \cdot l - X_1 \cdot 2l = 0, V_A = 1,86ql.$$

Проверка:

$$\Sigma Y = 0: 1,7ql - 2ql + 2,16ql - 1,86ql = 0.$$

Правая часть рамы: $\Sigma X = 0: F - X_1 - H_D = 0, H_D = 3,22ql$.

$\Sigma^{\oplus} M_C = 0:$

$$V_D l - F \cdot 2l + X_1 \cdot 2l + X_2 l = 0, V_D = 4,75ql.$$

$\Sigma^{\oplus} M_D = 0:$

$$V_C \cdot l + X_2 \cdot 2l + X_1 \cdot 2l - F \cdot 2l = 0, V_C = 3,05ql.$$

Проверка:

$$\Sigma Y = 0: 4,75ql - 3,05ql - 1,7ql = 0.$$

Запишем уравнения N, Q, M на каждом характерном участке (рис.32, л).

Участок III-E: $0 \leq x_1 \leq 2l$,

$$N = X_1 = 1,78ql, Q = -X_2 + qx_1,$$

при $x_1 = 0, Q = -1,7ql$,

$$x_1 = 2l, Q = 3ql,$$

$$M = X_2 x_1 - \frac{qx_1^2}{2},$$

при $x_1 = 0, M = 0$,

$$x_1 = l, M = 1,2ql^2,$$

$$x_1 = 2l, M = 1,4ql^2.$$

На участке экстремум: $Q = -X_2 + qx_0 = 0,$

$$x_0 = 1,7 \cdot l, M_{\text{экстр}} = 1,45ql^2.$$

Участок Е-А: $0 \leq x_2 \leq 2l,$

$$N = -q \cdot 2l + X_2 = -0,3ql,$$

$$Q = X_1 = 1,78ql,$$

$$M = X_2 \cdot 2l - q \cdot 2l \cdot l - X_1 x_2.$$

при $x_2 = 0, M = 1,2ql^2,$

$$x_2 = 2l, M = -2,16ql^2$$

Участок В-А: $0 \leq x_3 \leq l,$

$$N = 0,$$

$$Q = -R_B = -2,16ql,$$

$$M = 2,16ql/x_3.$$

при $x_3 = 0, M = 0,$

$$x_3 = l, M = 2,16ql^2.$$

Участок Ш-К: $0 \leq x_4 \leq 2l,$

$$N = X_1 = 1,78ql,$$

$$Q = -X_2 = -1,7ql,$$

$$M = X_2 \cdot x_4.$$

при $x_4 = 0, M = 0,$

$$x_4 = 2l, M = 3,4ql^2,$$

Участок К-Д: $0 \leq x_5 \leq l,$

$$N = -X_2 = -1,7ql,$$

$$Q = F - X_1 = 3,22ql,$$

$$M = F \cdot x_5 - X_1 \cdot x_5 - X_2 \cdot 2l$$

при $x_5 = 0, M = -3,4ql^2,$

$$x_5 = 2l, M = 3,05ql^2.$$

Участок С-Д: $0 \leq x_6 \leq l,$

$$N = 0,$$

$$Q = -R_c = -3,5ql, M = R_c \cdot x_6,$$

при $x_6 = 0, M = 0,$

$$x_6 = l, M = 3,05ql^2.$$

По полученным значениям построим эпюры N (рис. 32, м), Q (рис.32, н), и M (рис.32, о).

7. Выполним деформационную проверку, перемножив между собой эпюру M (рис.32, о) с эпюрами \overline{M}_1 (рис.32, д) и \overline{M}_2 (рис.32, ж) соответственно.

$$\Delta_1 = \frac{1}{E \cdot J_1} \left[-\frac{l}{6} (2,16ql^2 \cdot 2l + 4 \cdot 1,08ql^2 \cdot l) - \frac{l}{6} (3,05ql^2 \cdot 2l + 4 \cdot 1,53ql^2 \cdot l) \right] +$$

$$+ \frac{1}{E \cdot J_2} \left[\frac{2l}{6} (-4l \cdot 0,38ql^2 l - 2,16ql^2 \cdot 2l) + \frac{2l}{6} (-4 \cdot 0,175ql^2 l + 3,05ql^2 \cdot 2l) \right] =$$

$$= \frac{ql^4}{E \cdot J_2} (2,6 - 2,54) = 0,06 \frac{ql^4}{E \cdot J_2}.$$

Погрешность

$$\varepsilon\% = \left| \frac{0,06}{2,54} \right| \cdot 100\% = 2,3\% < 5\%.$$

$$\Delta_2 = \frac{1}{E \cdot J_1} \left[-\frac{l}{6} (2,16ql^2 \cdot 2l + 4 \cdot 1,08ql^2 \cdot l) - \frac{l}{6} (3,05ql^2 \cdot 2l +$$

$$+ 4 \cdot l \cdot 1,53ql^2 \cdot l) \right] + \frac{2l}{6} (2l \cdot 1,4ql^2 + 4 \cdot l \cdot 1,2ql^2) + \frac{2l}{6} (3,4ql^2 \cdot 2l +$$

$$+ 4l \cdot 1,7ql^2) \left] + \frac{1}{E \cdot J_2} \left[\frac{2l}{6} (1,4ql^2 \cdot 2l - 4 \cdot 0,38ql^2 \cdot 2l - 2,16ql^2 \cdot 2l) + \frac{2l}{6} \times \right.$$

$$\left. \times (3,4ql^2 \cdot 2l + 4 \cdot 0,175ql^2 \cdot 2l - 3,05ql^2 \cdot 2l) \right] = \frac{ql^4}{E \cdot J_2} (5,43 - 5,32) =$$

$$= 0,11 \frac{ql^4}{E \cdot J_2}.$$

$$\varepsilon\% = \left| \frac{0,11}{5,32} \right| \cdot 100\% = 2\% < 5\%.$$

Следовательно, решение задачи верно.

8. Подбираем размеры поперечных сечений из условия прочности на изгиб, не забывая при этом сохранить заданное соотношение $J_1/J_2 = 4$.

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W} \leq |\sigma|,$$

$$\text{где } M_{\max} = 3,4ql^2 = 3,4 \cdot 6 \cdot 0,5^2 = 5,1 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Изгибающий момент достигает максимального значения в узле «К», относящемся как к стойке, так и ригелю. Учитывая, что стойка менее жесткая ($J_2 < J_1$), подберем размеры ее сечения в форме кольца.

$$W_k \leq \frac{M_{\max}}{|\sigma|} = \frac{5,1}{160 \cdot 10^3} = 3,18 \cdot 10^{-5}; \text{ с другой стороны}$$

$$W_k = \frac{\pi \cdot D^3}{32} (1 - \alpha^4) \approx 0,1 D^3 (1 - \alpha^4), \quad \alpha = \frac{d}{D} = 0,8,$$

$$0,1 D^3 (1 - \alpha^4) \geq 3,18 \cdot 10^{-5},$$

$$D = \sqrt[3]{\frac{3,18 \cdot 10^{-5}}{0,1 \cdot (1 - 0,8^4)}} = 8,1 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

Принимаем $D = 85 \text{ мм}$, $d = 0,8 \cdot 85 = 68 \text{ мм}$.

$$A = \frac{\pi \cdot D^2}{4} - \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3,14}{4} \left[(8,5 \cdot 10^{-2})^2 - (6,8 \cdot 10^{-2})^2 \right] = 3,35 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2,$$

$$W_k = 0,1 D^3 (1 - \alpha^4) = 3,63 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3.$$

Проверим прочность стойки с учетом продольной силы.

$$N = 1,7 \cdot 6 = 5,1 \text{ кН.}$$

$$\sigma = \frac{M}{W_k} + \frac{N}{A} = \frac{5,1 \cdot 10^{-3}}{3,63 \cdot 10^{-5}} + \frac{5,1 \cdot 10^3}{3,35 \cdot 10^{-3}} = 140,5 + 2,4 \approx 143 \text{ МПа} <$$

$$< [\sigma] = 160 \text{ МПа}$$

Прочность стойки обеспечена.

$$\text{Найдем } J_k = J_2 = \frac{\pi D^4}{64} (1 - \alpha^4) = 127 \cdot 10^{-8} = 127 \text{ см}^4.$$

Для ригеля.

$$J_1 = 4 \cdot J_2 = 508 \text{ см}^4.$$

По справочнику (приложение 1) принимаем I № 14 ($W_z = 81,7 \text{ см}^3$, $J_z = 572 \text{ см}^4$). Прочность ригеля обеспечена, т. к. $W_z = 81,7 \gg 36,3 \text{ см}^3$.