МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
О.Г.Локтионова
« » ________ 2014г.

Векторная алгебра. Аналитическая геометрия

Индивидуальные задания и методические указания
по выполнению модуля

Курск 2014

УДК 514.12

Составитель А.В.Бойков

Рецензент
Кандидат физико-математических наук, доцент
кафедры высшей математики *Дмитриев В.И.*

Векторная алгебра. Аналитическая геометрия: индивидуальные задания и методические указания по выполнению модуля / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: А.В.Бойков. Курск, 2014. 30 с. табл. 3. Ил.: 2, Библиогр.: с.30.

Методические указания отражают требования образовательных стандартов 3-го поколения подготовки бакалавров и специалистов по техническим специальностям. Работа содержит теоретические индивидуальные упражнения, практические индивидуальные задания, контрольные вопросы, указания к использованию ЭВМ, рекомендуемую литературу по темам “Векторная алгебра” и “Аналитическая геометрия”.

Предназначены для студентов технических специальностей

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать _______ . Формат 60х84 1/16.
Усл. печ. л.1,75. Уч.-изд. л.1,58. Тираж 100 экз. Заказ . Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Цель преподавания математики в вузе – ознакомить студентов с основами математического аппарата, необходимого для решения теоретических и практических задач; привить студентам умение самостоятельно изучать учебную литературу по математике и ее приложениям; развить логическое мышление и повысить общий уровень математической культуры; выработать навыки математического исследования прикладных вопросов и умение перевести задачу на математический язык.

Важным фактором усвоения математики и овладения ее методами является самостоятельная работа студента. В Юго-Западном государственном университете самостоятельная работа студентов организуется на основе положения о бально-рейтинговой системе оценки качества освоения основных образовательных программ и имеет модульную структуру. Опыт нашего и других вузов показывает, что эта система активизирует самостоятельную работу студентов и способствует более глубокому изучению курса математики.

Предлагаемые методические указания являются пособием к одному из модулей этой системы. Методические указания посвящены разделам “Векторная алгебра” и “Аналитическая геометрия” (до тем кривые и поверхности второго порядка) и содержат индивидуальные задания (теоретическое упражнение и практические задания), контрольные вопросы, рекомендуемую литературу, указания к использованию ЭВМ (Mathcad) при выполнении заданий модуля. Указания по выполнению заданий модуля приводятся в пособии [7].

Предусмотрены три уровня сложности заданий модуля. Студенту предлагается выполнить одно теоретическое упражнение и некоторое количество практических заданий, в зависимости от выбранного им (или преподавателем) уровня сложности (или направления подготовки):

первый уровень - №№ 3-5, 8, 9(а,б), 11(а,б);
второй уровень - №№ 1-9, 11(а-е,и-л);
третий уровень - №№ 1-12.

1. ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Выбор индивидуального задания к модулю-2 осуществляется по номеру варианта студента n. При этом используются параметр $P_к$ − остаток от деления номера варианта n на число к, и выражение [n / k] − целая часть от деления n на k. Например, если n = 7, то $P_2=1$, $P_3=1$, $P_4=3$, $P_5=2$, $P_6=1$, $P_7=0$, $P_8=7$, $P_9=7$ и т.д. Если n = 7 и к = 4, то [n/k] = [7/4] = 1.

1.1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ УПРАЖНЕНИЯ

Выполнить теоретическое упражнение номер m, где $m = P_{30} + 1$.

1. Сформулировать и доказать свойства проекции вектора на ось.
2. Записать и доказать соотношения между координатами вектора и координатами точек “начала” и “конца” вектора.
3. Сформулировать и доказать необходимое и достаточное условие коллинеарности векторов.
4. Записать и доказать формулы, выражающие координаты точки, делящей отрезок в заданном отношении, через координаты концов этого отрезка.
5. Записать и доказать формулы для длины и направляющих косинусов вектора, выражающие эти величины через декартовы координаты вектора.
6. Доказать свойства скалярного произведения векторов.
7. Записать и доказать формулу, выражающую скалярное произведение векторов через их декартовы координаты.
8. Сформулировать и доказать необходимое и достаточное условие ортогональности векторов.
9. Записать и доказать формулы для косинуса угла между двумя векторами в пространствах V_2 и V_3.
10. Доказать свойство $[\vec{a};\vec{b}] = -[\vec{b};\vec{a}]$ векторного произведения векторов.
11. Используя свойства векторного произведения, доказать формулу, выражающую векторное произведение векторов через их декартовы координаты.

12. Записать и доказать формулы для вычисления площади параллелограмма и треугольника с помощью векторного произведения векторов.
13. Записать и доказать формулу, выражающую смешанное произведение векторов через их декартовы координаты.
14. Доказать свойства смешанного произведения векторов.
15. Записать и доказать формулы для вычисления объема параллелепипеда и треугольной пирамиды с помощью смешанного произведения векторов.
16. Сформулировать и доказать необходимое и достаточное условие компланарности векторов пространства V_3.
17. Доказать, что любая прямая на плоскости имеет уравнение $Ax + By + C = 0$, где $\vec{N} = (A; B)$ нормальный вектор этой прямой.
18. Вывести уравнение прямой на плоскости, проходящей через точку $M_0(x_0;y_0)$ с угловым коэффициентом k.
19. Доказать, что любая прямая на плоскости имеет параметрические уравнения

$$\begin{cases} x = x_0 + m \cdot t, \\ y = y_0 + n \cdot t, \end{cases} \qquad -\infty < t < +\infty,$$

где $(x_0; y_0)$ − произвольная точка прямой, а вектор $\vec{q} = (m; n)$ – направляющий вектор этой прямой. Записать каноническое уравнение прямой.
20. Доказать, что любая прямая в пространстве имеет параметрические уравнения

$$\begin{cases} x = x_0 + k \cdot t, \\ y = y_0 + m \cdot t, \\ z = z_0 + n \cdot t, \end{cases} \qquad -\infty < t < +\infty,$$

где $(x_0; y_0; z_0)$, − произвольная точка прямой, а вектор $\overline{q} = (k; m; n)$ − направляющий вектор этой прямой. Записать каноническое уравнение прямой.
21. Вывести формулу для косинуса угла между двумя прямыми на плоскости, заданными общими уравнениями. Доказать условия параллельности и перпендикулярности прямых.

22. Вывести формулу для тангенса угла между двумя прямыми на плоскости, заданными уравнениями с угловым коэффициентом. Сформулировать и доказать условия параллельности и перпендикулярности прямых.
23. Вывести формулу для косинуса угла между двумя прямыми на плоскости, заданными каноническими (параметрическими) уравнениями. Сформулировать и доказать условия параллельности и перпендикулярности прямых.
24. Записать и доказать формулы для расстояния от точки до прямой на плоскости и от точки до плоскости в пространстве.
25. Записать и доказать формулу для расстояния от точки до прямой в пространстве.
26. Доказать, что любая плоскость в пространстве имеет уравнение $\mathrm{Ax} + \mathrm{By} + \mathrm{Cz} + \mathrm{D} = 0$, где $\vec{N} = (\mathrm{A};\mathrm{B};\mathrm{C})$ нормальный вектор этой плоскости.
27. Вывести уравнение плоскости проходящей через три заданные точки, не лежащие на одной прямой.
28. Вывести формулу для косинуса угла между двумя плоскостями. Сформулировать и доказать условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.
29. Вывести формулу для косинуса угла между двумя прямыми в пространстве, заданными каноническими (параметрическими) уравнениями. Сформулировать и доказать условия параллельности и перпендикулярности прямых.
30. Вывести формулу для синуса угла между прямой и плоскостью. Сформулировать и доказать условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.

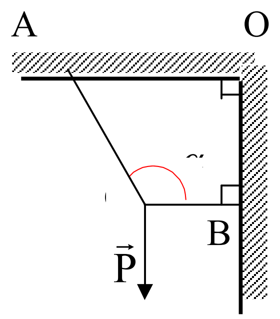
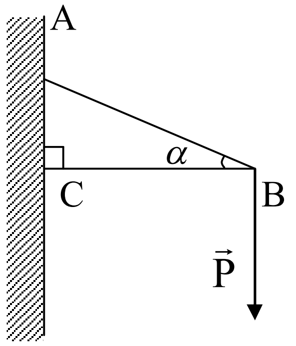
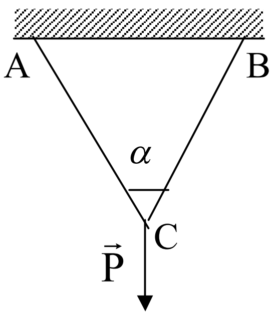
1.2. ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

1.2.1. ЗАДАНИЕ 1

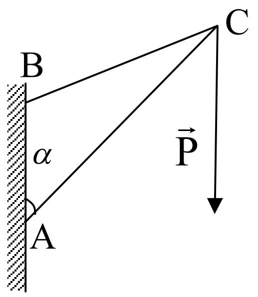
Решить задачу номер m из табл.1.1, где $m = P_4 + 1$.

Таблица 1.1

Индивидуальные условия к заданию 1

№ за-дачи m	Условие задачи		Угол α
1	2		3
1		К двум тросам подвешен груз $\lvert\vec{P}\rvert = 100$ кГ. Определить силы (в кГ), возникающие в тросах, если угол ACB равен α, угол OBC равен 90°	$\alpha = 90^\circ + 2^\circ \cdot ([n/4]+1)$
2		Груз весом $\lvert\vec{P}\rvert = 100$кГ поддерживается двумя стержнями AB и CB. Определить силы (в кГ), возникающие в стержнях, если угол ACB равен 90°, угол ABC равен α	$\alpha = 3^\circ \cdot ([n/4] + 1)$
3		К двум тросам AC и BC, одинаковой длины, подвешен груз весом $\lvert\vec{P}\rvert = 100$ кГ. Определить силы (в кГ), возникающие в тросах, если угол ACB равен α	$\alpha = 6^\circ \cdot ([n/4] + 1)$

Продолжение табл. 1.1

1	2		3
4		Груз весом $\vert\vec{P}\vert = 100$ кГ поддерживается двумя стержнями АС и ВС. Определить силы (в кГ), возникающие в стержнях, если угол ВАС равен α, и угол АВС равен 120°	$\alpha = 2^\circ \cdot ([n/4] + 1)$

1.2.2. ЗАДАНИЕ 2

Решить задачу номер m из табл.1.2, где $m = P_5 + 1$

Таблица 1.2

Индивидуальные условия к заданию 2

№ задачи m	Условие задачи
1	2
1	Точка О − точка пересечения медиан треугольника АВС. Найти координаты точки В, если $\overrightarrow{AB} = (-1; P_3; 0)$, $\overrightarrow{AC} = (1; P_5; -2)$, $O(2; -1; P_7)$
2	Точка О − точка пересечения медиан треугольника АВС. Найти координаты точки О, если $A(P_3; -1; -2)$, $C(-3; P_5; 1)$, $\overrightarrow{AB} = (4; 0; P_7)$

Продолжение табл. 1.2

1	2
3	В параллелограмме ABCD точка К − середина стороны CD. Найти координаты точки А, если $\overrightarrow{AK} = (1;-5;P_3)$, $\overrightarrow{BD} = (-2;P_7;-3)$, $B(P_5;0;7)$
4	В параллелограмме ABCD точка О − точка пересечения диагоналей. Найти координаты точки К, − середины стороны AD, если $B(P_3;\ P_5;\ P_7)$, $C(-2;1;-3)$, $O(4;0;-1)$
5	В трапеции ABCD стороны AB и CD - основания, Точка $N(P_7;P_3;P_5)$ − середина стороны BC. Найти координаты точки А, если $\overrightarrow{AB} = (8;12;-4)$, $\overrightarrow{CD} = (-2;-3;1)$, $\overrightarrow{AD} = (5;0;7)$

1.2.3. ЗАДАНИЕ 3

Даны три силы: $\vec{F}_1 = P_2 \cdot \vec{i} + 2 \cdot \vec{j} - 7 \cdot \vec{k}$, $\vec{F}_2 = 3 \cdot \vec{i} + P_3 \cdot \vec{j} + 4 \cdot \vec{k}$ и $\vec{F}_3 = -2 \cdot \vec{j} + P_5 \cdot \vec{k}$. Найти равнодействующую $\vec{R}$ сил $(-\vec{F}_1), \vec{F}_2, \vec{F}_3$ и работу, которую она производит, когда точка её приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается из положения $M_0(0;1;P_7)$ в положение $M(P_6;0;1)$.

1.2.4. ЗАДАНИЕ 4

Сила $\vec{F} = (P_3;P_5;-2)$ приложена к точке $C(P_4;-1;P_7)$. Определить величину (модуль) и направление (направляющие косинусы) момента этой силы относительно начала координат.

1.2.5. ЗАДАНИЕ 5

Найти ненулевой вектор ортогональный векторам $\vec{a} = (1 - P_4; P_5 + 1; -3)$ и $\vec{b} = (P_3 - 1; 1; 4 - P_7)$. Сделайте проверку.

1.2.6. ЗАДАНИЕ 6

Даны точки: $A(-1;-P_3; 2)$, $B(P_5; 2; 0)$ и $C(P_5\cdot(P_3+2); P_3^2 + 3\cdot P_3 + 4; P_8 - 2\cdot(P_3+1))$. Образуют ли эти точки треугольник?
Если да, то чему равна его площадь?
Если нет, то запишите формулу для нахождения площади треугольника средствами векторной алгебры.

1.2.7. ЗАДАНИЕ 7

Даны точки: $A(1; -P_2; -1)$, $B(1-P_3; 0; 1)$, $C(-1; 1; P_5-2)$, $D(P_2; P_4; P_8)$. Образуют ли эти точки пирамиду?
Если да, то чему равен объём пирамиды?
Если нет, то запишите формулу для нахождения объёма пирамиды средствами векторной алгебры.

1.2.8. ЗАДАНИЕ 8

Даны точки $A(-1-P_7; P_5-2)$ и $B(P_5-2; P_5+4)$. Найти:
а) точку $C(x_1; y_1)$ − середину отрезка AB;
б) точку $D(x_2; y_2)$, которая делит отрезок AB в отношении $(P_9 + 1) : (9 - P_9)$.

1.2.9. ЗАДАНИЕ 9

На плоскости даны точки $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, $C(x_3; y_3)$. Координаты точек взять в табл. 1.3.

Сделайте чертёж треугольника ABC и найдите:

а) длину и уравнение стороны BC (записать общее уравнение, каноническое, параметрические и с угловым коэффициентом);

б) косинус угла A и угол A (в градусах);

в) уравнение прямой, проходящей через точку A параллельно стороне BC;

г) высоту, проведенную к стороне BC, и её уравнение;

д) уравнение медианы, проведенной к стороне BC;

е) уравнение биссектрисы угла A.

Таблица 1.3

Координаты точек A, B, C к заданию 9

n	x_1	y_1	x_2	y_2	x_3	y_3
1	2	3	4	5	6	7
1	14	−1	−1	7	−7	−1
2	−1	−1	2	−1	2	3
3	−7	−2	7	−2	2	10
4	−1	−1	4	1	−5	−1
5	−5	−2	3	13	−5	7
6	−1	6	−1	−2	5	−2
7	8	−6	8	1	−4	10
8	−5	−6	11	6	0	6
9	−2	1	2	−2	6	1
10	−3	−11	5	4	−3	10
11	5	−7	5	7	−7	2
12	9	−4	−3	5	−3	1
13	8	7	−1	7	−7	−1
14	15	9	8	9	−1	−3
15	1	−9	1	2	−11	7
16	4	2	−5	14	−14	2
17	−3	−1	12	7	−9	7
18	9	9	−5	9	0	−3
19	−9	3	−9	−5	6	−5
20	−7	−3	−7	1	5	6
21	6	−6	−2	9	−2	0
22	−2	8	3	−4	8	8
23	−1	−1	8	11	−8	−1
24	−7	12	−7	1	5	−4

Продолжение табл. 1.3

1	2	3	4	5	6	7
25	1	3	7	3	4	7
26	−6	13	−14	7	−6	−8
27	2	10	−7	−2	7	−2
28	−5	−1	−1	−1	4	11
29	−5	12	7	−4	7	12
30	8	−3	14	5	−1	−3
31	−1	2	5	−6	11	2
32	0	0	12	−9	0	7
33	8	−7	13	5	−3	−7
34	12	7	−9	7	−3	−1
35	−3	−8	−8	4	−3	16
36	−7	2	5	−7	5	7
37	5	9	−4	9	−4	−3
38	−1	7	−7	−1	8	7
39	8	11	−8	−1	−1	−1
40	5	−4	−7	12	−7	1
41	−3	−1	1	−1	1	2
42	−7	−1	14	−1	−1	7
43	−5	9	0	−3	9	9
44	14	−9	−1	−1	14	7
45	5	6	−7	−3	−7	1
46	−2	9	−2	0	6	−6
47	11	6	0	6	−5	−6
48	−4	10	8	−6	8	1
49	−3	−3	5	3	13	−3
50	−2	7	2	7	7	−5
51	−6	−8	−6	13	−14	7
52	7	−5	−2	7	2	7
53	−1	−2	3	1	−1	4
54	−5	7	−5	−2	3	13
55	−3	−6	9	−1	−3	8
56	1	1	−11	1	−11	−8
57	12	−9	0	7	0	0
58	1	2	−11	7	1	−9
59	−3	−2	5	13	13	−2
60	5	4	−3	10	−3	−11
61	5	7	−7	2	5	−7
62	14	5	−1	−3	8	−3
63	13	5	−3	−7	8	−7
64	−4	−6	8	−6	8	−1

Продолжение табл. 1.3

1	2	3	4	5	6	7
65	−1	−3	15	9	8	9
66	−1	7	−7	−1	14	−1
67	−2	0	6	−6	−2	9
68	7	−2	1	−10	7	−18
69	0	−3	9	9	−5	9
70	−3	5	−3	1	9	−4
71	7	1	−7	−5	1	−5
72	0	6	−5	−6	11	6
73	8	1	−4	10	8	−6
74	−8	−6	4	−1	−8	4
75	−3	8	−3	−6	9	−1
76	−11	7	1	−9	1	2
77	−14	7	−6	−8	−6	13
78	−1	−3	8	−3	14	5
79	−6	10	−6	−8	6	1
80	−9	7	−3	−1	12	7
81	0	7	0	0	12	−9
82	−7	1	5	6	−7	−3
83	9	−1	−3	8	−3	−6
84	−7	11	9	−1	9	11
85	−3	−7	8	−7	13	5
86	−7	−1	8	7	−1	7
87	2	7	7	−5	−2	7
88	−3	−5	−3	7	−11	1
89	−3	10	−3	−11	5	4
90	4	11	−5	−1	−1	−1
91	3	11	3	−4	11	−4
92	3	13	−5	7	−5	−2
93	−8	−1	−1	−1	8	11
94	2	−5	5	−1	2	3
95	−7	1	5	−4	−7	12
96	7	−2	2	10	−7	−2
97	−13	4	−1	−1	11	4
98	−3	1	9	−4	−3	5
99	−2	1	3	1	3	13
100	8	9	−1	−3	15	9

1.2.10. ЗАДАНИЕ 10

Решить задачу номер n.

1. На прямой $2x+y+11=0$ найти точку, равноудалённую от двух данных точек A(1;1), B(3,0).
2. Найти координаты точки, симметричной точке (2,−4) относительно прямой $4x+3y+1=0$.
3. Найти уравнение диагонали параллелограмма, проходящей через точку пересечения его сторон $x+y-1=0$ и $y+1=0$, если известно, что диагонали параллелограмма пересекаются в точке P(−1;0).
4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку A(2;6) и образующей с осями координат треугольник, который находится во второй четверти и имеет площадь 3 кв.ед.
5. Составить уравнение прямой, проходящей через точку A(−1,2) так, что середина её отрезка, заключённого между параллельными прямыми $x+2y+1=0$ и $x+2y-3=0$ лежит на прямой $x-y-6=0$.
6. Даны уравнения двух сторон треугольника $4x-5y+9=0$ и $x+4y-3=0$. Найти уравнение третьей стороны, если известно, что медианы этого треугольника пересекаются в точке (3;1).
7. Вычислить координаты вершин ромба, если известны уравнения двух его сторон $2x - y + 4 = 0$ и $2x - y + 10 = 0$ и уравнение одной из его диагоналей $x + y + 2 = 0$.
8. Составить уравнения сторон треугольника, если точки A(−5;5), B(3;1) - две его вершины, а D(2;5) − точка пересечения его высот.
9. Дано уравнение одной из сторон квадрата $x+3y-7=0$ и точка пересечения его диагоналей P(0;−1). Найти уравнения трех остальных сторон этого квадрата.
10. Даны уравнения одной из сторон ромба $x - 3y + 10 = 0$ и одной из его диагоналей $x + 4y - 4 = 0$. Диагонали ромба пересекаются в точке P(0;1). Найти уравнения трех остальных сторон ромба.
11. Уравнения двух сторон параллелограмма $x + 2y + 2 = 0$ и $x+y-4=0$, а уравнение одной из его диагоналей $x-2=0$. Найти координаты вершин.

12. Даны вершины $A(-3;-2)$ и $B(8;-4)$ трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$). Известно, что диагонали трапеции равны и точка пересечения диагоналей $O(0,2)$. Найти координаты вершин C и D этой трапеции.
13. Даны вершины $A(2;-2)$ и $B(3;-1)$ и точка $P(1;0)$ пересечения медиан треугольника. Составить уравнение высоты треугольника, проведенной через третью вершину C.
14. Даны уравнения двух высот треугольника $3x + 2y - 34 = 0$ и $x + y - 1 = 0$ и одна из вершин $A(6;5)$. Составить уравнения сторон.
15. Даны уравнения медиан $2x - 11y + 28 = 0$, $5x + 7y - 22 = 0$ и одна из вершин $(-2;-2)$ треугольника. Составить уравнения сторон.
16. Две стороны треугольника заданы уравнениями $2x + y - 1 =0$ и $x - 3y + 14 =0$, а середина третьей стороны совпадает с началом координат. Составить уравнение третьей стороны.
17. Даны уравнения сторон треугольника: (AB) $7x - 2y + 32 = 0$; (AC) $x +y + 2 = 0$; (BC) $4x + y - 1 = 0$. Найти точку пересечения его высот.
18. Составьте уравнения катетов прямоугольного равнобедренного треугольника, если уравнение гипотенузы $3x - y + 11 = 0$ и $C(4;3)$ − вершина прямого угла.
19. В равнобедренном треугольнике известны: уравнение основания $5x + 3y - 53 = 0$, уравнение одной из боковых сторон $x +4y-14 = 0$ и точка на второй боковой стороне $M(3;7)$. Найдите уравнение второй боковой стороны.
20. Одна из сторон квадрата лежит на прямой $x - 5y + 32 = 0$, а одна из вершин находится в точке $M(2;1)$. Найдите уравнения остальных сторон квадрата.
21. Составить уравнения трех сторон квадрата, если известно, что четвертой стороной является отрезок прямой $4x - 7y + 28 = 0$, концы которого лежат на осях координат.
22. Точки K $(1;3)$ и L $(-1;1)$ являются серединами оснований равнобедренной трапеции, а точки P $(3;0)$ и Q $(-3;5)$ лежат на её боковых сторонах. Составить уравнения сторон трапеции.
23. Даны стороны треугольника: (AC) $2x - 15y - 55 = 0$; (AB) $4x - 3y + 25 = 0$; (BC) $14x + 3y - 61 = 0$. Составить урав-

нение прямой, проходящей через вершину C и через точку на стороне AB, делящую ее (считая от вершины A) в отношении 1:4.

24. Точки $B(7;1)$ и $D(9;-3)$ являются противоположными вершинами квадрата. Определить координаты двух других вершин.
25. В треугольнике известны уравнения высоты $x + y - 3 = 0$ и медианы $11x - 4y + 10 = 0$, проведенных из различных вершин. Написать уравнения сторон треугольника, зная одну его вершину $(8;9)$.
26. Написать уравнение сторон треугольника, зная одну его вершину $(6;3)$, уравнения высоты $11x - 9y + 75 = 0$ и биссектрисы $11x - 13y + 79 = 0$, проведенных из одной вершины.
27. Точка A $(2;0)$ является вершиной правильного треугольника, а противолежащая ей сторона лежит на прямой $x + y - 1 = 0$. Составить уравнения двух других сторон.
28. Длина стороны ромба с острым углом 60 равна 2. Диагонали ромба пересекаются в точке $M(1;2)$, причем большая диагональ параллельна оси абсцисс. Составить уравнение сторон ромба.
29. Точка $A(1;2)$ является серединой одного из оснований прямоугольной трапеции, а точка $B(3;-1)$ - серединой средней линии. Боковая сторона, перпендикулярная основаниям, лежит на прямой $4x - 3y + 10 = 0$. Составить уравнения остальных сторон трапеции.
30. Написать уравнения сторон треугольника, зная одну его вершину $(9;2)$, уравнения биссектрисы $x + y - 5 = 0$ и медианы $x - y = 0$, проведенных из различных вершин.
31. Даны координаты двух вершин треугольника $A(-1;3)$, $B(2;5)$ и ортоцентр − точка $H(1;4)$. Найти координаты третьей вершины треугольника. (Ортоцентром треугольника называется точка пересечения его высот).
32. Точка $H(-3;2)$ является точкой пересечения высот треугольника, две стороны которого лежат на прямых $2x - y = 0$ и $x + y - 3 = 0$. Составить уравнение третьей стороны.
33. Найти радиус и координаты центра окружности, проходящей через точку $A(-1;3)$ и касающейся прямых $7x + y = 0$ и $x - y + 8 = 0$.
34. Окружность проходит через точки $M(1;0)$ и $N(2;1)$. Найдите центр этой окружности, если известно, что он лежит на прямой $5x - y - 4 = 0$.

35. Точки $B(1;2)$ и $C(3;-6)$ симметричны относительно некоторой прямой. Составить уравнение этой прямой.
36. Диагонали параллелограмма пересекаются в точке $K(-2;4)$. Составить уравнение диагонали, не проходящей через точку пересечения сторон $4x - y + 4 = 0$ и $4x + 3y + 20 = 0$.
37. Площадь прямоугольного треугольника, катетами которого являются оси координат, равна 8. Составить уравнение гипотенузы, если известно, что она проходит через точку $A(-4;8)$.
38. Составить уравнение прямой L_1, параллельной прямой L_2 : $2x + 3y - 23 = 0$, если середина отрезка прямой L_3: $5x+2y+3 = 0$, заключенного между параллельными прямыми L_1 и L_2 лежит на прямой L_4: $6x - y + 24 = 0$.
39. Составить уравнение стороны треугольника, в котором известны точка пересечения медиан $M(-1;7)$ и уравнения двух других сторон $x + 4y - 37 = 0$, $2x - y + 16 = 0$.
40. Даны две стороны $x - y + 6 = 0$ и $x - y + 10 = 0$ и диагональ $3x + y - 10 = 0$ ромба. Найти вершины ромба.
41. В треугольнике известны две вершины $A(-2;9)$, $B(2;-3)$ и точка пересечения высот $O(2;7)$. Написать уравнения сторон.
42. Точка $A(3;-2)$ является вершиной квадрата, а точка $M(1;1)$ − точкой пересечения его диагоналей. Составить уравнения сторон квадрата.
43. Даны уравнения одной из сторон ромба $x + y - 39 = 0$ и одной из его диагоналей $x - 3y + 11 = 0$. Найти уравнения остальных сторон ромба, если его центр - точка $N(-2;3)$.
44. Найти координаты вершин параллелограмма, в котором известны две стороны $2x - 5y - 5 = 0$ и $2x + 5y - 15 = 0$ и диагональ $6x + 5y - 35 = 0$.
45. Найти координаты точек C и D четырехугольника ABCD, в котором отрезки AB и DC параллельны, BD и AC перпендикулярны друг другу и заданы вершины $A(9;-1)$, $B(5;5)$.
46. Даны две вершины $(3;-1)$, $(1;4)$ и центр тяжести $(0;2)$ треугольника. Найти координаты третьей вершины треугольника и составить уравнения его сторон.
47. Даны уравнения двух высот треугольника $3x + 4y - 23 = 0$ и $12x - 5y - 24 = 0$ и одна из его вершин $A(1;1)$. Составить уравнения сторон.

48. Написать уравнения сторон треугольника, две медианы которого лежат на прямых $x + y - 3 = 0$ и $2x + 3y - 1 = 0$, а точка A(1;1) является вершиной треугольника.
49. Две стороны треугольника заданы уравнениями, $x +3y - 21 = 0$ и $7x + y + 13 = 0$, а середина третьей стороны − точка (2;3). Составить уравнение третьей стороны.
50. Даны уравнения сторон треугольника:(MN) $3x - 5y + 17 = 0$, (NP) $8x + 6y - 32 = 0$, (MP) $5x + 11y + 9 = 0$. Найти ортоцентр треугольника. (Ортоцентром треугольника называется точка пересечения его высот).
51. Гипотенуза прямоугольного треугольника лежит на прямой $2x + y - 2 = 0$, а точка C(3;−1) является вершиной прямого угла. Площадь треугольника равна 9/4. Составить уравнения прямых, на которых лежат катеты.
52. Основание равнобедренного треугольника лежит на прямой $x +2y - 2 = 0$, а одна из боковых сторон - на прямой $y +2x - 1= 0$. Составить уравнение другой боковой стороны треугольника, зная, что её расстояние от точки пересечения данных прямых равно $\frac{1}{\sqrt{5}}$.
53. Составить уравнения сторон квадрата, в котором одна из вершин-точка A(8;7) и одна из сторон лежит на прямой $5x + 2y + 4=0$.
54. Составить уравнения трех сторон квадрата, если известно, что четвертой стороной является отрезок прямой $2x + y - 8 = 0$, концы которого лежат на окружности $(x - 3)^2 + y^2 = 4$.
55. Точки M(3;7) и N(2;3) являются серединами оснований равнобедренной трапеции. Точки K(1;7) и P(4;6,5) лежат на её боковых сторонах. Составить уравнения сторон трапеции.
56. Даны стороны треугольника: (AB) $4x + 3y - 10 =0$; (BC) $3x + 2y - 8 = 0$; (AC) $8x + 5y - 18 = 0$. Составить уравнение прямой, проходящей через точку C и делящей сторону AB в отношении 2:3 (считая от вершины A).
57. Противоположными вершинами квадрата являются точки A(−5;−3) и C(3;17). Найти координаты двух других вершин.
58. Написать уравнения сторон треугольника, зная одну его вершину A(2;7), уравнения медианы $9x + y + 4 = 0$ и высоты $x + 5y -11 = 0$, проведенных из различных вершин.

59. Написать уравнения сторон треугольника, зная одну его вершину $A(-5;4)$, уравнения высоты $6x + y - 61 = 0$ и биссектрисы $4x - 3y + 7 = 0$.
60. Точка $M(6;4)$ является вершиной правильного треугольника, а противолежащая ей сторона лежит на прямой $3x - y + 2 = 0$. Найти уравнения остальных сторон треугольника.
61. Длина стороны ромба с тупым углом 120° равна $6\sqrt{2}$. Меньшая диагональ параллельна биссектрисе 2 и 4 координатных углов. Диагонали пересекаются в точке $P(-4;6)$. Составьте уравнения сторон ромба.
62. Точка $P(8;1)$ является серединой одного из оснований прямоугольной трапеции, а точка $N(2;3)$ − серединой средней линии. Боковая сторона, перпендикулярная основаниям, лежит на прямой $4x + 3y +1 = 0$. Составить уравнения сторон.
63. Составьте уравнения трех сторон треугольника, в котором медиана $3x + 2y - 6 =0$ и биссектриса $x - y = 0$ проведены не из вершины $A(4;0)$, а из двух других вершин.
64. Даны стороны треугольника: $4x - 3y + 26 = 0$ (AB); $x + 2y+1 = 0$ (AC); $7x + 3y - 37 = 0$ (BC). Найти точку пересечения медианы, проведенной из вершины B и высоты, проходящей через вершину C.
65. Найти радиус и координаты центра окружности, проходящей через точку $A(-1;8)$ и касающейся прямых $x + 10 = 0$ и $4x - 3y + 10 = 0$.
66. Точка K отстоит на одинаковых расстояниях от точек $P(7;8)$ и $Q(1;2)$. Найти координаты точки K, если известно, что она лежит на прямой $4x - 5y + 27 = 0$.
67. Найти координаты точки N, симметричной точке M относительно прямой $x + y - 5 = 0$. Точка M отстоит от прямой на расстоянии вдвое большем, чем точка $K(-2;7)$ и находится с ней по одну сторону от прямой, причем отрезок KM перпендикулярен прямой.
68. В параллелограмме две стороны заданы уравнениями $x-5y + 7 = 0$ и $5x - 3y - 9 = 0$. Составить уравнение диагонали параллелограмма, не проходящей через точку пересечения этих сторон, если известно, что диагонали пересекаются в точке $M(2;4)$.
69. Найти координаты вершин треугольника, симметричного треугольнику ABC относительно центра описанной около треугольника ABC окружности, если $A(9;-1)$, $B(5;1)$, $C(0;-5)$.

70. Составить уравнение прямой, перпендикулярной прямой $x+3y-13=0$ и образующей с осями координат треугольник, площадь которого равна 6.
71. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(1;2)$ так, что отрезок этой прямой, заключённый между прямыми $3x+y+2=0$ и $4x+y-1=0$, в точке A делится пополам.
72. Центр тяжести треугольника − точка $\left(\frac{1}{3};\frac{4}{3}\right)$. Уравнения двух его сторон $4x+y+14=0$ и $x-6y-9=0$. Составить уравнение третьей стороны.
73. Известны уравнения двух сторон ромба $7x-9y-39=0$ и $3x+11y-91=0$ и одной из его диагоналей $5x+y-13=0$. Вычислить координаты вершин ромба.
74. Составить уравнение третьей стороны треугольника, если известны уравнения двух его сторон $6x-y-11=0$ и $4x+5y+13=0$ и ортоцентр − точка $H(-1;2)$.
75. Написать уравнения сторон квадрата, центр которого − точка $O(1;-3)$, а одна из вершин − точка $A(-4;7)$.
76. Написать уравнения сторон ромба, если известны диагональ $x+y-2=0$, точка её пересечения с другой диагональю $P(0;2)$ и одна из сторон $3x-y-10=0$.
77. Вычислить координаты вершин параллелограмма, в котором две стороны лежат на прямых $2x-5y-5=0$ и $2x+5y-15=0$, а одна из диагоналей на прямой $6x+5y-35=0$.
78. Диагонали трапеции ABCD (AD||BC) перпендикулярны друг другу и заданы вершины $A(4;-1)$ и $B(13;6)$. Найти координаты вершин C и D трапеции.
79. Составить уравнения сторон треугольника, в котором даны две вершины $A(-7;6)$ и $B(7;4)$ и точка пересечения отрезков, соединяющих эти вершины с серединами противоположных сторон $\left(\frac{5}{3};4\right)$.
80. Даны уравнения двух высот треугольника $x-5y+16=0$ и $9x+7y+14=0$ и одна из его вершин $M(-5;-3)$. Написать уравнения сторон треугольника.

81. Даны уравнения двух медиан $x - 3y + 2 = 0$ и $2x + 2y - 21 = 0$ треугольника и одна из вершин $A(5;-1)$. Найти уравнения сторон треугольника.
82. Середина одной из сторон треугольника − точка $M(0;3)$. Две другие стороны лежат на прямых $x - 9y + 52 = 0$ и $x + y - 8 = 0$. Составить уравнение третьей стороны.
83. Найти точку пересечения высот треугольника, стороны которого лежат на прямых $6x + y - 23 = 0$, $9x - 4y - 7 = 0$, $3x - 5y - 17 = 0$.
84. Точка $C(6;1)$ − вершина прямого угла в треугольнике, а гипотенуза лежит на прямой $2x - 3y + 5 = 0$. Написать уравнения катетов, один из которых лежит на прямой, содержащей точку $K(-4;-25)$.
85. Точки $A(1;2)$ и $B(3;0)$ − вершины равнобедренного треугольника ABC, углы A и B при основании равны $\arccos \frac{1}{\sqrt{5}}$. Найти координаты вершины C, зная, что она лежит по ту же сторону от прямой AB, что и точка $M(2;3)$.
86. Составить уравнения сторон квадрата по известному уравнению одной из сторон $x + 8y - 17 = 0$ и одной из вершин $A(2;9)$.
87. Даны уравнения сторон квадрата $4x + y - 9 = 0$ и $4x + y + 36 = 0$. Составить уравнения двух других его сторон при условии, что точка $A(6;2)$ лежит на стороне этого квадрата.
88. Точки $M(5;-1)$ и $N(-3;7)$ являются серединами оснований равнобедренной трапеции, а точки $P(-1;-2)$ и $Q(4;6)$ лежат на боковых сторонах. Составить уравнения сторон трапеции.
89. Даны стороны треугольника $9x - 2y - 51 = 0$ (AC), $4x + 3y + 24 = 0$ (AB), $x + 2y + 1 = 0$ (BC). Составить уравнение прямой, проходящей через вершину C и точку K на стороне AB, делящую её в отношении 3:7 (считая от вершины B).
90. Точки $A(9;8)$ и $D(-1;4)$ являются противоположными вершинами квадрата. Определить координаты других вершин.
91. Известны одна из вершин треугольника $A(4;-5)$, уравнения высоты $7x - y + 17 = 0$ и медианы $2x - 11y - 13 = 0$. Составить уравнения сторон.
92. Составить уравнения сторон треугольника, зная одну его вершину $A(4;1)$, уравнения высоты $2x - y + 11 = 0$ и биссектрисы $7x - 8y + 25 = 0$, проведенных из одной вершины.

93. Стороны треугольника заданы уравнениями: $4x - 3y = 0$ (AB); $3x - 4y = 0$ (BC); $5x + 12y - 10 = 0$ (AC). Найти радиус вписанной окружности.
94. Известны уравнение одной из сторон правильного треугольника $5x - y + 1 = 0$ и одна из вершин $A(5;-3)$. Составить уравнения двух других сторон треугольника.
95. Диагонали ромба пересекаются в точке $K(3;-7)$. Большая диагональ образует с осью ординат угол 45°, а со сторонами угол 30°. Длина стороны равна $4\sqrt{2}$. Составить уравнения сторон ромба.
96. Точка $M(6;1)$ является серединой одного из оснований прямоугольной трапеции, а точка $N\left(\frac{7}{4};1\right)$ − серединой средней линии. Боковая сторона, перпендикулярная основаниям, лежит на прямой $x + 4y + 7 = 0$. Составить уравнения остальных сторон трапеции.
97. Из одной вершины треугольника проведена биссектриса $3x + y - 1 = 0$, из другой − медиана $11x - 5y - 25 = 0$, а третья вершина − точка $A(-3;-2)$. Составить уравнения стороны треугольника.
98. Ортоцентр треугольника ABC − точка $O(-1;5)$. Составить уравнения сторон треугольника, если известны вершины $A(2;1)$, $B(2;11)$.
99. Даны уравнения сторон треугольника $x + 2y + 1 = 0$, $2x - y - 2 = 0$, $2x + y + 2 = 0$. Найти точку пересечения высот.
100. Найти координаты центра окружности, проходящей через точку $A(-3;5)$ и касающейся прямых $x - 3y - 2 = 0$ и $13x - 7y + 102 = 0$.

1.2.11. ЗАДАНИЕ 11

В пространстве даны точки $A(-2;\ -1-P_7;\ 1)$, $B(3;\ P_5;-1)$, $C(5;\ 3-P_3;1)$, $D(1;\ -1-P_7;\ 0)$. Сделать чертёж пирамиды ABCD и найти :

а) длину и уравнение ребра AB;

б) уравнение грани ABC;

в) высоту, проведенную из вершины D, и её уравнение;

г) проекцию вершины D на плоскость ABC;

д) уравнение прямой, проходящей через вершину D параллельно ребру AB;

е) уравнение плоскости, проходящей через вершину D параллельно грани ABC;

ж) уравнение плоскости, проходящей через ребро AD перпендикулярно грани ABC;

з) уравнение проекции ребра AD на грань ABC;

и) угол между ребрами AB и AD;

к) угол между ребром AD и гранью ABC;

л) угол между гранями ABC и ABD.

1.2.12. ЗАДАНИЕ 12

Дана точка $M(1;0;-2)$. Найти:

а) точку $M_1(x_1;y_1;z_1)$, симметричную точке M относительно точки $S(-1-P_7;P_5;3-P_3)$;

б) точку $M_2(x_2;y_2;z_2)$, симметричную точке M относительно прямой

$$\frac{x+1}{-1-P_7}=\frac{y-2}{P_5}=\frac{z-1}{3-P_3};$$

в) точку $M_3(x_3;y_3;z_3)$, симметричную точке M относительно плоскости

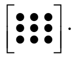
$$(-1-P_7)\cdot x+P_5\cdot y+(3-P_3)\cdot z+1=0.$$

2. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭВМ

Задания раздела 1 можно выполнять с помощью ЭВМ, используя, например, пакет Mathcad, а также совместимые с ним программные разработки кафедры. Однако ЭВМ дает готовые ответы и не отражает процесс вычислений. Поэтому в целях усвоения темы, предполагается подробное "ручное" решение заданий и применение ЭВМ ограничивается проверкой правильности ответов.

Рассмотрим решение некоторых задач с помощью пакета Mathcad.

1.Вызов шаблона вектора и его ввод

Из окна матричной и векторной палитры вызвать панель ввода матрицы. Для этого щелкнуть (левой кнопкой мыши) по кнопке .

Указать размеры n,1 матрицы в соответствующих полях открывшегося окна и щелкнуть по кнопке ОК (n - размерность вектора, число строк; 1 − число столбцов).

Набрать матрицу-вектор, передвигаясь с помощью кнопок со стрелками. После набора последнего числа нажать клавишу ПРОБЕЛ.

2. Операции над векторами

Операции над векторами можно выполнять используя кнопки матричной и векторной палитры, калькулятора и клавиатуры. Последовательность действий иллюстрирует следующий пример.

ПРИМЕР 2.1

Введём векторы $\vec{a} = (1;-3;2), \vec{b} = (-3;0;1)$ и число $\lambda = -1.5$:

$$\vec{a} := \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}; \qquad \vec{b} := \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \qquad \lambda := -1.5.$$

Найдем сумму $\overrightarrow{x_1}$ и разность $\overrightarrow{x_2}$ векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, произведение $\overrightarrow{x_3}$ вектора $\vec{a}$ на число λ, скалярное (x_4) и векторное ($\overrightarrow{x_5}$) произведения векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$:

$$\overrightarrow{x_1} := \vec{a} + \vec{b}; \quad \overrightarrow{x_2} := \vec{a} - \vec{b}; \quad \overrightarrow{x_3} := \lambda \cdot \vec{a}; \quad x_4 := \vec{a} \cdot \vec{b}; \quad \overrightarrow{x_5} := \vec{a} \times \vec{b};$$

$$\overrightarrow{x_1} = \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \\ 3 \end{bmatrix}; \quad \overrightarrow{x_2} = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad \overrightarrow{x_3} = \begin{bmatrix} -1.5 \\ 4.5 \\ -3 \end{bmatrix}; \quad x_4 = -1; \quad \overrightarrow{x_5} = \begin{bmatrix} -3 \\ -7 \\ -9 \end{bmatrix}.$$

3. Вычисление длины и направляющих косинусов вектора

Длину и направляющие косинусы вектора можно найти используя кнопки матричной и векторной палитры, калькулятора, палитры греческих букв, клавиатуры. Последовательность действий иллюстрирует следующий пример.

ПРИМЕР 2.2

Введём вектор $\vec{a}$ и его координаты:

$$\vec{a} := \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}; \quad x := -2; \quad y := 1; \quad z := 2.$$

Найдём длину вектора $\vec{a}$ и его направляющие косинусы:

$$\Delta := |\vec{a}|; \qquad \cos\alpha := \frac{x}{\Delta}; \qquad \cos\beta := \frac{y}{\Delta}; \qquad \cos\gamma := \frac{z}{\Delta};$$

$$\mathbf{\Delta} = 3; \qquad \cos\alpha = -0.667; \qquad \cos\beta = 0.333; \qquad \cos\gamma = 0.667.$$

Направляющие косинусы вектора можно найти иначе, - умножая вектор $\vec{a}$ на число $\frac{1}{\Delta}$, т.е. найдя орт $\vec{e}_{\vec{a}}$ вектора $\vec{a}$:

$$\vec{e}_{\vec{a}} := \frac{1}{\Delta} \cdot \vec{a}; \qquad \vec{e}_{\vec{a}} = \begin{bmatrix} -0.667 \\ 0.333 \\ 0.667 \end{bmatrix}.$$

4. Нахождение угла между векторами

Рассмотрим следующий пример.

ПРИМЕР 2.3

Введём векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$:

$$\vec{a} := \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}; \qquad \vec{b} := \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Найдём косинус угла φ и угол φ между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$:

$$\cos\varphi := \frac{(\vec{a} \cdot \vec{b})}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}; \qquad \varphi := a\cos(\cos\varphi); \qquad \Phi := \varphi \cdot \frac{180}{\pi};$$

$$\cos\varphi = 0.467; \qquad \varphi = 1.085 \text{ (рад.)}; \qquad \Phi = 62.188^\circ.$$

Чтобы вызвать функцию arccos нужно нажать клавишу $f(x)$ на панели инструментов и в открывшемся списке выбрать acos.

5. Составление уравнений

Составление уравнений рассмотрим на примере нахождения уравнения плоскости проходящей через три заданные точки, не принадлежащие одной прямой.

Пусть заданы точки $A_1(2;-1;3)$, $A_2(1;1;1)$, $A_3(-4;0;3)$. Их радиус векторы $\vec{r_1}, \vec{r_2}, \vec{r_3}$ имеют такие же координаты. Пусть $\overrightarrow{r_{12}} = \overrightarrow{A_1 A_2}$, $\overrightarrow{r_{13}} = \overrightarrow{A_1 A_3}$. Тогда, вводя векторы

$$\vec{r_1} := \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}; \quad \vec{r_2} := \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad \vec{r_3} := \begin{bmatrix} -4 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}; \quad \overrightarrow{r_{12}} := \vec{r_2} - \vec{r_1}; \quad \overrightarrow{r_{13}} := \vec{r_3} - \vec{r_1},$$

получим

$$\overrightarrow{r_{12}} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}; \qquad \overrightarrow{r_{13}} = \begin{bmatrix} -6 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Убедимся, что точки A_1, A_2, A_3 не принадлежат одной прямой.

Действительно

$$\frac{-6}{-1} = 6, \quad \frac{1}{2} = 0.5, \quad \frac{0}{-2} = 0,$$

и, следовательно, векторы $\overrightarrow{r_{12}}$ и $\overrightarrow{r_{13}}$ неколлинеарные.

Уравнение плоскости $A_1A_2A_3$ имеет вид

$$\begin{vmatrix} x-2 & y+1 & z-3 \\ -1 & 2 & -2 \\ -6 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

Раскроем определитель с помощью ЭВМ. Для этого нужно набрать

$$A(x,y,z) := \begin{pmatrix} x-2 & y+1 & z-3 \\ -1 & 2 & -2 \\ -6 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad f(x,y,z) := |A(x,y,z)|;$$

$$f(x,y,z) \to 2 \cdot x - 25 + 11 \cdot z + 12 \cdot y.$$

Итак, плоскость $A_1A_2A_3$ имеет уравнение

$$2x + 12y + 11z - 25 = 0.$$

3. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Векторные и скалярные величины. Определения направленного отрезка, вектора. Линейные операции над векторами в геометрической форме (сумма, разность, произведение вектора на число) и их свойства.
2. Определения коллинеарных, ортогональных и компланарных векторов. Необходимые и достаточные условия коллинеарности, ортогональности и компланарности векторов (в векторной и координатной формах.
3. Определения векторного пространства, базиса и размерности векторного пространства, координат вектора в базисе. Операции над векторами в координатной форме. Сформулировать теоремы о базисах в пространствах V_1, V_2, V_3.
4. Декартовы координаты на прямой, на плоскости и в пространстве (декартова система координат, разложение вектора по базису системы координат, координаты точек). Доказать соотношения между координатами вектора и координатами точек "начала" и "конца" вектора.
5. Прямоугольные проекции вектора на ось и их свойства.
6. Выражение модуля (длины) и направляющих косинусов вектора через декартовы координаты вектора.
7. Скалярное произведение векторов и его свойства. Необходимое и достаточное условие ортогональности векторов.
8. Выражение скалярного произведения векторов через декартовы координаты этих векторов. Нахождение модуля вектора и угла между векторами.
9. Ориентация тройки векторов в пространстве. Векторное произведение векторов и его свойства. Выражение векторного произведения векторов через декартовы координаты этих векторов. Вычисление площади параллелограмма и треугольника.
10. Смешанное произведение векторов и его свойства. Выражение смешанного произведения векторов через декартовы координаты этих векторов. Вычисление объёма параллелепипеда и треугольной пирамиды.
11. Понятие об уравнении линии на плоскости.

12. Нормальный вектор прямой. Общее уравнение прямой на плоскости. Угол между прямыми на плоскости, условия параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости.
13. Уравнение прямой "с угловым коэффициентом" (уравнение прямой, разрешённое относительно координат). Угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности прямых (заданных уравнениями "с угловым коэффициентом").
14. Направляющий вектор прямой. Каноническое и параметрические уравнения прямой на плоскости. Угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности прямых (заданных каноническими уравнениями).
15. Расстояние от точки до: прямой на плоскости; прямой в пространстве; плоскости в пространстве.
16. Понятие уравнения поверхности в пространстве.
17. Нормальный вектор плоскости. Общее уравнение плоскости в пространстве. Угол между плоскостями, условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.
18. Уравнение плоскости, проходящей через три точки, не принадлежащие одной прямой.
19. Уравнение прямой в пространстве: общее, каноническое, параметрические. Угол между прямыми в пространстве, условия параллельности и перпендикулярности прямых в пространстве (заданных каноническими уравнениям).
20. Уравнение прямой, проходящей через две заданные, различные точки (на плоскости; в пространстве).
21. Угол между прямой и плоскостью в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. М.: Физматлит, 2009. − 224с.
2. Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии. М.: Физматлит, 2004. − 224с.
3. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. СПб.: Издательство «Лань», 2010. − 224с.
4. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах: В 2-х ч. Ч.1. М.: Высш. шк., 2000. −304с.
5. Сборник задач по математике для ВТУЗов. В 4-х частях: Ч1. / Под общей ред. А.В. Ефимова и А.С. Поспелова.- М.: Издательство физико-математической литературы, 2009. −288с.
6. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. М.: Джангар, Большая Медведица, 2001. −863с.
7. Бредихина О.А., Шеставина С.В. Векторная алгебра и аналитическая геометрия. [Электронный ресурс]: методические указания по выполнению М2 / ЮЗГУ. Курск. 2013. −18с.
8. Плис А. И. Mathcad 2000. Математический практикум для экономистов и инженеров: Учеб. пособие для студ. вуз. / А. И. Плис, Н. А. Сливина. - М.: Финансы и статистика, 2000. − 656 с.