

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Емельянов Сергей Геннадьевич  
Должность: ректор  
Дата подписания: 07.08.2017 12:00:34  
Уникальный программный ключ:  
9ba7d3e34c012eba476ffd2d064cf2781953be730df2374d16f3c0ce536f0fc6

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Юго-Западный государственный университет»  
(ЮЗГУ)

Кафедра механики, мехатроники и робототехники



**ВРАЩЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА ВОКРУГ  
НЕПОДВИЖНОЙ ОСИ.  
ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПРОСТЕЙШИХ ДВИЖЕНИЙ**

Методические указания для практических и самостоятельных работ по разделам дисциплин «Теоретическая механика», «Механика», «Прикладная механика»

Курск 2017

УДК 531.8(075.8)

Составитель: О.В.Емельянова, С.Ф.Яцун, О.Г.Локтионова,  
Б.В.Лушников

Рецензент

Кандидат технических наук, доцент В. Я Мищенко

**Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси. Преобразование простейших движений:** Методические указания для практических и самостоятельных работ по разделам дисциплин «Теоретическая механика», «Механика», «Прикладная механика»/ Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: О.В.Емельянова, С.Ф.Яцун, О.Г. Локтионова, Б. В. Лушников. Курск, 2017. 23 с., ил. 6, табл. 0. Библиогр.: с. 23.

Содержат краткие теоретические положения по разделу «Кинематика» на тему «Простейшие движения твердого тела». Разобраны примеры решения задач на определение кинематических характеристик вращательного движения твердого тела, скоростей и ускорений точек по известному закону движения и приведены задания для самостоятельного решения.

Предназначены для студентов инженерно-технических специальностей всех форм обучения.

Методические указания соответствуют требованиям программы, утверждённой учебно-методическим объединением (УМО).

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 15.12.17 . Формат 60x84 1/16  
Усл.печ.л. 1,33 .Уч.изд.л.1,21.Тираж 50 экз.Заказ<sup>3093</sup> Бесплатно.  
Юго-Западный государственный университет.  
305040, г.Курск, ул.50 лет Октября, 94.

## ВВЕДЕНИЕ

Основная цель данных методических указаний – изучение теоретического материала и овладение навыками решения задач на вращательное движение твердого тела и преобразование простейших движений.

Для освоения теоретического материала ознакомиться с краткими сведениями из теории рекомендуемой литературы. Ответы на вопросы помогут студентам закрепить теоретическую часть раздела.

Предлагаемая разработка предназначена для аудиторного контроля текущей успеваемости студентов, а также для обучения и самоконтроля во внеаудиторное время при подготовке к практическим занятиям и экзаменам.

### КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

К простейшим видам движения твердого тела относятся поступательное и вращательное движение.

**Поступательным** называется такое движение твердого тела, при котором любая прямая, проведенная в этом теле, остается параллельной самой себе при его перемещении.

При поступательном движении все точки тела описывают одинаковые траектории и имеют в каждый момент времени одинаковые по модулю и направлению скорости и ускорения.

Действительно, если какая-то точка тела  $M$  совершает движение по траектории  $MM_1$  (рис. 1), то другая точка  $N$  совершает точно так же движение по траектории  $NN_1$ , поскольку отрезок  $MN$  смещаясь, остаётся параллельный своему начальному положению. Все точки кривой  $MM_1$  совпадут с соответствующими точками кривой  $NN_1$  при смещении их вдоль линии, параллельной  $MN$ .

Можно записать очевидное соотношение между радиусами-векторами точек:

$$\vec{r}_N = \vec{r}_M + \overline{MN}. \quad (1)$$

Тогда

$$\bar{v}_N = \frac{d\bar{r}_N}{dt} = \frac{d\bar{r}_M}{dt} + \frac{d\overline{MN}}{dt} = \frac{d\bar{r}_M}{dt} = \bar{v}_M, \quad (2)$$

так как производная по времени от вектора  $MN$ , который остаётся при движении постоянным не только по модулю, но и по направлению, равна нулю.

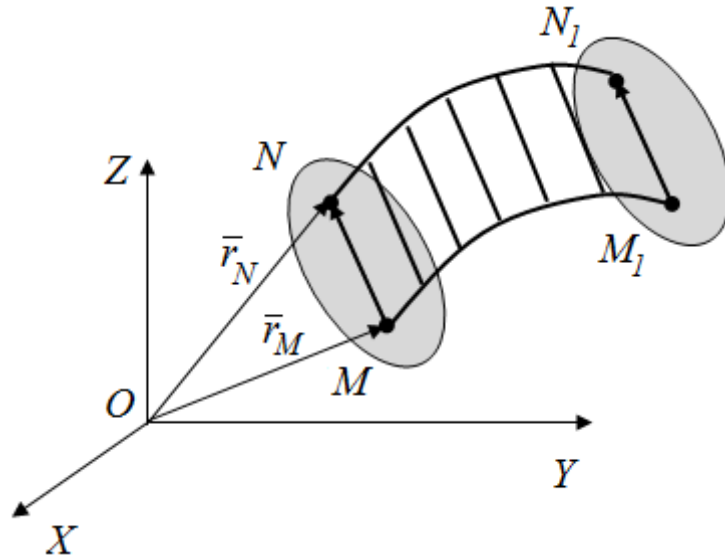


Рис. 1. Поступательное движение твердого тела

Вторично дифференцируя полученное равенство, заключаем, что

$$\bar{a}_N = \frac{d\bar{v}_N}{dt} = \frac{d\bar{v}_M}{dt} = \bar{a}_M. \quad (3)$$

Таким образом, если задать закон движения одной точки поступательно движущегося тела, то тем самым будет дана исчерпывающая информация о кинетике всего тела.

Необходимо заметить, что лишь при поступательном движении тела можно говорить о линейных скорости и ускорении тела. Во всех иных видах движения тела выражение «скорость тела» или «ускорение тела» теряет смысл, так как каждая точка тела будет иметь отличные от других точек скорость и ускорение.

**Вращательным** движением твердого тела называется такое движение твердого тела, при котором какие-нибудь две точки, принадлежащие телу, остаются все время неподвижными. Прямая, проходящая через эти точки, называется осью вращения  $AB$  (рис.2). Положение тела при этом однозначно определяется значением угла поворота тела  $\varphi$  между некоторой неподвижной плоскостью  $I$ , проходящей через ось вращения, и плоскостью  $II$ , жестко связанной с телом и тоже проходящей через ось вращения.

Положение вращающегося тела в пространстве в любой момент времени определяется законом вращения:

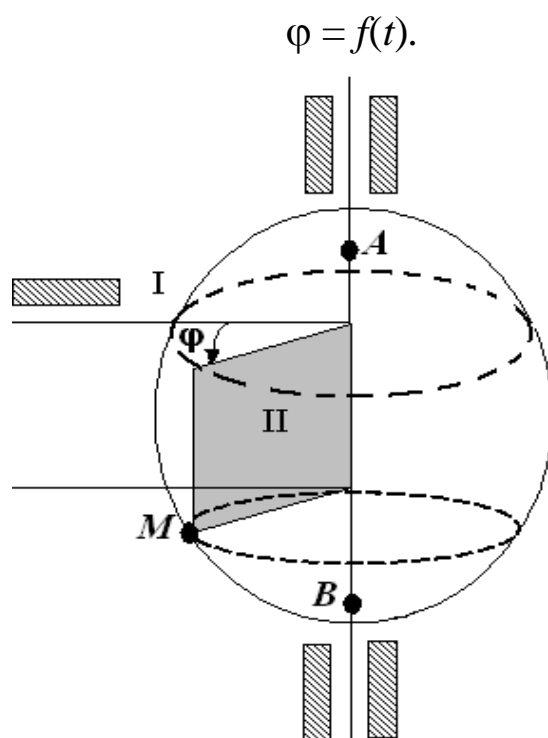


Рис. 2 Вращательное движение твердого тела

Основными кинематическими характеристиками вращательного движения являются угловая скорость и угловое ускорение.

Угловой скоростью называется кинематическая мера вращательного движения, выражаемая вектором, равным по модулю абсолютному значению производной угла поворота тела по времени, и направленным вдоль оси вращения в ту сторону, откуда вращение тела видно происходящим против часовой стрелки.

Модуль угловой скорости:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi}, \quad (4)$$

а его размерность может обозначаться по-разному:

$$[\omega] = \text{рад/с} = 1/\text{с} = \text{с}^{-1}.$$

В технической литературе часто используется величина угловой скорости  $n$ , измеряемая в оборотах в минуту. Между величинами  $\omega$  и  $n$  при этом легко установить следующую связь:

$$\omega = 2\pi n/60 = \pi n/30, \quad (5)$$

поскольку один оборот составляет  $2\pi$  радиан, а минута состоит из 60 секунд.

Угловым ускорением называется мера изменения угловой скорости тела, равная производной от угловой скорости по времени

$$\bar{\varepsilon} = \frac{d\bar{\omega}}{dt}.$$

Модуль углового ускорения:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \dot{\omega} = \ddot{\varphi}, \quad (6)$$

а его размерность может обозначаться, например, как

$$[\varepsilon] = \text{рад/с}^2 = 1/\text{с}^2 = \text{с}^{-2}.$$

Модуль угловой скорости показывает, как быстро вращается тело, а модуль углового ускорения – как быстро изменяется модуль угловой скорости.

Угловая скорость и угловое ускорение – величины векторные, направленные вдоль оси вращения (рис. 3), причем вектор  $\bar{\omega}$  направлен в ту сторону, откуда вращение видно происходящим против часовой стрелки.

В случае ускоренного движения  $\bar{\omega}$  и  $\bar{\varepsilon}$  совпадают по направлению (рис. 3, а), в случае замедленного – направлены в противоположные стороны (рис. 3, б).

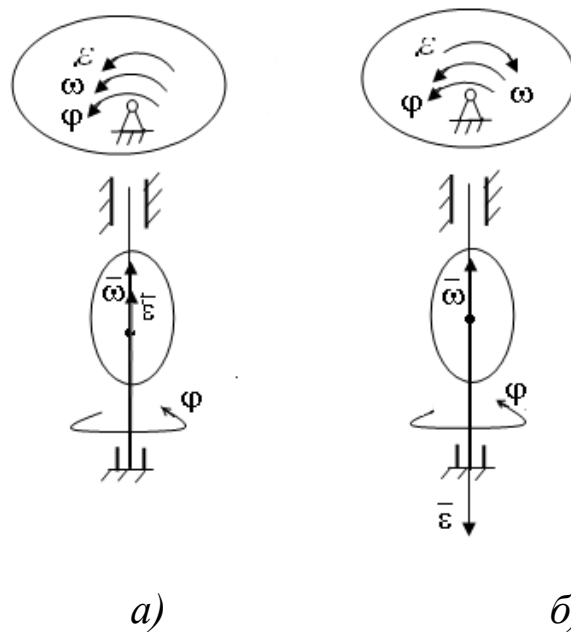


Рис. 3. Направление угловой скорости и углового ускорения при вращательном движении твердого тела: *а* – ускоренное движение; *б* – замедленное движение

При  $\varepsilon = 0$ , угловая скорость будет постоянна ( $\omega = \omega_0 = \text{const}$ ). Это есть случай равномерного вращения, когда за равные промежутки времени тело поворачивается на один и тот же угол.

Закон равномерного вращения:

$$\varphi = \omega_0 t + \varphi_0. \quad (7)$$

В случае постоянного углового ускорения ( $\varepsilon = \varepsilon_0 = \text{const}$ ) говорят о равнопеременном вращении:

$$\omega = \varepsilon_0 \cdot t + \omega_0, \quad \varphi = \varepsilon_0 \cdot t^2 / 2 + \omega_0 \cdot t + \varphi_0. \quad (8)$$

### Скорость и ускорение точек при вращательном движении

При вращательном движении точки тела движутся по окружностям, плоскости которых перпендикулярны оси вращения, а радиусы равны расстояниям от точек до оси вращения.

Скорость точек тела определяется по следующей формуле:

$$v_A = \omega \cdot h, \quad (9)$$

где  $v_A$  – скорость точки;  $\omega$  – угловая скорость тела;  $h$  – расстояние от точки до оси вращения.

На рис. 4 представлена картина распределения скоростей точек, из которой видно, что скорость точки зависит от ее расстояния до оси вращения.

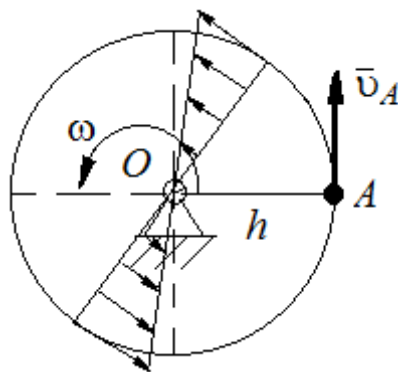


Рис. 4. Картина распределения скоростей точек тела, совершающего вращательное движение

Ускорение точки тела, совершающего вращательное движение, раскладывается на касательное и нормальное ускорения (рис. 5).

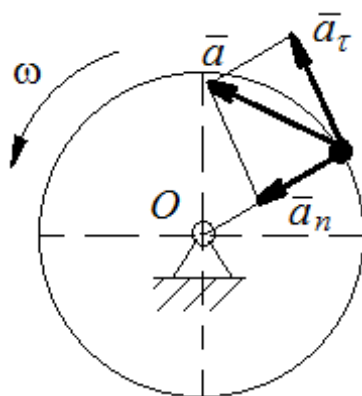


Рис. 5. Направление ускорений точки тела

Модуль касательного ускорения:

$$a_{\tau} = \frac{dv}{dt},$$

но  $v = \omega \cdot h$ , тогда получим:

$$a_{\tau} = h \frac{d\omega}{dt} = h \cdot \varepsilon, \quad (10)$$

где  $\varepsilon$  – угловое ускорение.



Модуль нормального ускорения:

$$a_n = \frac{v^2}{\rho},$$

но  $\rho = h$ ,  $v = \omega \cdot h$ ,  
получим:

$$a_n = \omega^2 \cdot h. \quad (11)$$

Модуль полного ускорения:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = h\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}. \quad (12)$$

## **Преобразование простейших движений твердого тела**

Под преобразованием простейших движений обычно понимают:

а) преобразование вращательного движения в поступательное (и обратное преобразование);

б) преобразование вращения вокруг одной неподвижной оси во вращение вокруг другой неподвижной оси;

в) преобразование одного поступательного движения в другое поступательное движение.

При решении задач о движении механизмов, преобразующих простейшие движения, следует пользоваться совместно формулами кинематики твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси.

## **ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ**

1. Какое движение твердого тела называется вращательным?
2. Чем определяется положение твердого тела при вращательном движении??
3. По каким формулам определяются модули угловой скорости и углового ускорения тела, совершающего вращательное движение?
4. В каких единицах измеряются угловая скорость и угловое ускорение?

5. Что такое частота вращения?
6. Как направлены векторы угловой скорости и углового ускорения при вращении вокруг оси?
7. Какое вращение называется равномерным? Запишите выражение для угла поворота и угловой скорости при равномерном вращении.
8. Какое вращение называется равнопеременным? Запишите выражение для угла поворота и угловой скорости при равнопеременном вращении?
9. Как находятся модули скоростей и ускорений точек тела, вращающегося вокруг неподвижной оси?
10. Как определить модули составляющих ускорения точки при вращательном движении?

## Примеры решения задач

**Задача 1.** Преобразование поступательного движения твердого тела во вращательное.

Движение груза 1 (рис. 6) задается уравнением  $S=2t^2$ .

Определить скорость и ускорение точки  $M$ , лежащей на ободу колеса 3, в момент времени  $t_1 = 2$  с, если  $R_2 = 10$  см,  $r_2 = 5$  см,  $R_3 = 20$  см.

### Решение

Так как груз 1 совершает поступательное движение, то его скорость

$$v_1 = \frac{ds}{dt} = 4t.$$

Угловая скорость колеса 2

$$\omega_2 = v_1/R_2 = 4t/R_2.$$

Найдем скорость точки касания двух колес:

$$v_k = \omega_2 \cdot r_2,$$

с другой стороны,

$$v_k = \omega_3 \cdot R_3,$$

отсюда получим

$$\omega_2 \cdot r_2 = \omega_3 \cdot R_3.$$

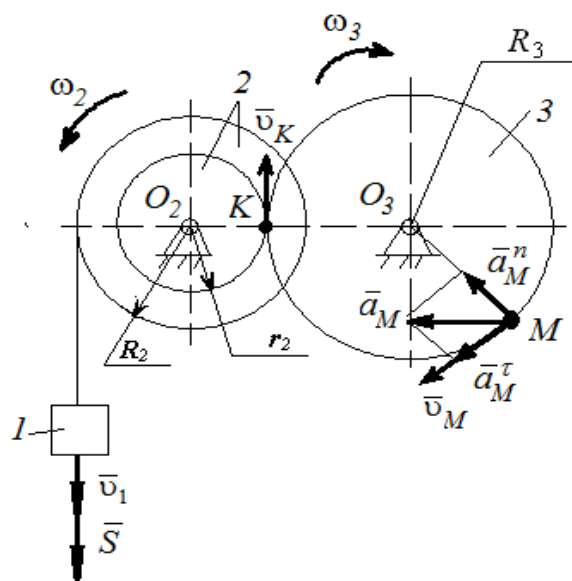


Рис. 6. Схема механизма

Угловая скорость колеса 3:

$$\omega_3 = \omega_2 \frac{r_2}{R_3} = \frac{4tr_2}{R_3}.$$

Угловое ускорение колеса 3:

$$\varepsilon_3 = \frac{d\omega_3}{dt} = \frac{4r_2}{R_3}.$$

Скорость точки  $M$ :

$$v_M = \omega_3 \cdot R_3 = \frac{4tr_2}{R_2}.$$

Модуль касательного ускорения:

$$a_M^\tau = \varepsilon_3 \cdot R_3 = \frac{4r_2}{R_2}.$$

Модуль нормального ускорения:

$$a_M^n = \omega_3^2 \cdot R_3.$$

Величина полного ускорения точки  $M$ :

$$a_M = \sqrt{a_M^{n^2} + a_M^{\tau^2}} = R_3 \sqrt{\omega_3^4 + \varepsilon^2}.$$

Подставляя данные, получим:

$$v_M = 4 \text{ (см/с)}; \quad a_M^\tau = 2 \text{ (см/с}^2\text{)}; \quad a_M^n = 0,8 \text{ (см/с}^2\text{)}; \quad a_M = 2,2 \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

**Задача 2.** Определение скорости и ускорения точки тела, вращающегося вокруг неподвижной оси.

Маховик, вращаясь со скоростью  $n_0 = 3000 \text{ об/мин}^{-1}$ , после отключения электродвигателя начал вращаться равнозамедленно и остановился через  $t_k = 90 \text{ с}$ .

Определить скорость и ускорение точки  $M$  поверхности маховика, находящейся на расстоянии  $r = 0,5 \text{ м}$ , через  $t_1 = 60 \text{ секунд}$  после отключения (рис. 7).

**Решение**

В момент останова при  $t = t_k$  согласно (7) имеем:

$$\omega(t_k) = \varepsilon_0 \cdot t_k + \omega_0 = 0.$$

Отсюда

$$\varepsilon_0 = -\frac{\omega_0}{t_k} = \frac{-\pi\omega_0}{30t_k} = \frac{-\pi \cdot 3000}{30 \cdot 90} = -3,49 \text{ (рад/с}^2\text{)}.$$

В момент времени  $t_1$  по формуле (7) находим:

$$\omega_1(t_1) = \omega_0 + \varepsilon_0 t_1 = \pi \cdot 3000 / 30 - 3,49 / \text{с}^2 \cdot 60 = 104,6 \text{ (рад/с)} .$$

Далее по формулам вычисляем скорость и ускорение точки  $M$ :

$$v = \omega_1 r = 104,6 \cdot 0,5 \text{ м} = 52,3 \text{ (м/с)} ,$$

$$a_\tau = r \cdot \varepsilon_0 = -3,49 \cdot 0,5 = -1,74 \text{ (м/с}^2 \text{)} ,$$

$$a_n = \omega_1^2 \cdot r = (104,6)^2 \cdot 0,5 \text{ м} = 5470 \text{ (м/с)} ,$$

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = 5470 \text{ (м/с}^2 \text{)} .$$

Расположение векторов  $\vec{v}$ ,  $\vec{a}_\tau$ ,  $\vec{a}_n$ , и  $\vec{a}$  качественно показано на рисунке 7.

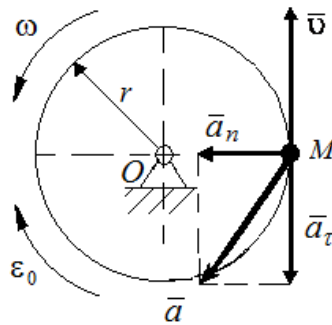


Рис. 7 Схема маховика

Так как имеет место замедленное вращение, векторы  $\vec{v}$  и  $\vec{a}_\tau$  направлены в противоположные стороны.

**Задача 3.** Определение угловой скорости и углового ускорения тела, вращающегося вокруг неподвижной оси.

В период разгона маховик вращается вокруг своей оси по закону  $\varphi = \frac{\pi}{4} t^3$ . Определить угловую скорость и угловое ускорение маховика, когда он сделает 27 оборотов.

**Решение.**

По формулам (4) и (6) находим:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{3}{4}\pi t^2 \quad (\text{рад/с}),$$

$$\varepsilon = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{3}{2}\pi t \quad (\text{рад/с}^2).$$

Поскольку один оборот составляет  $2\pi$  радиан, то маховик повернется на угол:

$$\varphi = 2\pi n = 2\pi \cdot 27 = 54\pi \quad (\text{рад}).$$

Определим момент времени  $t$ , в течении которого маховик сделал 27 оборотов:

$$\frac{\pi}{4}t^3 = 54\pi,$$

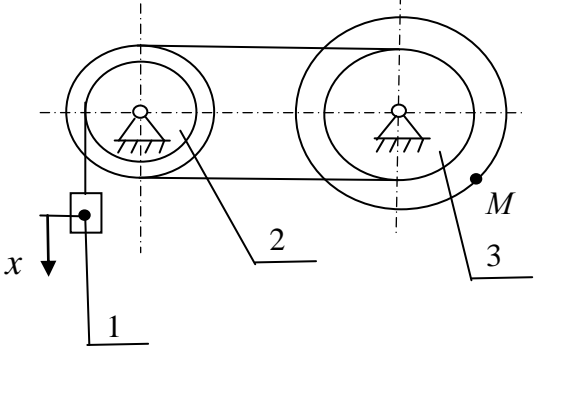
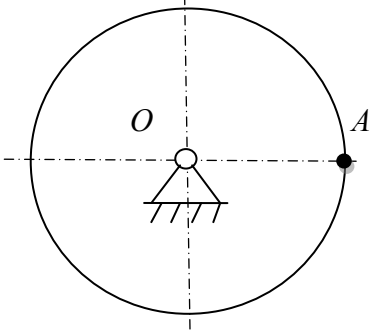
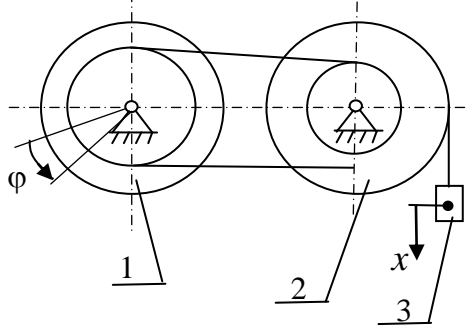
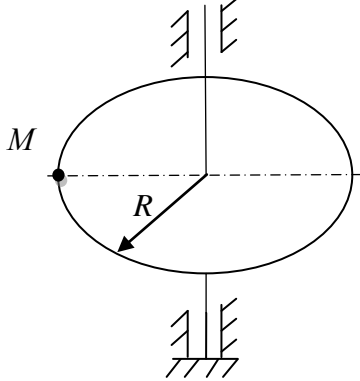
откуда  $t = \sqrt[3]{54} \cdot 4 = 6 \text{ (с)}$ .

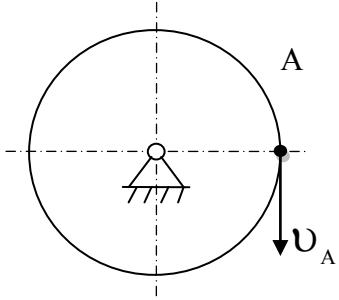
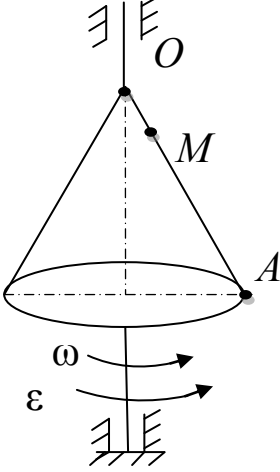
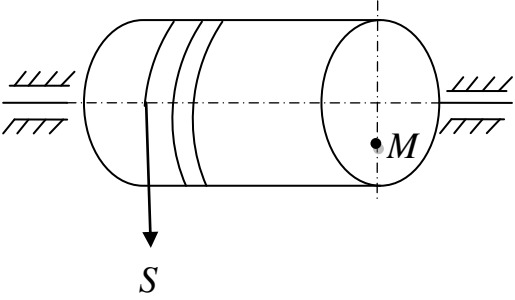
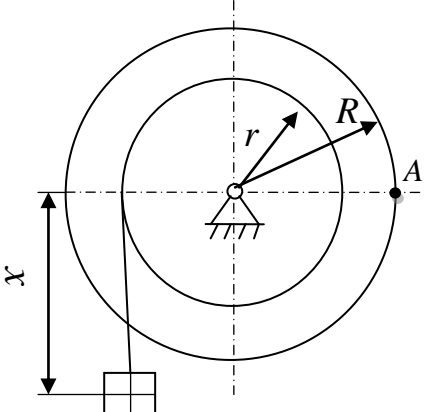
Величины угловой скорости и углового ускорения в этот момент будут равны:

$$\omega = \frac{3}{4}\pi t^2 \cdot 6 = 27\pi = 84,4 \quad (\text{рад/с});$$

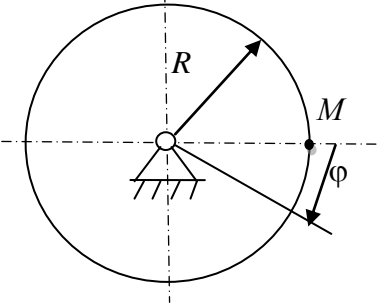
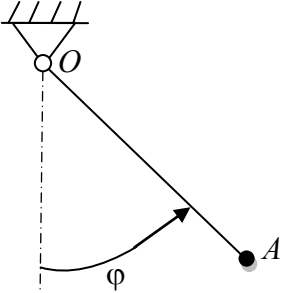
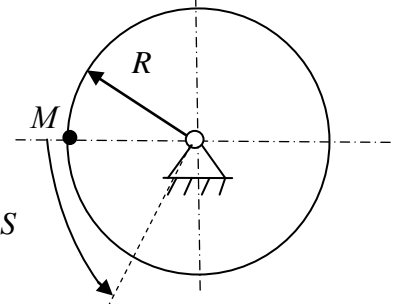
$$\varepsilon = \frac{3}{4}\pi t^2 \cdot 6 = 9\pi = 28,3 \quad (\text{рад/с}^2).$$

## ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

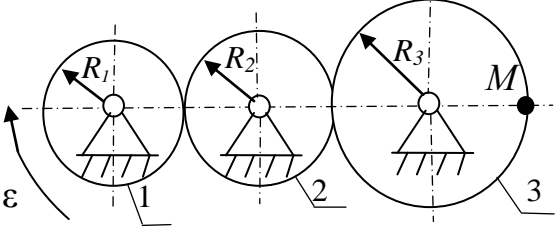
1		<p>Груз, движущийся по закону <math>x=2t^2+1</math> (см), приводит в движение механизм. Определить для точки <math>M</math> в момент времени <math>t_1=1</math>с) скорость, вращательное, центростремительное и полное ускорение. Показать на рисунке соответствующие векторы (<math>R_2=20</math> (см), <math>r_2=10</math> (см), <math>R_3=40</math> (см), <math>r_3=20</math> (см)).</p>
2		<p>Диск радиусом <math>R=2,5</math> (см) вращается равноускоренно. Известно, что через <math>t_1=2</math> (с) после начала движения скорость точки <math>A</math> на его ободе оказалась равной <math>10</math> (см/с), а при <math>t_2=4</math> (с) – вдвое большей.</p> <p>Определить вращательное и центростремительное ускорение точки в указанные моменты времени.</p>
3		<p>Блок 1 вращается <math>\varphi=3t^2+4</math> (рад) и приводит в движение механизм. Определить для груза 3 в момент времени <math>t_1=2</math> (с) скорость и ускорение (<math>R_1=40</math> (см), <math>r_1=25</math> (см), <math>R_2=30</math> (см), <math>r_2=20</math> (см)). Показать на рисунке соответствующие векторы.</p>
4		<p>Диск радиусом <math>R=0,5</math> (м) вращается равнозамедленно. Известно, что точка <math>M</math>, лежащая на ободе диска, прошла до остановки путь <math>S=6,4</math> (м), имея в начальный момент времени скорость <math>v_0=0,8</math> (м/с). Определить угловую скорость, угловое ускорение, а также модули составляющих ускорения точки в начальный момент времени.</p>

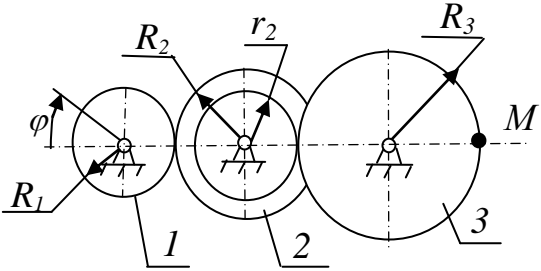
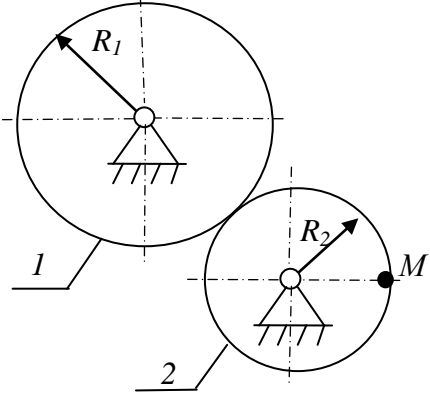
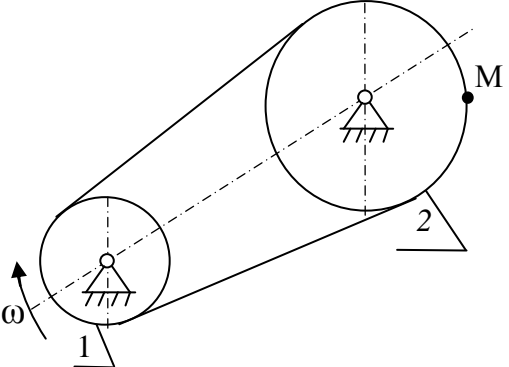
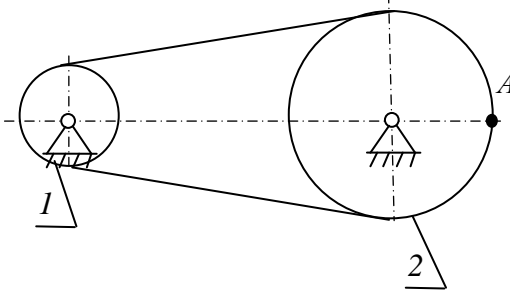
5		<p>Точка <math>A</math>, лежащая на ободе вращающегося диска радиусом <math>R=90</math> (см), имеет в начальный момент времени скорость <math>v_0=120</math> (см/с), через время <math>t=10</math> (мин) ее скорость стала равной <math>v=150</math> (см/с). Определить для этого момента времени вращательное и центростремительное ускорение точки, если движение равноускоренное.</p>
6		<p>Конус с углом при вершине <math>30^\circ</math> радиусом основания <math>R=48</math>(см) вращается вокруг вертикальной оси, имея в данный момент времени угловую скорость <math>\omega_0=8</math> (рад/с) и угловое ускорение <math>\epsilon_0=12</math> (рад/с<sup>2</sup>). Определить для точки <math>M</math> скорость, вращательное и центростремительное ускорение, зная, что <math>OM=OA/3</math>.</p>
7		<p>Конец нити, сматывающейся с катушки радиусом <math>R=0,8</math> (м), движется вертикально по закону <math>S=0,4\pi t^2</math> (м). Определить для точки <math>M</math>, лежащей на середине радиуса катушки, скорость, вращательное и центростремительное ускорения в момент времени <math>t=0,25</math> (с).</p>
8		<p>Груз, прикрепленный к концу нити, намотанной на катушку радиусом <math>r=4</math> (см), начинает опускаться по закону <math>x=8t^2</math>(см). Определить скорость и ускорение точки <math>A</math>, отстоящей от оси катушки на расстоянии <math>R=4,5</math> (см), в момент времени <math>t=0,5</math> (с).</p>

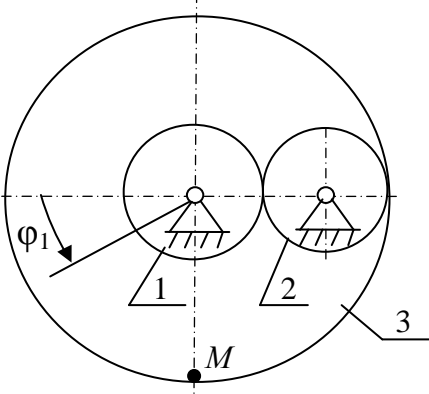
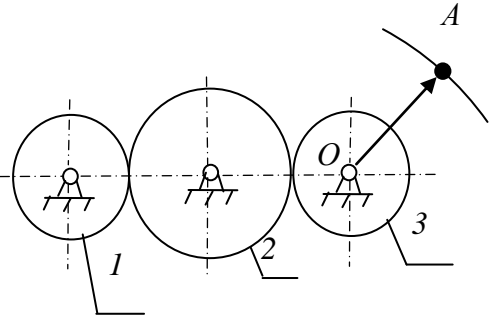
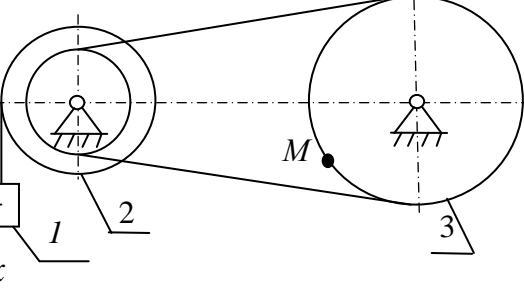
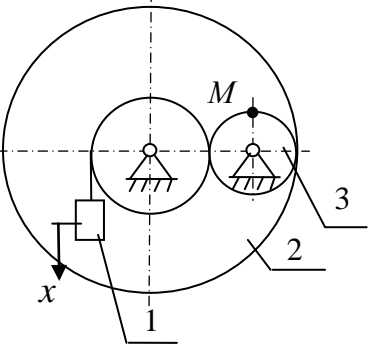


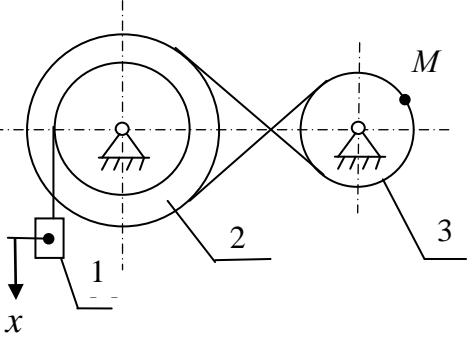
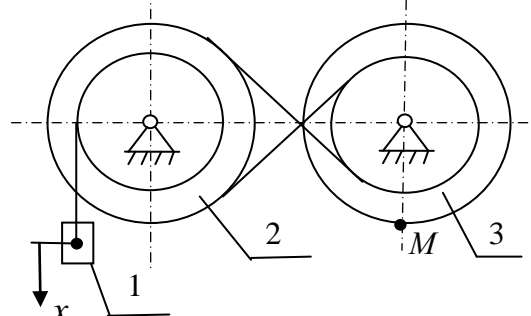
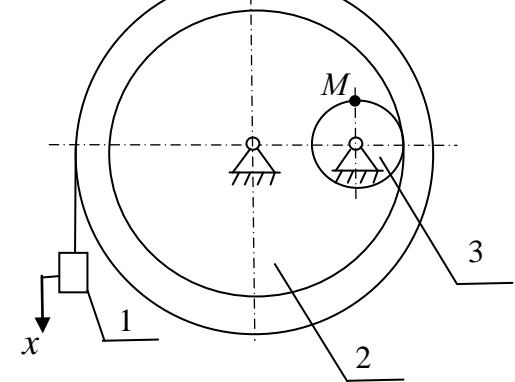
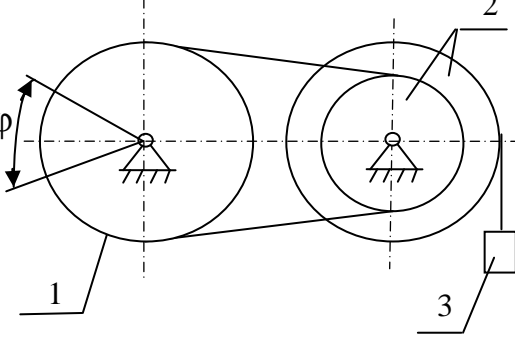
9		<p>Диск вращается по закону <math>\varphi=0,2\pi t^2</math> (рад). Определить его угловую скорость, а также вращательное и центростремительное ускорения точки <math>M</math> после того, как диск совершит 1 оборот.</p>
10		<p>Стержень длиной <math>l=1,92</math> м колеблется в вертикальной плоскости вокруг горизонтальной оси по закону <math>\varphi=\pi/12[\sin(3/4\pi)t]</math> (рад). Определить скорость и ускорение точки <math>A</math> стержня в момент времени, когда угловая скорость достигнет наибольшей величины.</p>
11		<p>Колесо радиусом <math>R=80</math> (см) начинает вращаться равноускоренно из состояния покоя. После того, как оно совершило <math>N=750</math> оборотов, скорость точки на его ободе оказалась равной <math>200</math> (м/с). Определить время, за которое достигнута указанная скорость.</p>
12		<p>Точка <math>M</math> обода маховика радиусом <math>R=1,5</math> (м) движется по закону <math>S=\pi(t^3-3t)/3</math>, (м). Определить угловую скорость и угловое ускорение маховика, модули составляющих ускорения точки <math>M</math> в момент, когда ее скорость <math>v=9\pi</math> (м/с), а также число оборотов, которое совершит маховик к этому моменту времени.</p>

13		<p>Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону <math>\varphi=2\pi(4t^2-t)</math>, (рад). Определить в момент времени <math>t=8</math> (с) его угловую скорость и угловое ускорение, скорость и ускорение точки <math>M</math>, отстоящей от оси на расстояние <math>OM=5</math> (см). Найти также число оборотов, которое совершило тело за это время.</p>
14		<p>Стрелка манометра длиной <math>l=6</math> (см) совершает колебания вокруг неподвижной оси по закону <math>\varphi = \frac{\pi}{30} \sin 0,2\pi \sin \frac{\pi}{5} t</math> (рад). Определить моменты времени, в которые угловая скорость и угловое ускорение обращается в нуль, а также скорость и ускорение точки, находящейся на конце стрелки, в момент времени <math>t=0,1</math> (с).</p>
15		<p>Диск начинает равноускоренно вращаться из состояния покоя и за время <math>t=10</math> (с) совершает <math>N=20</math> оборотов. Определить ускорение точки <math>M</math> диска, отстоящей от оси на расстояние <math>OM=0,2</math> (м), в момент времени <math>t_1=5</math> (с).</p>
16		<p>Диск радиусом <math>R=0,15</math> (м) в момент времени, когда скорость точки <math>M</math> на его ободе <math>v=0,48</math> (м/с), начинает вращаться равнозамедленно. До полной остановки диска точка <math>M</math> прошла путь <math>S=0,4</math> (м). Определить в указанный момент времени ее ускорение, а также угловую скорость и угловое ускорение диска.</p>

17		<p>Диск радиусом <math>R=1</math> (м), вращаясь с постоянным ускорением, за время <math>t=\pi/4</math> (с) повернулся на угол <math>90^\circ</math>, при этом скорость точки <math>A</math> оказалась равной <math>4</math>(м/с) (в начальный момент времени диск был неподвижен). Определить угол между скоростью и ускорением точка <math>A</math> в указанный момент времени, а также угловое ускорение точки.</p>
18		<p>Диск начинает вращаться равноускоренно с угловым ускорением <math>\varepsilon=16</math> (рад/с) из состояния покоя. Определить, в какой момент времени ускорение точки <math>A</math> будет составлять с радиусом угол <math>45^\circ</math>.</p>
19		<p>Зубчатое колесо 1 вращается равнопеременно с угловым ускорением <math>\varepsilon_1=4</math> (рад/с<sup>2</sup>). Определить скорость точки <math>M</math> в момент времени <math>t=2</math> (с), если радиусы зубчатых колес <math>R_1=0,4</math>(м), <math>R_3=0,5</math> (м). Движение начинается из состояния покоя.</p>
20		<p>Колесо 1 вращается согласно закону <math>\varphi_1=20t</math> (рад). Определить число оборотов, совершенных колесом 2 за время <math>t=3,14</math> (с), если радиусы колес <math>R_1=0,8</math> (м) и <math>R_2=0,5</math> (м).</p>

21		<p>Зубчатое колесо 1 вращается согласно закону <math>\varphi_1=4t^2</math>, (рад). Определить скорость точки <math>M</math> в момент времени <math>t=2</math> (с), если радиусы зубчатых колес <math>R_1=0,4</math> (м), <math>R_2=0,8</math> (м); <math>r_2=0,4</math>(м), <math>R_3=1</math>(м).</p>
22		<p>Колесо 1 зубчатой передачи вращается по закону <math>\varphi_1=2t</math> (рад) и приводит в движение колесо 2. Найти ускорение точки <math>M</math> обода второго колеса, если <math>R_1=0,1</math> (м), <math>R_2=0,05</math> (м).</p>
23		<p>Шкив 1 при вращении совершает 120 (об/мин). Радиус второго шкива в 1,5 раза больше, чем первого. Определить скорость и полное ускорение точки <math>M</math>, указать их направления, зная, что <math>R_1=0,2</math> (м).</p>
24		<p>Шкив 1 начинает вращаться равноускоренно по закону <math>\varphi_1=8+t-2t^2</math>. При <math>t=3</math> (с) найти скорость и ускорение точки <math>A</math> на втором шкиве, если <math>R_1=10</math> (см), <math>R_2=40</math> (см).</p>

25		<p>Шестерня радиусом <math>R_1=4</math> (см) редуктора вращается по закону <math>\varphi_1=3t^2</math> (рад). Определить угловые скорости всех шестерен, а также скорость и ускорение точки <math>M</math> при <math>t=4</math> (с) (<math>R_2=4</math> (см)).</p>
26		<p>Система зубчатых колес приводит в движение закрепленную на колесе 3 стрелку прибора <math>OA</math> длиной 0,20 (м). Закон движения первого колеса в радианах <math>\varphi_1 = \frac{\pi}{8} \cos \frac{15}{4} t</math>, радиусы <math>R_1=5</math> (см), <math>R_2=12</math> (см), <math>R_3=10</math> (см). Найти для точки <math>A</math> скорость и ускорение в момент времени <math>t=\pi</math> (с).</p>
27		<p>Груз, движущийся по закону <math>x=2t^2+1</math> (см) приводит в движение механизм. Определить для точки <math>M</math> в момент времени <math>t_1=1</math> (с) скорость, вращательное, центростремительное и полное ускорение. Показать на рисунке соответствующие векторы (<math>R_2=20</math> (см), <math>r_2=10</math> (см), <math>R_3=40</math> (см)).</p>
28		<p>Груз движущийся по закону <math>x=1+2t^2</math> (см) приводит в движение механизм. Определить для точки <math>M</math> в момент времени <math>t_1=1</math> (с) скорость, вращательное, центростремительное и полное ускорения. Показать на рисунке соответствующие векторы (<math>R_2=30</math> (см), <math>r_2=15</math> (см), <math>R_3=10</math> (см)).</p>

29		<p>Груз, движущийся по закону <math>x=2+3t^2</math> (см), приводит в движение механизм. Определить для точки <math>M</math> в момент времени <math>t_1=1</math> (с) скорость, вращательное, центростремительное и полное ускорения. Показать на рисунке соответствующие векторы (<math>R_2=40</math> (см), <math>r_2=20</math> (см), <math>R_3=20</math> (см))</p>
30		<p>Груз, движущийся по закону <math>x=2t^2</math>, (см), приводит в движение механизм. Определить для точки <math>M</math> в момент времени <math>t_1=1,5</math> (с) скорость, вращательное, центростремительное и полное ускорения. Показать на рисунке соответствующие векторы (<math>R_2=20</math> (см), <math>r_2=10</math> (с), <math>R_3=40</math> (см), <math>r_3=30</math> (см))</p>
31		<p>Груз, движущийся по закону <math>x=2t^2</math>, (см), приводит в движение механизм. Определить для точки <math>M</math> в момент времени <math>t_1=2</math> (с) скорость, вращательное, центростремительное и полное ускорения. Показать на рисунке соответствующие векторы (<math>R_2=40</math> (см), <math>r_2=20</math> (см), <math>R_3=10</math> (см)).</p>
32		<p>Блок 1 вращается по закону <math>\varphi=t^2+2</math> (рад) и приводит в движение механизм. Определить для груза 3 в момент времени <math>t_1=1</math> (с) скорость и ускорение. Показать на рисунке соответствующие векторы (<math>R_1=30</math> (см), <math>r_2=10</math> (см), <math>R_2=25</math> (см)).</p>

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Курс теоретической механики [Текст]: учебник для вузов/ Дронг В.И., Дубинин В.В., Ильин М.М. и др. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. 736с.
2. Тарг С. М. Краткий курс теоретической механики [Текст]: учебник. –М.: Высшая школа, 2010. – 416 с.
3. Локтионова О. Г. Лекции по теоретической механике [Текст] : учебное пособие : [для студентов инженерно-технических специальностей всех форм обучения] / О. Г. Локтионова, С. Ф. Яцун, О. В. Емельянова ; ЮЗГУ. - Курск : ЮЗГУ, 2014. - 187 с.
4. Локтионова О. Г. Лекции по теоретической механике [Электронный ресурс] : учебное пособие : [для студентов инженерно-технических специальностей всех форм обучения] / О. Г. Локтионова, С. Ф. Яцун, О. В. Емельянова ; ЮЗГУ. - Курск : ЮЗГУ, 2014. - 187 с.
5. Яцун, С.Ф. Кинематика, динамика и прочность машин, приборов и аппаратуры : учебное пособие [Текст]: С.Ф. Яцун, В.Я. Мищенко, Е.Н.Политов – М : Альфа-М : ИНФРА-М, 2012.-208с.